

## Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(8) (2021) 1063-1066 DOI: 10.22060/mej.2021.19245.6986

# Sensitivity Analysis of Rotor Dynamic Behavior to Manufacturing Tolerances Based on Global Sensitivity Analysis and Statistical Methods

Z. Taherkhani<sup>1,2</sup>, H. Ahmadian<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> Center of Excellence in Experimental Solid Mechanics and Dynamics, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Mapna Turbine Manufacturing and Engineering Company (TUGA)

**ABSTRACT:** Engineering structures are inevitably exposed to various sources of uncertainty. The uncertainty in the parameters led to structures with identical nominal parameters having different vibrational behavior, such as different natural frequencies. Therefore, it is inevitable to consider parameter variability for a robust design. The rotational motion of turbomachinery makes vibration an important issue in their design. Therefore, it is essential to accurately determine the vibrational behavior of rotating systems and the parameters affecting them. No comprehensive experimental study is reported on the sensitivity of vibration behavior of industrial rotating systems to parameter uncertainty in the related literature. Therefore, in this paper, a powerful method of global sensitivity analysis based on variance analysis is presented using an industrial compressor sample to determine the effective parameters in its response uncertainty. The Monte Carlo simulation method is adopted to implement the global sensitivity analysis method. In this method, the uncertainty in the system response quantifiably devotes itself to the uncertainty of its parameters and provides a quantitative analysis along with qualitative predictions to the designer. The presented method in this paper can be very useful in designing rotating machinery and identifying sensitive parameters on the system response for the codification of design and manufacturing instructions, like component tolerance.

### **1. INTRODUCTION**

Increasing the accuracy of the finite element model is an important part of engineering community researches because a finite element model with the ability to estimate the exact prediction of system response can help engineers and researchers to accurately predict the behaviors of engineering structures in the real world, and provides more manageable and more accurate decision making

Due to the need to consider the parameter uncertainty to model the dynamics of structures accurately, the use of sensitivity analysis in these systems is inevitable. Sensitivity analysis assigns uncertainty in the output of a model to different sources of uncertainty in its input [1]. In general, sensitivity analysis can be divided into local sensitivity analysis and global sensitivity analysis [1, 2].

Local sensitivity analysis focuses on the local effects of factors. Local sensitivity analysis belongs to the class of onefactor methods at a time, in which one parameter is slightly altered at a time, while the rest are kept constant. On the other hand, global sensitivity analysis is to sensitivity analysis is a useful approach to quantify the effect of input uncertainty on the objective function and can be used to distinguish important factors from unimportant ones [2].

Various researchers [3, 4] have used the global sensitivity

\*Corresponding author's email: ahmadian@iust.ac.ir

**Review History:** 

Received: Nov. 11, 2020 Revised: Apr. 28, 2021 Accepted: May. 04, 2021 Available Online: May. 25, 2021

#### **Keywords:**

Rotor dynamics Global sensitivity analysis Monte Carlo Uncertainty Model updating

method to identify important parameters in various structural dynamics problems and concluded that the global sensitivity method is a reliable way to identify the effective parameters by considering the interaction between the parameters. Studies have shown that tolerances and uncertainties in input parameters affect the dynamic behavior of rotating systems [5, 6], but there is no comprehensive study for sensitivity analysis in the rotor dynamics field.

In this paper, a suitable framework in the sensitivity analysis of rotating systems based on variance decomposition and the Monte Carlo method is presented. It provides quantitative analysis and qualitative predictions, which are useful in designing rotating machinery and preparing manufacturing instructions, like component tolerance.

### 2. METHODOLOGY

The finite element equations governing the lateral vibration of rotating systems, taking into account the element of Timoshenko's beam, consider eight degrees of freedom for each element, four degrees of freedom for transient lateral motion along the x and y axes, and four degrees of freedom for rotational motion around theses axes, is according to Eq. (1):

## $[M]\{\ddot{q}\} + [[C] + [G]]\{\dot{q}\} + [[K] + [H]]\{q\} = \{F\}$ (1)

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

Parameter	Structural	Considered	
Number	Definition	Distribution	
1	Impeller #1 mass	Uniform	
2	Impeller #2 mass	Uniform	
3	Impeller #3 mass	Uniform	
4	Impeller #4 mass	Uniform	
5	Impeller #5 mass	Uniform	
6	Impeller #6 mass	Uniform	
7	Pad clearance	Normal	
8	Bearing clearance	Normal	
9	Shaft elastic moduli	Uniform	
10	Shaft mass density	Normal	
11	Shaft diameter	Normal	

Table 1. Selected pa	arameters for	sensitivity	analysis
----------------------	---------------	-------------	----------

In this equation, [M], [C], [G], [K], and [H] are the matrices of mass, damping, gyroscope, stiffness, and circularity, respectively [7]. The vector q contains the rotating system degrees of freedom. Also, F is the external force acting on the rotating system, considered in this study as the unbalance forces.

Based on the Sobol decomposition method [8], the variance of the output function (indicating with Y), can be decomposed into Eq. (2):

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^{d} V_i + \sum_{i< j}^{d} V_{ij} + \dots + V_{12\dots d}$$
(2)

The contribution ratio of the principal variance of the  $X_i$  parameter to the output variance is denoted by Si and is called the "first-order sensitivity indices" or the "main sensitivity indices" [1]. The terms of first-order sensitivity and sensitivity of the interaction of variables are as Eq. (3):

$$S_i = \frac{V_i}{Var(Y)}, \qquad S_{ij} = \frac{V_i j}{Var(Y)}$$
 (3)

The "total sensitivity indices" are denoted by  $S_{\pi}$  and include all input effects  $X_i$  and is defined as Eq. (4),

$$S_{T_{i}} = \frac{E_{X_{\sim i}}(Var_{Xi}(Y|X_{\sim i}))}{Var(Y)}$$

$$= 1 - \frac{Var_{X_{\sim i}}(E_{Xi}(Y|X_{\sim i}))}{Var(Y)}$$
(4)

In which  $V_{\sim i} = Var_{X \sim i}(E_{Xi}(Y|X_{\sim i}))$  is variance contribution of all of the inputs except  $X_i$  in the output variance.

### **3. RESULTS AND DISCUSSION**

The studied compressor is a six-stage centrifugal compressor used in gas transmission lines to increase gas pressure. The compressor has an operating speed of 6,000 to 9,000 rpm and a critical speed of about 3,500 rpm. Manufacturing tolerance and assembly process are two primary sources of parameter uncertainty in the rotor, which lead to considerable change of rotor critical speed from one rotor to another, with the same nominal design parameters [5]. Because the temperature changes at the conducted tests were not significant, the properties of materials such as elastic modulus will not change much with respect to temperature and dimensional changes due to temperature changes. Therefore, in this study, the most important factor is the uncertainty due to the manufacturing tolerances. Eleven parameters, including the compressor material's geometric characteristics and properties, are considered candidates for the compressor's critical speed sensitivity, as shown in Table 1.

The parameters with the highest uncertainty and the most decisive influence on the response have high sensitivity indices. Fig. (1) shows the sensitivity indices of the candidate parameters obtained by the variance-based global sensitivity analysis.

According to Fig. 1, the following results are obtained:

• The mass of the impellers has minor effects on the critical speed. Because the masses change is below one percent due to tolerances, the effect of impellers masses on the critical speed is negligible.

• The modulus of elasticity does not change much due to slight temperature variations and therefore has a low sensitivity coefficient and a low effect on dynamic behavior.

• The global sensitivity indices of the shaft diameter are also low due to the manufacturing tolerance.

However, using the local sensitivity method indicates high local sensitivity of the shaft diameter because it has a power of four in the moment of inertia. In contrast, the global sensitivity is low because the variation of the diameter or its tolerance is small due to manufacturing tolerance.



Fig. 1. Sensitivity analysis result for uncertain parameters

• According to the manufacturing tolerances, bearing clearance and pad clearance are two parameters with the highest sensitivity indices among others. This result was expected because the bearing and pad clearances significantly affect the dynamic coefficients of hydrodynamic bearings and the rotor critical speed [5, 7]. However, in addition to qualitative predictions, this analysis provides a quantitative criterion for the identification of sensitive parameters.

### 4. CONCLUSION

Many researchers have considered uncertainty quantification in recent years. Increasing the dimensions and complexity of the structures leads to increasing uncertainties in them and increases the need for random modeling of the systems. In this study, using the global sensitivity method, the uncertainty in the critical speed of an industrial rotating system is devoted to its input parameters. Variance-based global sensitivity is a powerful method to identify sensitive parameters affecting system output. Using this method to identify sensitive parameters on system output in the rotating system shows that one can identify effective parameters for model updating of the complex industrial rotors.

In this paper, a proper framework for sensitivity analysis of rotational systems, based on variance decomposition and Monte Carlo methods, is introduced. Uncertainty in the system output is quantitatively devoted to the parameters' uncertainty and provides quantitative analysis and qualitative prediction for the designer.

