

تحلیل پایداری روش پیش‌بین در کنترل شبکه‌ای با استفاده از تئوری سیستم‌های کلیدزن

رضا فراست، مصطفی نصیری*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی گلپایگان، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۸/۲۵

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۱/۰۱

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۲۳

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۳/۰۱

کلمات کلیدی:

سیستم کنترل شبکه‌ای

سیستم کلیدزن

روش پیش‌بین

تأخیر زمانی

اتلاف داده

خلاصه: در سیستم کنترل شبکه‌ای، تأخیر زمانی و اتلاف داده می‌تواند باعث کاهش عملکرد و یا حتی ناپایداری سیستم شود. کنترل پیش‌بین یکی از روش‌های مؤثر در کاهش اثر تأخیر زمانی و اتلاف داده است. در روش کنترل پیش‌بین ارائه شده، داده‌های کنترلی تا زمان مطلوب که پوشش دهنده تأخیر زمانی و همچنین اتلاف داده تصادفی در شبکه است، پیش‌بینی شده و تخمین متغیرهای حالت با استفاده از فیلتر کالمن انجام می‌شود. با ارسال یک بسته حاوی داده‌های کنترلی پیش‌بینی شده به عملگر و انتخاب داده کنترلی مناسب، می‌توان به عملکرد مطلوب کنترلی سیستم دست یافت. در این مقاله سیستم کنترل شبکه‌ای را به عنوان یک سیستم کلیدزن با سیگنال کلیدزنی دلخواه در نظر گرفته و بر اساس تئوری سیستم‌های کلیدزن، معیاری برای بررسی پایداری سیستم حلقه‌بسته همراه با تأخیر زمانی و اتلاف داده ارائه شده است. تأخیر زمانی و اتلاف داده به عنوان پارامترهای کلیدزنی انتخاب شده و زیر مجموعه‌ای از سیستم‌های دینامیکی در فضای حالت گسسته ایجاد شده است. با ارائه تابع لیاپانوف برای کلیه زیرمجموعه‌ها و حل نامساوی‌های ماتریسی می‌توان پایداری سیستم را بررسی نمود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی بیانگر اثر اتلاف داده در پایداری سیستم با در نظر گرفتن تأخیر زمانی در مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور است.

۱- مقدمه

سیستم‌ها هرچند که توانسته در ابعاد گسترده، سادگی و کاربردی بودن را به ارمغان آورد اما ماهیت شبکه‌های ارتباطی باعث ایجاد مشکلاتی در این مسیر خواهد شد. از جمله این مشکلات می‌توان به وجود تأخیر زمانی و اتلاف داده در شبکه‌های ارتباطی، نمونه‌برداری و روش‌های انتقال داده و همچنین امکان ایجاد اختلال در شبکه اشاره نمود که این عوامل، استفاده از روش‌های مرسوم کنترلی را دشوارتر می‌کند. در سیستم‌های کنترل شبکه‌ای باید روش‌هایی توسعه داده شوند که علاوه بر فائق آمدن بر مشکلات مطرح شده بتوانند یک عملکرد مطلوب کنترلی را ارائه داده و استفاده از شبکه برای کنترل را در عمل امکان‌پذیر و قابل اطمینان کنند.

تاکنون پژوهش‌های متعددی درباره جبران‌سازی اثر تأخیر زمانی و اتلاف داده در کنترل شبکه‌ای ارائه شده است که از جمله مهم‌ترین

با فراگیر شدن شبکه‌های ارتباطی، استفاده از سیستم‌های کنترل شبکه‌ای نیز در سطح وسیع‌تری در حال انجام است. سیستم کنترل شبکه‌ای، سیستمی حلقه‌بسته است که در آن حلقه کنترلی از طریق یک شبکه بلادرنگ بسته می‌شود. به طور خاص استفاده از اینترنت به عنوان شبکه ارتباطی می‌تواند به نظارت و کنترل بر روی طیف بسیار وسیعی از سیستم‌ها منجر شود که این موضوع، مطالعه در مورد سیستم‌های شبکه‌ای را بسیار جذاب‌تر و فراگیرتر نموده است. از جمله کاربردهای این سیستم‌های کنترلی می‌توان به تولید از راه دور، جراحی از راه دور، کنترل ترافیک، کنترل سلامت افراد و همچنین ماموریت‌های فضایی اشاره نمود. استفاده از شبکه برای کنترل

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.nasiri@iut.ac.ir



گذشته بوده است. سان و همکاران [۷] با طراحی یک کنترل کننده فیدبک حالت به بررسی پایداری سیستم کنترل شبکه‌ای پرداخته‌اند. آن‌ها با اشاره به این که تأخیر زمانی اندازه‌گیری شده در شبکه می‌تواند دارای خطا باشد، آن را با فرض عدم تطابق نسبت به مقدار واقعی در نظر گرفته و با ارائه یک معیار بر اساس تابع لیاپانوف، پایداری سیستم را مورد بررسی قرار داده‌اند.

پژوهش‌های انجام گرفته در زمینه کنترل در شبکه با دو رویکرد زمان محور^۵ و پیشامد محور^۶ بوده است. در رویکرد زمان محور، داده‌ها در بازه‌های زمانی مشخص ارسال می‌شوند و در نتیجه حجم داده‌های ارسالی بسیار زیاد بوده و می‌تواند مشکلاتی در رابطه با محدودیت پهنای باند شبکه داشته باشد. در حالت پیشامد محور، فقط وقتی که خطای مدل از مقدار مشخصی بیشتر شود، داده‌ها ارسال می‌شوند و لذا حجم ترافیک شبکه به شدت کاهش می‌یابد. زو و همکاران [۸] به بررسی طرح کنترل پیش‌بین پیشامد محور برای سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با تأخیر زمانی پرداخته‌اند. در این طرح، زمانی داده‌ها از طریق شبکه به کنترل کننده ارسال می‌گردند که شرایط خاصی برقرار شود و در غیر این صورت ارسال داده انجام نمی‌شود. هدف از این طرح، کاهش پهنای باند استفاده شده در شبکه و کاهش بار محاسبات کنترل کننده و همچنین رسیدن به عملکرد کنترلی مطلوب سیستم حلقه‌بسته است که با استفاده از تابع لیاپانوف به بررسی پایداری آن پرداخته‌اند. در ادامه برای سادگی بیشتر و عدم نیاز به نظارت پیوسته بر اختلاف اندازه‌گیری‌ها در سیستم، یک طرح خود محور^۷ نیز ارائه شده است.

عوامل مختلفی چون نمونه‌برداری از سیگنال، کوانتیزه کردن داده‌ها، تأخیر زمانی شبکه، اتلاف داده، قیود دسترسی متوسط، از دست رفتن کانال ارتباطی و قیدهای مربوط به انرژی می‌تواند بر پایداری و عملکرد سیستم‌های در شبکه تأثیر گذار باشد [۹]. در پژوهش یانگ و همکاران [۱۰] یک کنترل پیش‌بین پیشامد محور، برای پایدار سازی سیستم کنترل شبکه‌ای با تأخیر زمانی و اتلاف داده ارائه شده است و همچنین نشان داده‌اند که با استفاده از ویژگی پیشامد محور بودن این طرح می‌توان پهنای باند مصرفی را کاهش داد. آن‌ها در ابتدا، اقدام به طراحی یک مشاهده گر حالت بر اساس

آن‌ها می‌توان به روش‌های مبتنی بر کنترل پیش‌بین اشاره کرد. لئو و همکاران به بررسی عملکرد سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با تأخیر زمانی در دو مسیر پس‌خور و پیش‌خور پرداخته‌اند و طرح کنترلی مبتنی بر اصول کنترل پیش‌بین را برای جبران سازی اثرات تأخیر در شبکه ارائه داده‌اند. در پژوهش آنها، تأخیر زمانی به دو صورت تأخیر زمانی ثابت و تأخیر زمانی تصادفی در نظر گرفته شده است و همچنین با ارائه یک معیار، به بررسی پایداری سیستم حلقه‌بسته پرداخته‌اند [۱]. آن‌ها همچنین در پژوهش‌های دیگر، با در نظر گرفتن این ویژگی شبکه که می‌توان داده‌ها را به صورت یک بسته و یکبار از طریق شبکه به سمت سیستم تحت کنترل فرستاد، به بررسی سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با تأخیر تصادفی پرداخته‌اند. با استفاده از یک طرح کنترل پیش‌بین و قرار دادن یک جبران‌ساز تأخیر شبکه، آخرین داده از سری داده‌های دریافتی برای کنترل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد و می‌تواند اثرات وجود تأخیر زمانی در شبکه را جبران نماید [۲ و ۳]. در سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور می‌توان یک قابلیت کلیدی شبکه، تحت عنوان توانایی ارسال یک بسته اطلاعات به صورت همزمان، را مد نظر قرار داد و یک طرح کنترل پیش‌بین که در آن سیستم حلقه‌بسته به صورت مجانبی پایدار است را ارائه نمود [۴]. لیان و همکاران [۵] یک کنترل کننده مبتنی بر مشاهده گر حالت برای سیستم‌های کنترل شبکه‌ای دارای تأخیر زمانی در هر دو مسیر پس‌خور و پیش‌خور طراحی کرده و سپس با استفاده از اطلاعات مربوط به تأخیر زمانی و در نظر گرفتن تأخیر به صورت یک توزیع دودوئی برنولی^۱، یک معیار پایداری با محافظه‌کاری کمتر بر مبنای نامساوی ماتریس خطی^۲ و سپس حل یک مسئله بهینه سازی و یافتن مقدار مینیمم ارائه داده‌اند.

