Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(10) (2022) 1187-1190
DOI: 10.22060/mej.2021.19629.7074

# Modified Variable Structure Estimation and Control for Constrained Landing on Mars

M. Kiani*, R. Ahmadvand

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of technology, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** Landing on Mars is one the paramount space missions undergoing various system and environmental uncertainties. Hence an exact model to represent the dynamic system cannot be achieved in advance, and subsequently model-based navigation algorithms degrade. In this regard, the present paper has focused on a robust integrated estimation and control algorithm to attain an accurate navigation in the presence of different uncertainties for the nonlinear problem of landing on Mars. The proposed algorithm has been developed based on the variable structure control framework. This method alleviates limitations of the existing algorithms including the requirement of the Jacobian calculation and the dimension equality for the state and measurement vectors via statistical linearization and the generalized matrix inverse theory, respectively. Performance of the proposed algorithm has been investigated via Monte Carlo simulations in the presence of different uncertainties including atmosphere instability and modeling errors, time delay of actuators, the geometric constraint of the landing site as well as the saturation limitations of actuators. In addition, the obtained results have been compared to those of the well-known extended Kalman filter- PID combination. This comparison proves the superiority of the proposed variable structure estimation and control algorithm in terms of the accuracy and robustness.

**Review History:**

Received: Feb. 12, 2021
Revised: Jul. 08, 2021
Accepted: Jul. 16 2021
Available Online: Jul. 21, 2021

**Keywords:**

Robust estimation
Robust control
Landing
Cubature Kalman filter
Variable Structure filter

## 1. INTRODUCTION

Space exploration and landing on other planets are significant missions attracted many researchers in recent decades. However, the system dynamics cannot be forecasted accurately in such space missions due to vast variations of the environmental characteristics and system uncertainties. As the prevailing algorithms applied to the estimation and control of a lander are model-based, their performance degrades against such inevitable uncertainties. To cope with such a difficulty, robust filters like the augmented state, two-step, and multi-step Kalman filters have been proposed [1]. Adaptive multiple model filer is the other algorithm that employed a bank of Kalman filters with different settings and extra computational burden to this aim [2]. These robust algorithms are ineffective against nonlinear dynamics and suffer from model linearization. Control algorithms adopted for the landing phase can be classified into three categories of optimal control [3], predictive control [4], and robust control [5] with different cost functions, model accuracy requirements, and computational complexities. The present study has been devoted to addressing the problem of nonlinear and robust integrated estimation and control of a Mars lander. To this aim, a variable structure approach has been adopted as the basic framework. A smooth variable structure filter (SVSF) has been proposed for the estimation of linear systems with Gaussian inputs in 2002 and then extended to nonlinear dynamics in 2007 [6]. Comparison of the SVSF with Kalman filter family and particle filter in presence of uncertainties reveals the stability of the SVSF [7]. To achieve an estimation algorithm that inherits the optimality of Kalman filters and robustness of the SVSF, these two types of filters have been combined [8]. It has been shown that the combination of the Cubature Kalman filter (CKF) and the SVSF, called CK-SVSF, demonstrates a superior performance than other similar combinations. However, the existing CK-SVSF is shaped based on the assumption of a linear measurement model and dimension equality of the state and measurement vectors. Accordingly, the application of the existing CK-SVSF is limited to linear or differentiable measurement systems with the same dimension as the state vector. Addressing these difficulties is the key contribution of the present paper. To this aim, statistical linearization has been substituted for the analytic linearization and a completely nonlinear robust filter is achieved. Sequentially, the filter gain is modified to revise the dimension problem via taking advantage of the generalized matrix inverse theory. The modified CK-SVSF has been integrated into a sliding mode control and then applied to the estimation and control of a Mars lander in the presence of modeling error, the geometric constraint of the landing point, saturation, and delay of actuators. In addition, this integrated algorithm is compared to the well-known combination of the Extended Kalman Filter (EKF)-Proportional–Integral–Derivative (PID) algorithm.