The proposed method can be used to identify effective geometric parameters and determine manufacturing tolerances to improve the design of the rotating system.

### REFERENCES

- A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo, M. Ratto, Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models, Wiley Online Library, 2004.
- [2] H.-P. Wan, W.-X. Ren, Parameter selection in finiteelement-model updating by global sensitivity analysis using Gaussian process metamodel, Journal of Structural Engineering, 141(6) (2015) 04014164.
- [3] W.-X. Ren, H.-B. Chen, Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method, Engineering structures, 32(8) (2010) 2455-2465.
- [4] J. Rohmer, E. Foerster, Global sensitivity analysis of large-scale numerical landslide models based on Gaussian-Process meta-modeling, Computers & geosciences, 37(7) (2011) 917-927.
- [5] Zahra Taherkhani, Hamidreza Pourtaba, Geometry Effects in Tilting-Pad dynamic Coefficients and Critical Speeds of a Rotor, in: Preceding in The Biennial International Conference on Experimental Solid Mechanics (X-Mech 2016). 2016.
- [6] F.A. Lara-Molina, A.A. Cavalini Jr, E.H. Koroishi, V. Steffen Jr, Sensitivity analysis of flexible rotor subjected to interval uncertainties, Latin American Journal of Solids and Structures, 16(4) (2019).
- [7] G. Genta, Dynamics of rotating systems, Springer Science & Business Media, 2007.
- [8] I.y.M. Sobol', Global sensitivity indices for the investigation of nonlinear mathematical models, Matematicheskoe modelirovanie, 17(9) (2005) 43-52.

### HOW TO CITE THIS ARTICLE

Z. Taherkhani, H. Ahmadian, Sensitivity Analysis of Rotor Dynamic Behavior to Manufacturing Tolerances Based on Global Sensitivity Analysis and Statistical Methods, Amirkabir J. Mech Eng., 53(8) (2021) 1063-1066.



DOI: 10.22060/mej.2021.19245.6986

نشریه مهندسی مکانیک امیر کبیر



نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۸، سال ۱۴۰۰، صفحات ۴۵۰۱ تا ۴۵۱۶ DOI: 10.22060/mej.2021.19245.6986

# تعیین حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تلرانسهای تولید با استفاده از تحلیل حساسیت کلی و روش آماری

زهرا طاهرخانی ۲۰٬۰ حمید احمدیان \*

<sup>۱</sup> قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران <sup>۲</sup>واحد تحقیق و توسعه شرکت مهندسی و ساخت توربین مپنا (توگا)

تاریخچه داوری: دریافت: ۱۳۹۹/۰۸/۲۱ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۰۸ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۱۴ ارائه آنلاین:۱۴۰۰/۰۳/۰۴

کلمات کلیدی: دینامیک سیستمهای دوار روش حساسیت کلی بهروز رسانی مدل روش مونت کارلو عدمقطعیت خلاصه: عدم قطعیت در پارامترها سبب می گردد تا سازههای با شرایط نامی یکسان دارای مقادیر متفاوت فرکانسهای طبیعی و پاسخ ارتعاشی باشند. علی رغم اهمیت مساله ارتعاشات در توربوماشینها به دلیل ماهیت دورانی آنها و لزوم تعیین دقیق سرعتهای بحرانی در این سیستمها، تاکنون در زمینه بررسی حساسیت رفتار ارتعاشی سیستمهای دوار به عدم قطعیت پارامترها مطالعه و بررسی کافی انجام نشده است. در این مقاله حساسیت کلی سرعتهای بحرانی یک کمپرسور صنعتی نسبت به پارامترهای طراحی آن محاسبه شده است. در این مقاله حساسیت کلی سرعتهای بحرانی یک مشتق گیری به عنوان روشی متداول در مراجع، تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان میدهد و جهت درنظر گرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد. در این بررسی، یک چهارچوب کلی جهت بررسی حساسیت سیستمهای دوار صنعتی بر اساس روش تحلیل حساسیت کلی و تجزیه وردایی سوبول با به کار گیری روش مونت کارلو، ارائه شده است. در این موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است. در این روش عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است. در این روش عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای

### ۱– مقدمه

مدل های المان محدود امروزه به طور گسترده در دینامیک سازه جهت طراحی و پیش بینی رفتار سازه مورد استفاده قرار می گیرند. افزایش دقت مدل المان محدود، یک بخش مهم در تحقیقات جامعه مهندسی است، زیرا یک مدل المان محدود، با توان تخمین پاسخ دقیق میتواند مهندسان و محققان را به مطالعه دقیق رفتارهای سازههای مهندسی در دنیای واقعی یاری دهد و همچنین راهنماییهایی را برای تصمیم گیری فراهم می کند. با این وجود، ایجاد مدل المان محدود دقیق علی رغم ظهور رایانههای قدر تمند و تجربه طراحی پیشرفته تر، کار آسانی نیست. پیش بینیهای تحلیلی به دست آمده از مدل اجزای محدود سازه اغلب با رفتار اندازه گیری شده آن در آزمایش متفاوت \*نویسنده عهدهدار مکاتبات: ahmadian@iust.ac.ir

است. روشهای بهروزرسانی با هدف ایجاد مدل اجزای محدود دقیق تر با استفاده از بهروزرسانی و کالیبراسیون پارامترها به منظور حداقل نمودن اختلاف بین نتایج تحلیلی و نتایج تجربی گسترش یافتند [۱] این مدل بهینه شده حاصل، میتواند در بسیاری از کاربردها در دینامیک سازه مانند تشخیص آسیب، نظارت بر سلامت، کنترل ساختاری، ارزیابی ساختاری مورد استفاده قرار گیرد. بهروزرسانی قطعی مدل در سه دهه گذشته به طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته و به یک رویکرد مرسوم تبدیل شده است. به دلیل تغییرات ذاتی که در پارامترها در اثر تلرانسهای ساخت، تغییرات شرایط محیطی، تغییرات ذاتی مواد، سایش، خوردگی، شرایط ساخت و مونتاژ وجود دارد، امروزه روشهای اتفاقی بروزرسانی به منظور درنظر گرفتن بازه تغییرات پارامترها گسترش یافتهاند [۲ و ۳]. تنظیم

کو ی کی حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) کو یکی در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

درست تابع هدف، انتخاب صحیح پارامترهای بروز شونده و استفاده از الگوریتم بهینهسازی قدرتمند، سه مرحله مهم در بهروزرسانی مدل المان محدود، هستند [۴]. از بین این سه مرحله، انتخاب پارامترهای بهروزرسانی یک گام بسیار مهم است که شامل انتخاب چند پارامتر و اینکه کدام پارامترها از میان نامزدهای احتمالی در بهروزرسانی استفاده شوند، می باشد. اگر پارامترهای زیادی در به روز رسانی گنجانده شود، فرآیند بهینهسازی به یک وضعیت ضعیف منجر میشود زیرا تنها مدهای محدودی می توانند به طور مؤثر از اندازه گیری ار تعاشات میدان شناسایی شوند. همچنین اگر پارامترهای غیر حساس از میان پارامترهای نامزد مستثنی نشوند، نتایج بهروز شده ممکن است معنای فیزیکی را از دست بدهند زیرا به دلیل عدم حساسیت، تابع هدف به این پارامترها میتواند تغییرات زیادی داشته باشند [۵]. بنابراین شناسایی پارامترهای مؤثر بر خروجی سیستم در دینامیک سازهای از اهمیت بالایی برخوردار است. روشهای مختلف آنالیز حساسیت با هدف شناسایی پارامترهای تاثیر گذار در خروجیهای سیستمها در زمینههای مختلف مانند هواشناسی، مالی و اقتصادی، و ژئولوژیک گسترش یافتهاند. امروزه با توجه به لزوم درنظر گرفتن عدم قطعیت یارامترها به منظور مدلسازی دقیق دینامیک سازهها استفاده از آنالیز حساسیت در این سیستمها امری اجتناب ناپذیر است.

