



مدل سازی پدیده تلفیق ارتعاشات و آکوستیک ناشی از تماس در تکیه گاه تیر اوایلر-برنولی با استفاده از المان طیفی فوریه

ناصرالدین سپهری^{۱*}، محمد احسانی^۲، مهناز شمشیرساز^۳، مجتبی صدیقی^۳

۱- مهندسی مکانیک و مکترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود،

۲- پژوهشکده فناوری نو، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۱۴

بازنگری: ۱۳۹۹/۱۲/۲۲

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۱۱

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۱/۲۱

کلمات کلیدی:

پایش سلامت سازه

تلفیق ارتعاشات و آکوستیک

تماس آکوستیک غیرخطی

وصله پیزوالکتریک

المان طیفی فوریه

خلاصه: از جمله ایده‌های نوین برای شناسایی زود هنگام آسیب استفاده از ماهیت غیرخطی آسیب‌های سازه‌ای با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک است. شل شدن تکیه‌گاه گیردار از جمله عیوبی است که سبب ایجاد اختلال در عملکرد سازه می‌شود. در این مقاله روش المان طیفی فوریه برای بررسی رفتار غیرخطی تماسی ناشی از شل شدن تکیه‌گاه گیردار با استفاده از روش تلفیق ارتعاشات و آکوستیک ارائه شده است. سه وصله پیزوالکتریک روی تیر اوایلر-برنولی جاسازی شده است. دو عدد از پیزوالکتریک‌ها به عنوان عملگر پمپ و حامل و وصله پیزوالکتریک سوم به عنوان حس گر برای برداشت سیگنال تلفیق شده مورد استفاده قرار می‌گیرند. در مدل عددی از ایده بستر الاستیک به منظور مدل سازی تکیه‌گاه استفاده شد. رفتار غیرخطی تماسی به صورت اعمال یک لقی بین سازه میزبان و سطح صلب مدل سازی شد. آزمون‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی در دو حالت سالم و معیوب (تکیه‌گاه شل شده) و در فرکانس‌های مختلف انجام پذیرفت. پردازش سیگنال‌های ثبت شده به صورت سری زمانی در حوزه فرکانس امکان احراز پدیده تلفیق و استخراج شاخص آسیب مناسب با شدت آسیب را فراهم می‌سازد. طبق نتایج، المان طیفی فوریه امکان شبیه‌سازی پدیده تلفیق را با دقت مناسب (صحت‌گذاری با نتایج تجربی) و همچنین نرخ همگرایی بالا فراهم می‌آورد.

۱- مقدمه

استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک از جایگاه ویژه‌ای در پایش سلامت سازه‌های صنعتی مختلف و بهینه‌سازی فرایند تعمیر و نگهداری آن‌ها برخوردار است. روش‌های پایش برخط از اصول خطی یا غیرخطی برای شناسایی عیب استفاده می‌کنند [۵-۱۱]. تشخیص زود هنگام عیوب سازه‌ای از مزایای روش‌های غیرخطی نسبت به روش‌های خطی محسوب می‌شود. [۶]. روش تلفیق آکوستیک و ارتعاشات از جمله روش‌های پایش سلامت غیرخطی سازه‌ها است [۱].

در یک تقسیم‌بندی کلی، انواع رفتار غیرخطی سازه به دودسته کلاسیک و غیرکلاسیک مجزا می‌شوند [۷]. غیرخطی تماسی شامل هر نوع تعامل سطوح جامد با یکدیگر ناشی از ترک، جدایش و شل شدن پیچ یا تکیه‌گاه گیردار است [۸] و در زمره غیرخطی‌های غیرکلاسیک قابل طبقه‌بندی است. تاکنون روش‌های تجربی مختلف برای شناسایی عیوب با آثار غیرخطی غیرکلاسیک ارائه شده‌اند که تعداد زیادی از آن‌ها در دسته‌بندی «پمپ-

حامل» قرار می‌گیرند [۸-۱۰]. ایده اصلی روش مبتنی بر تحریک هم‌زمان دو سیگنال شامل یک تحریک پرانرژی (اغلب با نام تحریک پمپی از آن در متون یاد می‌شود) و یک موج فرکانس بالا (موسوم به تحریک حامل) به سازه میزبان است. فرکانس تحریک پمپی از موج حامل کمتر و دامنه آن اغلب (نه لزوماً) از موج حامل بزرگ‌تر است. در سازه سالم که رفتار آن به صورت ایده‌آل خطی فرض می‌شود، پاسخ سازه تنها دارای اجزای اصلی فرکانس حامل و پمپ خواهد بود. این در حالی است که در سازه معیوب با امضای دینامیکی غیرخطی ناشی از آسیب، طیف پاسخ علاوه بر اجزای اصلی فرکانس‌های تحریک، شامل فرکانس‌های بالاتر (سوپر هارمونیک) و باندهای تلفیق شده اطراف فرکانس حامل خواهد بود [۲، ۱۱]. نسبت دامنه باندهای جانبی به دامنه فرکانس مرکزی از جمله شاخص‌های آسیب مورد استفاده جهت تعیین شدت آسیب در این تکنیک به شمار می‌رود. تاکنون تکنیک تلفیق ارتعاشات و آکوستیک برای شناسایی آسیب در گستره وسیعی از سازه‌ها شامل ورق‌های تقویت شده مورد استفاده در بال هواپیما، اتصالات جوشی در لوله‌ها [۱۲]، تیرهای بتنی [۱۳] و اتصالات پیچی مورد استفاده

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: naser.sepehry@shahroodut.ac.ir

قرار گرفته است. بهره‌گیری از ادوات مختلف به‌منظور ثبت سیگنال تلفیق‌شده و اعمال تحریک حامل و به‌خصوص تحریک پمپ، منجر به معرفی سامانه‌های آزمایشگاهی مختلف برای پیاده‌سازی این تکنیک شده‌است. لرزاننده [۱۴]، چکش‌های آنالیز مودال [۱۲]، بلندگو [۱۵]، لیزر، استک [۶] و وصله‌های پیزوالکتریک [۱۶] از جمله ادوات مورد استفاده به‌منظور پمپاژ انرژی در سیستم در تحقیقات مختلف به شمار می‌روند.

در بسیاری از موارد مکانیزم فیزیکی اساسی که منجر به تلفیق سیگنال می‌شود به روشنی قابل درک نیست [۶]. با این وجود در ادبیات فن جنبه‌های غیرخطی درگیر در روش تلفیق آکوستیک و ارتعاشات از نظر تئوری و عددی مورد بررسی قرار گرفته است [۱۷، ۱۸] وجود دو تحریک با دوره‌های تناوب کاملاً متفاوت در تکنیک تلفیق ارتعاشات و آکوستیک، شبیه‌سازی عددی آن را با چالش‌های جدی در انتخاب اندازه بهینه مش، نمو زمانی و بازه زمانی حل مواجه کرده و اغلب این شبیه‌سازی‌ها با هزینه محاسباتی قابل توجهی همراه هستند [۱۲، ۱۹، ۲۰]. یک بررسی جامع از روش‌های مدل‌سازی تعامل غیرخطی ترک-موج در [۲۱] ارائه شده است. مدل‌های مختلف غیرخطی کلاسیک و غیر کلاسیک ناشی از ترک، ترموالاستیسیته، سفتی با پروفایل تغییرات دوخطی، ترک‌های باز و بسته‌شونده و هیستریزیس در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. فرمولاسیون مسائل مکانیک محیط پیوسته محلی و غیرمحلی برای مدل‌سازی تعامل ترک-موج نیز در [۱۷، ۲۲-۲۴]. مورد مطالعه قرار گرفته است.

