



## تعیین حساسیت رفتار دینامیکی روتور به ترانس‌های تولید با استفاده از تحلیل حساسیت کلی و روش آماری

زهراء طاهرخانی<sup>۱، ۲\*</sup>، حمید احمدیان<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

<sup>۲</sup> واحد تحقیق و توسعه شرکت مهندسی و ساخت توربین مپنا (توگا)

**خلاصه:** عدم قطعیت در پارامترها سبب می‌گردد تا سازه‌های با شرایط نامی یکسان دارای مقادیر متفاوت فرکанс‌های

طبیعی و پاسخ ارتعاشی باشند. علی‌رغم اهمیت مساله ارتعاشات در توربوماشین‌ها به دلیل ماهیت دورانی آن‌ها و لزوم تعیین دقیق سرعت‌های بحرانی در این سیستم‌ها، تاکنون در زمینه بررسی رفتار ارتعاشی سیستم‌های دوار به عدم قطعیت پارامترها مطالعه و بررسی کافی انجام نشده است. در این مقاله حساسیت کلی سرعت‌های بحرانی یک کمپرسور صنعتی نسبت به پارامترهای طراحی آن محاسبه شده است. همچنین نشان داده شده است که استفاده از روش

مشتق‌گیری به عنوان روشی متداول در مراجع، تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان می‌دهد و جهت درنظرگرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد. در این بررسی، یک چهارچوب کلی جهت بررسی حساسیت سیستم‌های دوار صنعتی بر اساس روش تحلیل حساسیت کلی و تجزیه وردایی سوبول با به کارگیری روش مونت کارلو، ارائه شده است. در این روش عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش‌بینی‌های کیفی در اختیار قرار می‌دهد. روش ارائه شده در طراحی ماشین دوار می‌تواند برای تدوین دستورالعمل‌های ترانس‌گذاری اجزا سیستم مورد نظر مفید می‌باشد

**کلمات کلیدی:**  
دینامیک سیستم‌های دوار  
روش حساسیت کلی  
به روز رسانی مدل  
روش مونت کارلو  
عدم قطعیت

است. روش‌های به روزرسانی با هدف ایجاد مدل اجزای محدود دقیق‌تر با استفاده از به روزرسانی و کالیبراسیون پارامترها به منظور حداقل نمودن اختلاف بین نتایج تحلیلی و نتایج تجربی گسترش یافتند [۱] این مدل بهینه شده حاصل، می‌تواند در بسیاری از کاربردها در دینامیک سازه مانند تشخیص آسیب، نظارت بر سلامت، کنترل ساختاری، ارزیابی ساختاری مورد استفاده قرار گیرد. به روزرسانی قطعی مدل در سه دهه گذشته به طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته و به یک رویکرد مرسوم تبدیل شده است. به دلیل تغییرات ذاتی که در پارامترها در اثر ترانس‌های ساخت، تغییرات شرایط محیطی، تغییرات ذاتی مواد، سایش، خوردگی، شرایط ساخت و مونتاژ وجود دارد، امروزه روش‌های اتفاقی بر روزرسانی به منظور درنظر گرفتن بازه تغییرات پارامترها گسترش یافته‌اند [۲ و ۳]. تنظیم

### ۱- مقدمه

مدلهای المان محدود امروزه به طور گسترده در دینامیک سازه جهت طراحی و پیش‌بینی رفتار سازه مورد استفاده قرار می‌گیرند. افزایش دقت مدل المان محدود، یک بخش مهم در تحقیقات جامعه مهندسی است، زیرا یک مدل المان محدود، با توان تخمین پاسخ دقیق می‌تواند مهندسان و محققان را به مطالعه دقیق رفتارهای سازه‌های مهندسی در دنیای واقعی یاری دهد و همچنین راهنمایی‌هایی را برای تصمیم‌گیری فراهم می‌کند. با این وجود، ایجاد مدل المان محدود دقیق علی‌رغم ظهور رایانه‌های قدرتمند و تجربه طراحی پیشرفته‌تر، کار آسانی نیست. پیش‌بینی‌های تحلیلی به دست آمده از مدل اجزای محدود سازه اغلب با رفتار اندازه‌گیری شده آن در آزمایش متفاوت

\* نویسنده عهدهدار مکاتبات: ahmadian@iust.ac.ir



فاکتورهای مهم از موارد غیر مهم مورد استفاده قرار گیرد. امروزه استفاده از روش آنالیز حساسیت کلی در دینامیک سازه‌ها و بخصوص در زمینه ایمنی و قابلیت اطمینان در سازه‌ها رو به افزایش است [۵] محققان مختلف [۴ و ۷-۱۰] با استفاده از روش حساسیت کلی به شناسایی پارامترهای مهم در مسائل مختلف دینامیک سازه پرداخته‌اند و به این نتیجه رسیدند که روش حساسیت کلی روشی مطمئن جهت شناسایی پارامترهای تاثیرگذار با درنظر گرفتن برهمکنش میان پارامترهای مطالعات [۱۱-۱۵] به بررسی نحوه انتخاب پارامتر در بهروزرسانی مدل متمرکز شده و نشان دادن که انتخاب صحیح پارامتر عامل مهم در نتایج حاصل از بهروزرسانی است و از ترکیب پارامترهای مختلف نتایج متفاوتی حاصل می‌گردد. این مطالعات نشان دادند که انتخاب نادرست پارامتر می‌تواند بهروزرسانی مدل را با شکست مواجه نماید.

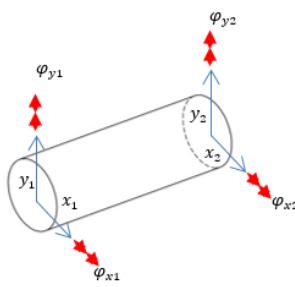
محققان [۱۹-۲۳] به شیوه‌های مختلف به بررسی اثرات پارامترهای مختلف و حساسیت سنجی آن‌ها بر روی رفتار سیستم‌های دوار پرداخته‌اند. در این پژوهش‌ها نشان داده است که ترانس‌ها و عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای ورودی بر روی رفتار دینامیکی سیستم‌های دوار مؤثر بوده و می‌تواند منجر به تغییرات قابل ملاحظه‌ای در پاسخ سیستم گردد که با شناسایی این پارامترها و روش‌های بهینه‌سازی، طراحی قابل قبولی را ارائه داده‌اند. در مرجع [۲۴] به بررسی حساسیت رفتار دینامیکی زنجیره محورها به تغییرات دمایی پرداخته شده است که در آن هم تحلیل ارتعاشات خمشی و هم تحلیل ارتعاشات پیچشی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در مرج [۲۵] آنالیز حساسیت بر روی پارامترهای طراحی روتور یک توربین باد با استفاده از آنالیز حساسیت کلی انجام شده است.

تعیین پارامترهای مهم بر روی رفتار دینامیکی یک سیستم دوار با یاتاقان‌های هیدرودینامیک که دارای پیچیدگی می‌باشد از اهمیت بالایی برخوردار است. در مرجع [۲۶] از آنالیز حساسیت جهت شناسایی پارامترهای حساس در طراحی یاتاقان بالشتک‌گهواره‌ای<sup>۴</sup> و انجام طراحی بهینه استفاده شده است. در مرج [۲۷] با استفاده از نتایج عملکردی یاتاقان هیدرودینامیکی از نوع سه انجنا<sup>۵</sup>، حساسیت به جهت نیروی وارده بر یاتاقان محاسبه شده است. مشاهدات فراوانی وجود دارد که به دلیل عدم قطعیت‌های موجود در ترانس‌های

درست تابع هدف، انتخاب صحیح پارامترهای بروز شونده و استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی قدرتمند، سه مرحله مهم در بهروزرسانی مدل المان محدود، هستند [۴]. از بین سه مرحله، انتخاب پارامترهای بهروزرسانی یک گام بسیار مهم است که شامل انتخاب چند پارامتر و اینکه کدام پارامترها از میان نامزدهای احتمالی در بهروزرسانی استفاده شوند، می‌باشد. اگر پارامترهای زیادی در بهروزرسانی گنجانده شود، فرآیند بهینه‌سازی به یک وضعیت ضعیف<sup>۱</sup> منجر می‌شود زیرا تنها مدهای محدودی می‌توانند به طور مؤثر از اندازه‌گیری ارتعاشات میدان شناسایی شوند. همچنین اگر پارامترهای غیر حساس از میان پارامترهای نامزد مستثنی نشوند، نتایج بهروز شده ممکن است معنای فیزیکی را از دست بدهند زیرا به دلیل عدم حساسیت، تابع هدف به این پارامترها می‌تواند تغییرات زیادی داشته باشد [۵]. بنابراین شناسایی پارامترهای مؤثر بر خروجی سیستم در دینامیک سازه‌ای از اهمیت بالایی برخوردار است. روش‌های مختلف آنالیز حساسیت با هدف شناسایی پارامترهای تاثیرگذار در خروجی‌های سیستم‌ها در زمینه‌های مختلف مانند هواشناسی، مالی و اقتصادی، و ژئولوژیک گسترش یافته‌اند. امروزه با توجه به لزوم درنظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها به منظور مدلسازی دقیق دینامیک سازه‌ها استفاده از آنالیز حساسیت در این سیستم‌ها امری اجتناب ناپذیر است.

