Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 6) (2021) 907-910
DOI: 10.22060/mej.2021.18775.6887

Fault detection and isolation based on robust Kalman filter for discrete-time systems with stochastic and norm-bounded uncertainties

A. Barati, M. Rahmani*

Department of Electrical Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

ABSTRACT: This paper deals with the problem of fault detection and isolation for discrete time-varying systems with stochastic and bounded uncertainties, and in presence of noises in the plant and sensors. Faults can occur simultaneously or sequentially, so the designed filter has the ability to detect and isolate these faults, and handle the challenges posed by uncertainty and the effects of noises. In solving the problem of fault diagnosis, fault detection and isolation filter based on the robust Kalman filter are presented. For this purpose, a time-varying threshold is defined based on the upper bound of covariance of the residuals. This threshold helps in better performance and prevents misdiagnosis. In the design of the fault detector, due to the number of outputs, fault detectors are designed. Moreover, by examining the residuals of the system, some conditions are obtained, which, by applying these conditions, a robust fault isolator is achieved. Finally, using three examples, the efficiency and performance of the proposed method are shown. In the first example, the performance of the proposed method is studied in the presence of uncertainty and noise, and in the second and third examples, the performance of the method is compared with other methods and the superiority of the proposed approach in the presence of uncertainties is shown.

Review History:

Received: Jul. 26, 2020
Revised: Nov. 14, 2020
Accepted: Jan. 20, 2021
Available Online: Feb. 04, 2021

Keywords:

Fault detection
Fault isolation
Robust Kalman filter
Discrete-time system
Uncertainty.

1- Introduction

A fault or defect in one part can destroy the performance of the whole system. Therefore, today, with the increasing complexity and size of systems, establishing security and increasing the reliability of advanced systems such as spacecraft, aircraft and chemical and nuclear processes is of great importance. Immediate fault detection in these systems is crucial to ensure security and increase reliability. Process and sensor noises as well as uncertainty in system parameters, challenge the problem of fault detection and isolation. Therefore, many attempts have been made to detect and isolate faults and different methods have been proposed in the literature. These methods can be divided into two categories: analytical and model-based methods. Many studies have been done using analytical and knowledge-based methods to diagnose defects, for instance, the presented method in [1] can detect faults based on the model and dynamic behavior of the car suspension system. In addition, model-based methods are divided into several categories [2]. In this regard, observer-based methods have attracted much attention [3].

In this paper, we intend to deal with the problem of fault detection and isolation in time-varying discrete systems, in the presence of two types of stochastic and norm-bounded uncertainties with sensor and process noises using a robust Kalman filter. In the presented fault detection and isolation method, we first introduce the robust least-squares method. Then, we examine the fault detection conditions according to the created residues and provide a way to construct the threshold so that we do not have a false warning. Therefore, we examine the fault isolation conditions and consider some limitations in the design of a robust filter for fault detection and isolation. By considering these constraints, the system residues are obtained in such a way that they are only a function of the fault and noise, and these constraints reduce the effect of noise on the system residues.

2- Methodology

Considering the fault in the components and operators and the uncertainty in the parameters, the system is defined as follows:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \left(A_k + \delta A_k\right)x_k + B_k^u u_k \\ &\quad + \left(B_k^n + \delta B_k^u\right)w_k + Ff_k \\ y_{k+1} &= \left(C_k + \delta C_k\right)x_k + \left(D_k + \delta D_k\right)v_k \end{aligned} \qquad (1)$$

According to the system introduced in Eq. (1) and the robust Kalman filter presented by Abolhassani and Rahmani [4], the fault detection filter is defined as follows:

*Corresponding author's email:mrahmani@eng.ikiu.ac.ir

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k} &= \left(\hat{A}_k - L_k C_k\right)\hat{x}_{k|k-1} + L_k y_k \\ L_k &= A_k F_k \left(C_k^T - S_k D_k^T\right) T_k \end{aligned} \tag{2}$$

Now, the estimation error is defined as follows:

$$e_k = x_k - \hat{x}_{k|k-1} \tag{3}$$

To obtain F_k in Eq. (2), the following augmented system is introduced:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k+1} = &\left(\tilde{A}_k + \tilde{M}_k \Delta_k \tilde{E}_{a,k} + \tilde{N}_k \Delta_{a,k} \tilde{J}_{a,k}\right)\tilde{x}_k \\ &+ \left(\tilde{B}_k + \tilde{M}_k \Delta_k \tilde{E}_{b,k} + \tilde{N}_k \Delta_{b,k} \tilde{J}_{b,k}\right)\theta_k \end{aligned} \tag{4}$$

The parameter is achieved by solving the following optimization problem that minimizes the covariance of the above-augmented system.

$$\begin{aligned} &\min_{F_k} trace\left\{\tilde{P}_{k+1}\right\} \\ &s.t. \\ &\begin{bmatrix} \tilde{P}_{k+1} - (\alpha_k + \beta_k)\tilde{M}_k \tilde{M}_k^T - (\xi_k + \zeta_k)\tilde{N}_k \tilde{N}_k^T & * \\ \hat{\tilde{P}}_k \tilde{A}_k^T & \hat{\tilde{P}}_k \\ \hat{\Theta}_k \tilde{B}_k^T & 0 \end{bmatrix} \\ &F_k > 0 \end{aligned} \tag{5}$$

By introducing the difference between the measured values and the estimated output values, the residual sequence is defined as follows:

$$z_k = y_k - \hat{y}_{k|k-1} \tag{6}$$

The upper bound of covariance is obtained as follows:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{\tilde{z}_k} \le\; &\tilde{C}_k \hat{\tilde{P}}_{\tilde{z}_k} \tilde{C}_k^T + \tilde{D}_k \tilde{V}_k \tilde{D}_k^T \\ &+ \left(\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}\right)\tilde{M}_{2,k} \tilde{M}_{2,k}^T - \left(\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}\right)\tilde{N}_{2,k} \tilde{N}_{2,k}^T \end{aligned} \tag{7}$$

Values on the $\tilde{P}_{\tilde{z}_k}$ original diameter are associated with system residuals. Each of these values can be introduced to detect a fault in the system, so that the covariance values of the error associated with each case should not exceed its upper limit.

To isolate the fault at k + n, it is necessary to remove the fault effect in e_{k+n-1} . Now, if the following conditions are applied in solving the problem of convex optimization Eq. (5), the operation fault that occurred in the system can be isolated from the residual vectors.

$$\begin{aligned} &\left(\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}\right) B_{k+n-2}^{n} = 0 \\ &\left(\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}\right) F = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Then,

$$Z_{k+n} = C_{k+n}\varphi_k + n_k + \left(D_{k+n} + \delta D_{k+n}\right)v_k + C_{k+n} F f_{k+n-1} \tag{9}$$

Isolation and fault detection can be performed by

$$\begin{aligned} r_k &= \left(C_{k+n} F\right)^{-1} z_{k+n} \\ r_k &= f_{k+n-1} + \tilde{n}_k \end{aligned} \tag{10}$$

3- Results and Discussion

In this section, two examples are given, in these examples, the performance of the presented method is compared with the methods in [5,6] respectively. In the first example, according to the matrix F, we apply two faults in presence of uncertainty in the form of $\sin(0.1k)$ with amplitude of 10 and a step with amplitude of 5 at K equal to 50 and 120, respectively, and consider the covariance of process noise and sensor as 0.2 and 0.1, respectively. As shown in Figs. 1 and 2,

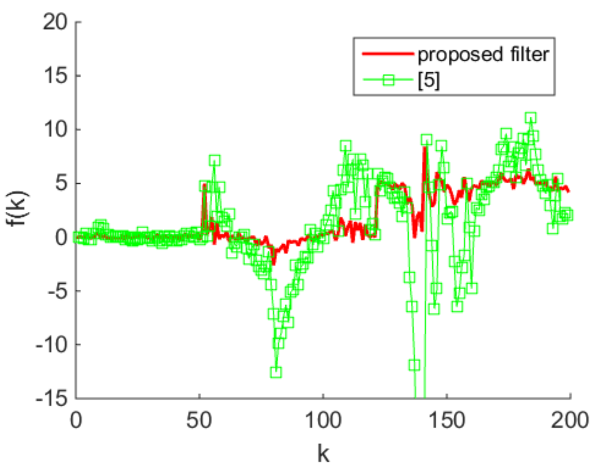


Fig. 1. Performance of the proposed filter and filter [5] in sinusoidal fault isolation

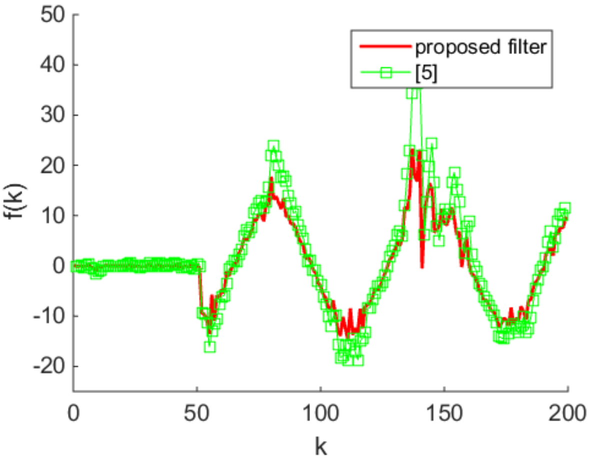


Fig. 2. Performance of the proposed filter and filter [5] in step fault isolation

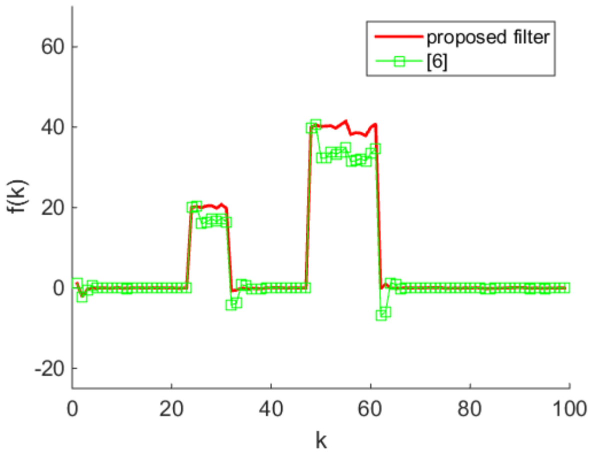


Fig. 3. Performance of the proposed filter and filter [6] in step fault isolation

the proposed method outperforms the method presented in [5] in the presence of uncertainty.

