Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(8) (2021) 1059-1062
DOI: 10.22060/mej.2021.18964.6929

Nonlinear Vibrations of Graphene Reinforced Pipes Conveying Fluid

R. Khodabakhsh *, A. R. Saidi, R. Bahaadini

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

ABSTRACT: In this study, nonlinear vibrations of simply-supported pipes conveying fluid made of multilayer graphene reinforced composite materials have been investigated analytically and based on the Euler-Bernoulli beam theory. The constituent layers of the pipe wall thickness are considered to be made of polymer and graphene platelets and the reinforcing graphene platelets are varied by layers in the pipe wall thickness direction. Four different patterns for distribution of reinforcing graphene platelets, large deformations, and Von-Karman nonlinear strain field are considered. The nonlinear governing equations are derived by the Hamilton principle, they are converted to the ordinary differential equations by the Galerkin method and then are solved analytically using the homotopy analysis method. The variations of the first nonlinear natural frequency of the system with respect to the variation of initial amplitude, fluid velocity, fluid density, pipe length, and also time response of the nonlinear vibrations of the system are presented for different distribution patterns V, X, O and U of the graphene platelets. The results show that the first nonlinear natural frequency of the system for all distribution patterns of graphene platelets is decreased by an increase of pipe length, fluid velocity, and density but increasing the initial amplitude increases the first nonlinear natural frequency and also the distribution pattern V has the highest nonlinear frequency comparing with the other distribution patterns.

Review History:

Received: Sep. 07, 2020
Revised: Jun. 01, 2021
Accepted: Jun. 19, 2021
Available Online: Jul. 07, 202

Keywords:

Pipes conveying fluid
Nonlinear vibrations
Homotopy analysis method
Functionally graded materials
Graphene platelets

1. INTRODUCTION

Fluid-structure interaction represents the interaction of the structures and fluid flow forces. Pipes conveying fluid are one of the most important structures which are studied in the field of fluid-structure interactions, they are used in different engineering applications such as gas and oil transportation lines, heat exchangers, nuclear reactors, and pipes transferring fluid in boilers [1].

Linear and nonlinear vibrations of pipes conveying fluid have been widely investigated in recent years. Paidoussis and Semler [2], studied the nonlinear dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe with intermediate spring support. Post-buckling behavior and nonlinear vibration analysis of a fluid-conveying Functionally Graded Material (FGM) pipe were investigated by Tang and Yang [3]. Nonlinear vibration and post-buckling of Functionally Graded (FG) pipes conveying fluid by considering the rotary inertia and shear deformation effects was analytically studied by Khodabakhsh et al. [4].

Based on reviewed studies, nonlinear vibrations of pipes conveying fluid made of multilayer graphene reinforced composite materials have not been analytically investigated before and the effects of this new composite material on the nonlinear frequency and time response diagrams have not been specified. Therefore, in this study nonlinear vibrations of pipes conveying fluid made of multilayer composite material reinforced by graphene platelets based on the Euler-Bernoulli beam theory are investigated.

2. METHODOLOGY

2.1. Graphene reinforced pipe conveying fluid model

The fluid conveying pipe in this study consists of several polymer layers which are reinforced by graphene platelets as shown in Fig. 1.

2.2. Governing equations

A simply-supported uniform polymer pipe conveying fluid reinforced by graphene platelets is considered as shown in Fig. 2.

Considering large deformation, Euler-Bernoulli beam theory, and applying Von-Karman nonlinear strain field, the longitudinal strain component is introduced as Ref. [3]:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \tag{1}$$

*Corresponding author's email: rasoul.khodabakhsh20@yahoo.com

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

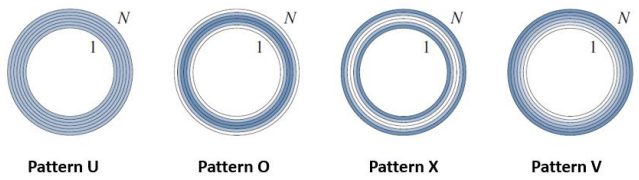


Fig. 1. Four different distribution patterns of the graphene platelets along with the thickness of the pipe

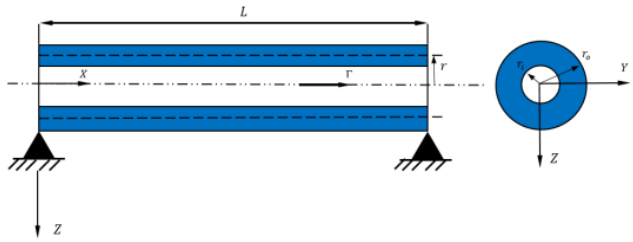


Fig. 2. Simply-supported polymer pipe conveying fluid reinforced by graphene platelets

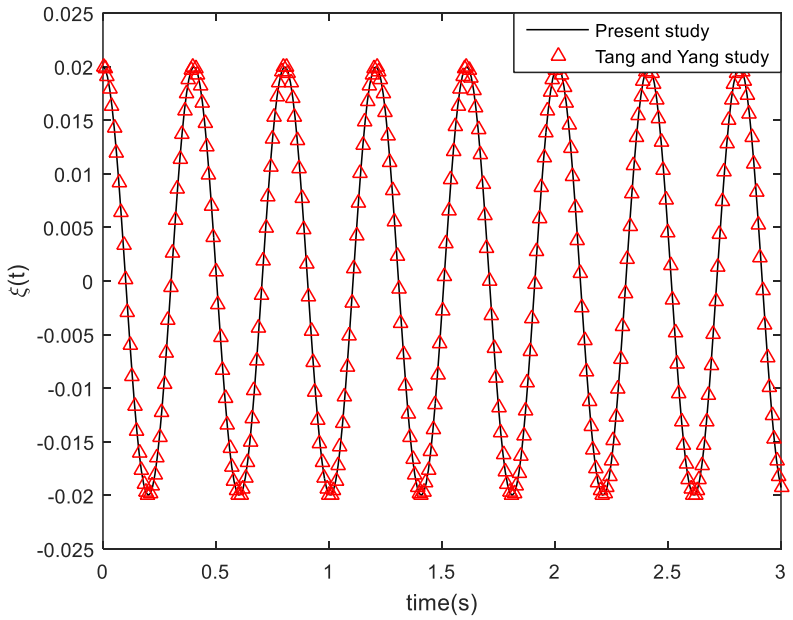


Fig. 3. Comparison of the time response of vibration of pipe conveying fluid with the results of reference [3].

By assuming transverse vibration, limited stretching, and using Hamilton's principle, the nonlinear governing equation of motion is obtained as:

$$\begin{aligned}&\left(m_f+m_p\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)+2m_f\Gamma\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}\\&+m_f\Gamma^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\left(EI\right)^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}-P_0\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\\&-\frac{\left(EA\right)^*}{2L}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\int_0^L\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx=0\end{aligned}\tag{2}$$

2.3. Nonlinear vibration

Galerkin procedure is used to discretize the nonlinear equation of motion and then the closed-form expressions for the nonlinear frequency and time response of the vibration are obtained by using the homotopy analysis method as below:

$$\omega_{nl}=\frac{1}{2}\left\{4\left[\frac{\left(EI\right)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4+\left(P_0-m_f\Gamma^2\right)\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{m_p+m_f}\right]+3a^2\left[\frac{\left(EA\right)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4\left(m_p+m_f\right)}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\xi\left(t\right)=a\cos\left(\omega_{nl}t\right)\\&+\frac{a^3}{32\omega_{nl}^2}\left(\cos\left(\omega_{nl}t\right)-\cos\left(3\omega_{nl}t\right)\right)\left[\frac{\left(EA\right)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4\left(m_p+m_f\right)}\right]\end{aligned}\tag{4}$$

Table 1. Geometrical and physical properties of the pipe and conveying fluid

Parameter	Notation	Value
Length of the pipe	L	10m
Inner radius	r_i	0.08m
Outer radius	r_o	0.1m
Initial axial tension	P_0	−20N
Density of the fluid	ρ_f	$1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Fluid velocity	Γ	$100\frac{\text{m}}{\text{s}}$

3. RESULTS AND DISCUSSION

In order to validate the results of this study, a simply-supported pipe conveying fluid without reinforcing graphene platelets is considered and the time response of vibration is compared with those obtained by Tang and Yang [3] in Fig. 3 and the results show a good agreement.

The geometrical and physical properties of the graphene reinforced pipe conveying fluid are considered based on Table 1.

The effects of increases in the fluid velocity on the first nonlinear natural frequency are demonstrated in Fig. 4. As can be seen from Fig. 4, the first nonlinear natural frequency is decreased by the increase of the fluid velocity, and pattern V predicts higher nonlinear frequencies in comparison with the other patterns.

Fig. 5 illustrates that increasing the weight fraction of the graphene increases the frequency of the vibration.

4. CONCLUSIONS

In this study, the analytical solution of nonlinear vibration of the pipes conveying fluid made of multilayer graphene reinforced composite materials has been investigated. Four different graphene distribution patterns are considered in the pipe wall thickness direction.

The results show that increasing the length of the pipe, velocity, and density of the fluid decreases the first nonlinear natural frequency of the vibration for all graphene distribution patterns, and also all distribution patterns predict approximately the same nonlinear frequencies when the length of the pipe is increasing.

