



تشخیص و جداسازی عیب مبتنی بر فیلتر کالمن مقاوم در سیستم‌های زمان گسسته با نامعینی تصادفی و کران دار

امیرحسین براتی، مهدی رحمانی*

گروه مهندسی برق-کنترل، دانشگاه بین المللی امام خمینی، قزوین، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۰۵
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۸
پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۰۳
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۱/۱۶

کلمات کلیدی:

تشخیص عیب
جداسازی عیب
فیلتر کالمن مقاوم
سیستم زمان-گسسته
نامعینی

خلاصه: این مقاله به مسأله تشخیص و جداسازی عیب در سیستم‌های گسسته متغیر با زمان، با داشتن نامعینی تصادفی، کران دار و وجود نویز در سیستم و حس گر می‌پردازد. عیوب می‌تواند به‌طور همزمان یا به‌طور متوالی رخ دهند، از این رو فیلتر طراحی شده توانایی تشخیص و جداسازی این عیوب را، با توجه به چالش‌های ایجادشده به علت وجود نامعینی و اثرات نویز داراست. در حل مسأله تشخیص عیب، به طراحی و ارائه فیلتر تشخیص و جداساز عیب مقاوم مبتنی بر فیلتر کالمن مقاوم پرداخته خواهد شد. به همین منظور، آستانه‌ای به‌صورت متغیر با زمان براساس حد بالای کوواریانس مانده‌ها تعریف می‌شود. این حد آستانه به تشخیص بهتر کمک می‌کند و از اختلال اشتباه در تشخیص عیوب جلوگیری می‌کند. در طراحی تشخیص گر عیب به تعداد خروجی‌های سیستم تشخیص گر طراحی می‌شود، همچنین برای طراحی جداساز عیب با بررسی مانده‌های سیستم شروطی به دست می‌آید که با اعمال این شروط در طراحی، به یک جداساز عیب مقاوم دست می‌یابد. در انتها با استفاده از سه مثال کارایی و عملکرد روش پیشنهادی نشان داده خواهد شد. در مثال اول عملکرد روش پیشنهادی در حضور عدم قطعیت و نویز نشان داده می‌شود و در مثال‌های دوم و سوم عملکرد و کارایی روش خود را با روش‌های دیگر مقایسه و برتری این روش در حضور نامعینی نشان داده خواهد شد.

۱- مقدمه

سیستم‌ها در صورتی از کارایی و عملکرد صحیح برخوردارند که همه اجزای سیستم در سلامت کامل باشد. خرابی یا عیب در یک قسمت می‌تواند کارایی کل سیستم را از بین ببرد. به همین جهت امروزه با افزایش پیچیدگی و بزرگ‌شدن سیستم‌ها، برقراری امنیت و بالابردن قابلیت‌اطمینان سیستم‌های پیشرفته مانند فضاپیماها، هواپیماها و پروسه‌های شیمیایی و هسته‌ای از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. برای برقراری امنیت و بالابردن قابلیت‌اطمینان، تشخیص فوری عیب در این سیستم‌ها بسیار مهم و حیاتی است. به‌طور کلی عیب، دینامیک سیستم را تغییر می‌دهد و سیستم آن‌گونه که انتظار می‌رود عمل نمی‌کند؛ از این رو در ده‌های اخیر تشخیص و جداسازی عیب بر مبنای مدل سیستم و ابزارهای تحلیلی مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌است. نویز فرایند و حسگر و همچنین نامعینی در پارامترهای سیستم هریک مسأله تشخیص و جداسازی عیب را به‌نوبه‌خود به چالش می‌کشد. از این رو تلاش‌های فراوانی برای تشخیص و جداسازی عیب انجام گرفته و

روش‌های متفاوتی ارائه شده‌است. این روش‌ها را می‌توان به دو دسته‌ی روش‌های بدون مدل و روش‌های بر مبنای مدل تقسیم کرد. پژوهش‌های بسیاری با استفاده از روش‌های بدون مدل یا تحلیلی و مبتنی بر دانش در راستای تشخیص عیب انجام گرفته‌است که [۱] از جمله این روش‌ها است که به تشخیص عیوب بر مبنای مدل و رفتار دینامیکی سیستم تعلیق خودرو می‌پردازد. علاوه بر این‌ها، روش‌های بر مبنای مدل به چندین دسته تقسیم می‌شود [۲]. در این راستا، روش‌های مبتنی بر مشاهده‌گرها توجه بسیاری را به خود جلب کرده‌است [۳]. اساس این نوع از روش‌های تشخیص عیب، ساخت دنباله مانده و پس از آن نتیجه‌گیری بر اساس مقایسه با یک آستانه یا به کمک نظریه‌های تصمیم‌گیری استاتیک است. از دیگر روش‌های بر پایه مدل که به تشخیص عیب پرداخته‌اند، روش مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم است [۴، ۵]. در این روش، مانده به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که نسبت به نویز حساسیتی نداشته‌باشد، درحالی‌که نسبت به عیب حساس باشد. در [۴] برای سیستم با پارامترهای متغیر، بدون در نظر گرفتن نویز سیستم و عدم قطعیت و با

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mrahmani@eng.ikiu.ac.ir



در نظر گرفتن نویز حسگر، یک مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم طراحی می‌شود که توانایی تخمین عیب را دارد. در [۵] برای سیستم مدیریت حرارتی، یک مجموعه از مشاهده‌گرها با ورودی نامعلوم طراحی شده که توانایی تشخیص و جداسازی عیب را دارد. در طراحی این مشاهده‌گر هیچ‌گونه نامعینی در نظر گرفته نشده‌است. در [۶] یک مجموعه مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم تنها برای تشخیص عیب در حضور نامعینی طراحی شده‌است. در [۷] برای حل مساله تشخیص عیب برای سیستم دارای نامعینی و نویز، مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم به‌گونه‌ای طراحی شده که اثرات نامعینی و نویز را نسبت به عیب تمیز می‌دهد.

از دیگر روش‌های بر پایه مدل می‌توان روش رابطه زوجیت^۱ را نام برد که در آن تولیدکننده مانده با استفاده از ماتریس تابع تبدیل سیستم در حال رویت ایجاد می‌شود. از این دسته، [۸] به حل مساله تشخیص عیب با استفاده از معادله زوجیت می‌پردازد که در آن، سیستم گسسته متغیر با زمان با نویز ضربی در نظر گرفته شده‌است؛ اما در [۹] روشی برای ایجاد معادله زوجیت ارائه شده که از پیغام خطای اشتباه جلوگیری می‌کند و توانایی تشخیص و جداسازی عیب را نیز دارد. در [۱۰] یک معادله زوجیت مقاوم برای حل مساله تشخیص عیب برای سیستم با نامعینی و نویز حسگر ارائه می‌شود.

روش‌های بهینه‌سازی از دیگر روش‌های تشخیص عیب است [۱۱-۱۳]. در روش‌های بهینه‌سازی، ابتدا روش H_∞ برای مقابله با نامعینی معرفی شد [۱۴، ۱۵] که با هدف اصلی تشخیص عیب در تضاد بود، زیرا نرم بی‌نهایت، معرف بیشینه اثر ورودی بر روی خروجی است. سپس نرم $H_{\infty/-}$ توجه بسیاری را به خود جلب کرد، زیرا حداقل اثر عیب در مانده را بیشینه می‌کرد. در [۱۴] با استفاده از معیار H_∞ برای حل مساله تشخیص عیب در سیستم با نامعینی و نویز، طراحی فیلتر به‌گونه‌ای انجام می‌گیرد که حساسیت مانده نسبت به عیب افزایش یابد. در [۱۶] برای حل مساله تشخیص عیب از فیلتر H_- استفاده می‌شود که خود حساس به رخداد عیب است. در [۱۷، ۱۱] برای سیستم با نامعینی روش تشخیص عیب بر اساس درجه نسبی خروجی ارائه می‌شود. روش ارائه‌شده $H_{\infty/-}$ توانایی تشخیص عیب را دارا است. در این روش مشاهده‌گر به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که حساسیت نسبت به عیب عمل‌گر با استفاده از H_- بیشینه شده و عملکرد اثر اغتشاش با استفاده از H_∞ تضعیف شود. همچنین در [۱۲، ۱۳] برای سیستم گسسته متغیر با زمان، مشاهده‌گر به‌گونه‌ای طراحی شده که کارایی شاخص $H_{\infty/-}$ برای افزایش حساسیت همزمان نسبت به عیب عملگر و حسگر و کارایی شاخص

$H_{\infty/\infty}$ برای تضعیف اغتشاش در نظر گرفته می‌شود.