In the second example, we compare the efficiency and performance of the proposed method with the method introduced in [6] in the presence of uncertainty in system parameters. The covariance of process and sensor noise is considered to be 0.1 and 0.01, respectively. As Fig. 3 shows, the method presented in this paper more accurately identifies and isolates the fault that has occurred in the system.

4- Conclusions

In this paper, by using the robust Kalman filter and examining the errors and residual of the system some conditions are achieved. By applying these conditions to solve the related convex optimization problem, a new robust method for fault detection and isolation in time-varying discrete systems with stochastic and norm bounded uncertainty is obtained. To detect the fault, the residual covariance was examined and by obtaining the upper bound of residual covariance, which is variable with time, and by comparing this time-varying threshold with covariance of the residuals at any time, a new method for diagnosing the fault was introduced for these systems. Then, by applying the conditions obtained from the examination of residuals and some simplifications, a new robust method for fault isolation was proposed. Finally, the simulation results demonstrate the better performance and efficiency of the proposed approach in comparison with existing methods.

References

[1] m. shahab, M. Moavenian, Fault diagnosis based on model and dynamic behavior of vehicle suspension system, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 52(1) (2020) 27-42.

[2] M. Kordestani, M. Saif, M.E. Orchard, R. Razavi-Far, K. Khorasani, Failure prognosis and applications—A survey of recent literature, IEEE transactions on reliability, (2019).

[3] H.H. Alhelou, Fault detection and isolation in power systems using unknown input observer, Advanced condition monitoring and fault diagnosis of electric machines, (2019) 38-58.

[4] M. Abolhasani, M. Rahmani, Robust Kalman filtering for discrete-time time-varying systems with stochastic and norm-bounded uncertainties, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 140(3) (2018).

[5] J.-Y. Keller, Fault isolation filter design for linear stochastic systems, Automatica, 35(10) (1999) 1701-1706.

[6] A. Qiu, S. Shen, J. Zhang, Optimal intermittent fault diagnosis for discrete-time systems, in: 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2016, pp. 6814-6819.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Barati, M. Rahmani, Fault detection and isolation based on robust Kalman filter for discrete-time systems with stochastic and norm-bounded uncertainties, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 6) (2021) 907-910.

DOI: 10.22060/mej.2021.18775.6887

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳، شماره ویژه ۶، سال ۱۴۰۰، صفحات ۳۸۲۵ تا ۳۸۴۰
DOI: 10.22060/mej.2021.18775.6887

تشخیص و جداسازی عیب مبتنی بر فیلتر کالمن مقاوم در سیستم‌های زمان گسسته با نامعینی تصادفی و کران‌دار

امیرحسین براتی ، مهدی رحمانی*

گروه مهندسی برق-کنترل، دانشگاه بین المللی امام خمینی، قزوین، ایران.

خلاصه: این مقاله به مسأله تشخیص و جداسازی عیب در سیستم‌های گسسته متغیر با زمان، با داشتن نامعینی تصادفی، کران‌دار و وجود نویز در سیستم و حس‌گر می‌پردازد. عیوب می‌تواند به‌طور همزمان یا به طور متوالی رخ دهند، از این‌رو فیلتر طراحی‌شده توانایی تشخیص و جداسازی این عیوب را، با توجه به چالش‌های ایجادشده به علت وجود نامعینی و اثرات نویز داراست. در حل مساله تشخیص عیب، به طراحی و ارائه فیلتر تشخیص و جداساز عیب مقاوم مبتنی بر فیلتر کالمن مقاوم پرداخته خواهد شد. به همین منظور، آستانه‌ای به‌صورت متغیر با زمان براساس حد بالای کوواریانس مانده‌ها تعریف می‌شود. این حد آستانه به تشخیص بهتر کمک می‌کند و از اخطار اشتباه در تشخیص عیوب جلوگیری می‌کند. در طراحی تشخیص‌گر عیب به تعداد خروجی‌های سیستم تشخیص‌گر طراحی می‌شود ، هم‌چنین برای طراحی جداساز عیب با بررسی مانده‌های سیستم شروطی به دست می‌آید که با اعمال این شروط در طراحی، به یک جداساز عیب مقاوم دست می‌یابد. در انتها با استفاده از سه مثال کارایی و عملکرد روش پیشنهادی نشان داده خواهد شد. در مثال اول عملکرد روش پیشنهادی در حضور عدم قطعیت و نویز نشان داده می‌شود و در مثال‌های دوم و سوم عملکرد و کارایی روش خود را با روش‌های دیگر مقایسه و برتری این روش در حضور نامعینی نشان داده خواهد شد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۰۵
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۸
پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۰۳
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۱/۱۶

کلمات کلیدی:
تشخیص عیب
جداسازی عیب
فیلتر کالمن مقاوم
سیستم زمان-گسسته
نامعینی

۱- مقدمه

سیسستم‌ها در صورتی از کارآیی و عملکرد صحیح برخوردارند که همه اجزای سیستم در سلامت کامل باشد. خرابی یا عیب در یک قسمت می‌تواند کارآیی کل سیستم را از بین ببرد. به همین جهت امروزه با افزایش پیچیدگی و بزرگ‌شدن سیستم‌ها، برقراری امنیت و بالابردن قابلیت‌اطمینان سیستم‌های پیشرفته مانند فضاپیماها، هواپیماها و پروسه‌های شیمیایی و هسته‌ای از اهمیت به سزایی برخوردار است. برای برقراری امنیت و بالابردن قابلیت‌اطمینان، تشخیص فوری عیب در این سیستم‌ها بسیار مهم و حیاتی است. به‌طورکلی عیب، دینامیک سیستم را تغییر می‌دهد و سیستم آن‌گونه که انتظار می‌رود عمل نمی‌کند؛ ازاین‌رو در دهای اخیر تشخیص و جداسازی عیب بر مبنای مدل سیستم و ابزارهای تحلیلی مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌است. نویز فرایند و حسگر و همچنین نامعینی در پارامترهای سیستم هریک مساله تشخیص و جداسازی عیب را به‌نوبه‌خود به چالش می‌کشد. ازاین‌رو تلاش‌های فراوانی برای تشخیص و جداسازی عیب انجام‌گرفته و روش‌های متفاوتی ارایه شده‌است.

این روش‌ها را می‌توان به دو دسته‌ی روش‌های بدون مدل و روش‌های بر مبنای مدل تقسیم کرد. پژوهش‌های بسیاری با استفاده از روش‌های بدون مدل یا تحلیلی و مبتنی بر دانش در راستای تششخیص عیب انجام گرفته‌است که [۱] از جمله این روش‌ها است که به تشخیص عیوب بر مبنای مدل و رفتار دینامیکی سیستم تعلیق خودرو می‌پردازد. علاه بر این‌ها، روش‌های بر مبنای مدل به چندین دسته تقسیم می‌شود [۲]. در این راستا، روش‌های مبتنی بر مشاهده‌گرها توجه بسیاری را به خود جلب کرده‌است [۳]. اساس این نوع از روش‌های تشخیص عیب، ساخت دنباله مانده و پس از آن نتیجه‌گیری بر اساس مقایسه با یک آستانه یا به کمک نظریه‌های تصمیم‌گیری استاتیک است. از دیگر روش‌های بر پایه مدل که به تشخیص عیب پرداخته‌اند، روش مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم است [۴, ۵]. در این روش، مانده به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که نسبت به نویز حساسیتی نداشته‌باشد، درحالی‌که نسبت به عیب حساس باشد. در[۴] برای سیستم با پارامترهای متغیر، بدون درنظرگرفتن نویز سیستم و عدم قطعیت و با

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mrahmani@eng.ikiu.ac.ir

درنظرگرفتن نویز حسگر، یک مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم طراحی می‌شود که توانایی تخمین عیب را دارد. در [۵] برای سیستم مدیریت حرارتی، یک مجموعه از مشاهده‌گرها با ورودی نامعلوم طراحی شده که توانایی تشخیص و جداسازی عیب را دارد. در طراحی این مشاهده‌گر هیچ‌گونه نامعینی در نظر گرفته نشده‌است. در [۶] یک مجموعه مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم تنها برای تشخیص عیب در حضور نامعینی طراحی شده‌است. در [۷] برای حل مساله تشخیص عیب برای سیستم دارای نامعینی و نویز، مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم به‌گونه‌ای طراحی شده که اثرات نامعینی و نویز را نسبت به عیب تمیز می‌دهد.

از دیگر روش‌های بر پایه مدل می‌توان روش رابطه زوجیت[1] را نام برد که در آن تولیدکننده مانده با استفاده از ماتریس تابع تبدیلِ سیستمِ در حال رویت ایجاد می‌شود. از این دسته، [۸] به حل مساله تشخیص عیب با استفاده از معادله زوجیت می‌پردازد که در آن، سیستم گسسته متغیر با زمان با نویز ضربی در نظر گرفته شده‌است؛ اما در [۹] روشی برای ایجاد معادله زوجیت ارایه شده که از پیغام خطای اشتباه جلوگیری می‌کند و توانایی تشخیص و جداسازی عیب را نیز دارد. در [۱۰] یک معادله زوجیت مقاوم برای حل مساله تشخیص عیب برای سیستم با نامعینی و نویز حسگر ارایه می‌شود.

روش‌های بهینه‌سازی از دیگر روش‌های تشخیص عیب است [۱۳-۱۱]. در روش‌های بهینه‌سازی، ابتدا روش H_∞ برای مقابله با نامعینی معرفی شد [۱۴, ۱۵] که با هدف اصلی تشخیص عیب در تضاد بود، زیرا نُرم بی‌نهایت، معرف بیشینه اثر ورودی بر روی خروجی است. سپس نُرم $H_{\infty/-}$ توجه بسیاری را به خود جلب کرد، زیرا حداقل اثر عیب در مانده را بیشینه می‌کرد. در [۱۴] با استفاده از معیار H_∞ برای حل مساله تشخیص عیب در سیستم با نامعینی و نویز، طراحی فیلتر به‌گونه‌ای انجام می‌گیرد که حساسیت مانده نسبت به عیب افزایش یابد. در [۱۶] برای حل مساله تشخیص عیب از فیلتر H_- استفاده می‌شود که خود حساس به رخداد عیب است. در [۱۱, ۱۷] برای سیستم با نامعینی روش تشخیص عیب بر اساس درجه نسبی خروجی ارایه می‌شود. روش ارایه‌شده $H_{\infty/-}$ توانایی تشخیص عیب را دارا است. در این روش مشاهده‌گر به گونه‌ای طراحی می‌شود که حساسیت نسبت به عیب عمل‌گر با استفاده از H_- بیشینه شده و عملکرد اثر اغتشاش با استفاده از H_∞ تضعیف شود. همچنین در [۱۲, ۱۳] برای سیستم گسسته متغیر با زمان، مشاهده‌گر به‌گونه‌ای طراحی شده که کارایی شاخص $H_{\infty/-}$ برای افزایش حساسیت همزمان نسبت به عیب عملگر و حسگر و کارایی شاخص $H_{\infty/\infty}$ برای تضعیف اغتشاش در نظر گرفته می‌شود.