آنالیز حساسیت عبارت است از نحوه اختصاص دادن عدم اطمینان در خروجی یک مدل به منابع مختلف عدم قطعیت در ورودی آن [۱]. به طور کلی، آنالیز حساسیت را می‌توان به دو دسته آنالیز حساسیت محلی<sup>۲</sup> و آنالیز حساسیت کلی<sup>۳</sup> تقسیم کرد [۵ و ۶]. آنالیز حساسیت محلی بر اثرات محلی عوامل متمرکز است، که از طریق مشتقات جزئی تابع هدف اندازه گیری می‌شود. آنالیز حساسیت محلی متعلق به کلاس روش‌های تک عامل در هر زمان است که در آن در هر زمان یک پارامتر به تنها یک کمی تغییر داده می‌شود، در حالی که بقیه ثابت نگه داشته می‌شوند. آنالیز حساسیت محلی برای مسائل با عدم اطمینان بالا در ورودی‌ها مناسب نیست. از طرف دیگر، آنالیز حساسیت کلی برای تعیین کمیت تأثیر در کل فضای مسئله است. آنالیز حساسیت کلی یک رویکرد مفید برای تعیین کمیت تأثیر عدم قطعیت ورودی‌ها بر روی تابع هدف است و می‌تواند برای تمایز

<sup>1</sup>Ill-condition<sup>2</sup>Local Sensitivity analysis<sup>3</sup>Global Sensitivity analysis



شکل ۱. المان تیر تیموشنکو با ۸ درجه آزادی

Fig. 1. Timoshenko beam element with 8 degree of freedom

از آن در بخش سه به کمک معادلات تجزیه وردایی سوبول<sup>۳</sup> با استفاده از روش مونت کارلو جهت محاسبه حساسیت محلی و کلی ارائه شده‌اند. در ادامه به کمک یک مثال عددی اهمیت استفاده از روش پیشنهادی مشخص شده و سپس در بخش پنج و شش بر اساس نتایج آزمون یک کمپرسور صنعتی و شناسایی عدم قطعیت در سرعت بحرانی آن پارامترهای مؤثر در ایجاد این عدم قطعیت با استفاده از روش حساسیت کلی و تجزیه وردایی سوبول شناسایی شده‌اند.

## ۲-مدل‌سازی کمپرسور

برای سیستم‌های دوار منعطف دارای یک سرعت بحرانی در حوزه کاری، بکار گیری مدل تیر تیموشنکو توزیع سختی مناسبی را به همراه داشته و مدل ارائه شده برای پیش‌بینی رفتار روتور از دقت کافی برخوردار است. صحت سنجی تخمین مدل و تطابق آن با نتایج ثبت شده از آزمون‌های ارتعاشات روتور در مطالعات قبلی [۳۱ و ۳۲] صورت پذیرفته است. البته همواره می‌توان از مدل‌هایی با جزئیات بیشتر نیز بهره جست، بطور مثال مدل‌سازی روتور بصورت سه بعدی نیز می‌تواند صورت پذیرد لیکن با تجارت به دست آمده تخمین این مدل‌ها از رفتار دینامیکی روتور تفاوت معناداری با مدل مورد استفاده از این تحقیق ندارد. به همین دلیل در این پژوهش از مدل تیر تیموشنکو استفاده شده است. معادلات المان محدود حاکم جهت ارتعاشات عرضی سیستم‌های دوار با درنظر گرفتن المان تیر تیموشنکو شکل ۱ با درنظر گرفتن هشت درجه آزادی برای هر المان که چهار درجه آزادی برای حرکت انتقالی در امتداد محورهای  $x$  و  $y$  و چهار درجه آزادی برای حرکت دورانی حول محورهای است به صورت معادله (۱) می‌باشد. در این معادله  $[M]$  و  $[C]$  و  $[G]$  و

ساخت و مونتاژ در سیستم‌های دوار، سرعت‌های بحرانی در دو نمونه روتور با مقادیر نامی طراحی کاملاً مشابه، متفاوت است. این موضوع نویسنده‌گان مقاله را بر این داشت تا با استفاده از روش‌های حساسیت این مسئله را بررسی نمایند. از طرف دیگر نشان داده شده است استفاده از روش مشتق‌گیری که روش متداولی در مراجع است جهت سنجش اهمیت یک پارامتر کافی نبوده و تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان می‌دهد و جهت درنظر گرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد. در این مقاله یک چهارچوب مناسب در آنالیز حساسیت سیستم دوار بر اساس روش تجزیه وردایی و روش مونت کارلو<sup>۱</sup> ارائه شده است که در آن عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش‌بینی‌های کیفی در اختیار طراح قرار می‌دهد. روش ارائه شده در طراحی ماشین دوار و شناسایی کمی حساسیت ابعادی یاتاقان می‌تواند برای تدوین دستورالعمل‌های طراحی و ساخت (تلرانس‌گذاری اجزا) سیستم مورد نظر بسیار مفید باشد. عوامل مختلفی بر رفتار دینامیکی یک ماشین دوار تاثیرگذار هستند و در بسیاری از منابع علمی بر اهمیت لقی‌های بالشتک<sup>۲</sup> و یاتاقان و تاثیرات آن‌ها بر دینامیک روتور بصورت کیفی اذعان شده است. مقاله حاضر روشنی تحلیلی جهت کمی‌سازی حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تغییرات در لقی‌های بالشتک و یاتاقان ارائه داده و طی یک مطالعه تجربی اهمیت استفاده از روش‌های تخمین حساسیت کلی را نشان می‌دهد.

در قسمت‌های پیش رو در این مقاله ابتدا در بخش دو نحوه مدل‌سازی روتور و یاتاقان کمپرسور صنعتی تشریح شده است و پس

1 Monte Carlo

2 Pad

در آن  $X$  یک بردار به طول  $d$  از ورودی‌های مستقل و دارای عدم قطعیت  $\{X_1, X_2, \dots, X_d\}$  و  $Y$  خروجی مدل است. بر اساس روش سوبول،  $Y$  می‌تواند به صورت زیر تجزیه گردد [۶] و [۳۲].

$$Y = f(x) = f_0 + \sum_{i=1}^d f_i(X_i) + \sum_{i < j}^d f_{ij} (X_i, X_j) + \dots + f_{1,2,\dots,d}(X_1, X_2, \dots, X_d). \quad (5)$$

و در تجزیه  $Y$  بصورت ارائه شده در رابطه (۵) با قید ذیل برقرار است:

$$\int_0^1 f_{i_1 i_2 \dots i_d}(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_d}) dX_k = 0, \quad \text{for } k = i_1, i_2, \dots, i_d. \quad (1-5)$$

یک خاصیت مهم جملات بسط ارائه شده در رابطه (۵) تعامل جملات این بسط می‌باشد:

$$\int_0^1 f_{i_1 i_2 \dots i_s} f_{k_1 k_2 \dots k_s} dx = 0, \quad (i_1, i_2, \dots, i_s) \neq (k_1, k_2, \dots, k_s). \quad (2-5)$$

این تعامل نتیجه مستقیم اعمال قید (۱) تا (۵) در تعریف جملات بسط می‌باشد [۳۲].

که در آن  $f_i$  یک ثابت است و  $f_{ij}$  تابع  $X_i$  و  $X_j$  تابعی از  $X$  است. معادله (۵) نشان می‌دهد که ترم‌های تجزیه سوبول بر هم عمودند و بنابراین ترم‌های تجزیه می‌توانند بر اساس میزان امید ریاضی شرطی به صورت معادلات (۶) تا (۸) نوشته شوند:

$$f_0 = E(Y), \quad (6)$$

$$f_i(X_i) = E(Y | X_i) - f_0, \quad (7)$$

$$f_{ij}(X_i, X_j) = E(Y | X_i, X_j) - f_0 - f_i - f_j. \quad (8)$$

بر اساس تجزیه تابع خروجی  $Y$  که در معادله (۵) انجام شد

[ $K$ ] به ترتیب ماتریس‌های جرم و استهلاک و زیروسکوپیک و سفتی می‌باشند.  $q$  بردار درجات آزادی سیستم روتور به طول  $4n$  است که در آن  $n$  تعداد گره‌هاست (معادله (۲)). همچنین  $F$  نیروی خارجی وارد بر سیستم دوار می‌باشد که در این مقاله، مطابق رابطه (۳) برابر نیروی نابلانسی درنظر گرفته شده است.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [[C] + [G]]\{\dot{q}\} + [[K] + [H]]\{q\} = \{F\}, \quad (1)$$

$$\{q(t)\} = \{x_1, y_1, \varphi_{x1}, \varphi_{y1}, \dots, x_n, y_n, \varphi_{xn}, \varphi_{yn}\}, \quad (2)$$

$$[F]_i = \begin{pmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m_i r_i \Omega^2 \exp(j\psi) \quad j = \sqrt{-1}. \quad (3)$$

ماتریس سفتی و میرایی [ $K$ ] و [ $C$ ] علاوه بر سفتی و استهلاک روتور سفتی و استهلاک یاتاقان‌ها را نیز شامل می‌شود. برای بدست آوردن ضرایب دینامیکی یاتاقان‌های هیدرودینامیکی نیاز است تا معادله رینولدز (معادله (۴)) به همراه معادلات قیود هندسی و انرژی در این یاتاقان به صورت کوپل حل گردد. ضرایب دینامیکی حاصل از حل معادلات در یاتاقان‌های روغنی تابع دور روتور می‌باشند و با توجه به ضخامت فیلم روغن در دورهای مختلف متفاوت هستند. با توجه به اینکه هدف این مقاله بررسی نحوه اثرات پارامترهای ورودی بر رفتار دینامیکی روتورهای از آوردن جزیيات مدل‌سازی دینامیکی روتور و یاتاقان خودداری شده است. جهت اطلاع بیشتر، خوانندگان می‌توانند به مراجع [۱۶] مراجعه نمایند.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \\ & = U_x \frac{\partial h}{\partial x} + U_z \frac{\partial h}{\partial z} + 2 \frac{\partial h}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4)$$

**۳-روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی**  
مدل یک سازه می‌تواند به صورت  $Y = f(X)$  بیان گردد که

$$S_{T_i} = \frac{E_{X_{\sim i}}(Var_{X_i}(Y|X_{\sim i}))}{Var(Y)} = \\ 1 - \frac{Var_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y|X_{\sim i}))}{Var(Y)} = 1 - \frac{V_{\sim i}}{Var(Y)}. \quad (13)$$

وردایی تابع خروجی می‌تواند به صورت معادله (۹) تجزیه گردد:

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^d V_i + \sum_{i < j}^d V_{ij} + \dots + V_{12\dots d}. \quad (9)$$

ترم‌های وردایی در ضرایب حساسیت بر اساس روش مونت کارلو

می‌توانند بر اساس روابط (۱۴) تا (۱۶) محاسبه گرددند.