علاوه بر مساله تشخیص، پژوهش‌های زیادی در مورد جداسازی عیب در سیستم‌های دینامیکی انجام شده‌است. نمونه‌هایی از مقالات مروری بر این مساله عبارت‌اند از [۲۰-۱۸]. در این زمینه، مهرا [۲۱] با استفاده از فیلتر کالمن و با معرفی دنباله مانده که حاصل اختلاف بین خروجی سیستم و خروجی فیلتر است، نشان داد که این دنباله در صورت کلی‌تر شدن دارای میانگین صفر و کوواریانس همانی است. وی آزمون‌های همبستگی، میانگین و کوواریانس را برای تشخیص عیب ارائه داد. در این روش هیچ‌گونه نامعینی در پارامترهای سیستم در نظر گرفته نشده‌است. بعدها [۲۲] برای تشخیص و جداسازی عیب، فیلتر کالمن کاملی را با استراتژی‌های جدید معرفی نمود که در صورت وجود m مشاهده، توانایی تشخیص و جداسازی m عیب همزمان یا ترتیبی را دارد. هرچند این روش توانایی جداسازی عیوب را دارد اما در مقابل نامعینی مقاوم نیست. از دیگر روش‌های بر مبنای فیلتر کالمن روش فیلتر کالمن دومرحله‌ای است که در آن به تخمین همزمان عیب و حالت‌های سیستم پرداخته می‌شود و عیب به صورت بایاس ثابت در نظر گرفته شده‌است [۲۳]. سپس در [۲۴-۲۶] با استفاده از فیلتر کالمن دو مرحله‌ای به تشخیص عیب به‌صورت بایاس تصادفی پرداخته می‌شود. در ادامه در [۲۷] مساله تشخیص و جداسازی عیب در سیستم گسسته متغیر با زمان با استفاده از فیلتر کالمن دومرحله‌ای مقاوم بررسی می‌شود و [۲۸] به تشخیص و جداسازی عیب و تخمین حالت در سیستم گسسته با استفاده از فیلتر کالمن می‌پردازد. مقاله [۲۹] به تشخیص و جداسازی عیب حسگرها با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته^۲ و تخمین وضعیت ماهواره می‌پردازد، [۳۰] با استفاده از فیلتر کالمن تطبیقی به تشخیص عیب در موتور القایی با عیب در استاتور می‌پردازد و [۳۱] یک روش تشخیص عیب برای ژنراتور با استفاده از فیلتر کالمن خنثی^۳ را معرفی می‌کند. با بررسی بیشتر ادبیات موضوع در کارهای پیشین، مشاهده می‌کنیم که روشی برای تشخیص و جداسازی همزمان عیب عملگر در حضور نامعینی در تمام پارامترهای سیستم ارائه نشده و حتی در برخی از کارها تنها به یکی از دو مقوله تشخیص و جداسازی پرداخته شده‌است. علاوه بر این در اکثر روش‌هایی که بر اساس نامعینی سیستم طراحی شده‌اند، تنها به در نظر گرفتن یکی از انواع نامعینی اکتفا شده‌است.

در این مقاله قصد داریم به مساله تشخیص و جداسازی عیب در

فرض می‌شود که مقادیر اولیه x_{k_0} ، w_k و v_k ناهمبسته زمانی باشند و ویژگی‌های آماری زیر را برآورده می‌کنند:

$$E \begin{Bmatrix} x_{k_0} \\ w_k \\ v_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{x}_{k_0} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$E \begin{Bmatrix} x_{k_0} - \bar{x}_{k_0} \\ w_k \\ v_k \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} (x_{k_0} - \bar{x}_{k_0})^T & w_k^T & v_k^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{k_0} & 0 & 0 \\ 0 & W_k \delta_{ki} & 0 \\ 0 & 0 & V_k \delta_{ki} \end{bmatrix} \quad (3)$$

به‌گونه‌ای که $P_{k_0}, W_k, V_k > 0$ و δ_{ki} معرف تابع دلتا می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta_{ki} \triangleq \begin{cases} 1 & \text{for } k = i \\ 0 & \text{for } k \neq i \end{cases} \quad (4)$$

نامعینی‌های متغیر با زمان δA_k و δB_k و δC_k و δD_k با ساختار

زیر در نظر گرفته می‌شود

$$\begin{aligned} [\delta A_k \quad \delta B_k] &= M_{1,k} \Delta_k \begin{bmatrix} E_{a,k} & E_{b,k} \end{bmatrix} \\ &+ N_{1,k} \begin{bmatrix} \Delta_{a,k} & 0 \\ 0 & \Delta_{b,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{a,k} & J_{b,k} \end{bmatrix} \\ [\delta C_k \quad \delta D_k] &= M_{2,k} \Delta_k \begin{bmatrix} E_{c,k} & E_{d,k} \end{bmatrix} \\ &+ N_{2,k} \begin{bmatrix} \Delta_{c,k} & 0 \\ 0 & \Delta_{d,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{c,k} & J_{d,k} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن ماتریس‌های $J_{d,k}, J_{c,k}, J_{b,k}, J_{a,k}, E_{d,k}, E_{c,k}, E_{b,k}, E_{a,k}$ ماتریس‌های متغیر با زمان معلوم با ابعاد مناسب هستند و Δ_k ماتریس

سیستم‌های گسسته متغیر با زمان، در حضور دو نوع نامعینی تصادفی و نامعینی با نرم کران‌دار و با وجود نویز حسگر و نویز فرایند با استفاده از فیلتر کالمن مقاوم بپردازیم. در روش تشخیص و جداسازی عیب ارایه‌شده، ابتدا به معرفی روش حداقل مربعات مقاوم می‌پردازیم. سپس شرایط تشخیص عیب را با توجه به مانده‌های ایجادشده بررسی و روشی برای ساخت آستانه ارایه می‌کنیم تا هشدار اشتباه نداشته باشیم. پس از آن شرایط جداسازی عیب را بررسی می‌کنیم و قیودی را در طراحی فیلتر مقاوم تشخیص و جداساز عیب در نظر می‌گیریم. با در نظر گرفتن این قیود، مانده‌های سیستم به گونه‌ای بدست می‌آید که تنها تابعی از عیب و نویز هستند و این قیود اثر نویز را در مانده‌های سیستم کاهش می‌دهند.

ساختار مقاله در ادامه به شرح زیر است. در بخش ۲، مدل سیستم گسسته خطی همراه با عیب عملگری، نامعینی تصادفی و نرم محدود، نویز فرایندی و حسگری معرفی می‌شود. ساخت دنباله مانده با استفاده از فیلتر حداقل مربعات مقاوم و طراحی تشخیص‌گر در بخش ۳ ارایه می‌شود. در بخش ۴، طراحی فیلتر جداساز صورت می‌گیرد. شبیه‌سازی‌ها و بررسی کارایی فیلتر تشخیص و جداساز عیب در بخش ۴ انجام می‌شود. در بخش ۵ نتیجه‌گیری در رابطه با فیلتر طراحی شده بیان می‌شود.

۲- بیان مساله

با در نظر گرفتن عیب در اجزا یا عملگرها و نامعینی در پارامترها، سیستم مورد نظر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= (A_k + \delta A_k) x_k + cu_k \\ &+ (B_k^n + \delta B_k^n) w_k + Ff_k \\ y_{k+1} &= (C_k + \delta C_k) x_k + (D_k + \delta D_k) v_k \end{aligned} \quad (1)$$

که در معادله بالا $x_k \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت سیستم با ابعاد $n \times 1$ می‌باشد، $u_k \in \mathbb{R}^p$ بردار ورودی با ابعاد $p \times 1$ ، $f_k \in \mathbb{R}^q$ عیب عملگر سیستم با ابعاد $q \times 1$ و $y_k \in \mathbb{R}^m$ خروجی اندازه‌گیری شده سیستم با ابعاد $m \times 1$ است. w_k و v_k به ترتیب عبارت‌اند از نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و A_k با ابعاد $n \times n$ ، B_k^n با ابعاد $n \times p$ ، C_k با ابعاد $n \times p$ ، D_k با ابعاد $m \times m$ و F با ابعاد $n \times q$ ماتریس‌های نامی و معلوم سیستم هستند. k_0 نیز مقدار اولیه زمان است.