آنالیز حساسیت عبارت است از نحوه اختصاص دادن عدم اطمینان در خروجی یک مدل به منابع مختلف عدم قطعیت در ورودی آن [۱]. به طور کلی، آنالیز حساسیت را میتوان به دو دسته آنالیز حساسیت محلی<sup>7</sup> و آنالیز حساسیت کلی<sup>7</sup> تقسیم کرد [۵ و ۶]. آنالیز حساسیت محلی بر اثرات محلی عوامل متمرکز است، که از طریق مشتقات جزئی تابع هدف اندازه گیری میشود. آنالیز حساسیت محلی متعلق به کلاس روشهای تک عامل در هر زمان است که در آن در هر زمان یک پارامتر به تنهایی کمی تغییر داده میشود، در حالی که بقیه ثابت نگه داشته میشوند. آنالیز حساسیت محلی برای مسائل با عدم اطمینان بالا در ورودیها مناسب نیست. از طرف دیگر، آنالیز حساسیت کلی برای تعیین کمیت تأثیر در کل فضای مسئله است. آنالیز حساسیت کلی یک رویکرد مفید برای تعیین کمیت تأثیر

1Ill-condition

فاکتورهای مهم از موارد غیر مهم مورد استفاده قرار گیرد. امروزه استفاده از روش انالیز حساسیت کلی در دینامیک سازهها و بخصوص در زمینه ایمنی و قابلیت اطمینان در سازهها رو به افزایش است [۵] محققان مختلف [ ۴ و۱۰–۷ ] با استفاده از روش حساسیت کلی به شناسایی پارامترهای مهم در مسائل مختلف دینامیک

سازه پرداختهاند و به این نتیجه رسیدند که روش حساسیت کلی روشی مطمئن جهت شناسایی پارامترهای تاثیرگذار با درنظرگرفتن برهمکنش میان پارامترهاست. برخی مطالعات [ ۱۵–۱۱ ] به بررسی نحوه انتخاب پارامتر در بهروزرسانی مدل متمرکز شده و نشان دادند که انتخاب صحیح پارامتر عامل مهم در نتایج حاصل از بهروزرسانی است و از ترکیب پارامترهای مختلف نتایج متفاوتی حاصل می گردد. این مطالعات نشان دادند که انتخاب نادرست پارامتر میتواند بهروزرسانی مدل را با شکست مواجه نماید.

محققان [۲۳–۱۹] به شیوههای مختلف به بررسی اثرات پارامترهای مختلف و حساسیت سنجی آنها بر روی رفتار سیستمهای دوار پرداختهاند. در این پژوهشها نشان داده شده است که تلرانسها و عدم قطعیتهای موجود در پارمترهای ورودی بر روی رفتار دینامیکی سیستمهای دوار مؤثر بوده و میتواند منجر به تغییرات قابل ملاحظهای در پاسخ سیستم گردد که با شناسایی این پارامترها و روشهای بهینهسازی، طراحی قابل قبولی را ارائه دادهاند. در مرجع [۲۴] به بررسی حساسیت رفتار دینامیکی زنجیره محورها به تغییرات دمایی پرداخته شده است که در آن هم تحلیل ارتعاشات خمشی و هم آتحلیل ارتعاشات پیچشی مورد ارزیابی قرار گرفتهاند. در مرج [۲۵] آنالیز حساسیت بر روی پارامترهای طراحی روتور یک توربین باد با

تعیین پارامترهای مهم بر روی رفتار دینامیکی یک سیستم دوار با یاتاقانهای هیدرودینامیک که دارای پیچیدگی میباشد از اهمیت بالایی برخوردار است. در مرجع [۲۶] از آنالیز حساسیت جهت شناسایی پارامترهای حساس در طراحی یاتاقان بالشتکگهوارهای<sup>†</sup> و انجام طراحی بهینه استفاده شده است. در مرجع [۲۷] با استفاده از نتایج عملکردی یاتاقان هیدرودینامیکی از نوع سه انحنا<sup>م</sup>، حساسیت به جهت نیروی وارده بر یاتاقان محاسبه شده است. مشاهدات فراوانی وجود دارد که به دلیل عدم قطعیتهای موجود در تلرانسهای

<sup>2</sup>Local Sensitivity analysis 3Global Sensitivity analysis

SGIODAI Selisitivity allarysis

<sup>4</sup> Tilting pad journal bearing

<sup>5</sup> Three lobe bearing



شکل ۱. المان تیر تیموشنکو با ۸ درجه آزادی Fig. 1. Timoshenko beam element with 8 degree of freedom

از آن در بخش سه به کمک معادلات تجزیه وردایی سوبول<sup>۳</sup> با استفاده از روش مونت کارلو جهت محاسبه حساسیت محلی و کلی ارائه شدهاند. در ادامه به کمک یک مثال عددی اهمیت استفاده از روش پیشنهادی مشخص شده و سپس در بخش پنج و شش بر اساس نتایج آزمون یک کمپرسورصنعتی و شناسایی عدم قطعیت در سرعت بحرانی آن پارامترهای مؤثر در ایجاد این عدم قطعیت با استفاده از روش حساسیت کلی و تجزیه وردایی سوبول شناسایی شدهاند.

## ۲-مدلسازی کمپرسور

برای سیستمهای دوار منعطف دارای یک سرعت بحرانی در حوزه کاری، بکار گیری مدل تیرتیموشنکو توزیع سختی مناسبی را به همراه داشته و مدل ارائه شده برای پیش بینی رفتار روتور از دقت كافي برخوردار است. صحت سنجي تخمين مدل و تطابق آن با نتایج ثبت شده از آزمونهای ارتعاشات روتور در مطالعات قبلی [۳۱ و ۳۲] صورت پذیرفته است. البته همواره می توان از مدل هایی با جزییات بیشتر نیز بهره جست، بطور مثال مدلسازی روتور بصورت سه بعدی نیز می تواند صورت پذیرد لیکن با تجارب به دست آمده تخمین این مدلها از رفتار دینامیکی روتور تفاوت معناداری با مدل مورد استفاده از این تحقیق ندارد. به همین دلیل در این پژوهش از مدل تيرتيموشنكو استفاده شده است. معادلات المان محدود حاكم جهت ارتعاشات عرضی سیستمهای دوار با درنظر گرفتن المان تیر تیموشنکو شکل ۱ با درنظر گرفتن هشت درجه آزادی برای هر المان که چهار درجه آزادی برای حرکت انتقالی در امتداد محورهای x و و چهار درجه آزادی برای حرکت دورانی حول محورهاست به yصورت معادله (۱) می باشد. در این معادله [M] و [G] و [G] و

ساخت و مونتاژ در سیستمهای دوار، سرعتهای بحرانی در دو نمونه روتور با مقادير نامي طراحي كاملاً مشابه، متفاوت است. اين موضوع نویسندگان مقاله را بر این داشت تا با استفاده از روشهای حساسیت این مسئله را بررسی نمایند. از طرف دیگر نشان داده شده است استفاده از روش مشتق گیری که روش متداولی در مراجع است جهت سنجش اهميت يك پارامتر كافي نبوده و تنها حساسيت محلى پارامتر را نشان میدهد و جهت درنظر گرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد. در این مقاله یک چهارچوب مناسب در آنالیز حساسیت سیستم دوار بر اساس روش تجزیه وردایی و روش مونت کارلو<sup>۱</sup> ارائه شده است که در آن عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش بینیهای کیفی در اختیار طراح قرار میدهد. روش ارائه شده در طراحى ماشين دوار و شناسايي كمي حساسيت ابعادي ياتاقان مي تواند برای تدوین دستورالعملهای طراحی و ساخت (تلرانس گذاری اجزا) سیستم مورد نظر بسیار مفید باشد. عوامل مختلفی بر رفتار دینامیکی یک ماشین دوار تاثیرگذار هستند و در بسیاری از منابع علمی بر اهمیت لقیهای بالشتک<sup>۲</sup> و یاتاقان و تاثیرات آنها بر دینامیک روتور بصورت كيفي اذعان شده است. مقاله حاضر روشي تحليلي جهت کمیسازی حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تغییرات در لقیهای بالشتک و یاتاقان ارائه داده و طی یک مطالعه تجربی اهمیت استفاده از روشهای تخمین حساسیت کلی را نشان میدهد.

در قسمتهای پیش رو در این مقاله ابتدا در بخش دو نحوه مدلسازی روتور و یاتاقان کمپرسور صنعتی تشریح شده است و پس

<sup>3</sup> Sobol variance decomposition

<sup>1</sup> Monte Carlo 2 Pad

[K] به ترتیب ماتریسهای جرم و استهلاک و ژیروسکوپیک و سفتی میباشند. q بردار درجات آزادی سیستم روتور به طول nاست که در آن n تعداد گرههاست (معادله (۲)). همچنین F نیروی خارجی وارد بر سیستم دوار میباشد که در این مقاله، مطابق رابطه (r) برابر نیروی نابالانسی درنظر گرفته شده است.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [[C] + [G]]\{\dot{q}\} + [[K] + [H]]\{q\} = \{F\}, \quad (\land)$$

$$\{q(t)\} = \{x_1, y_1, \varphi_{x1}, \varphi_{y1}, \dots, x_n, y_n, \varphi_{xn}, \varphi_{yn}\},$$
(7)

$$[F]_{i} = \begin{pmatrix} F_{x_{i}} \\ F_{y_{i}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_{i}r_{i}\Omega^{2}\exp(j\psi) \quad j = \sqrt{-1}.-(7)$$