در این روابط  $X_n^1$  و  $X_n^2$  دو ماتریس متفاوت نمونه‌گیری شده به ابعاد  $N \times d$  هستند  $N$  تعداد نمونه‌ها و  $d$  ابعاد پارامترهای ورودی را نشان می‌دهند. و  $(X_{\sim in}^1, X_{in}^1)$  با  $i = 1, 2, \dots, d$  ماتریس به ابعاد  $N \times d$  را بیان می‌کند که شامل تمام المان‌های ماتریس  $X_n^1$  به جز  $i$  امین ستون آن، که با  $i$  امین ستون ماتریس  $X_n^2$  جایجا شده است و به همین ترتیب به صورت معکوس برای ماتریس  $(X_{\sim in}^1, X_{in}^1)$ . با محاسبه خروجی سیستم به ازای هر سطر از این ماتریس‌ها بر اساس روابط (۱۴) تا (۱۶) واریانس‌ها استخراج می‌شوند که پس از جایگذاری در روابط (۱۲) و (۱۳) می‌توان مقادیر حساسیت را به دست آورد.

$$V_i = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) f(X_{\sim in}^2, X_{in}^1) \right] - \\ \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f(X_n^2) \right] \right\}^2, \quad (14)$$

$$V_{\sim i} = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) f(X_{\sim in}^1, X_{in}^2) \right] - \\ \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f(X_n^2) \right] \right\}^2, \quad (15)$$

$$V = \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f^2(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f^2(X_n^2) \right] - \\ \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f(X_n^2) \right] \right\}^2. \quad (16)$$

که در آن :

$$V_i = Var_{X_i}(E_{X_{\sim i}}(Y|X_i)), \quad (10)$$

$$V_{ij} = Var_{X_{ij}}(E_{X_{\sim ij}}(Y|X_i, X_j)) - V_i - V_j. \quad (11)$$

که در روابط بالا  $X_{\sim i}$  بیانگر همه متغیرها به جز  $X_i$  است. معادله (۹) نشان می‌دهد که چگونه وردایی خروجی مدل می‌تواند به وردایی هر کدام از متغیرهای ورودی و وردایی برهمکنش آن‌ها تجزیه گردد. معادلات (۱۰) و (۱۱) به ترتیب روابط جهت استخراج وردایی مستقیم هر متغیر و وردایی برهم کنش بین متغیرها را بیان می‌کنند. نسبت مشارکت وردایی اصلی پارامتر  $i$  در وردایی خروجی به وسیله  $S_i$  نمایش داده می‌شود و «ضریب حساسیت مرتبه اول»<sup>۱</sup> یا «ضریب حساسیت اصلی»<sup>۲</sup> نامیده می‌شود [۶]. ترم‌های حساسیت مرتبه اول و حساسیت برهمکنش متغیرها به صورت رابطه (۱۲) می‌گردد:

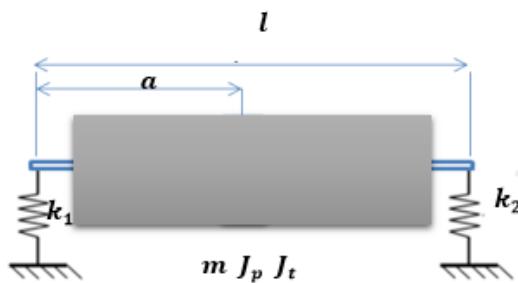
$$S_i = \frac{V_i}{Var(Y)}, \quad S_{ij} = \frac{V_{ij}}{Var(Y)}. \quad (12)$$

«ضریب حساسیت کلی»<sup>۳</sup> با  $S_{T_i}$  نشان داده می‌شود و تمام تاثیرات ورودی  $i$  را شامل می‌گردد و به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود. که در آن  $V_{\sim i} = Var_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y|X_{\sim i}))$  مشارکت وردایی همه ورودی‌ها به جز  $X_i$  در وردایی خروجی است.

<sup>1</sup> First order sensitivity indices

<sup>2</sup> Main sensitivity indices

<sup>3</sup> Total sensitivity indices



شکل ۲. مدل روتور  
Fig. 2. Rotor model

جدول ۱. مشخصات روتور  
Table 1. Rotor characteristics

| پارامتر                    | مقدار     |
|----------------------------|-----------|
| $m$ (kg)                   | ۲         |
| $J_p$ (kg.m <sup>2</sup> ) | ۲         |
| $J_t$ (kg.m <sup>2</sup> ) | ۴         |
| $a$ (m)                    | ۰/۱ و ۰/۴ |
| $l$ (m)                    | ۲         |
| $k_l$ (N/m)                | ۵۰        |
| $k_r$ (N/m)                | ۵۰        |

جرم و ممان‌های اینرسی جرمی در راستای محوری و عمودی و  $l$  و  $a$  ابعاد طولی نشان داده شده در شکل ۲ هستند.

$$\Omega_{cr}^2 = \frac{1}{2m} * (K_{11} - K_{22}) / \delta \pm \sqrt{\frac{(K_{11} - K_{22}) / \delta^2}{-4K_{12} / \delta}}, \quad (17)$$

$$\delta = (J_p - J_t) / m,$$

$$K_{11} = k_1 + k_2, \quad K_{12} = -ak_1 + (l-a)k_2,$$

$$K_{22} = a^2k_1 + (l-a)^2k_2.$$

در سیستم‌های دوار سرعت بحرانی یکی از مشخصه‌های مهم رفتار دینامیکی سیستم می‌باشد و تعیین پارامترهای مؤثر بر آن یکی از راه‌های تغییر سرعت بحرانی و دور نمودن آن از سرعت کاری و بهبود رفتار سیستم و بهینه سازی طراحی دینامیک روتور می‌باشد. یکی از روش‌های تعیین حساسیت که متداول است، محاسبه مشتق نسبت به پارامتر مورد بررسی می‌باشد که در واقع یک روش محلی جهت محاسبه حساسیت است. در این مثال نشان داده شده است که به وسیله روش ارائه شده در این مقاله با استفاده از روش حساسیت

#### ۴- مقایسه آنالیز حساسیت محلی<sup>۱</sup> و کلی<sup>۲</sup> در یک مثال روتور چهار درجه آزادی<sup>۳</sup>

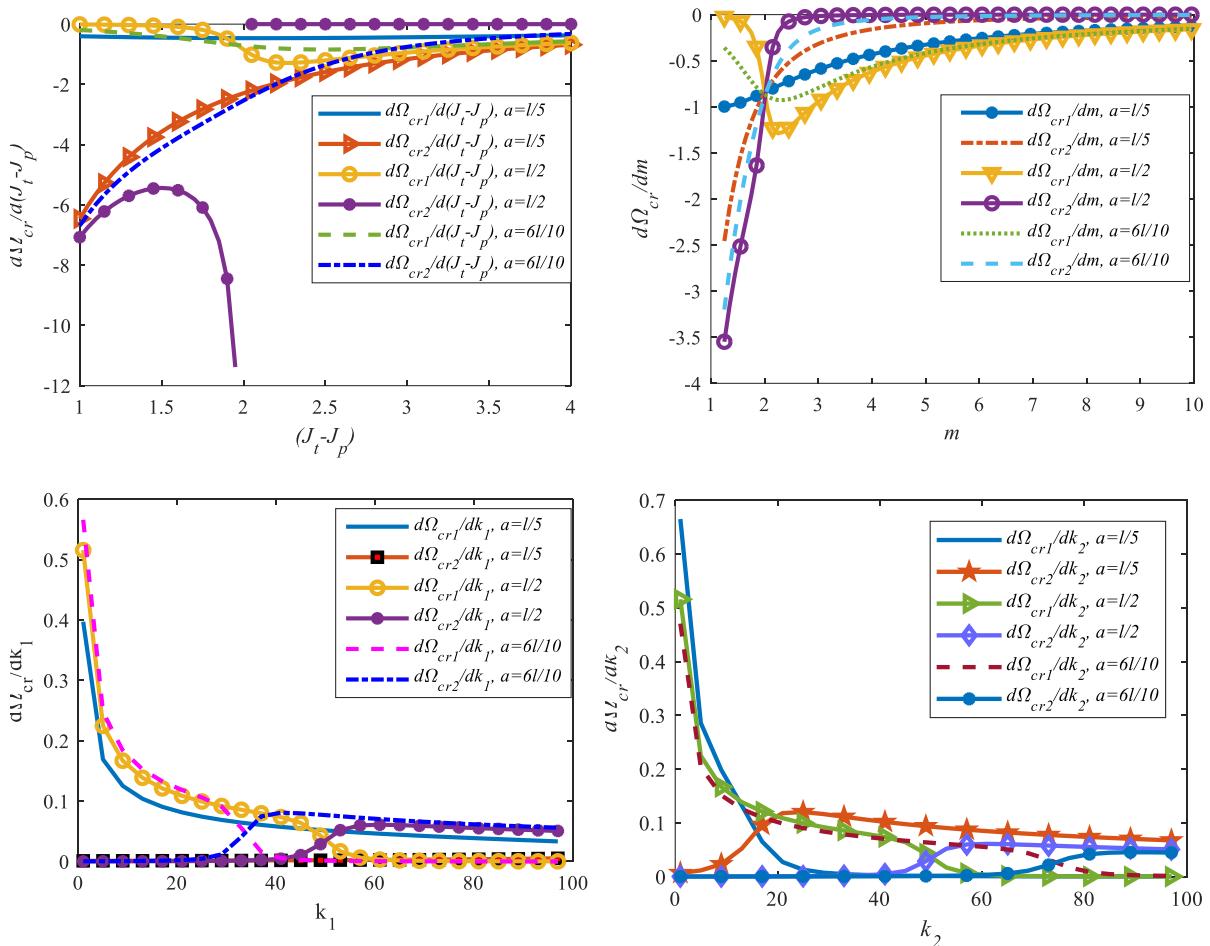
جهت بررسی تفاوت حساسیت محلی و کلی یک مدل روتور چهار درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته شده است. در این مثال نشان داده شده است که روش مشتق‌گیری که روش متداول جهت محاسبه حساسیت در مراجع است، جهت سنجش اهمیت یک پارامتر کافی نبوده و تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان می‌دهد و جهت درنظرگرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد.