*Corresponding author's email: kiani@sharif.edu

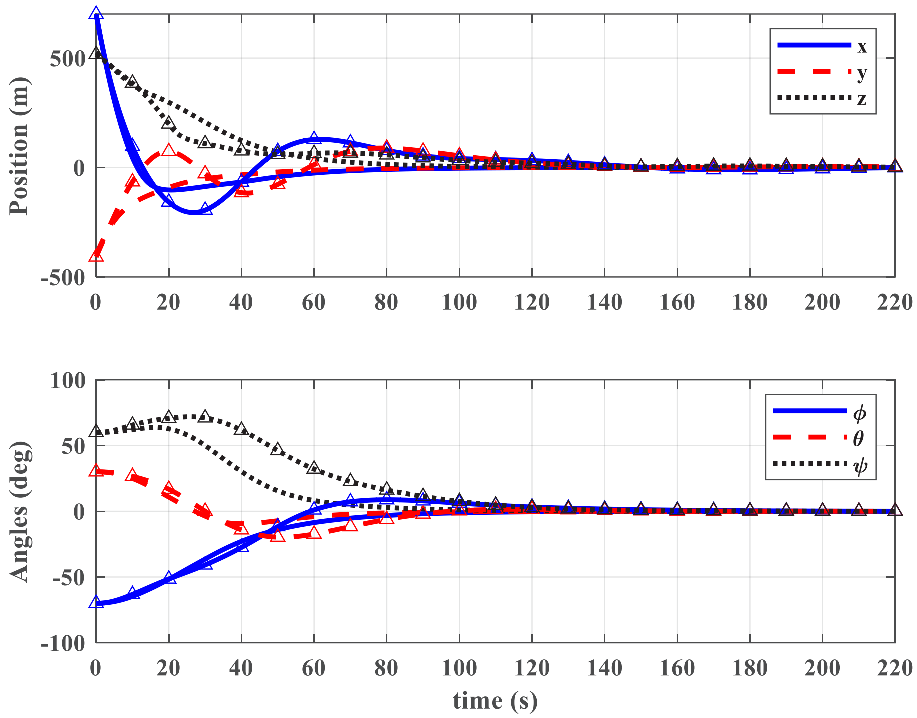



**Fig. 1. Time history of the position vector and Euler angles- triangles denote the EKF-PID method results**

## 2. ROTO-TRANSLATIONAL DYNAMICS

Position and attitude of the assumed rigid Mars lander are represented by the Euler angles ($\varphi,\theta,\psi$) and topocentric Cartesian coordinates ($x,y,z$), respectively. Gravity ($\boldsymbol{g}$) and aerodynamic drag ($\boldsymbol{D}$) [9] are considered to describe the lander dynamics in the body coordinate system. Therefore, rotational and translational motions are described respectively as:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = J^{-1}(\boldsymbol{M}_{dist} + \boldsymbol{M}_{Actuator} - [\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega}) \tag{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}} = -[\boldsymbol{\omega}\times]\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} + \frac{\boldsymbol{D}}{m} + \frac{\boldsymbol{F}_{Actuator}}{m} \tag{2}$$

Where $\boldsymbol{\omega}$ represents the angular velocity vector in the body coordinate system, $J$ is the moment of inertia matrix, and $\boldsymbol{M}_{dist}, \boldsymbol{M}_{Actuator}$ denote the disturbance and control moments, respectively. $\boldsymbol{v}$ is the translational velocity, and $m$ refers to the lander's mass. $\boldsymbol{F}_{Actuator}$ is the control force as well. The terrestrial constraint of the landing point is modeled as a cone with a limited half angle.

## 3. ESTIMATION AND CONTROL

Sliding Mode Control (SMC) [10] has been exploited here to regulate the state vector as follows,

$$\boldsymbol{M}_{Actuator} = [\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega} - J\Lambda_{att}\dot{\boldsymbol{\Theta}} - JK'_{att}sign(S_{att}) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{F}_{Actuator} = m[\boldsymbol{\omega}\times]\boldsymbol{v} - m\boldsymbol{g} - m\Lambda_{pos}\dot{\boldsymbol{r}} - mK'_{pos}sign(S_{pos}) \tag{4}$$

Where $\boldsymbol{\Theta}$ is a vector standing for the Euler angles, $S_{att} = \boldsymbol{\omega} + \Lambda_{att}\boldsymbol{\Theta}$ and $S_{pos} = \boldsymbol{v} + \Lambda_{pos}\boldsymbol{r}$ are sliding surfaces. $\Lambda_{att}, \Lambda_{pos}, K'_{att}$, and $K'_{pos}$ are gain matrices**.** To modify the existing CK-SVSF [8], the measurement Jacobian matrix ($H$) has been replaced as follows according to the statistical linearization approach:

$$H = P_{k|k-1}^{xz\ T} P_{k|k-1}^{xx\ -1} \tag{5}$$

Where $P_{k|k-1}^{xz}$ and $P_{k|k-1}^{xx}$ are the prior cross-covariance and state estimation error covariance matrices, respectively. To cope with the dimensional difficulty of the algorithm, the generalized matrix inversion lemma has been utilized to calculate $H^{-1}$ in filter gain formulation,

$$H^{-1} = (H^T H)^{-1} H^T \tag{6}$$

## 4. NUMERICAL SIMULATION

The performance of the proposed robust variable structure estimation and control algorithm is investigated through 100