نامعینی با نرْم کران دار است، که رابطه زیر را ارضا می کند:

$$e_k = x_k - \hat{x}_{k|k-1} \quad (10)$$

$$\|\Delta_k\| \leq 1, \forall k \geq k_0 \quad (6)$$

پارامتر مجهول در فیلتر (۸) است که برای محاسبه آن ابتدا سیستم

همچنین ماتریس های $\Delta_{d,k}, \Delta_{c,k}, \Delta_{b,k}, \Delta_{a,k}$ ، ماتریس های نامعین ناهمبسته با میانگین صفر می باشند که نشان دهنده ی نامعینی تصادفی هستند، به طوری که:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k+1} = & (\tilde{A}_k + \tilde{M}_k \Delta_k \tilde{E}_{a,k} + \tilde{N}_k \Delta_{a,k} \tilde{J}_{a,k}) \tilde{x}_k \\ & + (\tilde{B}_k + \tilde{M}_k \Delta_k \tilde{E}_{b,k} + \tilde{N}_k \Delta_{b,k} \tilde{J}_{b,k}) \theta_k \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E \left\{ \|\Delta_{a,k}\| \right\} \leq 1, & \quad E \left\{ \|\Delta_{b,k}\| \right\} \leq 1, \\ E \left\{ \|\Delta_{c,k}\| \right\} \leq 1, & \quad E \left\{ \|\Delta_{d,k}\| \right\} \leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

که پارامترهای سیستم افزونه به صورت زیر تعریف می شوند:

۳- تشخیص عیب

با توجه به سیستم معرفی شده در (۱) و فیلتر کالمن مقاوم که توسط ابوالحسنی و رحمانی در [۳۲] ارائه شده، فیلتر تشخیص عیب به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \eta_k & \geq \mu \|M_{2,k} M_{2,k}^T\|, \gamma_k \geq \mu \|N_{2,k} N_{2,k}^T\| \\ \tilde{A}_k & = \begin{bmatrix} A_k & 0 \\ A_k - \hat{A}_k & \hat{A}_k - L_k C_k \end{bmatrix}, \tilde{B}_k = \begin{bmatrix} B_k & 0 \\ B_k & -L_k D_k \end{bmatrix}, \\ \tilde{M}_k & = \begin{bmatrix} M_{1,k} \\ M_{1,k} \end{bmatrix}, \tilde{N}_k = \begin{bmatrix} N_{1,k} \\ N_{1,k} \end{bmatrix} \\ \tilde{E}_{a,k} & = [E_{a,k} \quad 0], \tilde{E}_{b,k} = [E_{b,k} \quad 0], \\ \tilde{J}_{a,k} & = [J_{a,k} \quad 0], \tilde{J}_{b,k} = [J_{b,k} \quad 0] \\ \theta_k & = \begin{bmatrix} w_k \\ v_k \end{bmatrix}, \Theta = E \{ \theta_k \theta_k^T \} = \begin{bmatrix} W_k & 0 \\ 0 & V_k \end{bmatrix}, \\ \alpha_k & \geq \|\tilde{E}_{a,k} \tilde{P}_k \tilde{E}_{a,k}^T\|, \beta_k \geq \|\tilde{E}_{b,k} \tilde{\Theta}_k \tilde{E}_{b,k}^T\|, \\ \xi_k & \geq \|\tilde{J}_{a,k} \tilde{P}_k \tilde{J}_{a,k}^T\|, \zeta_k \geq \|\tilde{J}_{b,k} \tilde{\Theta}_k \tilde{J}_{b,k}^T\|, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k} & = (\hat{A}_k - L_k C_k) \hat{x}_{k|k-1} + L_k y_k \\ L_k & = A_k F_k (C_k^T - S_k D_k^T) T_k \end{aligned} \quad (8)$$

که بهره فیلتر می باشد و دیگر پارامترهای فیلتر به صورت زیر تعریف می شوند:

پارامتر F_k از کمینه کردن کوواریانس سیستم افزونه بالا با حل مساله بهینه سازی زیر به دست می آید. جزئیات بیشتر در [۳۲] ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \min_{F_k} & \text{trace} \{ \tilde{P}_{k+1} \} \\ \text{s.t.} & \\ & \begin{bmatrix} \tilde{P}_{k+1} - (\alpha_k + \beta_k) \tilde{M}_k \tilde{M}_k^T - (\xi_k + \zeta_k) \tilde{N}_k \tilde{N}_k^T & * & * \\ & \hat{P}_k \tilde{A}_k^T & \hat{P}_k & * \\ & \hat{\Theta}_k \tilde{B}_k^T & 0 & \hat{\Theta}_k \end{bmatrix} \\ & F_k > 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_k & \triangleq A_k - \eta_k A_k F_k (E_{c,k}^T - S_k E_{c,k}^T) E_{c,k} \\ & \quad - \gamma_k A_k F_k J_{c,k}^T J_{c,k} \\ S_k & = (C_k^T T_k D_k + \eta_k E_{c,k}^T E_{c,k}) \\ & \quad \times (V_k^{-1} + D_k^T T_k D_k + \eta_k E_{c,k}^T E_{d,k} + \gamma_k J_{d,k}^T J_{d,k}) \\ T_k & = (\mu^{-1} I - \eta_k^{-1} M_{2,k} M_{2,k}^T)^{-1} \\ \eta_k & \geq \mu \|M_{2,k} M_{2,k}^T\|, \gamma_k \geq \mu \|N_{2,k} N_{2,k}^T\| \end{aligned} \quad (9)$$

با توجه به معادله (۱) و فیلتر بالا، خطای تخمین به صورت زیر تعریف می شود:

۳-۱ ساخت دنباله مانده
با معرفی اختلاف بین مقادیر اندازه گیری شده و مقادیر خروجی

تخمین زده شده، دنباله مانده به صورت زیر تعریف می شود:

$$P_{\tilde{z}_k} = E \left\{ \left(\tilde{C}_k + \tilde{M}_{2,k} \Delta_k \tilde{E}_{c,k} + \tilde{N}_{2,k} \Delta_{c,k} \tilde{J}_{c,k} \right) \tilde{P}_k \left(\tilde{C}_k + \tilde{M}_{2,k} \Delta_k \tilde{E}_{c,k} + \tilde{N}_{2,k} \Delta_{c,k} \tilde{J}_{c,k} \right)^T \right. \\ \left. \left(\tilde{D}_k + \tilde{M}_{2,k} \Delta_k \tilde{E}_{d,k} + \tilde{N}_{2,k} \Delta_{d,k} \tilde{J}_{d,k} \right) \tilde{V}_k \left(\tilde{D}_k + \tilde{M}_{2,k} \Delta_k \tilde{E}_{d,k} + \tilde{N}_{2,k} \Delta_{d,k} \tilde{J}_{d,k} \right)^T \right\} \quad (17)$$

$$z_k = y_k - \hat{y}_{k|k-1} = \begin{Bmatrix} z_{1,k} \\ z_{2,k} \\ \vdots \\ z_{m,k} \end{Bmatrix}$$

به دلیل وجود نامعینی در سیستم، محاسبه دقیق کواریانس از رابطه بالا ممکن نیست. به همین دلیل از لم زیر برای به دست آوردن حد بالای کواریانس استفاده می کنیم.

لم ۱ [۳۳]: ماتریس های E, M, A و ماتریس مثبت معین X با ابعاد مناسب را در نظر بگیرید. اگر $\|\Delta\| \leq 1$ باشد آنگاه:

$$(A + M \Delta E) X (A + M \Delta E)^T \leq A \hat{X} A^T + \alpha M M^T \quad (18)$$

$$y_k = \begin{Bmatrix} y_{1,k} \\ y_{2,k} \\ \vdots \\ y_{m,k} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

می دانیم دنباله مانده z_k دنباله ای با میانگین صفر است. برای محاسبه

که:

کواریانس آن سیستم زیر را تعریف می کنیم:

$$\hat{X} = X E^T (\alpha I - E X E^T)^{-1} E X, \quad \alpha \geq \|E X E^T\| \quad (19)$$

$$\tilde{z}_k = \begin{Bmatrix} y_k \\ z_k \end{Bmatrix} = \left(\tilde{C}_k + \tilde{M}_{2,k} \Delta_k \tilde{E}_{c,k} + \tilde{N}_{2,k} \Delta_{c,k} \tilde{J}_{c,k} \right) \tilde{x}_k + \left(\tilde{D}_k + \tilde{M}_{2,k} \Delta_k \tilde{E}_{d,k} + \tilde{N}_{2,k} \Delta_{d,k} \tilde{J}_{d,k} \right) \tilde{v}_k \quad (15)$$