مدل روتور در شکل ۲ با مشخصاتی که در جدول ۱ آورده شده است جهت بررسی حساسیت درنظر گرفته شده است. دو سرعت بحرانی مستقیم این روتور از طریق معادله (۱۷) به دست می‌آیند. که در این رابطه  $\Omega_{cr}$  سرعت بحرانی و  $K_{11}$  و  $K_{22}$  و  $J_t$  و  $J_p$  و  $m$  و  $k_1$  و  $k_2$  ضرایب سفتی یاتاقان‌ها و  $a$  مولفه‌های ماتریس سفتی و  $l$  و  $\delta$  می‌باشند.

<sup>1</sup>Local

<sup>2</sup>Global

<sup>3</sup> Stodola Green rotor



شکل ۳. مشتق سرعت‌های بحرانی نسبت به پارامترهای روتور چهار درجه آزادی

Fig. 3. Critical speeds derivation with respect to the parameters of the four DoF rotor

جرم کمتر از ۷ kg و اختلاف ممان‌های اینرسی کمتر از ۳ kg.m است، بیشترین مقدار را دارد. این نتایج نشان دهنده این است که سرعت بحرانی بیشترین حساسیت محلی را در این بازه‌ها دارد. با توجه به مقادیر پارامترها در جدول ۱ مقادیر مشتق سرعت‌های بحرانی در شکل ۳ استخراج شده است. مقادیر جرم و ممان اینرسی و سفتی در جدول ۱ طوری انتخاب شده‌اند که حساسیت نسبت به سفتی‌ها کمتر از جرم و اختلاف ممان اینرسی‌ها باشد.

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد، برای اعداد جدول ۱ مقادیر مشتق سرعت بحرانی نسبت به جرم و ممان اینرسی بسیار بالاتر از مقادیر مشتق سرعت‌های بحرانی نسبت به سفتی می‌باشند. ولذا آنالیز حساسیت محلی مقادیر جرم و اختلاف ممان اینرسی را عوامل تأثیرگذار بر روی سرعت بحرانی می‌داند.

حال در این قسمت، با استفاده از روش حساسیت کلی بر اساس

کلی بر اساس تجربی وردایی می‌توان تأثیر عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای طراحی را بر روی پاسخ سیستم به دست آورد. همچنین نشان داده شده است که روش مشتق‌گیری، تغییرات خروجی به پارامتر مورد نظر را به صورت محلی نشان می‌دهد و از آن نمی‌توان جهت تعیین حساسیت کلی استفاده نمود.

با استفاده از مشتق‌گیری از سرعت‌های بحرانی محاسبه شده در معادله (۱۷) نسبت به پارامترهای جرم سفتی و اختلاف ممان اینرسی می‌توان نمودارهای آن‌ها را به صورت شکل ۳ ترسیم نمود. این نمودارها برای مقادیر مختلف فاصله مرکز جرم از یاتاقان سمت چپ که در شکل ۲ با  $a$  نشان داده شده، برای مقادیر  $6l/10$  و  $l/2$  و  $l/5$  رسم شده‌اند. همانطور که در نمودارها دیده می‌شود حساسیت سرعت‌های بحرانی هنگامی که مقادیر سفتی‌های  $k_1$  و  $k_2$  کمتر از  $N/m^{20}$  هستند بیشتر است. همچنین حساسیت، وقتی که

را به وردایی پارامترها نسبت می‌دهد، سفتی‌ها بیشترین سهم را در تغییر سرعت بحرانی دارند. به عبارت دیگر در روش آنالیز حساسیت کلی علاوه بر اینکه حساسیت محلی پارامترها در نظر گرفته می‌شوند، دامنه تغییرات خود پارامترها هم که جزو عوامل مؤثر است در محاسبات لحاظ می‌گردد..

همانطور که در شکل ۳ به وضوح مشاهده می‌گردد، علی‌رغم اینکه جرم و ممان اینرسی و سفتی در جدول ۱ عمداً طوری انتخاب شده بودند که میزان مشتق سرعت بحرانی و تبع آن حساسیت محلی نسبت به سفتی بسیار کمتر از مشتق سرعت بحرانی نسبت به جرم و ممان اینرسی و حدود یک دهم این پارامترها باشد، ولی همانطور که در شکل ۴ ملاحظه می‌گردد اثرات سفتی یاتاقان‌ها در حساسیت کلی به مراتب بیشتر از اثرات جرمی است. این در حالی است که اگر مقدار جرم بیشتر از  $7 \text{ kg}$  و اختلاف ممان‌های اینرسی بیشتر از  $3 \text{ kg.m}$  باشد مقدار حساسیت کلی جرم و ممان اینرسی در آنالیز حساسیت کلی به صفر میل خواهد نمود. در نتیجه مهم‌ترین معیار انتخاب پارامتر تأثیر گذرا در پاسخ، عدم قطعیت و حساسیت بالای آن است. به عبارت دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای حساسیت بالایی است، باید به عنوان پارامترهای مؤثر در پاسخ سیستم انتخاب گرددند.

بنابراین مشاهده می‌شود که روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی، یک روش جامع جهت ارزیابی حساسیت خروجی مدل به عدم قطعیت پارامترهای ورودی است که می‌تواند پارامترهای مؤثر و تعیین کننده را در وردایی خروجی نشان دهد. لذا در ادامه سنجش حساسیت سرعت بحرانی یک نمونه روتور کمپرسور صنعتی به عدم قطعیت در پارامترهای طراحی آن با استفاده از این روش صورت می‌پذیرد.

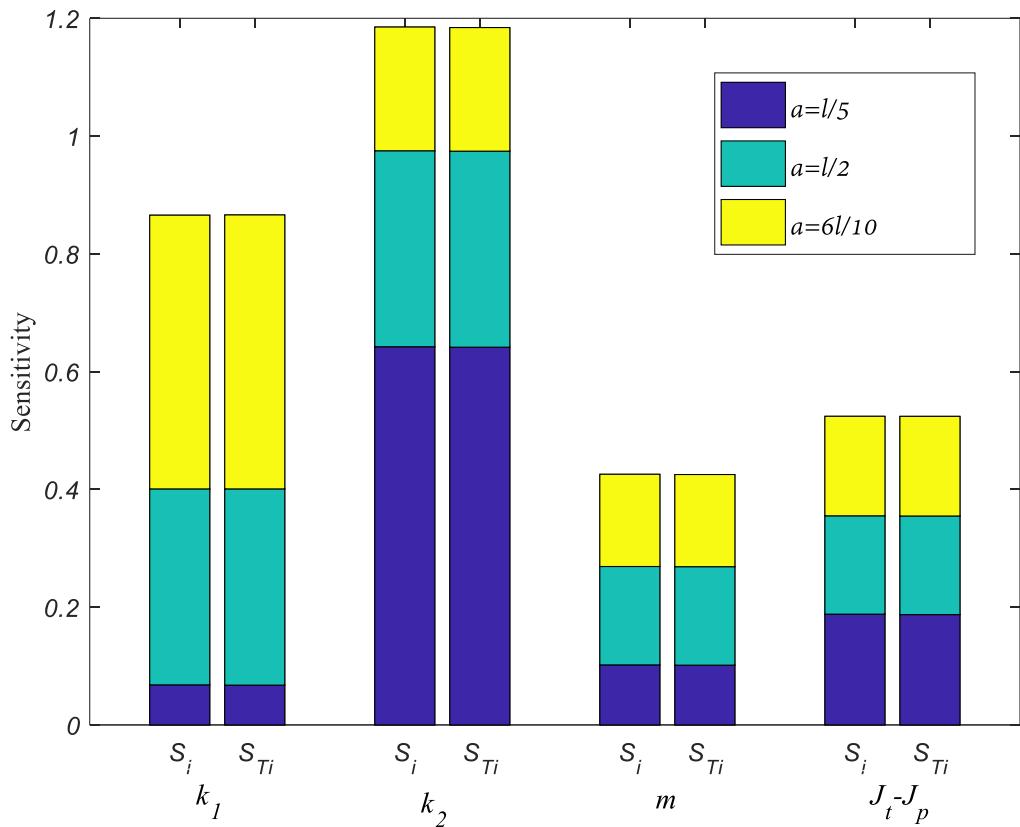
## ۵- نتایج تجربی

کمپرسور مورد مطالعه یک کمپرسور گریز از مرکز شش مرحله‌ای با مشخصات جدول ۲ است. این کمپرسور در خطوط انتقال گاز جهت افزایش فشار گاز مورد استفاده قرار می‌گیرد. دور کاری کمپرسور ۶۰۰۰ تا  $9000$  دور بر دقیقه است و دارای یک سرعت بحرانی حدود  $3500$  دور بر دقیقه می‌باشد که قبل از دور کاری است. این روتور