علاوه بر مساله تشخیص، پژوهش‌های زیادی در مورد جداسازی عیب در سیستم‌های دینامیکی انجام شده‌است. نمونه‌هایی از مقالات مروری بر این مساله عبارت‌اند از [۲۰-۱۸]. در این زمینه، مهرا [۲۱] با استفاده از فیلتر کالمن و با معرفی دنباله مانده که حاصل اختلاف بین خروجی سیستم و خروجی فیلتر است، نشان داد که این دنباله در صورت کلی‌ترشدن دارای میانگین صفر و کوواریانس همانی است. وی آزمون‌های همبستگی، میانگین و کوواریانس را برای تشخیص عیب ارایه داد. در این روش هیچ‌گونه نامعینی در پارامترهای سیستم در نظر گرفته نشده‌است. بعدها [۲۲] برای تشخیص و جداسازی عیب، فیلتر کالمن کاملی را با استراتژی‌های جدید معرفی نمود که در صورت وجود m مشاهده، توانایی تشخیص و جداسازی m عیب همزمان یا ترتیبی را دارد. هرچند این روش توانایی جداسازی عیوب را دارد اما در مقابل نامعینی مقاوم نیست. از دیگر روش‌های بر مبنای فیلتر کالمن روش فیلتر کالمن دومرحله‌ای است که در آن به تخمین همزمان عیب و حالت‌های سیستم پرداخته می‌شود و عیب به صورت بایاس ثابت در نظر گرفته شده‌است [۲۳]. سپس در [۲۶-۲۴] با استفاده از فیلتر کالمن دو مرحله‌ای به تشخیص عیب به‌صورت بایاس تصادفی پرداخته می‌شود. در ادامه در [۲۷] مساله تشخیص و جداسازی عیب در سیستم گسسته متغیر با زمان با استفاده از فیلتر کالمن دومرحله‌ای مقاوم بررسی می‌شود و [۲۸] به تشخیص و جداسازی عیب و تخمین حالت در سیستم گسسته با استفاده از فیلترکالمن می‌پردازد. مقاله [۲۹] به تشخیص و جداسازی عیب حسگرها با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته[2] و تخمین وضعیت ماهواره می‌پردازد، [۳۰] با استفاده از فیلترکالمن تطبیقی به تشخیص عیب در موتور القایی با عیب در استاتور می‌پردازد و [۳۱] یک روش تشخیص عیب برای ژنراتور با استفاده از فیلتر کالمن خنثی[3] را معرفی می‌کند. با بررسی بیشتر ادبیات موضوع در کارهای پیشین، مشاهده می‌کنیم که روشی برای تشخیص و جداسازی همزمان عیب عملگر در حضور نامعینی در تمام پارامترهای سیستم ارایه نشده و حتی در برخی از کارها تنها به یکی از دو مقوله تشخیص و جداسازی پرداخته شده‌است. علاوه بر این در اکثر روش‌هایی که بر اساس نامعینی سیستم طراحی شده‌اند، تنها به درنظرگرفتن یکی از انواع نامعینی اکتفا شده‌است.

در این مقاله قصد داریم به مساله تشخیص و جداسازی عیب در

1 Parity relation

2 Extended Kalman filter

3 Unscented Kalman filter

سیستم‌های گسسته متغیر با زمان، در حضور دو نوع نامعینی تصادفی و نامعینی با نرم کران‌دار و با وجود نویز حسگر و نویز فرایند با استفاده از فیلتر کالمن مقاوم بپردازیم. در روش تشخیص و جداسازی عیب ارایه‌شده، ابتدا به معرفی روش حداقل مربعات مقاوم می‌پردازیم. سپس شرایط تشخیص عیب را با توجه به مانده‌های ایجادشده بررسی و روشی برای ساخت آستانه ارایه می‌کنیم تا هشدار اشتباه نداشته باشیم. پس از آن شرایط جداسازی عیب را بررسی می‌کنیم و قیودی را در طراحی فیلتر مقاوم تشخیص و جداساز عیب در نظر می‌گیریم. با درنظرگرفتن این قیود، مانده‌های سیستم به گونه‌ای بدست می‌آید که تنها تابعی از عیب و نویز هستند و این قیود اثر نویز را در مانده‌های سیستم کاهش می‌دهند.

ساختار مقاله در ادامه به شرح زیر است. در بخش ۲، مدل سیستم گسسته خطی همراه با عیب عملگری، نامعینی تصادفی و نُرم محدود، نویز فرایندی و حسگری معرفی می‌شود. ساخت دنباله مانده با استفاده از فیلتر حداقل مربعات مقاوم و طراحی تشخیص‌گر در بخش ۳ ارایه می‌شود. در بخش ۳، طراحی فیلتر جداساز صورت می‌گیرد. شبیه‌سازی‌ها و بررسی کارایی فیلتر تشخیص و جداساز عیب در بخش ۴ انجام می‌شود. در بخش ۵ نتیجه‌گیری در رابطه با فیلتر طراحی‌شده بیان می‌شود.

۲- بیان مساله

با درنظرگرفتن عیب در اجزا یا عملگرها و نامعینی در پارامترها، سیستم مورد نظر به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \left(A_k + \delta A_k\right) x_k + c u_k \\ &\quad + \left(B_k^n + \delta B_k^u\right) w_k + F f_k \\ y_{k+1} &= \left(C_k + \delta C_k\right) x_k + \left(D_k + \delta D_k\right) v_k \end{aligned} \tag{۱}$$

که در معادله بالا $x_k \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت سیستم با ابعاد $n \times 1$ می‌باشد، $u_k \in \mathbb{R}^p$ بردار ورودی با ابعاد $p \times 1$، $f_k \in \mathbb{R}^q$ عیب عملگر سیستم با ابعاد $q \times 1$ و $y_k \in \mathbb{R}^m$ خروجی اندازه‌گیری شده سیستم با ابعاد $m \times 1$ است. w_k و v_k به ترتیب عبارت‌اند از نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و A_k با ابعاد $n \times n$، B_k^u با ابعاد $n \times p$، B_k^n با ابعاد $n \times p$، C_k با ابعاد $m \times n$، D_k با ابعاد $m \times m$ و F با ابعاد $n \times q$ ماتریس‌های نامی و معلوم سیستم هستند. k_0 نیز مقدار اولیه زمان است.

فرض می‌شود که مقادیر اولیه x_{k_0}، w_k و v_k ناهمبسته زمانی باشند و ویژگی‌های آماری زیر را برآورده می‌کنند:

$$E\left\{\begin{bmatrix} x_{k_0} \\ w_k \\ v_k \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{k_0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۲}$$

$$\begin{aligned} & E\left\{\begin{bmatrix} x_{k_0} - \bar{x}_{k_0} \\ w_k \\ v_k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \left(x_{k_0} - \bar{x}_{k_0}\right)^T & w_k^T & v_k^T \end{bmatrix}\right\} = \\ & \begin{bmatrix} P_{k_0} & 0 & 0 \\ 0 & W_k \delta_{ki} & 0 \\ 0 & 0 & V_k \delta_{ki} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۳}$$

به‌گونه‌ای که $P_{k_0}, W_k, V_k > 0$ و δ_{ki} معرف تابع دلتا می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta_{ki} \triangleq \begin{cases} 1 \text{ for } k = i \\ 0 \text{ for } k \neq i \end{cases} \tag{۴}$$

نامعینی‌های متغیر با زمان δA_k و δB_k و δC_k و δD_k با ساختار زیر در نظر گرفته می‌شود

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \delta A_k & \delta B_k \end{bmatrix} &= M_{1,k} \Delta_k \begin{bmatrix} E_{a,k} & E_{b,k} \end{bmatrix} \\ &\quad + N_{1,k} \begin{bmatrix} \Delta_{a,k} & 0 \\ 0 & \Delta_{b,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{a,k} & J_{b,k} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \delta C_k & \delta D_k \end{bmatrix} &= M_{2,k} \Delta_k \begin{bmatrix} E_{c,k} & E_{d,k} \end{bmatrix} \\ &\quad + N_{2,k} \begin{bmatrix} \Delta_{c,k} & 0 \\ 0 & \Delta_{d,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{c,k} & J_{d,k} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۵}$$

که در آن ماتریس‌های $E_{a,k}, E_{b,k}, E_{c,k}, E_{d,k}, J_{a,k}, J_{b,k}, J_{c,k}, J_{d,k}$، ماتریس‌های متغیر با زمان معلوم با ابعاد مناسب هستند و Δ_k ماتریس

نامعینی با نُرم کران‌دار است، که رابطه زیر را ارضا می‌کند:

$$\|\Delta_k\| \le 1, \forall k \ge k_0 \qquad (۶)$$

همچنین ماتریس‌های $\Delta_{a,k}$ ، $\Delta_{b,k}$ ، $\Delta_{c,k}$ ، $\Delta_{d,k}$ ، ماتریس‌های نامعین ناهمبسته با میانگین صفر می‌باشند که نشان‌دهنده‌ی نامعینی تصادفی هستند، به طوری که :

$$\begin{aligned} &E\left\{\|\Delta_{a,k}\|\right\} \le 1, \quad E\left\{\|\Delta_{b,k}\|\right\} \le 1, \\ &E\left\{\|\Delta_{c,k}\|\right\} \le 1, \quad E\left\{\|\Delta_{d,k}\|\right\} \le 1 \end{aligned} \qquad (۷)$$

۳- تشخیص عیب

با توجه به سیستم معرفی‌شده در (۱) و فیلتر کالمن مقاوم که توسط ابوالحسنی و رحمانی در [۳۲] ارایه شده، فیلتر تشخیص عیب به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &\hat{x}_{k+1|k} = \left(\hat{A}_k - L_k C_k\right)\hat{x}_{k|k-1} + L_k y_k \\ &L_k = A_k F_k \left(C_k^T - S_k D_k^T\right) T_k \end{aligned} \qquad (۸)$$