ماتریس سفتی و میرایی [K] و [C] علاوه بر سفتی و استهلاک روتور سفتی و استهلاک یاتاقانها را نیز شامل میشود. برای بهدست آوردن ضرایب دینامیکی یاتاقانهای هیدرودینامیکی نیاز است تا معادله رینولدز (معادله (۴)) به همراه معادلات قیود هندسی و انرژی در این یاتاقان به صورت کوپل حل گردد. ضرایب دینامیکی حاصل از حل معادلات در یاتاقانهای روغنی تابع دور روتور میباشند و با توجه به ضخامت فیلم روغن در دورهای مختلف متفاوت هستند. با توجه به اینکه هدف این مقاله بررسی نحوه اثرات پارامترهای ورودی بر رفتار دینامیکی روتورهاست از آوردن جزییات مدلسازی دینامیکی روتور و یاتاقان خودداری شده است. جهت اطلاع بیشتر، خوانندگان میتوانند به مراجع ۱۶[–]۱۹ مراجعه نمایند.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^{3}}{6\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^{3}}{6\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)$$

$$= U_{x}\frac{\partial h}{\partial x} + U_{z}\frac{\partial h}{\partial z} + 2\frac{\partial h}{\partial t}.$$
(\*)

روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی 
$$Y = f(X)$$
 بیان گردد که مدل یک سازه میتواند به صورت  $Y = f(X)$ 

در آن X یک بردار به طول d از ورودیهای مستقل و دارای عدمقطعیت  $\{X_1, X_2, ..., X_d\}$  و Y خروجی مدل است. بر اساس روش سوبول، Y می تواند به صورت زیر تجزیه گردد  $\mathcal{R}$  و  $\mathcal{R}$ 

$$Y = f(x) = f_0 + \sum_{i=1}^d f_i(X_i) + \sum_{i < j}^d f_{ij}$$

$$(X_i, X_j) + \dots + f_{1, 2, \dots, d}(X_1, X_2, \dots, X_d).$$
( $\Delta$ )

و در تجزیه 
$$Y$$
 بصورت ارائه شده در رابطه (۵) با قید ذیل برقرار  $\{q$  است:

$$\int_{0}^{1} f_{i_{1}i_{2}...i_{d}}(X_{i_{1}}, X_{i_{2}}, ..., X_{i_{d}}) dX_{k} = 0, \quad for \quad k = i_{1}, i_{2}, ..., i_{d}. \quad (1-\Delta)$$

یک خاصیت مهم جملات بسط ارائه شده در رابطه (۵) تعامد جملات این بسط میباشد:

$$\int_{0}^{1} f_{i_{1}i_{2}...i_{s}} f_{k_{1}k_{2}...k_{s}} dx = 0, \quad (i_{1}, i_{2}, ..., i_{s}) \neq (k_{1}, k_{2}, ..., k_{s}).$$
 (Y- $\Delta$ )

این تعامد نتیجه مستقیم اعمال قید (۱) تا (۵) در تعریف جملات بسط میباشد ]۳۲[. که در آن  $f_i$  یک ثابت است و  $f_i$  تابع  $X_i$  و  $i_j$  تابعی از  $X_i$ و  $X_i$  ست. معادله (۵) نشان میدهد که ترمهای تجزیه سوبول بر هم عمودند و بنابراین ترمهای تجزیه میتوانند بر اساس میزان امید ریاضی شرطی به صورت معادلات (۶) تا (۸) نوشته شوند:

$$f_0 = E(Y),\tag{9}$$

$$f_i(X_i) = E(Y \mid X_i) - f_0,$$
 (Y)

$$f_{ij}(X_i, X_j) = E(Y | X_i, X_j) - f_0 - f_i - f_j.$$
 (A)

بر اساس تجزیه تابع خروجی 
$$Y$$
 که در معادله (۵) انجام شد

وردایی تابع خروجی میتواند به صورت معادله (۹) تجزیه گردد:

$$S_{T_i} = \frac{E_{X_{\sim i}}(Var_{X_i}(Y|X_{\sim i}))}{Var(Y)} =$$

$$1 - \frac{Var_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y|X_{\sim i}))}{Var(Y)} = 1 - \frac{V_{\sim i}}{Var(Y)}.$$
(17)

ترمهای وردایی در ضرایب حساسیت بر اساس روش مونت کارلو میتوانند بر اساس روابط (۱۴) تا (۱۶) محاسبه گردند. در این روابط  $X_n$  و  $X_n$  دو ماتریس متفاوت نمونه گیری شده به ابعاد  $N \times d$  هستند N تعداد نمونهها و D ابعاد پارامترهای ورودی را نشان می دهند. و ( $X_{nn}$ ,  $X_{nn}$ ) با D,...,d اماریس به ابعاد  $N \times d$  مستند N تعداد نمونه و D ابعاد ماتریس ورودی را نشان می دهند. و ( $X_{nn}$ ,  $X_{nn}$ ) با D,...,d امانهای ماتریس به ابعاد  $N \times d$  را بیان می کند که شامل تمام المانهای ماتریس  $X_n$  به جز i امین ستون آن، که با i امین ستون ماتریس  $X_n$ جابجا شده است و به همین ترتیب به صورت معکوس برای ماتریس حابجا شده است و به همین ترتیب به صورت معکوس برای ماتریس ماتریسها بر اساس روابط (۱۴) تا (۱۶) واریانسها استخراج می شوند که پس از جایگذاری در روابط (۱۲) و (۱۳) میتوان مقادیر حساسیت را به دست آورد.

$$V_{i} = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=1}^{N} f(X_{n}^{-1}) f(X_{-in}^{-2}, X_{in}^{-1}) \right] - \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^{N} f(X_{n}^{-1}) + \sum_{n=1}^{N} f(X_{n}^{-2}) \right] \right\}^{2},$$
(14)

$$V_{\sim i} = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=1}^{N} f(X_n^{-1}) f(X_{\sim in}^{-1}, X_{in}^{-2}) \right] - (1\Delta)$$

$$\left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^{N} f(X_n^{-1}) + \sum_{n=1}^{N} f(X_n^{-2}) \right] \right\}^2,$$

$$V = \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^{N} f^{2}(X_{n}^{1}) + \sum_{n=1}^{N} f^{2}(X_{n}^{2}) \right] - \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^{N} f(X_{n}^{1}) + \sum_{n=1}^{N} f(X_{n}^{2}) \right] \right\}^{2}.$$
 (19)

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^{d} V_i + \sum_{i < j}^{d} V_{ij} + \dots + V_{12\dots d} .$$
(9)

$$V_i = Var_{Xi}(E_{X \sim i}(Y \mid X_i)), \qquad (1 \cdot)$$

$$V_{ij} = Var_{Xij}(E_{X-ij}(Y | X_i, X_j)) - V_i - V_j.$$
(1)

که در روابط بالا  $_{i}X$  بیانگر همه متغیرها به جز  $X_i$  است. معادله (۹) نشان میدهد که چگونه وردایی خروجی مدل میتواند به وردایی هر کدام از متغیرهای ورودی و وردایی برهمکنش آنها تجزیه گردد. معادلات (۱۰) و (۱۱) به ترتیب روابط جهت استخراج وردایی مستقیم هر متغیر و وردایی برهم کنش بین متغیرها را بیان می کنند. نسبت مشارکت وردایی اصلی پارامتر X در وردایی خروجی به وسیله  $S_i$  نمایش داده میشود و «ضریب حساسیت مرتبه اول<sup>۱</sup>» یا «ضریب حساسیت اصلی<sup>۲</sup>» نامیده میشود [۶]. ترمهای حساسیت مرتبه اول و حساسیت برهمکنش متغیرها به صورت رابطه (۱۲)

$$S_i = \frac{V_i}{Var(Y)}, \qquad S_{ij} = \frac{V_{ij}}{Var(Y)}. \tag{17}$$

خریب حسساسیت کلی<sup>۲»</sup> با  $S_{T_i}$  نشان داده می شود و تمام تاثیرات ورودی  $X_i$  را شامل می گردد و به صورت رابطه (۱۳) تعریف می شود. که در آن  $V_{-i} = Var_{X_{-i}}(E_{Xi}(Y|X_{-i}))$  مشارکت وردایی همه ورودی ها به جز  $X_i$  در وردایی خروجی است.