تجزیه وردایی، که در بخش قبل اشاره شد، اثر عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای مثل روتور، بر روی سرعت‌های بحرانی محاسبه می‌گردد. به این منظور ابتدا باید توزیع پارامترها و محدوده تغییرات آن‌ها مشخص گردد. هنگامی که اطلاعاتی از توزیع یک پارامتر وجود ندارد از توزیع یکنواخت می‌توان استفاده نمود که در این مثال از توزیع یکنواخت برای پارامترها استفاده شده است. همچنین محدوده تغییرات پارامترها وابسته به ترانس‌های ساخت آن‌ها می‌باشد. به دلیل امکان مدلسازی سه بعدی هندسه سیستم و روش‌های دقیق اندازه‌گیری چگالی مواد، تقریباً مقادیر جرمی تنها به دلیل وجود ترانس‌های تولید در ابعاد، احتمال تغییر را دارند. در مراجع انتخاب محدوده  $3$  تا  $5$  درصد برای عدم قطعیت متداول است [۲۸ و ۲۹]. که در این تحقیق هم مقدار  $5$  درصد تغییرات، برای جرم و ممان اینرسی درنظر گرفته شده است. اما درخصوص محاسبه ضرایب یاتاقان‌ها بخصوص یاتاقان‌های هیدرودینامیک، موضوع پیچیده‌تر است. به دلیل وجود جریان‌های توربولانس و تغییر شکل‌ها و تغییر دمای روغن و مساله انتقال حرارت و همچنین ترانس لقی‌های یاتاقان که درصد قابل توجهی از لقی را شامل می‌شود. محدوده  $20$  الی  $30$  درصدی تغییرات برای عدم قطعیت سفتی‌ها درنظر گرفته شده است. با لحاظ نمودن این مقادیر جهت محاسبه آنالیز حساسیت براساس روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی تأثیر عدم قطعیت هریک از پارامترها بر روی وردایی کلی قابل مشاهده است.

با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) مقادیر ضریب حساسیت مرتبه اول و ضریب حساسیت کل برای پارامترهای جرم اختلاف ممان‌های اینرسی و سفتی‌ها برای مقادیر نامی جدول ۱ محاسبه می‌گرددند. شکل ۴ مقادیر حساسیت کلی سرعت‌های بحرانی را به هریک از پارامترها برای مقادیر مختلف فاصله مرکز جرم روتور از یاتاقان سمت چپ (یا همان  $a$ ) نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌گردد حساسیت کلی به سفتی‌ها بیشتر از حساسیت به جرم و اختلاف ممان‌های اینرسی است.

مقایسه نتایج شکل‌های ۳ و ۴ برای مثال روتور چهار درجه آزادی نشان می‌دهد که علیرغم اینکه بر اساس حساسیت محلی سفتی‌ها کمترین تأثیر را بر روی سرعت بحرانی دارند. آنالیز حساسیت کلی بر اساس روش تجزیه وردایی، که وردایی موجود در خروجی سیستم



شکل ۴. حساسیت کلی پارامترها  
Fig. 4. Total sensitivity of parameters

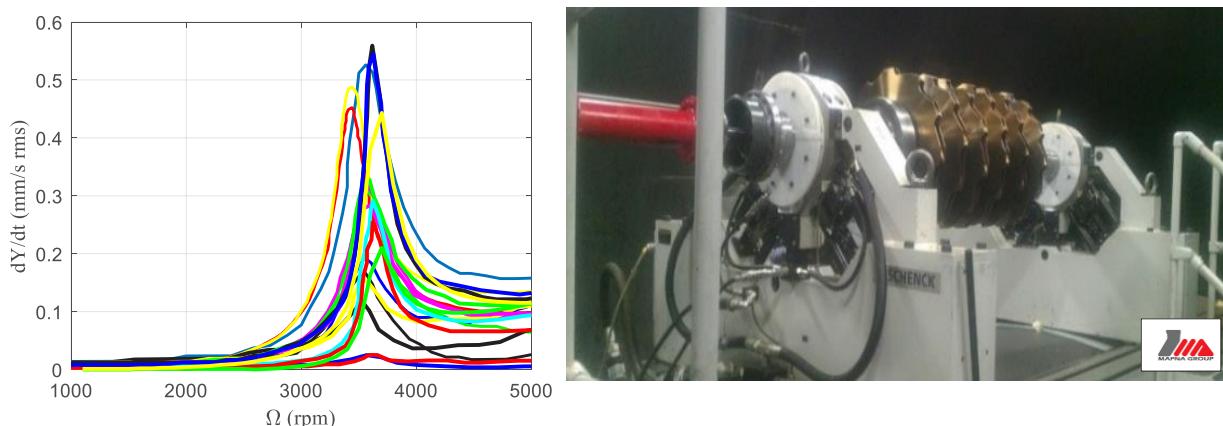
جدول ۲. مشخصات روتور کمپرسور  
Table 2. Compressor rotor characteristics

| پارامتر        | مقدار |
|----------------|-------|
| $L(m)$         | ۳     |
| $M_r(kg)$      | ۱۲۰۰  |
| $J_z (kg.m^2)$ | ۱۲    |
| $J_x (kg.m^2)$ | ۵۰۰   |
| $J_y (kg.m^2)$ | ۵۰۰   |

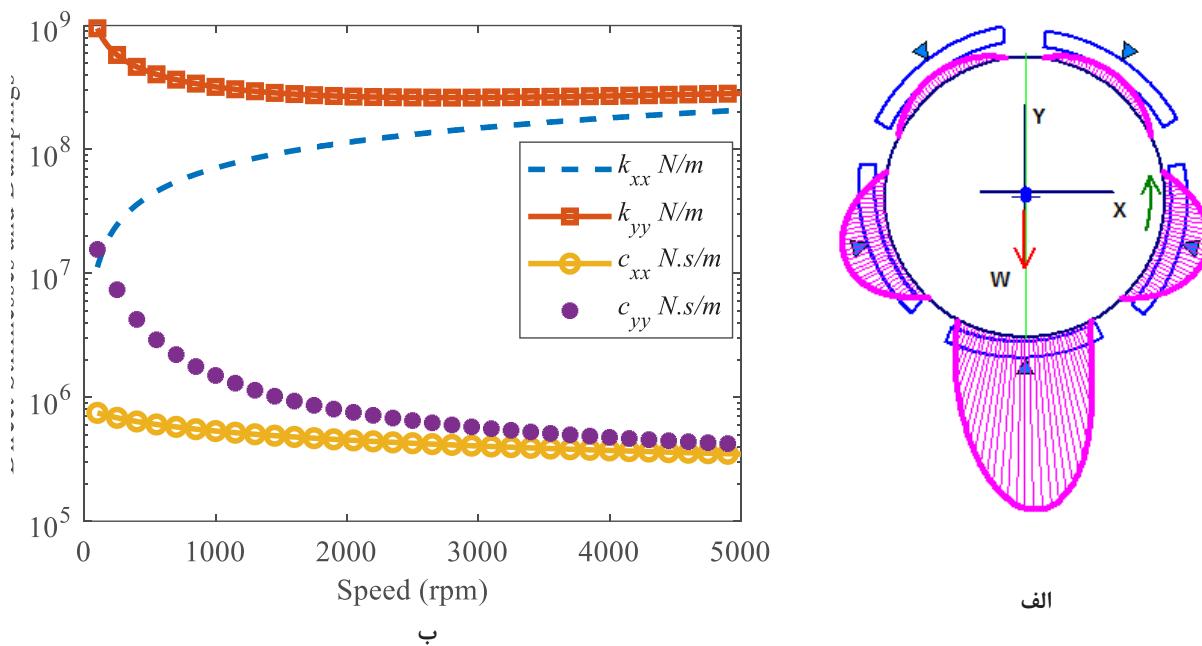
تونل خلاهستنده داخل تونل هدایت می‌شود. یاتاقان‌های کمپرسور در محل پدستال نصب می‌گردد و اندازه‌گیری حرکت نسبی محور در محل یاتاقان‌ها به وسیله دو سنسور ارتعاش‌سنجی نسبی که بر هم عمودند انجام می‌پذیرد. روتور به وسیله یک کوپلینگ انعطاف‌پذیر به یک گیربکس و سپس به یک الکتروموتور وصل می‌شود. یک فازسنج لیزری در محل اتصال روتور به کوپلینگ، مقدار فاز و سرعت دوران روتور را ندازه‌گیری می‌کند. نتایج آزمون ارتعاشاتی ۱۹

دارای دو یاتاقان هریک دارای ۵ بالشتک گهواره‌ای، از نوع<sup>۱</sup> بار بر روی بالشتک<sup>۲</sup> می‌باشد، که دارای ترانس لقی بین ۰/۲۴ تا ۰/۱۶ میلیمتر است. چیدمان آزمون روتور کمپرسور نشان داده شده در شکل ۵، شامل تونل خلاه است که بر روی یک فونداسیون بتنی قرار دارد که روتور به وسیله پدستال‌هایش به وسیله ریل‌هایی که درون

1 Shaft  
2 Load on Pad



شکل ۵. a) چیدمان آزمون روتور کمپرسور ب: نتایج تجربی ۱۹ عدد کمپرسور  
Fig. 5. a) Compressor test set up stand b) Experimental results for 19 compressors