که L_k بهره فیلتر می‌باشد و دیگر پارامترهای فیلتر به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} &\hat{A}_k \triangleq A_k - \eta_k A_k F_k \left(E_{c,k}^T - S_k E_{c,k}^T\right) E_{c,k} \\ &\qquad - \gamma_k A_k F_k J_{c,k}^T J_{c,k} \\ &S_k = \left(C_k^T T_k D_k + \eta_k E_{c,k}^T E_{c,k}\right) \\ &\qquad \times \left(V_k^{-1} + D_k^T T_k D_k + \eta_k E_{c,k}^T E_{d,k} + \gamma_k J_{d,k}^T J_{d,k}\right) \\ &T_k = \left(\mu^{-1} I - \eta_k^{-1} M_{2,k} M_{2,k}^T\right)^{-1} \\ &\eta_k \ge \mu \|M_{2,k} M_{2,k}^T\|, \gamma_k \ge \mu \|N_{2,k} N_{2,k}^T\| \end{aligned} \qquad (۹)$$

با توجه به معادله (۱) و فیلتر بالا، خطای تخمین به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_k = x_k - \hat{x}_{k|k-1} \qquad (۱۰)$$

F_k پارامتر مجهول در فیلتر (۸) است که برای محاسبه آن ابتدا سیستم افزونه زیر معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k+1} = &\left(\tilde{A}_k + \tilde{M}_k \Delta_k \tilde{E}_{a,k} + \tilde{N}_k \Delta_{a,k} \tilde{J}_{a,k}\right)\tilde{x}_k \\ &+ \left(\tilde{B}_k + \tilde{M}_k \Delta_k \tilde{E}_{b,k} + \tilde{N}_k \Delta_{b,k} \tilde{J}_{b,k}\right)\theta_k \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

که پارامترهای سیستم افزونه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} &\eta_k \ge \mu \|M_{2,k} M_{2,k}^T\|, \gamma_k \ge \mu \|N_{2,k} N_{2,k}^T\| \\ &\tilde{A}_k = \begin{bmatrix} A_k & 0 \\ A_k - \hat{A}_k & \hat{A}_k - L_k C_k \end{bmatrix}, \tilde{B}_k = \begin{bmatrix} B_k & 0 \\ B_k & -L_k D_k \end{bmatrix}, \\ &\tilde{M}_k = \begin{bmatrix} M_{1,k} \\ M_{1,k} \end{bmatrix}, \tilde{N}_k = \begin{bmatrix} N_{1,k} \\ N_{1,k} \end{bmatrix} \\ &\tilde{E}_{a,k} = \begin{bmatrix} E_{a,k} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{E}_{b,k} = \begin{bmatrix} E_{b,k} & 0 \end{bmatrix}, \\ &\tilde{J}_{a,k} = \begin{bmatrix} J_{a,k} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{J}_{b,k} = \begin{bmatrix} J_{b,k} & 0 \end{bmatrix} \\ &\theta_k = \begin{bmatrix} w_k \\ v_k \end{bmatrix}, \Theta = E\left\{\theta_k \theta_k^T\right\} = \begin{bmatrix} W_k & 0 \\ 0 & V_k \end{bmatrix}, \\ &\alpha_k \ge \|\tilde{E}_{a,k} \tilde{P}_k \tilde{E}_{a,k}^T\|, \beta_k \ge \|\tilde{E}_{b,k} \tilde{\Theta}_k \tilde{E}_{b,k}^T\|, \\ &\xi_k \ge \|\tilde{J}_{a,k} \tilde{P}_k \tilde{J}_{a,k}^T\|, \zeta_k \ge \|\tilde{J}_{b,k} \tilde{\Theta}_k \tilde{J}_{b,k}^T\|, \end{aligned} \qquad (۱۲)$$

پارامتر F_k از کمینه‌کردن کوواریانس سیستم افزونه بالا با حل مساله بهینه‌سازی زیر به دست می‌آید. جزییات بیشتر در [۳۲] ارایه شده‌است.

$$\begin{aligned} &\min_{F_k} trace\left\{\tilde{P}_{k+1}\right\} \\ &s.t. \\ &\begin{bmatrix} \tilde{P}_{k+1} - (\alpha_k + \beta_k)\tilde{M}_k \tilde{M}_k^T - (\xi_k + \zeta_k)\tilde{N}_k \tilde{N}_k^T & * & * \\ \hat{\tilde{P}}_k \tilde{A}_k^T & \hat{\tilde{P}}_k & * \\ \hat{\Theta}_k \tilde{B}_k^T & 0 & \hat{\Theta}_k \end{bmatrix} \\ &F_k > 0 \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

۳- ۱- ساخت دنباله مانده

با معرفی اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری‌شده و مقادیر خروجی

تخمین‌زده‌شده، دنباله مانده به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$z_k = y_k - \hat{y}_{k|k-1} = \begin{Bmatrix} z_{1,k} \\ z_{2,k} \\ \vdots \\ z_{m,k} \end{Bmatrix} \qquad y_k = \begin{Bmatrix} y_{1,k} \\ y_{2,k} \\ \vdots \\ y_{m,k} \end{Bmatrix} \tag{۱۴}$$

می‌دانیم دنباله مانده z_k دنباله‌ای با میانگین صفر است. برای محاسبه کوواریانس آن سیستم زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{z}_k = \begin{Bmatrix} y_k \\ z_k \end{Bmatrix} = \left(\tilde{C}_k + \tilde{M}_2\Delta_k\tilde{E}_{c,k} + \tilde{N}_2\Delta_{c,k}\tilde{J}_{c,k}\right)\tilde{x}_k + \left(\tilde{D}_k + \tilde{M}_2\Delta_k\tilde{E}_{d,k} + \tilde{N}_2\Delta_{d,k}\tilde{J}_{d,k}\right)\tilde{v}_k \tag{۱۵}$$

که:

$$\begin{aligned} &\tilde{C}_k = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \tilde{D}_k = \begin{bmatrix} D & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix} \\ &\tilde{M}_{2,k} = \begin{bmatrix} M_{2,k} \\ M_{2,k} \end{bmatrix}, \tilde{N}_{2,k} = \begin{bmatrix} N_{2,k} \\ N_{2,k} \end{bmatrix}, \tilde{V}_k = \begin{bmatrix} v_k \\ v_k \end{bmatrix}, \\ &\tilde{E}_{c,k} = \begin{bmatrix} E_{c,k} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{E}_{d,k} = \begin{bmatrix} E_{d,k} & 0 \end{bmatrix}, \\ &\tilde{J}_{c,k} = \begin{bmatrix} J_{c,k} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{J}_{d,k} = \begin{bmatrix} J_{d,k} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۱۶}$$

سپس کوواریانس $\tilde{z}_k$ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} P_{\tilde{z}_k} = E\Big\{ &\left(\tilde{C}_k + \tilde{M}_2\Delta_k\tilde{E}_{c,k} + \tilde{N}_2\Delta_{c,k}\tilde{J}_{c,k}\right) \\ &\tilde{P}_k\left(\tilde{C}_k + \tilde{M}_2\Delta_k\tilde{E}_{c,k} + \tilde{N}_2\Delta_{c,k}\tilde{J}_{c,k}\right)^T \\ &\left(\tilde{D}_k + \tilde{M}_{2,k}\Delta_k\tilde{E}_{d,k} + \tilde{N}_{2,k}\Delta_{d,k}\tilde{J}_{d,k}\right) \\ &\tilde{V}_k\left(\tilde{D}_k + \tilde{M}_2\Delta_k\tilde{E}_{d,k} + \tilde{N}_2\Delta_{d,k}\tilde{J}_{d,k}\right)^T \Big\} \end{aligned} \tag{۱۷}$$

به دلیل وجود نامعینی در سیستم، محاسبه دقیق کواریانس از رابطه بالا ممکن نیست. به همین دلیل از لم زیر برای به‌دست‌آوردن حد بالای کوواریانس استفاده می‌کنیم.

لم ۱ [۳۳]: ماتریس‌های E, M, A و ماتریس مثبت معین X با ابعاد مناسب را در نظر بگیرید. اگر $\|\Delta\| \le 1$ باشد آنگاه:

$$\left(A + M\Delta E\right)X\left(A + M\Delta E\right)^T \le A\hat{X}A^T + \alpha MM^T \tag{۱۸}$$

که:

$$\hat{X} = XE^T\left(\alpha I - EXE^T\right)^{-1}EX, \quad \alpha \ge \left\|EXE^T\right\| \tag{۱۹}$$

۳- ۲- تشخیص‌گر عیب

با توجه به لم ۱ و محاسبات ساده، حد بالای کوواریانس به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{\tilde{z}_k} \le &\tilde{C}_k\hat{\tilde{P}}_{\tilde{z}_k}\tilde{C}_k^T + \tilde{D}_k\tilde{V}_k\tilde{D}_k^T \\ &+\left(\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}\right)\tilde{M}_{2,k}\tilde{M}_{2,k}^T \\ &-\left(\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}\right)\tilde{N}_{2,k}\tilde{N}_{2,k}^T \end{aligned} \tag{۲۰}$$

که:

$$\begin{aligned} &\alpha_{2,k} \ge \left\|\tilde{E}_{c,k}\tilde{P}_{\tilde{z}_k}\tilde{E}_{c,k}^T\right\|, \beta_{2,k} \ge \left\|\tilde{E}_{d,k}\tilde{V}_k\tilde{E}_{d,k}^T\right\|, \\ &\xi_{2,k} \ge \left\|\tilde{J}_{c,k}\tilde{P}_{\tilde{z}_k}\tilde{J}_{c,k}^T\right\|, \zeta_{2,k} \ge \left\|\tilde{J}_{d,k}\tilde{\Theta}_k\tilde{J}_{d,k}^T\right\|, \\ &\hat{\tilde{P}}_{\tilde{z}_k} = \left(\tilde{P}_{\tilde{z}_k}^{-1} - \alpha_{2,k}^{-1}\tilde{E}_{c,k}^T\tilde{E}_{c,k}\right)^{-1}, \\ &\hat{\Theta} = \left(\tilde{V}_k^{-1} - \beta_{2,k}^{-1}\tilde{E}_{d,k}^T\tilde{E}_{d,k}\right) \end{aligned} \tag{۲۱}$$

