



## مدل سازی عددی پدیده‌ی تولید ماسه به کمک همبسته‌سازی روش‌های اجزای مجزا و شبکه بولتزمن

سیاوش هنری، سید احسان سیدی حسینی‌نیا\*

دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۱  
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۳۱  
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۰۱  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۴/۱۱

### کلمات کلیدی:

جریان شعاعی  
تولید ماسه  
روش اجزای مجزا  
روش شبکه بولتزمن  
کمان ماسه

**خلاصه:** پدیده تولید ماسه سالانه هزینه‌ی گزافی را به صنعت نفت تحمیل می‌کند و در این پژوهش، به شبیه‌سازی عددی این پدیده پرداخته شده است. هدف از این پژوهش، علاوه بر شناخت کامل تر سازوکار ریزمقیاس تولید ماسه در توده‌های ماسه‌ای تحکیم‌نیافته (فاقد چسبندگی)، بررسی اثرگذاری دو عامل تنش همه جانبه و فشار سیال است. از روش‌های اجزای مجزا برای مدل‌سازی توده و روش شبکه‌ی بولتزمن جهت شبیه‌سازی رفتار جریان سیال از میان محیط متخلخل حاکی استفاده شد و اندرکنش جریان سیال و محیط دانه‌ای با استفاده از روش مرز متحرک مستغرق همبسته گردید. با توسعه یک برنامه رایانه‌ای، پدیده‌ی تولید ماسه تحت جریان شعاعی سیال در دو بُعد شبیه‌سازی شد. نتایج نشان داد با افزایش مقدار تنش همه جانبه، مقدار ماسه‌ی تولیدی و نرخ تولید ماسه افزایش می‌یابد. همچنین، پس از شروع تولید ماسه و افزایش تعداد سیکل‌های محاسباتی، به دلیل تشکیل کمان ماسه‌ی پایدار در اطراف حفره‌ی مرکزی چاه، نرخ تولید ماسه در تمام نمونه‌ها کاهش می‌یابد. کمان‌های ماسه‌ای مستعد فروپاشی بوده و پس از ناپایداری هر یک از آن‌ها، کمان جدید با قطری بزرگ‌تر جایگزین کمان قبل می‌شود. با بررسی چگونگی تولید ماسه با مقادیر گوناگون افت فشار سیال مشخص گردید که علی‌رغم تأثیر اندک مقدار فشار سیال بر تولید ماسه در تنش‌های کم، در سطوح تنش بالا افزایش اختلاف فشار سیال سبب افزایش فرسایش ذرات (بیش از دو برابر، با افزایش ۵۰ درصدی فشار سیال) می‌شود. این مطالعه نشان داد مدل همبسته‌ی اجزای مجزا - شبکه‌ی بولتزمن در حالت دو بُعدی، می‌تواند سازوکار حاکم بر پدیده‌ی تولید ماسه را به خوبی بیان کند.

### ۱- مقدمه

پایداری حفاریات زیرزمینی، همواره از مهم‌ترین دغدغه‌ها در حوزه مهندسی عمران، معدن و نفت بوده است. در این میان، تولید ماسه به مفهوم جداشدگی و جابجایی ذرات دانه‌ای از دیواره چاه در حین استخراج هیدروکربن‌ها [۱ و ۲] از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این پدیده، ایجاد گسیختگی در توده سنگ به دلیل اثرات ترکیبی تغییرات تنش و جریان سیال منجر به جداشدگی ذرات دانه‌ای از توده‌ی گسیخته شده می‌گردد. سپس ذرات جامد تولید شده به همراه محصول هیدروکربنی جابه‌جا شده و به داخل چاه استخراج وارد می‌شود. تخمین زده می‌شود که حدود یک سوم مخازن ماسه سنگی جهان درجاتی از تولید ماسه را در طول عمر بهره‌برداری خود تجربه می‌کنند [۳]. این پدیده علاوه بر ایجاد آسیب‌های مرتبط با فرسایش و خوردگی در دستگاه‌ها و ماشین‌آلات استخراج، پایداری و انسجام چاه را نیز تهدید می‌کند [۴ و ۵]. تولید ماسه و عوامل مرتبط با آن سالانه میلیاردها

دلار هزینه به صنایع نفت و گاز تحمیل می‌نماید [۶ و ۷]. با توجه به اهمیت این پدیده و پیچیدگی آن [۸]، شناخت هر چه بیشتر تولید ماسه و عوامل مؤثر بر آن ضرورت می‌یابد.

تاکنون تلاش‌های زیادی جهت تعیین میزان اثرگذاری عوامل گوناگون بر پدیده‌ی تولید ماسه انجام شده است. بر اساس نظر بسیاری از محققان، آغاز فرآیند تولید ماسه، خصوصاً در ماسه‌های تحکیم نیافته (بدون چسبندگی)، با ناپایداری کمان ماسه‌ی<sup>۱</sup> تشکیل شده در محل حفره استخراج قابل پیش‌بینی است [۹ و ۱۰]. با این دیدگاه، اولین مطالعات مرتبط با پدیده تولید ماسه را می‌توان به پژوهش‌های پیرامون کمان‌زدگی و پایداری کمان‌های ماسه‌ای مرتبط دانست. بررسی نقش پایداری کمان ماسه در صنایع وابسته به نفت اولین بار توسط هال و هریس برگر<sup>۲</sup> [۱۱] مورد مطالعه قرار گرفت. تیبی و کولهاس<sup>۳</sup> [۱۲] به مطالعه‌ی آزمایشگاهی تأثیر دبی جریان سیال بر پایداری و

- 1 Sand arch
- 2 Hall and Harrisberger
- 3 Tippie and Kohlhaas

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: eseyedi@um.ac.ir



تنش پایین، با افزایش دبی در سطوح تنش بالاتر، نرخ تولید ماسه افزایش می‌یابد. فتاح‌پور و همکاران [۱۰]، با هدف بررسی تأثیر مقاومت ماسه سنگ و اندازه‌ی حفره بر تولید ماسه، این پدیده را به طور آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. ایشان فرآیند تولید ماسه را در پنج نوع مختلف شناسایی کرده و تنش ماسه سنگ را به عنوان اصلی‌ترین عامل در تعیین نوع تولید ماسه معرفی کردند. به عقیده‌ی ایشان با افزایش سطح تنش، پس از آغاز تولید ماسه به تدریج فرآیند تولید ماسه تغییر کرده و در نهایت در سطوح تنش بسیار بالا حجم قابل توجهی از ماسه تولید می‌گردد.

هزینه فراوان مطالعات آزمایشگاهی به همراه محدودیت انجام آزمایش‌ها در مقیاس کوچک سبب شده است تا غالباً از شبیه‌سازی عددی به عنوان مهم‌ترین ابزار تحقیق پیرامون پدیده تولید ماسه یاد شود [۱۷]. با توجه به سازوکار دانه‌ای پدیده تولید ماسه، روش اجزای مجزا<sup>۷</sup> (DEM) ابزاری مناسب جهت شبیه‌سازی این پدیده به شمار می‌رود. جهت شبیه‌سازی موفق تولید ماسه به این روش، ضروری است تا اثر جریان سیال بر مجموعه ذرات (اندرکنش سیال - ذرات جامد) به شکل مناسب در نظر گرفته شود [۱۸].

در اولین مطالعات انجام شده به این روش، مدل‌های عددی نیمه گسسته<sup>۸</sup> به کار گرفته شد، به نحوی که محیط دانه‌ای به روش اجزای مجزا، و محیط سیال به صورت محیط پیوسته‌ای فرض گردید که رفتار آن تابع قوانین بزرگ مقیاس جریان سیال نظیر قانون داری بود [۲۴-۱۹]. بر این اساس، بزرگ‌ترین ضعف این مدل‌ها وابستگی به پارامترهای بزرگ مقیاس و پیچیده‌ای نظیر نفوذپذیری محیط متخلخل است. از جمله مطالعات این دسته می‌توان به پژوهش عددی سیدآشتی و همکاران [۲۵] اشاره نمود. در این پژوهش که به صورت سه بعدی و با استفاده از ذرات کروی به انجام رسید، از نرم افزار تجاری PFC<sup>3D</sup> برای مدل‌سازی تولید ماسه استفاده شد. در این پژوهش رفتار جریان سیال با حل معادلات ناویه-استوکس<sup>۹</sup> پیش‌بینی گردید. مطابق نتایج این مطالعه، با افزایش تنش محصور کننده، مقدار ماسه و نرخ تولید آن افزایش می‌یابد.

برای رفع ضعف‌های مدل‌های نیمه گسسته، کوک<sup>۱۰</sup> و همکاران [۲۷] و [۲۶] برای اولین بار از مدل‌های کاملاً گسسته<sup>۱۱</sup> برای شبیه‌سازی تولید ماسه استفاده نمودند. در این مدل‌ها، محیط سیال نیز به عنوان یک محیط

ساختار کمان ماسه‌ای پرداختند. در این مطالعه، توده ماسه‌ی نیمه استوانه‌ای<sup>۱</sup> شامل ماسه تحکیم نیافته‌ی اشباع مورد آزمایش قرار گرفت. ایشان بر اساس آزمایش‌ها نتیجه گرفتند که سیال می‌تواند با دبی‌های قابل توجه و بدون آغاز فرآیند تولید ماسه از میان کمان پایدار ماسه‌ای جریان یابد. بر اساس این نتایج که برای ماسه‌ی تحکیم نیافته به دست آمده است، رشد کمان ماسه تابعی از نرخ تولید و اندازه‌ی اولیه کمان است و با افزایش تدریجی دبی جریان، ممکن است کمان موجود گسیخته شده، کمان جدیدی معمولاً با ابعادی بزرگ‌تر به جای آن تشکیل گردد. بیم<sup>۲</sup> و همکاران [۱۳] با بهبود دستگاه آزمون کمان‌زدگی ماسه، پژوهش تحلیلی-آزمایشگاهی دیگری برای مطالعه‌ی وابستگی پایداری کمان ماسه به فشار سیال، اندازه‌ی حفره‌ی خروجی، اندازه و شکل ذرات ماسه انجام دادند. ایشان نتیجه گرفتند که پارامترهایی نظیر نسبت قطر ذرات ماسه به اندازه‌ی حفره خروجی، توزیع دانه‌بندی، تیز گوشگی<sup>۳</sup> و یا شکل ذرات ماسه تأثیر قابل توجهی بر پایداری کمان ماسه دارد. ترانوول<sup>۴</sup> و همکاران [۱۴] مطالعات عددی-آزمایشگاهی جامعی پیرامون پایداری حفره‌ی استوانه‌ای و تولید ماسه از داخل آن انجام دادند. این پژوهش، از اولین نمونه‌های مطالعه‌ی تولید ماسه با استفاده از آزمون حفره‌ی استوانه‌ای توخالی جدار ضخیم<sup>۵</sup> یا به اختصار TWHC بود. در این پژوهش، حفره‌ی استوانه‌ای ایجاد شده در دیواره چاه با یک حفره‌ی لوله مانند در داخل نمونه استوانه‌ای ماسه سنگ ضعیف شبیه‌سازی گردید. در پژوهش دیگر انجام شده توسط ترانوول و همکاران [۱۵]، آزمایش‌هایی با هدف مطالعه‌ی تولید ماسه در ماسه سنگ بسیار ضعیف انجام شد. بر اساس نتایج آزمایش‌ها، ترانوول و همکاران [۱۵] نتیجه گرفتند که برخلاف آنچه در ماسه سنگ‌های مقاوم‌تر روی می‌دهد، تولید ماسه در ماسه سنگ‌های بسیار ضعیف بیش از ناپایداری مکانیکی، متأثر از ناپایداری هیدرومکانیکی و نیروهای ناشی از جریان سیال است. پاپامیچوز<sup>۶</sup> و همکاران [۱۶] مطالعات گسترده‌ای را جهت بررسی تولید ماسه در ماسه سنگ‌های ضعیف نسبتاً متراکم انجام دادند. نتایج آزمون‌های انجام شده بر روی نمونه‌های مصنوعی ماسه سنگ ضعیف نشان داد که با افزایش مقدار تنش همه جانبه، مقدار و نرخ تولید ماسه نیز افزایش می‌یابد. پاپامیچوز و همکاران [۱۶] نتیجه گرفتند که با وجود عدم وابستگی نرخ تولید ماسه به دبی جریان سیال در سطوح

7 Discrete Element Method  
8 Continuum-discrete  
9 Navier - Stokes  
10 Cook  
11 Fully discrete

1 Half-cylinder sand pack  
2 Yim  
3 Angularity  
4 Tronvoll  
5 Thick-walled hollow cylinder  
6 Papamichos

نظیر اندرکنش ذرات دانه‌ای و تشکیل زنجیره‌ی نیرو در کمان‌های ماسه‌ای، در این پژوهش از روش اجزای مجزا به عنوان ابزاری مناسب جهت شبیه‌سازی ساختار جامد محیط متخلخل استفاده می‌شود. همچنین برای شبیه‌سازی اثر جریان سیال بر این ساختار متخلخل، روش شبکه‌ی بولتزمن مورد استفاده قرار گرفته و با روش اجزای مجزا همبسته می‌گردد.