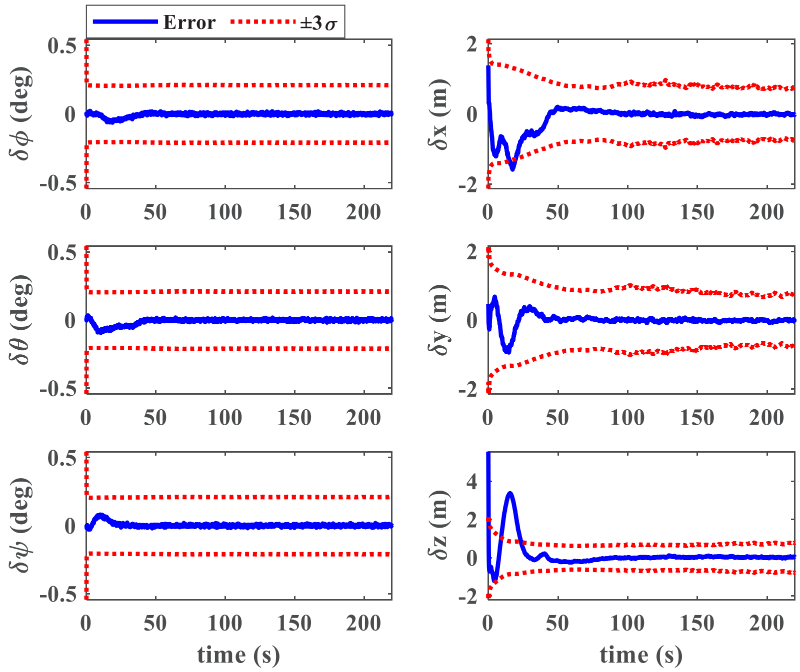



**Fig. 2. Position vector and Euler angles estimation error in ±3σ bounds**

Monte Carlo simulations. Aerodynamic force and moment are ignored in the estimation and control process to insert a high modeling error in simulations. The time history of the controlled position and attitude is depicted in Fig. 1, where a faster convergence rate of the proposed method than the EKF-PID is demonstrated. The time history of the state estimation errors in $\pm 3\sigma$ bounds is also illustrated in Fig. 2. This Figure confirms the stochastic stability and accuracy of the estimation algorithm.

## 5. CONCLUSION

Integrated estimation and control of a Mars lander are investigated in the presence of the various system, and environmental uncertainties. In contrast to the existing widespread model-based estimation and/or control methods, the adopted variable structure approach has been founded based on the stability criterion. The proposed algorithm is a combination of a smooth variable structure filter modified for addressing nonlinearities and dimension difficulties plus the sliding mode control. Numerical simulations demonstrate the superiority of the proposed algorithm with respect to the extended Kalman filter-PID combination.

## 6. REFERENCES

[1] Q. Xiao, Y. Wu, H. Fu, Y. Zhang, Two-stage robust extended Kalman filter in autonomous navigation for the powered descent phase of Mars EDL, IET Signal Processing, 9(3) (2015) 277-287.

[2] L. Shuang, Jiang, X. and Yufei, L., Innovative Mars entry integrated navigation using modified multiple model adaptive estimation, Aerospace Science and Technology, 39 (2014) 403-413.

[3] L. Cheng, Z. Wang, Y. Song, F. Jiang, Real-time optimal control for irregular asteroid landings using deep neural networks, Acta Astronautica, 170 (2020) 66-79.

[4] U. Lee, M. Mesbahi, Constrained autonomous precision landing via dual quaternions and model predictive control, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 40(2) (2017) 292-308.

[5] J. Orr, Y. Shtessel, Lunar spacecraft powered descent control using higher-order sliding mode techniques, Journal of the Franklin Institute, 349(2) (2012) 476-492.

[6] S. Gadsden, smooth variable structure filter: theory and applications, Department of Mechanical Engineering, McMaster University, PhD dissertation, 2011.

[7] S. A. Gadsden, D. Dunne, S. R. Habibi, T. Kirubarajan, Comparison of extended and unscented Kalman, particle, and smooth variable structure filters on a bearing-only target tracking problem, in: Signal and Data Processing of Small Targets, San Diego, California, United States, 2009, pp. 74450B.

[8] S.A. Gadsden, M. Al-Shabi, I. Arasaratnam, S. R. Habibi, Combined cubature Kalman and smooth variable structure filtering: A robust nonlinear estimation strategy, Signal Processing, 96 (2014) 290-299.

[9] H. D. Curtis, Orbital mechanics for engineering students, Butterworth-Heinemann, 2013, pp. 10-16 and 656-660.

[10] J. E. Slotine, W. Li, Sliding Control, in: Applied nonlinear control, prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991, pp. 276-307

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

*M. Kiani, R. Ahmadvand, Modified Variable Structure Estimation and Control for Constrained Landing on Mars , Amirkabir J. Mech Eng., 53(10) (2022) 1187-1190.*

**DOI:** 10.22060/mej.2021.19629.7074

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۱۰، سال ۱۴۰۰، صفحات ۵۰۵۵ تا ۵۰۶۸
DOI: 10.22060/mej.2021.19629.7074

# اصلاح الگوریتم تخمین و کنترل ساختار متغیر برای فرود مقید مریخ‌نشین

مریم کیانی*، رضا احمدوند

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

**تاریخچه داوری:**
دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۲۴
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۱۷
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۲۵
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۴/۳۰