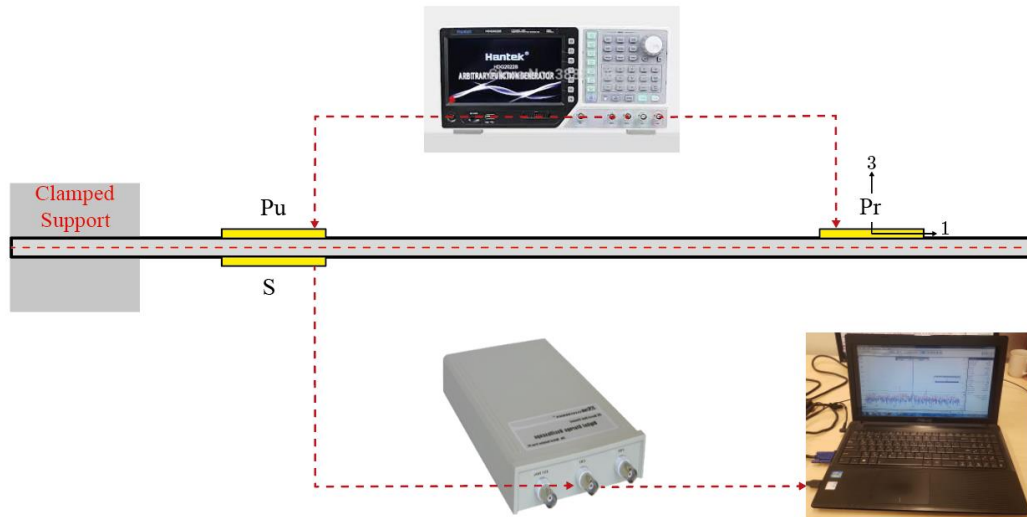
در مرجع [۲۳]، از یک مدل اجزاء محدود برای تعیین فرکانس مناسب برای تحریک پمپی استفاده شد. حالت باز و بسته ترک ناشی از تحریک پمپی با فرکانس تنظیم‌شده، سبب تلفیق موج پمپ با موج حامل شد. در مقاله [۲۵] به بررسی تلفیق آکوستیک و ارتعاشات ناشی از تماس در مرز با استفاده از روش اجزاء محدود پرداخته شده است. لی و همکاران پس از مدل‌سازی دقیق هندسه میکروتورک مبتنی بر الگوریتم پردازش تصویر میکروسکوپ نوری، نحوه تعامل تحریک پمپی و حامل و شکل‌گیری پدیده تلفیق را به شیوه عددی مطالعه کردند [۲۶]. شبیه‌سازی پدیده تلفیق در یک لمینیت کامپوزیتی متورق توسط سینگ و همکاران از جمله تلاش‌های معدود دیگر در این حوزه محسوب می‌شود [۲۷].

هدف از این مقاله بررسی ارتعاشات غیرخطی سازه میزبان ناشی از شل شدن و تماس در محل تکیه‌گاه آن به‌منظور پایش سلامت زود هنگام و بهینه آن است. برای این منظور آزمون‌های تجربی بر روی تیر مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک در حالت‌های سالم و معیوب طراحی شدند. اثر

فرکانس پمپ بر روی افزایش قابلیت شناسایی آسیب از جمله نکات مورد توجه مقاله حاضر است. به‌منظور درک مکانیزم فیزیکی حاکم بر پدیده تلفیق، مدل‌سازی عددی به کمک روش المان طیفی فوریه [۲۸، ۲۹] ارائه می‌شود. رفتار الکترومکانیکی وصله‌های پیزوالکتریک در مدل توسعه داده شده مدنظر قرار گرفته است. در ادامه، مکانیک تماس به‌عنوان عامل غیرخطی حاکم بر مسئله به فرمولاسیون توسعه داده شده، اضافه شد. از ایده بستر الاستیک و لقی بین سازه میزبان و مرز صلب به‌منظور مدل‌سازی عامل غیرخطی بهره برده شد. با توجه به ماهیت پایای مسئله مورد بررسی، تحلیل معادلات حاکم در حوزه زمان و به کمک الگوریتم صریح تفاضل مرکزی مورد بحث قرار خواهد گرفت. فرایند پردازش سیگنال و استخراج ویژگی‌های حساس به آسیب در حوزه فرکانس از جمله چشم‌اندازهای دیگر مقاله حاضر به شمار می‌رود.

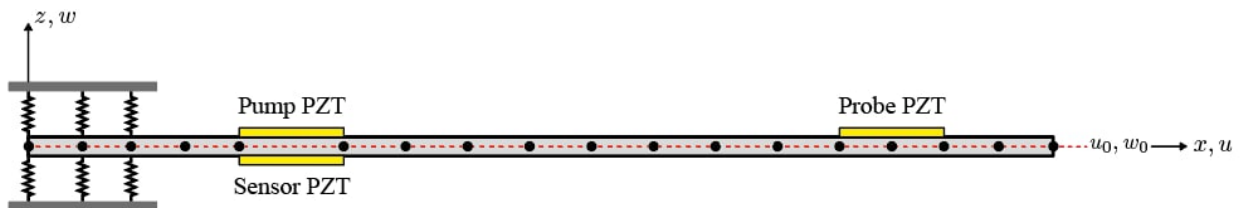
۲- سامانه آزمایشگاهی

سامانه آزمایشگاهی مورد استفاده در این پژوهش شامل یک تیر آلومینیومی مجهز به سه وصله پیزوالکتریک و مقیدشده توسط تکیه‌گاه گیردار است (شکل ۱). محل قرارگیری حس‌گر نیز برای اندازه‌گیری پدیده تلفیق هر چه به منبع عیب نزدیک‌تر باشد اثر بهتری دارد. محل قرارگیری عملگر حامل و حسگر لزومی ندارد دقیقاً در یک مکان باشد. برای تحریک وصله‌های عملگری پمپ و حامل از مولد تابع دو کاناله (HDG2002B) استفاده شد. فرکانس حامل در همه آزمون‌ها ۱۰۰ کیلوهرتز است. به‌منظور ایجاد پدیده تلفیق، دو فرکانس ۲۲ کیلوهرتز و ۲۷ کیلوهرتز برای پمپاژ انرژی به سیستم و همچنین بررسی نحوه وابستگی شدت تلفیق به فرکانس پمپ لحاظ شد. دامنه قله به قله هر دو ولتاژ حامل و پمپ ۲۰ ولت است. برای اندازه‌گیری موج تلفیق‌شده، یک اسیلوسکوپ با نرخ نمونه‌برداری ۲۵ میلیون نمونه بر ثانیه (DSLR800C)، ولتاژ وصله پیزوالکتریک حسگر را اندازه‌گیری می‌کند. به‌منظور اطمینان از پایاشدن سیگنال‌های خروجی حسگر، داده‌ها پس از گذشت مدت‌زمان کافی پس از اعمال تحریک‌های سینوسی پمپ و حامل، ذخیره شدند. همچنین، به‌منظور افزایش نسبت سیگنال به نوفه، نتایج در ۱۰ پنجره زمانی مختلف اندازه‌گیری و میانگین آن‌ها به‌عنوان نتایج نهایی در نظر گرفته شد. به‌منظور حذف فرکانس‌های طبیعی ناخواسته تحریک‌شده از سینوسی غیر ایدئال یک فیلتر در حوزه فرکانسی طراحی شده است [۲۵]. در ابتدا تیر در حالت سالم که متناظر با تکیه‌گاه گیردار و کاملاً سفت است در دو فرکانس پمپ مختلف مورد پایش



شکل ۱. شماتیک نحوه اتصال وسایل اندازه‌گیری به سازه تحت پایش

Fig. 1. Schematic of connect measuring instruments to the structure under monitoring



شکل ۲. هندسه تیر با مرز الاستیک

Fig. 2. Beam geometry with elastic foundation

برای گسسته‌سازی تیر از روش المان طیفی فوریه [۲۸, ۲۹] استفاده شده است. مدل‌سازی ارائه‌شده توسط روش المان طیفی فوریه در مقالات قبلی برای سیستم‌های خطی ارائه‌شده بود که در این مقاله این مدل‌سازی برای بررسی اثر تماس که عامل غیرخطی است بسط داده شده است. همچنین این روش برای سازه‌های شامل وصله پیزوالکتریک در کارهای قبلی وجود ندارد که در این مقاله فرمولاسیون آن بسط داده شده است.

همچنین علاوه بر ارتعاشات عرضی، ارتعاشات طولی تیر نیز در این مدل‌سازی لحاظ گردیده است. سری سینوسی فوریه یک تابع دلخواه پیوسته $f(x)$ در بازه $[0, L]$ عبارت است از:

$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) \quad 0 < x < L \quad (1)$$

قرار گرفت. سپس با شل کردن تکیه‌گاه متناظر با حالت معیوب تیر، روند پایش به کمک روش تلفیق تکرار شد. به این ترتیب، شرایط تکیه‌گاهی برای هر دو فرکانس پمپ مشابه بوده و نتایج قابل مقایسه خواهند بود.

۳- مدل‌سازی تیر با پیزوالکتریک

شماتیک مدل تیر اوپلر-برنولی تحت بررسی به منظور مطالعه پدیده تلفیق ارتعاشات و آکوستیک به کمک المان طیفی فوریه در شکل ۲ نشان داده شده است. همچنین برای بررسی تماس در مرز، اثر تکیه‌گاه گیردار به صورت بستر الاستیک بصورت فنرهای عرضی مدل شده است و هر دو ارتعاشات عرضی و طولی در مدل‌سازی لحاظ شده است [۳۰]. با توجه به فرکانس بالای امواج مورد استفاده در روش تلفیق آکوستیک و ارتعاشات،

انتزاعی المان تیر می‌باشند. در المان‌های فاقد فنر کافی است در معادله (۴) ترم $k\bar{w}_i^2$ صفر منظور شود. با جای گذاری رابطه (۲) در (۳) داریم:

$$\bar{u}_i(x,t) = \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L^{(e)}}x\right) + u_{i-1}\left(1 - \frac{x}{L^{(e)}}\right) + u_i\left(\frac{x}{L^{(e)}}\right) \right\} e^{i\omega t}$$

$$\bar{w}_i(x,t) = \left\{ \begin{aligned} & \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin\left(\frac{m\pi}{L^{(e)}}x\right) + w_{i-1}\left(1 - \frac{3x^2}{(L^{(e)})^2} + \frac{2x^3}{(L^{(e)})^3}\right) \\ & + \theta_{i-1}\left(x - \frac{2x^2}{L^{(e)}} + \frac{x^3}{(L^{(e)})^2}\right) + \\ & w_i\left(\frac{3x^2}{(L^{(e)})^2} - \frac{2x^3}{(L^{(e)})^3}\right) + \theta_i\left(-\frac{x^2}{L^{(e)}} + \frac{x^3}{(L^{(e)})^2}\right) \end{aligned} \right\} e^{i\omega t} \quad (5)$$

که در آن ω فرکانس زاویه‌ای است، A_m و B_m ضرایب سری فوریه است. (u_{i-1}, u_i) و (w_{i-1}, w_i) جابجاییهای طولی و عرضی تیر در مختصات $x = L_{i-1}$ و L_i است.