## ۲- مبانی نظری پژوهش

### ۲-۱- مبانی محاسباتی روش اجزای مجزا

روش اجزای مجزا با هدف مدل‌سازی رفتار ذرات مجزا در محیط‌های دانه‌ای معرفی گردید [۲۹]. به منظور انجام شبیه‌سازی عددی با این روش، باید مجموعه‌ای از محاسبات متوالی در فواصل زمانی معین با هدف تعیین موقعیت جدید مجموعه دانه‌ها بر اساس برآیند نیروهای وارده بر هر دانه انجام شود. گام‌های زمانی در این روش باید تا حدی کوچک انتخاب شود که بتوان سرعت و شتاب ذرات را در طول هر فاصله‌ی زمانی تقریباً ثابت فرض نمود. چرخه‌ی محاسبات کلی روش اجزای مجزا مطابق شکل ۱ نشان داده شده است. قانون تماس<sup>۷</sup> و قانون حرکت<sup>۸</sup> در این شکل به ترتیب بیان کننده‌ی قانون نیرو-جابجایی و قانون دوم نیوتون است؛ به این صورت که در هر گام زمانی، پس از یافتن تماس میان ذرات، نیروهای تماسی بین ذرات با استفاده از قوانین نیرو-جابجایی محاسبه می‌شود. سپس برای هر ذره برآیند تمام نیروها و لنگرهای وارده (شامل نیروهای تماسی، وزنی و غیره) محاسبه شده و با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب آن‌ها تعیین می‌گردد. با انتگرال‌گیری از شتاب ذرات در بازه‌های زمانی کوچک سرعت آن‌ها و پس از انتگرال‌گیری مجدد، مقدار جابه‌جایی ذرات مشخص می‌شود. سپس، با در نظر گرفتن مکان اولیه‌ی ذرات، موقعیت جدید آن‌ها قابل تعیین است. این چرخه در گام‌های زمانی بعدی تا رسیدن به تعادل مجموعه ادامه می‌یابد. در نهایت، مجموعه جابه‌جایی‌های تمام ذرات موجود در مجموعه، منجر به تغییر شکل‌های کلی مجموعه و تعیین کرنش در دید بزرگ مقیاس می‌شود. با وجود دینامیکی بودن سیستم مورد مطالعه، چنانچه نرخ بارگذاری در مرزهای مجموعه ذرات تا حدی کوچک باشد که نیروهای اینرسی درصد کوچکی از نیروهای تماسی را تشکیل دهند، سیستم گذرای دینامیکی به سمت تعادل استاتیکی پیش می‌رود. انرژی جنبشی ذرات در روش اجزای مجزا با تعریف و اعمال میراگر مستهلک می‌شود؛ به نحوی که بدون استفاده از میراگرها، رسیدن به تعادل استاتیکی بسیار زمان‌بر است. به طور کلی، در شرایط برخورد

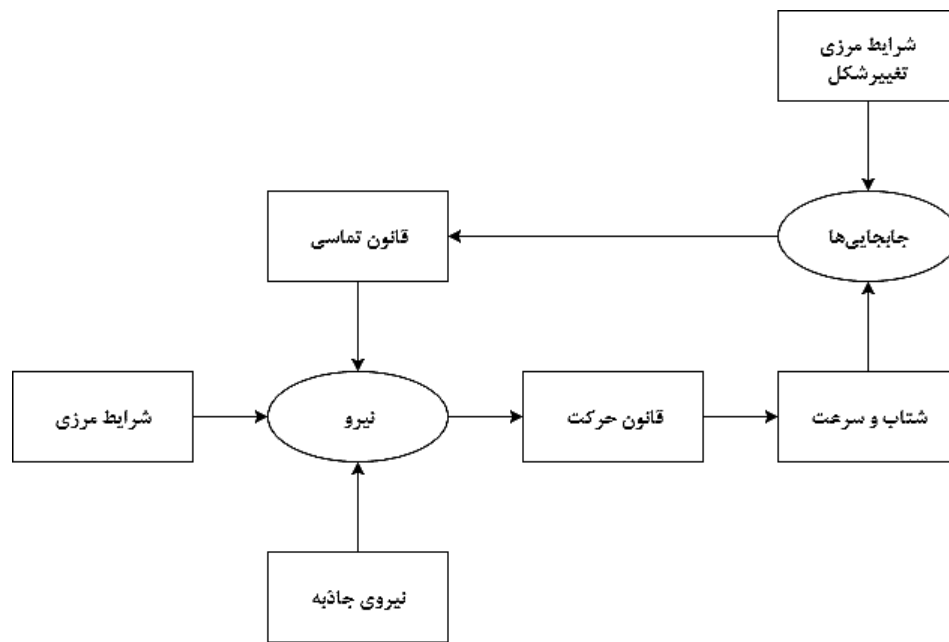
ذره‌ای شبیه‌سازی شده و به صورت کامل با روش اجزای مجزا همبسته می‌شود. در نتیجه، اندرکنش ذرات جامد و سیال به صورت مستقیم (بدون نیاز به نفوذپذیری محیط) قابل مدل‌سازی است. هان<sup>۲</sup> و کاندال<sup>۳</sup> [۱۷] با استفاده از روش مشابه، فرسایش ذرات دو بعدی فاقد چسبندگی را پیرامون بازشو شبیه‌سازی کردند. ایشان، جریان سیال را با روش شبکه‌ی بولتزمن<sup>۴</sup> (LBM) مدل نموده و از روش مرز متحرک مستغرق<sup>۵</sup> (IMB) برای همبسته‌سازی<sup>۶</sup> مدل اجزای مجزا و شبکه‌ی بولتزمن استفاده کردند. در مدل عددی ایشان، پس از تولید ماسه‌ی اولیه‌ی اندک، کمان ماسه‌ای موقتی تشکیل شد. سپس با افزایش دبی جریان سیال خروجی از حفره، ضمن ناپایداری کمان ماسه، تولید ماسه تا تشکیل کمان پایدار جدید ادامه می‌یافت. به این ترتیب، هان و کاندال [۱۷] نشان دادند که مدل همبسته‌ی اجزای مجزا-شبکه‌ی بولتزمن می‌تواند فرآیند تشکیل و فروپاشی کمان ماسه در مجاورت بازشو را به صورت کیفی شبیه‌سازی نماید.

علی‌رغم تنوع بالای مطالعات پیرامون پدیده‌ی تولید ماسه، رفتار ریزمقیاس این پدیده در شرایط مشابه آزمون استوانه‌ی توخالی جدار نازک، کمتر مورد بررسی قرار گرفته یا شرایط جریان سیال غالباً صورت غیرشعاعی مدل شده که با واقعیت این آزمون متفاوت است. در پژوهش حاضر، رفتار ریزمقیاس مجموعه ذرات مستعد تولید ماسه در شرایط آزمون استوانه‌ی توخالی جدار نازک، تحت تأثیر جریان شعاعی سیال شبیه‌سازی می‌شود. این شبیه‌سازی‌ها بر روی مقطعی عرضی از نمونه‌ی استوانه‌ای جدار ضخیم انجام شده و از تغییر شکل محیط در جهت عمود بر مقطع (عمود بر صفحه‌ی مدل‌سازی) صرف‌نظر می‌گردد. با توجه به طولی بودن نمونه‌های استوانه‌ی جدار ضخیم آزمایشگاهی در مقایسه با شعاع محدود آن‌ها، این فرض دور از واقعیت نبوده و به دلیل هزینه‌ی محاسباتی بالای مدل‌های سه بعدی، مشابه با بسیاری دیگر از مطالعات حوزه‌ی تولید ماسه [۲۸، ۱۷، ۸، ۵]، این پدیده در پژوهش حاضر در دو بعد شبیه‌سازی می‌شود. در این شبیه‌سازی‌ها، اثر دو عامل تنش همه‌جانبه و افت فشار سیال بر تولید ماسه مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با توجه به نقش قابل توجه کنترل افت فشار سیال در مدیریت تولید ماسه در چاه‌های نفت، بررسی میزان تأثیرگذاری آن در سطوح تنش گوناگون اهمیت دارد. به دلیل وابستگی بالای تولید ماسه به فرآیندهای ریزمقیاسی

- 1 Coupled
- 2 Han
- 3 Cundall
- 4 Lattice-Boltzmann Method
- 5 Immersed Moving Boundary method
- 6 Coupling

7 Contact law

8 Law of motion



شکل ۱. چرخه ی محاسباتی در روش اجزای مجزا با اقتباس از [۳۱]

Fig. 1. The computational cycle in DEM, after [31]

درجات آزادی ذرات سیال به این معنی است که انتشار این ذرات تنها در جهاتی خاص، هماهنگ با شبکه‌ی منظم مربعی روی می‌دهد. شکل ۲ نمونه‌ی شبکه‌ی بولتزنم و جهات بردارهای سرعت یکه  $(e_i)$  قابل تعریف برای هر گره در این شبکه (معادل با درجات آزادی ذرات سیال) را نشان می‌دهد. درجات آزادی نشان داده شده در این شکل مربوط به یک شبکه‌ی نه سرعت<sup>۲</sup> در دو بُعد است که پرکاربردترین شبکه‌ی بولتزنم در مدل‌های دو بعدی بوده و اصطلاحاً D2Q9 نام‌گذاری می‌شود [۳۲].

ذرات سیال ضمن انتشار با یکدیگر برخورد<sup>۳</sup> نموده و این برخورد به صورت متقابل بر نحوه‌ی توزیع و روند انتشار این ذرات در گام‌های زمانی آینده اثرگذار است. در پژوهش حاضر، یکی از شناخته شده‌ترین مدل‌های برخورد که با نام BGK شناخته می‌شود [۳۴] مورد استفاده قرار می‌گیرد. رابطه (۱) معادله‌ی روش شبکه‌ی بولتزنم را در ساده‌ترین حالت آن به همراه عملگرهای مربوط به دو مرحله‌ی انتشار و برخورد (با مدل BGK) نشان می‌دهد.

(اندرکنش) دو ذره در محل تماس آن‌ها با یکدیگر، میزان تغییر شکل ذرات و ارتباط میان جابه‌جایی ذرات و نیروهای بین آن‌ها تابع خصوصیات مصالح ذرات است. در روش اجزای مجزا، فرض می‌شود که این ذرات در محل تماس تحت نیروهای تماسی تغییر شکل نمی‌یابند [۳۰].

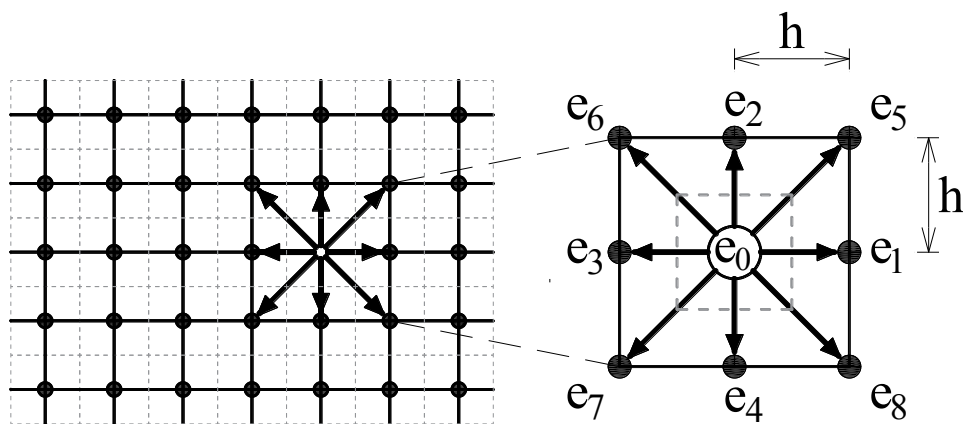
## ۲-۲- مبانی محاسباتی روش شبکه‌ی بولتزنم

روش شبکه‌ی بولتزنم از مناسب‌ترین روش‌ها برای شبیه‌سازی رفتار سیال در جریان‌های حاکم در محیط‌های متخلخل به شمار می‌رود. علاوه بر دقت و کارایی مناسب روش شبکه‌ی بولتزنم در شبیه‌سازی رفتار جریان سیال، سازوکار محاسباتی مرحله‌ای آن بر اساس گام‌های زمانی سبب شده است تا این روش، به نحوی نسبتاً آسان با روش اجزای مجزا همبسته گردد. در روش شبکه‌ی بولتزنم، محیط سیال به صورت مجموعه‌ای از ذرات مجازی واقع بر گره‌های یک شبکه‌ی گسسته‌ی منظم فرض می‌شود. برای ساده‌سازی، درجات آزادی ذره کاهش یافته و نوعی گسسته‌سازی<sup>۱</sup> مومنتوم ذرات (که در حقیقت کمیتی پیوسته به شمار می‌رود) انجام می‌گردد. کاهش

2 9-velocity lattice

3 collision

1 discretization



شکل ۲. شبکه ی بولتزمن D2Q9 و جهات سرعت قابل تعریف در هر گره این شبکه [۳۳]

Fig. 2. D2Q9 velocity set in lattice-Boltzmann method [33]

در رابطه ی بالا،  $w_i$  ضریبی است که مقدار آن مطابق رابطه (۳) برحسب اندیس  $i$  قابل بیان است [۳۵]:

$$w_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i = 0 \\ \frac{1}{9} & i = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36} & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه ی (۲)،  $c$  نماینده ی «سرعت شبکه<sup>۳</sup>» است و به صورت  $c = h/\Delta t$  تعریف می شود [۳۶]. در این رابطه،  $h$  «فاصله ی شبکه<sup>۴</sup>»، یا به بیان بهتر، فاصله ی میان گره های مجاور در شبکه ی بولتزمن (نشان داده شده در شکل ۲) و  $\Delta t$  معادل یک گام زمانی در روش شبکه ی بولتزمن است. سایر پارامترهای به کار رفته در رابطه ی (۲) شامل  $\rho$  و  $u$  هستند که هر دو، از کمیت های بزرگ مقیاس سیال بوده و به ترتیب چگالی در هر گره سیال و سرعت جریان سیال را مشخص می کند. این دو پارامتر به صورت زیر تعریف می شوند [۳۶]:

$$f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = -\frac{\Delta t}{\tau} (f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)) \quad (1)$$

در رابطه ی بالا،  $f_i(x, t)$  نشان دهنده ی تابع توزیع چگالی سیال با سرعت یکه  $e_i$  در گره واقع در محل  $x$  در زمان  $t$  است.  $\tau$  پارامتری بی بعد به نام زمان آرامش<sup>۱</sup> بوده و  $f_i^{eq}(x, t)$  تابع توزیع چگالی سیال در حالت تعادل است. در رابطه ی (۱)، سمت چپ تساوی مربوط به مرحله ی انتشار و سمت راست معادله، مشخص کننده ی مرحله ی برخورد ذرات است. اندیس  $i$  در رابطه ی بالا شاخص جهت<sup>۲</sup> نام داشته و مشخص کننده ی راستای کمیت متناظر با خود بر روی شبکه ی مربعی است. بر این اساس برای شبکه ی D2Q9 مقدار  $i$  از صفر تا هشت متغیر است.