**کلمات کلیدی:**
تخمین مقاوم
کنترل مقاوم
فرود بر سیاره
فیلتر کالمن مکعبی
فیلتر ساختارمتغیر

**خلاصه:** فرود بر سیاره مریخ یکی از مسائل مهم و چالشی صنعت فضایی بوده که با عدم قطعیت‌های سیستمی و محیطی فراوانی مواجه است. لذا، دستیابی به مدل دقیقی از دینامیک مریخ‌نشین امکان‌پذیر نیست. در این راستا، پژوهش حاضر به طراحی الگوریتم یکپارچه تخمین و کنترل مرحله آخر فرود یعنی نشست پرداخته است به‌گونه‌ای که بتواند در برابر عدم قطعیت‌های موجود عملکرد قابل قبولی ارائه دهد. الگوریتم پیشنهادی برمبنای چارچوب کاری کنترل ساختارمتغیر شکل گرفته و نیاز به ژاکوبین‌گیری و ایجاد اندازه‌گیری‌های مصنوعی را به کمک جایگزینی خطی‌سازی تحلیلی با خطی‌سازی آماری و تئوری معکوس تعمیم‌یافته ماتریس برطرف نموده است. عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های مختلف ناشی از شرایط اولیه تصادفی دینامیک کوپل مریخ‌نشین، خطای مدلسازی نیروها و گشتاورهای وارده، تاخیر زمانی عملگرهای کنترلی و با لحاظ‌کردن قیود هندسی محل فرود و اشباع عملگرها بررسی شده است. در ادامه، عملکرد الگوریتم ناوبری مقاوم پیشنهادی با نتایج حاصل از ترکیب الگوریتم‌های متداول فیلتر کالمن توسعه‌یافته و کنترلر تناسبی-انتگرالی-مشتقی در مساله غیرخطی فرود بر سیاره مریخ قیاس شده است. نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی‌های مونت کارلو به وضوح عملکرد دقیق و مقاوم الگوی ناوبری و کنترل پیشنهادی را نشان داده و برتری آن نسبت به الگوریتم‌های متداول رایج را تایید می‌کند.

## ۱- مقدمه

سفر به سیارات و سیارک‌ها همواره مورد توجه بشر بوده است و بدین منظور تلاش و تحقیقات صنعتی فراوانی را به خود اختصاص داده است. اکتشاف این سیارات نیازمند فرود دقیق با وضعیت صحیح در نقطه موردنظر است. در این بین با توجه به ماموریت‌های جاری و آتی صنعت فضایی، فرود بر سیاره مریخ از اهمیت ویژه‌ای برخودار است. تغییرات شرایط جوی و جاذبی به همراه عدم قطعیت‌های سیستمی مریخ‌نشین سبب می‌شود الگوی دقیقی برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی وسیله در اختیار نباشد. در نسل‌های ابتدایی مریخ‌نشین‌ها، برای مرحله نشست از کیسه هوا استفاده شده است. در این دوره، جلوگیری از آسیب‌رسیدن به مریخ‌نشین نسبت به کنترل خطای نقطه فرود در اولویت بوده است. لذا در این نسل خطای فرود نسبت به نقطه موردنظر در حدود ۱۰۰ کیلومتر بود. اما در نسل‌های بعدی مریخ‌نشین‌ها، کنترل خطا نسبت به نقطه فرود اهمیت بیشتری یافته و کیسه هوا جای خود را به یک سیستم فرود خودکار متشکل از چند رانشگر و یک کامپیوتر جهت اجرای الگوریتم ناوبری و کنترل داد. بدین ترتیب، خطای فرود تا حدود ۱۰ کیلومترکاهش پیدا کرد [۱]. امروزه خطای اعلام شده برای احتساب یک فرود دقیق[1] کمتر از ۱۰۰ متر است [۲]. در این راستا، پژوهش حاضر به تخمین و کنترل یکپارچه حالات وضعی و انتقالی مریخ‌نشین برای یک فرود دقیق