لئو و همکاران [۶] یک طرح کنترل پیش‌بین بر مبنای فیلتر کالمن چندنرخ^۳ برای جبران‌سازی تأخیر زمانی در هر دو مسیر پس‌خور و پیش‌خور در یک سیستم کنترل شبکه‌ای ارائه داده‌اند. در این طرح کنترلی، تأخیر زمانی در شبکه با استفاده از زنجیره مارکوف^۴ مدل‌سازی شده است. عدم قطعیت در میزان دقیق تأخیر زمانی در ارسال و دریافت داده‌ها در شبکه، یک موضوع مهم در پژوهش‌های

1 Bernoulli binary distributed
2 Linear matrix inequality
3 Multi-Rate Kalman filter
4 Markov chain

5 Time-Triggered
6 Event-Triggered
7 Self-Triggered

یک کنترل‌کننده پیش‌بین با خروجی پویا و با ویژگی پیشامد محور و تطبیقی را در نظر گرفته‌اند. آن‌ها با در نظر گرفتن یک جبران‌ساز، اثرات تأخیر شبکه را به صورت فعال جبران خواهند کرد. در نهایت مسئله پایداری را با استفاده از تابعی لیاپانوف-کراسوفسکی^۴ و همچنین نامساوی ماتریس‌های غیرخطی بررسی نموده‌اند.

فیلترکالمن یک روش بهینه برای تخمین حالت‌های سیستم است. این فیلتر با کمینه‌سازی جذر میانگین مربعات خطا، به تخمین دقیق متغیرهای حالت سیستم در حضور نویز و نامعینی‌های سیستم می‌پردازد. مشاهده‌گرهای بر مبنای روش کالمن می‌توانند تخمین دقیق‌تری از حالت‌های سیستم با وجود تأخیر و اتلاف داده داشته باشند. لذا در این پژوهش از فیلتر کالمن برای تخمین متغیرهای حالت سیستم در کنترل شبکه‌ای استفاده شده است. به منظور بررسی پایداری روش ارائه شده با روش سیستم‌های کلیدزن، از رویکرد زمان-محور برای ارسال و دریافت داده‌ها در شبکه استفاده شده است.

در پژوهش‌های گذشته، بررسی پایداری روش کنترل پیش‌بین، فقط با در نظر گرفتن اثر تأخیر زمانی در مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور بوده است و اثر اتلاف داده در شبکه، مشابه اثر تأخیر زمانی در نظر گرفته شده است. بنابراین، تاکنون پایداری روش کنترل پیش‌بین با در نظر گرفتن اتلاف داده بررسی نشده است. در این مقاله، پایداری روش کنترل پیش‌بین با در نظر گرفته اتلاف داده با استفاده از تئوری سیستم‌های کلیدزن^۵ بررسی شده است. برای این منظور، سیستم‌های کنترل شبکه‌ای بنابر منطق دیجیتال حاکم بر شبکه به صورت گسسته مدل‌سازی شده و سپس به دلیل وجود تأخیر زمانی تصادفی و همچنین امکان اتلاف داده‌های ارسالی در شبکه ارتباطی، به عنوان سیستم‌های کلیدزن در نظر گرفته می‌شود. به طور کلی سیستم دینامیکی کلیدزن، یک سیستم هیبرید دو لایه می‌باشد که در آن لایه پایینی بیانگر مجموعه‌ای از حالت‌های دینامیکی سیستم است که توسط معادلات دیفرانسیل در حالت پیوسته و یا معادلات تفاضلی در حالت گسسته توصیف می‌شوند و لایه بالایی یک هماهنگ‌کننده است که وظیفه کلیدزنی بین حالت‌های مختلف دینامیکی سیستم را برعهده دارد. در سیستم‌های کنترل شبکه‌ای، اگر میزان تأخیر در شبکه به صورت تصادفی و حداکثر مقدار آن در مسیرهای پس‌خور

مقایسه متغیرهای حالت تخمین زده شده در حال حاضر و آخرین خروجی‌های فرستاده شده توسط ایجاد کننده پیشامد نموده‌اند. در ادامه کنترل پیش‌بین طراحی شده است و با قرار دادن یک جبران‌ساز برای انتخاب داده کنترل مناسب، اثرات تأخیر شبکه جبران شده است. نهایتاً با استفاده از حل نامساوی‌های ماتریس خطی، بهره کنترل‌کننده و مشاهده‌گر محاسبه شده است. لیانگ و همکاران [۱۱] بر روی کنترل فیدبک حالت بهینه و پایداری سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با اتلاف داده و تأخیر زمانی در هر دو مسیر پیش‌خور و پس‌خور مطالعه کرده‌اند. در ابتدا شرایط لازم و کافی برای مسئله کنترل بهینه افق محدود محاسبه شده و در ادامه به بررسی شرایط لازم برای پایداری سیستم پرداخته‌اند. آن‌ها همچنین اثبات می‌کنند که با انجام فرضیات استاندارد، پایداری سیستم تنها به مقادیر ویژه ماتریس سیستم و احتمال وقوع اتلاف داده بستگی دارد و ارتباطی با تأخیر زمانی اندازه‌گیری و تأخیر زمانی ورودی نخواهد داشت. لئو و همکاران [۱۲] به بررسی مشکلات اساسی سیستم‌های کنترل تحت پرداخته و سپس به مدل‌سازی سیستم با در نظر گرفتن تأخیر زمانی پرداخته‌اند. نتایج تحقیقات اخیر در مورد سیستم‌های کنترل پیشامد محور بررسی شده است و یک روش مدل‌سازی، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل شبکه‌ای را تحت قيود ارتباطی شبکه با تمرکز بر راند-رابین^۱ و یکبار-تلاش-رهاکردن^۲ و پروتکل‌های تصادفی ارائه داده‌اند. ژائو و همکاران [۱۳] برای سیستم‌های کنترل شبکه‌ای همراه با تأخیر زمانی و اتلاف داده، یک کنترل پیش‌بین همراه با یک استراتژی پیشامد محور را مورد بررسی قرار داده‌اند. سپس بر اساس اختلاف بین حالت‌های تخمین زده شده در زمان فعلی در مقایسه با آخرین داده ارسالی، یک تولید کننده پیشامد طراحی شده است. برای جبران تأخیر شبکه از یک کنترل پیش‌بین استفاده شده و با استفاده از کوانتیزه کردن مقادیر سیگنال پیوسته به فرم قابل استفاده در هر دو مسیر پس‌خور و پیش‌خور تبدیل خواهد شد. در نهایت با استفاده از روش لیاپانوف و راهبرد زوم^۳، پایداری سیستم کنترل شبکه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. ژانگ و همکاران [۱۴] برای سیستم‌های کنترل شبکه‌ای همراه با تأخیر زمانی تصادفی و وجود نامعینی‌ها،

1 Round-Robin

2 Try-Once-Discard

3 Zoom strategy

4 Lyapunov-Krasovskii functional

5 Switching control

(۱) زوج (A, B) کاملاً کنترل پذیر و زوج (A, C) کاملاً مشاهده پذیر هستند.

(۲) بیشینه تأخیر زمانی شبکه در مسیر پس‌خور برابر N_1 و بیشینه تأخیر زمانی شبکه در مسیر پیش‌خور برابر M_1 است. N_1 و M_1 اعداد صحیح مثبت و ضریبی از دوره نمونه‌برداری از سیستم می‌باشند.

(۳) تعداد اتلاف داده در مسیرهای پس‌خور و پیش‌خور باید به ترتیب کمتر از N_d و M_d باشد. در اینجا نیز N_d و M_d اعداد صحیح مثبت و ضریبی از دوره نمونه‌برداری از سیستم می‌باشند.

۲-۱- جبران سازی تأخیر زمانی و اتلاف داده در مسیر پس‌خور

طبق روابط (۲) از فیلتر کالمن خطی به عنوان مشاهده‌گر حالت برای تخمین متغیرهای حالت استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1} &= A\hat{x}_{k-1|k-1} + Bu_{k-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k(y_k - C\hat{x}_{k|k-1}) \\ P_{k|k-1} &= AP_{k-1|k-1}A^T + Q \\ P_{k|k} &= (I - K_kC)P_{k|k-1}(I - K_kC)^T + K_kRK_k^T \\ K_k &= P_{k|k-1}C^T(CP_{k|k-1}C^T + R)^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

مجموعه خروجی‌های اندازه‌گیری شده توسط سنسور و مقادیر ورودی سیستم در هر زمان، در یک پاکت^۴ قرار می‌گیرند و از طریق شبکه به سمت کنترل‌کننده ارسال می‌شوند. فیلتر کالمن خطی براساس داده‌هایی که دارای تأخیر زمانی و اتلاف داده هستند، به تخمین متغیرهای حالت می‌پردازد. اثرات مربوط به اتلاف داده بر روی تخمین متغیرهای حالت توسط فیلتر کالمن خطی با استفاده از پارامتر γ مدل شده که در روابط (۳) نشان داده شده است [۱۵].

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1} &= A\hat{x}_{k-1|k-1} + Bu_{k-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + \gamma K_k(y_k - C\hat{x}_{k|k-1}) \\ P_{k|k-1} &= AP_{k-1|k-1}A^T + Q \\ P_{k|k} &= (I - \gamma K_kC)P_{k|k-1}(I - \gamma K_kC)^T + \gamma K_kRK_k^T \\ K_k &= P_{k|k-1}C^T(CP_{k|k-1}C^T + R)^{-1} \end{aligned} \quad (3)$$

و پیش‌خور به ترتیب با N و M و همچنین پارامتر γ به منظور تشخیص اتلاف داده در معادلات دینامیکی سیستم استفاده شود، به طوری که $\gamma = 0$ به معنای اتلاف داده و $\gamma = 1$ به معنای ارسال صحیح داده در شبکه باشد، آنگاه یک سیستم کلیدزن به وجود می‌آید که سیگنال‌های کلیدزنی در آن میزان تأخیر زمانی در دو مسیر پس‌خور و پیش‌خور و همچنین پارامتر γ می‌باشند. از این رو تعداد $2(M+1) \times 2(N+1)$ زیرسیستم یا به عبارت دیگر حالت دینامیکی مختلف برای سیستم کنترل شبکه‌ای ایجاد می‌شود. از آنجایی که میزان تأخیر زمانی و زمان وقوع اتلاف داده در شبکه از قانون خاصی پیروی نمی‌کند، می‌توان سیستم‌های کنترل شبکه‌ای را در یک دسته بندی کلی تحت عنوان سیستم‌های کلیدزن دلخواه^۱ قرار داد. برای تحلیل پایداری می‌توان از رویکرد تابع لیاپانوف مشترک^۲ و یا رویکرد کمتر محافظه‌کارانه‌ی تابع لیاپانوف چندگانه^۳ و در نهایت حل نامساوی ماتریس خطی مربوط به آن استفاده نمود.