۳-۲- تشخیص گر عیب

با توجه به لم ۱ و محاسبات ساده، حد بالای کواریانس به شکل زیر

به دست می آید:

که:

$$\tilde{P}_{\tilde{z}_k} \leq \tilde{C}_k \hat{P}_{\tilde{z}_k} \tilde{C}_k^T + \tilde{D}_k \tilde{V}_k \tilde{D}_k^T + (\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}) \tilde{M}_{2,k} \tilde{M}_{2,k}^T - (\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}) \tilde{N}_{2,k} \tilde{N}_{2,k}^T \quad (20)$$

$$\tilde{C}_k = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \tilde{D}_k = \begin{bmatrix} D & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{M}_{2,k} = \begin{bmatrix} M_{2,k} \\ M_{2,k} \end{bmatrix}, \tilde{N}_{2,k} = \begin{bmatrix} N_{2,k} \\ N_{2,k} \end{bmatrix}, \tilde{V}_k = \begin{bmatrix} v_k \\ v_k \end{bmatrix}, \quad (16) \\ \tilde{E}_{c,k} = \begin{bmatrix} E_{c,k} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{E}_{d,k} = \begin{bmatrix} E_{d,k} & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{J}_{c,k} = \begin{bmatrix} J_{c,k} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{J}_{d,k} = \begin{bmatrix} J_{d,k} & 0 \end{bmatrix}$$

که:

$$\alpha_{2,k} \geq \left\| \tilde{E}_{c,k} \hat{P}_{\tilde{z}_k} \tilde{E}_{c,k}^T \right\|, \beta_{2,k} \geq \left\| \tilde{E}_{d,k} \tilde{V}_k \tilde{E}_{d,k}^T \right\|, \\ \xi_{2,k} \geq \left\| \tilde{J}_{c,k} \hat{P}_{\tilde{z}_k} \tilde{J}_{c,k}^T \right\|, \zeta_{2,k} \geq \left\| \tilde{J}_{d,k} \tilde{\Theta}_k \tilde{J}_{d,k}^T \right\|, \quad (21) \\ \hat{P}_{\tilde{z}_k} = \left(\tilde{P}_{\tilde{z}_k}^{-1} - \alpha_{2,k}^{-1} \tilde{E}_{c,k}^T \tilde{E}_{c,k} \right)^{-1}, \\ \tilde{\Theta}_k = \left(\tilde{V}_k^{-1} - \beta_{2,k}^{-1} \tilde{E}_{d,k}^T \tilde{E}_{d,k} \right)$$

سپس کواریانس \tilde{z}_k از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$z_k = C_k (e_k) + (D_k + \delta D_k) v_k \quad (23)$$

در صورتی که عیب در لحظه k در سیستم رخ دهد، بردار خطا در لحظه $k+1$ از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$e_{k+1} = (A_k + \delta A_k) x_k - (\hat{A}_k - L_k C_k) \hat{x}_{k|k-1} + B_k w_k - L_k (C_k x_k + (D_k + \delta D_k) v_k) + Ff_k \quad (24)$$

از آنجایی که:

$$A_k + \delta A_k \cong \hat{A}_k \quad (25)$$

بردار خطا در لحظه $k+1$ تا $k+n$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= (\hat{A}_k - L_k C_k) e_k + B_k w_k - L_k (D_k + \delta D_k) v_k + Ff_k \\ e_{k+2} &= (\hat{A}_{k+1} - L_{k+1} C_{k+1}) e_{k+1} + B_{k+1} w_{k+1} \\ &\quad - L_{k+1} (D_{k+1} + \delta D_{k+1}) v_{k+1} + Ff_{k+1} \\ &\vdots \\ e_{k+n} &= (\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}) e_{k+n-1} \\ &\quad + B_{k+n-1} w_{k+n-1} - L_{k+n-1} (D_{k+n-1} + \delta D_{k+n-1}) v_{k+n-1} \\ &\quad + Ff_{k+n-1} \end{aligned} \quad (26)$$

با توجه به بردار خطا در لحظه $k+1$ تا $k+n$ بردار مانده در لحظه $k+1$ تا $k+n$ را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= C_{k+1} e_{k+1} + (D_k + \delta D_k) v_{k+1} \\ z_{k+1} &= C_{k+1} \left((\hat{A}_k - L_k C_k) e_k + B_k w_k - L_k (D_k + \delta D_k) v_k + Ff_k \right) + \\ &\quad (D_{k+1} + \delta D_{k+1}) v_{k+1} \\ z_{k+2} &= C_{k+2} \left((\hat{A}_{k+1} - L_{k+1} C_{k+1}) e_{k+1} + B_{k+1} w_{k+1} \right) \\ &\quad + C_{k+2} (-L_{k+1} (D_{k+1} + \delta D_{k+1}) v_{k+1} + Ff_{k+1}) \\ &\quad (D_{k+2} + \delta D_{k+2}) v_{k+2} \\ z_{k+n} &= C_{k+n} (\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}) e_{k+n-1} \\ &\quad + (D_{k+n} + \delta D_{k+n}) v_{k+n} \\ &\quad + C_{k+n} (B_{k+n-1} w_{k+n-1} - L_{k+n-1} (D_{k+n-1} + \delta D_{k+n-1}) v_{k+n-1} + Ff_{k+n-1}) \end{aligned} \quad (27)$$

مقادیر روی قطر اصلی $\tilde{P}_{\bar{z}_k}$ که مرتبط با مانده‌های سیستم هستند، به صورت زیر محاسبه می‌شود که $P_{m+1, \bar{z}_k} \dots P_{2m, \bar{z}_k}$ حد بالای کوواریانس خطای متناسب با حالت‌های سیستم است. هر یک از این مقادیر را می‌توان برای تشخیص عیب در سیستم معرفی کرد، بدین صورت که مقادیر کوواریانس خطای مرتبط با هر حالت نباید از حد بالای خود بیشتر شود.

$$\begin{cases} P_{m+1, \bar{z}_k} \\ P_{m+2, \bar{z}_k} \\ \vdots \\ P_{2m, \bar{z}_k} \end{cases} = \begin{cases} \tilde{C}_{m+1} \tilde{P}_{\bar{z}_k} \tilde{C}_{m+1}^T + \tilde{D}_{m+1} \tilde{V}_k \tilde{D}_{m+1}^T + (\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}) \\ \tilde{C}_{m+2} \tilde{P}_{\bar{z}_k} \tilde{C}_{m+2}^T + \tilde{D}_{m+2} \tilde{V}_k \tilde{D}_{m+2}^T + (\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}) \\ \vdots \\ \tilde{C}_{2m} \tilde{P}_{\bar{z}_k} \tilde{C}_{2m}^T + \tilde{D}_{2m} \tilde{V}_k \tilde{D}_{2m}^T + (\alpha_{2,k} + \beta_{2,k}) \end{cases} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} & \tilde{M}_{2,m+1} \tilde{M}_{2,m+1}^T + (\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}) \tilde{N}_{2,m+1} \tilde{N}_{2,m+1}^T \\ & \tilde{M}_{2,m+2} \tilde{M}_{2,m+2}^T + (\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}) \tilde{N}_{2,m+2} \tilde{N}_{2,m+2}^T \\ & \tilde{M}_{2,2m} \tilde{M}_{2,2m}^T + (\xi_{2,k} + \zeta_{2,k}) \tilde{N}_{2,2m} \tilde{N}_{2,2m}^T \end{aligned} \right\}$$

که $\tilde{N}_{m+1}, \tilde{M}_{m+1}, \tilde{D}_{m+1}, \tilde{C}_{m+1}$ سطر $m+1$ ام از ماتریس‌های $\tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{M}, \tilde{N}$ را نشان می‌دهند. حال می‌توانیم شرط کوواریانس بالای را برای تشخیص عیب در سیستم اعمال کنیم. بدین صورت که حد بالای کوواریانس مانده با توجه به رابطه (۲۲) به دست می‌آید. حال می‌توانیم کوواریانس عیب را در هر لحظه با حد بالای بدست‌آمده از رابطه (۲۲) مقایسه کنیم و در صورتی که هر یک از مقادیر کوواریانس مانده‌ها از آستانه‌ی متغیر خود بیشتر شود، در آن صورت عیب در سیستم رخ داده است و در غیر این صورت عیبی در سیستم نداریم. در بخش بعدی به ارایه روشی جدید برای حل مساله جداسازی عیب برای سیستم (۱) می‌پردازیم.