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: kiani@sharif.edu

1 Pinpoint landing

پرداخته است. عمده الگوریتم‌های موجود در هر دو حوزه تخمین و کنترل مبتنی بر مدل دینامیکی سیستم می‌باشند. در نتیجه، هرگونه خطای مدلسازی منجر به افت عملکرد یا واگرایی الگوریتم‌ها خواهد شد. همانطور که اشاره شد مواجهه با عدم قطعیت‌های محیطی و سیستمی در فاز فرود بر سیاره اجتناب‌ناپذیر است. از این رو باید الگوریتم پیشنهادی در حضور خطاهای پیش‌بینی نشده مقاوم بوده و همچنان عملکرد خوبی داشته باشد. به عنوان یک راهکار، مراجع [۷-۳] استفاده از خروجی‌های یک واحداندازه‌گیری اینرسی[1] را به جای استفاده از مدل دینامیکی با عدم قطعیت بالا پیشنهاد کرده‌اند. با توجه به رشد خطا با زمان در سنسورهای اینرسی و نیاز به کالیبراسیون برخط، این روش با مشکلاتی نظیر افزایش خطای کنترلی مواجه است. الگوریتم تخمین یا به عبارتی فیلتر ناوبری یکی از اجزای اصلی در هر سیستم کنترل خودکار است که عمل حذف نویز و تأمین سیگنال پسخور برای زیرسیستم کنترل را انجام می‌دهد. در این زمینه، استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته[2] برای مسائل غیرخطی متداول است [۸]. اما با توجه به بالا بودن شدت غیرخطی بودن رفتار سیستم و عدم قطعیت‌های موجود در مسئله فرود بر سیاره مریخ که گاها با ورودی‌های نامعلوم نیز مواجه خواهد شد، فیلتر کالمن توسعه‌یافته عملکرد خوبی نداشته و امکان واگرایی آن نیز وجود دارد [۹]. فیلتر کالمن مبتنی بر تبدیل بی‌اثر[3] و فیلتر کالمن مکعبی[4] به عنوان راهکارهایی برای رفع مشکل خطی‌سازی فیلترکالمن توسعه‌یافته و تأمین دقت بیشتر برای تخمین سیستم‌های غیرخطی توسعه یافته‌اند. اما تمامی این فیلترها نیز مبتنی بر مدل هستند و در حضور خطای مدلسازی یا ورودی نامعلوم عملکرد ضعیفی داشته و/یا واگرا می‌شوند. از این رو، استفاده از فیلترهای خانواده کالمن برای مسائل غیرخطی با ورودی نامعلوم و عدم قطعیت‌های زیاد متغیر با زمان نظیر مسئله فرود بر سیاره گزینه مناسبی نیست. برای رفع این مشکل، نسخه‌های مقاومی از فیلتر کالمن مانند فیلتر کالمن با متغیر حالت افزوده شده، فیلتر کالمن دو مرحله‌ای، فیلتر کالمن چند مرحله‌ای و فیلتر کالمن مقاوم پیشنهاد شده‌اند [۹] که همان چارچوب کاری فیلتر کالمن توسعه‌یافته را حفظ کرده‌اند. در مرجع [۴] استفاده از فیلتر چند مدلی تطبیقی بر مبنای بانکی از فیلترهای کالمن توسعه‌یافته پیشنهاد شده است که حجم محاسباتی بالایی دارد. در تمامی الگوریتم‌های پیشنهادی، از خطی‌سازی مدل دینامیکی و سیستم اندازه‌گیری استفاده شده که منجر به کاهش دقت می‌شود. لذا یکی از اهداف این پژوهش توسعه یک فیلتر مقاوم بدون نیاز به خطی‌سازی است. بررسی پیشینه روش‌های کنترلی ارائه شده برای مسئله فرود به خوبی نشان می‌دهد که این روش‌ها را می‌توان به سه دسته کلی کنترل بهینه، کنترل پیش‌بین و کنترل مقاوم تقسیم‌بندی کرد. درکنترل بهینه، طراحی مسیر بهینه‌ای با کمترین زمان فرود [۱۰] یا مصرف بهینه سوخت [۱۲-۱۱] مدنظر است. کنترل پیش‌بین جزء دسته روش‌های کنترلی مبتنی بر مدل بوده که با استفاده از یک الگوی دینامیکی رفتار حالت سیستم در چند پنجره زمانی آینده را پیش‌بینی و سیگنال کنترلی با توجه به آن تولید می‌شود [۱۵-۱۳]. اما هنگامی که از این روش برای کنترل یک سیستم غیرخطی استفاده می‌شود به دلیل حجم بالای محاسبات کارایی خود را از دست می‌دهد [۱۳]. از میان روش‌های کنترل مقاوم، روش کنترل ساختارمتغیر [۱۶]، کنترل مودلغزشی [۱۷] و کنترل زمان محدود با تعاریف مختلفی از صفحه لغزش [۱۹-۱۸] جهت کنترل فرود بر سیاره مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در مرجع [۲۰] از ترکیب مشاهده‌گر[5] اغتشاش با کنترل $H_\infty$ برای کنترل مسئله فرود بر مریخ با وجود اغتشاشات شدید استفاده شده است. در حالی که در مراجع [۲۳-۲۱] که اخیراً در زمینه طراحی الگوریتم‌های هدایت و کنترل مریخ‌نشین‌ها ارائه شده‌اند از روش‌های یادگیری عمیق برای بهینه‌سازی مسیر به صورت برخط استفاده شده است. روش‌هایی که تاکنون برای مسئله فرود ارائه شده‌اند همگی در راستای بهبود عملکرد سیستم هدایت و کنترل بوده است. عیب مشترک تمامی این روش‌ها پیچیدگی، حجم محاسبات بالا و عمدتاً خطی‌سازی مدل دینامیکی یا استفاده از مدل‌های غیردقیق است که می‌تواند از قابلیت اطمینان این دسته روش‌ها بکاهد. همانطور که پیش از این گفته شد، انگیزه اولیه این پژوهش تخمین و کنترل یکپارچه فرود بر سیاره مریخ با استفاده از یک روش کاملاً غیرخطی و مقاوم است. در این راستا، رویکرد ساختارمتغیر به عنوان روش مبنا پذیرفته شده است. مشخصه اصلی این رویکرد سرعت بالا و مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت‌های کراندار سیستمی و محیطی است [۲۴ و ۲۵]. در

1 Inertial Measurement Unit (IMU)
2 Extended Kalman Filter (EKF)
3 Unscented Kalman Filter (UKF)
4 Cubature Kalman Filter (CKF)
5 Observer