در این مقاله ابتدا در بخش ۲ به مدل‌سازی و طراحی کنترل‌کننده و همچنین روش پیش‌بین برای جبران‌سازی تأخیر زمانی در مسیر پس‌خور و پیش‌خور پرداخته شده است. در بخش ۳، پایداری سیستم با استفاده از تئوری سیستم‌های کلیدزن بیان می‌شود. به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی در بخش ۴ آورده شده است. در بخش پایانی جمع‌بندی و نتیجه‌گیری شده است.

۲-۲ مدل سازی و طراحی کنترل‌کننده

مدل فضای حالت سیستم گسسته چند ورودی-چند خروجی به صورت رابطه (۱) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + w \\ y_k &= Cx_k + v \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $A \in R^{n \times n}$ ، $B \in R^{n \times m}$ ، $C \in R^{p \times n}$ ، $u \in R^{m \times 1}$ ، $x, w \in R^{n \times 1}$ ، $y, v \in R^{p \times 1}$ هستند. برای طراحی کنترل‌کننده و مشاهده‌گر فرض‌های ۱ تا ۳ در نظر گرفته می‌شود.

1 Arbitrary switching systems
2 Common Lyapunov function
3 Multiple Lyapunov function

کنترل کننده در زمان‌های نمونه برداری، آخرین داده ارسال شده از طرف سنسور را از بافر دریافت می‌کند. اگر در این بازه نمونه برداری، داده‌ای ارسال نشده باشد، کنترل کننده از داده قبلی استفاده می‌کند. فرض کنید y_{k-j} و u_{k-j} سیگنال‌های دریافت شده از طرف کنترل کننده در زمان k باشد که j بیانگر تأخیر در مسیر پس‌خور است. در این صورت، مشاهده‌گر و پیش‌بینی کننده، متغیرهای حالت از زمان $k-j$ تا زمان k را پیش‌بینی می‌کند.

۲-۲- جبران سازی تأخیر زمانی و اتلاف داده در مسیر پیش‌خور

پیش‌بین برای جبران‌سازی اثرات تأخیر زمانی و اتلاف داده در مسیر پیش‌خور، به پیش‌بینی متغیرهای حالت در زمان آینده می‌پردازد. اگر بیشینه تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور M_1 باشد و همچنین بیشینه مقدار اتلاف داده را M_d در نظر بگیریم، بنابراین پیش‌بینی متغیرهای حالت در زمان آینده طبق روابط (۹) انجام می‌شود.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k-j} &= A\hat{x}_{k|k-j} + Bu_{k|k-j} \\ \hat{x}_{k+2|k-j} &= A\hat{x}_{k+1|k-j} + Bu_{k+1|k-j} \\ &\vdots \\ \hat{x}_{k+M_1|k-j} &= A\hat{x}_{k+M_1-1|k-j} + Bu_{k+M_1-1|k-j} \\ &\vdots \\ \hat{x}_{k+M_1+M_d|k-j} &= A\hat{x}_{k+M_1+M_d-1|k-j} + Bu_{k+M_1+M_d-1|k-j} \end{aligned} \quad (9)$$

هدف از پیش‌بینی تا زمان $k+M_1+M_d$ این است که اثرات تأخیر زمانی و اتلاف داده در مسیر پیش‌خور جبران شوند. با فرض آنکه بردار حالت کاملاً مشاهده پذیر باشد آنگاه می‌توان از تنظیم کننده درجه دوم خطی بهینه^۱ به شکل زیر استفاده کرد.

$$u_{k+i|k-j} = L\hat{x}_{k+i|k-j} \quad (10)$$

با جایگذاری‌های متوالی روابط (۹) در یکدیگر و همچنین با استفاده از رابطه (۱۰)، پیش‌بینی متغیرهای حالت مطابق رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$\hat{x}_{k+M_1|k-j} = (A + BL)^{M_1+M_d} \hat{x}_{k|k-j} \quad (11)$$

با جایگذاری رابطه (۸) در رابطه (۱۱)، رابطه (۱۲) بدست می‌آید.

در روابط (۳)، $\gamma_k = 1$ بدین معناست که داده توسط فیلتر کالمن خطی در زمان k دریافت شده و $\gamma_k = 0$ بدین معناست که داده توسط فیلتر کالمن خطی در زمان k دریافت نشده است.

اگر تأخیر زمانی رخ داده در مسیر پس‌خور برابر j باشد به صورتی که $j \leq N_1$ آنگاه مجموعه پاکت ارسالی، در زمان $k-j$ به فیلتر کالمن خطی می‌رسد و فیلتر کالمن خطی براساس داده‌های موجود در این پاکت به تخمین متغیر حالت می‌پردازد. بنابراین تخمین متغیرهای حالت در زمان $k-j$ به صورت رابطه (۴) انجام می‌شود.

$$\hat{x}_{k-j|k-j} = \hat{x}_{k-j|k-j-1} + \gamma_{k-j} K_{k-j} (y_{k-j} - C\hat{x}_{k-j|k-j-1}) \quad (4)$$

همچنین بر اساس روابط (۱)، رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\hat{x}_{k+1|k} = A\hat{x}_{k|k} + Bu_k \quad (5)$$

و در نتیجه، رابطه مشاهده‌گر به صورت زیر خواهد بود.

$$\hat{x}_{k+1|k} = A\hat{x}_{k|k-1} + Bu_k + \gamma_k AK_k (y_k - C\hat{x}_{k|k-1}) \quad (6)$$

رابطه (۶) بیانگر پیش‌بینی متغیرهای حالت در زمان $k+1$ با استفاده از خروجی تا زمان k می‌باشد. حال پیش‌بین با استفاده از رابطه (۶) و روابط قبلی به پیش‌بینی متغیرهای حالت برای جبران‌سازی اثرات تأخیر زمانی و اتلاف داده در مسیر پس‌خور می‌پردازد. بنابراین پیش‌بینی متغیرهای حالت برای جبران تأخیر زمانی فرض شده در مسیر پس‌خور، طبق روابط (۷) انجام می‌شود.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k-j+1|k-j} &= A\hat{x}_{k-j|k-j-1} + Bu_{k-j} + \\ &\gamma_{k-j} AK_{k-j} (y_{k-j} - C\hat{x}_{k-j|k-j-1}) \\ \hat{x}_{k-j+2|k-j} &= A\hat{x}_{k-j+1|k-j} + Bu_{k-j+1} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\vdots$$

$$\hat{x}_{k|k-j} = A\hat{x}_{k-1|k-j} + Bu_{k-1}$$

رابطه (۷) نشان دهنده‌ی پیش‌بینی متغیرهای حالت در زمان k با توجه به خروجی در زمان $k-j$ است که همچنین شامل روابط ماقبل خود نیز هست، بنابراین رابطه (۷) به صورت خلاصه شده مطابق با رابطه (۸) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-j} &= A^j (I - \gamma_{k-j} K_{k-j} C) \hat{x}_{k-j|k-j-1} + \\ &\sum_{n=1}^j A^{j-n} Bu_{k-j+n-1} + \gamma_{k-j} A^j K_{k-j} y_{k-j} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} u_{k-i|k-i-j} &= L\hat{x}_{k-i|k-i-j} \\ u_{k-i+1|k-i-j} &= L\hat{x}_{k-i+1|k-i-j} \\ &\vdots \\ u_{k|k-i-j} &= L\hat{x}_{k|k-i-j} \\ &\vdots \\ u_{k-i+M_1|k-i-j} &= L\hat{x}_{k-i+M_1|k-i-j} \\ &\vdots \\ u_{k-i+M_1+M_d|k-i-j} &= L\hat{x}_{k-i+M_1+M_d|k-i-j} \end{aligned} \quad (15)$$

رابطه (۱۶) نیز نشان دهنده پاکت دریافتی توسط جبران کننده است.

$$\left[u_{k-i|k-i-j}^T, u_{k-i+1|k-i-j}^T, \dots, u_{k|k-i-j}^T, \dots, u_{k-i+M_1|k-i-j}^T, \dots, u_{k-i+M_1+M_d|k-i-j}^T \right]^T \quad (16)$$

بنابراین طبق تأخیر زمانی i رخ داده در مسیر پیش‌خور، جبران کننده $u_{k|k-i-j}$ را به‌عنوان ورودی سیستم به عملگر انتقال می‌دهد.

مشابه آنچه گفته شد، رابطه (۱۷) را برای متغیرهای حالت تخمین زده شده می‌توان محاسبه نمود.

$$\hat{x}_{k|k-i-j} = (A+BL)^i \left[A^i (I - \gamma_{k-i-j} K_{k-i-j} C) \hat{x}_{k-i-j|k-i-j-1} + \sum_{n=1}^j A^{i-n} B u_{k-i-j+n-1} + \gamma_{k-i-j} A^i K_{k-i-j} y_{k-i-j} \right] \quad (17)$$

بنابراین سیگنال کنترل طبق رابطه (۱۸) به جبران ساز برای انتخاب مقدار مناسب ارسال خواهد شد.

$$u_k = L(A+BL)^i \left[A^i (I - \gamma_{k-i-j} K_{k-i-j} C) \hat{x}_{k-i-j|k-i-j-1} + \sum_{n=1}^j A^{i-n} B u_{k-i-j+n-1} + \gamma_{k-i-j} A^i K_{k-i-j} y_{k-i-j} \right] \quad (18)$$

اگر پاکت مربوط به مجموعه پیش‌بینی‌های کنترل در زمان $k-i$ توسط جبران کننده دریافت نشود، به معنی آن است که پاکت، اتلاف شده است. بنابراین جبران کننده از پاکت مربوط به مجموعه پیش‌بینی‌های کنترل در زمان $k-i-1$ استفاده می‌کند. جبران کننده براساس این پاکت و تأخیر زمانی و اتلاف داده رخ داده، $u_{k|k-i-1-j}$ را به‌عنوان ورودی سیستم به عملگر انتقال می‌دهد.