۳-۳ جداساز عیب

برای جداسازی عیب ابتدا به بررسی عیب در بردار مانده می‌پردازیم.

$$\begin{aligned}
 r_k &= (C_{k+n}F)^{-1} z_{k+n} \\
 r_k &= (C_{k+n}F)^{-1} C_{k+n} F f_{k+n-1} + \\
 & (C_{k+n}F)^{-1} C_{k+n} \varphi_k + (C_{k+n}F)^{-1} n_k + \\
 & (C_{k+n}F)^{-1} (D_{k+n} + \delta D_{k+n}) v_k \quad (31) \\
 r_k &= f_{k+n-1} + (C_{k+n}F)^{-1} C_{k+n} \varphi_k + \\
 & (C_{k+n}F)^{-1} n_k + (C_{k+n}F)^{-1} (D_{k+n} + \delta D_{k+n}) v_k \\
 r_k &= f_{k+n-1} + \tilde{n}_k
 \end{aligned}$$

با اعمال شروط روابط (۲۹) در روابط مانده‌های سیستم (۲۷) مانده سیستم در لحظه $k+n$ در روابط (۳۰) مجدداً بازنویسی می‌شود که در رابطه (۳۰) مانده تابعی از عیب و نویز است. برای جداسازی عیب همانطور که در رابطه (۳۱) مشهود است تنها کافی است $(C_{k+n}F)^{-1}$ در بردار مانده ضرب شود که بردار جداسازی عیب، r_k به صورت عیب و یک پارامتر نویز می‌شود.

در ادامه با توجه به روش‌های موجود برای تشخیص عیب، در جدول ۱ ویژگی‌ها، مزایا و معایب روش پیشنهادی و دیگر روش‌ها بررسی می‌شود.

۴- شبیه‌سازی

مثال ۱: سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= (A_k + \delta A_k) x_k + (B_k^n + \delta B_k^n) w_k + F f_k \\
 y_{k+1} &= C_k x_k + (D_k + \delta D_k) v_k
 \end{aligned}$$

که مقادیر نامی سیستم و پارامترهای ساختاری نامعینی به صورت زیر

تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
 A_k &= \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}, B_k^n = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.3 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \\
 C_k &= I, D_k = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 M_1 = N_1 &= \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, M_2 = N_2 = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.05 \\ 0.05 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_a = J_a &= [0 \quad 0.1 \quad 0.1], E_b = 0.5, J_b = 1, \\
 E_d = J_d &= [0.01 \quad 0 \quad 0]
 \end{aligned}$$

با توجه به روابط (۲۷) برای جداسازی عیب در لحظه $k+n$ لازم است اثر عیب موجود در e_{k+n-1} حذف شود. در این راستا رابطه صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned}
 (\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}) e_{k+n-1} &= \\
 (\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}) (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4) & \quad (28)
 \end{aligned}$$

که:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= (\hat{A}_{k+n-2} - L_{k+n-2} C_{k+n-2}) e_{k+n-2} \\
 Q_2 &= (B_{k+n-2}^n w_{k+n-2}) \\
 Q_3 &= (L_{k+n-2} (D_{k+n-2} + \delta D_{k+n-2}) v_{k+n-2}) \\
 Q_4 &= F f_{k+n-1}
 \end{aligned}$$

حال در صورت اعمال شروط زیر در حل مساله بهینه‌سازی محدب (۱۳) می‌توان عیب عملگری رخ داده در سیستم را با استفاده از روابطی که در ادامه شرح داده می‌شود از بردار مانده‌ها جداسازی کرد.

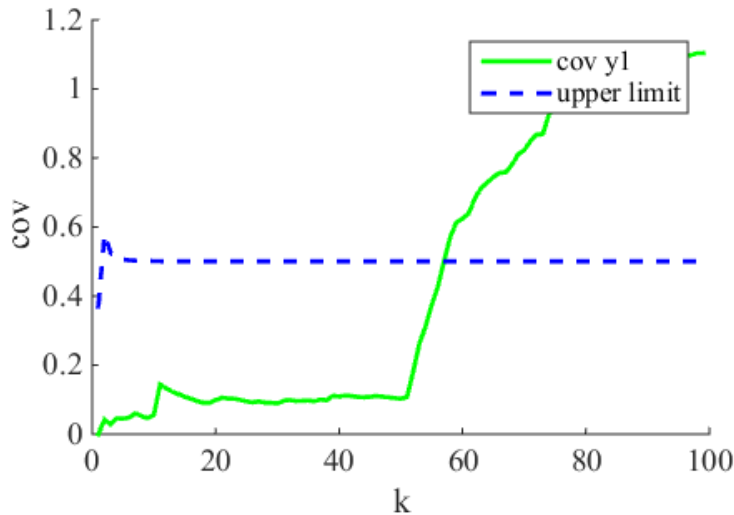
اگر:

$$\begin{aligned}
 (\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}) B_{k+n-2}^n &= 0 \\
 (\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}) F &= 0 \quad (29)
 \end{aligned}$$

آن‌گاه:

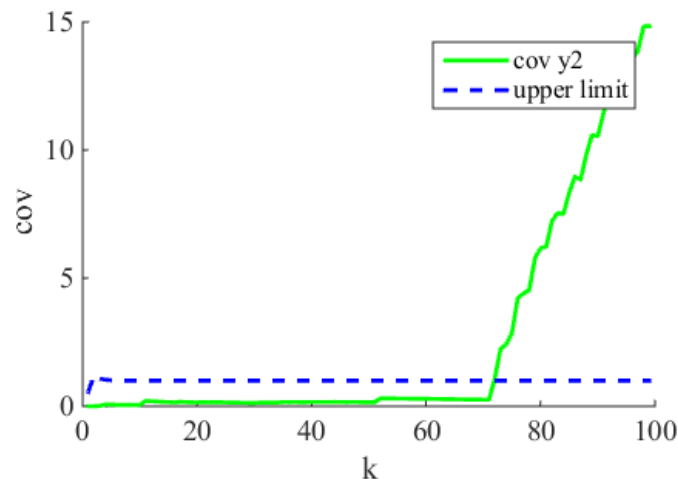
$$\begin{aligned}
 \varphi_k &= (B_{k+n-1} w_{k+n-1} - L_{k+n-1} (D_{k+n-1} + \delta D_{k+n-1}) v_{k+n-1}) \\
 n_k &= (\hat{A}_{k+n-1} - L_{k+n-1} C_{k+n-1}) e_{k+n-1} \quad (30) \\
 z_{k+n} &= C_{k+n} \varphi_k + n_k + (D_{k+n} + \delta D_{k+n}) v_{k+n} + C_{k+n} F f_{k+n-1}
 \end{aligned}$$

که در آن φ_k, n_k ماهیت نویزی دارند. همان‌طور که در این رابطه مشهود است، مانده ایجادشده تابعی از عیب و نویز است. حال اگر شروط به‌دست‌آمده برای جداسازی عیب را در روش تشخیص خود اعمال کنیم، جداسازی و تشخیص عیب می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود.



شکل ۱. کواریانس y_1 مربوط به تشخیص‌گر عیب ۱ و حد بالای آن

Fig. 1. Covariance of y_1 associated to the fault detector 1 and its upper bound



شکل ۲. کواریانس y_2 مربوط به تشخیص‌گر عیب ۲ و حد بالای آن

Fig. 2. Covariance of y_2 associated to the fault detector 1 and its upper bound

اول سیستم را تشخیص می‌دهد و شکل ۲ عیب در خروجی دوم سیستم را مشخص می‌کند. از آنجایی که حالت سوم وابسته به حالت ۱ و ۲ نیست، رخداد عیبی را نشان نمی‌دهد. می‌دانیم که رخداد عیب در هر عملگر سیستم به منزله معیوب شدن کل سیستم است. به همین علت پس از آن که هر یک از تشخیص‌دهنده‌ها عیب را تشخیص داد، باید اقدام لازم برای برطرف کردن آن عیب انجام شود. در صورت وابستگی حالات سیستم به یکدیگر با رخداد

برای بررسی صحت و کارایی فیلتر تشخیص و جداسازی عیب طراحی شده، با توجه به ماتریس F ، دو عیب یکی به صورت پله با دامنه ۲ و دیگری $\sin(0.1k)$ با دامنه ۱۰ در k برابر ۵۰ و ۷۰ به ترتیب اعمال می‌کنیم و کواریانس نویز فرایند و حسگر را برابر ۱/۰ در نظر می‌گیریم. در این روش به ازای هر خروجی سیستم یک تشخیص‌گر عیب طراحی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱ مشهود است، تشخیص‌گر اول عیب در خروجی