مقادیر روی قطر اصلی $\tilde{P}_{\tilde{z}_k}$ که مرتبط با مانده‌های سیستم هستند، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود که $P_{2m,\tilde{z}_k} \ldots P_{m+1,\tilde{z}_k}$ حد بالای کوواریانس خطای متناسب با حالت‌های سیستم است. هر یک از این مقادیر را می‌توان برای تشخیص عیب در سیستم معرفی کرد، بدین‌صورت که مقادیر کوواریانس خطای مرتبط با هر حالت نباید از حد بالای خود بیشتر شود.

$$\begin{Bmatrix} P_{m+1,\tilde{z}_k} \\ P_{m+2,\tilde{z}_k} \\ \vdots \\ P_{2m,\tilde{z}_k} \end{Bmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{C}_{m+1}\tilde{P}_{\tilde{z}_k}\tilde{C}^T_{m+1} + \tilde{D}_{m+1}\tilde{V}_k\tilde{D}^T_{m+1} + \left(\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}\right) \tilde{M}_{2,m+1}\tilde{M}^T_{2,m+1} + \left(\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}\right)\tilde{N}_{2,m+1}\tilde{N}^T_{2,m+1} \\ \tilde{C}_{m+2}\tilde{P}_{\tilde{z}_k}\tilde{C}^T_{m+2} + \tilde{D}_{m+2}\tilde{V}_k\tilde{D}^T_{m+2} + \left(\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}\right) \tilde{M}_{2,m+2}\tilde{M}^T_{2,m+2} + \left(\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}\right)\tilde{N}_{2,m+2}\tilde{N}^T_{2,m+2} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{2m}\tilde{P}_{\tilde{z}_k}\tilde{C}^T_{2m} + \tilde{D}_{2m}\tilde{V}_k\tilde{D}^T_{2m} + \left(\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}\right) \tilde{M}_{2,2m}\tilde{M}^T_{2,2m} + \left(\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}\right)\tilde{N}_{2,2m}\tilde{N}^T_{2,2m} \end{array} \right\} \quad (۲۲)$$

که $\tilde{N}_{m+1}, \tilde{M}_{m+1}, \tilde{D}_{m+1}, \tilde{C}_{m+1}$ سطر $m+1$ام از ماتریس‌های $\tilde{N}, \tilde{M}, \tilde{D}, \tilde{C}$ را نشان می‌دهند. حال می‌توانیم شرط کوواریانس بالا را برای تشخیص عیب در سیستم اعمال کنیم. بدین صورت که حد بالای کوواریانس مانده با توجه به رابطه (۲۲) به دست می‌آید. حال می‌توانیم کوواریانس عیب را در هر لحظه با حد بالای بدست‌آمده از رابطه (۲۲) مقایسه کنیم و در صورتی که هر یک از مقادیر کوواریانس مانده‌ها از آستانه‌ی متغیر خود بیشتر شود، درآن صورت عیب در سیستم رخ داده است و در غیر این صورت عیبی در سیستم نداریم. در بخش بعدی به ارایه روشی جدید برای حل مساله جداسازی عیب برای سیستم (۱) می‌پردازیم.

۳- ۳- جداساز عیب

برای جداسازی عیب ابتدا به بررسی عیب در بردار مانده می‌پردازیم.

$$z_k = C_k\left(e_k\right) + \left(D_k + \delta D_k\right)v_k \quad (۲۳)$$

درصورتی‌که عیب در لحظه k در سیستم رخ دهد، بردار خطا در لحظه $k+1$ از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= \left(A_k + \delta A_k\right)x_k - \left(\hat{A}_k - L_kC_k\right)\hat{x}_{k|k-1} \\ &\quad + B_kw_k - L_k\left(C_kx_k + \left(D_k + \delta D_k\right)v_k\right) + Ff_k \end{aligned} \quad (۲۴)$$

ازآنجایی‌که:

$$A_k + \delta A_k \cong \hat{A}_k \quad (۲۵)$$

بردار خطا در لحظه $k+1$ تا $k+n$ به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} & e_{k+1} = \left(\hat{A}_k - L_kC_k\right)e_k + B_kw_k - L_k\left(D_k + \delta D_k\right)v_k + Ff_k \\ & e_{k+2} = \left(\hat{A}_{k+1} - L_{k+1}C_{k+1}\right)e_{k+1} + B_{k+1}w_{k+1} \\ & \quad - L_{k+1}\left(D_{k+1} + \delta D_{k+1}\right)v_{k+1} + Ff_{k+1} \\ & \vdots \\ & e_{k+n} = \left(\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)e_{k+n-1} \\ & + B_{k+n-1}w_{k+n-1} - L_{k+n-1}\left(D_{k+n-1} + \delta D_{k+n-1}\right)v_{k+n-1} \\ & + Ff_{k+n-1} \end{aligned} \quad (۲۶)$$

با توجه به بردار خطا در لحظه $k+1$ تا $k+n$ بردار مانده در لحظه $k+1$ تا $k+n$ را به‌صورت زیر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & z_{k+1} = C_{k+1}e_{k+1} + \left(D_k + \delta D_k\right)v_{k+1} \\ & z_{k+1} = C_{k+1}\left(\left(\hat{A}_k - L_kC_k\right)e_k + B_kw_k - L_k\left(D_k + \delta D_k\right)v_k + Ff_k\right) + \\ & \quad \left(D_{k+1} + \delta D_{k+1}\right)v_{k+1} \\ & z_{k+2} = C_{k+2}\left(\left(\hat{A}_{k+1} - L_{k+1}C_{k+1}\right)e_{k+1} + B_{k+1}w_{k+1}\right) \\ & \quad + C_{k+2}\left(-L_{k+1}\left(D_{k+1} + \delta D_{k+1}\right)v_{k+1} + Ff_{k+1}\right) \\ & \quad \left(D_{k+2} + \delta D_{k+2}\right)v_{k+2} \\ & z_{k+n} = C_{k+n}\left(\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)e_{k+n-1} \\ & + \left(D_{k+n} + \delta D_{k+n}\right)v_{k+n} \\ & + C_{k+n}\left(B_{k+n-1}w_{k+n-1} - L_{k+n-1}\left(D_{k+n-1} + \delta D_{k+n-1}\right)v_{k+n-1} + Ff_{k+n-1}\right) \end{aligned} \quad (۲۷)$$

با توجه به روابط (۲۷) برای جداسازی عیب در لحظه $k+n$ لازم است اثر عیب موجود در e_{k+n-1} حذف شود. در این راستا رابطه $\left(\hat{A}_{k+n-1}-L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)e_{k+n-1}$ با توجه به رابطه (۲۶) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned}&\left(\hat{A}_{k+n-1}-L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)e_{k+n-1}=\\&\left(\hat{A}_{k+n-1}-L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)\left(Q_1+Q_2+Q_3+Q_4\right)\end{aligned} \qquad (۲۸)$$

که:

$$\begin{aligned}Q_1&=\left(\hat{A}_{k+n-2}-L_{k+n-2}C_{k+n-2}\right)e_{k+n-2}\\Q_2&=\left(B^n_{k+n-2}w_{k+n-2}\right)\\Q_3&=\left(L_{k+n-2}\left(D_{k+n-2}+\delta D_{k+n-2}\right)v_{k+n-2}\right)\\Q_4&=Ff_{k+n-1}\end{aligned}$$

حال در صورت اعمال شروط زیر در حل مساله بهینه‌سازی محدب (۱۳) می‌توان عیب عملگری رخ‌داده در سیستم را با استفاده از روابطی که در ادامه شرح داده می‌شود از بردار مانده‌ها جداسازی کرد.

اگر:

$$\begin{aligned}&\left(\hat{A}_{k+n-1}-L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)B^n_{k+n-2}=0\\&\left(\hat{A}_{k+n-1}-L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)F=0\end{aligned} \qquad (۲۹)$$

آن‌گاه:

$$\begin{aligned}\varphi_k&=\left(B_{k+n-1}w_{k+n-1}-L_{k+n-1}\left(D_{k+n-1}+\delta D_{k+n-1}\right)v_{k+n-1}\right)\\n_k&=\left(\hat{A}_{k+n-1}-L_{k+n-1}C_{k+n-1}\right)e_{k+n-1}\\z_{k+n}&=C_{k+n}\varphi_k+n_k+\left(D_{k+n}+\delta D_{k+n}\right)v_{k+n}+C_{k+n}Ff_{k+n-1}\end{aligned} \qquad (۳۰)$$

که در آن φ_k, n_k ماهیت نویزی دارند. همان‌طور که در این رابطه مشهود است، مانده ایجادشده تابعی از عیب و نویز است. حال اگر شروط به‌دست‌آمده برای جداسازی عیب را در روش تشخیص خود اعمال کنیم، جداسازی و تشخیص عیب می‌تواند به‌صورت زیر محاسبه شود.

$$\begin{aligned}r_k&=\left(C_{k+n}F\right)^{-1}z_{k+n}\\r_k&=\left(C_{k+n}F\right)^{-1}C_{k+n}Ff_{k+n-1}+\\&\quad\left(C_{k+n}F\right)^{-1}C_{k+n}\varphi_k+\left(C_{k+n}F\right)^{-1}n_k+\\&\quad\left(C_{k+n}F\right)^{-1}\left(D_{k+n}+\delta D_{k+n}\right)v_k\\r_k&=f_{k+n-1}+\left(C_{k+n}F\right)^{-1}C_{k+n}\varphi_k+\\&\quad\left(C_{k+n}F\right)^{-1}n_k+\left(C_{k+n}F\right)^{-1}\left(D_{k+n}+\delta D_{k+n}\right)v_k\\r_k&=f_{k+n-1}+\tilde{n}_k\end{aligned} \qquad (۳۱)$$

با اعمال شروط روابط (۲۹) در روابط مانده‌های سیستم (۲۷) مانده سیستم در لحظه $k+n$ در روابط (۳۰) مجددا بازنویسی می‌شود که در رابطه (۳۰) مانده تابعی از عیب و نویز است. برای جداسازی عیب همانطور که در رابطه (۳۱) مشهود است تنها کافی است $\left(C_{k+n}F\right)^{-1}$ در بردار مانده ضرب شود که بردار جداسازی عیب، r_k به صورت عیب و یک پارامتر نویز می‌شود.

در ادامه با توجه به روش‌های موجود برای تشخیص عیب، در جدول ۱ ویژگی‌ها، مزایا و معایب روش پیشنهادی و دیگر روش‌ها بررسی می‌شود.