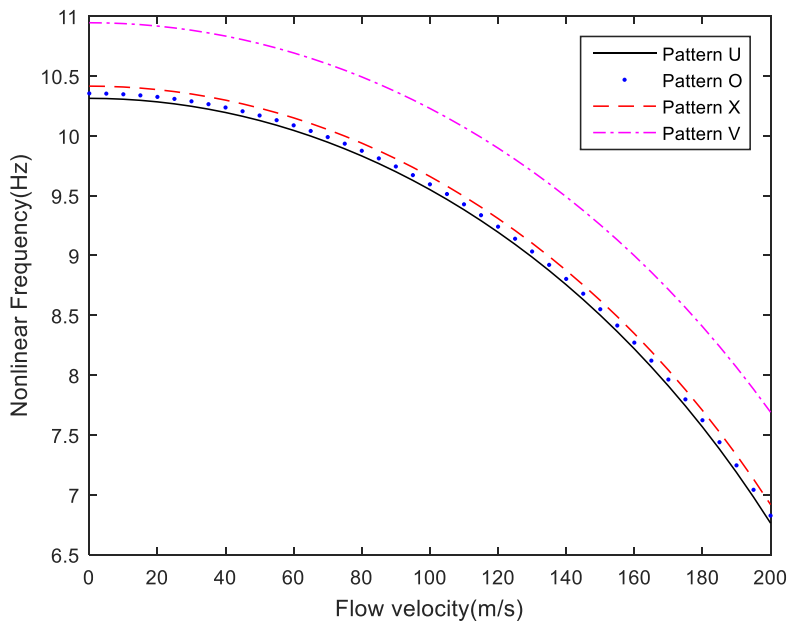


Fig. 4. The first nonlinear natural frequency of the graphene reinforced pipe conveying fluid in terms of the fluid velocity for the different graphene distribution patterns

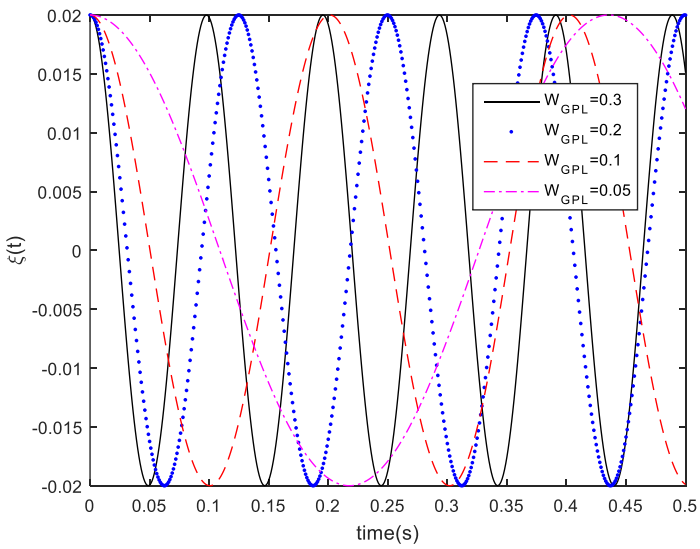


Fig. 5. Comparison of the time response of the nonlinear vibration of pipe conveying fluid made of multilayer composite materials reinforced by graphene platelets for the different graphene weight fractions (pattern V).

REFERENCE

[1] R. Ibrahim, Overview of mechanics of pipes conveying fluids—Part I: Fundamental studies, Journal of Pressure Vessel Technology, 132(3) (2010) 034001.

[2] M. Paıdoussis, C. Semler, Nonlinear dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe with an intermediate spring support, Journal of Fluids and Structures, 7(3) (1993) 269-298.

[3] Y. Tang, T. Yang, Post-buckling behavior and nonlinear vibration analysis of a fluid-conveying pipe composed of functionally graded material, Composite Structures, 185 (2018) 393-400.

[4] R. Khodabakhsh, A.R. Saidi, R. Bahaadini, An analytical solution for nonlinear vibration and post-buckling of functionally graded pipes conveying fluid considering the rotary inertia and shear deformation effects, Applied Ocean Research, 101 (2020) 102277.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

R. Khodabakhsh, A. R. Saidi, R. Bahaadini, Nonlinear Vibrations of Graphene Reinforced Pipes Conveying Fluid, Amirkabir J. Mech Eng., 53(8) (2021) 1059-1062.

DOI: 10.22060/mej.2021.18964.6929

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۸، سال ۱۴۰۰، صفحات ۴۴۸۳ تا ۴۵۰۰
DOI: 10.22060/mej.2021.18964.6929

ارتعاشات غیرخطی لوله‌های حامل سیال تقویت شده با گرافن

رسول خدابخش* ، علیرضا سعیدی، رضا بهاالدینی

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

خلاصه: در این مطالعه ارتعاشات غیرخطی لوله‌های حامل سیال از جنس مواد مرکب چند لایه تقویت شده با صفحات گرافن با تکیه‌گاه ساده در دو انتها و بر اساس مدل تیر اویلر-برنولی به صورت تحلیلی مورد تحقیق قرار گرفته است. لایه‌های تشکیل‌دهنده دیواره لوله به صورت ترکیبی از مواد پلیمری و صفحات گرافن در نظر گرفته شده و میزان تقویت‌کنندگی صفحات گرافن به صورت لایه‌ای در جهت ضخامت دیواره لوله تغییر می‌کند. چهار الگوی مختلف توزیع صفحات تقویت‌کننده گرافن در راستای ضخامت لوله، تغییر شکل‌های بزرگ و میدان کرنش غیرخطی ون-کارمن در نظر گرفته شده است. معادلات غیرخطی حاکم به کمک اصل هامیلتون استخراج، با روش گالرکین به معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و با روش تحلیلی آنالیز هوموتوپی حل می‌گردد. تغییرات اولین فرکانس طبیعی غیرخطی سیستم بر حسب تغییرات دامنه اولیه، سرعت سیال عبوری، چگالی سیال عبوری و طول لوله و همچنین پاسخ زمانی ارتعاشات غیرخطی سیستم برای الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن شامل O، X، V و U ارائه و مورد تحلیل قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد اولین فرکانس طبیعی غیرخطی سیستم برای تمامی الگوهای توزیع صفحات گرافن با افزایش سرعت سیال، چگالی سیال و همچنین طول لوله، کاهش یافته اما با افزایش دامنه اولیه سیستم افزایش می‌یابد و همچنین الگوی توزیع V طی تغییر پارامترهای مورد بررسی بیشترین فرکانس غیرخطی را نسبت به سه الگوی توزیع دیگر دارا می‌باشد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۱۷
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۲۹
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۴/۱۶

کلمات کلیدی:
لوله‌های حامل سیال
ارتعاشات غیرخطی
روش آنالیز هوموتوپی
مواد مدرج تابعی
صفحات گرافن.

۱- مقدمه

اندرکنش سیال-سازه[1] بیانگر اثر متقابل نیروهای سازه‌ای و نیروهای ناشی از جریان سیال می‌باشد. یکی از ساختارهای مهم مورد بررسی در حوزه اندرکنش سیال-سازه، لوله‌های حامل سیال می‌باشند که کاربردهای وسیعی در علوم مختلف مهندسی دارند؛ از جمله این کاربردها می‌توان به خطوط انتقال نفت و گاز، مبدل‌های حرارتی، لوله‌های سوخت‌گیری هوایی، راکتورهای هسته‌ای، لوله‌های انتقال سیال در بویلرها و ... اشاره کرد. مطالعه ارتعاشات لوله‌های حامل سیال از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است چرا که تجربه نشان داده است ارتعاشات بیش از حد این لوله‌ها موجب خرابی ماشین آلات، سوراخ شدن لوله‌ها، شکست خستگی، سر و صدای زیاد، آتش‌سوزی و انفجار می‌شود [۱]. در سالیان اخیر مطالعات متعددی بر روی ارتعاشات خطی [۸-۲] و غیرخطی لوله‌های حامل سیال انجام شده است. پایدوسیس و سملر [۹] ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال با تکیه‌گاه فنر میانی را مورد مطالعه قرار دادند. مانپراپوسورن و همکاران [۱۰] تغییر شکل‌های بزرگ شعاعی-محوری لوله‌های انعطاف‌پذیر حامل جریان را تحلیل کردند. دینامیک غیرخطی لوله‌های منحنی حامل سیال تحت قیود محدود کننده حرکت و تحریک هارمونیک توسط لین و کیائو [۱۱] مورد بررسی قرار گرفت. مدرس-صادقی و پایدوسیس [۱۲] دینامیک غیرخطی و رفتار پس از دیورژانس لوله‌های حامل جریان با تکیه‌گاه ثابت در دو انتها را مورد تحقیق قرار دادند. پاسخ ارتعاشات اجباری لوله حامل سیال با تکیه‌گاه ساده

1 Fluid structure interaction

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: rasoul.khodabakhsh20@yahoo.com

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

در دو انتها تحت تشدید داخلی ۳ به ۱ برای اولین بار توسط مائو و همکاران [۱۳] مورد تحلیل قرار گرفت. پنگ و همکاران [۱۴] با در نظر گرفتن لوله حامل سیال با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در دو انتها، دینامیک غیرخطی این لوله‌ها را تحت قیود محدود کننده حرکت به صورت دو بعدی مطالعه کردند. تان و همکاران [۱۵] فرکانس‌های غیرخطی و پاسخ ارتعاشات اجباری لوله‌های حامل سیال را بر اساس مدل تیر تیموشنکو به دست آوردند. عبدالبکی و همکاران [۱۶] مدلی غیرخطی از یک لوله تحت سیال داخلی و خارجی را مورد مطالعه قرار داده و دریافتند که این مدل، فرکانس‌های ارتعاشات را دقیق‌تر از تئوری خطی ارائه می‌دهد. دینامیک غیرخطی لوله‌های حامل سیال با شرایط مرزی یک انتها آزاد و یک انتها تکیه‌گاه متحرک، توسط خیری [۱۷] مورد تحقیق و پژوهش قرار گرفتند. دینامیک غیرخطی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال واقع در جریان عرضی خارجی یکنواخت را شاهعلی و همکاران [۱۸] مورد تحلیل قرار دادند.