با جای گذاری معادله (۵) در (۴) و حداقل کردن انرژی نسبت به ضرایب نامعلوم، ماتریس جرم و سفتی می‌توانند محاسبه شوند. با توجه به این که این المان‌ها دارای نیروی خارجی نمی‌باشند، معادله دینامیکی فرکانسی به صورت زیر است:

$$\{K_i - \omega^2 M_i\} X_i = 0 \quad (6)$$

که K_i و M_i به ترتیب ماتریس‌های سفتی و جرمی تیر متصل به فنر در بخش تکیه‌گاه هستند و به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$K_i = \begin{bmatrix} K_{11}^i & K_{12}^i & K_{13}^i \\ K_{12}^i & K_{22}^i & K_{23}^i \\ K_{13}^i & K_{23}^i & K_{33}^i \end{bmatrix}$$

$$M_i = \begin{bmatrix} M_{11}^i & M_{12}^i & M_{13}^i \\ M_{12}^i & M_{22}^i & M_{23}^i \\ M_{13}^i & M_{23}^i & M_{33}^i \end{bmatrix} \quad (7)$$

و بردار ضرایب نامعلوم به صورت زیر است:

با توجه به ماهیت سری فوریه، تنها می‌توان شرط مرزی خاصی را مدل سازی نمود [۲۹]. برای برطرف نمودن این مشکل تابع اصلاح شده فوریه به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۹]:

$$f(x) = f(0)\left(1 - \frac{x}{L}\right) + f(L)\frac{x}{L} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) \quad 0 \leq x \leq L \quad (2)$$

رابطه میدان جابه‌جایی برای المان i ام تیر اوایلر-برنولی به صورت زیر است [۳۱]:

$$u_i(x, y, z, t) = \bar{u}_i(x, t) - z\theta(x, t)$$

$$w_i(x, y, z, t) = \bar{w}_i(x, t) \quad (3)$$

$$\theta = \frac{dw}{dx}$$

با توجه به این که سطح مقطع مدل یک بعدی شامل قسمت‌های مختلفی از قبیل تیر به علاوه بستر الاستیک، تیر به علاوه وصله پیزوالکتریک عملگر پمپی و حسگر و تیر به علاوه وصله پیزوالکتریک عملگر حامل است، محاسبه ماتریس‌های سازه‌ای به روش المان طیفی هر قسمت به صورت مجزا ارائه می‌شود.

۳-۱ المان طیفی فوریه برای تیر به علاوه بستر الاستیک

برای محاسبه ماتریس‌های سفتی و جرمی ابتدا انرژی پتانسیل و جنبشی تیر با بستر الاستیک محاسبه می‌شوند. انرژی جنبشی و پتانسیل المان i ام تیر با بستر الاستیک به صورت زیر است [۳۱، ۳۲]:

$$T = \frac{1}{2} \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left[\rho A \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}\right)^2 + \rho A \left(\frac{\partial \bar{w}_i}{\partial t}\right)^2 \right] dx$$

$$U = \frac{1}{2} \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left[EA \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x}\right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 \bar{w}_i}{\partial x^2}\right)^2 + k\bar{w}_i^2 \right] dx \quad (4)$$

که در آن E مدول یانگ، A سطح مقطع، I ممان دوم سطح تیر و ρ چگالی المان است. همچنین L_i و L_{i-1} نشان دهنده مختصات ابتدایی و

که در آن E_p مدول یانگ وصله پیزوالکتریک است.

بعد از حداقل کردن معادلات انرژی با استفاده از روش ریلی ریتز، ماتریس‌های سفتی و جرمی محاسبه شده و معادله حاکم در حوزه فرکانس را نتیجه می‌دهد:

$$(K_i - \omega^2 M_i) = F \quad (12)$$

که بردار نیروی خارجی در غیاب نیروی مکانیکی تنها در المان‌های شامل عملگر مقدار داشته و برای المان شامل پیزوالکتریک حسگر $F = 0$ است.

۳-۳- عمومی سازی ماتریس‌ها

مشابه عمومی سازی ماتریس‌های در روش المان محدود، ماتریس‌های سفتی و جرم با توجه به معادله (۸) به صورت زیر عمومی سازی می‌شوند [۲۹].

$$M_g = \begin{bmatrix} M_{11}^1 & M_{12}^1 & M_{13}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{12}^1 & M_{22}^1 & M_{23}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{13}^1 & M_{23}^1 & M_{33}^1 + M_{11}^2 & M_{12}^2 & M_{13}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{12}^2 & M_{22}^2 & M_{23}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{13}^2 & M_{23}^2 & M_{33}^2 + M_{11}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{11}^{N-1} + M_{11}^N & M_{12}^N & M_{13}^N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{12}^N & M_{22}^N & M_{23}^N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{13}^N & M_{23}^N & M_{33}^N \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$K_g = \begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & K_{13}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{12}^1 & K_{22}^1 & K_{23}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{13}^1 & K_{23}^1 & K_{33}^1 + K_{11}^2 & K_{12}^2 & K_{13}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{12}^2 & K_{22}^2 & K_{23}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{13}^2 & K_{23}^2 & K_{33}^2 + K_{11}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{11}^{N-1} + K_{11}^N & K_{12}^N & K_{13}^N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{12}^N & K_{22}^N & K_{23}^N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{13}^N & K_{23}^N & K_{33}^N \end{bmatrix} \quad (14)$$

معادله دینامیکی در حوزه فرکانس به صورت زیر است:

$$(K_g - \omega^2 M_g) X_g = F_g \quad (15)$$

که در آن F_g ، X_g ، M_g ، K_g به ترتیب ماتریس سفتی، ماتریس جرم، بردار جابجایی‌های گره‌ای و بردار نیروی معادل پیزوالکتریک هستند.

$$X_i = \{u_{i-1}, w_{i-1}, \theta_{i-1}, A_1, A_2, \dots, A_m, B_1, B_2, \dots, B_M, u_i, w_i, \theta_i\}^T \quad (8)$$

۳-۲- المان طیفی فوریه برای تیر به علاوه وصله پیزوالکتریک

میدان جابجایی المان مرکب از تیر و وصله پیزوالکتریک نیز از معادله (۳) تبعیت می‌کند. رابطه انرژی جنبشی و پتانسیل این المان به صورت زیر است:

$$T = \frac{1}{2} \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ \rho A \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}_i}{\partial t} \right)^2 \right] + \rho_p A_p \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}_i}{\partial t} \right)^2 \right] \right\} dx \quad (9)$$

که در آن A_p سطح مقطع پیزوالکتریک و ρ_p چگالی پیزوالکتریک هستند.

$$U = \frac{1}{2} \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ EA \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x} \right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 \bar{w}_i}{\partial x^2} \right)^2 + I_1 \left(\frac{\partial^2 \bar{w}_i}{\partial x^2} \right)^2 - I_2 E_3 \left(\frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x} \right) - I_3 E_3^2 \right\} dx \quad (10)$$

که در آن E_3 میدان الکتریکی، I_1 و I_2 و I_3 به صورت زیر تعریف می‌شوند [۳۳]:

$$I_1 = E_p b_p \frac{z^3}{3} \left| \frac{h}{2} + h_p \right| \frac{h}{2};$$

$$I_2 = e_{31} b_p z^2 \left| \frac{h}{2} + h_p \right| \frac{h}{2};$$

$$I_3 = e_{31} b_p z \left| \frac{h}{2} + h_p \right| \frac{h}{2} \quad (11)$$

$$\begin{cases} g_N^i \geq 0 \\ \lambda_N^i \geq 0 \\ g_N^i \lambda_N^i = 0 \end{cases} \quad i=1,2,\dots,s \quad (21)$$

که در آن g_N^i تابع لقی و λ_N^i فشار عمودی تماس است. I شماره گره در تماس و S تعداد گره‌های در حالت تماس هستند. شرایط معادله ۲۱ جهت اطمینان از عدم نفوذ دو سطح در تماس به مرزهای یکدیگر اعمال می‌شوند. تعبیر معادله ۲۱ به این ترتیب است: هنگامی که تابع لقی مثبت است (عدم تماس)، نیروی تماسی صفر و هنگامی که تابع لقی منفی است (نفوذ دو سطح به داخل مرزهای یکدیگر)، نیروی تماسی باید صفر باشد. به این ترتیب، سه شرط فوق دربرگیرنده تمام حالات ممکن تعامل دو سطح در تماس را شامل می‌شوند.