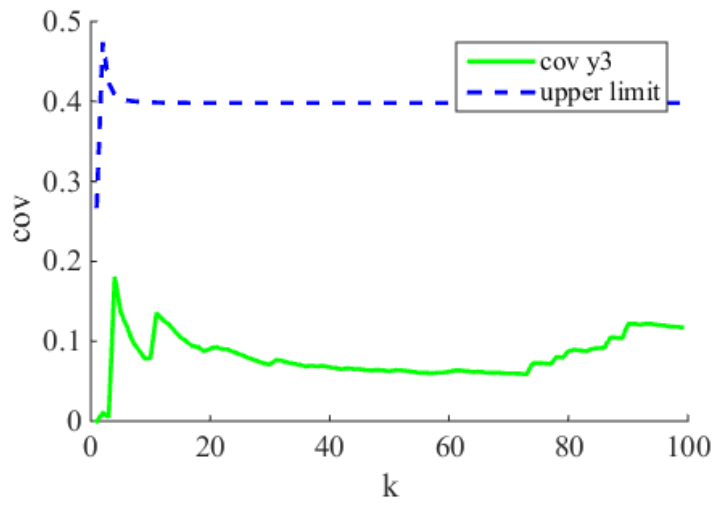
جدول ۱. بررسی روش‌های تخمین و تشخیص عیب

Table 1. Review of methods for fault estimation and diagnosis

روش‌های تخمین و تشخیص	مزایا	ویژگی‌ها	معایب
روش پیشنهادی	تشخیص دقیق و عملکرد مناسب در حضور نامعینی	استفاده از مدل فضای حالت	نیاز به مدل ریاضی، فرض نویز گوسی و مقدار اولیه
روش‌های مبتنی بر کالمن فیلتر	نتایج دقیق	استفاده از مدل فضای حالت	نیاز به مدل ریاضی دقیق، فرض نویز گوسی و مقدار اولیه، عدم تشخیص مناسب در صورت نامعینی
روش‌های مبتنی بر مشاهده‌گر	نتایج دقیق	استفاده از مدل فضای حالت	نیاز به مدل ریاضی دقیق، فرض مقدار اولیه و عدم تشخیص مناسب در صورت نامعینی
روش‌های مبتنی بر هوش مصنوعی	مناسب برای مدل کردن عیب‌های پیچیده	استفاده از داده‌های گذشته	نیاز به مقدار زیاد داده
روش‌های مبتنی بر پردازش سیگنال	تشخیص به موقع با پردازش سیگنال معیوب	استفاده از آنالیزهای حوزه زمان و فرکانس	نیاز به داده کافی از عیب که معمولاً در دسترس نیست
روش‌های فازی	استفاده از قوانین فازی و بالا بردن دقت تشخیص	استفاده از قوانین اگر - آنگاه	نیاز به دانش خبره ^۱
روش‌های مبتنی بر احتمال	زمان تشخیص به موقع با توجه به نظریه‌های احتمال	استفاده از داده‌های گذشته	نیاز به داده کافی از عیب که معمولاً در دسترس نیست

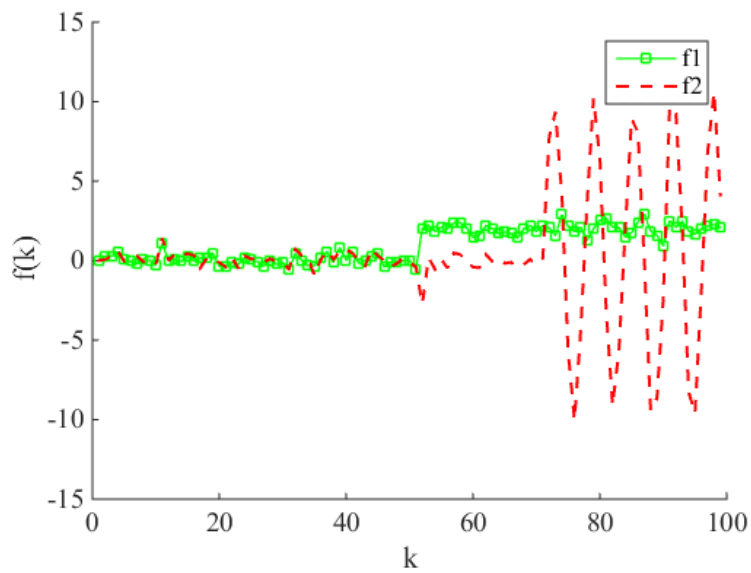
مثال ۲: در این مثال قصد داریم کارایی و عملکرد روش پیشنهادی تشخیص و جداسازی عیب در این مقاله را با روش معرفی شده در [۲۲] در حضور نامعینی در پارامترهای سیستم مقایسه کنیم. بدین جهت هر دو فیلتر را به سیستم با ماتریس‌های نامی زیر اعمال می‌کنیم.

یک عیب در سیستم ممکن است چند تشخیص‌گر عیب آن را تشخیص دهند. شکل ۴ عملکرد فیلتر تشخیص و جداسازی عیب را نمایش می‌دهد که توانسته است به درستی زمان عیب پله رخ داده در k برابر ۵۰ و عیب $\sin(0.1k)$ رخ داده در k برابر ۷۰ سیستم را تشخیص و جداسازی کند.



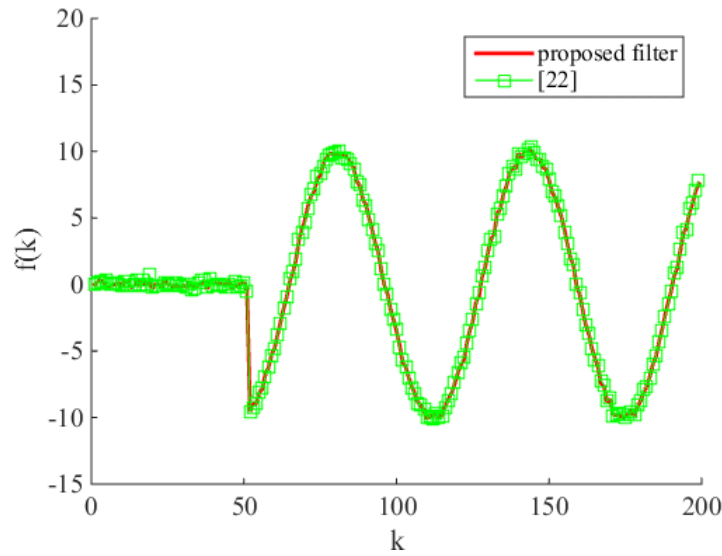
شکل ۳. کواریانس y_3 مربوط به تشخیص گر عیب ۳ و حد بالای آن

Fig. 3. Covariance of y_3 associated to the fault detector 1 and its upper bound



شکل ۴. جداساز عیب

Fig. 4. Fault isolator



شکل ۵. جداساز عیب

Fig. 5. Fault isolator

به شکل ۵ و شکل ۶ مشهود است که هر دو فیلتر در صورت عدم نامعینی در سیستم به خوبی توانایی تشخیص و جداسازی عیب را دارا می‌باشند. همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌کنیم جداساز دوم عیب سینوسی رخ داده در k برابر ۵۰ را در همان لحظه تشخیص می‌دهد اما فیلتر به گونه‌ای طراحی شده‌است که هر جداساز، عیب مربوط به خود را شناسایی و جداسازی کند. از این‌رو جداساز دوم که در شکل ۶ مشاهده می‌شود اثر عیب سینوسی تشخیص داده‌شده در شکل ۵ را حذف می‌کند و عیب پله رخ داده در k برابر ۱۲۰ را به خوبی تشخیص و جداسازی می‌کند. در حالت دوم نامعینی را به سیستم اضافه می‌کنیم و مجدداً عملکرد هر دو فیلتر را در تشخیص و جداسازی عیب با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۷ و شکل ۸ مشخص است، روش پیشنهادی در این مقاله عملکرد بهتری در تشخیص و جداسازی عیب دارد و روش ارائه‌شده در [۲۲] عملکرد صحیح خود را در حضور نامعینی از دست می‌دهد. بدین صورت که در حضور نامعینی همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود در مقایسه با روش پیشنهادی، جداساز ارائه‌شده در [۲۲] نتوانسته اثر عیب اول (سینوسی) را حذف کند و به همین علت نتوانسته عیب پله رخ داده در ۱۲۰ را جداسازی کند.

$$A_k = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}, B_k^n = \begin{bmatrix} 0.94 \\ 0 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