۳- بررسی پایداری

در این قسمت به بررسی پایداری روش کنترلی ارائه شده پرداخته

$$\hat{x}_{k+M_1|k-j} = (A+BL)^{M_1+M_d} \left[A^j (I - \gamma_{k-j} K_{k-j} C) \hat{x}_{k-j|k-j-1} + \sum_{n=1}^j A^{j-n} B u_{k-j+n-1} + \gamma_{k-j} A^j K_{k-j} y_{k-j} \right] \quad (12)$$

حال با استفاده از تنظیم کننده درجه دوم خطی، ورودی‌های کنترلی متناسب با متغیرهای حالت پیش‌بینی شده مطابق روابط (۱۳) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} u_{k|k-j} &= L\hat{x}_{k|k-j} \\ u_{k+1|k-j} &= L\hat{x}_{k+1|k-j} \\ u_{k+2|k-j} &= L\hat{x}_{k+2|k-j} \\ &\vdots \\ u_{k+M_1|k-j} &= L\hat{x}_{k+M_1|k-j} \\ &\vdots \\ u_{k+M_1+M_d|k-j} &= L\hat{x}_{k+M_1+M_d|k-j} \end{aligned} \quad (13)$$

در کنترل شبکه‌ای می‌توان مجموعه‌ای از داده‌ها را به صورت یکجا و در یک زمان به صورت یک پاکت داده ارسال کرد. برای جبران‌سازی تأخیر زمانی و اتلاف داده در شبکه، یک جبران‌ساز قبل از عملگر در نظر گرفته شده است. فرض بر آن است که پیش‌بینی‌های کنترلی در زمان k با یک پاکت داده، از کنترل کننده به سمت سیستم فرستاده می‌شود. در سمت عملگر، فقط آخرین پاکت ارسال شده در بازه زمانی نمونه‌برداری مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرض کنید که آخرین پاکت داده ارسالی در بازه زمانی بین دو زمان نمونه‌برداری به صورت زیر باشد.

$$\left[u_{k|k-j}^T, u_{k+1|k-j}^T, \dots, u_{k+i|k-j}^T, \dots, u_{k+M_1|k-j}^T, \dots, u_{k+M_1+M_d|k-j}^T \right]^T \quad (14)$$

اگر i بیانگر تأخیر زمانی در مسیر کنترل کننده به عملگر باشد آنگاه جبران کننده، سیگنال $u_{k|k-j}$ را برای اعمال به سیستم انتخاب می‌کند. در واقع، برای جبران‌سازی تأخیر زمانی مسیر پیش‌خور، ورودی کنترلی به عملگر یک ورودی با i گام زمانی پیش‌بینی شده خواهد بود. اگر در یک گام زمانی هیچ داده‌ای دریافت نشود، ورودی کنترلی برابر $u_{k+1|k-j}$ حاصل از آخرین پاکت ارسالی در گام زمانی قبلی است. اگر دوباره در گام زمانی بعدی نیز هیچ داده‌ای ارسال نشده باشد، ورودی کنترلی برابر $u_{k+2|k-j}$ خواهد بود. مشابه روابط (۱۳)، روابط (۱۵) نشان‌دهنده مجموعه پیش‌بینی‌های کنترل در زمان $k-i$ می‌باشد.

$$X(k+1) = \Lambda X(k) \quad (21)$$

که در این روابط، Λ ماتریسی با ابعاد $\Lambda \in R^{[\gamma n(M_1+N_1)+m(M_1+N_1)]}$ است.

روابط برای ورودی سیستم، متغیرهای حالت سیستم و متغیرهای تخمین زده شده توسط فیلتر کالمن متناسب با تأخیر زمانی و اتلاف داده که در دو مسیر پس‌خور و پیش‌خور رخ می‌دهند، متفاوت هستند. اگر مقادیر ویژه ماتریس Λ داخل دایره واحد باشد، سیستم تحت کنترل پایدار است. بنابراین در اینجا به بررسی پایداری سیستم در حالت‌های مختلف پرداخته می‌شود.

۳-۱- انتقال با اتلاف داده در مسیر پس‌خور

همانگونه که محاسبه شد، ورودی کنترلی سیستم برای هر تأخیر زمانی از رابطه (۲۳) بدست می‌آید.

$$u_k = L(A+BL)^j \left[\begin{array}{l} A^j(I - \gamma_{k-i-j}K_{k-i-j}C)\hat{x}_{k-i-j|k-i-j-1} + \\ \sum_{n=1}^j A^{j-n}Bu_{k-i-j+n-1} + \gamma_{k-i-j}A^jK_{k-i-j}Cx_{k-i-j} \end{array} \right] \quad (23)$$

بنابراین متغیرهای حالت سیستم و متغیرهای تخمین زده شده توسط فیلتر کالمن از روابط (۲۴) و (۲۵) بدست می‌آیند.

$$\hat{x}_{k+1|k} = A(I - \gamma_k K_k C)\hat{x}_{k|k-1} + \gamma_k AK_k Cx_k + BL(A+BL)^i \left[\begin{array}{l} A^i(I - \gamma_{k-i-j}K_{k-i-j}C)\hat{x}_{k-i-j|k-i-j-1} + \\ \sum_{n=1}^j A^{i-n}Bu_{k-i-j+n-1} + \gamma_{k-i-j}A^iK_{k-i-j}Cx_{k-i-j} \end{array} \right] \quad (24)$$

$$x_{k+1} = Ax_k + BL(A+BL)^i \left[\begin{array}{l} A^i(I - \gamma_{k-i-j}K_{k-i-j}C)\hat{x}_{k-i-j|k-i-j-1} + \\ \sum_{n=1}^j A^{i-n}Bu_{k-i-j+n-1} + \gamma_{k-i-j}A^iK_{k-i-j}Cx_{k-i-j} \end{array} \right] \quad (25)$$

با در نظر گرفتن ضرایب R_8 تا R_{12} طبق روابط (۲۶)، ماتریس Λ مطابق رابطه (۲۷) محاسبه خواهد شد.

$$\begin{aligned} R_8 &= L(A+BL)^i \\ R_9 &= L(A+BL)^i A^i(I - \gamma_{k-i-j}K_{k-i-j}C) \\ R_{10} &= L(A+BL)^i \gamma_{k-i-j}A^iK_{k-i-j}C \\ R_{11} &= \gamma_k AK_k C \\ R_{12} &= A(I - \gamma_k K_k C) \end{aligned} \quad (26)$$

می‌شود. هنگامی که سیستم تحت کنترل از طریق شبکه کنترل می‌شود، تأخیر زمانی و اتلاف داده رخ داده در هنگام انتقال داده از طریق شبکه، بر روی عملکرد سیستم تحت کنترل تأثیر می‌گذارد. تأخیر زمانی و اتلاف داده بر روی مقادیر ورودی کنترلی سیستم، متغیرهای حالت سیستم و متغیرهای حالت تخمین زده شده توسط فیلتر کالمن تأثیر مستقیم می‌گذارد. بنابراین برای بررسی پایداری تأثیرات تأخیر زمانی و اتلاف داده بر روی این سه داده، مورد بررسی قرار گرفته است.

همانطور که قبلاً بیان شد، اگر بیشینه تأخیر زمانی شبکه در مسیرهای پس‌خور و پیش‌خور N_1 و M_1 باشد، آنگاه مقادیر تأخیر زمانی در مسیرهای پس‌خور و پیش‌خور می‌تواند به صورت روابط (۱۹) باشد.

$$\begin{aligned} i &= \{0, 1, 2, \dots, M_1\} \\ j &= \{0, 1, 2, \dots, N_1\} \end{aligned} \quad (19)$$

j بیانگر تأخیر زمانی در مسیر پس‌خور و i بیانگر تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور است. بنابراین برای بررسی پایداری باید $(M_1+1)(N_1+1)$ حالت بررسی شود. علاوه بر این حالت‌ها، باید حالت‌هایی که اتلاف داده رخ می‌دهد نیز بررسی شوند. بنابراین طبق حالت‌های ممکن برای اتلاف داده در مسیرهای پس‌خور و پیش‌خور، باید برای بررسی پایداری $4(M_1+1)(N_1+1)$ حالت بررسی شود. همانطور که قبلاً گفته شد، تأخیر زمانی و اتلاف داده بر روی ورودی کنترلی سیستم (u)، متغیرهای حالت سیستم (x) و متغیرهای تخمین زده شده توسط فیلتر کالمن (\hat{x}) تأثیر می‌گذارد. بنابراین باید تمامی حالت‌های ممکن برای ورودی کنترلی سیستم، متغیرهای حالت سیستم و متغیرهای تخمین زده شده بررسی شوند. برای رسیدن به این منظور، بردار متغیرهای حالت طبق رابطه (۲۰) انتخاب می‌شود.

$$X(k) = \left[\begin{array}{l} x_k^T, x_{k-1}^T, \dots, x_{k-N_1}^T, \dots, x_{k-N_1-M_1}^T, \\ u_{k-1}^T, u_{k-2}^T, \dots, u_{k-N_1}^T, \dots, u_{k-N_1-M_1}^T, \\ \hat{x}_{k|k-1}^T, \dots, \hat{x}_{k-N_1+1|k-N_1}^T, \dots, \hat{x}_{k-N_1-M_1|k-N_1-M_1-1}^T \end{array} \right] \quad (20)$$

با انتخاب بردار متغیر حالت به صورت نشان داده شده در رابطه (۲۰)، می‌توان معادله حاکم بر سیستم همراه با مشاهده‌گر و کنترل‌کننده را به صورت رابطه (۲۱) و (۲۲) بیان کرد.