به منظور اضافه کردن شرط تماسی به معادلات حاکم، ابتدا معادله (۱۷) در یک لحظه خاص حل می‌شود. در صورتی که جابجایی گره‌های المان‌های قسمت تیر با بستر الاستیک در لبه بالایی و پایینی تیر از یک مقدار تلورانس مشخص بیشتر باشند، نیرویی در این گره‌ها به اندازه مقدار فتر در جابجایی به گره‌های موردنظر اعمال می‌شود. در غیر این صورت گره‌ها همان مقادیری را خواهند داشت که از حل معادله (۱۷) به دست می‌آید. این نیرو با استفاده از روش پنالتی به دست آمده است [۳۴].

۴- نتایج و بحث

در این بخش، پس از ارائه نتایج تجربی مربوط به روش تلفیق ارتعاشات و آکوستیک، نتایج شبیه‌سازی ارتعاشات غیرخطی تیر اویلر-برنولی ناشی از تماس در محل تکیه‌گاه به روش المان طیفی فوریه صحه‌گذاری شده و مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت.

۴-۱- نتایج تجربی

در این قسمت به بررسی طیف پاسخ خروجی حس گر ناشی از اعمال دو تحریک هم‌زمان پمپ و حامل به تیر آلومینیومی در دو حالت سالم و معیوب پرداخته می‌شود. شکل ۳ طیف پاسخ پیزوالکتریک حسگر به‌ازای فرکانس پمپ ۲۲ کیلوهرتز و فرکانس حامل ۱۰۰ کیلوهرتز را برای حالت سالم نشان می‌دهد. برای رفع مشکل قله‌های تشدید حاصل از اعمال سینوسی غیر ایدئال از فیلتر ارائه‌شده در [۲۵] استفاده شده است. شکل ۴-الف نتایج حالت معیوب را به‌ازای فرکانس‌های تحریک اشاره‌شده نشان می‌دهد. به‌منظور بررسی دقیق‌تر نتایج، طیف پاسخ فرکانسی برای حالت معیوب در شکل

برای بررسی ارتعاشات غیرخطی (نحوه اضافه کردن بخش غیرخطی در بخش ۳-۵ اشاره خواهد شد) معادله (۱۵) از حوزه فرکانس به حوزه زمان انتقال داده می‌شود:

$$K_g X_g + M_g \ddot{X}_g = F_g \quad (16)$$

با اضافه نمودن میرایی سازه‌ای به صورت میرایی ریلی (۱۶) به معادله داریم:

$$M_g \ddot{X}_g + C_g \dot{X}_g + K_g X_g = F_g \quad (17)$$

۳-۴- محاسبه ولتاژ خروجی حسگر پیزوالکتریک

برای محاسبه ولتاژ خروجی حسگر پیزوالکتریک از معادله اساسی پیزوالکتریک استفاده می‌شود. برای این منظور از بخش الکتریکی معادله پیزوالکتریک داریم:

$$D_3 = e_{31} \varepsilon_1 + \varepsilon_{33} E_3 \quad (18)$$

و شار خروجی المان پیزوالکتریک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q(t) = \int_{A_p} D_3 dA_p \quad (19)$$

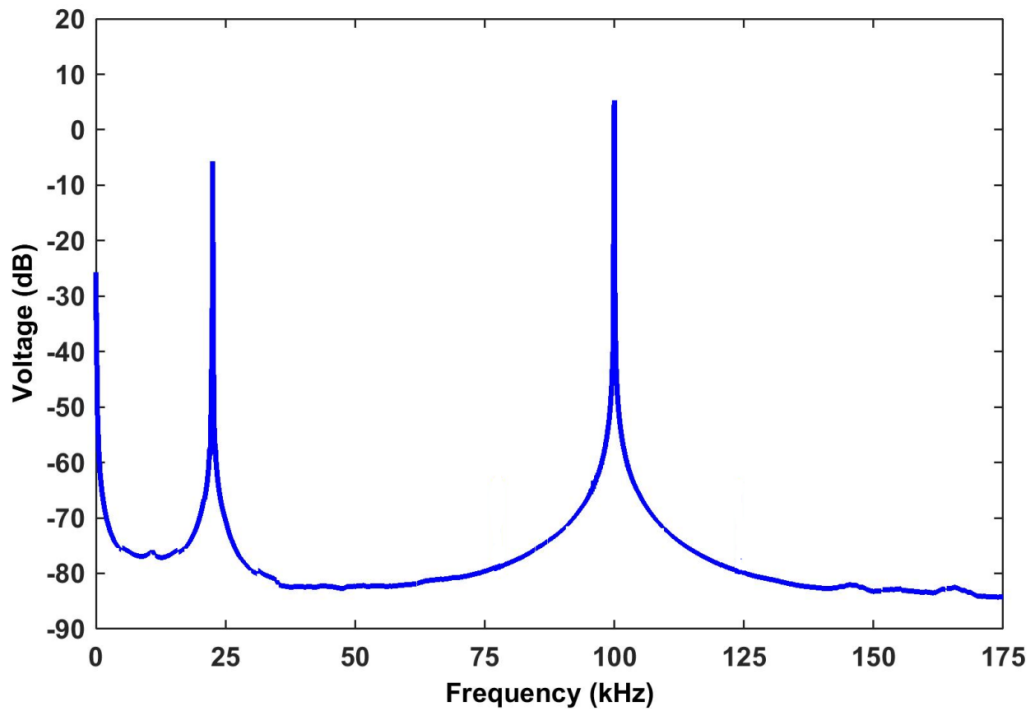
که در آن A_p سطح مقطع پیزوالکتریک می‌باشد. با عمومی‌سازی ماتریس المان خروجی در نهایت ولتاژ خروجی پیزوالکتریک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V(t) = \frac{Q(t)}{C_p} \quad (20)$$

که C_p ظرفیت خازنی پیزوالکتریک است.

۳-۵- مکانیک تماس

با توجه به ماهیت غیرخطی تماس، برای بررسی این اثر، ناحیه تیر با بستر الاستیک باید مورد مطالعه قرار گیرد. شرایط تماس معروف به هرترز-سینیورینی-مورثو [۳۴, ۳۵] عبارت است از:



شکل ۳. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۲ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت سالم

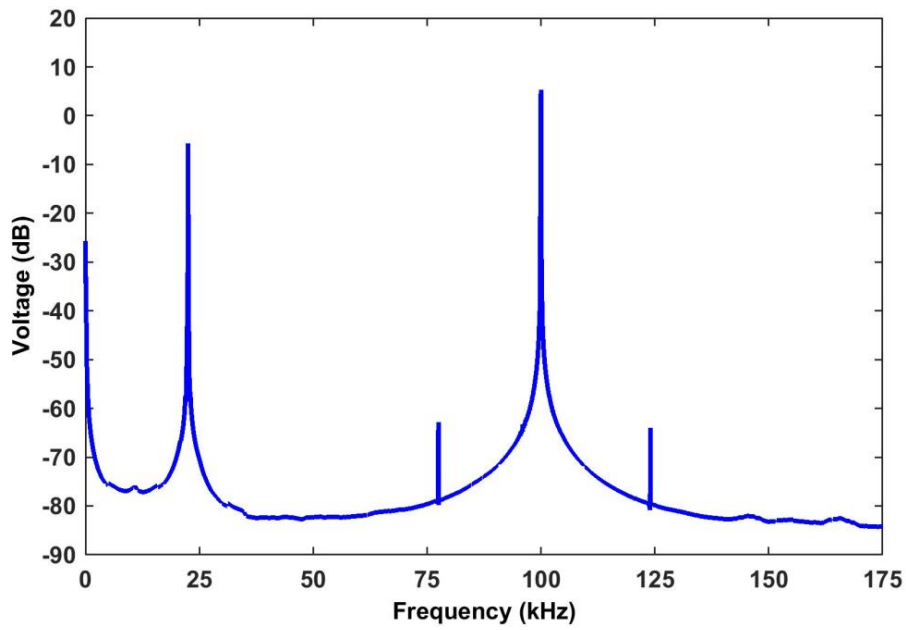
Fig. 3. Spectrum of structural response to pump (22 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the healthy state

۴-۲- نتایج شبیه‌سازی به روش المان طیفی فوریه به‌منظور راستی آزمایشی فرمولاسیون ارائه‌شده، پدیده تلفیق ارتعاشات و آکوستیک در تیر مجهز به وصله پیزوالکتریک و داری شرایطی مشابه با سامانه آزمایشگاهی به کمک المان طیفی فوریه مدل‌سازی و تحلیل شد. تیر دارای طول ۲۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۲ میلی‌متر است. هر سه پیزوالکتریک‌ها دارای طول ۲۰ میلی‌متر و ضخامت ۰/۲ میلی‌متر هستند. فاصله پیزوالکتریک حامل و حس‌گر از تکیه‌گاه ۴ میلی‌متر و فاصله پیزوالکتریک پمپ از تکیه‌گاه ۱۵۵ میلی‌متر است. خواص مواد آلومینیوم و وصله‌های پیزوالکتریک در جدول ۱ ارائه‌شده‌است.