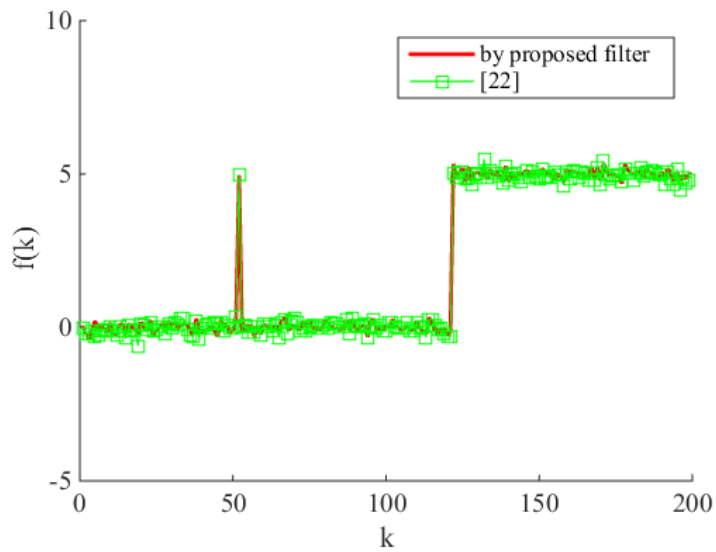
$$C_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D_k = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, M_1 = N_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0.4 \\ 0.5 \end{bmatrix}, M_2 = N_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

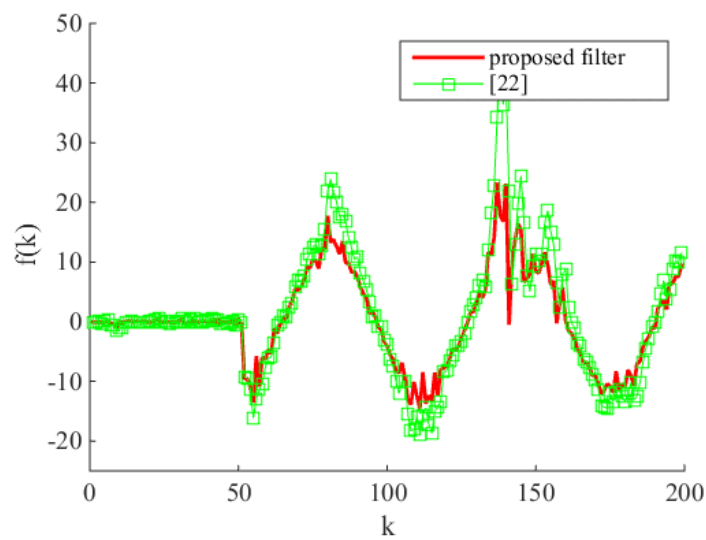
$$E_a = J_a = [0 \ 0 \ 0.01 \ 0.4],$$

$$E_b = 0.5, J_b = 1, E_d = J_d = [0 \ 0 \ 1]$$

با توجه به ماتریس F دو عیب به صورت $\sin(0.1k)$ با دامنه ۱۰ و پله با دامنه ۵ در k برابر ۵۰ و ۱۲۰ به ترتیب اعمال می‌کنیم و کوواریانس نویز فرایند و حسگر را به ترتیب برابر $0.1/2$ و $0.1/1$ در نظر می‌گیریم. در حالت اول بدون در نظر گرفتن نامعینی هر دو فیلتر را شبیه‌سازی می‌کنیم. با توجه

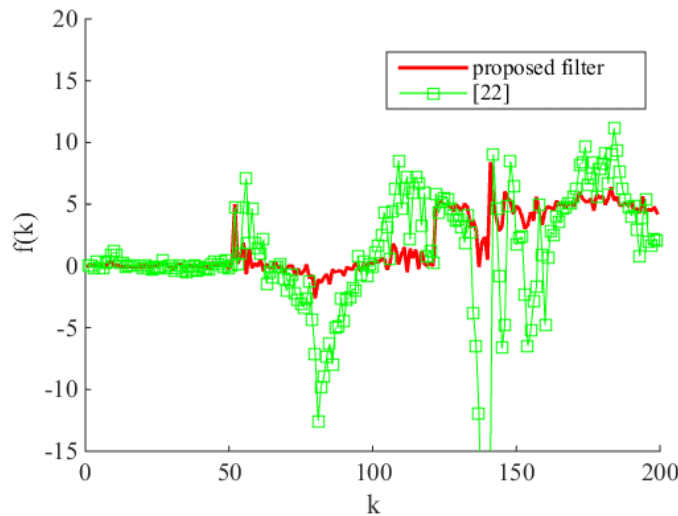


شکل ۶. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارائه شده و فیلتر [۲۲] در جداسازی عیب پله در صورت عدم وجود نامعینی در سیستم
Fig. 6. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [22] in step fault isolation in the absence of uncertainty in the system



شکل ۷. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارائه شده و فیلتر [۲۲] در جداسازی عیب سینوسی در حضور نامعینی در سیستم

Fig. 7. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [22] in sinusoidal fault isolation with uncertainty in the system



شکل ۸. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارایه شده و فیلتر [۲۲] در جداسازی عیب پله در حضور نامعینی در سیستم

Fig. 8. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [22] in step fault isolation with uncertainty in the system

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، با استفاده از فیلتر کالمن مقاوم و بررسی خطاها و مانده‌های سیستم شروطی به دست آمد و با اعمال این شرطها در حل مسأله بهینه‌سازی محدب مربوط به آن، روش مقاوم جدیدی برای تشخیص و جداسازی عیب در سیستم‌های گسسته متغیر با زمان دارای نامعینی تصادفی و کردان‌دار ارائه شد. برای تشخیص عیب نیز کوواریانس مانده مورد بررسی قرار گرفت و با به‌دست‌آوردن حد بالایی کوواریانس مانده که متغیر با زمان می‌باشد و با مقایسه این آستانه متغیر با زمان و کوواریانس مانده‌ها در هر لحظه روش جدیدی برای تشخیص عیب در این سیستم‌ها معرفی شد. سپس با اعمال شروط به‌دست‌آمده از بررسی مانده‌ها و برخی ساده‌سازی‌ها، روش مقاوم جدیدی برای جداسازی عیب ارائه شد. در انتها نتایج شبیه‌سازی برای سه مثال ارائه شد. در مثال اول کارایی روش تشخیص و جداسازی عیب مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که روش ارائه شده توانایی تشخیص و جداسازی چند عیب در سیستم را دارد. در مثال‌های دوم و سوم نشان داده شد که این فیلتر نسبت به فیلترهای مشابه کارایی و عملکرد بهتری برای تشخیص و جداسازی عیب در سیستم‌ها در حضور نامعینی دارد.

مثال ۳: در این مثال کارایی و عملکرد روش پیشنهادی تشخیص و جداسازی عیب در این مقاله را با روش معرفی شده در [۲۸] در حضور نامعینی در پارامترهای سیستم را مقایسه می‌کنیم. بدین جهت هر دو فیلتر به سیستم با ماتریس‌های نامی زیر اعمال می‌شود [۳۴].

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.18624 & 0.001815 \end{bmatrix}, B_k^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1162 \end{bmatrix},$$

$$C_k = [-0.018624 \quad 0.188432], D_k = I,$$

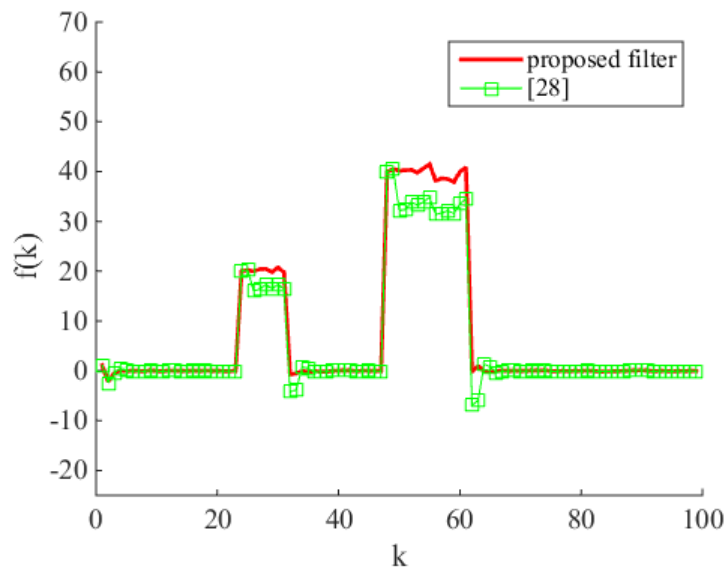
$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, M_1 = N_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.05 \end{bmatrix}, M_2 = N_2 = [0.5]$$

$$E_a = J_a = [0.1 \quad 0.4], E_b = 0.05, J_b = 1, E_d = J_d = [0.1]$$

عیب به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$f_k = \begin{cases} 20 & 20 < k < 30 \\ 40 & 45 < k < 60 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

برای شبیه‌سازی کوواریانس نویز فرایند و حسگر را به ترتیب برابر ۱/۰ و ۰/۰۱ در نظر گرفته می‌شود. همانطور که شکل ۹ نشان می‌دهد روش ارائه شده در این مقاله با دقت بهتر عیب رخ داده در سیستم را شناسایی و جداسازی می‌کند.