مقدار تابع توزیع چگالی سیال در حالت تعادل تابع شاخص جهت ( $i$ ) بوده و در حالت کلی به صورت زیر قابل ارائه است [۳۵]:

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[ 1 + 3 \frac{e_i \cdot u}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(e_i \cdot u)^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c^2} \right] \quad (2)$$

3 lattice speed  
4 lattice spacing

1 relaxation time  
2 direction index

توصیه شده است که برای کاهش خطای محاسباتی، مقدار این کمیت کوچک‌تر از ۰/۱ باشد [۳۶]. در این صورت، خطای محاسبه‌ی کمیت‌های بزرگ مقیاس در روش شبکه‌ی بولتزمن به کمتر از یک درصد محدود می‌گردد [۳۷].

### ۲-۳- میان‌محاسباتی روش مرز متحرک مستغرق

روش مرز متحرک مستغرق [۳۸] یک فن عددی برای مدل‌سازی اندرکنش سیال و سطح جامد است. ایده‌ی اصلی این روش، معرفی دقیق‌تر و هموارتر مرز ذرات جامد متحرک در شبکه‌ی بولتزمن و کاهش نوسان و تغییرات ناگهانی نیروهای هیدرودینامیک محاسباتی است. در روش مرز متحرک مستغرق، توابع توزیع سیال در گره‌های مرزی به نحوی اصلاح می‌گردد تا شرایط عدم وجود لغزش حفظ گردد [۳۶]. در این روش، مطابق شکل ۳، یک سلول محاسباتی در اطراف هر گره شبکه به طول و عرض  $h$  در نظر گرفته می‌شود. در هر سلول، نسبت سطح اشغال شده توسط فاز جامد  $A_{sc}$  (ناحیه‌ی هاشور خورده در شکل ۳) به سطح کل سلول  $h^2$  با نام پارامتر نسبت جامد  $\gamma$  شناخته می‌شود ( $\gamma = A_{sc}/h^2$ ).

پس از معرفی این پارامتر، نوبل و تورزینسکی [۳۸] معادله‌ی برخورد در روش شبکه‌ی بولتزمن را مطابق رابطه (۹) اصلاح کردند:

$$\begin{aligned} f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) = & \\ f_i(x, t) - \frac{\Delta t}{\tau} (1-B)(f_i(x, t) - & \\ f_i^{eq}(x, t)) + B \Omega_i^S & \end{aligned} \quad (9)$$

ضریب  $B$  در رابطه‌ی (۹) به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$B = \frac{\gamma(\tau - 1/2)}{(1-\gamma) + (\tau - 1/2)} \quad (10)$$

با توجه به تغییرات مقدار  $\gamma$  (بین صفر و یک به ترتیب برای سلول پر از سیال و سلول پر از جامد)، مقدار  $B$  تنها می‌تواند مقداری بین صفر و یک را اختیار کند. همچنین پارامتری اضافی نسبت به رابطه‌ی اصلی برخورد در روش شبکه‌ی بولتزمن بوده و قسمت نامتعادل تابع توزیع را در

4 solid ratio

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad u = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 f_i e_i \quad (4)$$

لازم به ذکر است که در رابطه‌ی (۲)، عبارت  $e_i \cdot u$  حاصل ضرب نقطه‌ای دو بردار سرعت در شبکه (ریز مقیاس) و سرعت جریان سیال (بزرگ مقیاس) است. فشار سیال در هر نقطه، به عنوان کمیت دیگر بزرگ مقیاس قابل محاسبه در روش شبکه‌ی بولتزمن، بر اساس رابطه‌ی (۵) تعیین می‌گردد:

$$P = c_s^2 \rho \quad (5)$$

در این رابطه،  $c_s$  سرعت جریان صوت<sup>۲</sup> است که می‌توان آن را مطابق (۶) برحسب سرعت شبکه ( $c$ ) محاسبه کرد:

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

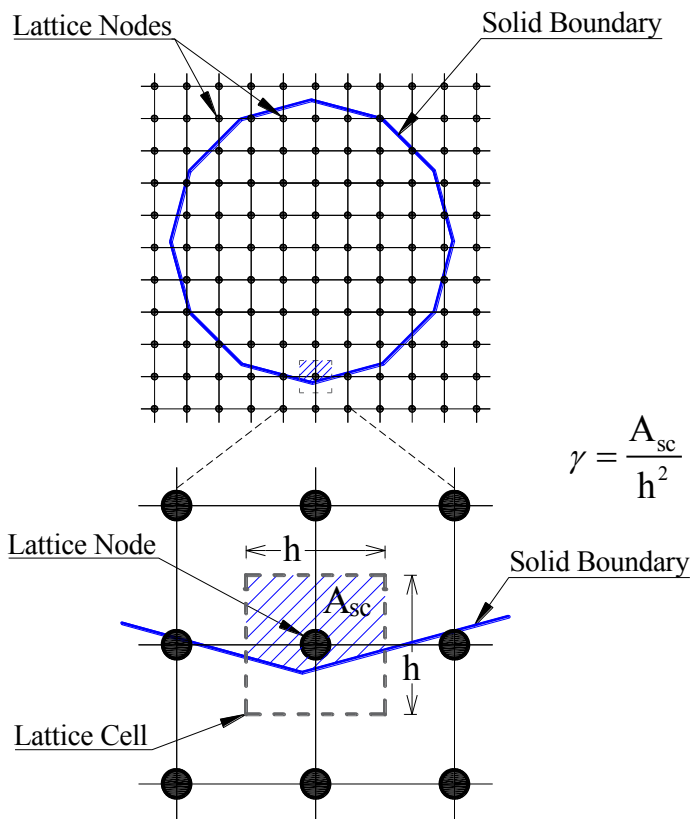
پارامتر دیگر موجود در رابطه‌ی (۲)، لزجت سینماتیکی<sup>۳</sup> است که مطابق رابطه‌ی (۷) محاسبه می‌شود:

$$\nu = \frac{1}{3} \left( \tau - \frac{1}{2} \right) \frac{h^2}{\Delta t} = \frac{1}{3} \left( \tau - \frac{1}{2} \right) ch \quad (7)$$

باید توجه نمود که روش شبکه‌ی بولتزمن اصالتاً برای سیالات نسبتاً تراکم‌پذیر ارائه شده و فشار سیال نیز در این روش (در رابطه‌ی (۵)) با فرض تراکم‌پذیری جزئی سیال به دست می‌آید. با این حال، این روش به آسانی قابل تعمیم به سیالات تراکم‌ناپذیر بوده و می‌توان با انتخاب مناسب پارامترها به نتایجی مشابه با معادلات ناوییه-استوکس برای سیال تراکم‌ناپذیر رسید. به این منظور، کمیتی به نام عدد ماخ محاسباتی ( $Ma$ ) به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$Ma = \frac{u_{max}}{c_s} \quad (8)$$

- 
- 1 dot products
  - 2 speed of sound in fluid
  - 3 kinematic viscosity



شکل ۳. تعریف مفهوم پارامتر نسبت جامد ( $\gamma$ ) در روش مرز متحرک مستغرق [۳۳]

Fig. 3. The definition of solid ratio ( $\gamma$ ) in the immersed moving boundary method

$$\mathbf{F}_H = \frac{h^2}{\Delta t} \left[ \sum_n \left( B_n \sum_i \Omega_i^S \mathbf{e}_i \right) \right] \quad (\text{الف}) \quad (12)$$

$$\mathbf{T}_H = \frac{h^2}{\Delta t} \left[ \sum_n (x_n - x_c) \times \left( B_n \sum_i \Omega_i^S \mathbf{e}_i \right) \right] \quad (\text{ب})$$

نظر می‌گیرد.  $\Omega_i^S$  با استفاده از رابطه‌ی (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$\Omega_i^S = f_{-i}(x, t) - f_i(x, t) + f_i^{eq}(\rho, u_s) - f_{-i}^{eq}(\rho, u) \quad (11)$$

در دو رابطه‌ی اخیر،  $\mathbf{F}_H$  و  $\mathbf{T}_H$  به ترتیب نیرو و لنگر هیدرودینامیک کل وارد بر هر ذره‌ی جامد،  $x_n$  نشان دهنده‌ی مختصات گره  $n$  در شبکه و  $x_c$  نماینده‌ی مختصات مرکز دانه است.

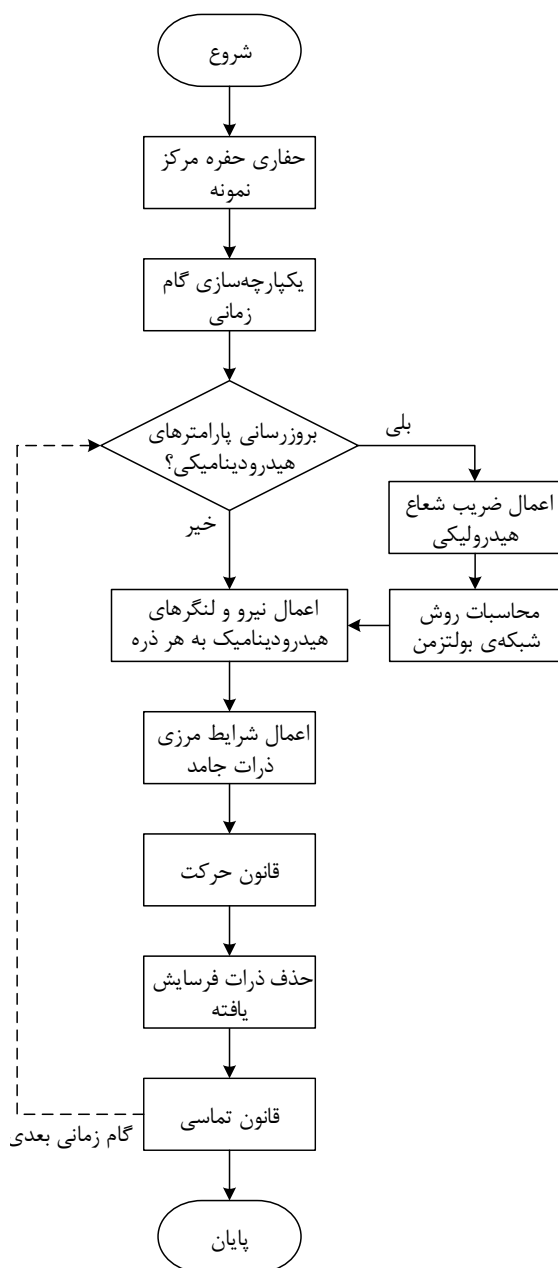
#### ۲-۴- همبسته‌سازی روش اجزای مجزا - شبکه‌ی بولتزمن

برای آن که مدل‌های ریز مقیاس به نحو مناسبی تولید ماسه را شبیه‌سازی نمایند، ضروری است تا همبستگی مناسبی میان محاسبات

در این رابطه،  $u_s$  سرعت ذره‌ی جامد در زمان  $t$  بوده و اندیس  $-i$  نشان دهنده‌ی جهت معکوس برای تابع توزیع است. با به کارگیری روش مرز متحرک مستغرق، نیرو و گشتاور کل هیدرودینامیک اعمال شده بر یک دانه‌ی جامد منفرد با  $n$  گره جامد<sup>۱</sup> به ترتیب از روابط (۱۲-الف) و (۱۲-ب) قابل محاسبه است:

1 solid node





شکل ۴. چرخه‌ی محاسباتی برنامه‌ی توسعه یافته بر اساس روش همبسته‌ی اجزای مجزا - شبکه‌ی بولتزمن

Fig. 4. The computational cycle of the developed computer program based on the coupled DEM-LBM

ضلعی با دایره است. قطر دایره‌ی معادل با این چند ضلعی (دایره‌ی محاط بر چند ضلعی) مشابه با پژوهش‌های فینگ و همکاران [۴۱] و قاسمی و پاک [۲۸] برابر با  $d=1\text{mm}$  در نظر گرفته شده و عرض ظرف چهار برابر قطر ذره ( $L=4\text{mm}$ ) است. شکل ۵ مشخصات مدل مورد شبیه‌سازی و

مکانیک ذرات جامد و دینامیک سیال برقرار شود. برای این منظور، در مطالعه‌ی حاضر از روش «یکپارچه‌سازی گام زمانی» پیشنهادی توسط اُون و همکاران [۳۹] استفاده می‌شود. مطابق این روش، پس از محاسبه‌ی گام زمانی روش شبکه‌ی بولتزمن (مطابق رابطه‌ی (۷))، گام زمانی اولیه‌ی روش اجزای مجزا (که بر اساس جرم و سختی ذرات محاسبه می‌شود [۴۰]) به نحوی کوچک می‌شود تا گام زمانی شبکه‌ی بولتزمن مضرب صحیحی از آن باشد. به این ترتیب، به ازای تعداد گام‌های مشخصی در روش اجزای مجزا، تنها یک گام محاسباتی برای سیال طی شده و در این حین مقدار کمیت‌های هیدرودینامیکی ثابت باقی می‌مانند.