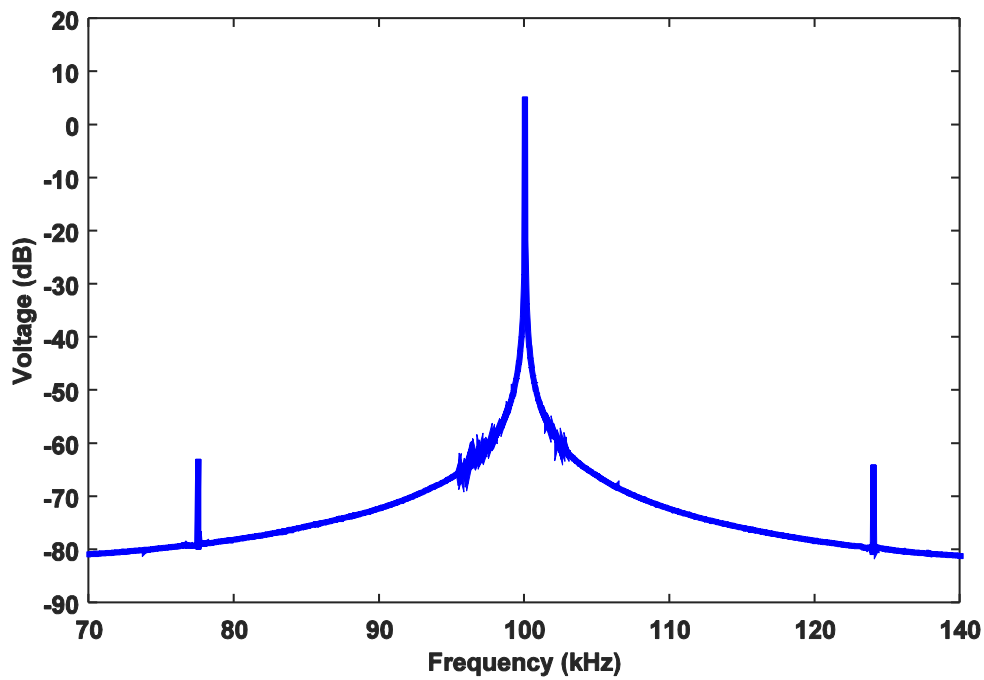
برای کل سازه در مجموع ده المان و برای هر المان تعداد کل جملات سری فوریه برابر ۱۰ در نظر گرفته شده‌است. این مقادیر به کمک حل مقدار ویژه و بر اساس همگرایی مقادیر ویژه تا فرکانس ۲۰۰ کیلوهرتز انتخاب شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خارجی توسط معادله (۱۷) محاسبه و به درجات آزادی متناظر با پیزوالکتریک‌های عملگر پمپ و حامل اعمال شد. فرکانس حامل ۱۰۰ کیلوهرتز و فرکانس پمپ دو فرکانس ۲۲ و ۲۷ کیلوهرتز

۴-ب بزرگ‌نمایی و بازترسیم شده است. مطابق شکل ۳، در حالت سالم تنها دو فرکانس حامل و پمپ در طیف ظاهر شده است، در صورتی که در حالت برقراری تماس در تکیه‌گاه، علاوه بر این دو، فرکانس‌های حاصل از تلفیق موج حامل و پمپ در مقادیر فرکانسی 100 ± 22 کیلوهرتز نیز در طیف پاسخ فرکانسی بروز کرده‌اند. تطابق مودهای ارتعاشی پیش‌نیاز اصلی انتقال انرژی از فرکانس حامل به فرکانس تلفیق است. این انتقال انرژی منجر به کاهش دامنه قله موج حامل در حالت سالم نسبت به حالت معیوب شده‌است.

در شکل ۵ و شکل ۶، نتایج تکرار آزمون تجربی برای فرکانس پمپ ۲۷ کیلوهرتز و پس از اعمال فیلتر نشان داده شده‌است. در شکل ۶ ب، طیف پاسخ در اطراف فرکانس حامل بزرگ‌نمایی شده‌است. مشابه حالت قبل، در حالت سالم رفتار ارتعاشی سازه خطی بوده و تنها فرکانس‌های پمپ و حامل در طیف وجود دارند. در صورتی که در حالت معیوب باندهای جانبی حاصل از تلفیق در مقادیر فرکانسی 100 ± 27 کیلوهرتز در شکل ظاهر گردیده‌است. در فرکانس پمپ ۲۲ و ۲۷ کیلوهرتز میانگین دامنه باند تلفیق سمت چپ و راست به ترتیب برابر $0/0016$ و $0/0018$ است.



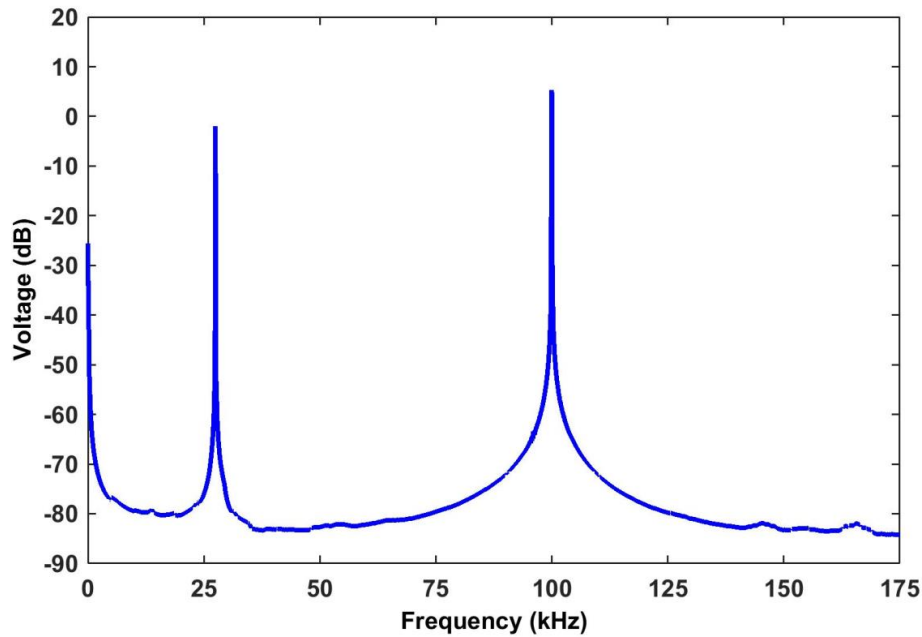
(الف)



(ب)

شکل ۴. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۲ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت معیوب الف) کل بازه فرکانسی ب) بزرگ‌نمایی در اطراف فرکانس مرکزی حامل

Fig. 4. Spectrum response of the structure to the application of pump (22 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the damage state a) The whole frequency range b) Magnification around the probe central frequency



شکل ۵. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۷ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت سالم

Fig. 5. Spectrum of structural response to pump (27 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the healthy state

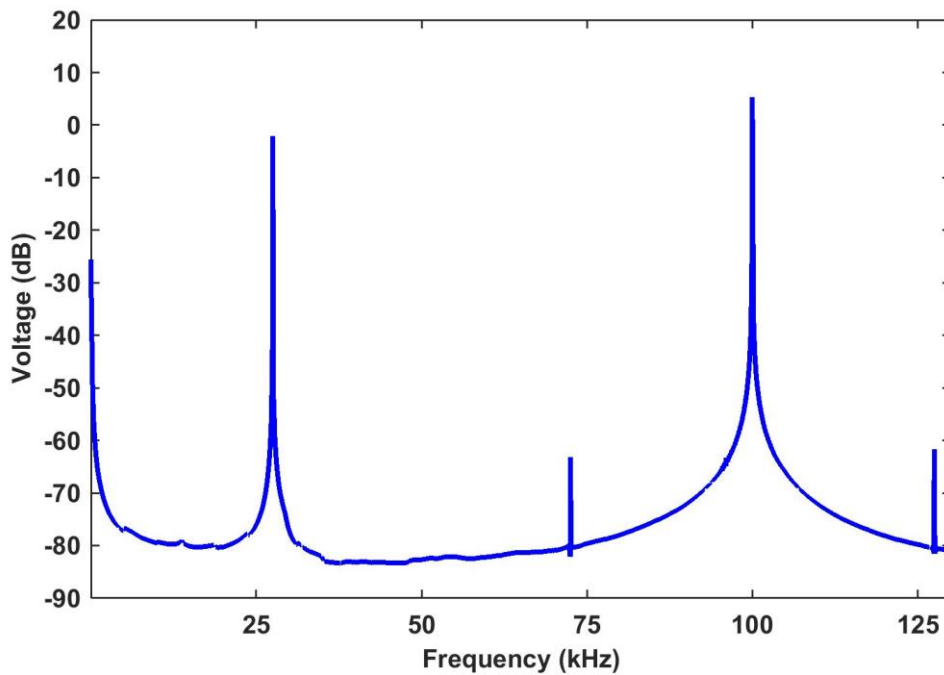
جدول ۱. خواص مواد پیزوالکتریک و آلومینیوم