این رویکرد، فیلتر ساختارمتغیر هموار[1] بر مبنای تئوری‌هایی نزدیک به کنترل مود لغزشی و مقاوم در برابر عدم قطعیت‌های کراندار فرمول‌بندی شده است. این فیلتر برای اولین بار در سال ۲۰۰۲ برای سیستم‌های خطی تصادفی با نویز گاوسی ارائه و در سال ۲۰۰۷ برای سیستم های غیرخطی نیز توسعه یافت [۲۶]. قیاس الگوریتم ساختارمتغیر هموار با فیلترهای خانواده کالمن و حتی فیلتر ذره‌ای در حضور عدم قطعیت، پایداری این الگوریتم تخمین را تأیید می‌کند [۲۷]. برای دستیابی به فیلتری که در کنار مقاوم و پایدار بودن از دقت و بهینگی خانواده فیلترهای کالمن نیز بهره ببرد، این دو دسته فیلتر با یکدیگر ترکیب شده‌اند. قیاس انواع این فیلترهای ترکیبی در [۲۶ و ۲۸] نشان می‌دهد که ترکیب دو فیلتر ساختارمتغیرهموار و کالمن مکعبی که کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار[2] نامیده می‌شود عملکرد بهتری داشته است. اما این فیلتر ترکیبی با فرض خطی‌بودن یا خطی‌سازی الگوی اندازه‌گیری از طریق ژاکوبین‌گیری نسبت به بردار حالت و برابری بعد بردار حالت و اندازه‌گیری توسعه داده شده است. از این رو، این الگوریتم با محدودیت‌هایی اعم از اینکه این فیلتر فقط برای سیستم‌های اندازه‌گیری خطی یا مشتق‌پذیر و هم‌بعد با بردار حالت قابل پیاده‌سازی است را به همراه دارد. نوآوری‌های پژوهش حاضر، رفع محدودیت‌های ذکر شده برای فیلتر کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار است. بدین ترتیب که در مقاله حاضر، ابتدا فیلتر کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار با حذف ژاکوبین‌گیری به کمک روش‌های آماری به یک فیلتر کاملاً غیرخطی ارتقاء داده شده است. سپس، با اصلاح ابعادی ضریب بهره برای هر بعدی از سیستم اندازه‌گیری قابل پیاده‌سازی شده است. در ادامه، برای بررسی دقت، عملکرد و قابلیت بکارگیری فیلتر پیشنهادی این پژوهش، فیلتر موردنظر در ترکیب با الگوریتم کنترل مودلغزشی برای تخمین و کنترل یکپارچه حالات وضعی و انتقالی مریخ‌نشین در مرحله نشست استفاده شده است. در شبیه‌سازی‌های انجام‌شده برای لحاظ‌کردن خطای مدلسازی در الگوی تخمین و کنترل پیشنهادی از حضور اتمسفر، نیرو و گشتاور ناشی از پسای اتمسفری در مدل‌های مورد استفاده الگوریتم ناوبری و کنترل صرفنظر شده است، در حالی که در تولید سیگنال اندازه‌گیری شرایط واقعی اتمسفر، نیرو و گشتاورهای ایرودینامیکی لحاظ شده‌اند. از طرف دیگر به دلیل عدم قطعیت‌های اتمسفری و شرایط ورود به جو سیاره، شرایط اولیه سیستم همواره با عدم قطعیت مواجه است. برای بررسی بیشتر عملکرد الگوریتم پیشنهادی در مواجهه با چنین شرایطی از دو دسته شرایط اولیه تصادفی کاملاً متفاوت نیز در شبیه‌سازی‌های مونت کارلو استفاده شده است. علاوه بر این، قید هندسی محل فرود به صورت یک مخروط در نظر گرفته شده و اثر اشباع و تأخیر عملگرهای کنترلی در شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته شده است. در نهایت نیز نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی با نتایج الگوریتم حاصل از ترکیب فیلتر کالمن توسعه‌یافته که مبتنی بر خطی‌سازی سیستم و اندازه‌گیری است و کنترلر تناسبی-انتگرالی-مشتقی قیاس شده است. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌ها و قیاس انجام شده عملکرد قابل قبول الگوریتم تخمین و کنترل پیشنهادی را در مواجهه با مسئله غیرخطی فرود همراه با عدم قطعیت در مدلسازی تأیید می‌کند.

در ادامه مقاله، ابتدا مدلسازی سینماتیک و دینامیک وضعی و انتقالی مریخ‌نشین آورده شده است. سپس به معرفی فیلتر کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار پرداخته شده و روش‌های پیشنهادی جهت رفع محدودیت‌های آن تشریح شده است. پس از آن، نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده برای بررسی عملکرد الگوی تخمین و کنترل یکپارچه پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های متعدد سیستمی و محیطی آورده شده و با الگوریتم‌های پایه در این حوزه قیاس گردیده است. در پایان نیز، ضمن مرور مختصر کار انجام شده نتیجه حاصل از پژوهش حاضر آورده شده است.

## ۲- مدلسازی سینماتیک و دینامیک

در این پژوهش، برای توصیف حالت انتقالی و وضعی مریخ‌نشین صلب به‌ترتیب از بردار موقعیت در دستگاه مختصات کارتزین و زوایای اویلر استفاده شده است. دینامیک حرکت انتقالی-دورانی نیز به کمک قانون دوم نیوتون و قانون اویلر مدل شده است. دستگاه مختصات بدنی $B$ واقع بر مرکز جرم مریخ‌نشین و دستگاه مختصات مرجع $O$ واقع بر سایت یا محل فرود در نظر گرفته شده است. نیروی جاذبه و پسای آیرودینامیک برای معادلات حرکت انتقالی و گشتاورهای حاصله برای معادلات وضعیت در نظر گرفته شده‌اند. در این مدل‌سازی، سیاره مریخ کروی فرض شده است. در نهایت معادلات حرکت در دستگاه بدنی به صورت زیر به دست آمده است [۲۹ و ۳۰].