در مطالعات مرور شده فوق لوله حامل سیال از یک ماده یکنواخت تشکیل شده است. مواد مدرج تابعی دارای ویژگی تغییر پیوسته و آرام در ترکیب و خصوصیات مادی در یک یا چند جهت می‌باشند. این مواد با توجه به خصوصیاتی که دارند برای کاربرد در نواحی مختلف و شرایط کاری متفاوت مناسب می‌باشند، از این رو تعداد زیادی از محققان از خصوصیات این مواد در مطالعه ارتعاشات غیرخطی لوله‌های حامل سیال بهره برده و لوله را از جنس مواد مدرج تابعی در نظر گرفتند. تانگ و یانگ [۱۹] ارتعاشات غیرخطی و رفتار پس از کمانش لوله حامل جریان ساخته شده از مواد مدرج تابعی را مورد مطالعه قرار دادند. رفتار غیرخطی تشدید-گرمایی لوله‌های مدرج تابعی حامل سیال توسط دهرویه-سمنانی و همکاران [۲۰] مورد بررسی قرار گرفت. ردی و همکاران [۲۱] دینامیک غیرخطی یک لوله مدرج تابعی شیب‌دار حامل سیال ضربانی داغ را تحلیل و بررسی کردند. حل تحلیلی ارتعاشات غیرخطی و رفتار پس از کمانش لوله‌های مدرج تابعی حامل جریان با در نظر گرفتن تاثیرات اینرسی چرخشی و تغییر شکل برشی توسط خدابخش و همکاران [۲۲] مورد مطالعه قرار گرفت.

گرافن و مشتقات آن بطور گسترده‌ای به عنوان تقویت‌کننده برای بالا بردن عملکرد مواد مرکب پلیمری مورد استفاده قرار می‌گیرند. این امر موجب شده است این مواد مرکب جدید با استفاده از خصوصیات فوق‌العاده تقویت‌کننده‌های گرافن و ضمن حفظ مزیت‌های ماده پلیمر مثل تغییر شکل زیاد، قابلیت کشش و سازگاری زیستی و شیمیایی خوب، خواص فیزیکی و مکانیکی بسیار بهتری نسبت به مواد پلیمری داشته باشند [۲۳ و ۲۴]. یک نمونه از این مواد مرکب جدید، مواد مرکب تقویت شده با صفحات گرافن[1] بوده که در سالیان اخیر توجه محققان زیادی را به خود جلب کرده است، به طوری که تحلیل ارتعاشات تیرها [۲۷-۲۵]، تیغه‌ها [۲۸]، ورق‌ها [۳۱-۲۹] و پوسته‌های [۳۲ و ۳۳] ساخته شده از مواد مرکب تقویت شده با صفحات گرافن از جمله موضوعات مورد علاقه محققان در تحقیقات اخیر بوده است.

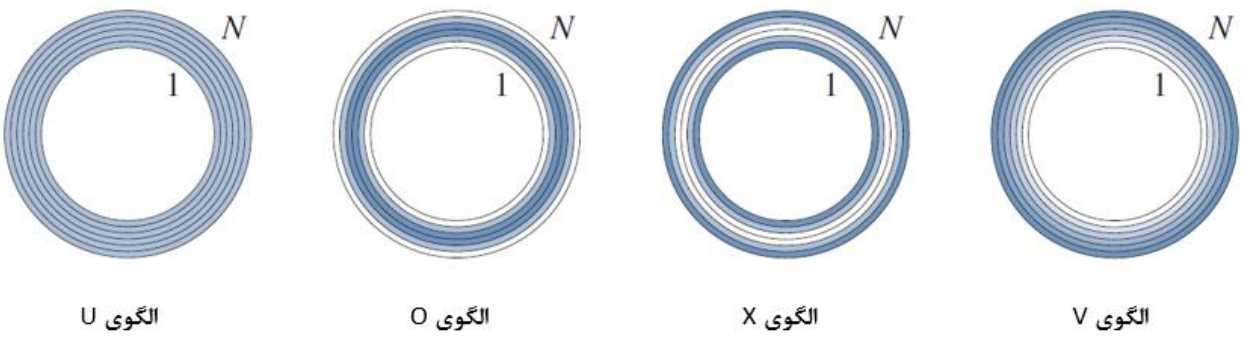
ساخت مواد پلیمری تقویت شده با گرافن قابل دستیابی بوده (جزئیات آن در مرجع [۳۴] تشریح گردیده است) و یکی از کاربردهای مهم این مواد در لوله‌های پلیمری تقویت شده (با نانو لوله‌های کربن و یا نانو صفحات گرافن) می‌باشد که در سیستم‌های آبیاری، خطوط انتقال آب، نفت، گاز و یا هر کاربرد مهندسی پیشرفته‌ای که به لوله‌ای با وزن کم، مقاومت مکانیکی بالا و مقاوم در برابر زنگ‌خوردگی نیاز باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرند [۳۵].

با توجه به مطالعات مرور شده، تا کنون ارتعاشات غیرخطی لوله‌های حامل سیال از جنس مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن مورد مطالعه قرار نگرفته است و تأثیر این مواد مرکب جدید بر فرکانس‌های غیرخطی و پاسخ زمانی ارتعاشات غیرخطی لوله‌های حامل سیال مشخص نشده است. در این تحقیق ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال ساخته شده از جنس مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن با تکیه‌گاه ساده در دو انتها، بر اساس مدل تیر اویلر-برنولی و به صورت تحلیلی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۲- مدل لوله حامل سیال از جنس مواد مدرج تابعی تقویت شده با صفحات گرافن

لوله حامل سیال مورد بررسی در این مطالعه از چندین لایه پلیمری تقویت شده با صفحات گرافن (به صورت لایه‌ای متغیر) که دارای ضخامت یکسانی هستند تشکیل شده است. فرض می‌شود که لایه‌ها محکم به یکدیگر متصل بوده و صفحات گرافن بطور یکنواخت و با جهت تصادفی در هر لایه پخش شده‌اند اما کسر وزنی از هر لایه

1 Graphene platelets reinforced composite (GPLRC)



شکل ۱. چهار الگوی مختلف توزیع صفحات گرافن در راستای ضخامت لوله.

Fig. 1. Four different distribution patterns of the graphene platelets along the thickness of the pipe.

به لایه دیگر تغییر می‌کند. بنابراین، هر لایه کامپوزیتی تقویت شده با صفحات گرافن همگن و همسانگرد می‌باشد.

شکل ۱ چهار الگوی توزیع صفحات گرافن در راستای ضخامت لوله حامل سیال را نشان می‌دهد. تعداد کل لایه‌ها برابر با N در نظر گرفته شده و رنگ تیره‌تر در هر لایه نشان‌دهنده‌ی تعداد بیشتر صفحات گرافن در آن لایه می‌باشد. در الگوی U تعداد صفحات گرافن در هر لایه یکسان است و در الگوی O لایه‌های میانی تعداد صفحات تقویت‌کننده گرافن بیشتر و لایه‌های نزدیک به سطوح داخلی و خارجی صفحات گرافن کمتری دارند در حالی که این موضوع در الگوی X بر عکس الگوی O است. کسر حجمی صفحات گرافن با V_{GPL} نشان داده شده و کسر حجمی لایه k^{th} برای چهار الگوی نشان داده شده در شکل ۱ بر اساس روابط زیر بیان می‌گردد [۲۵]:

الگوی U: (۱)
$$V_{GPL}(k) = V_{GPL}^{*}$$

الگوی O: (۲)
$$V_{GPL}(k) = 2V_{GPL}^{*}\left(1-\frac{|2k-N-1|}{N}\right)$$

الگوی X: (۳)
$$V_{GPL}(k) = 2V_{GPL}^{*}\left(\frac{|2k-N-1|}{N}\right)$$

الگوی V: (۴)
$$V_{GPL}(k) = V_{GPL}^{*}\frac{(2k-1)}{N}$$

در روابط فوق $k = ۱,۲,۳,...,N$ و N تعداد کل لایه‌های تشکیل‌دهنده لوله را نشان می‌دهد. کسر حجمی کل صفحات گرافن، V_{GPL}^{*} با رابطه زیر به دست می‌آید [۲۵]:

$$V_{GPL}^{*} = \frac{W_{GPL}}{W_{GPL} + \left(\frac{\rho_{GPL}}{\rho_m}\right)(1-W_{GPL})} \quad (۵)$$

در رابطه فوق W_{GPL}، ρ_{GPL} و ρ_m به ترتیب کسر وزنی صفحات گرافن، چگالی صفحات گرافن و چگالی ماده زمینه می‌باشند. مدول الاستیسیته مواد کامپوزیتی با تقویت‌کننده‌هایی که با جهات تصادفی توزیع شده‌اند بر اساس رابطه زیر تقریب زده می‌شود [۳۶ و ۳۷]:

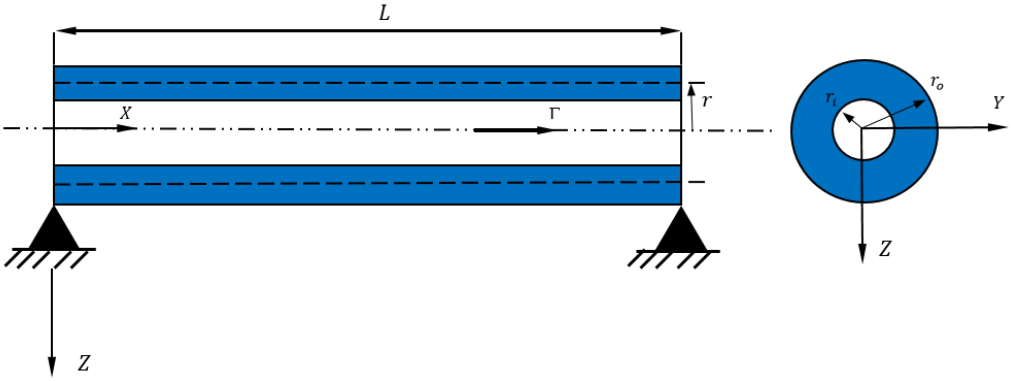
$$E(k) = \frac{3}{8}E_L + \frac{5}{8}E_T \quad (۶)$$

که در این رابطه E_L و E_T مدول طولی و عرضی برای یک لایه یک جهتی بوده که با مدل هالپین-تسای [۳۸] طبق روابط زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$E_L = \frac{1+\xi_L\eta_L V_{GPL}}{1-\eta_L V_{GPL}}E_m \quad (۷)$$

$$E_T = \frac{1+\xi_T\eta_T V_{GPL}}{1-\eta_T V_{GPL}}E_m \quad (۸)$$

در روابط فوق η_L و η_T با روابط زیر بیان می‌گردند [۳۸]:



شکل ۲. مدل فیزیکی لوله حامل سیال پلیمری تقویت شده با صفحات گرافن با تکیه‌گاه ساده در دو انتها.