۴- شبیه‌سازی

مثال ۱: سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$x_{k+1}=(A_k+\delta A_k)x_k+(B^n_k+\delta B^u_k)w_k+Ff_k$$

$$y_{k+1}=C_kx_k+\left(D_k+\delta D_k\right)v_k$$

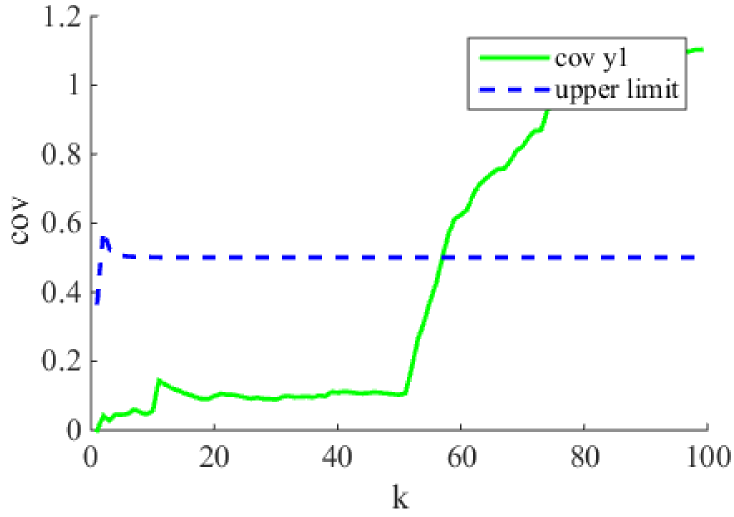
که مقادیر نامی سیستم و پارامترهای ساختاری نامعینی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_k=\begin{bmatrix}0.2&1&0\\0&0.5&1\\0&0&0.3\end{bmatrix},B^n_k=\begin{bmatrix}0.5\\0.3\\0.5\end{bmatrix},$$

$$C_k=I,D_k=\begin{bmatrix}0.5&0&0\\0&0&0.3\\0&0.2&0\end{bmatrix},F\begin{bmatrix}1&0\\0&1\\0&0\end{bmatrix}$$

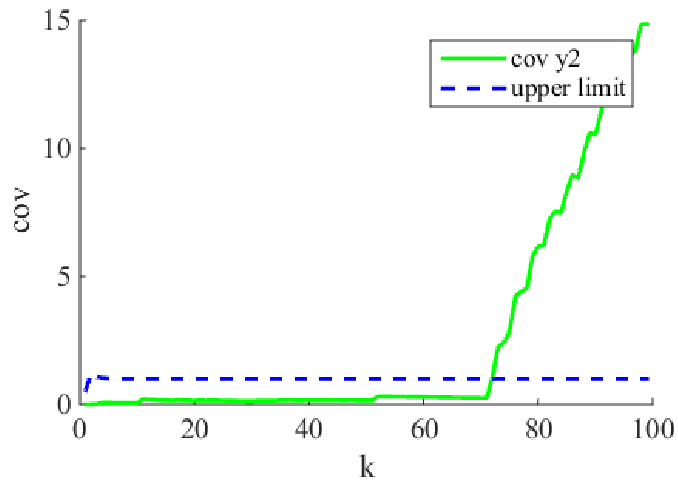
$$M_1=N_1=\begin{bmatrix}0.5\\1\\0.5\end{bmatrix},M_2=N_2=\begin{bmatrix}0.05\\0.05\\0.05\end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}&E_a=J_a=\begin{bmatrix}0&0.1&0.1\end{bmatrix},E_b=0.5,J_b=1,\\&E_d=J_d=\begin{bmatrix}0.01&0&0\end{bmatrix}\end{aligned}$$



شکل ۱. کواریانس y1 مربوط به تشخیص‌گر عیب ۱ و حد بالای آن

Fig. 1. Covariance of y1 associated to the fault detector 1 and its upper bound



شکل ۲. کواریانس y2 مربوط به تشخیص‌گر عیب ۲ و حد بالای آن

Fig. 2. Covariance of y2 associated to the fault detector 1 and its upper bound

برای بررسی صحت و کارایی فیلتر تشخیص و جداسازی عیب طراحی‌شده، با توجه به ماتریس F، دو عیب یکی به‌صورت پله با دامنه ۲ و دیگری $\sin(0.1k)$ با دامنه ۱۰ در k برابر ۵۰ و ۷۰ به ترتیب اعمال می‌کنیم و کوواریانس نویز فرایند و حسگر را برابر ۰/۱ در نظر می‌گیریم. در این روش به ازای هر خروجی سیستم یک تشخیص‌گر عیب طراحی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱ مشهود است، تشخیص‌گر اول عیب در خروجی اول سیستم را تشخیص می‌دهد و شکل ۲ عیب در خروجی دوم سیستم را مشخص می‌کند. از آنجایی‌که حالت سوم وابسته به حالت ۱ و ۲ نیست، رخداد عیبی را نشان نمی‌دهد. می‌دانیم که رخداد عیب در هر عملگر سیستم به منزله معیوب‌شدن کل سیستم است. به همین علت پس از آن که هر یک از تشخیص‌دهنده‌ها عیب را تشخیص داد، باید اقدام لازم برای برطرف‌کردن آن عیب انجام شود. در صورت وابستگی حالات سیستم به یکدیگر با رخداد

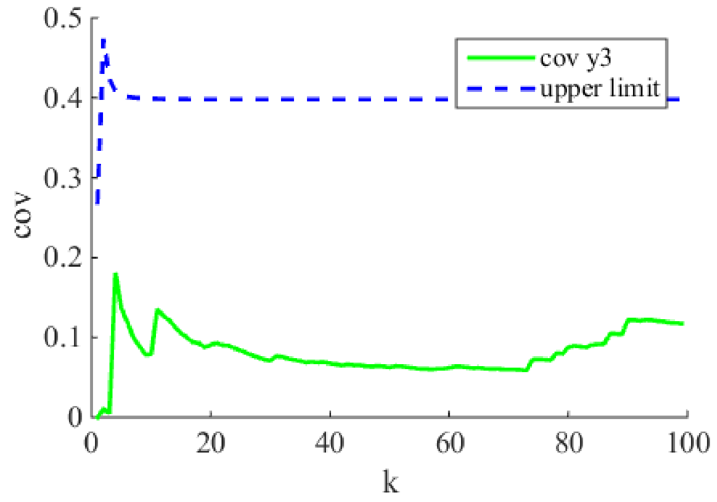
جدول ۱. بررسی روش‌های تخمین و تشخیص عیب

Table 1. Review of methods for fault estimation and diagnosis

روش‌های تخمین و تشخیص	مزایا	ویژگی‌ها	معایب
روش پیشنهادی	تشخیص دقیق و عملکرد مناسب در حضور نامعینی	استفاده از مدل فضای حالت	نیاز به مدل ریاضی، فرض نویز گوسی و مقدار اولیه
روش‌های مبتنی بر کالمن فیلتر	نتایج دقیق	استفاده از مدل فضای حالت	نیاز به مدل ریاضی دقیق، فرض نویز گوسی و مقدار اولیه، عدم تشخیص مناسب در صورت نامعینی
روش‌های مبتنی بر مشاهده‌گر	نتایج دقیق	استفاده از مدل فضای حالت	نیاز به مدل ریاضی دقیق، فرض مقدار اولیه و عدم تشخیص مناسب در صورت نامعینی
روش‌های مبتنی بر هوش مصنوعی	مناسب برای مدل کردن عیب‌های پیچیده	استفاده از داده‌های گذشته	نیاز به مقدار زیاد داده
روش‌های مبتنی بر پردازش سیگنال	تشخیص به موقع با پردازش سیگنال معیوب	استفاده از آنالیزهای حوزه زمان و فرکانس	نیاز به داده کافی از عیب که معمولا در دسترس نیست
روش‌های فازی	استفاده از قوانین فازی و بالا بردن دقت تشخیص	استفاده از قوانین اگر - آنگاه	نیاز به دانش خبره[1]
روش‌های مبتنی بر احتمال	زمان تشخیص به موقع با توجه به نظریه‌های احتمال	استفاده از داده‌های گذشته	نیاز به داده کافی از عیب که معمولا در دسترس نیست

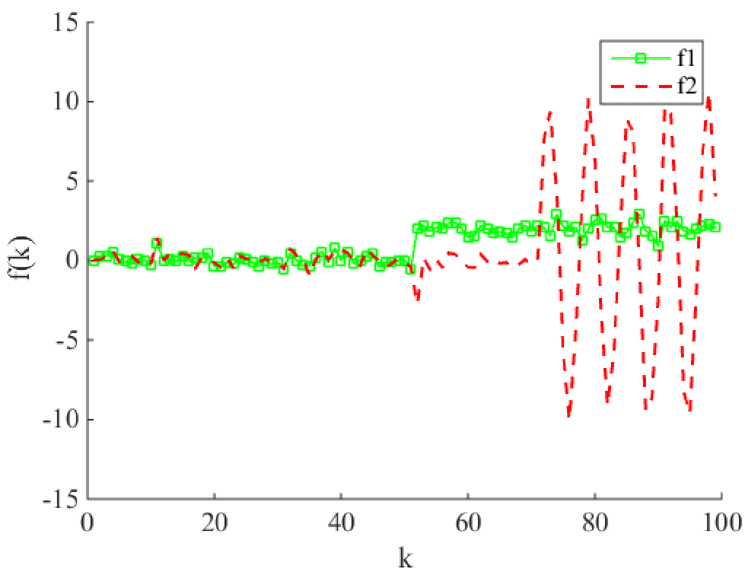
یک عیب در سیستم ممکن است چند تشخیص‌گر عیب آن را تشخیص دهند. شکل ۴ عملکرد فیلتر تشخیص و جداسازی عیب را نمایش می‌دهد که توانسته است به درستی زمان عیب پله رخداده در k برابر ۵۰ و عیب $\sin(0.1k)$ رخداده در k برابر ۷۰ سیستم را تشخیص و جداسازی کند.

مثال ۲: در این مثال قصد داریم کارایی و عملکرد روش پیشنهادی تشخیص و جداسازی عیب در این مقاله را با روش معرفی‌شده در [۲۲] در حضور نامعینی در پارامترهای سیستم مقایسه کنیم. بدین‌جهت هر دو فیلتر را به سیستم با ماتریس‌های نامی زیر اعمال می‌کنیم.