شکل ۴ چرخه‌ی محاسباتی برنامه‌ی توسعه یافته را پس از اعمال همبستگی روش اجزای مجزا-شبکه‌ی بولتزمن نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، در ابتدای هر گام جدید محاسباتی، ابتدا نیاز به بروزرسانی محاسبات دینامیک سیال بررسی می‌شود. چنانچه شماره گام محاسباتی مضرب صحیحی از گام زمانی روش شبکه بولتزمن باشد، محاسبات مربوط به سیال انجام شده و نیروهای هیدرودینامیک وارد بر ذرات جامد بروزرسانی می‌شود (مطابق رابطه (۱۲)). در غیر این صورت، مقادیر قبلی این نیروها به ذرات اعمال شده و سایر مراحل محاسباتی مربوط به محاسبات روش اجزای مجزا (مشابه آنچه در شکل ۱ دیده شد) پیگیری می‌شود.

### ۳- صحت‌سنجی روش همبسته‌ی اجزای مجزا - شبکه‌ی بولتزمن

برای صحت‌سنجی برنامه‌ی توسعه یافته با همبستگی روش اجزای مجزا-شبکه‌ی بولتزمن (DEM-LBM) و تحقیق پیرامون صحت محاسبات نیروی هیدرودینامیک وارد بر ذرات جامد مدل، فرآیند ته‌نشینی یک ذره تحت اثر وزن خودش در داخل ظرف پر از آب مورد مدل‌سازی قرار گرفت. ته‌نشینی ذره‌ی دایروی در داخل یک کانال طویل مستطیلی حاوی سیال لزج (آب) پیش‌تر توسط فینگ و همکاران [۴۱] و قاسمی و پاک [۲۸] نیز مدل شده است. مدل مورد استفاده در این پژوهش مشابه با دو مطالعه‌ی اشاره شده است؛ با این تفاوت که به جای ذره‌ی کاملاً دایروی، از بیست ضلعی منظم با قطر مشابه استفاده شده است. دلیل استفاده از شکل منظم با تعداد اضلاع بالا از یک سو، عدم توانایی برنامه‌ی رایانه‌ای توسعه یافته در شبیه‌سازی ذرات کاملاً دایروی، و از سوی دیگر شباهت زیاد ذره‌ی بیست



جدول ۱. مقایسه‌ی سرعت پیشینه (حدی) ذره‌ی در حال ته‌نشینی در مدل‌های با ارتفاع گوناگون

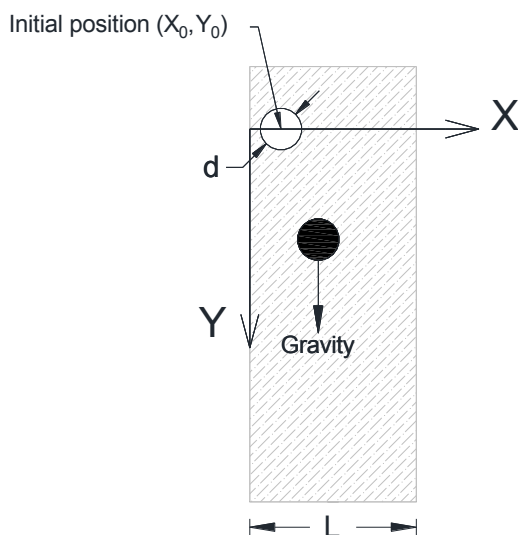
Table 1. Terminal velocity of the sedimenting particle in models with different channel heights

ارتفاع ظرف (mm)	مقدار سرعت حدی (mm/s)	
	Re = 1.03	Re = 8.33
۳۰	۱/۱۰۲	۸/۲۹۰
۳۵	۱/۰۳۴	۸/۳۱۹
۴۰	۱/۰۳۲	۸/۳۲۶

مطالعات فنگ و همکاران [۴۱] و قاسمی و پاک [۲۸]، تفاوت در مرزهای بالا و پایین سیال است؛ در مطالعات اشاره شده مرزهای افقی مدل به صورت مرزهای متناوب<sup>۱</sup> تعریف شده‌اند اما به دلیل ناتوانی برنامه‌ی رایانه‌ای توسعه یافته در معرفی این نوع مرز، به ناچار از مرز جامد برای تعریف اضلاع افقی مدل (ضلع‌های بالا و پایین ظرف) استفاده شد. البته ارتفاع ظرف حاوی سیال (طول مدل شبکه‌ی بولتزمن) به نحوی انتخاب گردید تا مرزهای انتهایی کانال تأثیری بر روی حرکت ذره‌ی جامد نداشته باشد. برای این منظور، مدل‌سازی با چندین ارتفاع گوناگون انجام شد که بخشی از نتایج آن‌ها در جدول ۱ ارائه گردیده است. همان‌طور که در این جدول دیده می‌شود، با افزایش ارتفاع ظرف، سرعت حدی ذره‌ی در حال ته‌نشینی به مقدار متناظر با عدد رینولدز جریان نزدیک می‌شود. برای مدل با ارتفاع ۴۰ mm، مقدار خطای سرعت حدی کمتر از ۰/۳٪ بود که بسیار اندک تلقی می‌گردد [۴۲]. از این رو در مدل‌های این بخش نتایج مدل با ارتفاع ۴۰ mm مورد استفاده قرار گرفت. در این مدل‌ها تمام مرزهای جانبی (چهار ضلع ظرف)، مرزهای جامد بدون امکان لغزش (سرعت سیال برابر صفر) فرض شده‌اند. مدل‌سازی در دو حالت مختلف، با دو عدد رینولدز  $Re=1/03$  و  $Re=8/33$  (برای حفظ شباهت و امکان مقایسه با [۴۱] و [۲۸]) انجام شد. جهت رسیدن به این اعداد رینولدز در مدل شبکه‌ی بولتزمن، چگالی ذره‌ی جامد در حال ته‌نشینی به نحوی انتخاب شد که سرعت حدی (سرعت نهایی<sup>۲</sup>) ذره و در نتیجه عدد رینولدز نهایی جریان به مقدار دلخواه تعیین شود. عدد رینولدز نهایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re = \frac{d \cdot u_f}{\nu} \quad (13)$$

- 1 periodic
- 2 terminal velocity

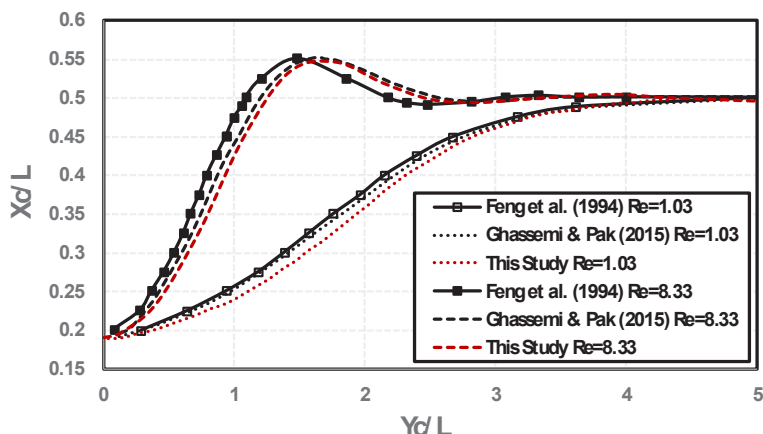


شکل ۵. ته‌نشینی ذره‌ی جامد تحت اثر وزن، در کانال قائم پر از سیال

Fig. 5. The sedimentation model of the solid particle due to its weight in a vertical fluid-filled channel

مبدأ مختصات انتخاب شده در آن را نشان می‌دهد. محور مختصات عرضی مماس بر ضلع غربی ظرف و محور مختصات طولی ۱/۵ برابر قطر ذره پایین‌تر از ضلع شمالی ظرف محتوی مایع انتخاب شده است. در حالت اولیه، مرکز ذره‌ی جامد در فاصله‌ی طولی  $X_0=0/76mm$  و عرض  $Y_0=0$  نسبت به مبدأ مختصات درون ظرف قرار گرفته است.

سیال مورد استفاده در این صحت‌سنجی آب بوده و لزجت سینماتیکی آن برابر  $\nu=0/01 \text{ cm}^2/\text{s}$  و چگالی آن  $\rho=1 \text{ gr}/\text{cm}^3$  در نظر گرفته شده است. در این مدل‌سازی، فاصله‌ی شبکه  $h=0/08 \text{ mm}$  و پارامتر زمان آرامش  $\tau=0/65$  انتخاب گردید. تفاوت دیگر مدل ته‌نشینی در مطالعه‌ی حاضر با



شکل ۶. خط سیر ذره ی در حال ته نشینی با دو عدد رینولدز  $Re=1.03$  و  $Re=8.33$

Fig. 6. The trajectory of the sedimenting particle for two Reynolds numbers  $Re=1.03$  and  $Re=8.33$

کلی انطباق مناسبی میان نتایج مدل ارائه شده در این پژوهش و مدل عددی مطالعات قبلی وجود دارد و خطای سرعت حدی عمودی به دست آمده در مدل سازی به  $0/2$  درصد محدود گردید؛ در نتیجه دقت مدل همبسته ای اجزای مجزا-شبه‌کمی بولتزن تأیید می‌شود. از سوی دیگر، می‌توان مشاهده نمود که استفاده از ذرات با شکل منظم و تعداد اضلاع بالا به جای ذرات دایروی تأثیر قابل توجهی بر نتایج شبیه‌سازی مدل ته‌نشینی ذره ندارد.

#### ۴- روش مدل‌سازی پدیده‌ی تولید ماسه

پس از ارزیابی برنامه‌ی توسعه یافته، در ادامه، به شبیه‌سازی پدیده تولید ماسه شرایطی مشابه با شرایط آزمون استوانه‌ی جدار ضخیم جهت ایجاد نمونه‌ی دو بعدی پرداخته می‌شود. بدین منظور، مراحل زیر معرفی می‌شوند: ۱- ابتدا  $1500$  ذره به شکل هشت ضلعی منظم و متوسط اندازه‌ی  $D_{50}=2/5\text{mm}$  (قطری که  $50$  درصد ذرات مجموعه از آن کوچک‌تر است)، با دانه‌بندی نسبتاً یکنواخت (با ضریب یکنواختی  $Cu=1/4$  و ضریب انحنا  $Cc=1/05$ ) به صورت تصادفی و بدون هم پوشانی کنار هم قرار می‌گیرند. ۲- سپس با اعمال نرخ کرنشی محدود، ذرات مرزی به تدریج به سمت

داخل نمونه رانده شده، در نتیجه تراکم کلی نمونه افزایش می‌یابد.

۳- پس از رسیدن نمونه به تراکم دلخواه، تغییر مکان اعمال شده به ذرات مرزی حذف شده، به نمونه اجازه داده می‌شود تا به تدریج با جابه‌جا کردن ذرات، نیروی داخلی ذرات محو شود. این حالت وضعیت پایه‌ی نمونه

در این رابطه،  $v$  لزجت سینماتیکی سیال،  $d$  قطر ذره و  $u_f$  سرعت حدی سیال ذره‌ی در حال ته‌نشینی است.