Fig. 2. Physical model of simply-supported polymer pipe conveying fluid reinforced by graphene platelets.

$$\eta_L = \frac{\left(\frac{E_{GPL}}{E_m}\right)-1}{\left(\frac{E_{GPL}}{E_m}\right)+\xi_L} \quad (۹)$$

$$\eta_T = \frac{\left(\frac{E_{GPL}}{E_m}\right)-1}{\left(\frac{E_{GPL}}{E_m}\right)+\xi_T} \quad (۱۰)$$

در روابط بالا E_{GPL} و E_m به ترتیب نشان‌دهنده مدول یانگ صفحات گرافن و زمینه می‌باشند. پارامترهای هندسی صفحات گرافن که در روابط فوق با ξ_L و ξ_T نشان داده شده‌اند، طبق روابط زیر ارائه می‌شوند [۳۸]:

$$\xi_L = 2\left(\frac{a_{GPL}}{t_{GPL}}\right) \quad (۱۱)$$

$$\xi_T = 2\left(\frac{b_{GPL}}{t_{GPL}}\right) \quad (۱۲)$$

که در این روابط a_{GPL}، b_{GPL} و t_{GPL} به ترتیب، طول، عرض و ضخامت صفحات گرافن می‌باشند. بر اساس قانون مخلوط‌ها[1]، چگالی لوله در راستای شعاعی نیز با رابطه زیر به دست می‌آید [۳۷]:

$$\rho(k) = V_{GPL}(k)\rho_{GPL} + V_m(k)\rho_m \quad (۱۳)$$

که در این رابطه $V_m(k)$ نشان‌دهنده کسر حجمی زمینه در لایه kام بوده و با رابطه زیر تعیین می‌گردد [۳۷]:

$$V_m(k) = 1 - V_{GPL}(k) \quad (۱۴)$$

۳- معادلات حاکم

یک لوله یکنواخت پلیمری تقویت شده با صفحات گرافن حامل سیال با طول L و با تکیه‌گاه ساده در دو انتها مطابق با شکل ۲ در نظر بگیرید.

با توجه به شکل ۲، Γ سرعت سیال داخل لوله، r_i شعاع داخلی و r_o شعاع خارجی لوله می‌باشند. با در نظر گرفتن مدل تیر اویلر-برنولی و تغییر شکل‌های بزرگ برای لوله و اعمال میدان کرنش غیرخطی ون-کارمن، مولفه‌ی طولی کرنش (تنها مؤلفه غیر صفر) به صورت زیر به دست می‌آید [۱۹]:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \quad (۱۵)$$

با فرض رفتار الاستیک برای لوله، رابطه تنش-کرنش به صورت زیر ارائه می‌گردد [۲۲]:

1 Rule of mixtures

$$\sigma = E(k)\varepsilon_{xx} \tag{۱۶}$$

به منظور استخراج معادلات حاکم از اصل همیلتون مطابق با رابطه زیر استفاده می‌شود [۲۲]:

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\delta T - \delta U\right)dt = 0 \tag{۱۷}$$

در رابطه‌ی فوق T و U به ترتیب نشان‌دهنده انرژی جنبشی کل و انرژی کرنشی کل لوله حامل سیال می‌باشند که بر اساس روابط زیر بیان می‌گردند [۱۹]:

$$T = \frac{1}{2}m_p\int_0^L\left[\begin{array}{l}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2\\ +\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\end{array}\right]dx + \frac{1}{2}m_f\int_0^L\left[\begin{array}{l}\left(\Gamma + \frac{\partial u}{\partial t} + \Gamma\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\\ +\left(\frac{\partial w}{\partial t} + \Gamma\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\end{array}\right]dx \tag{۱۸}$$

$$\begin{aligned}U = {} & \frac{1}{2}P_0\int_0^L\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]dx + \frac{1}{2}\\ & \int_0^L\left(EI\right)^*\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L\left(EA\right)^*\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]^2 dx\end{aligned} \tag{۱۹}$$

در معادله (۱۸)، m_p و m_f به ترتیب جرم در واحد طول لوله و سیال می‌باشند که با روابط زیر بیان می‌گردند [۱۹]:

$$m_p = \int_A \rho(k)dA \tag{۲۰}$$

$$m_f = \rho_f A_f \tag{۲۱}$$

در رابطه بالا ρ_f چگالی سیال و A_f نیز سطح مقطع سیال عبوری از داخل لوله است. در معادله (۱۹)، P_0 کشش محوری اولیه بوده و متغیرهای $\left(EA\right)^*$ و $\left(EI\right)^*$ که به ترتیب بیانگر سفتی کششی و خمشی می‌باشند، به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۲۲]:

$$\left(EA\right)^* = \int_0^{2\pi}\int_{r_i}^{r_o}E(k)rdrd\theta \tag{۲۲}$$

$$\left(EI\right)^* = \int_0^{2\pi}\int_{r_i}^{r_o}E(k)r^3\sin^2\theta drd\theta \tag{۲۳}$$

با استفاده از معادلات (۱۷) تا (۱۹) و انتگرال‌گیری جز به جز معادلات حاکم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}& m_f\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\Gamma\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t} + \Gamma^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) + m_p\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)\\ & -\left(EA\right)^*\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] - \frac{\partial P_0}{\partial x} = 0\end{aligned} \tag{۲۴}$$

$$\begin{aligned}& m_f\left(\begin{array}{l}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\Gamma\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}\\ +\Gamma^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\end{array}\right) + m_p\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) + \left(EI\right)^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\\ & -\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial w}{\partial x}\left[\left(EA\right)^*\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] + P_0\right]\right\} = 0\end{aligned} \tag{۲۵}$$

و شرایط مرزی مربوطه نیز عبارتند از:

$$\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(EI\right)^*\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)dt\right]_0^L = 0 \tag{۲۶}$$

$$\left[\left\{\begin{array}{l}\int_{t_1}^{t_2}m_f\left(\Gamma^2 + \Gamma\frac{\partial u}{\partial t} + \Gamma^2\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \left(EA\right)^*\\ \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] - P_0\end{array}\right\}dt\right]\delta u\,\Big|_0^L = 0 \tag{۲۷}$$

$$\left[\int_{t_1}^{t_2}\left\{\begin{array}{l} m_f\left(\Gamma\frac{\partial w}{\partial t}+\Gamma^2\frac{\partial w}{\partial x}\right)+(EI)^*\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \\ -(EA)^*\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]\frac{\partial w}{\partial x}-P_0\frac{\partial w}{\partial x}\end{array}\right\}dt\right]\delta w\Big|_0^L=0 \quad (۲۸)$$

با در نظر گرفتن حرکت عرضی و کشش محدود[1] معادلات حاکم (۲۴) و (۲۵) به معادله‌ی زیر خلاصه می‌شوند:

$$\begin{aligned}&(m_f+m_p)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)+2m_f\Gamma\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}\\&+m_f\Gamma^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+(EI)^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\\&-P_0\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)-\frac{(EA)^*}{2L}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\int_0^L\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2dx=0\end{aligned} \quad (۲۹)$$

معادله فوق معادله غیرخطی حاکم بر ارتعاشات عرضی لوله حامل سیال مورد نظر در این مطالعه می‌باشد.

۴- ارتعاشات غیرخطی لوله پلیمری حامل سیال مدرج تابعی تقویت شده با صفحات گرافن

در این قسمت از تحقیق، در ابتدا معادله حاکم با استفاده از روش گالرکین به یک معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و سپس با روش آنالیز هوموتوپی حل می‌گردد.

۴-۱- روش گالرکین

به منظور جداسازی متغیرها در معادله حاکم به دست آمده در قسمت قبل، از روش گالرکین استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن روش گالرکین مرتبه اول، جابجایی عرضی لوله به صورت زیر فرض می‌گردد [۱۹]:

$$w(x,t)=\phi(x)\xi(t) \quad (۳۰)$$

در رابطه بالا، $\xi(t)$ دامنه بی‌بعد و $\phi(x)$ شکل مود مرتبه اول لوله پلیمری می‌باشند. با در نظر گرفتن $\phi(x)=\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ (که شرایط مرزی مسئله را ارضا می‌کند) و جایگزین کردن معادله (۳۰) در معادله (۲۹) و دنبال کردن روش گالرکین، معادله دیفرانسیل معمولی حاکم بر لوله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\frac{d^2\xi(t)}{dt^2}+\left[\frac{(EI)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4+\left(P_0-m_f\Gamma^2\right)\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{m_f+m_p}\right]\\&\xi(t)+\left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4\left(m_f+m_p\right)}\right]\xi^3(t)=0\end{aligned} \quad (۳۱)$$

شرایط اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned}&\xi(0)=a\\&\frac{d}{dt}\xi(0)=0\end{aligned} \quad (۳۲)$$

در رابطه بالا پارامتر a نشان‌دهنده دامنه اولیه لوله مورد نظر می‌باشد.