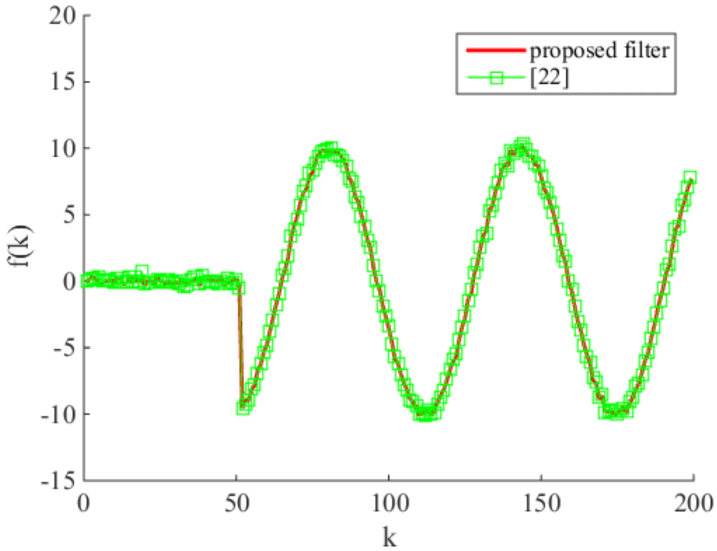
شکل ۳. کواریانس y3 مربوط به تشخیص‌گر عیب ۳ و حد بالای آن

Fig. 3. Covariance of y3 associated to the fault detector 1 and its upper bound



شکل ۴. جداساز عیب

Fig. 4. Fault isolator



شکل ۵. جداساز عیب

Fig. 5. Fault isolator

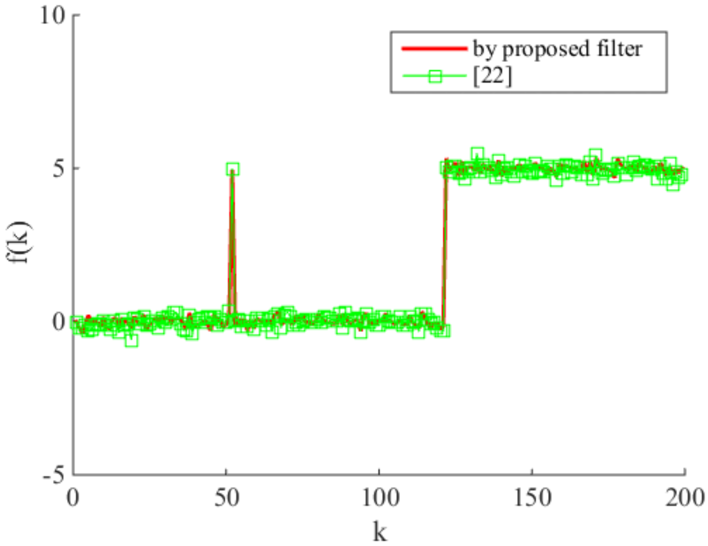
$$A_k=\begin{bmatrix}0.2&1&0&0.2\\0&0.5&1&0.4\\0&0&0.8&1\\0&0&0&0.3\end{bmatrix},B_k^n=\begin{bmatrix}0.94\\0\\0.3\\0.2\end{bmatrix},$$

$$C_k=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},D_k=\begin{bmatrix}0.5&0&0\\0&0&0.3\\0&0.2&0\end{bmatrix},$$

$$F=\begin{bmatrix}-1&1\\1&0\\0&-1\\1&1\end{bmatrix},M_1=N_1=\begin{bmatrix}0.5\\0\\0.4\\0.5\end{bmatrix},M_2=N_2=\begin{bmatrix}0.5\\0\\0\end{bmatrix}$$

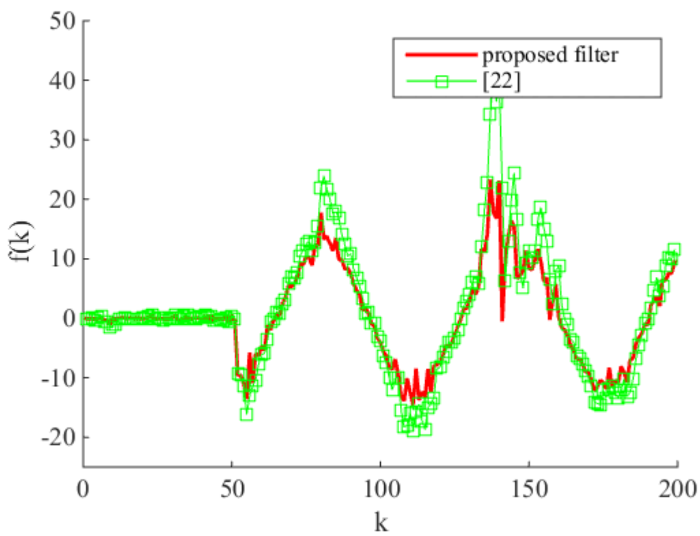
$$E_a=J_a=[0\quad 0\quad 0.01\quad 0.4],$$
$$E_b=0.5,J_b=1,E_d=J_d=[0\quad 0\quad 1]$$

با توجه به ماتریس F دو عیب به صورت $\sin(0.1k)$ با دامنه ۱۰ و پله با دامنه ۵ در k برابر ۵۰ و ۱۲۰ به ترتیب اعمال می‌کنیم و کوواریانس نویز فرایند و حسگر را به ترتیب برابر ۰/۲ و ۰/۱ در نظر می‌گیریم. در حالت اول بدون درنظرگرفتن نامعینی هر دو فیلتر را شبیه‌سازی می‌کنیم. با توجه به شکل ۵ و شکل ۶ مشهود است که هر دو فیلتر در صورت عدم نامعینی در سیستم به خوبی توانایی تشخیص و جداسازی عیب را دارا می‌باشند. همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌کنیم جداساز دوم عیب سینوسی رخداده در k برابر ۵۰ را در همان لحظه تشخیص می‌دهد اما فیلتر به گونه‌ای طراحی شده‌است که هر جداساز، عیب مربوط به خود را شناسایی و جداسازی کند. از این‌رو جداساز دوم که در شکل ۶ مشاهده می‌شود اثر عیب سینوسی تشخیص‌داده‌شده در شکل ۵ را حذف می‌کند و عیب پله رخداده در k برابر ۱۲۰ را به خوبی تشخیص و جداسازی می‌کند. در حالت دوم نامعینی را به سیستم اضافه می‌کنیم و مجددا عملکرد هر دو فیلتر را در تشخیص و جداسازی عیب با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۷ و شکل ۸ مشخص است، روش پیشنهادی در این مقاله عملکرد بهتری در تشخیص و جداسازی عیب دارد و روش ارایه‌شده در [۲۲] عملکرد صحیح خود را در حضور نامعینی از دست می‌دهد. بدین صورت که در حضور نامعینی همانطور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود در مقایسه با روش پیشنهادی، جداساز ارایه‌شده در [۲۲] نتوانسته اثر عیب اول (سینوسی) را حذف کند و به همین علت نتوانسته عیب پله رخداده در ۱۲۰ را جداسازی کند.



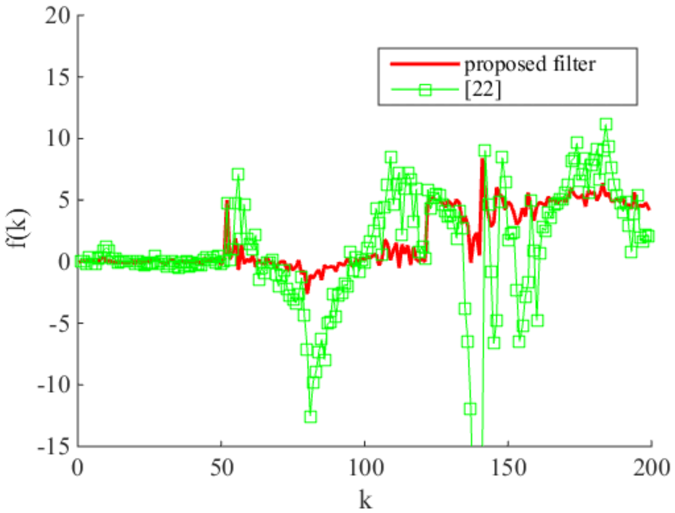
شکل ۶. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارایه‌شده و فیلتر [۲۲] در جداسازی عیب پله در صورت عدم وجود نامعینی در سیستم

Fig. 6. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [22] in step fault isolation in the absence of uncertainty in the system



شکل ۷. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارایه‌شده و فیلتر [۲۲] در جداسازی عیب سینوسی در حضور نامعینی در سیستم

Fig. 7. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [22] in sinusoidal fault isolation with uncertainty in the system



شکل ۸. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارایه‌شده و فیلتر [۲۲] در جداسازی عیب پله در حضور نامعینی در سیستم

Fig. 8. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [22] in step fault isolation with uncertainty in the system

مثال ۳: در این مثال کارایی و عملکرد روش پیشنهادی تشخیص و جداسازی عیب در این مقاله را با روش معرفی‌شده در [۲۸] در حضور نامعینی در پارامترهای سیستم را مقایسه می‌کنیم. بدین‌جهت هر دو فیلتر به سیستم با ماتریس‌های نامی زیر اعمال می‌شود [۳۴].

$$A_k=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -0.18624 & 0.001815\end{bmatrix}, B_k^n=\begin{bmatrix}0\\ 0.1162\end{bmatrix},$$
$$C_k=\begin{bmatrix}-0.018624 & 0.188432\end{bmatrix}, D_k=I,$$
$$F=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}, M_1=N_1=\begin{bmatrix}0.5\\0.05\end{bmatrix}, M_2=N_2=\begin{bmatrix}0.5\end{bmatrix}$$
$$E_a=J_a=\begin{bmatrix}0.1 & 0.4\end{bmatrix}, E_b=0.05, J_b=1, E_d=J_d=\begin{bmatrix}0.1\end{bmatrix}$$