Table 1. Properties of piezoelectric materials and Aluminum

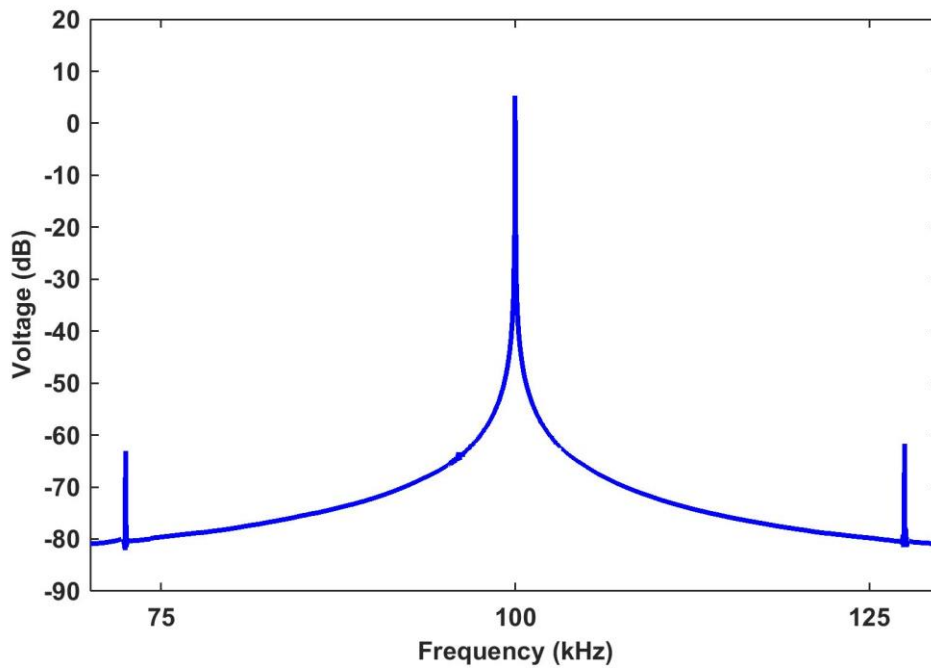
مدول یانگ (N / m ²)	ثابت پیزوالکتریک (C / m ²)	گذردهی الکتریکی (F / m)	چگالی (kg / m ³)	ماده
C_{11}	e_{33}	ϵ_{33}	ρ	
62×10^9	$-6/5$	13×10^{-9}	۷۵۰۰	پیزوالکتریک
70×10^9	--	--	۲۷۰۰	آلومینیوم

میکروثانیه انتخاب شده است. پس از اتمام حل، ولتاژ حسگری پیزوالکتریک به کمک معادله (۲۰) در حوزه زمان محاسبه و پاسخ فرکانسی ولتاژ حسگر با اعمال تبدیل فوریه به سری زمانی جابجایی‌های گره‌ای محاسبه می‌شود. شکل ۷ نتایج شبیه‌سازی برای فرکانس حامل ۱۰۰ کیلوهرتز و پمپ ۲۲ کیلوهرتز را در سازه سالم نشان می‌دهد. مطابق شکل، به دلیل ماهیت خطی سازه در بازه فرکانسی موردنظر، تنها فرکانس ۱۰۰ کیلوهرتز در طیف پاسخ بروز کرده است. شکل ۸ نتایج شبیه‌سازی برای فرکانس حامل ۱۰۰ کیلوهرتز

انتخاب شد. با افزایش زمان حل، سیگنال‌های تحریک به سیگنال‌های سینوسی پایاشده نزدیک می‌شوند. برای حالت سالم سازه تنها معادله (۱۷) که یک معادله خطی است حل می‌گردد. در این حالت فرض بر این است که تکیه‌گاه کاملاً سفت بوده و هیچ‌گونه تماس بین سازه و مرز صلب وجود ندارد. در هر حالت معیوب، معادله (۱۷) و بخش تماس هم‌زمان حل به‌طور هم‌زمان حل می‌شوند. برای شبیه‌سازی، زمان نهایی متناظر با زمان ۵۰۰ سیکل برای فرکانس پمپ در نظر گرفته شده است. همچنین گام زمانی ۱/۰



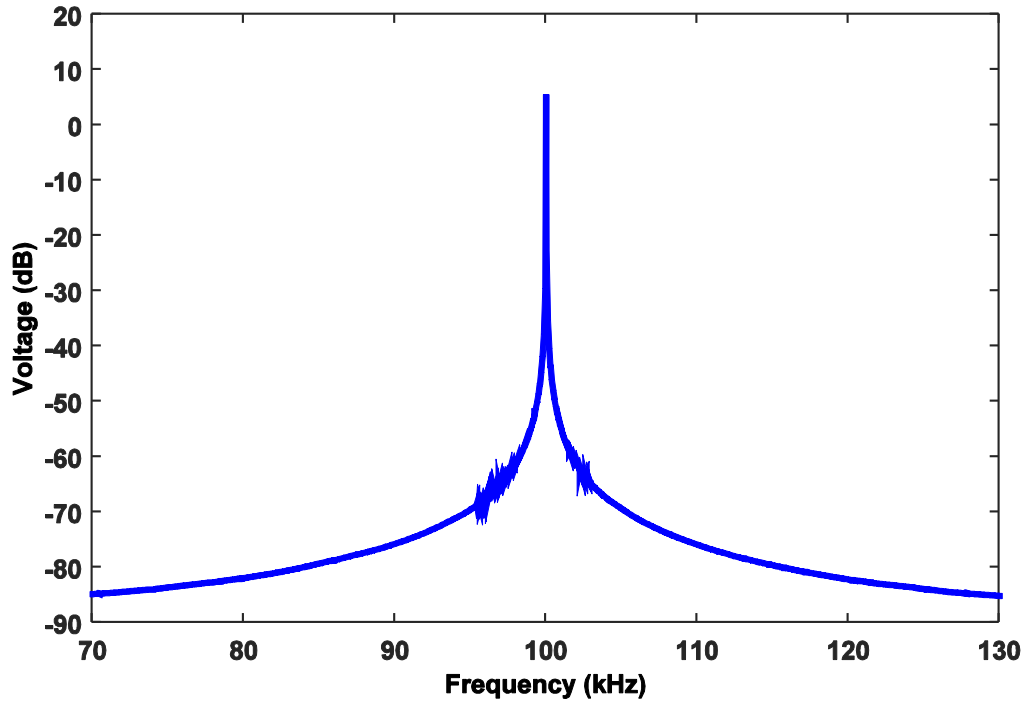
(الف)



(ب)

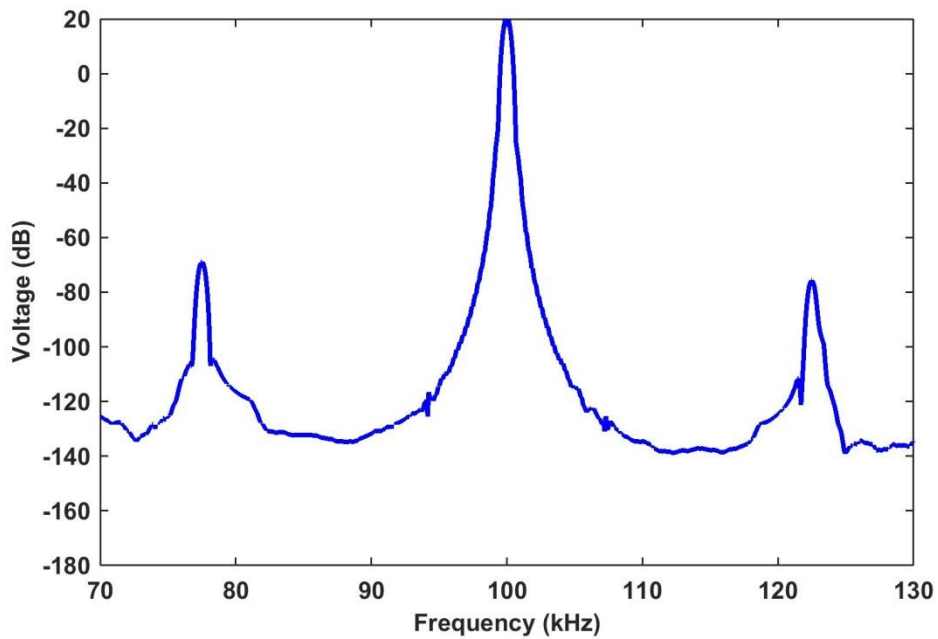
شکل ۶. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۷ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت معیوب الف) کل بازه فرکانسی ب) بزرگ‌نمایی در اطراف فرکانس مرکزی حامل