1 First order sensitivity indices

<sup>2</sup> Main sensitivity indices

<sup>3</sup> Total sensitivity indices



شکل ۲. مدل روتور Fig. 2. Rotor model

جدول ۱ . مشخصات روتور Table 1. Rotor characteristics

مقدار	پارامتر
٢	<i>m</i> (kg)
٢	<i>Jp</i> (kg.m <sup>r</sup> )
۴	Jt (kg.m <sup>r</sup> )
۴/۰ و ۱ و ۱/۲	<i>a</i> (m)
٢	<i>l</i> (m)
۵۰	$k_{\rm N}$ (N/m)
۵۰	$k_r (N/m)$

جرم و ممانهای اینرسی جرمی در راستای محوری و عمودی و l و l و l ابعاد طولی نشان داده شده در شکل ۲ هستند.

$$\Omega_{cr}^{2} = \frac{1}{2m} * (K_{11} - K_{22} / \delta \pm \sqrt{\frac{(K_{11} - K_{22} / \delta)^{2}}{-4K_{12} / \delta}},$$
  

$$\delta = (J_{p} - J_{t}) / m,$$
  

$$K_{11} = k_{1} + k_{2},$$
  

$$K_{22} = a^{2}k_{1} + (l - a)^{2}k_{2}.$$
  
(1Y)

در سیستمهای دوار سرعت بحرانی یکی از مشخصههای مهم رفتار دینامیکی سیستم میباشد و تعیین پارامترهای مؤثر بر آن یکی از راههای تغییر سرعت بحرانی و دور نمودن آن از سرعت کاری و بهبود رفتار سیستم و بهینه سازی طراحی دینامیک روتور میباشد. یکی از روشهای تعیین حساسیت که متداول است، محاسبه مشتق نسبت به پارامتر مورد بررسی میباشد که در واقع یک روش محلی جهت محاسبه حساسیت است. در این مثال نشان داده شده است که به وسیله روش ارائه شده در این مقاله با استفاده از روش حساسیت ۴- مقایسه آنالیز حساسیت محلی<sup>،</sup> و کلی <sup>۲</sup> در یک مثال روتور چهار درجه آزادی<sup>۳</sup>

جهت بررسی تفاوت حساسیت محلی و کلی یک مدل روتور چهار درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته شده است. در این مثال نشان داده شده است که روش مشتق گیری که روش متداول جهت محاسبه حساسیت در مراجع است، جهت سنجش اهمیت یک پارامتر کافی نبوده و تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان میدهد و جهت درنظر گرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد.

مدل روتور در شکل ۲ با مشخصاتی که در جدول ۱ آورده شده است جهت بررسی حساسیت درنظر گرفته شده است. دو سرعت بحرانی مستقیم این روتور از طریق معادله (۱۷) به دست میآیند. که در این رابطه  $\Omega_{cr}$  سرعت بحرانی و  $K_{11}$  و  $K_{17}$  مولفههای ماتریس سفتی و  $k_{1}$  و  $k_{7}$  ضرایب سفتی یاتاقانها و m و  $m_{2}$  و

1Local 2Global 3 Stodola Green rotor



شکل ۳. مشتق سرعتهای بحرانی نسبت به پارامترهای روتور چهار درجه آزادی Fig. 3. Critical speeds derivation with respect to the parameters of the four DoF rotor

کلی بر اساس تجریه وردایی می توان تأثیر عدم قطعیتهای موجود در پارامترهای طراحی را بر روی پاسخ سیستم به دست آورد. همچنین نشان داده شده است که روش مشتق گیری، تغییرات خروجی به پارامتر مورد نظر را به صورت محلی نشان می دهد و از آن نمی توان جهت تعیین حساسیت کلی استفاده نمود.

با استفاده از مشتق گیری از سرعتهای بحرانی محاسبه شده در معادله (۱۷) نسبت به پارامترهای جرم سفتی و اختلاف ممان اینرسی میتوان نمودارهای آنها را به صورت شکل ۳ ترسیم نمود. این نمودارها برای مقادیر مختلف فاصله مرکز جرم از یاتاقان سمت چپ که در شکل ۲ با  $\alpha$  نشان داده شده، برای مقادیر ۱۰/*ا۶* و 7/l و 1/1 رسم شدهاند. همانطور که در نمودارها دیده می شود حساسیت سرعتهای بحرانی هنگامی که مقادیر سفتیهای  $k_{r}$  و  $k_{r}$ کمتر از ۲/m۲۰ هستند بیشتر است. همچنین حساسیت، وقتی که

جرم کمتر از kg ۷ و اختلاف ممانهای اینرسی کمتر از kg.m ۳ است، بیشترین مقدار را دارد. این نتایج نشان دهنده این است که سرعت بحرانی بیشترین حساسیت محلی را در این بازهها داراست. با توجه به مقادیر پارامترها در جدول ۱ مقادیر مشتق سرعتهای بحرانی در شکل ۳ استخراج شده است. مقادیر جرم و ممان اینرسی و سفتی در جدول ۱ طوری انتخاب شدهاند که حساسیت نسبت به سفتیها کمتر از جرم و اختلاف ممان اینرسیها باشد.

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می گردد، برای اعداد جدول ۱ مقادیر مشتق سرعت بحرانی نسبت به جرم و ممان اینرسی بسیار بالاتر از مقادیر مشتق سرعتهای بحرانی نسبت به سفتی میباشند. و لذا آنالیز حساسیت محلی مقادیر جرم و اختلاف ممان اینرسی را عوامل تاثیر گذار بر روی سرعت بحرانی میداند.

حال در این قسمت، با استفاده از روش حساسیت کلی بر اساس

تجزیه وردایی ، که در بخش قبل اشاره شد، اثر عدم قطعیتهای موجود در پارامترهای مثال روتور، بر روی سرعتهای بحرانی محاسبه می گردد. به این منظور ابتدا باید توزیع پارامترها و محدوده تغییرات آنها مشخص گردد. هنگامی که اطلاعاتی از توزیع یک پارامتر وجود ندارد از توزیع یکنواخت می توان استفاده نمود که در این مثال از توزيع يكنواخت براى پارامترها استفاده شده است. همچنين محدوده تغییرات پارامترها وابسته به تلرانسهای ساخت آنها میباشد. به دلیل امکان مدلسازی سه بعدی هندسه سیستم و روشهای دقیق اندازه گیری چگالی مواد، تقریباً مقادیر جرمی تنها به دلیل وجود تلرانسهای تولید در ابعاد، احتمال تغییر را دارند. در مراجع انتخاب محدوده ۳ تا ۵ درصد برای عدم قطعیت متداول است [۲۸ و ۲۹] .که در این تحقیق هم مقدار ۵ درصد تغییرات، برای جرم و ممان اینرسی درنظر گرفته شده است. اما درخصوص محاسبه ضرایب ياتاقانها بخصوص ياتاقانهاى هيدروديناميك، موضوع پيچيدهتر است. به دلیل وجود جریانهای توربولانس و تغییر شکلها و تغییر دمای روغن و مساله انتقال حرارت و همچنین تلرانس لقیهای یاتاقان که درصد قابل توجهی از لقی را شامل می شود. محدوده ۲۰ الی ۳۰ درصدی تغییرات برای عدم قطعیت سفتیها درنظر گرفته شده است. با لحاظ نمودن این مقادیر جهت محاسبه آنالیز حساسیت براساس روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی تأثیر عدم قطعیت هریک از پارامترها بر روی وردایی کلی قابل مشاهده است.

با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) مقادیر ضریب حساسیت مرتبه اول و ضریب حساسیت کل برای پارمترهای جرم اختلاف ممانهای اینرسی و سفتیها برای مقادیر نامی جدول ۱ محاسبه می گردند. شکل ۴ مقادیر حساسیت کلی سرعتهای بحرانی را به هریک از پارامترها برای مقادیر مختلف فاصله مرکز جرم روتور از یاتاقان سمت چپ (یا همان *a*) نشان می دهد. همانطور که در شکل مشاهده می گردد حساسیت کلی به سفتیها بیشتر از حساسیت به جرم و اختلاف ممانهای اینرسی است.

مقایسه نتایج شکلهای ۳ و ۴ برای مثال روتور چهار درجه آزادی نشان میدهد که علیرغم اینکه بر اساس حساسیت محلی سفتیها کمترین تأثیر را بر روی سرعت بحرانی دارند. آنالیز حساسیت کلی بر اساس روش تجزیه وردایی، که وردایی موجود در خروجی سیستم

را به وردایی پارارمترها نسبت میدهد، سفتیها بیشترین سهم را در تغییر سرعت بحرانی دارند. به عبارت دیگر در روش آنالیز حساسیت کلی علاوه بر اینکه حساسیت محلی پارامترها درنظر گرفته میشوند، دامنه تغییرات خود پارامترها هم که جزو عوامل مؤثر است در محاسبات لحاظ می گردد..

همانطور که در شکل ۳ به وضوح مشاهده می گردد، علی رغم اینکه جرم و ممان اینرسی و سفتی در جدول ۱ عمداً طوری انتخاب شده بودند که میزان مشتق سرعت بحرانی و تبع آن حساسیت محلی نسبت به سفتی بسیار کمتر از مشتق سرعت بحرانی نسبت به جرم و ممان اینرسی و حدود یک دهم این پارامترها باشد، ولی همانطور که در شکل ۴ ملاحظه می گردد اثرات سفتی یاتاقانها در حساسیت کلی به مراتب بیشتر از اثرات جرمی است. این درحالی است که اگر مقدار جرم بیشتر از Rg ۷ و اختلاف ممانهای اینرسی بیشتر از <sup>۲</sup>kg.m باشد مقدار حساسیت کلی جرم و ممان اینرسی در آنالیز حساسیت پارمتر تأثیر گذرا در پاسخ، عدم قطعیت و حساسیت بالای آن است. به عبارت دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای حساسیت بالایی است، باید به عنوان پارامترهای مؤثر در پاسخ سیستم انتخاب گردند.