۴-۲- روش آنالیز هوموتوپی

روش آنالیز هوموتوپی یک روش تحلیلی برای حل معادلات غیرخطی اعم از معادلات با شدت غیرخطی ضعیف و قوی می‌باشد که اولین بار توسط لیائو [۳۹] در سال ۱۹۹۲ ارائه گردید. در این روش، معادله دیفرانسیل غیرخطی به کمک یک پارامتر کمکی q (با محدوده تغییرات صفر تا یک) به تعداد بینهایت معادله دیفرانسیل خطی تبدیل می‌شود. با افزایش q از صفر به یک، حل از حدس اولیه به حل دقیق تغییر می‌کند. در این تحقیق از روش آنالیز هوموتوپی برای حل معادله غیرخطی به دست آمده در قسمت قبل (معادله (۳۱)) استفاده می‌شود. به منظور اعمال این روش در ابتدا تغییر متغیرهای زیر را اعمال می‌کنیم [۴۰]:

1 Limited stretching

$$\tau = \omega t \qquad \xi(t) = \eta(\tau) \tag{۳۳}$$

جایگزین کردن معادله (۳۳) در معادلات (۳۱) و (۳۲) نتیجه می‌دهد:

$$\omega^2 \frac{d^2\eta(\tau)}{d\tau^2} + \left[\frac{(EI)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4 + \left(P_0 - m_f\Gamma^2\right)\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{m_p + m_f}\right] \eta(\tau) + \left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4\left(m_p + m_f\right)}\right]\eta(\tau)^3 = 0 \tag{۳۴}$$

$$\eta(0) = a \qquad \frac{d}{d\tau}\eta(0) = 0 \tag{۳۵}$$

تابع هموتوپی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۴۰]:

$$H\left[\phi(\tau,q), q, h, \hbar(\tau)\right] = (1-q)L^* \begin{bmatrix}\phi(\tau,q)\\ -\eta_0(\tau)\end{bmatrix} - qh\hbar(\tau)N^*\left[\phi(\tau,q)\right] \tag{۳۶}$$

در این رابطه h و $\hbar(\tau)$ به ترتیب پارامتر و تابع کمکی غیرصفر، L^* و N^* به ترتیب عملگرهای خطی و غیرخطی، $\eta_.(\tau)$ حدس اولیه حل و $\phi(\tau,q)$ تابع مجهول بوده که بسط تیلور آن برای q به صورت زیر می‌باشد [۴۰]:

$$\phi(\tau,q) = \eta_0(\tau) + \sum_{m=1}^{\infty}\eta_m(\tau)q^m \tag{۳۷}$$

که در این رابطه

$$\eta_m(\tau) = \frac{1}{m!}\frac{\partial^m\phi(\tau,q)}{\partial q^m}\Big|_{q=0} \tag{۳۸}$$

با توجه به معادله (۳۴) عملگرهای خطی و غیرخطی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$L^*\left[\phi(\tau,q)\right] = \omega^2\left[\frac{d^2\phi(\tau,q)}{d\tau^2} + \phi(\tau,q)\right] \tag{۳۹}$$

$$N^*\left[\phi(\tau,q)\right] = \omega^2\frac{d^2\phi(\tau,q)}{d\tau^2} + \left[\frac{(EI)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4 + \left(P_0 - m_f\Gamma^2\right)\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{m_p + m_f}\right]\phi(\tau,q) + \left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4\left(m_p + m_f\right)}\right]\phi(\tau,q)^3 \tag{۴۰}$$

تابع هموتوپی مرتبه صفر از برابر صفر قرار دادن $H\left[\phi(\tau,q), q, h, \hbar(\tau)\right]$ در معادله (۳۶) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$(1-q)L^*\left[\phi(\tau,q) - \eta_0(\tau)\right] = qh\hbar(\tau)N^*\left[\phi(\tau,q)\right] \tag{۴۱}$$

شرایط اولیه مربوطه عبارتند از:

$$\phi(0,q) = a \qquad \frac{d}{d\tau}\phi(0,q) = 0 \tag{۴۲}$$

حدس اولیه که شرایط اولیه معادله (۴۲) را ارضاء می‌کند، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\eta_0(\tau) = a\cos(\tau) \tag{۴۳}$$

تابع هموتوپی مرتبه اول از مشتق‌گیری معادله (۴۱) نسبت به پارامتر q و سپس جایگذاری q برابر با صفر در آن رابطه به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$L^*\left[\eta_1(\tau)\right] = h\hbar(\tau)N^*\left[\phi(\tau,q)\right]\Big|_{q=0} \tag{۴۴}$$

و شرایط اولیه مربوطه عبارتند از:

$$\begin{aligned}&\eta_1(0)=0\\&\frac{d}{d\tau}\eta_1(0)=0\end{aligned} \tag{۴۵}$$

جایگذاری معادلات (۳۹)، (۴۰) و (۴۳) در معادله (۴۴) و نهایتاً حل آن به کمک شرایط اولیه (۴۵)، رابطه زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned}\eta_1(\tau) &= \frac{a^3}{32\omega_{nl}^2}(\cos\tau-\cos3\tau)\left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4(m_p+m_f)}\right]\\&+\frac{a}{8\omega_{nl}^2}(\tau\sin\tau)\left\{4\left[\frac{(EI)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4+\left(P_0-m_f\Gamma^2\right)\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{m_p+m_f}\right]+3a^2\left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4(m_p+m_f)}\right]-4\omega_{nl}^2\right\}\end{aligned} \tag{۴۶}$$

عبارت فوق شامل مؤلفه افزایش یابنده نسبت به زمان[1] $\tau\sin\tau$ بوده که بایستی حذف گردد، از برابر صفر قرار دادن ضریب مؤلفه افزایش یابنده نسبت به زمان، اولین فرکانس طبیعی غیرخطی و $\eta_1(\tau)$ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\omega_{nl} = \frac{1}{2}\left\{4\left[\frac{(EI)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4+\left(P_0-m_f\Gamma^2\right)\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{m_p+m_f}\right]+3a^2\left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4(m_p+m_f)}\right]\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{۴۷}$$

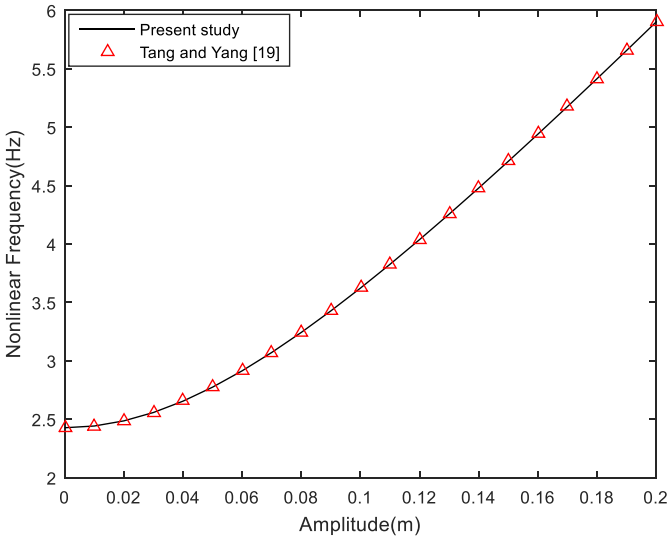
$$\eta_1(\tau) = \frac{a^3}{32\omega_{nl}^2}(\cos\tau-\cos3\tau)\left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4(m_p+m_f)}\right] \tag{۴۸}$$

با توجه به معادله (۳۷) و با استفاده از معادلات (۴۳) و (۴۸)، تقریب مرتبه اول پاسخ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\eta(\tau) &\approx \eta_0(\tau)+\eta_1(\tau) = a\cos(\tau)+\frac{a^3}{32\omega_{nl}^2}\\&(\cos\tau-\cos3\tau)\left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4(m_p+m_f)}\right]\end{aligned} \tag{۴۹}$$

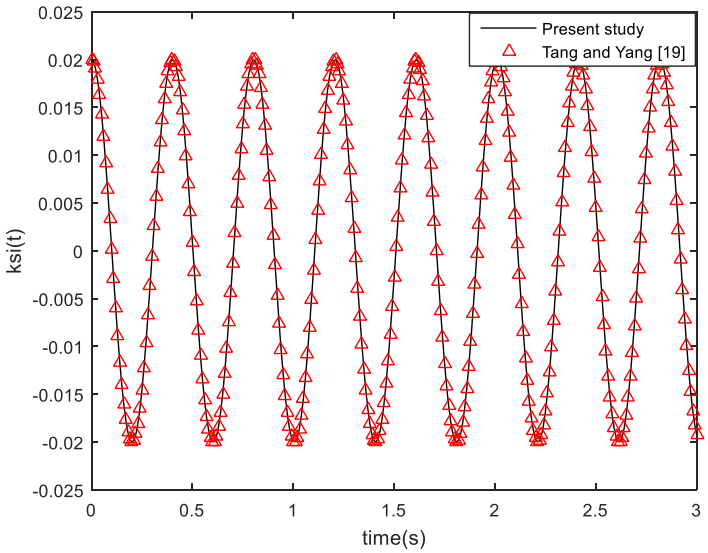
با جایگزنی معادله (۳۳) در (۴۹)، نتیجه می‌شود:

1 Secular term



شکل ۳. مقایسه تغییرات اولین فرکانس طبیعی غیرخطی بر حسب دامنه اولیه لوله حامل سیال با نتایج مرجع [19].

Fig. 3. Comparison of the variation of the first nonlinear natural frequency in terms of the initial amplitude of the pipe conveying fluid with the results of reference [19].



شکل ۴. مقایسه پاسخ زمانی ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال با نتایج مرجع [19].

Fig. 4. Comparison of the time response of vibration of pipe conveying fluid with the results of reference [19].

$$\xi(t) = a\cos(\omega_{nl}t) + \frac{a^3}{32\omega_{nl}^2}\left(\cos(\omega_{nl}t) - \cos(3\omega_{nl}t)\right)\left[\frac{(EA)^*\left(\frac{\pi}{L}\right)^4}{4(m_p + m_f)}\right] \quad (۵۰)$$

رابطه فوق نشان‌دهنده تقریب مرتبه اول پاسخ زمانی ارتعاشات لوله حامل سیال مورد نظر می‌باشد.

۵- نتایج

به منظور اعتبارسنجی نتایج به دست آمده، در ابتدا لوله حامل سیال به صورت یکنواخت و از یک جنس واحد (کسر حجمی صفحات تقویت‌کننده گرافن برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود) و با مشخصات فیزیکی یکسان با مرجع [۱۹] در نظر گرفته شده و فرکانس غیرخطی

جدول ۱. مشخصات هندسی و فیزیکی لوله و سیال عبوری از آن.

Table 1. Geometrical and physical properties of the pipe and conveying fluid.