Fig. 6. Spectrum response of the structure to the application of pump (27 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the damage state a) The whole frequency range b) Magnification around the probe central frequency



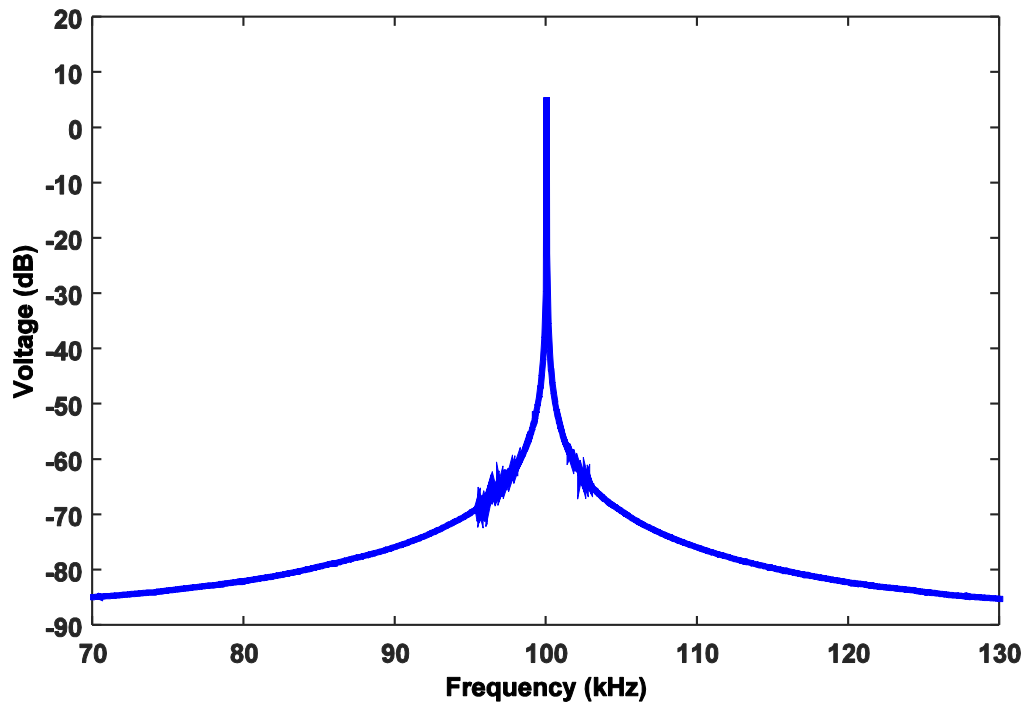
شکل ۷. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۲ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت سالم

Fig. 7. Spectrum of structural response to pump (22 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the healthy state



شکل ۸. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۲ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت معیوب

Fig. 8. Spectrum of structural response to pump (22 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the damage state



شکل ۹. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۷ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت سالم

Fig. 9. Spectrum of structural response to pump (27 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the healthy state

که روش تلفیق آکوستیک و ارتعاشات قادر به تشخیص عیوب ریزی در سازه است که روش‌های خطی قادر به تشخیص آن عیوب نیستند.

۵- نتیجه‌گیری

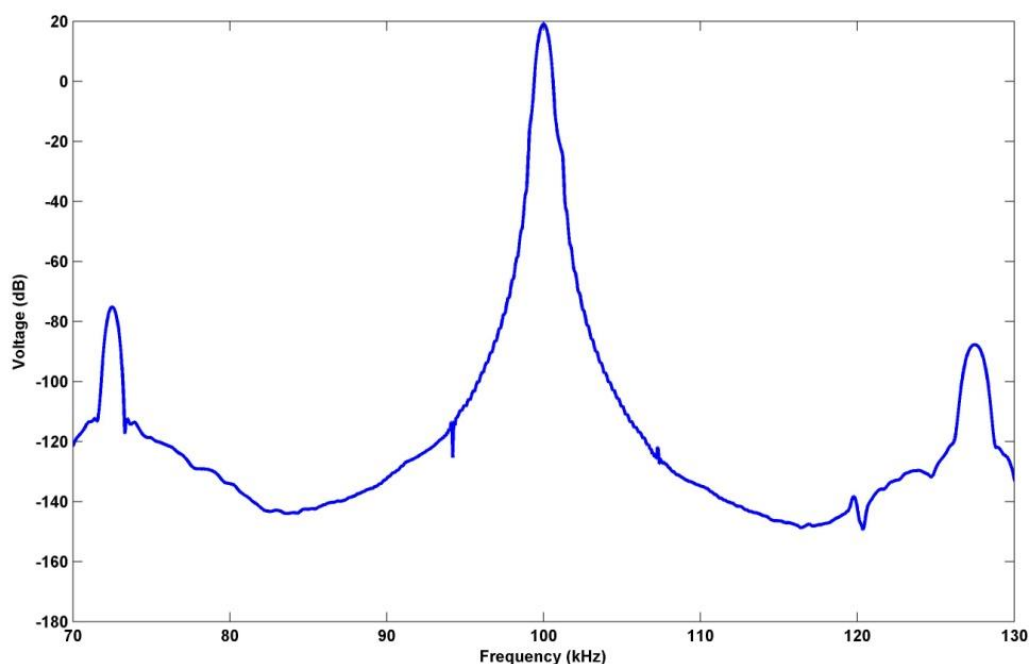
در این تحقیق تأثیر تماس در محل تکیه‌گاه در رفتار ارتعاشی غیرخطی سازه تحت پایش به روش تلفیق ارتعاشات و آکوستیک مورد بررسی قرار گرفت. به‌منظور کاهش هزینه‌های محاسباتی که عنصر جدایی‌ناپذیر شبیه‌سازی پدیده‌های فرکانس بالا است، از روش المان طیفی فوریه که دارای نرخ همگرایی بسیار مناسب نسبت به سایر روش‌های عددی مشابه است، استفاده گردید. مکانیک تماس به‌عنوان عامل غیرخطی حاکم بر مسئله، به کمک روش پنالتی به فرمولاسیون المان طیفی ضمیمه شد. کارکرد روش تلفیق و وابستگی آن به تحریک فرکانس پایین با تغییر مقدار فرکانس پمپ در آزمون‌های تجربی و شبیه‌سازی بررسی شد. طبق نتایج، در آزمون‌های تجربی و عددی، تماس در محل تکیه‌گاه معیوب منجر به بروز فرکانس‌های تلفیق در اطراف باند مرکزی حامل می‌شود. غیاب باندهای فرکانسی تلفیق در سازه سالم (مینا) امکان استخراج ویژگی‌های حساس به آسیب مناسب و پایش زودهنگام سازه میزبان را فراهم می‌آورد.

و پمپ ۲۲ کیلوهرتز در سازه معیوب را نشان می‌دهد.

طبق نتایج، علاوه بر فرکانس ۱۰۰ کیلوهرتز فرکانس‌های 100 ± 22 کیلوهرتز نیز در پاسخ فرکانسی ولتاژ حس‌گر مشاهده می‌شود که ناشی از تماس غیرخطی در محل تکیه‌گاه هستند.

با تکرار شبیه‌سازی برای فرکانس حامل ۱۰۰ کیلوهرتز و پمپ ۲۷ کیلوهرتز نتایج مطابق شکل‌های ۹ و ۱۰ حاصل گردید. در حالت سالم (شکل ۹) امضای دینامیکی کاملاً خطی بوده و تنها فرکانس ۱۰۰ کیلوهرتز در طیف بروز کرده است. این در حالی است که در حالت معیوب (شکل ۱۰) علاوه بر فرکانس ۱۰۰ کیلوهرتز فرکانس‌های 100 ± 27 کیلوهرتز نیز در پاسخ فرکانسی سازه ظاهر شده‌است. در هر دو حالت، نتایج شبیه‌سازی تطابق مناسبی با نتایج تجربی داشته و فرمولاسیون ارائه‌شده به‌خوبی قادر به شبیه‌سازی ماهیت غیرخطی تماس است.