بنابراین مشاهده می شود که روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی، یک روش جامع جهت ارزیابی حساسیت خروجی مدل به عدم قطعیت پارامترهای ورودی است که میتواند پارامترهای مؤثر و تعیین کننده را در وردایی خروجی نشان دهد. لذا در ادامه سنجش حساسیت سرعت بحرانی یک نمونه روتور کمپرسور صنعتی به عدم قطعیت در پارامترهای طراحی آن با استفاده از این روش صورت می پذیرد.

## ۵- نتایج تجربی

کمپرسور مورد مطالعه یک کمپرسور گریز از مرکز شش مرحلهای با مشخصات جدول ۲ است. این کمپرسور در خطوط انتقال گاز جهت افزایش فشار گاز مورد استفاده قرار می گیرد. دور کاری کمپرسور ۶۰۰۰ تا ۹۰۰۰ دور بر دقیقه است و دارای یک سرعت بحرانی حدود ۳۵۰۰ دور بر دقیقه می اشد که قبل از دور کاری است. این روتور



شکل ۴. حساسیت کلی پارامترها Fig. 4. Total sensitivity of parameters

جدول ۲. مشخصات روتور کمپرسور Table 2. Compressor rotor characteristics

مقدار	پارامتر
٣	L(m)
17	$M_r(kg)$
١٢	$J_z$ (kg.m <sup>r</sup> )
۵۰۰	$J_x$ (kg.m <sup>r</sup> )
۵	$J_{y}$ (kg.m <sup>r</sup> )

تونل خلاً هستند به داخل تونل هدایت می شود. یا تاقان های کمپرسور در محل پدستال نصب می گردند و اندازه گیری حرکت نسبی محور در محل یا تاقان ها به وسیله دو سنسور ار تعاش سنجی نسبی که بر هم عمودند انجام می پذیرد. روتور به وسیله یک کوپلینگ انعطاف پذیر به یک گیربکس و سپس به یک الکتروموتور وصل می شود. یک فاز سنج لیزری در محل اتصال روتور به کوپلینگ، مقدار فاز و سرعت دوران روتور را ندازه گیری می کند. نتایج آزمون ار تعاشاتی ۱۹ دارای دو یاتاقان هریک دارای ۵ بالشتک گهوارهای، از نوع<sup>۱</sup> بار بر روی بالشتک<sup>۲</sup> میباشد، که دارای تلرانس لقی بین ۱/۱۶ تا ۱/۲۴ میلیمتر است. چیدمان آزمون روتور کمپرسور نشان داده شده در شکل ۵، شامل تونل خلأ است که بر روی یک فونداسیون بتنی قرار دارد که روتور به وسیله پدستالهایش به وسیله ریلهایی که درون

1 Shaft 2 Load on Pad



شکل ۵. الف: چیدمان آزمون روتور کمپرسور ب: نتایج تجربی ۱۹ عدد کمپرسور Fig. 5. a) Compressor test set up stand b) Experimental results for 19 compressors



شکل ۶. الف) توزیع فشار روغن بر روی بالشتکهای یاتاقان در دور (۳pm) ۳۵۰۰ (۳pm ب) ضرایب دینامیکی یاتاقان بر حسب دور Fig. ۶. a) Oil film pressure distribution on the bearing pads at ۳۵۰۰ (rpm) b) Bearing dynamic coefficients with respect to the rotational speed

اده یکسان آزمون، نتایج برای روتورهای مختلف متفاوت است به طوری وده که سرعت بحرانی از ۳۴۲۰ دور بر دقیقه تا ۳۶۷۰ دور بر دقیقه بده تغییر میکند. که مسلماً این نتایج در شرایط سایت تقویت فشار گاز، نال تغییرات بیشتری خواهند داشت. این تغییرات، نویسندگان را بر این ری داشت تا به بررسی این موضوع پرداخته، تا با آنالیز حساسیت تغییرات در در پارامتر خروجی (سرعت بحرانی) را به تغییرات پارامترهای طراحی ری به صورت کمی نسبت دهند.

نتایج مدلسازی با مقادیر نامی پارامترها در شکلهای ۶ و ۷ نشان

عدد از این کمپرسورها با طراحی نامی یکسان در شکل ۵ نشان داده شده است. در این آزمونها مجموعه آزمون و پدستال یکسان بوده و تنها در هر بار کمپرسورها عوض شدهاند، همچنین سعی گردیده است تا شرایط نصب و گشتاور اعمالی بر پیچهای اتصال به پدستال برای هر ۱۹ کمپرسور یکسان باشد. همچنین بدلیل تکرار پذیری نتایج آزمایش برروی هر یک از روتورها و تفاوت بسیار اندک در نتایج مکرر یک روتور فرض شده است که عدمقطعیت اندازه گیری ناچیزاست. همانطور که در شکل ۵ قابل مشاهده است با وجود شرایط



شكل ۷. الف) مد اول بحرانى مدل المان محدود روتور كمپرسور ب) پاسخ نابالانسى روتور كمپرسور در ياتاقانهاى سمت محرك و متحرك Fig. 7. a) Compressor rotor mode shape for first critical speed b) Unbalance response of the compressor rotor at drive end and non-drive end bearings location

دینامیکی سیستمهای دوار گردند، که از آن جمله میتوان به تلرانس های ساخت، شرایط محیطی مانند تغییرات دما و فشار، سایش، خوردگی و ... را نام برد. برای کمپرسور مورد مطالعه، تلرانسهای هندسی و پروسههای ساخت و مونتاژ می توانند در پارامترهای هندسی تغییرات به وجود بیاورند. به دلیل این که تغییرات دمایی در محل چيدمان آزمون زياد نيست بنابراين خواص مواد مانند مدول الاستيک تغییرات زیادی نخواهد داشت، به همین ترتیب تغییرات ابعادی نیز به دلیل تغییرات دمایی ناچیز میباشد. لذا در این مطالعه مهمترین عامل عدم قطعیت، تلرانس های ساخت می باشند. یازده پارامتر که شامل مشخصههای هندسی و خواص مواد کمپرسور میباشند به عنوان كانديد جهت بررسي حساسيت سرعت بحراني كمپرسور درنظر گرفته شدهاند، که در جدول ۳ آورده شدهاند. در این جدول برای هر پارامتر توزیعی جهت استخراج  $X_n$  ها جهت معادلات (۱۴) تا (۱۶) درنظر گرفته شده است. در انتخاب توزیع پارامتر در هر مساله، نظر متخصص طراح و اطلاعاتی که از خواص و مواد و جنس و فیزیک و شرایط مرزی و ... وجود دارد، تعیین کننده هستند. همچنین اگر اطلاعات کافی در مورد توزیع اولیه یک پارامتر وجود نداشته باشد توزيع يكنواخت به عنوان توزيع اوليه براي آن انتخاب مي گردد [ ٣٣-٣۵]. در حالت کلی بر اساس اصل ماکزیمم آنتروپی [۶۳] و اطلاعات موجود از یک پارامتر توزیع برای آن پارامتر برازش می شود. بر اساس این اصل، توزیع یکنواخت بیشترین عدم قطعیت را برای پارامتر با داده شده است. شکل ۶ نتایج حاصل از مدلسازی یاتاقان کمپرسور را نشان میدهد. همانطور که از شکل پیداست به دلیل تغییرات ضخامت فیلم روغن توزیع فشار بر روی بالشتکهای یاتاقان تغییر مینماید. به تبع آن ضرایب دینامیکی در دورهای مختلف تغییر مینماید. برای مدل نمودن محور روتور از ۱۰۷ المان تیر تیموشنکو-استفاده شده است. ضرایب سختی و استهلاک یاتاقانها به همراه اثرات ژیروسکوپیک مطابق روابط بخش یک و مراجع [۱۹–۱۹] استخراج و نتایج تحلیل روتور به همراه شکل مد اول و پاسخ نابالانسی آن در شکل ۷ نشان داده شده است.

# ۶-شناسایی پارامترهای مؤثر در ایجاد عدم قطعیت پاسخ دینامیکی کمپرسور

همانطور که در بخشهای قبل توضیح داده شد، حساسیت محلی جهت انتخاب پارامتر حساس کافی نبوده و نیاز است تا از روش حساسیت کلی جهت شناسایی پارامترهای تاثیرگذار در پاسخ، پاسخ استفاده شود. مهمترین معیار انتخاب پارمتر تاثیرگذرا در پاسخ، میزان عدم قطعیت آن پارامتر و حساسیت بالای آن است. به بیان دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای حساسیت بالایی است، باید به عنوان پارامترهای مؤثر در پاسخ سیستم انتخاب گردند.