شکل ۹. مقایسه و بررسی عملکرد فیلتر ارائه شده و فیلتر [۲۸] در جداسازی عیب

Fig. 9. Comparison and evaluation of the performance of the proposed filter and filter [28] in fault isolation

منابع

- [1] M. shahab, M. Moavenian, Fault diagnosis based on model and dynamic behavior of vehicle suspension system, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 52(1) (2020) 27-42. (in persian)
- [2] M. Kordestani, M. Saif, M.E. Orchard, R. Razavi-Far, K. Khorasani, Failure prognosis and applications—A survey of recent literature, to appear, IEEE transactions on reliability, (2019).
- [3] H.H. Alhelou, Fault detection and isolation in power systems using unknown input observer, in: Advanced condition monitoring and fault diagnosis of electric machines, IGI global, 2019, pp. 38-58.
- [4] B. Zhang, H. Du, J. Lam, N. Zhang, W. Li, A novel observer design for simultaneous estimation of vehicle steering angle and sideslip angle, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 63(7) (2016) 4357-4366.
- [5] M.S. Phatak, N. Viswanadham, Actuator fault detection and isolation in linear systems, (1988).
- [6] J. CHEN, H. ZHANG, Robust detection of faulty

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

فضای اقلیدسی n بعدی	\mathbb{R}^n
ماتریس معین مثبت	$X > 0$
ماتریس نیمه معین مثبت	$X \geq 0$
امید ریاضی متغییر X	$E\{x\}$
نرم وزن دار x با وزن Q	$\ x\ _Q$

علائم یونانی

ضریب لاگرانژ	μ
حد بالای دامنه تغییرات نامعینی نرم محدود مربوط به پارامترهای خروجی سیستم	γ
حد بالای دامنه تغییرات نامعینی تصادفی مربوط به پارامترهای خروجی سیستم	η
حد بالای دامنه تغییرات نامعینی تصادفی متناسب با کواریانس نویز	ζ
حد بالای دامنه تغییرات نامعینی تصادفی متناسب با کواریانس خطا	ξ

زیرنویس

k زمان

بالانویس

T ترانهاده ماتریس

-1 معکوس ماتریس

- minimum sensitivity analysis with application to fault detection, *Automatica*, 41(11) (2005) 1995-2004.
- [17] X. Wei, M. Verhaegen, Robust fault detection observer for LTI systems with additive uncertainties, *IFAC Proceedings Volumes*, 42(8) (2009) 756-761.
- [18] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin, S.N. Kavuri, A review of process fault detection and diagnosis: Part I: Quantitative model-based methods, *Computers & chemical engineering*, 27(3) (2003) 293-311.
- [19] R. Isermann, Process fault detection based on modeling and estimation methods—A survey, *automatica*, 20(4) (1984) 387-404.
- [20] I. Hwang, S. Kim, Y. Kim, C.E. Seah, A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods, *IEEE transactions on control systems technology*, 18(3) (2009) 636-653.
- [21] R.K. Mehra, J. Peschon, An innovations approach to fault detection and diagnosis in dynamic systems, *Automatica*, 7(5) (1971) 637-640.
- [22] J.-Y. Keller, Fault isolation filter design for linear stochastic systems, *Automatica*, 35(10) (1999) 1701-1706.
- [23] B. Friedland, Treatment of bias in recursive filtering, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 14(4) (1969) 359-367.
- [24] A. Alouani, P. Xia, T. Rice, W. Blair, On the optimality of two-stage state estimation in the presence of random bias, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(8) (1993) 1279-1283.
- [25] J.-Y. Keller, M. Darouach, Optimal two-stage Kalman filter in the presence of random bias, *Automatica*, 33(9) (1997) 1745-1748.
- [26] C.-S. Hsieh, F.-C. Chen, Optimal solution of the two-stage Kalman estimator, *IEEE Transactions on automatic control*, 44(1) (1999) 194-199.
- [27] C.-S. Hsieh, Robust two-stage Kalman filters for systems with unknown inputs, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(12) (2000) 2374-2378.
- actuators via unknown input observers, *International Journal of Systems Science*, 22(10) (1991) 1829-1839.
- [7] K. Watanabe, D. Himmelblau, Instrument fault detection in systems with uncertainties, *International Journal of Systems Science*, 13(2) (1982) 137-158.
- [8] Y. Wan, E. Harinath, R.D. Braatz, Probabilistic robust parity relation for fault detection using polynomial chaos, *IFAC-PapersOnLine*, 50(1) (2017) 1019-1024.
- [9] Y. Wu, Y. Li, M. Li, Z. Wang, D. Wang, Fault Diagnosis of Linear Discrete Time-Varying System with Multiplicative Noise Based on Parity Space Method, in: *2018 IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, IEEE, 2018, pp. 957-962.
- [10] J. Gertler, D. Singer, A New Structural Framework for Parity Equation-based Failure Detection, *Automatica*, 26(2) (1990) 381-388.
- [11] M. Zhou, M. Rodrigues, Y. Shen, D. Theilliol, H_∞ fault detection observer design for a polytopic LPV system using the relative degree, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 28(1) (2018) 83-95.
- [12] Y. Li, H.R. Karimi, Q. Zhang, D. Zhao, Y. Li, Fault detection for linear discrete time-varying systems subject to random sensor delay: A Riccati equation approach, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 65(5) (2017) 1707-1716.
- [13] Y. Li, H.R. Karimi, C.K. Ahn, Y. Xu, D. Zhao, Optimal residual generation for fault detection in linear discrete time-varying systems with uncertain observations, *Journal of the Franklin Institute*, 355(7) (2018) 3330-3353.
- [14] J. Chen, J.R. Patton, Standard H_∞ filtering formulation of robust fault detection, *IFAC Proceedings Volumes*, 33(11) (2000) 261-266.
- [15] T. Li, L. Wu, X. Wei, Robust fault detection filter design for uncertain LTI systems based on new bounded real lemma, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 7(4) (2009) 644-650.
- [16] J. Liu, J.L. Wang, G.-H. Yang, An LMI approach to

- and Technology, Transactions of Electrical Engineering, (2019) 1-10.
- [32] M. Abolhasani, M. Rahmani, Robust Kalman filtering for discrete-time time-varying systems with stochastic and norm-bounded uncertainties, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 140(3) (2018).
- [33] L. Xie, Y.C. Soh, C.E. De Souza, Robust Kalman filtering for uncertain discrete-time systems, IEEE Transactions on automatic control, 39(6) (1994) 1310-1314.
- [34] J. Zarei, M. Tabatabaei, R. Razavi-Far, M. Saif, Fractional order unknown input filter design for fault detection of discrete linear systems, in: IECON 2017-43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IEEE, 2017, pp. 4333-4338.
- [28] A. Qiu, S. Shen, J. Zhang, Optimal intermittent fault diagnosis for discrete-time systems, in: 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2016, pp. 6814-6819.
- [29] M.A. Moradi, H. Bolandi, M. Abedi, Federated Extended Kalman Filter for Sensor Fault Detection and Isolation, Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers, 13(4) (2017) 71-79. (in persian)
- [30] F. Bagheri, H. Khaloozaded, K. Abbaszadeh, Stator fault detection in induction machines by parameter estimation, using adaptive kalman filter, in: 2007 Mediterranean Conference on Control & Automation, IEEE, 2007, pp. 1-6.
- [31] Z. Hashemi, A. Rahideh, Rotor Electrical Fault Detection of Wind Turbine Induction Generators Using an Unscented Kalman Filter, Iranian Journal of Science

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Barati, M. Rahmani, Fault detection and isolation based on robust Kalman filter for discrete-time systems with stochastic and norm-bounded uncertainties, Amirkabir J. Mech Eng., 53(Special Issue 6)(2021) 3825-3840.

DOI: 10.22060/mej.2021.18775.6887