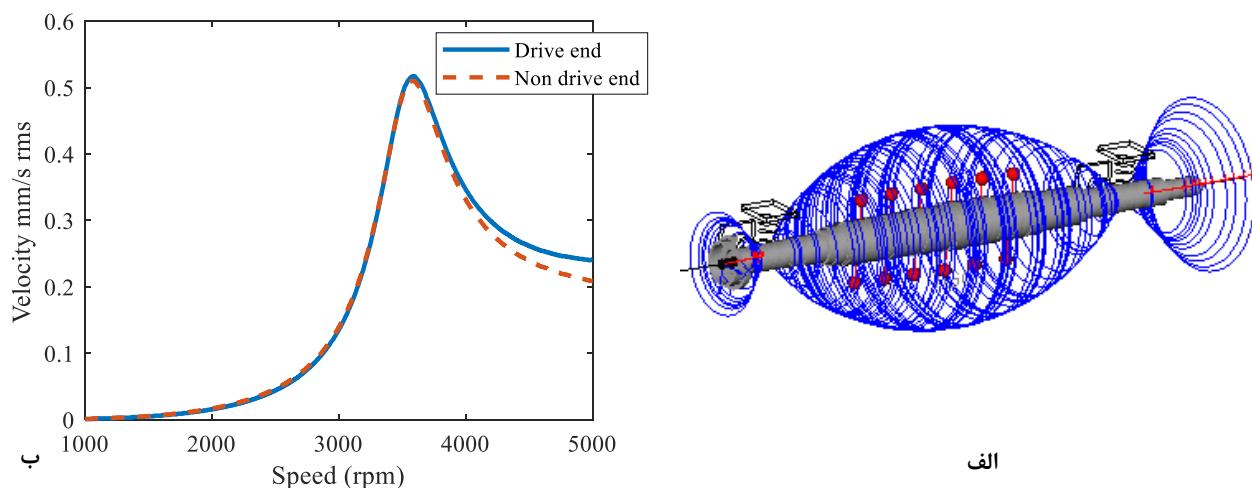


شکل ۶. a) توزیع فشار روغن بر روی بالشتک‌های یاتاقان در دور (۳۵۰۰ rpm) b) ضرایب دینامیکی یاتاقان بر حسب دور  
Fig. 6. a) Oil film pressure distribution on the bearing pads at 3500(rpm) b) Bearing dynamic coefficients with respect to the rotational speed

یکسان آزمون، نتایج برای روتورهای مختلف متفاوت است به طوری که سرعت بحرانی از ۳۴۲۰ دور بر دقیقه تا ۳۶۷۰ دور بر دقیقه تغییر می‌کند. که مسلماً این نتایج در شرایط سایت تقویت فشار گاز، تغییرات بیشتری خواهند داشت. این تغییرات، نویسنده‌گان را بر این داشت تا به بررسی این موضوع پرداخته، تا با آنالیز حساسیت تغییرات در پارامتر خروجی (سرعت بحرانی) را به تغییرات پارامترهای طراحی به صورت کمی نسبت دهند.

نتایج مدلسازی با مقادیر نامی پارامترها در شکل‌های ۶ و ۷ نشان

عدد از این کمپرسورها با طراحی نامی یکسان در شکل ۵ نشان داده شده است. در این آزمون‌ها مجموعه آزمون و پدستال یکسان بوده و تنها در هر بار کمپرسورها عوض شده‌اند، همچنین سعی گردیده است تا شرایط نصب و گشتاور اعمالی بر پیچ‌های اتصال به پدستال برای هر ۱۹ کمپرسور یکسان باشد. همچنین بدلیل تکرار پذیری نتایج آزمایش بروی هر یک از روتورها و تفاوت بسیار اندک در نتایج مکرر یک روتور فرض شده است که عدم قطعیت اندازه‌گیری ناچیز است. همانطور که در شکل ۵ قابل مشاهده است با وجود شرایط



شکل ۷. الف) مدل اول بحرانی مدل المان محدود روتور کمپرسور در یاتاقان‌های سمت محرك و متحرک  
Fig. 7. a) Compressor rotor mode shape for first critical speed b) Unbalance response of the compressor rotor at drive end and non-drive end bearings location

دینامیکی سیستم‌های دوار گرددن، که از آن جمله می‌توان به تلرانس‌های ساخت، شرایط محیطی مانند تغییرات دما و فشار، سایش، خوردگی و ... را نام برد. برای کمپرسور مورد مطالعه، تلرانس‌های هندسی و پروسه‌های ساخت و مونتاژ می‌توانند در پارامترهای هندسی تغییرات به وجود بیاورند. به دلیل این که تغییرات دمایی در محل چیدمان آزمون زیاد نیست بنابراین خواص مواد مانند مدول الاستیک تغییرات زیادی نخواهد داشت، به همین ترتیب تغییرات ابعادی نیز به دلیل تغییرات دمایی ناچیز می‌باشد. لذا در این مطالعه مهم‌ترین عامل عدم قطعیت، تلرانس‌های ساخت می‌باشند. یازده پارامتر که شامل مشخصه‌های هندسی و خواص مواد کمپرسور می‌باشند به عنوان کاندید جهت بررسی حساسیت سرعت بحرانی کمپرسور درنظر گرفته شده‌اند، که در جدول ۳ آورده شده‌اند. در این جدول برای هر پارامتر توزیعی جهت استخراج  $X_i$  ها جهت معادلات (۱۴) تا (۱۶) در نظر گرفته شده است. در انتخاب توزیع پارامتر در هر مساله، نظر متخصص طراح و اطلاعاتی که از خواص و مواد و جنس و فیزیک و شرایط مرزی و ... وجود دارد، تعیین کننده هستند. همچنین اگر اطلاعات کافی در مورد توزیع اولیه یک پارامتر وجود نداشته باشد - توزیع یکنواخت به عنوان توزیع اولیه برای آن انتخاب می‌گردد [۳۳-۳۵]. در حالت کلی بر اساس اصل ماکزیمم آنتروپی [۶۳] و اطلاعات موجود از یک پارامتر توزیع برای آن پارامتر برآش می‌شود. بر اساس این اصل، توزیع یکنواخت بیشترین عدم قطعیت را برای پارامتر با

داده شده است. شکل ۶ نتایج حاصل از مدلسازی یاتاقان کمپرسور را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل پیداست به دلیل تغییرات ضخامت فیلم روغن توزیع فشار بر روی بالشتک‌های یاتاقان تغییر نموده و به تبع آن ضرایب دینامیکی در دورهای مختلف تغییر می‌نماید. برای مدل نمودن محور روتور از ۱۰۷ المان تیر تیموشنکو استفاده شده است. ضرایب سختی و استهلاک یاتاقان‌ها به همراه اثرات زیروسکوپیک مطابق روابط بخش یک و مراجع [۱۹-۱۶] استخراج و نتایج تحلیل روتور به همراه شکل مد اول و پاسخ نابالانسی آن در شکل ۷ نشان داده شده است.

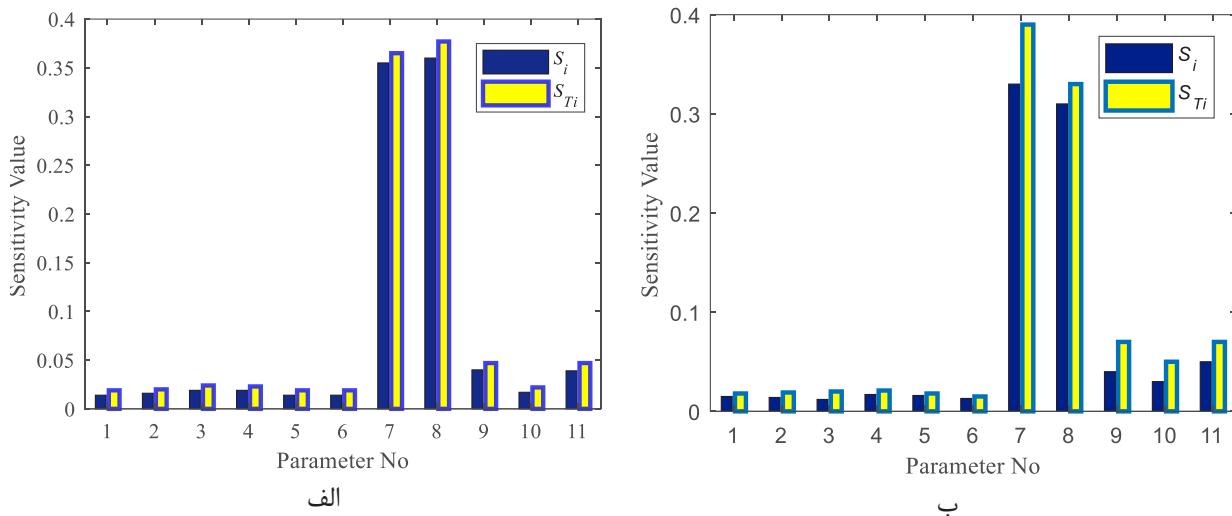
## ۶-شناسایی پارامترهای مؤثر در ایجاد عدم قطعیت پاسخ دینامیکی کمپرسور

همانطور که در بخش‌های قبل توضیح داده شد، حساسیت محلی جهت انتخاب پارامتر حساس کافی نبوده و نیاز است تا از روش حساسیت کلی جهت شناسایی پارامترهای تاثیرگذار بر روی پاسخ استفاده شود. مهم‌ترین معیار انتخاب پارامتر تاثیرگذرا در پاسخ، میزان عدم قطعیت آن پارامتر و حساسیت بالای آن است. به بیان دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قطعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای حساسیت بالایی است، باید به عنوان پارامترهای مؤثر در پاسخ سیستم انتخاب گردد.