عوامل مختلفی میتوانند باعث ایجاد عدم قطعیت در رفتار

شماره پارامتر	مشخصات پارامتر	توزيع درنظر گرفته شده
١	جرم پروانه ٰی شماره یک	يكنواخت
۲	جرم پروانهی شماره دو	يكنواخت
٣	جرم پروانهی شماره سه	يكنواخت
۴	جرم پروانهی شماره چهار	يكنواخت
۵	جرم پروانهی شماره پنج	يكنواخت
۶	جرم پروانهی شماره شش	يكنواخت
٧	لقى بالشتك	نرمال
٨	لقى ياتاقان	نرمال
٩	مدول الاستيسيته	يكنواخت
1+	چگالی	نرمال
))	قطر محور	نرمال





شكل ٨. نتايج آناليز حساسيت بر روى پارامترهاى داراى عدم قطعيت الف) توزيع پارامترها بر اساس جدول ٣ ب) توزيع نرمال براى همه پارامترها Fig. 8. Sensitivity analysis results for the uncertain parameters a) Parameters distribution is according to the Table 3 b) Normal distribution is considered for all parameters

محدوده معین، ارائه می دهد [۳۷ و ۳۸].

بنابراین توزیع پارامترها، وقتی اطلاعات و یا تجربه متخصص در مورد توزیع یک پارامتر وجود دارد پارامتر با همان توزیع مورد استفاده قرار می گیرد. اما وقتی اطلاعات در مورد توزیع پارامتر وجود ندارد معمولاً توزیع یکنواخت استفاده می گردد یا از اصل ماکزیمم آنتروپی جهت شناسایی توزیع پارامتر استفاده می شود [۳۷]. بر این اساس همانطور که در شکل ۸ مشاهده می گردد نتیجه نهایی با توزیعهای

درنظر گرفته شده در جدول ۳ و حالتی که تمامی توزیعها نرمال در نظر گرفته شده است تفاوت چندانی ندارد. همچنین محدودهی تغییرات پارامترهای هندسی برابر تلرانسهای

پ یا در کا میں پر کا میں پر کا کا میں باند ساخت درنظر گرفته شدہ است و به دلیل تغییرات کم دمایی، باند تغییرات خواص مواد بر اثر دما برابر سه درصد درنظر گرفته شده است.

پارامترهای دارای بیشترین عدم قطعیت و با بالاترین تأثیر بر

روی پاسخ دارای ضریب حساسیت بالایی هستند و میتواند جهت بهروزرسانی مدل انتخاب گردند. شکل ۸ میزان ضریب حساسیت پارامترهای کاندید را که به روش حساسیت کلی بر اساس وردایی بهدست آمده را نشان میدهد.

با توجه به شكل، نتايج زير قابل مشاهدهاند:

جرم پروانهها کمترین تأثیر را بر روی سرعت بحرانی دارد. به دلیل اینکه با لحاظ نمودن تلرانسها جرمها زیر یک درصد تغییر مینمایند که تأثیر تغییرات جرم بر روی سرعت بحرانی ناچیز است.

مدول الاستیسیته به دلیل تغییرات کم دما نیز تغییرات زیادی نداشته و لذا دارای ضریب حساسیت پایین و اثر کم بر روی رفتار دینامیکی است.

·ضریب حساسیت کلی قطر محور نیز با توجه به تلرانس ساخت پایین است. این در حالی است که اگر از روش حساسیت محلی استفاده می شد، به دلیل اینکه با توان چهار در ممان های اینرسی وارد می شود، اثرات محلی بالایی دارد، در حالی که به دلیل تلرانس پایین، حساسیت کلی پاسخ سیستم نسبت به آن کم است.

با توجه تلرانسهای ساخت لقی یاتاقان و لقی بالشتک دو پارامتر
 با بیشترین حساسیت در میان سایر پارامترها هستند. در واقع این
 نتیجه دور از انتظار نبود، چرا که لقی یاتاقان و بالشتک بیشترین
 تأثیر در تعیین ضرایب دینامیکی یاتاقانهای هیدرودینامیک را دارند
 و تغییرات ضرایب سفتی و استهلاک تأثیر مستقیم بر روی تغییرات
 سرعت بحرانی دارد. با این حال در کنار پیشبینیهای کیفی این
 تحلیل یک معیار کمی جهت شناسایی پارامترها را ارائه میدهد.

## ۷- نتیجهگیری

مدلسازی عدم قطعیت در سالهای اخیر مورد توجه محققین بسیاری بوده است. افزایش ابعاد و پیچیدگیهای سازه منجر به افزایش عدم قطعیتهای موجود در سیستم می گردد و لزوم انجام مدلسازی اتفاقی سیستم را بیشتر مینماید. در این پژوهش با به کارگیری روش حساسیت کلی، عدم قطعیت موجود در پاسخ خروجی یک سیستم دوار صنعتی به پارامترهای ورودی نسبت داده شده است. روش حساسیت کلی بر اساس روش تجزیه وردایی روشی قدرتمند جهت شناسایی پارامترهای مؤثر بر تابع خروجی می باشد که استفاده از آن جهت شناسایی پارامترهای سیستمهای دوار نشان داد که از

این روش به خوبی میتوان جهت شناسایی پارامترهای تأثیر گذار و استفاده از آنها جهت بهروزرسانی صحیح سیستمهای بزرگ صنعتی استفاده نمود.

عوامل مختلفی بر رفتار دینامیکی یک ماشین دوار تأثیر گذار هستند و در بسیاری از منابع علمی بر اهمیت لقیهای بالشتک و یاتاقان و تاثیرات آنها بر دینامیک روتور بصورت کیفی اذعان شده است. مقاله حاضر روشی تحلیلی جهت کمیسازی حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تغییرات در لقیهای بالشتک و یاتاقان ارائه داده و طی یک مطالعه تجربی اهمیت استفاده از روشهای تخمین حساسیت کلی را نشان میدهد.

این مقاله نشان داد که استفاده از حساسیت محلی برای شناسایی پارامتر حساس در دینامیک روتور کافی نبوده و استفاده از روش آنالیز حساسیت کلی نتایج مورد انتظار و منطبق بر واقعیت را به همراه خواهد داشت. بطور مثال اگر از روش آنالیز حساسیت محلی استفاده میشد آنگاه اینطور برداشت میشد که در روتور کمپرسور قطر محور نیز از پارامترهای بسیار حساس به شمار آید، چرا قطر محور به دلیل داشتن توان چهار در ممان اینرسی مقطع باعث ایجاد حساسیت سرعت بحرانی نسبت به این پارامتر، همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، بمیزان بالایی میشد. در حالی که به دلیل تلرانس ساخت پایین، که متناظر با عدم قطعیت پایین است، حساسیت کلی پاسخ سیستم به آن کم است.

مهمترین معیارها در انتخاب پارمتر تأثیر گذرا بر پاسخ، عدم قطعیت و حساسیت بالای آن است. به عبارت دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قطعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای تاثیربالایی است، باید به عنوان پارامترهای مؤثر در پاسخ سیستم انتخاب گردند. حساسیت محلی تابعیتی از عدم قطعیت پارامتر نداشته در حالیکه این اثر در حساسیت کلی در نظر گرفته میشود.

در این مقاله یک چهارچوب مناسب در آنالیز حساسیت سیستمهای دوار بر اساس روش تجزیه وردایی و روش مونت کارلو ارائه شده است که در آن عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش بینیهای کیفی در اختیار طراح قرار میدهد. روش ارائه شده میتواند جهت شناسایی پارامترهای هندسی

مؤثر و تعیین تلرانسهای ساخت به منظور بهبود طراحی سیستم دوار، مورد استفاده قرار گیرد.

## تشکر و قدردانی

از حمایت شرکت مهندسی و ساخت توربین مپنا (توگا) از این تحقیق، تشکر و قدردانی میگردد.