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ x_k \\ \vdots \\ x_{k-N_1-M_1+1} \\ u_k \\ u_{k-1} \\ \vdots \\ u_{k-N_1-M_1+1} \\ \hat{x}_{k+|k} \\ \hat{x}_{k|k-1} \\ \vdots \\ \hat{x}_{k-N_1-M_1+|k-N_1-M_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (j+i)n & (i)m & (j+i)n \\ A & 0 \dots 0 & BR_{10} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & BR_8 B & BR_8 AB \dots BR_8 A^{j-1} B & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & BR_9 & 0 \dots 0 & 0 \\ I & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots I & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \dots 0 & R_{10} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & R_8 B & R_8 AB \dots R_8 A^{j-1} B & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & R_9 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & I \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots I & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \hline R_{11} & 0 \dots 0 & BR_{10} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & BR_8 B & BR_8 AB \dots BR_8 A^{j-1} B & 0 \dots 0 & 0 & R_{12} & 0 \dots 0 & BR_9 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \vdots \\ x_{k-N_1-M_1} \\ u_{k-1} \\ u_{k-2} \\ \vdots \\ u_{k-N_1-M_1} \\ \hat{x}_{k|k-1} \\ \hat{x}_{k-1|k-2} \\ \vdots \\ \hat{x}_{k-N_1-M_1|k-N_1-M_1} \end{bmatrix} \quad (27)$$

متغیرهای تخمین زده شده توسط فیلتر کالمن طبق رابطه (۳۰) به دست می‌آیند.

در روابط بالا $\gamma_k = \gamma_{k-i-j} = 0$ به معنای وجود اتلاف داده در مسیر پس‌خور و $\gamma_k = \gamma_{k-i-j} = 1$ به معنای عدم اتلاف داده در مسیر پس‌خور می‌باشد.

$$\hat{x}_{k+|k} = A(I - \gamma_k K_k C) \hat{x}_{k|k-1} + \gamma_k AK_k Cx_k + BL(A + BL)^{i+1}$$

$$\begin{bmatrix} A^j (I - \gamma_{k-i-j-1} K_{k-i-j-1} C) \hat{x}_{k-i-j-1|k-i-j-2} + \\ \sum_{n=1}^j A^{j-n} Bu_{k-i-j+n-2} + \gamma_{k-i-j-1} A^j K_{k-i-j-1} Cx_{k-i-j-1} \end{bmatrix} \quad (30)$$

با در نظر گرفتن ضرایب R_x تا R_r طبق روابط (۳۱)، ماتریس Λ مطابق رابطه (۳۲) محاسبه خواهد شد.

$$\begin{aligned} R_8 &= L(A + BL)^{i+1} \\ R_9 &= L(A + BL)^{i+1} A^j (I - \gamma_{k-i-j-1} K_{k-i-j-1} C) \\ R_{10} &= L(A + BL)^{i+1} \gamma_{k-i-j-1} A^j K_{k-i-j-1} C \\ R_{11} &= \gamma_k AK_k C \\ R_{12} &= A(I - \gamma_k K_k C) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ x_k \\ \vdots \\ x_{k-N_1-M_1+1} \\ u_k \\ u_{k-1} \\ \vdots \\ u_{k-N_1-M_1+1} \\ \hat{x}_{k+|k} \\ \hat{x}_{k|k-1} \\ \vdots \\ \hat{x}_{k-N_1-M_1+|k-N_1-M_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (j+i)n & (i+1)m & (j+i)n \\ A & 0 \dots 0 & BR_{10} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & BR_8 B & BR_8 AB \dots BR_8 A^{j-1} B & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & BR_9 & 0 \dots 0 & 0 \\ I & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots I & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \dots 0 & R_{10} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & R_8 B & R_8 AB \dots R_8 A^{j-1} B & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & R_9 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & I \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots I & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \hline R_{11} & 0 \dots 0 & BR_{10} & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & BR_8 B & BR_8 AB \dots BR_8 A^{j-1} B & 0 \dots 0 & 0 & R_{12} & 0 \dots 0 & BR_9 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \dots I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \vdots \\ x_{k-N_1-M_1} \\ u_{k-1} \\ u_{k-2} \\ \vdots \\ u_{k-N_1-M_1} \\ \hat{x}_{k|k-1} \\ \hat{x}_{k-1|k-2} \\ \vdots \\ \hat{x}_{k-N_1-M_1|k-N_1-M_1} \end{bmatrix} \quad (32)$$

۲-۳- انتقال با اتلاف داده در مسیر پیش‌خور
اگر فقط اتلاف داده در مسیر پیش‌خور رخ دهد، ورودی سیستم طبق رابطه (۲۸) می‌باشد.

$$\begin{bmatrix} A^j (I - \gamma_{k-i-j-1} K_{k-i-j-1} C) \hat{x}_{k-i-j-1|k-i-j-2} + \\ \sum_{n=1}^j A^{j-n} Bu_{k-i-j+n-2} + \gamma_{k-i-j-1} A^j K_{k-i-j-1} Cx_{k-i-j-1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

در این حالت، متغیرهای حالت سیستم طبق رابطه (۲۹) می‌باشند.

$$\begin{bmatrix} A^j (I - \gamma_{k-i-j-1} K_{k-i-j-1} C) \hat{x}_{k-i-j-1|k-i-j-2} + \\ \sum_{n=1}^j A^{j-n} Bu_{k-i-j+n-2} + \gamma_{k-i-j-1} A^j K_{k-i-j-1} Cx_{k-i-j-1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

زیر برقرار باشد، آنگاه سیستم پایدار مجانبی خواهد بود.

$$\Lambda_{\delta} P \Lambda_{\delta} - P < 0 \quad (38)$$

رابطه (۳۸) شامل $2(M+1) \times 2(N+1)$ نامساوی ماتریسی است که با حل آنها می‌توان ماتریس‌های معین مثبت مشترک P را بدست آورد. در هر شرایطی و برای هر مقدار M و N ، نامساوی (۳۸) داری جواب نیست. با توجه به بررسی‌های انجام شده با جعبه ابزار حل نامساوی ماتریس‌های خطی^۱ در نرم‌افزار متلب^۲، در صورتی که مسیر پس‌خور بدون تأخیر باشد ($N=0$) آنگاه اگر حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور کمتر از ۱۲ باشد ($M < 12$)، سیستم با کنترل پیش‌بین پایدار است. همچنین، اگر مسیر پیش‌خور بدون تأخیر باشد ($M=0$) آنگاه در صورتی که حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پس‌خور کمتر از ۶۲ باشد ($N < 62$)، سیستم پایدار خواهد بود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به بررسی عملکرد سیستم کنترلی طراحی شده پرداخته و تأثیر افزایش تأخیر در دو مسیر پس‌خور و پیش‌خور و همچنین اتلاف داده در هر دو مسیر مورد بحث قرار خواهد گرفت. برای این منظور از معادلات سیستم پاندول معکوس چرخشی استفاده کرده و معادلات خطی سازی شده سیستم با دوره نمونه‌برداری $T = 0.01$ s گسسته‌سازی می‌شوند [۱۶]. در رابطه (۳۹) مدل فضای حالت گسسته پاندول معکوس بیان شده است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.0097 & -0.0009 & 0 \\ 0 & 0.9428 & -0.1705 & -0.0003 \\ 0 & 0.0002 & 1.0022 & 0.01 \\ 0 & 0.031 & 0.435 & 1.0008 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0083 \\ 1.6353 \\ -0.0045 \\ -0.8857 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

که در آن متغیرهای حالت به صورت رابطه (۴۰) تعریف شده‌اند.

$$x = [\theta \quad \dot{\theta} \quad \alpha \quad \dot{\alpha}]^T \quad (40)$$

در رابطه (۴۰)، θ زاویه صفحه چرخشی و α زاویه پاندول نسبت به حالت قائم هستند. پس از شبیه‌سازی معادلات سیستم و

در روابط بالا $\gamma_k = \gamma_{k-i-j} = 0$ به معنای وجود اتلاف داده در مسیر پیش‌خور و $\gamma_k = \gamma_{k-i-j} = 1$ به معنای عدم اتلاف داده در مسیر پیش‌خور می‌باشد.

۳-۳ سیستم کلیدزن و تابع لیاپانوف

اگر تأخیر زمانی در مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور به ترتیب i و k باشند و افت داده برای مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور با پارامتر γ نشان داده شود آنگاه معادلات حاکم بر سیستم به صورت زیر خواهد بود.

$$X(k+1) = \Lambda(i, j, \gamma) X(k) \quad (33)$$

در سیستم‌های کلیدزن، سیگنال کلیدزن بیانگر متغیری است که بر اساس آن، مدل سیستم و فضای حالت متناظر با آن تغییر می‌کند. در کنترل تحت شبکه تعداد تأخیر زمانی و همچنین تعداد اتلاف داده در مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور می‌تواند به عنوان سیگنال کلیدزن در نظر گرفته شود. در صورتی که ارتباط شبکه بدون افت داده باشد آنگاه سیستم حلقه بسته یک سیستم کلیدزن با ترکیبی از $(M+1) \times (N+1)$ زیرمجموعه خواهد بود که M و N به ترتیب بیانگر حداکثر تأخیر زمانی در مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور هستند. حال اگر ارتباط شبکه دارای افت داده نیز باشد آنگاه پارامتر γ برای هر کدام از مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور دارای دو حالت $\gamma=0$ و $\gamma=1$ است، بنابراین سیستم حلقه بسته یک سیستم کلیدزن با ترکیبی از $2(M+1) \times 2(N+1)$ زیرمجموعه خواهد بود.