همان‌طور نتایج تجربی و تئوری نشان می‌دهد در حالت معیوب متناظر با تماس بین تیر با تکیه‌گاه، باندهای کناری که در پاسخ فرکانسی سیگنال خروجی حس‌گر نسبت به حالت سالم اضافه‌شده‌است. به‌علاوه، تماس تأثیر چندانی بر دامنه فرکانس‌های تحریک پمپ و حامل در حالت سالم و معیوب نداشته که نشان از کوچک‌بودن عیب است. همین امر نشان‌دهنده آن است



شکل ۱۰. طیف پاسخ سازه به اعمال تحریک‌های پمپی (۲۷ کیلوهرتز) و حامل (۱۰۰ کیلوهرتز) در حالت معیوب

Fig. 10. Spectrum of structural response to pump (27 kHz) and probe (100 kHz) excitations in the damage state

- [4] N. Sepehry, F. Bakhtiari-Nejad, M. Shamshirsaz, W. Zhu, Nonlinear modeling of cracked beams for impedance based structural health monitoring, in: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers, Florida, USA, 2017, V04BT05A034.
- [5] N. Sepehry, F. Bakhtiari-Nejad, M. Shamshirsaz, Discrete singular convolution and spectral finite element method for predicting electromechanical impedance applied on rectangular plates, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 28(18) (2017) 2473-2488.
- [6] L. Pieczonka, A. Klepka, A. Martowicz, W.J. Staszewski, Nonlinear vibroacoustic wave modulations for structural damage detection: an overview, *Optical Engineering*, 55(1) (2015) 011005.

منابع

- [1] J. Jang, P. Liu, B. Kim, S.-w. Kim, H. Sohn, Silicon wafer crack detection using nonlinear ultrasonic modulation induced by high repetition rate pulse laser, *Optics and Lasers in Engineering*, 129 (2020) 106074-106082.
- [2] S. Kim, D.E. Adams, H. Sohn, G. Rodriguez-Rivera, N. Myrent, R. Bond, J. Vitek, S. Carr, A. Grama, J.J. Meyer, Crack detection technique for operating wind turbine blades using Vibro-Acoustic Modulation, *Structural Health Monitoring*, 13(6) (2014) 660-670.
- [3] N. Sepehry, S. Asadi, M. Shamshirsaz, F. Bakhtiari Nejad, A new model order reduction method based on global kernel k-means clustering: Application in health monitoring of plate using Lamb wave propagation and impedance method, *Structural Control and Health Monitoring*, 25(9) (2018) e2211.

- [17] P.P. Delsanto, *Universality of nonclassical nonlinearity*, Springer, 2006.
- [18] R.A. Guyer, P.A. Johnson, *Nonlinear mesoscopic elasticity: the complex behaviour of rocks, soil, concrete*, John Wiley & Sons, 2009.
- [19] D. Donskoy, A. Sutin, A. Ekimov, *Nonlinear acoustic interaction on contact interfaces and its use for nondestructive testing*, *Ndt & E International*, 34(4) (2001) 231-238.
- [20] M. Ryles, F. Ngau, I. McDonald, W. Staszewski, *Comparative study of nonlinear acoustic and Lamb wave techniques for fatigue crack detection in metallic structures*, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 31(8) (2008) 674-683.
- [21] D. Broda, W. Staszewski, A. Martowicz, T. Uhl, V. Silberschmidt, *Modelling of nonlinear crack-wave interactions for damage detection based on ultrasound—A review*, *Journal of Sound and Vibration*, 333(4) (2014) 1097-1118.
- [22] A. Martowicz, W.J. Staszewski, M. Ruzzene, T. Uhl, *Vibro-acoustic wave interaction in cracked plate modeled with peridynamics*, *A Proceedings of the WCCM XI, ECCM V, ECFD VI*, Onate E., Oliver X., Huerta (eds.), *International Center for Numerical Methods in Engineering*, Barcelona, Spain, (2014) 4021-4027.
- [23] A. Martowicz, P. Packo, W.J. Staszewski, T. Uhl, *Modelling of nonlinear vibro-acoustic wave interaction in cracked aluminium plates using local interaction simulation approach*, in: *6th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Vienna, Austria, 2012.
- [24] A. Martowicz, M. Ruzzene, W.J. Staszewski, T. Uhl, *Non-local modeling and simulation of wave propagation and crack growth*, in: *AIP Conference Proceedings*, American Institute of Physics, 2014, 513-520.
- [25] N. Sepehry, M. Ehsani, M. Shamshirsaz, M. [7] T. Stepinski, T. Uhl, W. Staszewski, *Advanced structural damage detection: from theory to engineering applications*, John Wiley & Sons, 2013.
- [8] I.Y. Solodov, N. Krohn, G. Busse, *CAN: an example of nonclassical acoustic nonlinearity in solids*, *Ultrasonics*, 40(1-8) (2002) 621-625.
- [9] P.J. Westervelt, *Scattering of sound by sound*, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 29(2) (1957) 199-203.
- [10] U. Ingard, D.C. Pridmore-Brown, *Scattering of sound by sound*, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(3) (1956) 367-369.
- [11] H. Sohn, H.J. Lim, M.P. DeSimio, K. Brown, M. Derriso, *Nonlinear ultrasonic wave modulation for online fatigue crack detection*, *Journal of Sound and Vibration*, 333(5) (2014) 1473-1484.
- [12] D.M. Donskoy, A.M. Sutin, *Vibro-acoustic modulation nondestructive evaluation technique*, *Journal of intelligent material systems and structures*, 9(9) (1998) 765-771.
- [13] I.N. Didenkulov, *Interaction of sound and vibrations in concrete with cracks*, in: *AIP Conference Proceedings*, AIP, 524, (2000) 279-282.
- [14] A. Klepka, W.J. Staszewski, R. Jenal, M. Szewedo, J. Iwaniec, T. Uhl, *Nonlinear acoustics for fatigue crack detection—experimental investigations of vibro-acoustic wave modulations*, *Structural Health Monitoring*, 11(2) (2012) 197-211.
- [15] E. Ballad, S.Y. Vezirov, K. Pfeleiderer, I.Y. Solodov, G. Busse, *Nonlinear modulation technique for NDE with air-coupled ultrasound*, *Ultrasonics*, 42(1-9) (2004) 1031-1036.
- [16] H.J. Lim, Y. Kim, G. Koo, S. Yang, H. Sohn, I.-h. Bae, J.-H. Jang, *Development and field application of a nonlinear ultrasonic modulation technique for fatigue crack detection without reference data from an intact condition*, *Smart Materials and Structures*, 25(9) (2016) 095055.

- and piezoelectric transducer, The European Physical Journal Special Topics, 224(14) (2015) 2755-2770.
- [31] N. Sepehry, F. Bakhtiari-Nejad, M. Shamshirsaz, Thermo-Electro Mechanical Impedance based Structural Health Monitoring: Euler-Bernoulli Beam Modeling, AUT Journal of Modeling and Simulation, 49(2) (2017) 143-152.
- [32] S.S. Rao, Vibration of continuous systems, Wiley Online Library, 2007.
- [33] N. Sepehry, M. Shamshirsaz, A. Bastani, Experimental and theoretical analysis in impedance-based structural health monitoring with varying temperature, Structural Health Monitoring, 10(6) (2011) 573-585.
- [34] A. Konyukhov, R. Izi, Introduction to computational contact mechanics: a geometrical approach, John Wiley & Sons, 2015.
- [35] N. Sepehry, M. Ehsani, W. Zhu, F. Bakhtiari-Nejad, Application of scaled boundary finite element method for vibration-based structural health monitoring of breathing cracks, Journal of Vibration and Control, (2020) 1077546320968646.
- Sadighi, Contact acoustic nonlinearity identification via online vibro-acoustic modulation technique, Modares Mechanical Engineering, 20(7) (2020) 1719-1730.
- [26] S.E. Lee, S. Jin, J.-W. Hong, Microcrack modeling and simulation for nonlinear wave modulation, in: Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2016, International Society for Optics and Photonics, 2016, 98033J.
- [27] A.K. Singh, B.-Y. Chen, V.B. Tan, T.-E. Tay, H.-P. Lee, Finite element modeling of nonlinear acoustics/ultrasonics for the detection of closed delaminations in composites, Ultrasonics, 74 (2017) 89-98.
- [28] X. Zhang, The fourier spectral element method for vibration analysis of general dynamic structures, Wayne State University Dissertations (2011).
- [29] Z. Su, G. Jin, Vibration analysis of coupled conical-cylindrical-spherical shells using a Fourier spectral element method, The Journal of the Acoustical Society of America, 140(5) (2016) 3925-3940.
- [30] S. Stoykov, G. Litak, E. Manoach, Vibration energy harvesting by a Timoshenko beam model

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

N. Sepehry, M. Ehsani, M. Shamshirsaz, M. Sadighi, Modeling of vibro-acoustic modulation induced by non-linear contact in the Euler-Bernoulli beam using the Fourier spectral element, Amirkabir J. Mech Eng., 53(Special Issue 6)(2021) 3809-3824.

DOI: 10.22060/mej.2021.18676.6875