1 Smooth Variable Structure Filter (SVSF)
2 Cubature Kalman-Smooth Variable Structure Filter (CK-SVSF)

$$\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}=\frac{1}{c(\theta)}\begin{bmatrix}c(\theta) & s(\varphi)s(\theta) & c(\varphi)s(\theta)\\ 0 & c(\varphi)c(\theta) & -s(\varphi)c(\theta)\\ 0 & s(\varphi) & c(\varphi)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix} \tag{۱}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_x\\ v_y\\ v_z\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & -\omega_z & \omega_y\\ \omega_z & 0 & -\omega_x\\ -\omega_y & \omega_x & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix} \tag{۲}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}=J^{-1}(\boldsymbol{M}_{dist}+\boldsymbol{M}_{Actuator}-[\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega}) \tag{۳}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}=-[\boldsymbol{\omega}\times]\boldsymbol{v}+\boldsymbol{g}+\frac{\boldsymbol{D}}{m}+\frac{\boldsymbol{F}_{Actuator}}{m} \tag{۴}$$

در این روابط $c(.)$ و $s(.)$ به ترتیب همان توابع $cos(.)$ و $sin(.)$ هستند. مدل‌سازی شتاب جاذبه و پسای اتمسفری نیز بر اساس مرجع [۲۹] انجام شده است.

## ۳- طراحی الگوریتم تخمین و کنترل

در ادامه به صورت جداگانه به طراحی کنترل و فیلتر ناوبری پرداخته شده است.

### ۳-۱- طراحی کنترل

برای دستیابی به معادلات کنترلی مسئله موردنظر، ابتدا با توجه به معادلات حرکت ورودی‌های کنترلی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\boldsymbol{U}_{att}=J^{-1}M_{Actuator} \tag{۵}$$

$$\boldsymbol{U}_{pos}=\frac{\boldsymbol{F}_{Actuator}}{m} \tag{۶}$$

در نتیجه

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}=J^{-1}(\boldsymbol{M}_{dist}-[\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega})+\boldsymbol{U}_{att} \tag{۷}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}=-[\boldsymbol{\omega}\times]\boldsymbol{v}+\boldsymbol{g}+\frac{\boldsymbol{D}}{m}+\boldsymbol{U}_{pos} \tag{۸}$$

حال با در نظر گرفتن معادلات (۱)، (۲)، (۷)، (۸) و تعریف صفحه لغزش مناسب برای مسئله پیش رو، می‌توان با استفاده از روش کنترلی مودلغزشی، قوانین کنترلی را برای کنترل وضعیت و موقعیت به دست آورد. صفحات لغزش برای معادلات وضعیت و موقعیت به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$S_{att}=\boldsymbol{\omega}+\Lambda_{att}\boldsymbol{\Theta} \tag{۹}$$

$$S_{pos}=\boldsymbol{v}+\Lambda_{pos}\boldsymbol{r} \tag{۱۰}$$

در روابط فوق، $\boldsymbol{\Theta}$ بردار متشکل از زوایای اویلر حول سه محور مختصات است. در هر دو رابطه، ماتریس ضریب بهره ( $\Lambda_{att}$ و $\Lambda_{pos}$ ) باید یک ماتریس مثبت معین تنظیم شود. در نهایت با استفاده از قوانین کنترل مود لغزشی [۲۵] ورودی‌های کنترلی به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$\boldsymbol{U}_{att}=J^{-1}[\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega}-\Lambda_{att}\dot{\boldsymbol{\Theta}}-K'_{att}sign(S_{att}) \tag{۱۱}$$

$$\boldsymbol{U}_{pos}=[\boldsymbol{\omega}\times]\boldsymbol{v}-g-\Lambda_{pos}\dot{\boldsymbol{r}}-K'_{pos}sign(S_{pos}) \tag{۱۲}$$

با توجه به قوانین کنترلی به دست آمده، واضح است که نیروهای آیرودینامیکی پسا و گشتاور اغتشاشی وارد بر مریخ‌نشین به عنوان عدم قطعیت برای کنترل در نظر گرفته شده و در قوانین کنترلی به دست آمده اثر آنها لحاظ نشده است و به عنوان یک عامل پیش‌بینی نشده برای کنترل‌کننده عمل می‌کنند. از آنجا که جهت محاسبه فرامین کنترلی از پسخور بردار حالت تخمین‌زده شده توسط فیلتر ناوبری استفاده می‌شود، قوانین کنترلی را باید برحسب تخمین متغیرها نوشت:

$$\boldsymbol{U}_{att}=J^{-1}[\hat{\boldsymbol{\omega}}\times]J\hat{\boldsymbol{\omega}}-\Lambda_{att}\hat{\dot{\boldsymbol{\Theta}}}-K'_{att}sign(\hat{S}_{att}) \tag{۱۳}$$

$$\boldsymbol{U}_{pos}=[\hat{\boldsymbol{\omega}}\times]\hat{\boldsymbol{v}}-g-\Lambda_{pos}\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}-K'_{pos}sign(\hat{S}_{pos}) \tag{۱۴}$$

جهت اثبات پایداری قوانین کنترلی به دست آمده برای کنترل وضعیت و موقعیت از تئوری لیاپانوف استفاده شده که در ادامه آورده شده است.