سیستم کلیدزن را می‌توان به شکل زیر توصیف کرد.

$$X(k+1) = \Lambda_{\delta} X(k) \quad (34)$$

که $\delta(k)$ سیگنال کلیدزنی بوده و داریم

$$\delta(k) : \{0, 1, 2, \dots\} \rightarrow 2\{0, 1, 2, \dots, M\} \times 2\{0, 1, 2, \dots, N\} \quad (35)$$

اگر تابع لیاپانوف به صورت زیر تعریف شود

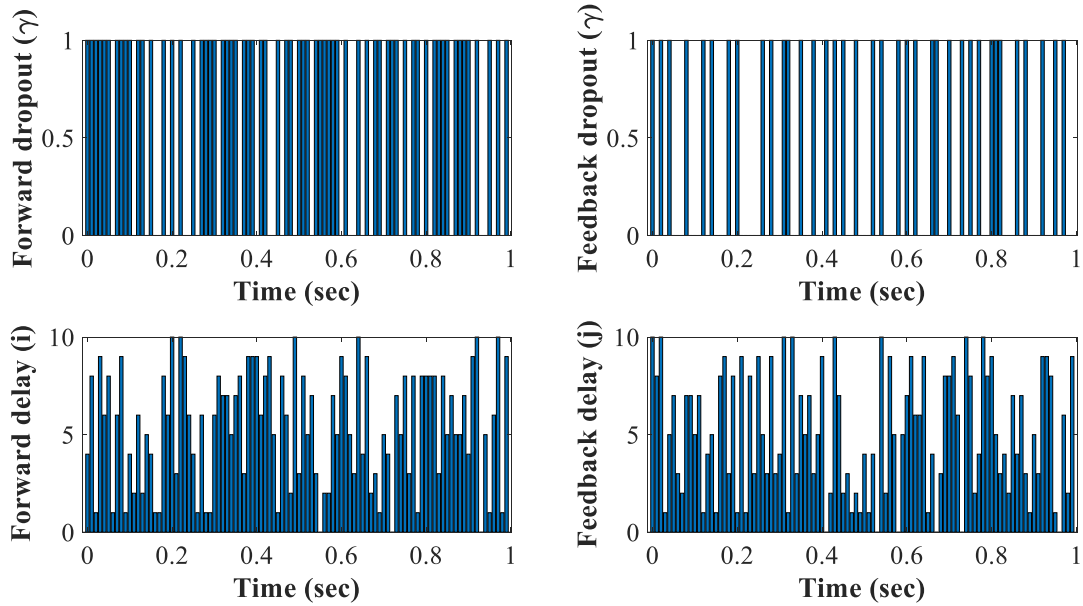
$$V = X^T P X \quad (36)$$

آنگاه داریم

$$V_{k+1} - V_k = X_{k+1}^T P X_{k+1} - X_k^T P X_k = X_k^T (\Lambda_{\delta}^T P \Lambda_{\delta} - P) X_k \quad (37)$$

بنابراین اگر P مثبت معین باشد ($P > 0$) و نامساوی ماتریسی

1 LMI toolbox
2 MATLAB



شکل ۱. نمونه اتلاف داده و تأخیر زمانی تصادفی بر مبنای مدل مارکوف برای مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور

Fig. 1. Sample random delay and data dropout based on Markov model for forward and feedback channels

پیشامد قبلی وابسته است. به این ترتیب احتمال رخداد پیشامدها در چنین مدلی فقط به زمان قبل وابسته بوده و بقیه پیشامدها در میزان احتمال دخالت نمی‌کنند.

۴-۱- اثرات افزایش تأخیر زمانی و اتلاف داده تصادفی در مسیر پیش‌خور

برای بررسی تأثیر ناشی از تأخیر در مسیر پیش‌خور، مسیر پس‌خور بدون تأخیر در نظر گرفته شده است. در اینجا، خروجی سیستم در دو حالت، یکبار بدون اتلاف داده و بار دیگر همراه با اتلاف داده تصادفی ترسیم شده است. در شکل ۲، زاویه صفحه افقی و پارامتر M همانطور که در بخش پایداری به آن اشاره شد حداکثر میزان تأخیر در مسیر پیش‌خور را نشان می‌دهد و در اینجا میزان تأخیر در مسیر پس‌خور $N=0$ در نظر گرفته شده است. پارامتر M در شکل‌های ۲ و ۳ بیانگر حداکثر میزان تأخیر در مسیر پیش‌خور است. در شبیه‌سازی‌های انجام گرفته، میزان تأخیر در مسیر پیش‌خور در هر لحظه به صورت یک متغیر تصادفی بین مقدار صفر تا حداکثر مقدار آن یعنی M در نظر گرفته می‌شود. در هر قسمت نمودارها تفاوت وجود و عدم وجود اتلاف داده در شبکه ارتباطی را به خوبی نمایش می‌دهند، همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود سیستم کنترلی در حضور اتلاف داده نیز عملکرد مطلوبی دارد. به طور مشابه

پیاده‌سازی مشاهده‌گر و کنترل‌کننده طراحی شده در نرم افزار، تأثیر هر یک از عوامل به تفکیک در مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور نشان داده می‌شوند و همچنین تأثیر وجود و عدم وجود اتلاف داده نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای طراحی تنظیم‌کننده درجه دوم خطی^۱ تابع هزینه و پارامترهای آن به صورت رابطه (۴۱) در نظر گرفته شده‌اند.

$$J = \sum_{n=1}^{\infty} (x^T [n] Q x [n] + u^T [n] R u [n]) \quad (41)$$

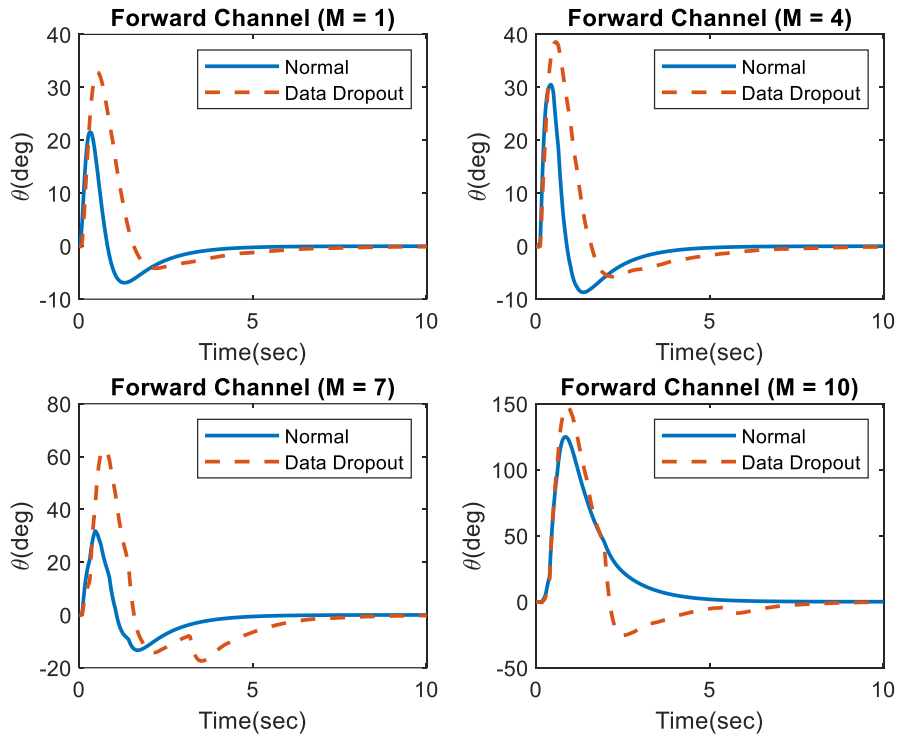
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = 1$$

شرایط اولیه سیستم برای شبیه‌سازی به صورت رابطه (۴۲) در نظر گرفته شده است.

$$x = [0 \quad 0 \quad 0.0873 \quad 0]^T \quad (42)$$

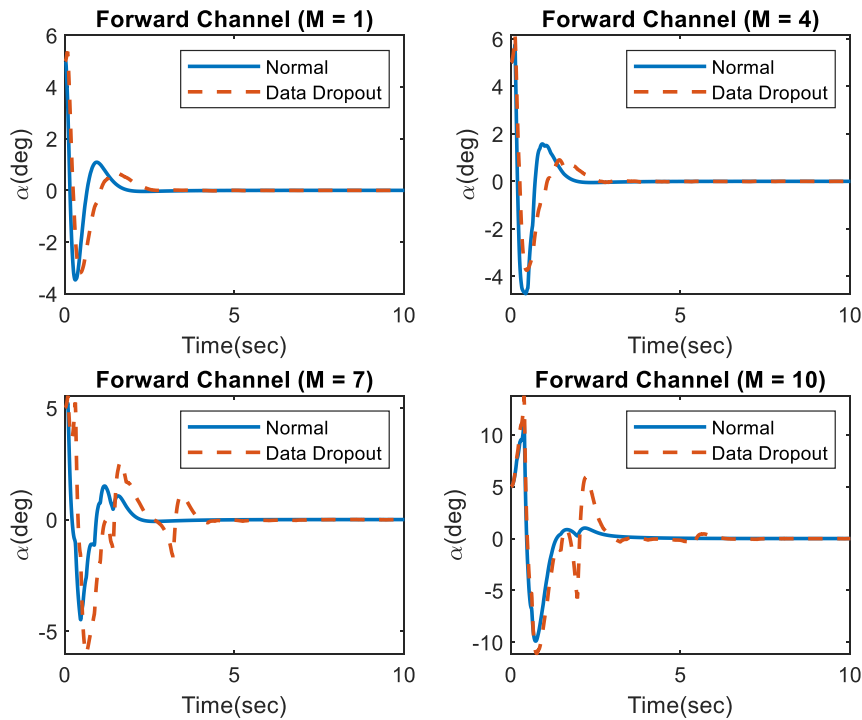
در شکل ۱، مقدار تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور (i) و مسیر پس‌خور (j) برای حالت $M=10$ و $N=10$ و همچنین اتلاف داده (γ) نشان داده شده است. مقادیر تصادفی بر اساس مدل زنجیره مارکوف ایجاد شده‌اند. زنجیره مارکوف مدلی برای نمایش دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی است که در آن احتمال رویداد هر پیشامد فقط به

1 Linear quadratic regulator



شکل ۲. تأثیر اتلاف داده و افزایش تأخیر در مسیر پیش‌خور بر روی زاویه صفحه افقی

Fig. 2. Effect of data dropout and increase in forward delay on horizontal plane angle