عوامل مختلفی می‌توانند باعث ایجاد عدم قطعیت در رفتار

**جدول ۳. پارامترهای درنظر گرفته شده برای تحلیل حساسیت**  
**Table 3. Parameters considered for sensitivity analysis**

| شماره پارامتر | مشخصات پارامتر                   | توزیع درنظر گرفته شده |
|---------------|----------------------------------|-----------------------|
| ۱             | جرم پروانه <sup>۱</sup> شماره یک | یکنواخت               |
| ۲             | جرم پروانه‌ی شماره دو            | یکنواخت               |
| ۳             | جرم پروانه‌ی شماره سه            | یکنواخت               |
| ۴             | جرم پروانه‌ی شماره چهار          | یکنواخت               |
| ۵             | جرم پروانه‌ی شماره پنج           | یکنواخت               |
| ۶             | جرم پروانه‌ی شماره شش            | یکنواخت               |
| ۷             | لقی بالشتک                       | نرمال                 |
| ۸             | لقی یاتاقان                      | نرمال                 |
| ۹             | مدول الاستیسیته                  | یکنواخت               |
| ۱۰            | چگالی                            | نرمال                 |
| ۱۱            | قطر محور                         | نرمال                 |



شکل ۸. نتایج آنالیز حساسیت بر روی پارامترهای دارای عدم قطعیت (الف) توزیع پارامترها بر اساس جدول ۳ ب) توزیع نرمال برای همه پارامترها  
**Fig. 8. Sensitivity analysis results for the uncertain parameters a) Parameters distribution is according to the Table 3 b)**  
**Normal distribution is considered for all parameters**

درنظر گرفته شده در جدول ۳ و حالتی که تمامی توزیع‌ها نرمال در نظر گرفته شده است تفاوت چندانی ندارد. همچنین محدوده‌ی تغییرات پارامترهای هندسی برابر ترانس‌های ساخت درنظر گرفته شده است و به دلیل تغییرات کم دمایی، باند تغییرات خواص مواد بر اثر دما برابر سه درصد درنظر گرفته شده است. پارامترهای دارای بیشترین عدم قطعیت و با بالاترین تأثیر بر

محدوده معین، ارائه می‌دهد [۳۷ و ۳۸]. بنابراین توزیع پارامترها، وقتی اطلاعات و یا تجربه متخصص در مورد توزیع یک پارامتر وجود دارد پارامتر با همان توزیع مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما وقتی اطلاعات در مورد توزیع پارامتر وجود ندارد معمولاً توزیع یکنواخت استفاده می‌گردد یا از اصل ماکریم آنتروپی جهت شناسایی توزیع پارامتر استفاده می‌شود [۳۷]. بر این اساس همانطور که در شکل ۸ مشاهده می‌گردد نتیجه نهایی با توزیع‌های

این روش به خوبی می‌توان جهت شناسایی پارامترهای تأثیرگذار و استفاده از آن‌ها جهت بهروزرسانی صحیح سیستم‌های بزرگ صنعتی استفاده نمود.

عوامل مختلفی بر رفتار دینامیکی یک ماشین دوار تأثیرگذار هستند و در بسیاری از منابع علمی بر اهمیت لقی‌های بالشتک و یاتاقان و تاثیرات آن‌ها بر دینامیک روتور بصورت کیفی اذعان شده است. مقاله حاضر روشنی تحلیلی جهت کمی‌سازی حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تغییرات در لقی‌های بالشتک و یاتاقان ارائه داده و طی یک مطالعه تجربی اهمیت استفاده از روش‌های تخمین حساسیت کلی را نشان می‌دهد.

این مقاله نشان داد که استفاده از حساسیت محلی برای شناسایی پارامتر حساس در دینامیک روتور کافی نبوده و استفاده از روش آنالیز حساسیت کلی نتایج مورد انتظار و منطبق بر واقعیت را به همراه خواهد داشت. بطور مثال اگر از روش آنالیز حساسیت محلی استفاده می‌شد آنگاه اینطور برداشت می‌شد که در روتور کمپرسور قطر محور نیز از پارامترهای بسیار حساس به شمار آید، چرا قطر محور به دلیل داشتن توان چهار در ممان اینرسی مقطع باعث ایجاد حساسیت سرعت بحرانی نسبت به این پارامتر، همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، بمیزان بالایی می‌شد. در حالی که به دلیل تلرانس ساخت پایین، که متناظر با عدم قطعیت پایین است، حساسیت کلی پاسخ سیستم به آن کم است.

مهم‌ترین معیارها در انتخاب پارامتر تأثیرگذرا بر پاسخ، عدم قطعیت و حساسیت بالای آن است. به عبارت دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قطعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای تاثیربالایی است، باید به عنوان پارامترهای مؤثر در پاسخ سیستم انتخاب گردند. حساسیت محلی تابعیتی از عدم قطعیت پارامتر نداشته در حالیکه این اثر در حساسیت کلی در نظر گرفته می‌شود.

در این مقاله یک چهارچوب مناسب در آنالیز حساسیت سیستم‌های دوار بر اساس روش تجزیه وردایی و روش مونت کارلو ارائه شده است که در آن عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش‌بینی‌های کیفی در اختیار طراح قرار می‌دهد. روش ارائه شده می‌تواند جهت شناسایی پارامترهای هندسی

روی پاسخ دارای ضریب حساسیت بالایی هستند و می‌تواند جهت بهروزرسانی مدل انتخاب گردد. شکل ۸ میزان ضریب حساسیت پارامترهای کاندید را که به روش حساسیت کلی بر اساس وردایی به دست آمده را نشان می‌دهد.

با توجه به شکل، نتایج زیر قابل مشاهده‌اند:

‘‘جسم پروانه‌ها کمترین تأثیر را بر روی سرعت بحرانی دارد. به دلیل اینکه با لحاظ نمودن تلرانس‌ها جرم‌ها زیر یک درصد تغییر می‌نمایند که تأثیر تغییرات جرم بر روی سرعت بحرانی ناچیز است. ‘‘مدول الاستیسیته به دلیل تغییرات کم دما نیز تغییرات زیادی نداشته و لذا دارای ضریب حساسیت پایین و اثر کم بر روی رفتار دینامیکی است.

‘‘ضریب حساسیت کلی قطر محور نیز با توجه به تلرانس ساخت پایین است. این در حالی است که اگر از روش حساسیت محلی استفاده می‌شود، به دلیل اینکه با توان چهار در ممان‌های اینرسی وارد می‌شود، اثرات محلی بالایی دارد، در حالی که به دلیل تلرانس پایین، حساسیت کلی پاسخ سیستم نسبت به آن کم است.

‘‘با توجه تلرانس‌های ساخت لقی یاتاقان و لقی بالشتک دو پارامتر با بیشترین حساسیت در میان سایر پارامترها هستند. در واقع این نتیجه دور از انتظار نبود، چرا که لقی یاتاقان و بالشتک بیشترین تأثیر در تعیین ضرایب دینامیکی یاتاقان‌های هیدرودینامیک را دارند و تغییرات ضرایب سفتی و استهلاک تأثیر مستقیم بر روی تغییرات سرعت بحرانی دارد. با این حال در کنار پیش‌بینی‌های کیفی این تحلیل یک معیار کمی جهت شناسایی پارامترها را ارائه می‌دهد.

## ۷- نتیجه‌گیری

مدلسازی عدم قطعیت در سالهای اخیر مورد توجه محققین بسیاری بوده است. افزایش ابعاد و پیچیدگی‌های سازه منجر به افزایش عدم قطعیت‌های موجود در سیستم می‌گردد و لزوم انجام مدل‌سازی اتفاقی سیستم را بیشتر می‌نماید. در این پژوهش با به کارگیری روش حساسیت کلی، عدم قطعیت موجود در پاسخ خروجی یک سیستم دوار صنعتی به پارامترهای ورودی نسبت داده شده است. روش حساسیت کلی بر اساس روش تجزیه وردایی روشی قدرتمند جهت شناسایی پارامترهای مؤثر بر تابع خروجی می‌باشد که استفاده از آن جهت شناسایی پارامترهای سیستم‌های دوار نشان داد که از