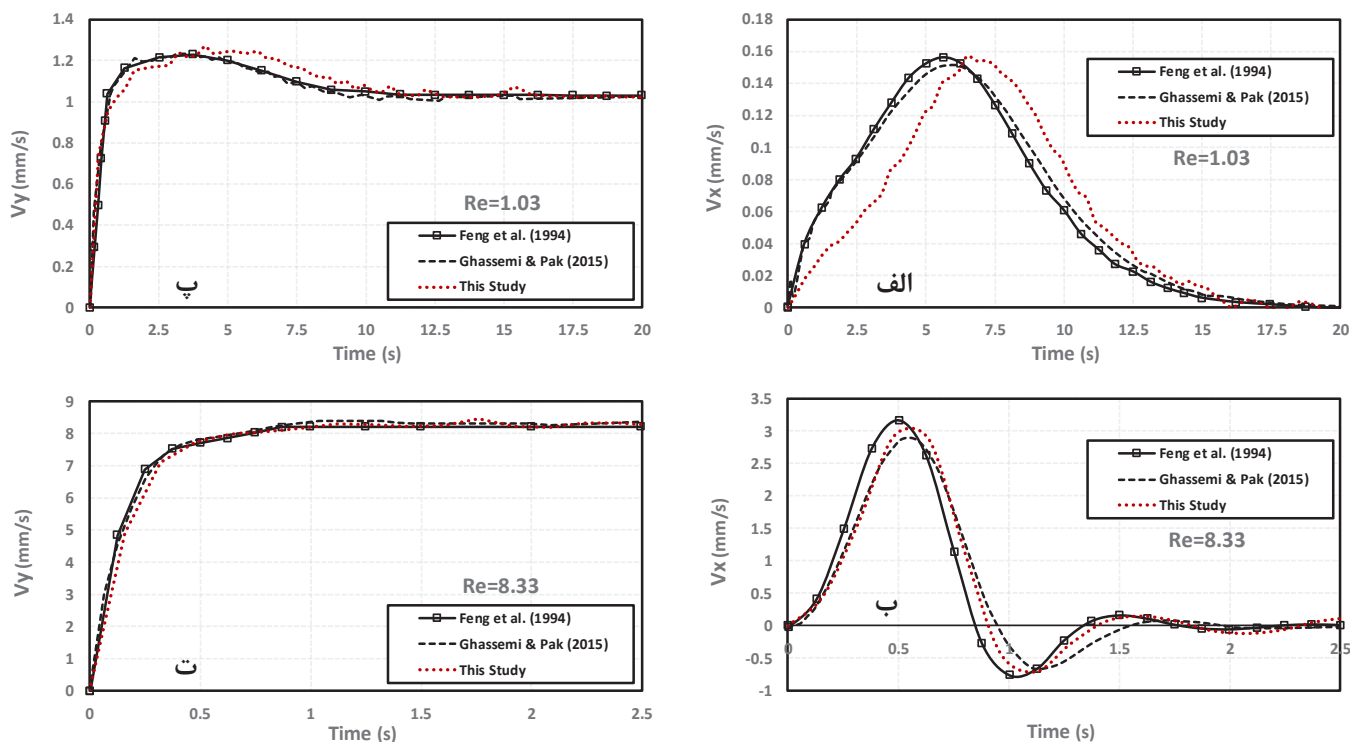
نتایج حاصل از برنامه‌ی توسعه یافته در این پژوهش برای خط سیر ذره‌ی در حال ته‌نشینی در شکل ۶ نشان داده شده است. نتایج مطالعات عددی پژوهش‌های فنگ و همکاران [۴۱] و قاسمی و پاک [۲۸] نیز برای مقایسه ارائه گردیده است. این نتایج برای دو عدد رینولدز  $Re=1/03$ ،  $8/33$  در مختصات بی‌بعد شده‌ی  $Xc/L$  و  $Yc/L$  (عرض ظرف، و  $Xc$  به ترتیب نشان دهنده‌ی طول و عرض مرکز ذره است) ارائه شده است. در هر دو حالت، ذره به تدریج از موقعیت اولیه‌ی خود در گوشه‌ی ظرف به سمت مرکز آن ( $Xc/L=0/5$ ) حرکت می‌کند. این حرکت در عدد رینولدز کوچک‌تر ( $Re=1/03$ ) پیوسته و تدریجی انجام می‌شود؛ در حالی که در عدد رینولدز بزرگ‌تر ( $Re=8/33$ ) این جابه‌جایی سریع‌تر روی داده و با کمی نامنظمی و نوسان همراه است. همان‌طور که در شکل ۶ دیده می‌شود، نتایج مدل ارائه شده در این مطالعه برای خط سیر ذره‌ی در حال ته‌نشینی، شباهت فراوانی با نتایج مطالعات عددی پژوهش‌های فنگ و همکاران [۴۱] و قاسمی و پاک [۲۸] دارد.

شکل ۷ تغییرات سرعت ذره‌ی در حال ته‌نشینی را در زمان‌های گوناگون برای دو عدد رینولدز  $Re=1.03$ ،  $8.33$  نشان می‌دهد. مطابق انتظار، در هر دو حالت، سرعت عمودی ذره پس از مدتی به مقدار حدی رسیده و سرعت افقی آن به صفر میل می‌کند. همان‌طور که در شکل ۷ دیده می‌شود، به طور

2 coefficient of uniformity

3 coefficient of curvature

1 trajectory



شکل ۷. تغییرات سرعت ذره‌ی در حال ته‌نشینی در راستای الف) افقی برای  $Re=1.03$ ، ب) افقی برای  $Re=8.33$ ، پ) عمودی برای  $Re=1.03$  و ت) عمودی برای  $Re=8.33$

Fig. 7. Velocity variation of the sedimenting particle with time for: a)  $Re=1.03$  (transversal), b)  $Re=8.33$  (transversal), c)  $Re=1.03$  (longitudinal), d)  $Re=8.33$  (longitudinal)

خارجی نمونه و کوچک‌تر از قطر حفره‌ی داخلی نمونه فرض می‌شوند. ۷- پس از صفر شدن تقریبی نرخ تولید (نرخ فرسایش) ذرات، نمونه با تنش‌های همه‌جانبه‌ی  $400 \text{ kPa}$  و  $800 \text{ kPa}$  تحکیم شده و گام‌های ۵ و ۶ برای هر یک از این حالات تکرار می‌شود. علت انتخاب این مقادیر تنش پوشش دامنه‌ی وسیعی از تنش همه‌جانبه از مقادیر بسیار کم  $50 \text{ kPa}$  تا مقادیر  $40$  برابر بزرگ‌تر آن است. همچنین، برای جلوگیری از بروز تولید ماسه‌ی فاجعه‌بار<sup>۴</sup> [۳۳] در توده ماسه‌ی تحکیم نیافته (بدون پیوند بین ذره‌ای) مطالعه‌ی حاضر، مقادیر تنش بزرگ‌تر از  $800 \text{ kPa}$  در مدل‌سازی مورد استفاده قرار نگرفت.

شکل ۸ تصویر شماتیک مجموعه‌ی ذرات و محل قرارگیری ورودی‌ها و خروجی‌های جریان را نشان می‌دهد. در این مطالعه، مرزهای ورودی و خروجی جریان از نوع مرزهای کنترل فشار بوده و در طول مدت برقراری جریان، اختلاف فشار ثابتی میان مرزهای ورودی و خروجی جریان اعمال

و نقطه‌ی آغاز مراحل بعدی مدل‌سازی است.

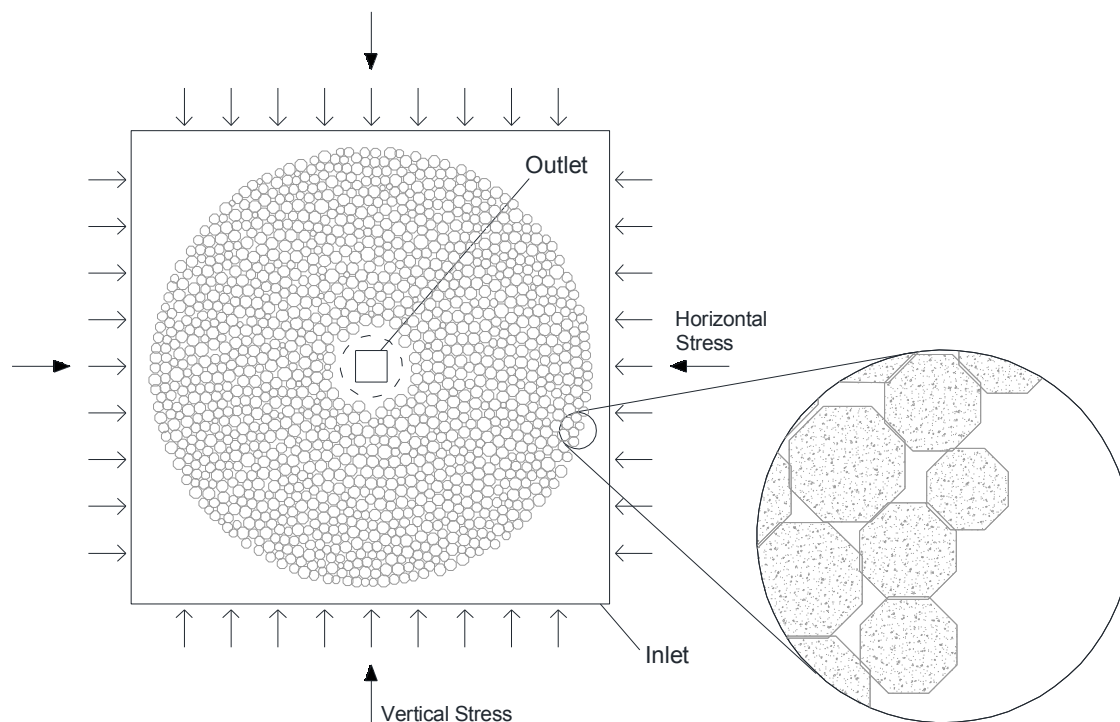
۴- در این مرحله، مجموعه‌ی ذرات تحت تنش همه‌جانبه‌ی  $50 \text{ kPa}$  تحکیم می‌شود. این مرحله تا جایی ادامه می‌یابد که تغییرات کرنش حجمی (یا تغییرات تخلخل نمونه) تقریباً ثابت بماند.

۵- سپس، یک حفره به قطر  $20 \text{ mm}$  در مرکز مجموعه‌ی ذرات ایجاد می‌شود. به بیان دیگر، تمامی ذراتی که فاصله‌ی مرکز آن‌ها تا مرکز نمونه کمتر از  $10 \text{ mm}$  یا مساوی آن باشد، از مجموعه حذف می‌شوند. به این ترتیب، حفره‌ی میانی موجود در استوانه‌ی جدار ضخیم مدل می‌گردد.

۶- در این مرحله، ضمن حفظ تنش‌های وارد بر مجموعه‌ی ذرات، جریان شعاعی سیال از خارج به داخل نمونه برقرار می‌شود. برای سادگی، مشابه با روش به کار رفته توسط ژائو<sup>۱</sup> و همکاران [۴۳]، مرزهای ورودی<sup>۲</sup> و خروجی<sup>۳</sup> جریان سیال به ترتیب به صورت مربع با ابعادی به ترتیب بزرگ‌تر از قطر

- 1 Zhao
- 2 inlet
- 3 outlet

4 catastrophic sanding



شکل ۸. تصویر شماتیک مدل اجزای مجزا به همراه موقعیت تقریبی ورودیها و خروجیهای جریان سیال

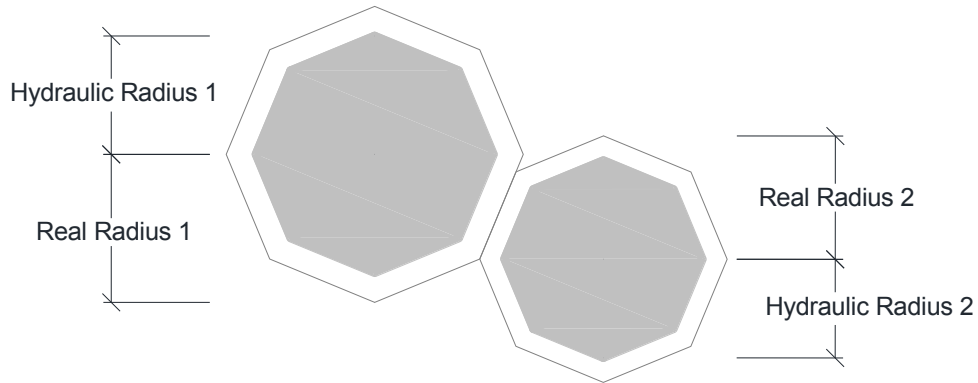
Fig. 8. Schematic view of the numerical model with the approximate position of the flow inlets and outlets

مدل‌سازی از سوی دیگر بود. مشابه با آنچه در مطالعات قاسمی و پاک [۲۸] و هان و کاندال [۱۷] پیشنهاد شده است، برای تسهیل امکان جریان سیال از میان ذرات مجاور در مدل دو بعدی، مفهوم شعاع هیدرولیکی مورد استفاده قرار گرفت. شعاع هیدرولیکی، شعاع غیرواقعی ذره است که در محاسبات روش شبکه‌ی بولتزمن برای هر ذره‌ی جامد در نظر گرفته شده و مقدار آن از شعاع مکانیکی (واقعی) ذره کوچک‌تر است. شعاع هیدرولیکی، از حاصل ضرب شعاع واقعی ذره در کمیتی کوچک‌تر از یک به دست می‌آید که این کمیت در پژوهش حاضر ضریب شعاع هیدرولیکی نام دارد. در شکل ۹ شعاع هیدرولیکی دو ذره با اندازه‌های متفاوت نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، با توجه به وجود تماس میان دو ذره، با در نظر گرفتن شعاع هیدرولیکی هر ذره در محاسبات روش شبکه‌ی بولتزمن، امکان عبور جریان از میان ذرات مجاور هم نیز برقرار می‌شود.