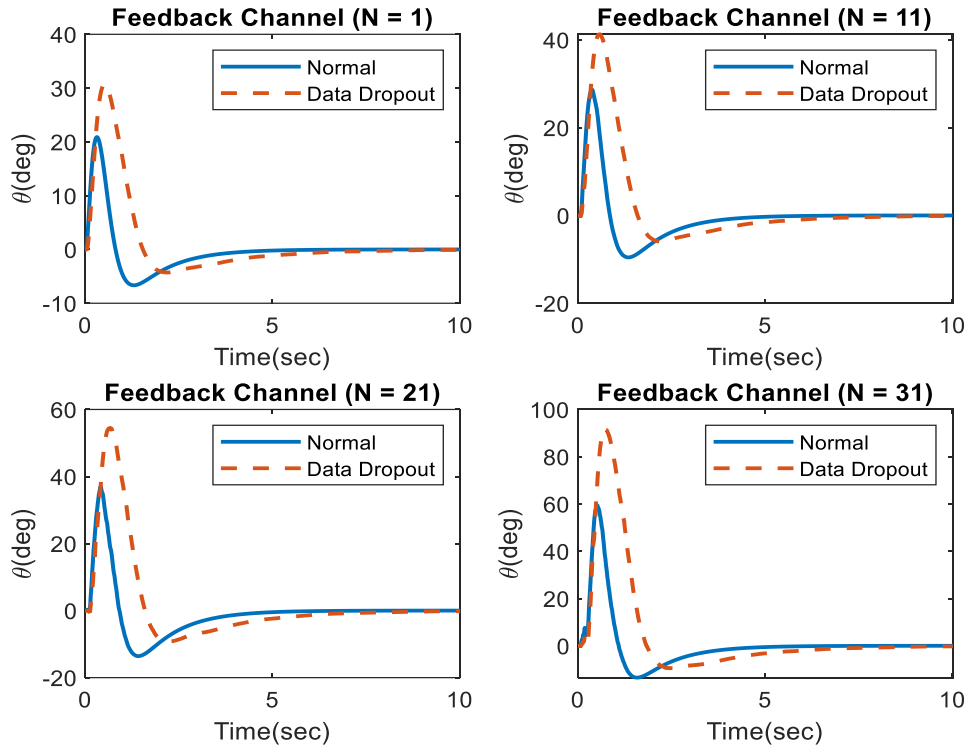


شکل ۳. تأثیر اتلاف داده و افزایش تأخیر در مسیر پیش‌خور بر روی زاویه پاندول

Fig. 3. Effect of data dropout and increase in forward delay on pendulum angle

کنترل طراحی شده بر روی این مورد نیز به وضوح قابل مشاهده است. در این مورد نیز سیستم کنترلی عملکرد مطلوبی دارد و همانطور که

در شکل ۳ نمودار α ، که بیانگر زاویه پاندول نسبت به حالت قائم است مورد بررسی قرار گرفته و تأثیر اتلاف داده و عملکرد سیستم



شکل ۴. تأثیر اتلاف داده و افزایش تأخیر در مسیر پس‌خور بر روی زاویه صفحه افقی

Fig. 4. Effect of data dropout and increase in feedback delay on horizontal plane angle

در شکل ۴ نمودار ورودی θ (زاویه صفحه) و در شکل ۵ نمودار خروجی α (زاویه پاندول) نشان داده شده است. در هر دو مورد، عملکرد مطلوب کنترلی در مقابل اتلاف داده و همچنین عملکرد مطلوب کنترلی در مواجهه با افزایش میزان تأخیر در مسیر پس‌خور به خوبی قابل مشاهده است. با مشاهده و مقایسه نمودارها در دو بخش این نکته قابل ملاحظه است که سیستم در مقابل تأخیر زمانی در مسیر پس‌خور نسبت به تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور مقاوم‌تر عمل می‌کند. به عبارت دیگر با افزایش تأخیر در مسیر پیش‌خور زودتر شاهد ناپایداری سیستم خواهیم بود. در صورتی که سیستم در مقابل چندین برابر تأخیر بیشتر در مسیر پس‌خور کماکان عملکرد کنترلی مطلوب خود را حفظ کرده و پایداری برقرار است.

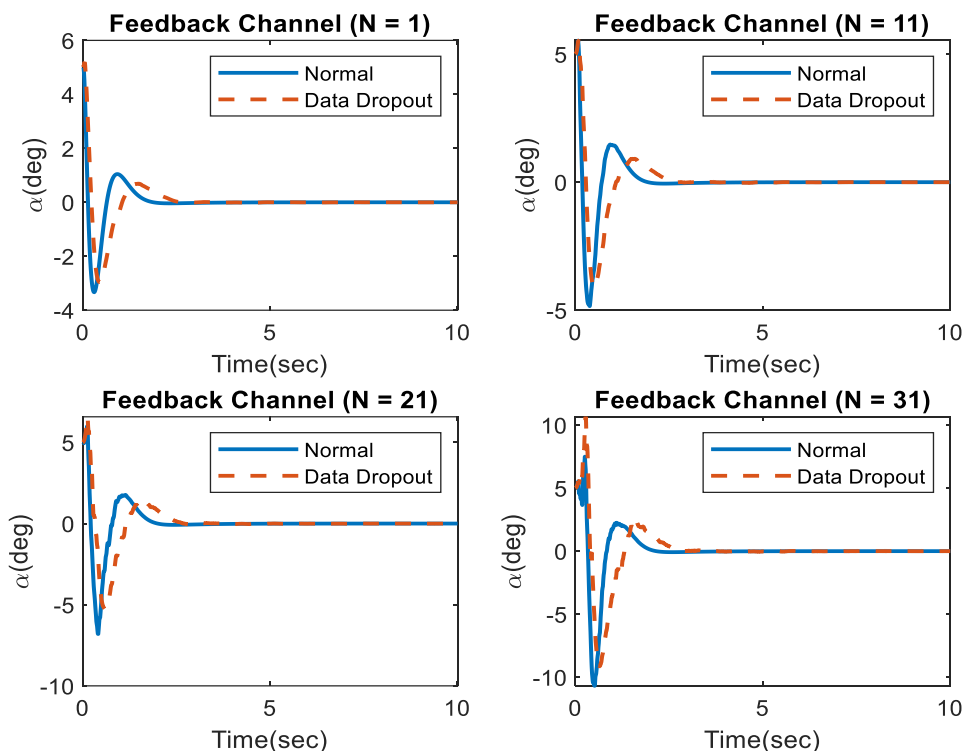
۴-۳- اثر همزمان افزایش تأخیر زمانی و اتلاف داده تصادفی در مسیر پس‌خور و پیش‌خور

در دو بخش گذشته، با فرض آنکه تأخیر زمانی و اتلاف داده فقط در یک مسیر باشد، به بررسی اثر تأخیر زمانی و اتلاف داده تصادفی بر روی مسیر پیش‌خور و پس‌خور پرداخته شد. در اینجا به

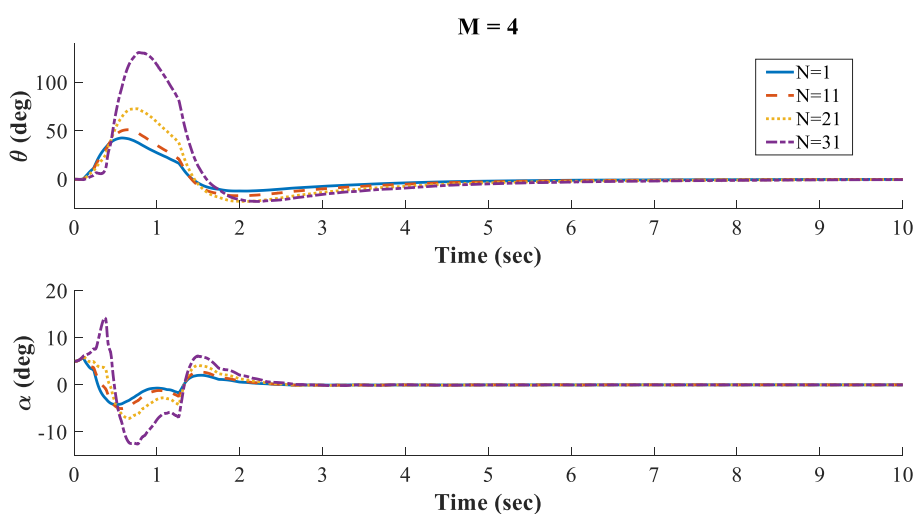
در نمودارهای شکل‌های ۲ و ۳ قابل مشاهده است، در حضور اتلاف داده و تأخیر زمانی تصادفی در شبکه، قادر به کنترل سیستم و ایجاد خروجی مطلوب می‌باشد.

۴-۲- اثرات افزایش تأخیر زمانی و اتلاف داده تصادفی در مسیر پس‌خور

پس از مشاهده تأثیرات تأخیر زمانی و اتلاف داده تصادفی بر روی مسیر پیش‌خور، در اینجا روند مشابهی نسبت به مسیر پس‌خور انجام شده و عملکرد سیستم کنترلی مورد ارزیابی قرار گرفته است. به این منظور میزان تأخیر در مسیر پیش‌خور را برابر صفر قرار داده $M = 0$ و در هر مرحله با افزایش حد بالای تأخیر تصادفی در مسیر پس‌خور (N)، نمودار هر دو خروجی سیستم که شامل زاویه صفحه افقی و زاویه پاندول است نسبت به حالت بدون اتلاف داده ترسیم شده است. پارامتر N در شکل ۴ بیانگر حداکثر میزان تأخیر در مسیر پس‌خور است. در شبیه‌سازی‌های انجام گرفته، میزان تأخیر در مسیر پس‌خور در هر لحظه به صورت یک متغیر تصادفی بین مقدار صفر تا حداکثر مقدار آن یعنی N در نظر گرفته می‌شود.