پارامتر	علامت	مقدار
طول لوله	L	۱۰ m
شعاع داخلی	r_i	۰/۰۸ m
شعاع خارجی	r_o	۰/۱ m
کشش محوری اولیه	P_0	- ۲۰ N
چگالی سیال	ρ_f	۱۰۰۰ $\frac{kg}{m^3}$
سرعت سیال	Γ	۱۰۰ $\frac{m}{s}$

جدول ۲. مشخصات فیزیکی ماده زمینه و صفحات گرافن.

Table 2. Physical properties of the matrix and graphene platelets.

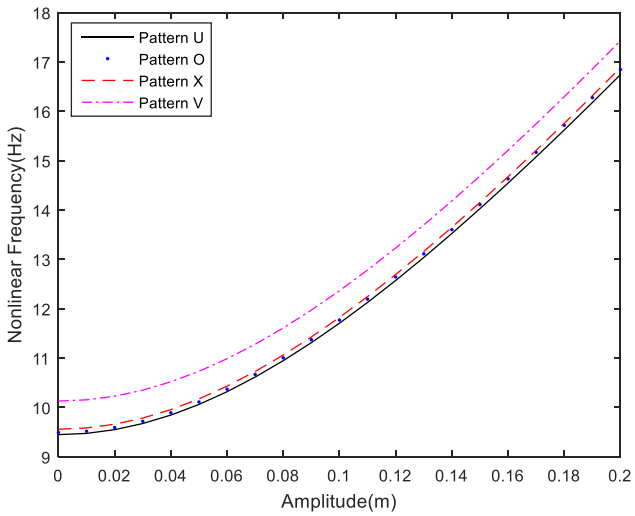
پارامتر	علامت	مقدار
تعداد لایه‌ها	N	۱۰
مدول یانگ ماده زمینه (اپوکسی)	E_m	۳ GPa
چگالی ماده زمینه (اپوکسی)	ρ_m	۱۲۰۰ $\frac{kg}{m^3}$
مدول یانگ صفحات گرافن	E_{GPL}	۱/۰۱ TPa
چگالی صفحات گرافن	ρ_{GPL}	۱۰۶۲/۵ $\frac{kg}{m^3}$
کسر وزنی صفحات گرافن	W_{GPL}	٪ ۰/۳
طول صفحات گرافن	a_{GPL}	۲/۵ μm
عرض صفحات گرافن	b_{GPL}	۱/۵ μm
ضخامت صفحات گرافن	t_{GPL}	۱/۵ nm

و پاسخ زمانی به دست آمده با نتایج مربوط به این مرجع مورد مقایسه قرار می‌گیرند. برای این منظور لوله حامل جریان از جنس آلومینیوم و پارامترهای هندسی و فیزیکی آن این‌گونه در نظر گرفته شده‌اند: طول لوله ۱۰ متر ، شعاع داخلی ۸ سانتی‌متر، شعاع خارجی ۱۰ سانتی‌متر، چگالی آلومینیوم ۲۷۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب، مدول یانگ آلومینیوم ۷۰ گیگاپاسکال، چگالی سیال عبوری از داخل لوله ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و سرعت سیال ۱۰۰ متر بر ثانیه.

در شکل‌های ۳ و ۴ با در نظر گرفتن لوله حامل سیال از جنس آلومینیوم بدون صفحات تقویت‌کننده گرافن، اولین فرکانس طبیعی غیرخطی و پاسخ زمانی ارتعاشات با نتایج مشابه در مرجع [۱۹] مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. با توجه به شکل‌های ۳ و ۴ ملاحظه می‌گردد اولین فرکانس طبیعی غیرخطی و پاسخ زمانی ارتعاشات به دست آمده در مطالعه حاضر تطابق خوبی با نتایج مرجع [۱۹] دارند.

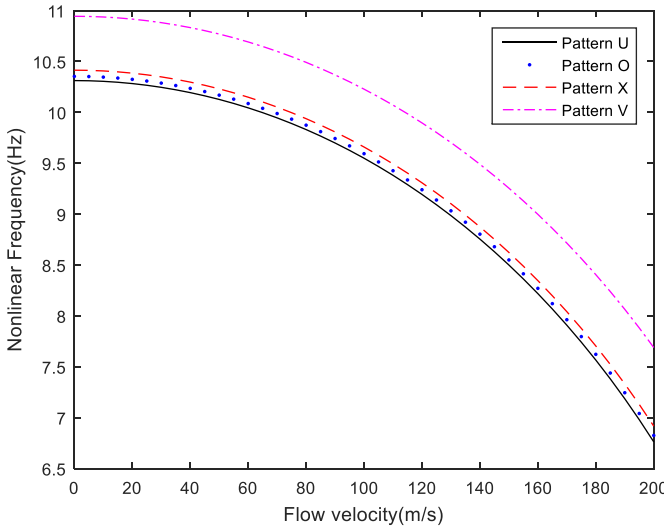
در ادامه این مطالعه هدف بررسی تأثیر الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن بر اولین فرکانس طبیعی غیرخطی و پاسخ زمانی ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال از جنس مواد مرکب تقویت شده با صفحات گرافن می‌باشد. برای این منظور مشخصات هندسی و فیزیکی لوله و سیال عبوری از آن بر اساس مرجع [۱۹] و مطابق با جدول ۱ در نظر گرفته می‌شود.

لوله حامل سیال مورد مطالعه در این تحقیق از تعداد ۱۰ لایه



شکل ۵. اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات لوله حامل سیال ساخته شده از مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن بر حسب دامنه اولیه برای الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن.

Fig. 5. First nonlinear natural frequency of the vibration of pipe conveying fluid made of multilayer composite materials reinforced by graphene platelets in terms of initial amplitude for different graphene distribution patterns.



شکل ۶. تغییرات اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات لوله حامل سیال ساخته شده از مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن بر حسب سرعت سیال برای الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن($a = ۰/۰۲$m).

Fig. 6. The variation of the first nonlinear natural frequency of the vibration of pipe conveying fluid made of multilayer composite materials reinforced by graphene platelets in terms of fluid velocity for different graphene distribution patterns ($a = 0.02$m).

پلیمری تقویت شده با صفحات گرافن با ضخامت یکسان تشکیل شده و هر لایه به صورت ترکیبی از ماده زمینه اپوکسی و صفحات تقویت کننده گرافن می‌باشد؛ مشخصات مواد تشکیل‌دهنده لایه‌ها بر اساس مرجع [۲۵]، در جدول ۲ ارائه گردیده است.

به منظور بررسی تأثیر الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن در جهت ضخامت لوله حامل سیال بر اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات لوله، شکل ۵ بر اساس رابطه (۴۷) ارائه گردیده است.

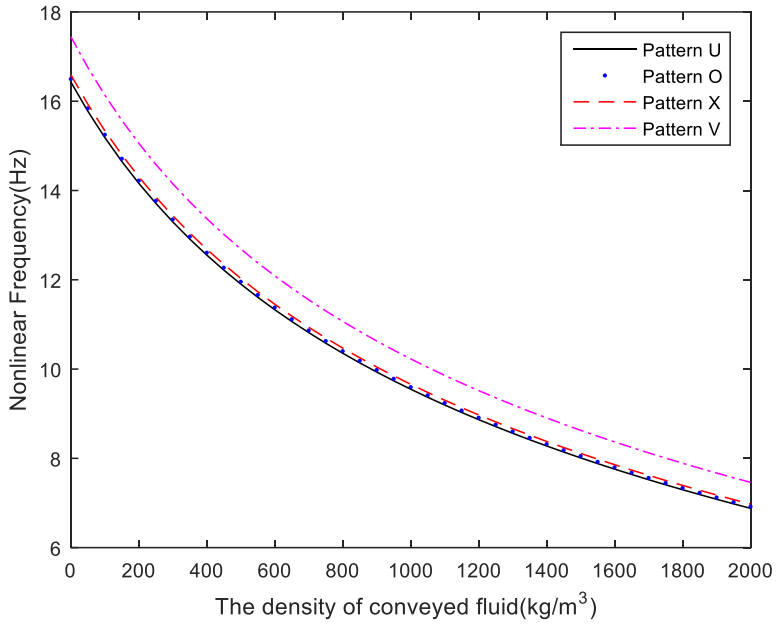
با توجه به شکل ۵ ملاحظه می‌گردد اولین فرکانس طبیعی غیرخطی در تمامی الگوها با افزایش دامنه اولیه، افزایش یافته و این افزایش در مقادیر بزرگتر دامنه اولیه با شیب بیشتری رخ می‌دهد. از مقایسه فرکانس‌های غیرخطی الگوهای مختلف در این شکل نتیجه می‌شود تفاوت چندانی بین اولین فرکانس طبیعی غیرخطی الگوهای

U، O و X وجود نداشته، اما الگوی V نسبت به سه الگوی دیگر دارای مقادیر فرکانس غیرخطی بیشتری به ازای تمامی مقادیر دامنه اولیه بوده و علت آن این است که در الگوی V لایه‌های بیرونی لوله حامل سیال به میزان بیشتری توسط صفحات گرافن تقویت شده‌اند و این امر موجب افزایش بیشتر سختی لوله نسبت به سه الگوی دیگر شده است و در نتیجه فرکانس ارتعاشات لوله نیز نسبت به دیگر الگوها بیشتر خواهد بود.

شکل ۶ تغییرات فرکانس غیرخطی لوله حامل سیال از جنس مواد پلیمری تقویت شده با صفحات گرافن را به ازای افزایش سرعت سیال عبوری از داخل لوله، گزارش می‌دهد. بر اساس شکل ۶ با افزایش سرعت سیال، اولین فرکانس طبیعی غیرخطی در تمامی الگوهای توزیع صفحات گرافن کاهش یافته و این امر موجب میراتر شدن ارتعاشات لوله می‌گردد. نتایج این شکل نشان می‌دهد الگوی V نسبت به X، الگوی X نسبت به O و الگوی O نسبت به U به ازای تمامی سرعت‌های سیال مورد بررسی، فرکانس غیرخطی بیشتری را پیش‌بینی می‌کنند. همچنین این شکل نشان می‌دهد نحوه تغییرات اولین فرکانس طبیعی غیرخطی با افزایش سرعت سیال عبوری برای تمامی الگوها مشابه بوده و هر چهار الگوی مورد بررسی در سرعت‌های بالاتر سیال شیب تندتری را برای کاهش فرکانس غیرخطی پیش‌بینی می‌کنند.