تمامی پارامترهای مدل‌سازی به کار رفته در این پژوهش در جدول ۲ ارائه شده است. گفتنی است، سیال انتخاب شده در مدل تولید ماسه از جنس نفت بوده و مشخصات آن مشابه سیال به کار رفته در پژوهش یونسی و

می‌شود. با توجه به تمایل به ثابت بودن دبی خروجی هیدروکربن در عملیات استخراج آن، ثابت نگه داشتن اختلاف فشار سیال ورودی و خروجی فرضی نزدیک به واقعیت است. در شکل ۸ همچنین تصویر بزرگ‌نمایی شده‌ی قسمت کوچکی از نمونه، با هدف نمایش شکل ذرات مدل شده و نحوه‌ی قرارگیری آن‌ها در مجاورت هم ارائه گردیده است.

لازم به ذکر است که در طی فرآیند مدل‌سازی، هرگاه ذره‌ی وارد فضای حفره‌ی میانی نمونه شود، به عنوان یک ذره‌ی فرسایش یافته در نظر گرفته شده و از مجموعه‌ی ذرات حذف می‌گردد. به بیان دیگر، در طول مدل‌سازی، قطر حفره‌ی میانی ثابت فرض شده و هر زمان مرکز جرم هر ذره در فاصله‌ای کمتر از ۱۰ mm نسبت به مرکز حفره قرار گیرد، آن ذره از مجموعه حذف خواهد شد. باید توجه نمود که کلیه‌ی ذرات مدل شده در این پژوهش بدون چسبندگی در نظر گرفته شده و هیچ پیوندی میان آن‌ها وجود ندارد و تنها اندرکنش میان ذرات از نوع اصطکاکی و ناشی از تماس میان آن‌ها است. دلیل انتخاب شکل هشت ضلعی منتظم برای ذرات در این مدل، در نظر گرفتن شکلی نسبتاً تیز گوشه (نزدیک‌تر به واقعیت) برای ذرات دانه‌ای از یک سو، و پرهیز از پیچیدگی شکل ذرات و طولانی کردن پروسه



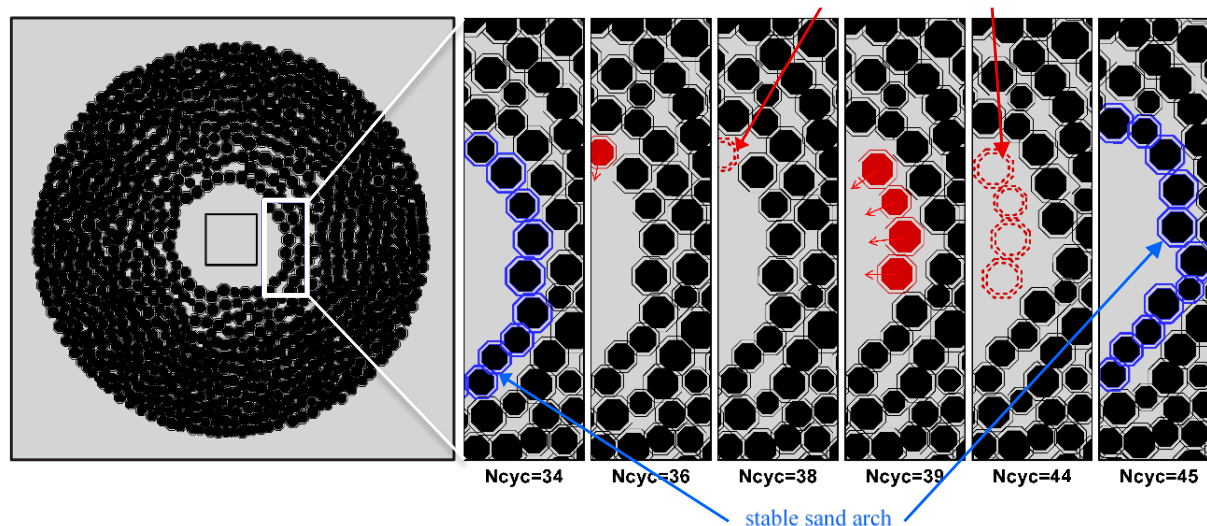
شکل ۹. نمایش شعاع هیدرولیکی دو ذره با اندازه‌های متفاوت در تماس با یکدیگر، در مقایسه‌ی آن با شعاع واقعی ذرات

Fig. 9. Displaying the hydraulic radius of two contacting particles with different sizes, in comparison to their actual radii

جدول ۲. مشخصات مدل همبسته‌ی اجزای مجزا - شبکه‌ی بولتزمن

Table 2. Parameters used in coupled DEM-LBM models

مقدار	واحد	پارامتر
۲/۵	mm	قطر متوسط ذرات ( $D_{50}$ )
۱۵۰۰	-	تعداد ذرات مدل
۰/۲	-	نسبت تخلخل دوبعدی اولیه
۱۱۰	mm	قطر اولیه‌ی مجموعه‌ی ذرات
۲۰	mm	قطر حفره‌ی میانی ذرات
$۱۰ \times ۱۰^۴$	N/mm	سختی نرمال ذرات
$۱۰ \times ۱۰^۴$	N/mm	سختی برشی ذرات
۰/۵	-	ضریب اصطکاک میان ذرات
۳۰۰۰	kg/m <sup>3</sup>	چگالی ذرات
۸۰۳	kg/m <sup>3</sup>	چگالی سیال
۳۰	mm <sup>2</sup> /s	لزجت سینماتیکی سیال
۰/۲	mm	فاصله‌ی شبکه ( $h$ )
۱۵ - ۱۰	kPa	افت فشار سیال
۰/۸	-	ضریب شعاع هیدرولیکی
$۴/۳۶ \times ۱۰^{-۶}$	s	گام زمانی اجزای مجزا
$۳/۳۰ \times ۱۰^{-۶}$	s	گام زمانی شبکه بولتزمن



شکل ۱۰. تصویر ریز مقیاس جداره ی داخلی مجموعه ی ذرات، شامل نمایش فرآیند ناپایداری

Fig. 10. The instability process of the particle assembly adjacent to the inner cavity in particulate scale

جریان سیال با افت فشار ۱۵ kPa قرار گرفته، بر اثر آن به تدریج پایداری کمان ماسه‌ی اولیه مختل می‌شود. در تصویر مربوط به سیکل ۳۴ محاسباتی، پس از اعمال جریان سیال، کمان ماسه‌ی پایدار اولیه به رنگ آبی نشان داده شده است. در تصویر سیکل شماره ۳۶، یکی از ذرات کمان اولیه (ذره‌ی فوقانی قرمز رنگ) بر اثر برآیند نیروهای وارد شده به آن از مکان اولیه‌ی خود منحرف شده و در سیکل ۳۸، کاملاً از مجموعه‌ی ذرات حذف می‌شود. چند ضلعی قرمز رنگ خط‌چین آخرین مکان حضور این ذره را پیش از حذف شدن از مجموعه‌ی ذرات نشان می‌دهد. حذف این ذره از مجموعه‌ی ذرات موجود در کمان پایدار اولیه، زمینه‌ی ناپایداری این کمان و آغاز فرسایش برخی از سایر ذرات را فراهم می‌کند. در سیکل بعد، فرآیند فرسایش ذرات ادامه یافته، چهار ذره‌ی دیگر هم جابه‌جا شده و در سیکل شماره ۴۴ از مجموعه‌ی ذرات حذف می‌شوند. در تصویر سیکل شماره ۴۵، کمان ماسه‌ی پایدار جدید (با رنگ آبی) در مجموعه‌ی ذرات نشان داده شده است. نتایج به دست آمده مؤید آن است که در فرآیند تولید ماسه در سازندهای تحکیم نیافته، تولید و فرسایش ذرات ماسه به معنای فروپاشی کمان ماسه‌ی پایدار است [۱۷ و ۱۲] و پس از این فروپاشی، تعدادی از ذرات جدا شده از کمان قبل با جریان سیال فرسایش می‌یابد. شکل ۱۰ همچنین نشان می‌دهد که در مدل‌های مطالعه‌ی حاضر، مشابه آنچه در مطالعات آزمایشگاهی [۴۴ و ۱۲] و عددی [۱۷] پیشین دیده شد، کمان جدید با شعاعی بزرگ‌تر می‌تواند جانشین کمان قبل شود.

همکاران [۱] در نظر گرفته شده است.

## ۵- ارائه‌ی نتایج مدل‌سازی تولید ماسه

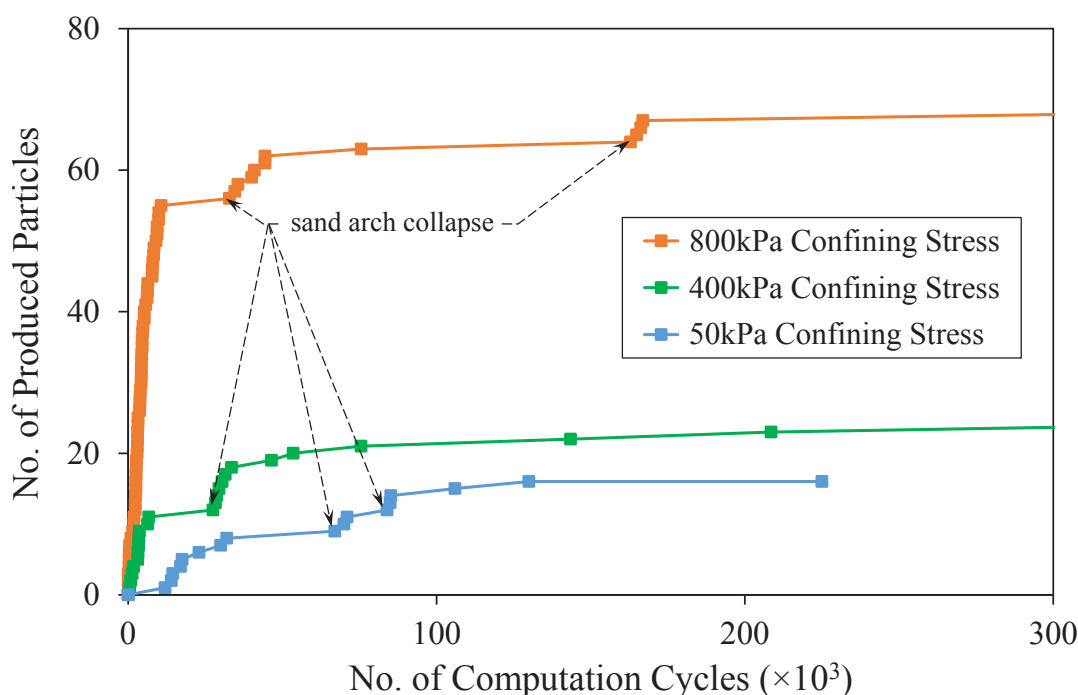
نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی پدیده‌ی تولید ماسه به روش همبسته‌ی اجزای مجزا-شبکه‌ی بولتزن در ادامه ارائه می‌شوند.

### ۵-۱- بررسی ریز مقیاس پدیده‌ی کمان‌زدگی در فرآیند تولید ماسه

به دلیل آن که ذرات مدل شده در این مطالعه بدون چسبندگی و پیوند میان ذره‌ای فرض شده‌اند، انتظار می‌رود رفتار مجموعه‌ی ذرات مشابه با ماسه سنگ تحکیم نیافته باشد. در این نوع سازندها، اصلی‌ترین عامل پایداری و مقاومت در برابر پدیده تولید ماسه، اثر کمان‌زدگی<sup>۱</sup> ذرات دانه‌ای است. شکل ۱۰ به خوبی این مسئله را نشان می‌دهد. در این شکل تصویر بزرگ‌نمایی شده‌ی برخی ذرات واقع بر نیمه‌ی سمت راست حفره‌ی مرکزی، در یک بازه‌ی زمانی مشخص نشان داده شده است. این مجموعه ذرات پس از ایجاد حفره، تحت تنش همه‌جانبه‌ی ۸۰۰ kPa قرار گرفته است. در این مجموعه، پس از تولید ماسه به تعداد محدود (پیش از برقراری جریان سیال، تنها تحت تأثیر افزایش تنش همه‌جانبه) کمان ماسه‌ی پایداری حول حفره‌ی مرکزی نمونه تشکیل می‌شود. این کمان ماسه سبب جلوگیری از فرسایش بیشتر ذرات داخل نمونه شده است. این نمونه سپس تحت تأثیر

1 arching





شکل ۱۱. نمودار مقدار ذرات تولید شده در برابر تعداد سیکلهای محاسباتی، برای سه تنش همه جانبه ۵۰، ۴۰۰ و ۸۰۰ کیلوپاسکال

Fig. 11. Number of produced particles vs computational cycles for different stress levels: 50, 400, 800kPa