### فهرست علائم

## علائم انگلیسی

а	فاصله مرکز جرم روتور چهار درجه آزادی از یاتاقان سمت چپ
С	ماتریس استهلاک
$\mathcal{C}_{ij}$	ضرايب استهلاك
$F_i$	نيروى نابالانسى
$f_{ijk}$	
<i>i</i> < <i>j</i> < <i>k</i>	اجزاى تشكيل دهنده تجزيه سوبول

G	ماتريس ژيروسكوپيک
Н	ماتریس circularity
h	ضخامت فيلم روغن
${J}_p$	ممان اینرسی جرمی در راستای <i>z</i>
$J_{i}$	y ممان اینرسی جرمی در راستای $x$ و
$J_i \ i = x, y, z$	ممان اینرسی جرمی در راستای محور i
Κ	ماتریس سفتی
$k_{_{ij}}$	ضرايب سفتي
l	طول روتور چهار درجه آزادی
L	طول روتور
т	جرم
$M_r$	جرم روتور کمپرسور
M	ماتریس جرم
$m_r$	جرم نابالانسی پسماند
р	فشار فیلم سیال
q	بردار درجات آزادی

r	خروج از مرکزی نابالانسی پسماند
$S_i$	حساسيت مرتبه اول
$S_{ij}$	حساسیت کوپل بین پارامترهای <i>آ</i> ام و <i>آ</i> ام
$S_{Ti}$	حساسیت کلی
t	زمان
$U_x$	سرعت در راستای محور x در موقعیت یاتاقان
$U_z$	سرعت در راستای محور z در موقعیت یاتاقان
$V_i$	واريانس پارامتر با انديس i
$V_{ij}$	واریانس کوپل بین پارامترهای i ام و j ام
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	مختصات به ترتیب در جهات افقی، عمودی
	و محوری
$x_i, y_i$	جابهجایی نودهای المان در راستای x و y
Y	خروجي مدل
علائم يونانى	
μ	چگالی فیلم روغن
$\varphi_{xi}, \varphi_{yi}$	جابجایی زاویهای نودهای المان در راستای x و y
Ω	سرعت دوران محور
$arOmega_{cr}$	سرعت بحراني

مراجع

- J.E. Mottershead, M. Friswell, Model updating in structural dynamics: a survey, Journal of sound and vibration, 167(2) (1993) 347-375.
- [2] C. Mares, J. Mottershead, M. Friswell, Stochastic model updating: part 1—theory and simulated example, Mechanical systems and signal processing, 20(7) (2006) 1674-1695.
- [3] J. Mottershead, C. Mares, S. James, M. Friswell, Stochastic model updating: part 2—application to a set of physical structures, Mechanical Systems and Signal Processing, 20(8) (2006) 2171-2185.
- [4] W.-X. Ren, H.-B. Chen, Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method,

updating method for parameter variability quantification based on response surface models and Monte Carlo simulation, Mechanical Systems and Signal Processing, 33 (2012) 83-96.

- [16] A.C. Balbahadur, A thermoelastohydrodynamic model of the Morton effect operating in overhung rotors supported by plain or tilting pad journal bearings, Virginia Tech, 2001.
- [17] M. Lalanne, G. Ferraris, Rotordynamics prediction in engineering, Wiley, 1998.
- [18] G. Genta, Dynamics of rotating systems, Springer Science & Business Media, 2007.
- [19] Zahra Taherkhani, Hamidreza Pourtaba, Geometry Effects in Tilting-Pad dynamic Coefficients and Critical Speeds of a Rotor, in: Preceding in The Biennial International Conference on Experimental Solid Mechanics (X-Mech 2016). 2016.
- [20] A. Tamer, P. Masarati, Periodic stability and sensitivity analysis of rotating machinery, in: Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Springer, 2015, pp. 2059-2070.
- [21] S. Yan, R. Sievert, Vibration sensitivity of large turbine generator shaft trains to unbalance, in: Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Springer, 2015, pp. 3-14.
- [22] T. Leister, C. Baum, W. Seemann, Sensitivity of computational rotor dynamics towards the empirically estimated lubrication gap clearance of foil air journal bearings, PAMM, 16(1) (2016) 285-286.
- [23] F.A. Lara-Molina, A.A. Cavalini Jr, E.H. Koroishi, V. Steffen Jr, Sensitivity analysis of flexible rotor subjected to interval uncertainties, Latin American Journal of Solids and Structures, 16(4) (2019).
- [24] D. Xie, Y. Yang, S. Gao, J. Guo, Sensitivity Analysis on the Dynamic Characteristics of a 1000 MW Turbo-Generator Rotor, in: Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Springer, 2015, pp. 1841-1852.
- [25] S. Asadi, V. Berbyuk, H. Johansson, Global Sensitivity Analysis of High Speed Shaft Subsystem of a Wind

Engineering structures, 32(8) (2010) 2455-2465.

- [5] H.-P. Wan, W.-X. Ren, Parameter selection in finiteelement-model updating by global sensitivity analysis using Gaussian process metamodel, Journal of Structural Engineering, 141(6) (2015) 04014164.
- [6] A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo, M. Ratto, Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models, Wiley Online Library, 2004.
- [7] Z. Kala, Sensitivity assessment of steel members under compression, Engineering Structures, 31(6) (2009) 1344-1348.
- [8] J. Rohmer, E. Foerster, Global sensitivity analysis of largescale numerical landslide models based on Gaussian-Process meta-modeling, Computers & geosciences, 37(7) (2011) 917-927.
- [9] I.M. Sobol, Sensitivity analysis for non-linear mathematical models, Mathematical modelling and computational experiment, 1 (1993) 407-414.
- [10] W. Becker, J. Oakley, C. Surace, P. Gili, J. Rowson, K. Worden, Bayesian sensitivity analysis of a nonlinear finite element model, Mechanical Systems and Signal Processing, 32 (2012) 18-31.
- [11] N.A. Husain, H.H. Khodaparast, H. Ouyang, Parameter selection and stochastic model updating using perturbation methods with parameter weighting matrix assignment, Mechanical Systems and Signal Processing, 32 (2012) 135-152.
- [12] H.-P. Wan, Z. Mao, M.D. Todd, W.-X. Ren, Analytical uncertainty quantification for modal frequencies with structural parameter uncertainty using a Gaussian process metamodel, Engineering Structures, 75 (2014) 577-589.
- [13] G. Steenackers, P. Guillaume, Finite element model updating taking into account the uncertainty on the modal parameters estimates, Journal of Sound and vibration, 296(4-5) (2006) 919-934.
- [14] S. Marino, I.B. Hogue, C.J. Ray, D.E. Kirschner, A methodology for performing global uncertainty and sensitivity analysis in systems biology, Journal of theoretical biology, 254(1) (2008) 178-196.
- [15] S.-E. Fang, W.-X. Ren, R. Perera, A stochastic model

Measurement, 53 (2014) 1-9.

- [32] I.y.M. Sobol', Global sensitivity indices for the investigation of nonlinear mathematical models, Matematicheskoe modelirovanie, 17(9) (2005) 43-52.
- [33] R.d.O. Teloli, S. da Silva, T.G. Ritto, G. Chevallier, Bayesian model identification of higher-order frequency response functions for structures assembled by bolted joints, Mechanical Systems and Signal Processing, 151 (2021) 107333.
- [34] N.C. Tyminski, H.F. de Castro, Application of Bayesian inference to unbalance identification in rotors, in: Proceedings of the 9th IFToMM international conference on rotor dynamics, Springer, 2015, pp. 711-721.
- [35] J.W. Hall, L.J. Manning, R.K. Hankin, Bayesian calibration of a flood inundation model using spatial data, Water Resources Research, 47(5) (2011).
- [36] E.T. Jaynes, Probability theory: The logic of science, Cambridge university press, 2003.
- [37] J.L. Beck, L.S. Katafygiotis, Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework, Journal of Engineering Mechanics, 124(4) (1998) 455-461.
- [38] E.T. Jaynes, Prior probabilities, IEEE Transactions on systems science and cybernetics, 4(3) (1968) 227-241

Turbine Drive Train, International Journal of Rotating Machinery, 2018 (2018).

- [26] L. Urbiola-Soto, Multivariate Response Rotordynamic Modeling and Sensitivity Analysis of Tilting Pad Bearings, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 140(7) (2018).
- [27] R. Khatri, D.W. Childs, An experimental study of the load-orientation sensitivity of three-lobe bearings, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 137(4) (2015).
- [28] Y. Ma, Z. Liang, M. Chen, J. Hong, Interval analysis of rotor dynamic response with uncertain parameters, Journal of Sound and Vibration, 332(16) (2013) 3869-3880.
- [29] E.H. Koroishi, A.A. Cavalini Jr, A.M. de Lima, V. Steffen Jr, Stochastic modeling of flexible rotors, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 34(SPE2) (2012) 574-583.
- [30] N. Wang, D. Jiang, H. Xu, Dynamic characteristics analysis of a dual-rotor system with inter-shaft bearing, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 233(3) (2019) 1147-1158.
- [31] M.H. Jalali, M. Ghayour, S. Ziaei-Rad, B. Shahriari, Dynamic analysis of a high speed rotor-bearing system,

چگونه به اين مقاله ارجاع دهيم Z. Taherkhani, H. Ahmadian, Sensitivity Analysis of Rotor Dynamic Behavior to Manufacturing Tolerances Based on Global Sensitivity Analysis and Statistical Methods, Amirkabir J. Mech Eng., 53(8) (2021) 4501-4516. DOI: 10.22060/mej.2021.19245.6986