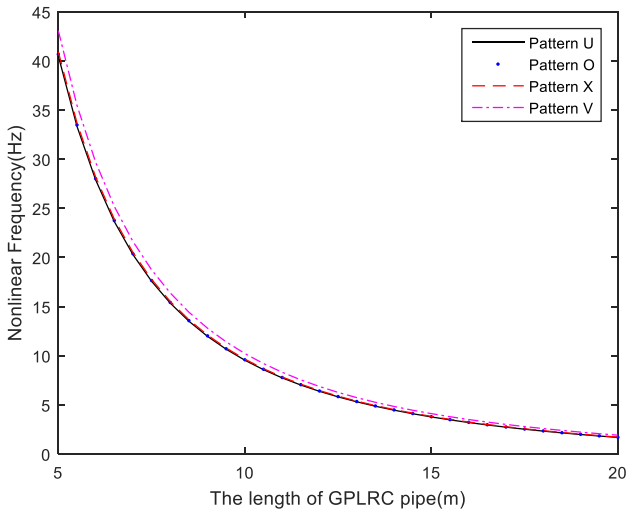
چگالی سیال عبوری از داخل لوله پارامتر مهم دیگری است که بر ارتعاشات سیستم و فرکانس غیرخطی آن تاثیرگذار است. شکل ۷، تغییرات اولین فرکانس طبیعی غیرخطی لوله حامل سیال از جنس مواد پلیمری تقویت شده با صفحات گرافن را با افزایش چگالی سیال عبوری از لوله برای الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن مورد مطالعه قرار می‌دهد.

همان‌گونه که در شکل ۷ مشخص است با افزایش چگالی سیال، اولین فرکانس طبیعی غیرخطی پیش‌بینی شده توسط هر چهار الگو کاهش می‌یابد و این کاهش برای مقادیر بزرگتر چگالی سیال، با شیب کمتری رخ می‌دهد. این شکل همچنین نشان می‌دهد سه الگوی توزیع U، O و X مقدار فرکانس غیرخطی تقریباً یکسانی را به ازای مقادیر مختلف چگالی سیال پیش‌بینی می‌کنند و تفاوت چندانی بین این سه الگو مشاهده نمی‌شود، در حالی که برای تمام مقادیر چگالی سیال مورد بررسی، الگوی V اولین فرکانس طبیعی غیرخطی بالاتری



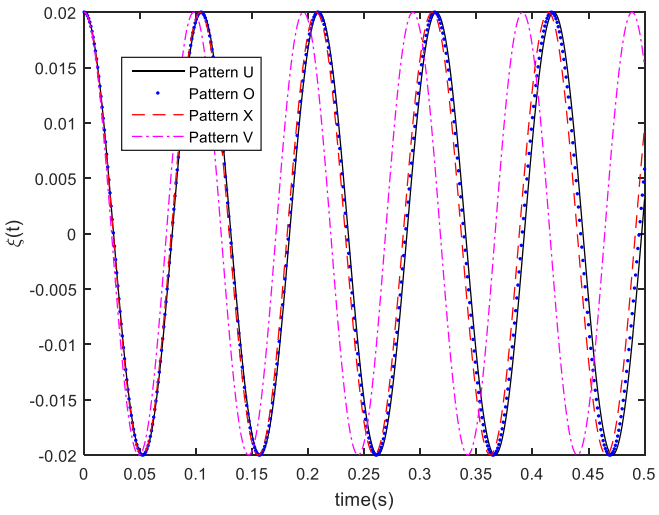
شکل ۷. تغییرات اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات لوله حامل سیال ساخته شده از مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن بر حسب چگالی سیال برای الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن($a = ۰/۰۲$m).

Fig. 7. The variation of the first nonlinear natural frequency of the vibration of pipe conveying fluid made of multilayer composite materials reinforced by graphene platelets in terms of fluid density for different graphene distribution patterns ($a = 0.02$m).



شکل ۸. بررسی تأثیر تغییر طول لوله حامل سیال ساخته شده از مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن بر اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات آن برای الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن ($a = ۰/۰۲\text{m}$).

Fig. 8. The effects of the length of the pipe conveying fluid made of multilayer composite materials reinforced by graphene platelets on the first nonlinear natural frequency of the vibration for different graphene distribution patterns ($a = 0.02\text{m}$).



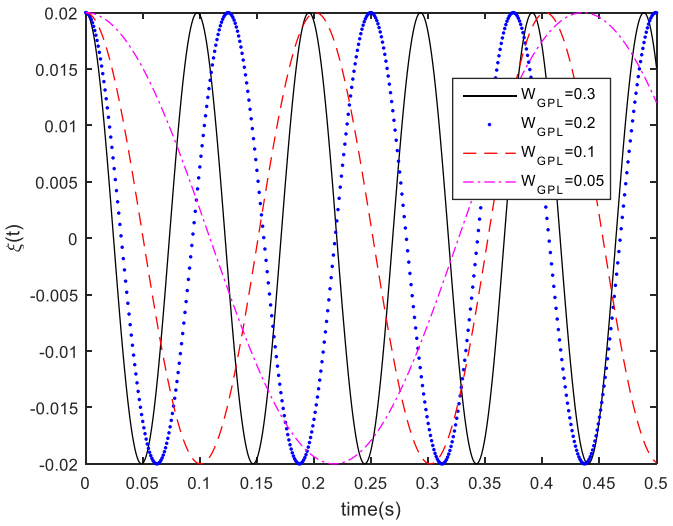
شکل ۹. مقایسه پاسخ زمانی ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال ساخته شده از مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن پیش‌بینی شده توسط الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن.

Fig. 9. Comparison of the time response of the nonlinear vibration of pipe conveying fluid made of multilayer composite materials reinforced by graphene platelets predicted by different graphene distribution patterns.

را نسبت به سه الگوی دیگر پیش‌بینی می‌کند.

طول لوله حامل سیال تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات آن دارد از این رو تأثیر تغییر طول لوله حامل جریان بر فرکانس غیرخطی ارتعاشات آن برای چهار الگوی مختلف توزیع صفحات گرافن در شکل ۸ مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به شکل ۸ نتیجه می‌شود هرچه لوله طول کوتاه‌تری داشته باشد اولین فرکانس طبیعی غیرخطی آن بیشتر بوده و با افزایش طول لوله، فرکانس غیرخطی در ابتدا با شیب تندتر و در ادامه با شیب ملایم‌تری کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است در طول‌های کوچکتر از ۱۲ متر لوله، الگوی V فرکانس غیرخطی بیشتری را نسبت به سه الگوی دیگر نشان داده و برای طول‌های بالاتر از ۱۲



شکل ۱۰. مقایسه پاسخ زمانی ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال ساخته شده از مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن برای کسر وزنی‌های مختلف صفحات گرافن (الگوی V).

Fig. 10. Comparison of the time response of the nonlinear vibration of pipe conveying fluid made of multilayer composite materials reinforced by graphene platelets for the different graphene weight fractions (pattern *V*).

متر، چهار الگوی توزیع صفحات گرافن تقریباً بر هم منطبق شده و اولین فرکانس طبیعی غیرخطی یکسانی را به ازای تغییرات طول لوله گزارش می‌کنند.

شکل ۹ پاسخ زمانی ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال از جنس مواد مرکب چندلایه تقویت شده با صفحات گرافن را نشان می‌دهد. بر اساس این شکل پاسخ زمانی پیش‌بینی شده توسط سه الگوی توزیع U، O و X اختلاف اندکی با هم دارند در صورتی که نتایج مربوط به الگوی V نشان‌دهنده فرکانس ارتعاشات بیشتر نسبت به سه الگوی دیگر بوده که تأیید کننده نتایج قبلی نیز می‌باشد و هر چه زمان بیشتر می‌شود اختلاف بین نمودار ارائه شده توسط الگوی V با دیگر الگوها افزایش می‌یابد.

در شکل ۱۰ مقایسه‌ای بین پاسخ‌های زمانی ارتعاشات غیرخطی لوله حامل سیال با کسر وزنی‌های مختلف صفحات گرافن برای الگوی توزیع V انجام شده است. همانگونه که از شکل پیداست کاهش کسر وزنی گرافن (کاهش میزان تقویت لوله) موجب کاهش فرکانس ارتعاشات می‌شود که این امر از نظر فیزیکی هم قابل پیش‌بینی بود.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق حل تحلیلی ارتعاشات غیرخطی لوله‌ای حامل سیال با تکیه‌گاه ساده در دو انتها مورد بررسی قرار گرفته است که از چندین لایه متشکل از مواد پلیمری تقویت شده با صفحات گرافن تشکیل شده است. چهار الگوی مختلف توزیع صفحات گرافن در راستای ضخامت لوله مطالعه شده و تأثیر تغییر دامنه اولیه، طول لوله، سرعت و چگالی سیال بر اولین فرکانس طبیعی غیرخطی سیستم در چهار الگوی توزیع صفحات تقویت کننده گرافن مورد مقایسه قرار گرفته است. برخی از نتایج قابل توجه این تحقیق عبارتند از:

الف: افزایش دامنه اولیه، اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات را افزایش داده و الگوی توزیع صفحات گرافن V نسبت به سه الگوی توزیع U، O و X مقدار اولین فرکانس طبیعی غیرخطی بیشتری را پیش‌بینی می‌کند.

ب: با افزایش طول لوله، سرعت و چگالی سیال، اولین فرکانس طبیعی غیرخطی ارتعاشات برای تمامی الگوهای توزیع مورد بررسی کاهش می‌یابد.

پ: الگوهای مختلف توزیع صفحات گرافن اولین فرکانس طبیعی غیرخطی تقریباً یکسانی را به ازای افزایش طول لوله حامل سیال نشان می‌دهند.