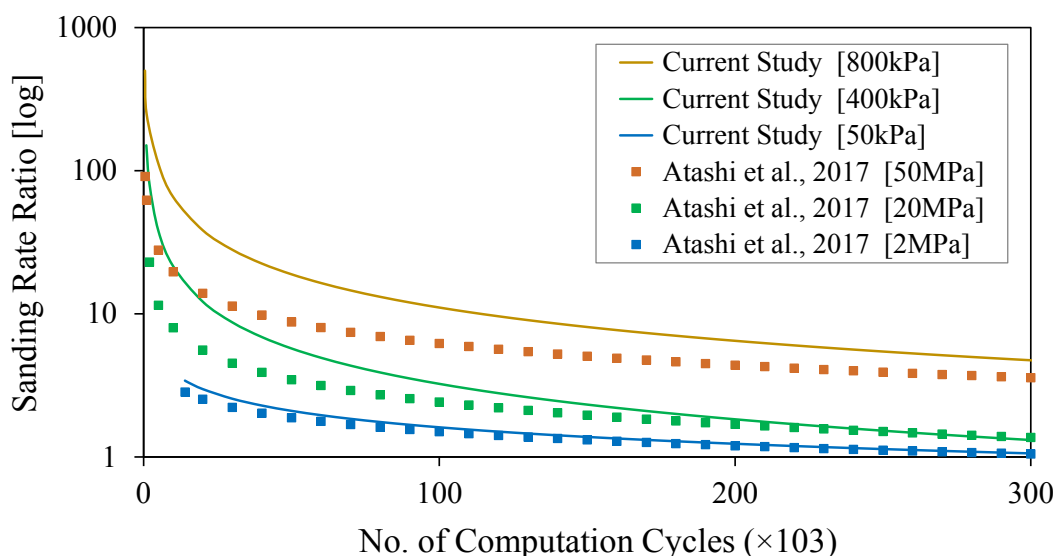
تصاویر سیکل‌های ۳۴ و ۴۵)، پس از هر نوبت فروپاشی کمان ماسه و فرسایش قابل توجه ذرات، کمان جدیدی تشکیل می‌شود. کاهش مجدد شیب نمودار شکل ۱۱ اندکی پس از فروپاشی کمان ماسه نشان دهنده‌ی تشکیل کمان جدید است. به طور کلی، نقاطی از نمودار با شیب زیاد، نماینده فروپاشی کمان ماسه (یا تولید ماسه‌ی اولیه در ابتدای مدل‌سازی) است که منجر به فرسایش قابل توجه ذرات در مدت زمان اندک می‌شود. اما سایر نقاط نمودار، شیب ملایم و تقریباً افقی، نشان دهنده‌ی محل تشکیل کمان ماسه است؛ زیرا در این نقاط، تولید ماسه کنترل شده و ذرات به مقدار بسیار محدودی فرسایش می‌یابند.

در نمودار موجود در شکل ۱۲ به تغییرات نرخ تولید ذرات بر حسب تعداد سیکل محاسباتی پرداخته شده است. برای آن که نرخ تولید ذرات در مطالعه‌ی حاضر قابل مقایسه با نتایج ارائه شده در پژوهش سیدآشتی و همکاران [۲۵] (که شامل مدل سه بعدی تولید ماسه می‌شود) باشد، نسبت نرخ ماسه‌ی تولیدی در هر سیکل محاسباتی به مقدار کمینه‌ی آن محاسبه شده است. با توجه به اینکه نرخ تولید ماسه در انتهای مدل‌سازی با تنش همه جانبه‌ی ۵۰ kPa، به عنوان کمترین مقدار شناسایی شده است، نرخ تولید

۵-۲- بررسی اثر تنش همه جانبه بر مقدار تولید ماسه

شکل ۱۱ تعداد تجمعی ذرات فرسایش یافته در مقابل تعداد سیکل‌های محاسباتی را برای نمونه تحت سه تنش همه جانبه‌ی ۵۰، ۴۰۰ و ۸۰۰ کیلوپاسکال و پس از آغاز برقراری جریان سیال نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، با افزایش مقدار تنش همه جانبه، مقدار ماسه‌ی تولیدی افزایش یافته است. همچنین می‌توان مشاهده کرد که علی‌رغم افزایش ناگهانی تولید ماسه در ابتدای مدل‌سازی، به دلیل تشکیل کمان ماسه در اطراف حفره‌ی مرکزی چاه، تولید ماسه متوقف شده یا دست کم کاهش می‌یابد. کاهش قابل ملاحظه شیب نمودار پس از تولید ماسه‌ی اولیه، نشان دهنده‌ی تشکیل کمان ماسه است. با دقت در نمودار شکل ۱۱، پس از تشکیل کمان اولیه، می‌توان نقاطی را مشخص نمود که در آن‌ها شیب نمودار به طور ناگهانی افزایش می‌یابد. این نقاط نماینده‌ی محل فروپاشی کمان ماسه است؛ زیرا در این نقاط تعداد زیادی از ذرات در زمانی نسبتاً کوتاه فرسایش می‌یابد. همان‌طور که در پژوهش عددی هان و کاندال [۱۷] نیز نشان داده شده است، مراحل تشکیل و فروپاشی کمان ماسه چندین بار طی مدل‌سازی تکرار می‌شود. مشابه آنچه در شکل ۱۰ دیده شد (با مقایسه‌ی





شکل ۱۲. نمودار تغییرات نسبت نرخ ماسه‌پی تولیدی در برابر سیکل‌های محاسباتی، برای سه مقدار مختلف تنش همه جانبه

Fig. 12. Sanding rate vs computational cycles for different stress levels

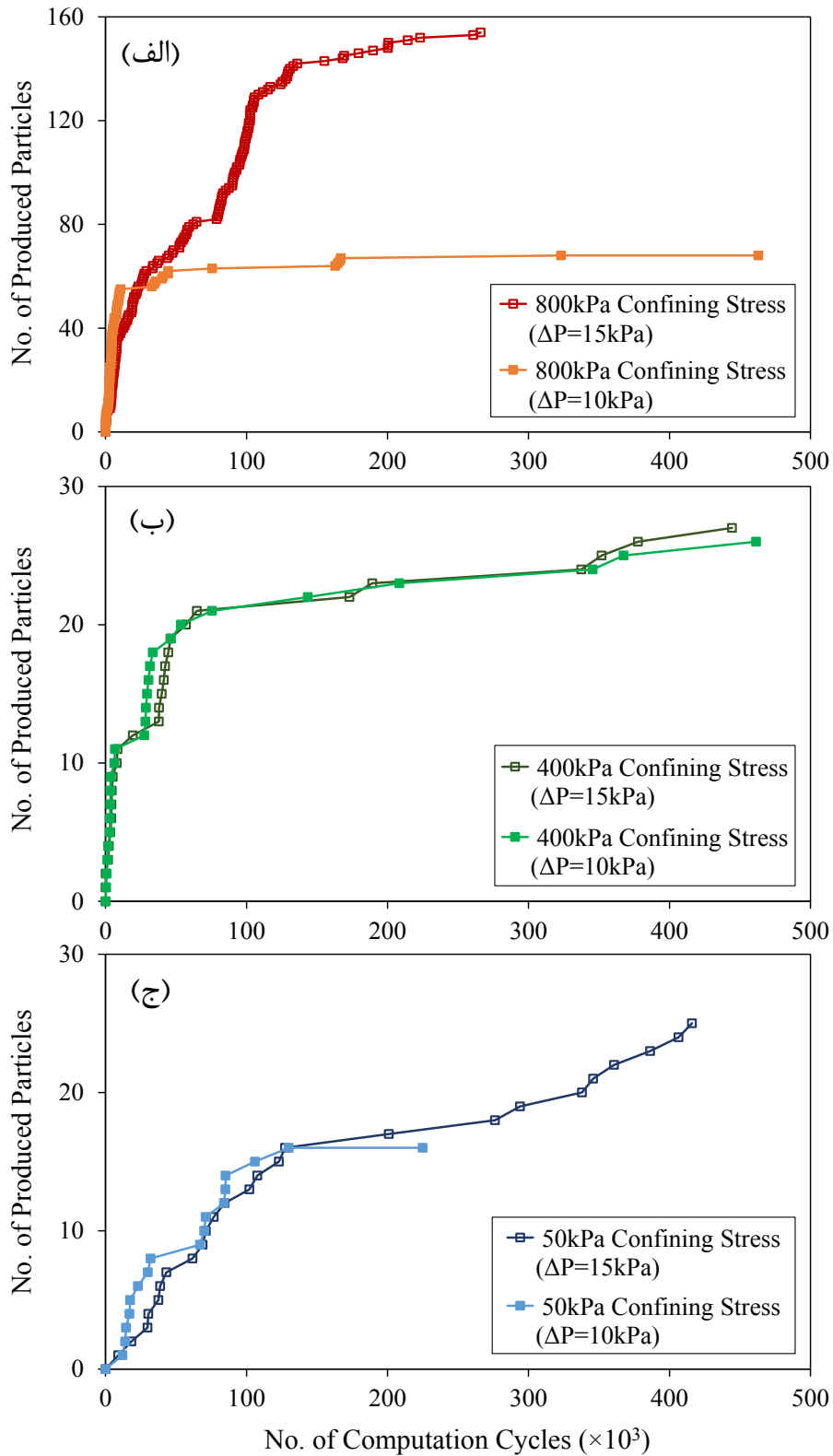
بر اساس نمودارهای نشان داده شده می‌توان بیان نمود که افزایش اختلاف فشار سیال در سطوح تنش کم، تأثیر قابل توجهی بر تولید ماسه ندارد (شکل ۱۳ ب و ج). اما در تنش‌های همه جانبه‌ی بالا (مانند ۸۰۰ kPa در شکل ۱۳ الف)، افزایش اختلاف فشار سیال از ۱۰ kPa به ۱۵ kPa سبب افزایش شدید تعداد ذرات فرسایش یافته می‌شود. در این مطالعه، در تنش همه جانبه‌ی ۸۰۰ kPa، افزایش ۵۰ درصدی فشار سیال، تعداد ذرات تولید شده را بیش از دو برابر افزایش داد. برخی از مطالعات آزمایشگاهی [۴۵ و ۱۰] نیز به طور مشابه نتیجه گرفته‌اند که علی‌رغم عدم وابستگی نرخ تولید ماسه به دبی جریان سیال در سطوح تنش پایین، در سطوح تنش بالا مقدار ماسه تولیدی وابستگی زیادی به تغییرات دبی (فشار) جریان سیال دارد. افزایش وابستگی تولید ماسه به جریان سیال در سطوح تنش بالا بدان معناست که در گمانه‌ها و چاه‌های عمیق‌تر، کنترل افت فشار (و در نتیجه دبی جریان) سیال اهمیت بیشتری پیدا کرده و برای مهار تولید ماسه، جریان سیال باید به دقت بررسی و کنترل گردد.

بررسی دقیق‌تر شکل ۱۳ نشان می‌دهد که در تمام سطوح تنش، افزایش اختلاف فشار سیال سبب کاهش جزئی تعداد ذرات تولید شده در ابتدای مدل‌سازی می‌شود. دلیل این پدیده، تسریع تشکیل کمان ماسه‌ای در ابتدای مدل‌سازی به دلیل متراکم شدن ذرات دانه‌ای مجاور حفره تحت تأثیر افزایش

ماسه در سایر سیکل‌های محاسباتی و سایر تنش‌های همه جانبه با این مقدار نرمال شده است. باید توجه نمود که نرخ تولید ذرات در این پژوهش، مشابه مطالعه‌ی سیدآتشی و همکاران [۲۵]، برحسب مقدار جرم ماسه‌ی فرسایش یافته در واحد زمان (گرم بر ثانیه)، و برای سه تنش همه جانبه‌ی متفاوت محاسبه شده است. مطابق شکل ۱۲، با افزایش تنش همه جانبه، نرخ تولید ماسه نیز افزایش می‌یابد. البته همان‌گونه که پیش‌تر بیان شد، با گذشت زمان و افزایش تعداد سیکل‌های محاسباتی، به دلیل تشکیل کمان ماسه‌ی پایدار در اطراف حفره‌ی مرکزی چاه، نرخ تولید ماسه در تمام نمونه‌ها کاهش می‌یابد. علی‌رغم تفاوت مقدار تنش‌های همه جانبه در مطالعه‌ی حاضر و پژوهش سیدآتشی و همکاران [۲۵]، انطباق کیفی مناسبی میان نتایج این دو مطالعه وجود داشته و مدل ارائه شده پیش‌بینی مناسبی از تولید ماسه در ماسه سنگ‌های تحکیم نیافته ارائه می‌کند.

#### ۵-۳- بررسی اثر فشار جریان سیال بر مقدار تولید ماسه

شکل ۱۳ تعداد ذرات فرسایش یافته در نمونه‌های گوناگون را تحت مقادیر متفاوت فشار سیال و تنش همه جانبه نشان می‌دهد. هدف از ارائه‌ی این شکل، بررسی تأثیر افت فشار سیال (اختلاف فشار سیال میان ورودی و خروجی جریان) بر شدت تولید ماسه و مقدار ذرات فرسایش یافته است.



شکل ۱۳. نمودار تغییرات مقدار ذرات تولید شده برای مقادیر گوناگون فشار سیال تحت تنش همه جانبه‌ی: (الف) ۸۰۰ kPa، (ب) ۴۰۰ kPa، (ج) ۵۰ kPa

Fig. 13. Number of produced particles vs computational cycles for different values of pressure drawdown under a) 50kPa, b) 400kPa, and c) 800kPa confining stress

با قطری بزرگ‌تر جایگزین آن می‌شود.

۵- علی‌رغم تأثیر اندک مقدار فشار سیال بر تولید ماسه در سطوح تنش کم، افزایش اختلاف فشار سیال در تنش‌های بالا تأثیر زیادی بر تولید ماسه دارد. برای مثال، افزایش ۵۰ درصدی افت فشار سیال سبب افزایش تعداد ذرات فرسایش یافته تا بیش از دو برابر مقدار اولیه شد. بنابراین برای کنترل تولید ماسه در چاه‌های نفت عمیق، گرادیان فشار سیال باید به دقت بررسی و محدود گردد.