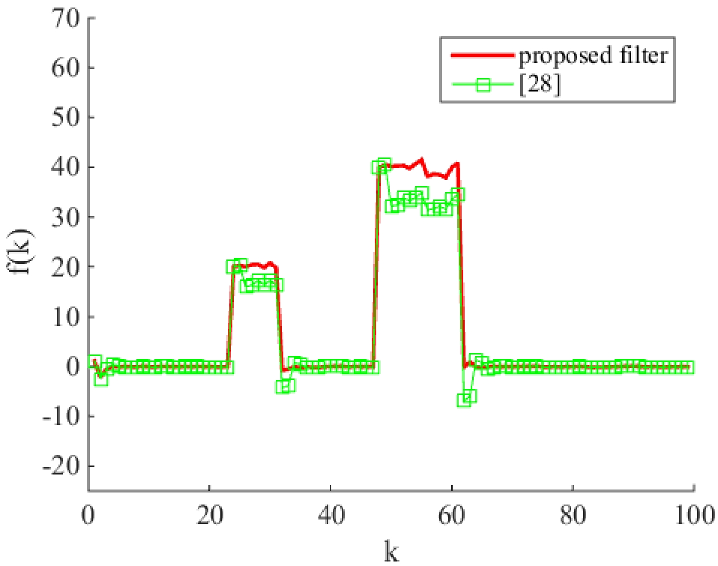
عیب به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$f_k=\begin{cases}20 & 20<k<30\\ 40 & 45<k<60\\ 0 & else\end{cases}$$

برای شبیه‌سازی کوواریانس نویز فرایند و حسگر را به ترتیب برابر ۱/ ۰ و ۰۱/ ۰ در نظر گرفته می‌شود. همانطور که شکل ۹ نشان می‌دهد روش ارائه‌شده در این مقاله با دقت بهتر عیب رخداده درسیستم را شناسایی و جداسازی می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از فیلتر کالمن مقاوم و بررسی خطاها و مانده‌های سیستم شروطی به دست آمد و با اعمال این شرط‌ها در حل مسأله بهینه‌سازی محدب مربوط به آن، روش مقاوم جدیدی برای تشخیص و جداسازی عیب در سیستم‌های گسسته متغیر با زمان دارای نامعینی تصادفی و کردان‌دار ارائه شد. برای تشخیص عیب نیز کوواریانس مانده مورد بررسی قرار گرفت و با به‌دست‌آوردن حد بالای کوواریانس مانده که متغیر بازمان می‌باشد و با مقایسه این آستانه متغیر با زمان و کوواریانس مانده‌ها در هر لحظه روش جدیدی برای تشخیص عیب در این سیستم‌ها معرفی شد. سپس با اعمال شروط به‌دست‌آمده از بررسی مانده‌ها و برخی ساده‌سازی‌ها، روش مقاوم جدیدی برای جداسازی عیب ارائه شد. در انتها نتایج شبیه‌سازی برای سه مثال ارائه شد. در مثال اول کارایی روش تشخیص و جداسازی عیب مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که روش ارائه‌شده توانایی تشخیص و جداسازی چند عیب در سیستم را دارد. در مثال‌های دوم وسوم نشان داده شد که این فیلتر نسبت به فیلترهای مشابه کارایی و عملکرد بهتری برای تشخیص و جداسازی عیب در سیستم‌ها در حضور نامعینی دارد.



شکل ۹. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارایه‌شده و فیلتر [۲۸] در جداسازی عیب

Fig. 9. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [28] in fault isolation

٦- فهرست علائم

علائم انگلیسی

$\mathbb{R}^n$	فضای اقلیدسی n بعدی
$X>0$	ماتریس معین مثبت
$X\geq 0$	ماتریس نیمه معین مثبت
$E\{x\}$	امید ریاضی متغییر X
$\|x\|_Q$	نرم وزن‌دار x با وزن Q

علائم یونانی

μ	ضریب لاگرانژ
γ	حد بالای دامنه تغییرات نامعینی نرم محدود مربوط به پارامترهای خروجی سیستم
η	حد بالای دامنه تغییرات نامعینی تصادفی مربوط به پارامترهای خروجی سیستم
ζ	حد بالای دامنه تغییرات نامعینی تصادفی متناسب با کواریانس نویز
ξ	حد بالای دامنه تغییرات نامعینی تصادفی متناسب با کواریانس خطا

زیرنویس

k	زمان

بالانویس

T	ترانهاده ماتریس
-1	معکوس ماتریس

منابع

[1] M. shahab, M. Moavenian, Fault diagnosis based on model and dynamic behavior of vehicle suspension system, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 52(1) (2020) 27-42. (in persian)

[2] M. Kordestani, M. Saif, M.E. Orchard, R. Razavi-Far, K. Khorasani, Failure prognosis and applications—A survey of recent literature, to appear, IEEE transactions on reliability, (2019).

[3] H.H. Alhelou, Fault detection and isolation in power systems using unknown input observer, in: Advanced condition monitoring and fault diagnosis of electric machines, IGI global, 2019, pp. 38-58.

[4] B. Zhang, H. Du, J. Lam, N. Zhang, W. Li, A novel observer design for simultaneous estimation of vehicle steering angle and sideslip angle, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 63(7) (2016) 4357-4366.

[5] M.S. Phatak, N. Viswanadham, Actuator fault detection and isolation in linear systems, (1988).

[6] J. CHEN, H. ZHANG, Robust detection of faulty

actuators via unknown input observers, International Journal of Systems Science, 22(10) (1991) 1829-1839.

[7] K. Watanabe, D. Himmelblau, Instrument fault detection in systems with uncertainties, International Journal of Systems Science, 13(2) (1982) 137-158.

[8] Y. Wan, E. Harinath, R.D. Braatz, Probabilistic robust parity relation for fault detection using polynomial chaos, IFAC-PapersOnLine, 50(1) (2017) 1019-1024.

[9] Y. Wu, Y. Li, M. Li, Z. Wang, D. Wang, Fault Diagnosis of Linear Discrete Time-Varying System with Multiplicative Noise Based on Parity Space Method, in: 2018 IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), IEEE, 2018, pp. 957-962.

[10] J. Gertler, D. Singer, A New Structural Framework for Parity Equation-based Failure Detection, Automatica, 26(2) (1990) 381-388.

[11] M. Zhou, M. Rodrigues, Y. Shen, D. Theilliol, H/_ H∞ fault detection observer design for a polytopic LPV system using the relative degree, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 28(1) (2018) 83-95.

[12] Y. Li, H.R. Karimi, Q. Zhang, D. Zhao, Y. Li, Fault detection for linear discrete time-varying systems subject to random sensor delay: A Riccati equation approach, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 65(5) (2017) 1707-1716.

[13] Y. Li, H.R. Karimi, C.K. Ahn, Y. Xu, D. Zhao, Optimal residual generation for fault detection in linear discrete time-varying systems with uncertain observations, Journal of the Franklin Institute, 355(7) (2018) 3330-3353.

[14] J. Chen, J.R. Patton, Standard H∞ filtering formulation of robust fault detection, IFAC Proceedings Volumes, 33(11) (2000) 261-266.

[15] T. Li, L. Wu, X. Wei, Robust fault detection filter design for uncertain LTI systems based on new bounded real lemma, International Journal of Control, Automation and Systems, 7(4) (2009) 644-650.

[16] J. Liu, J.L. Wang, G.-H. Yang, An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection, Automatica, 41(11) (2005) 1995-2004.

[17] X. Wei, M. Verhaegen, Robust fault detection observer for LTI systems with additive uncertainties, IFAC Proceedings Volumes, 42(8) (2009) 756-761.

[18] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin, S.N. Kavuri, A review of process fault detection and diagnosis: Part I: Quantitative model-based methods, Computers & chemical engineering, 27(3) (2003) 293-311.

[19] R. Isermann, Process fault detection based on modeling and estimation methods—A survey, automatica, 20(4) (1984) 387-404.

[20] I. Hwang, S. Kim, Y. Kim, C.E. Seah, A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods, IEEE transactions on control systems technology, 18(3) (2009) 636-653.

[21] R.K. Mehra, J. Peschon, An innovations approach to fault detection and diagnosis in dynamic systems, Automatica, 7(5) (1971) 637-640.

[22] J.-Y. Keller, Fault isolation filter design for linear stochastic systems, Automatica, 35(10) (1999) 1701-1706.

[23] B. Friedland, Treatment of bias in recursive filtering, IEEE Transactions on Automatic Control, 14(4) (1969) 359-367.

[24] A. Alouani, P. Xia, T. Rice, W. Blair, On the optimality of two-stage state estimation in the presence of random bias, IEEE Transactions on Automatic Control, 38(8) (1993) 1279-1283.

[25] J.-Y. Keller, M. Darouach, Optimal two-stage Kalman filter in the presence of random bias, Automatica, 33(9) (1997) 1745-1748.

[26] C.-S. Hsieh, F-.C. Chen, Optimal solution of the two-stage Kalman estimator, IEEE Transactions on automatic control, 44(1) (1999) 194-199.

[27] C.-S. Hsieh, Robust two-stage Kalman filters for systems with unknown inputs, IEEE Transactions on Automatic Control, 45(12) (2000) 2374-2378.

[28] A. Qiu, S. Shen, J. Zhang, Optimal intermittent fault diagnosis for discrete-time systems, in: 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2016, pp. 6814-6819.

[29] M.A. Moradi, H. Bolandi, M. Abedi, Federated Extended Kalman Filter for Sensor Fault Detection and Isolation, Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers, 13(4) (2017) 71-79. (in persian)

[30] F. Bagheri, H. Khaloozaded, K. Abbaszadeh, Stator fault detection in induction machines by parameter estimation, using adaptive kalman filter, in: 2007 Mediterranean Conference on Control & Automation, IEEE, 2007, pp. 1-6.

[31] Z. Hashemi, A. Rahideh, Rotor Electrical Fault Detection of Wind Turbine Induction Generators Using an Unscented Kalman Filter, Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering, (2019) 1-10.

[32] M. Abolhasani, M. Rahmani, Robust Kalman filtering for discrete-time time-varying systems with stochastic and norm-bounded uncertainties, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 140(3) (2018).

[33] L. Xie, Y.C. Soh, C.E. De Souza, Robust Kalman filtering for uncertain discrete-time systems, IEEE Transactions on automatic control, 39(6) (1994) 1310-1314.

[34] J. Zarei, M. Tabatabaei, R. Razavi-Far ,M. Saif, Fractional order unknown input filter design for fault detection of discrete linear systems, in: IECON 2017-43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IEEE, 2017, pp. 4333-4338.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Barati, M. Rahmani, Fault detection and isolation based on robust Kalman filter for discrete-time systems with stochastic and norm-bounded uncertainties, Amirkabir J. Mech Eng., 53(Special Issue 6)(2021) 3825-3840.

DOI: 10.22060/mej.2021.18775.6887