۷- پیوست

با در نظر گرفتن حرکت عرضی و کشش محدود، رابطه‌ی (۲۴) به رابطه زیر خلاصه می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]=0$$

انتگرال‌گیری از رابطه فوق نتیجه می‌دهد:

$$u=xC_1(t)-\frac{1}{2}\int_0^x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx+C_2(t)$$

با توجه شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در دو انتهای لوله حامل جریان نتیجه می‌گردد:

$$C_1(t)=\frac{1}{2L}\int_0^L\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx \quad , C_2(t)=0$$

جایگذاری روابط فوق در عبارت مربوط به u نتیجه می‌دهد:

$$u=\frac{x}{2L}\int_0^L\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx-\frac{1}{2}\int_0^x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx$$

جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۲۵) رابطه زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned}&\left(m_f+m_p\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)+2m_f\Gamma\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}\\&+m_f\Gamma^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\left(EI\right)^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}-P_0\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\&-\frac{\left(EA\right)^*}{2L}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\int_0^L\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx=0\end{aligned}$$

معادله فوق رابطه (۲۹) ارائه شده در متن است.

مراجع

[1] R. Ibrahim, Overview of mechanics of pipes conveying fluids—Part I: Fundamental studies, Journal of Pressure Vessel Technology, 034001 (2010) (3)132.

[2] R. Bahaadini, A.R. Saidi, M. Hosseini, On dynamics of nanotubes conveying nanoflow, International Journal of Engineering Science, 196-181 (2018) 123.

[3] R. Bahaadini, A.R. Saidi, Stability analysis of thin-walled spinning reinforced pipes conveying fluid in thermal environment, European Journal of Mechanics-A/Solids, 309-298 (2018) 72.

[4] T. El-Sayed, H. El-Mongy, Free vibration and stability analysis of a multi-span pipe conveying fluid using exact and variational iteration methods combined with transfer matrix method, Applied Mathematical Modelling, 71 193-173 (2019).

[5] T. Jiang, Z. Liu, H. Dai, L. Wang, F. He, Nonplanar multi-modal vibrations of fluid-conveying risers under shear cross flows, Applied Ocean Research, 209-187 (2019) 88.

[6] R. Bahaadini, A.R. Saidi, M. Hosseini, Flow-induced vibration and stability analysis of carbon nanotubes based on the nonlocal strain gradient Timoshenko beam theory, Journal of Vibration and Control, 218-203 (2019) (1)25.

[7] S. Sazesh, S. Shams, Vibration analysis of cantilever pipe conveying fluid under distributed random excitation, Journal of Fluids and Structures, 101-84 (2019) 87.

[8] M. Ghane, A.R. Saidi, R. Bahaadini, Vibration of Fluid-Conveying Nanotubes Subjected to Magnetic Field Based on the Thin-Walled Timoshenko Beam Theory, Applied Mathematical Modelling, (2019).

[9] M. Paıdoussis, C. Semler, Nonlinear dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe with an intermediate spring support, Journal of Fluids and Structures, -269 (1993) (3)7 298.

[10] T. Monprapussorn, S. Chucheepsakul, T. Huang, The coupled radial–axial deformations analysis of flexible pipes conveying fluid, International journal for numerical methods in engineering, 1452-1399 (2004) (11)59.

[11] W. Lin, N. Qiao, Nonlinear dynamics of a fluid-conveying curved pipe subjected to motion-limiting constraints and a harmonic excitation, Journal of Fluids and Structures, 110-96 (2008) (1)24.

[12] Y. Modarres-Sadeghi, M. Païdoussis, Nonlinear dynamics

solution for nonlinear vibration and post-buckling of functionally graded pipes conveying fluid considering the rotary inertia and shear deformation effects, Applied Ocean Research, 102277 (2020) 101.

[23] S. Stankovich, D.A. Dikin, G.H. Dommett, K.M. Kohlhaas, E.J. Zimney, E.A. Stach, R.D. Piner, S.T. Nguyen, R.S. Ruoff, Graphene-based composite materials, nature, 286-282 (2006) (7100)442.

[24] S. Villar-Rodil, J.I. Paredes, A. Martínez-Alonso, J.M. Tascón, Preparation of graphene dispersions and graphene-polymer composites in organic media, Journal of Materials Chemistry, 3593-3591 (2009) (22)19.

[25] J. Yang, H. Wu, S. Kitipornchai, Buckling and postbuckling of functionally graded multilayer graphene platelet-reinforced composite beams, Composite Structures, 161 118-111 (2017).

[26] H. Mojiri, S.J. Salami, Free vibration and dynamic transient response of functionally graded composite beams reinforced with graphene nanoplatelets (GPLs) resting on elastic foundation in thermal environment, Mechanics Based Design of Structures and Machines, (21-1 (2020.

[27] M. Song, Y. Gong, J. Yang, W. Zhu, S. Kitipornchai, Nonlinear free vibration of cracked functionally graded graphene platelet-reinforced nanocomposite beams in thermal environments, Journal of Sound and Vibration, 115115 (2020) 468.

[28] R. Bahaadini, A.R. Saidi, Aeroelastic analysis of functionally graded rotating blades reinforced with graphene nanoplatelets in supersonic flow, Aerospace Science and Technology, 391-381 (2018) 80.

[29] A.R. Saidi, R. Bahaadini, K. Majidi-Mozafari, On vibration and stability analysis of porous plates reinforced by graphene platelets under aerodynamical loading, Composites Part B: Engineering, 799-778 (2019) 164.

[30] C. Li, Q. Han, Z. Wang, X. Wu, Analysis of wave propagation in functionally graded piezoelectric composite plates reinforced with graphene platelets, Applied Mathematical Modelling, 505-487 (2020) 81.

[31] A. Shariati, S. Qaderi, F. Ebrahimi, A. Toghroli, On of extensible fluid-conveying pipes, supported at both ends, Journal of Fluids and Structures, -535 (2009) (3)25 543.

[31] X.-Y. Mao, H. Ding, L.-Q. Chen, Steady-state response of a fluid-conveying pipe with 1 :3 internal resonance in supercritical regime, Nonlinear Dynamics, (2016) (2)86 809-795.

[41] G. Peng, Y. Xiong, Y. Gao, L. Liu, M. Wang, Z. Zhang, Nonlinear dynamics of a simply supported fluid-conveying pipe subjected to motion-limiting constraints: Two-dimensional analysis, Journal of Sound and Vibration, 435 204-192 (2018).

[51] X. Tan, H. Ding, L.-Q. Chen, Nonlinear frequencies and forced responses of pipes conveying fluid via a coupled Timoshenko model, Journal of Sound and Vibration, 455 255-241 (2019).

[61] A. Abdelbaki, M. Païdoussis, A. Misra, A nonlinear model for a hanging cantilevered pipe discharging fluid with a partially-confined external flow, International Journal of Non-Linear Mechanics, 103290 (2020) 118.

[17] M. Kheiri, Nonlinear dynamics of imperfectly-supported pipes conveying fluid, Journal of Fluids and Structures, 93 102850 (2020).

[18] P. Shahali, H. Haddadpour, S.A.H. Kordkheili, Nonlinear dynamics of viscoelastic pipes conveying fluid placed within a uniform external cross flow, Applied Ocean Research, 101970 (2020) 94.

[19] Y. Tang, T. Yang, Post-buckling behavior and nonlinear vibration analysis of a fluid-conveying pipe composed of functionally graded material, Composite Structures, 185 400-393 (2018).

[20] A.M. Dehrouyeh-Semnani, E. Dehdashti, M.R.H. Yazdi, M. Nikkhah-Bahrami, Nonlinear thermo-resonant behavior of fluid-conveying FG pipes, International Journal of Engineering Science, 103141 (2019) 144.

[21] R.S. Reddy, S. Panda, A. Gupta, Nonlinear dynamics of an inclined FG pipe conveying pulsatile hot fluid, International Journal of Non-Linear Mechanics, 118 103276 (2020).

[22] R. Khodabakhsh, A.R. Saidi, R. Bahaadini, An analytical

buckling characteristics of polymer composite plates reinforced with graphene platelets, Engineering with Computers, (12-1 (2020.

[32] Y. Wang, C. Feng, Z. Zhao, F. Lu, J. Yang, Torsional buckling of graphene platelets (GPLs) reinforced functionally graded cylindrical shell with cutout, Composite Structures, 79-72 (2018) 197.

[33] V.N. Viet Hoang, N.D. Tien, D.G. Ninh, V.T. Thang, D.V. Truong, Nonlinear dynamics of functionally graded graphene nanoplatelet reinforced polymer doubly-curved shallow shells resting on elastic foundation using a micromechanical model, Journal of Sandwich Structures & Materials, (1099636220926650 (2020.

[34] J. Wang, F. Song, Y. Ding, M. Shao, The incorporation of graphene to enhance mechanical properties of polypropylene self-reinforced polymer composites, Materials & Design, 109073 (2020) 195.

[35] L. Ainsworth, Fibre-reinforced plastic pipes and applications, Composites, 190-185 (1981) (3)12.

[36] H. Derek, An introduction to composite materials, Cambridge University Press, 1981.

[37] B. Harris, Engineering composite materials, (1999).

[38] J.H. Affdl, J. Kardos, The Halpin-Tsai equations: a review, Polymer Engineering & Science, 352-344 (1976) (5)16.

[39] S.-J. Liao, The proposed homotopy analysis technique for the solution of nonlinear problems, Ph. D. Thesis, Shanghai Jiao Tong University Shanghai, 1992.

[40] S. Liao, Beyond perturbation: introduction to the homotopy analysis method, Chapman and Hall/CRC, 2003.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

R. Khodabakhsh, A. R. Saidi, R. Bahaadini, Nonlinear Vibrations of Graphene Reinforced Pipes Conveying Fluid, Amirkabir J. Mech Eng., 53(8) (2021) 4483-4500.

DOI: 10.22060/mej.2021.18964.6929

این صفحه عمداً خالی است