### تشکر و قدردانی

بخشی از محاسبات این پژوهش در مرکز محاسبات سنگین دانشگاه فردوسی مشهد انجام شده است که بدین وسیله تشکر می‌گردد.

### منابع

- [1] A. Younessi, V. Rasouli, B. Wu, Sand production simulation under true-triaxial stress conditions, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 61 (2013) 130-140
- [2] J. Tronvoll, E. Papamichos, A. Skjaerstein, F. Sanfilippo, Sand production in ultra-weak sandstones: Is sand control absolutely necessary?, in: *Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference*, Society of Petroleum Engineers, Rio de Janeiro, Brazil, 1997.
- [3] I.C. Walton, D.C. Atwood, P.M. Halleck, L.C. Bianco, *Perforating Unconsolidated Sands: An Experimental and Theoretical Investigation*, SPE Drilling & Completion, 17(03) (2002) 141-150
- [4] A.R. Younessi Sinaki, Sand production simulation under true-triaxial stress conditions, Curtin University, 2012.
- [5] D. Garolera, I. Carol, P. Papanastasiou, Micromechanical analysis of sand production, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 43(6) (2019) 1207-1229
- [6] A. Acock, T. ORourke, D. Shirmboh, J. Alexander, G. Andersen, T. Kaneko, A. Venkitaraman, J. López-de Cárdenas, M. Nishi, M. Numasawa, Practical approaches to sand management, *Oilfield Rev*, 16(1) (2004) 10-27
- [7] B. Cook, D. Boutt, O. Strack, J. Williams, S. Johnson, DEM-Fluid model development for near-wellbore

سرعت جریان سیال است. این پدیده در برخی مطالعات آزمایشگاهی [۴۷ و ۴۶] نیز مشاهده شده و «فشرده‌گی» ذرات نمونه عامل کاهش تولید ماسه معرفی شده است. باید توجه نمود، علی‌رغم کاهش تعداد ذرات فرسایش یافته در ابتدای آزمایش، با پیشرفت آزمایش مطابق آنچه پیش‌تر بیان شد، افزایش فشار سیال سبب افزایش تولید ماسه خصوصاً در مراحل انتهایی مدل‌سازی می‌شود.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه به توسعه‌ی برنامه‌ی کامپیوتری همبسته‌ی روش اجزای مجزا و روش شبکه‌ی بولتزمن، جهت شبیه‌سازی ریز مقیاس مدل تولید ماسه در شرایط دو بعدی پرداخته شد. برنامه‌ی توسعه یافته با شبیه‌سازی فرآیند تهنشینی یک ذره تحت اثر وزن خودش و مقایسه‌ی نتایج با مطالعات پیشین صحت‌سنجی گردید. پس از تأیید درستی و دقت این برنامه، پدیده‌ی تولید ماسه در شرایطی مشابه با شرایط آزمون استوانه‌ی جدار ضخیم به صورت عددی مدل‌سازی گردید. پس از ایجاد تعدادی از ذرات در مجموعه‌ی دایروی و سپس تراکم اولیه‌ی آن، حفره‌ی در مرکز مجموعه ایجاد گردید. سپس نمونه تحت تأثیر سه تنش همه‌جانبه‌ی گوناگون قرار گرفته و جریان شعاعی سیال از خارج به داخل (از محیط مجموعه ذرات به سمت مرکز حفره) برقرار گردید. تأثیر همزمان تنش‌های همه‌جانبه و نیروی وارده بر ذرات جامد از سوی سیال سبب جدایش و فرسایش برخی از آن‌ها از مجموعه‌ی ذرات می‌شود. پس از بررسی نتایج و نمودارهای حاصل از مدل ریز مقیاس عددی، نتایج زیر به دست آمد:

۱- علی‌رغم سادگی مدل‌های دو بعدی و ضرورت تعریف پارامترهایی مانند ضریب شعاع هیدرولیکی برای امکان عبور جریان سیال، این مدل‌ها توانایی مناسبی در شبیه‌سازی پدیده‌ی تولید ماسه و شناسایی عوامل مؤثر بر آن دارد.

۲- با افزایش مقدار تنش همه‌جانبه، مقدار ماسه‌ی تولیدی و همچنین نرخ تولید ماسه افزایش می‌یابد.

۳- پس از طی چند سیکل از شروع تولید ماسه، به دلیل تشکیل کمان ماسه‌ی پایدار در اطراف حفره‌ی مرکزی چاه، نرخ تولید ماسه در نمونه‌ها با تنش‌های همه‌جانبه‌ی گوناگون کاهش می‌یابد.

۴- با افزایش مقدار تنش همه‌جانبه، معمولاً کمان ماسه‌ی اولیه از بین رفته، پس از افزایش شدید تولید ماسه در زمانی محدود، کمان ماسه‌ی جدید

- LBM-DEM coupling approach and its application in modeling episodic sand production in borehole, *Petroleum*, (2016)
- [18] K.I.-I. Eshiet, D. Yang, Y. Sheng, Computational study of reservoir sand production mechanisms, *Geotechnical Research*, 6(3) (2019) 177-204
- [19] M. Bruno, C. Bovberg, R. Meyer, Some influences of saturation and fluid flow on sand production: laboratory and discrete element model investigations, in: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Society of Petroleum Engineers, Denver, Colorado, 1996.
- [20] R.I. O'Connor, J.R. Torczynski, D.S. Preece, J.T. Klosek, J.R. Williams, Discrete element modeling of sand production, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(3) (1997) 231. e231-231. e215
- [21] L. Li, E. Papamichos, P. Cerasi, Investigation of sand production mechanisms using DEM with fluid flow, in: *Eurock 2006: Multiphysics coupling and long term behaviour in rock mechanics: Proceedings of the International Symposium of the International Society for Rock Mechanics*, Taylor & Francis, Liege, Belgium, 2006, pp. 241-247.
- [22] D.F. Boutt, B.K. Cook, J.R. Williams, A coupled fluid-solid model for problems in geomechanics: Application to sand production, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35(9) (2011) 997-1018
- [23] N. Climent, M. Arroyo, C. O'Sullivan, A. Gens, Sand production simulation coupling DEM with CFD, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 18(9) (2014) 983-1008
- [24] Y. Cui, A. Nouri, D. Chan, E. Rahmati, A new approach to DEM simulation of sand production, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 147 (2016) 56-67
- [25] M. Seyed Atashi, K. Goshtasbi, R. Basirat, The Effect of Confining Pressure on the Sand Production in Hydrocarbon Reservoirs by Using Discrete Element Method, *JOURNAL OF ROCK MECHANICS*, 1(1) (2017) 102.(in Persian).
- mechanics, in: *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, Kyoto, Japan, 2004, pp. 301 -309.
- [8] M. Wang, Y.T. Feng, T. Zhao Ting, Y. Wang, Modelling of sand production using a mesoscopic bonded particle lattice Boltzmann method, *Engineering Computations*, 36(2) (2019) 691-706
- [9] E. Fjær, R.M. Holt, A. Raaen, R. Risnes, P. Horsrud, *Petroleum related rock mechanics*, 2 ed., Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 2008.
- [10] V. Fattahpour, M. Moosavi, M. Mehranpour, An experimental investigation on the effect of rock strength and perforation size on sand production, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 86-87 (2012) 172-189
- [11] C. Hall Jr, W. Harrisberger, Stability of sand arches: a key to sand control, *Journal of Petroleum Technology*, 22(07) (1970) 821-829
- [12] D. Tippie, C. Kohlhaas, Effect of flow rate on stability of unconsolidated producing sands, in: *Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME*, Society of Petroleum Engineers, Las Vegas, Nevada, 1973.
- [13] K. Yim, M. Dusseault, L. Zhang, Experimental study of sand production processes near an orifice, in: *Rock Mechanics in Petroleum Engineering*, Society of Petroleum Engineers, Delft, Netherlands, 1994.
- [14] J. Tronvoll, N. Morita, F. Santarelli, Perforation cavity stability: comprehensive laboratory experiments and numerical analysis, in: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Society of Petroleum Engineers, Washington, D.C., 1992.
- [15] J. Tronvoll, A. Skj, E. Papamichos, Sand production: mechanical failure or hydrodynamic erosion?, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(3-4) (1997) 291. e291-291. e217
- [16] E. Papamichos, I. Vardoulakis, J. Tronvoll, A. Skjaerstein, Volumetric sand production model and experiment, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 25(8) (2001) 789-808
- [17] Y. Han, P. Cundall, Verification of two-dimensional

- [37] F. Lominé, L. Scholtès, L. Sibille, P. Poullain, Modeling of fluid–solid interaction in granular media with coupled lattice Boltzmann/discrete element methods: application to piping erosion, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(6) (2013) 577-596
- [38] D. Noble, J. Torczynski, A lattice-Boltzmann method for partially saturated computational cells, *International Journal of Modern Physics C*, 9(08) (1998) 1189-1201
- [39] D.R.J. Owen, C.R. Leonardi, Y.T. Feng, An efficient framework for fluid–structure interaction using the lattice Boltzmann method and immersed moving boundaries, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 87(1-5) (2011) 66-95
- [40] M. Otsubo, C. O’Sullivan, T. Shire, Empirical assessment of the critical time increment in explicit particulate discrete element method simulations, *Computers and Geotechnics*, 86 (2017) 67-79
- [41] J. Feng, H.H. Hu, D.D. Joseph, Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid Part 1. Sedimentation, *Journal of Fluid Mechanics*, 261(-1) (1994) 95-134
- [42] T. Tang, P. Yu, X. Shan, H. Chen, J. Su, Investigation of drag properties for flow through and around square arrays of cylinders at low Reynolds numbers, *Chemical Engineering Science*, 199 (2019) 285-301
- [43] B. Zhao, C.W. MacMinn, B.K. Primkulov, Y. Chen, A.J. Valocchi, J. Zhao, Q. Kang, K. Bruning, J.E. McClure, C.T. Miller, A. Fakhari, D. Bolster, T. Hiller, M. Brinkmann, L. Cueto-Felgueroso, D.A. Cogswell, R. Verma, M. Prodanović, J. Maes, S. Geiger, M. Vassvik, A. Hansen, E. Segre, R. Holtzman, Z. Yang, C. Yuan, B. Chareyre, R. Juanes, Comprehensive comparison of pore-scale models for multiphase flow in porous media, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 116(28) (2019) 13799
- [44] T. Perkins, J. Weingarten, Stability and failure of spherical cavities in unconsolidated sand and weakly consolidated rock, in: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Society of Petroleum Engineers, 1988.
- [26] B.K. Cook, A numerical framework for the direct simulation of solid-fluid systems, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [27] B.K. Cook, D.R. Noble, J.R. Williams, A direct simulation method for particle-fluid systems, *Engineering Computations*, 21(2/3/4) (2004) 151-168
- [28] A. Ghassemi, A. Pak, Numerical simulation of sand production experiment using a coupled Lattice Boltzmann–Discrete Element Method, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 135 (2015) 218-231
- [29] P. Cundall, A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems, in: *Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics*, International Society for Rock Mechanics (ISRM), Nancy, France, 1971.
- [30] P.A. Cundall, O.D. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, 29(1) (1979) 47-65
- [31] T.G. Sitharam, Numerical simulation of particulate materials using discrete element modelling, *Current Science*, 78(7) (2000) 876-886
- [32] T. Krüger, H. Kusumaatmaja, A. Kuzmin, O. Shardt, G. Silva, E.M. Vigen, *The lattice Boltzmann method*, Springer International Publishing, 10 (2017) 978-973
- [33] S. Honari, E. Seyedi Hosseininia, Particulate Modeling of Sand Production Using Coupled DEM-LBM, *Energies*, 14(4) (2021) 906
- [34] P.L. Bhatnagar, E.P. Gross, M. Krook, A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical review*, 94(3) (1954) 511
- [35] M.C. Sukop, D.T. Thorne, *Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers*, Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [36] Y.T. Feng, K. Han, D.R.J. Owen, Coupled lattice Boltzmann method and discrete element modelling of particle transport in turbulent fluid flows: Computational issues, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 72(9) (2007) 1111-1134

- Sandstone Reservoir in a Deepwater Gas Field, Journal of Energy Resources Technology, 141(9) (2019)
- [47] Y. Xiong, H. Xu, Y. Wang, W. Zhou, C. Liu, L. Wang, Fluid flow with compaction and sand production in unconsolidated sandstone reservoir, Petroleum, 4(3) (2018) 358-363
- [45] E. Papamichos, I. Vardoulakis, J. Tronvoll, A. Skjærstein, Volumetric sand production model and experiment, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 25(8) (2001) 789-808
- [46] F. Deng, C. Yan, S. Jia, S. Chen, L. Wang, L. He, Influence of Sand Production in an Unconsolidated

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Honari, E. Seyedi Hosseininia, Numerical Simulation of Sand Production Using Coupled DEM-LBM, Amirkabir J. Civil Eng., 54(1) (2022) 53-74.

DOI: [10.22060/ceej.2021.18019.6739](https://doi.org/10.22060/ceej.2021.18019.6739)