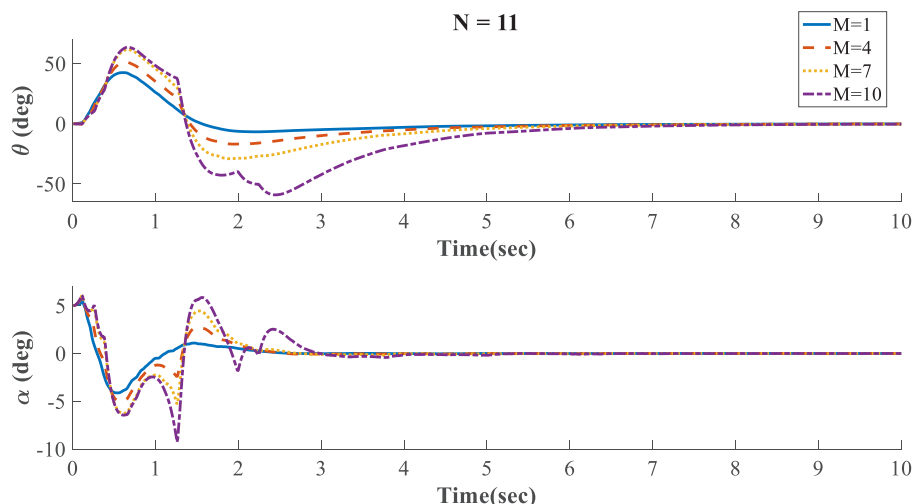
شکل ۵. تأثیر اتلاف داده و افزایش تأخیر در مسیر پس‌خور بر روی زاویه پاندول
Fig. 5. Effect of data dropout and increase in feedback delay on pendulum angle



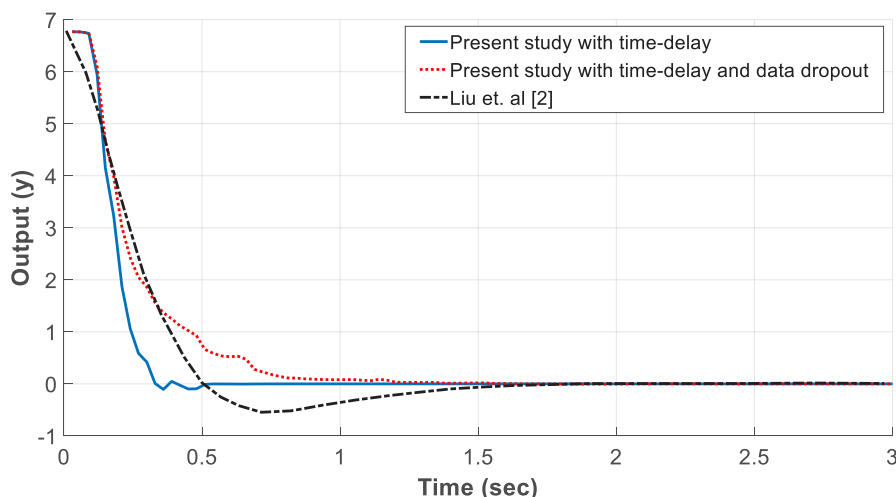
شکل ۶. اثر حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پس‌خور (M) در عملکرد سیستم کنترل
Fig. 6. Effect of maximum feedback delay (M) on control system performance

تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور، پایداری سیستم کاهش می‌یابد. نتایج تحلیل پایداری نشان می‌دهد که در حالت $M = 4$ ، حداکثر مقدار مجاز برای پایداری سیستم برابر $N = 43$ است. در شکل ۷، حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پس‌خور برابر مقدار ثابت $N = 11$ در نظر گرفته شده است. اثر افزایش حداکثر تأخیر

بررسی همزمان اثر تأخیر زمانی و اتلاف داده در مسیرهای پیش‌خور و پس‌خور پرداخته می‌شود. در شکل ۶، حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور برابر مقدار ثابت $M = 4$ در نظر گرفته شده است و سپس حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور برابر $N = 1, 11, 21, 31$ انتخاب شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش حداکثر



شکل ۷. اثر حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پیش‌خور (N) در عملکرد سیستم کنترل
 Fig. 7. Effect of maximum forward delay (N) on control system performance



شکل ۸. مقایسه عملکرد روش کنترلی با روش ارائه شده توسط لیو و همکاران [۲]
 Fig. 8. Comparison of the performance of the control method with the method proposed by Liu et al. [2]

زمان نشست و همچنین میزان فرجهش، بهبود خوبی در هر دو حالت با اتلاف داده و همچنین بدون اتلاف داده داشته است.

۵- جمع بندی

پایداری روش پیش‌بین در کنترل شبکه‌ای بررسی شده است. در روش کنترل پیش‌بین به کار گرفته شده، از تنظیم‌کننده درجه دوم خطی، مشاهده‌گر کالمن و پیش‌بینی‌کننده حالت استفاده شده است. معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم در فضای حالت به صورت افزوده شده و با در نظر گرفتن کلیه اجزای سیستم در حالت گسسته بدست آمده است. اثر تأخیر زمانی و اتلاف داده بر روی پایداری، با

زمانی در مسیر پیش‌خور، بررسی شده است. با افزایش حداکثر تأخیر زمانی در مسیر پس‌خور، پایداری سیستم کاهش می‌یابد. نتایج تحلیل پایداری نشان می‌دهد که در حالت $N=11$ ، حداکثر مقدار مجاز برای پایداری سیستم برابر $M=11$ است.

۴-۱- اعتبارسنجی روش کنترل پیش‌بین

به منظور اعتبارسنجی روش کنترل پیش‌بین ارائه شده در این پژوهش، نتایج حاصل از این روش و روش ارائه شده توسط لیو و همکاران [۲] بر روی یک سروموتور ارزیابی و مقایسه شده است. نتایج حاصل در شکل ۸ نشان می‌دهد که با استفاده از روش ارائه شده،

- networked control systems, 960-945 (2012) (3)31.
- [7] J. Sun, Q. Zhao, Stability of the networked predictive control system with delay mismatch, in: 14 2016th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), IEEE, 2016, pp. 5-1.
- [8] Y. Zou, Q. Wang, T. Jia, Y.J.C. Niu, Systems,, S. Processing, Multirate event-triggered MPC for NCSs with transmission delays, 4270-4249 (2016) (12)35.
- [9] D. Zhang, P. Shi, Q.-G. Wang, L.J.I.t. Yu, Analysis and synthesis of networked control systems: A survey of recent advances and challenges, 392-376 (2017) 66.
- [10] H. Yang, X. Guo, L. Dai, Y.J.I.J.o.R. Xia, N. Control, Event-triggered predictive control for networked control systems with network-induced delays and packet dropouts, (4)28 1365-1350 (2018).
- [11] X. Liang, L. Yang, X. Lu, H. Wang, Z.J.A.J.o.C. Zhang, Control for networked control systems with packet dropout and delay, (2019).
- [12] K. Liu, A. Selivanov, E.J.A.R.i.C. Fridman, Survey on time-delay approach to networked control, 79-57 (2019) 48.
- [13] L. Zhao, X. Ma, J.J.J.o.t.F.I. Wang, Networked predictive control for linear systems with quantizers by an event-driven strategy, 3269-3245 (2019) (6)356.
- [14] J. Zhang, S. Chai, B.J.I.J.o.S.S. Zhang, Model-based event-triggered dynamic output predictive control of networked uncertain systems with random delay, 34-20 (2020) (1)51.
- [15] Sinopoli, B., Schenato, L., Franceschetti, M., Poolla, K., Jordan, M.I. and Sastry, S.S., Kalman filtering with intermittent observations. IEEE transactions on Automatic Control, 2004(9)49, pp.1464-1453.
- [16] Mehedi, I.M., Ansari, U., Bajodah, A.H., AL-Saggaf, U.M., Kada, B. and Rawa, M.J., Underactuated rotary inverted pendulum control using robust generalized dynamic inversion. Journal of Vibration and Control, 2020(24-23)26, pp.2220-2210.

استفاده از رویکرد سیستم‌های کلیدزن بررسی شده است. تأخیر زمانی و اتلاف داده به عنوان پارامترهای کلیدزنی، مجموعه‌ای از حالت‌های دینامیکی را برای سیستم به وجود می‌آورد. در سیستم کلیدزن بدست آمده در حالت گسسته، مجموعه‌ای از توابع لیاپانوف و نامساوی‌های ماتریسی بدست می‌آید که می‌توان با بدست آوردن ماتریس معین مثبت مشترک بین تمام حالت‌ها، پایداری سیستم را اثبات نمود. بنابراین پایداری سیستم کلیدزن با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی بدست آمده و عملکرد سیستم نیز در اتلاف‌های داده مختلف در مسیر پیش‌خور و پس‌خور مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده از کنترل شبکه‌ای یک پاندول معکوس چرخشی نشان دهنده اثر بیشتر اتلاف داده در ناپایداری سیستم در مسیر پیش‌خور نسبت به حالت پس‌خور است.

۶- مراجع

- [1] G. Liu, Y. Xia, D.J.I.P.V. Rees, Predictive control of networked systems with random delays, 90-85 (2005) (1)38.
- [2] G.-P. Liu, Y. Xia, J. Chen, D. Rees, W.J.I.T.o.I.E. Hu, Networked predictive control of systems with random network delays in both forward and feedback channels, 1297-1282 (2007) (3)54.
- [3] G.-P. Liu, Y. Xia, D. Rees, W.J.I.T.o.S. Hu, Man,, P.C. Cybernetics, Design and stability criteria of networked predictive control systems with random network delay in the feedback channel, 184-173 (2007) (2)37.
- [4] Y. Xia, J. Chen, G. Liu, D. Rees, Stability analysis of networked predictive control systems with random network delay, in: 2007 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, IEEE, 2007, pp. 820-815.
- [5] X. Luan, P. Shi, F.J.I.t.o.i.e. Liu, Stabilization of networked control systems with random delays, -4323 (2010) (9)58 4330.
- [6] B. Liu, Y. Xia, M.S. Mahmoud, H. Wu, S.J.C. Cui, Systems,, S. Processing, New predictive control scheme for

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

R. Farasat, M. Nasiri, Stability analysis of predictive approach in networked control system using theory of switching systems, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(10) (2022) 5039-5054.

DOI: 10.22060/mej.2021.19263.6992