|   |                              |  |
|---|------------------------------|--|
| خروج از مرکزی نابالانسی پسماند  | $r$                          | مؤثر و تعیین ترانس‌های ساخت به منظور بهبود طراحی سیستم                               |
| حساسیت مرتبه اول  | $S_i$                        | دور، مورد استفاده قرار گیرد.   |
| حساسیت کوپل بین پارامترهای $t$ ام و $z$ ام  | $S_{ij}$                     |  |
| حساسیت کلی زمان   | $S_{Ti}$                     | از حمایت شرکت مهندسی و ساخت توربین مپنا (توگا) از این تحقیق، تشکر و قدردانی می‌گردد. |
| سرعت در راستای محور $x$ در موقعیت یاتاقان   | $U_x$                        |  |
| سرعت در راستای محور $z$ در موقعیت یاتاقان   | $U_z$                        |  |
| واریانس پارامتر با اندیس $i$  | $V_i$                        | فاصله مرکز جرم روتور چهار درجه آزادی از یاتاقان سمت چپ                               |
| واریانس کوپل بین پارامترهای $i$ ام و $z$ ام   | $V_{ij}$                     | ماتریس استهلاک   |
| مختصات به ترتیب در جهات افقی، عمودی و محوری   | $x, y, z$                    | ضرایب استهلاک  |
| جابه‌جایی نودهای المان در راستای $x$ و $y$  | $x_i, y_i$                   | نیروی نابالانسی  |
| خروجی مدل   | $Y$                          | $f_{ijk}$  |
| <b>علامه یونانی</b>   |                              |  |
| چگالی فیلم روغن   | $\mu$                        | اجزای تشکیل دهنده تجزیه سوبول $i < j < k$  |
| جابه‌جایی زاویه‌ای نودهای المان در راستای $y$ و $x$   | $\varphi_{xi}, \varphi_{yi}$ | ماتریس ژیروسکوپیک  |
| سرعت دوران محور   | $\Omega$                     | ماتریس circularity   |
| سرعت بحرانی   | $\Omega_{cr}$                | ضخامت فیلم روغن  |
| <b>مراجع</b>  |                              |  |
| ] J.E. Mottershead, M. Friswell, Model updating in structural dynamics: a survey, Journal of sound and vibration, 167(2) (1993) 347-375.  |                              |  |
| ] C. Mares, J. Mottershead, M. Friswell, Stochastic model updating: part 1—theory and simulated example, Mechanical systems and signal processing, 20(7) (2006) 1674-1695.                          |                              |  |
| ] J. Mottershead, C. Mares, S. James, M. Friswell, Stochastic model updating: part 2—application to a set of physical structures, Mechanical Systems and Signal Processing, 20(8) (2006) 2171-2185. |                              |  |
| ] W.-X. Ren, H.-B. Chen, Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method,   |                              |  |
| <b>تشکر و قدردانی</b>   |                              |  |
| از حمایت شرکت مهندسی و ساخت توربین مپنا (توگا) از این تحقیق، تشکر و قدردانی می‌گردد.  |                              |  |
| <b>فهرست علامه‌های انگلیسی</b>  |                              |  |
| یاتاقان   | $a$                          |  |
| ماتریس استهلاک  | $C$                          |  |
| ضرایب استهلاک   | $c_{ij}$                     |  |
| نیروی نابالانسی   | $F_i$                        |  |
| ممان اینرسی جرمی در راستای $z$  | $J_p$                        |  |
| ممان اینرسی جرمی در راستای $x$ و $y$  | $J_i$                        |  |
| ممان اینرسی جرمی در راستای محور $i$ $i = x, y, z$   | $J_i$                        |  |
| ماتریس سفتی   | $K$                          |  |
| ضرایب سفتی  | $k_{ij}$                     |  |
| طول روتور چهار درجه آزادی   | $l$                          |  |
| طول روتور   | $L$                          |  |
| جرم   | $m$                          |  |
| جرم روتور کمپرسور   | $M_r$                        |  |
| ماتریس جرم  | $M$                          |  |
| جرم نابالانسی پسماند  | $m_r$                        |  |
| فشار فیلم سیال  | $p$                          |  |
| بردار درجات آزادی   | $q$                          |  |

مراجع

- [1] J.E. Mottershead, M. Friswell, Model updating in structural dynamics: a survey, *Journal of sound and vibration*, 167(2) (1993) 347-375.
  - [2] C. Mares, J. Mottershead, M. Friswell, Stochastic model updating: part 1—theory and simulated example, *Mechanical systems and signal processing*, 20(7) (2006) 1674-1695.
  - [3] J. Mottershead, C. Mares, S. James, M. Friswell, Stochastic model updating: part 2—application to a set of physical structures, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(8) (2006) 2171-2185.
  - [4] W.-X. Ren, H.-B. Chen, Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method,

- updating method for parameter variability quantification based on response surface models and Monte Carlo simulation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 33 (2012) 83-96.
- [16] A.C. Balbahadur, A thermoelastohydrodynamic model of the Morton effect operating in overhung rotors supported by plain or tilting pad journal bearings, *Virginia Tech*, 2001.
- [17] M. Lalanne, G. Ferraris, *Rotordynamics prediction in engineering*, Wiley, 1998.
- [18] G. Genta, *Dynamics of rotating systems*, Springer Science & Business Media, 2007.
- [19] Zahra Taherkhani, Hamidreza Pourtaba, Geometry Effects in Tilting-Pad dynamic Coefficients and Critical Speeds of a Rotor, in: Preceding in The Biennial International Conference on Experimental Solid Mechanics (X-Mech 2016). 2016.
- [20] A. Tamer, P. Masarati, Periodic stability and sensitivity analysis of rotating machinery, in: Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Springer, 2015, pp. 2059-2070.
- [21] S. Yan, R. Sievert, Vibration sensitivity of large turbine generator shaft trains to unbalance, in: Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Springer, 2015, pp. 3-14.
- [22] T. Leister, C. Baum, W. Seemann, Sensitivity of computational rotor dynamics towards the empirically estimated lubrication gap clearance of foil air journal bearings, *PAMM*, 16(1) (2016) 285-286.
- [23] F.A. Lara-Molina, A.A. Cavalini Jr, E.H. Koroishi, V. Steffen Jr, Sensitivity analysis of flexible rotor subjected to interval uncertainties, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 16(4) (2019).
- [24] D. Xie, Y. Yang, S. Gao, J. Guo, Sensitivity Analysis on the Dynamic Characteristics of a 1000 MW Turbo-Generator Rotor, in: Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Springer, 2015, pp. 1841-1852.
- [25] S. Asadi, V. Berbyuk, H. Johansson, Global Sensitivity Analysis of High Speed Shaft Subsystem of a Wind Engineering structures, 32(8) (2010) 2455-2465.
- [5] H.-P. Wan, W.-X. Ren, Parameter selection in finite-element-model updating by global sensitivity analysis using Gaussian process metamodel, *Journal of Structural Engineering*, 141(6) (2015) 04014164.
- [6] A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo, M. Ratto, *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*, Wiley Online Library, 2004.
- [7] Z. Kala, Sensitivity assessment of steel members under compression, *Engineering Structures*, 31(6) (2009) 1344-1348.
- [8] J. Rohmer, E. Foerster, Global sensitivity analysis of large-scale numerical landslide models based on Gaussian-Process meta-modeling, *Computers & geosciences*, 37(7) (2011) 917-927.
- [9] I.M. Sobol, Sensitivity analysis for non-linear mathematical models, *Mathematical modelling and computational experiment*, 1 (1993) 407-414.
- [10] W. Becker, J. Oakley, C. Surace, P. Gili, J. Rowson, K. Worden, Bayesian sensitivity analysis of a nonlinear finite element model, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 32 (2012) 18-31.
- [11] N.A. Husain, H.H. Khodaparast, H. Ouyang, Parameter selection and stochastic model updating using perturbation methods with parameter weighting matrix assignment, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 32 (2012) 135-152.
- [12] H.-P. Wan, Z. Mao, M.D. Todd, W.-X. Ren, Analytical uncertainty quantification for modal frequencies with structural parameter uncertainty using a Gaussian process metamodel, *Engineering Structures*, 75 (2014) 577-589.
- [13] G. Steenackers, P. Guillaume, Finite element model updating taking into account the uncertainty on the modal parameters estimates, *Journal of Sound and vibration*, 296(4-5) (2006) 919-934.
- [14] S. Marino, I.B. Hogue, C.J. Ray, D.E. Kirschner, A methodology for performing global uncertainty and sensitivity analysis in systems biology, *Journal of theoretical biology*, 254(1) (2008) 178-196.
- [15] S.-E. Fang, W.-X. Ren, R. Perera, A stochastic model

- Measurement, 53 (2014) 1-9.
- [32] I.y.M. Sobol', Global sensitivity indices for the investigation of nonlinear mathematical models, Matematicheskoe modelirovanie, 17(9) (2005) 43-52.
- [33] R.d.O. Teloli, S. da Silva, T.G. Ritto, G. Chevallier, Bayesian model identification of higher-order frequency response functions for structures assembled by bolted joints, Mechanical Systems and Signal Processing, 151 (2021) 107333.
- [34] N.C. Tyminski, H.F. de Castro, Application of Bayesian inference to unbalance identification in rotors, in: Proceedings of the 9th IFToMM international conference on rotor dynamics, Springer, 2015, pp. 711-721.
- [35] J.W. Hall, L.J. Manning, R.K. Hankin, Bayesian calibration of a flood inundation model using spatial data, Water Resources Research, 47(5) (2011).
- [36] E.T. Jaynes, Probability theory: The logic of science, Cambridge university press, 2003.
- [37] J.L. Beck, L.S. Katafygiotis, Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework, Journal of Engineering Mechanics, 124(4) (1998) 455-461.
- [38] E.T. Jaynes, Prior probabilities, IEEE Transactions on systems science and cybernetics, 4(3) (1968) 227-241
- Turbine Drive Train, International Journal of Rotating Machinery, 2018 (2018).
- [26] L. Urbiola-Soto, Multivariate Response Rotordynamic Modeling and Sensitivity Analysis of Tilting Pad Bearings, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 140(7) (2018).
- [27] R. Khatri, D.W. Childs, An experimental study of the load-orientation sensitivity of three-lobe bearings, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 137(4) (2015).
- [28] Y. Ma, Z. Liang, M. Chen, J. Hong, Interval analysis of rotor dynamic response with uncertain parameters, Journal of Sound and Vibration, 332(16) (2013) 3869-3880.
- [29] E.H. Koroishi, A.A. Cavalini Jr, A.M. de Lima, V. Steffen Jr, Stochastic modeling of flexible rotors, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 34(SPE2) (2012) 574-583.
- [30] N. Wang, D. Jiang, H. Xu, Dynamic characteristics analysis of a dual-rotor system with inter-shaft bearing, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 233(3) (2019) 1147-1158.
- [31] M.H. Jalali, M. Ghayour, S. Ziae Rad, B. Shahriari, Dynamic analysis of a high speed rotor-bearing system,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

Z. Taherkhani, H. Ahmadian, Sensitivity Analysis of Rotor Dynamic Behavior to Manufacturing Tolerances Based on Global Sensitivity Analysis and Statistical Methods, Amirkabir J. Mech Eng., 53(8) (2021) 4501-4516.

DOI: [10.22060/mej.2021.19245.6986](https://doi.org/10.22060/mej.2021.19245.6986)