$$V=\frac{1}{2}\boldsymbol{S}_{att}^{T}\boldsymbol{S}_{att} \tag{۱۵}$$

$$\dot{V}=\boldsymbol{S}_{att}^{T}\dot{\boldsymbol{S}}_{att} \tag{۱۶}$$

$$\dot{V}=\boldsymbol{S}_{att}^{T}\left[\dot{\boldsymbol{\omega}}+\Lambda_{att}\dot{\boldsymbol{\theta}}\right] \tag{۱۷}$$

$$\dot{V}=\boldsymbol{S}_{att}^{T}\left[J^{-1}\left(-[\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{M}_{dist}\right)+\boldsymbol{U}_{att}+\Lambda_{att}\dot{\boldsymbol{\theta}}\right] \tag{۱۸}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}=\boldsymbol{S}_{att}^{T}\Big[&J^{-1}\left(-[\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{M}_{dist}\right)+\\ &\left\{J^{-1}[\boldsymbol{\omega}\times]J\boldsymbol{\omega}-\Lambda_{att}\dot{\boldsymbol{\theta}}\right\}-K'_{att}sgn\left(\boldsymbol{S}_{att}\right)+\Lambda_{att}\dot{\boldsymbol{\theta}}\Big]\end{aligned} \tag{۱۹}$$

$$\dot{V}=\boldsymbol{S}_{att}^{T}\left[J^{-1}\boldsymbol{M}_{dist}-K_{att}^{'}sgn\left(\boldsymbol{S}_{att}\right)\right] \quad (۲۰)$$

حال باید ازطرف راست رابطه به دست آمده در بالا نرم گرفته و کوچکتر از صفر قرار داد و لذا داریم:

$$\|\boldsymbol{S}_{att}\|\|J^{-1}\boldsymbol{M}_{dist}\|-\|\boldsymbol{S}_{att}\|\|K_{att}^{'}\|<0 \quad (۲۱)$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که به ازای هر ممان خارجی که اینجا به عنوان اغتشاش کراندار در نظر گرفته شده است حتماً یک $K_{att}^{'}$ وجود دارد که می‌تواند مشتق تابع لیاپانوف انتخاب شده را منفی کند و لذا کنترل‌کننده موردنظر پایدار خواهد بود. پایداری کنترل‌کننده موقعیت نیز با فرآیندی مشابه قابل اثبات است. برای مدل‌سازی عوارض طبیعی اطراف نقطه فرود، قید موقعیت به صورت یک محدوده مخروطی اطراف نقطه فرود برای کنترل‌کننده در نظر گرفته شده است [۱۳] که به صورت شماتیک در شکل ۱ آورده شده است. این قید عبارت است از:

$$\boldsymbol{r}.\boldsymbol{z}\geq r\cos(\phi) \quad (۲۲)$$

همچنین قید اشباع عملگرهای کنترلی برابر با ۴۰۰۰ نیوتون در ورودی‌های کنترلی مربوط به حرکت انتقالی و ۲ نیوتون-متر برای ورودی‌های کنترلی مربوط به حرکت دورانی اعمالی به مریخ‌نشین در نظر گرفته شده است.

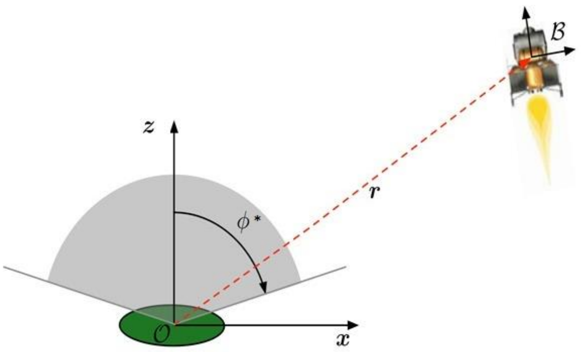
## ۳-۲- طراحی فیلتر ناوبری

جهت طراحی فیلتر ناوبری، ابتدا $\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{\Theta}^T\ \boldsymbol{r}^T\ \boldsymbol{\omega}^T\ \boldsymbol{v}^T]^T$ به عنوان بردار حالت در مسئله پیش رو در نظر گرفته می‌شود. لذا معادلات فضای حالت سیستم را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}_k\\ \dot{\boldsymbol{x}}_d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_k(\boldsymbol{x})\\ f_d(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{U}_{tot}\end{bmatrix} \quad (۲۳)$$

که در آن $f_k(\mathbf{x})$ عبارت برداری سمت راست معادلات (۱) و (۲) است. در حالیکه $f_d(\boldsymbol{x})$ سمت راست معادلات (۳) و (۴) را با توجه به تعریف $\boldsymbol{U}_{tot}=[\boldsymbol{U}_{att}^T\ \ \boldsymbol{U}_{pos}^T]^T$ شامل می‌شود. پایین‌نویس های $k$ و $d$ نیز به ترتیب به متغیرهای حالت سینماتیکی و دینامیکی اشاره می‌کنند.

برای تخمین بردار حالت سیستم در چارچوب بیزین، نیاز به تعریف یک سیستم اندازه‌گیری در کنار معادلات حرکت سیستم دینامیکی هستیم. در این مقاله فرض شده است که زوایای اویلر و




**شکل ۱. قید موقعیت مریخ‌نشین [۱۳]**

**Fig. 1. Position constraint of the landing point [13]**

بردار موقعیت توسط سیستم اندازه‌گیری در اختیار قرار می‌گیرند. لذا معادلات فرآیند و سیستم اندازه‌گیری تصادفی به‌صورت کلی عبارتند از:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{U}+w \quad (۲۴)$$

$$z=h(\boldsymbol{x})+v \quad (۲۵)$$

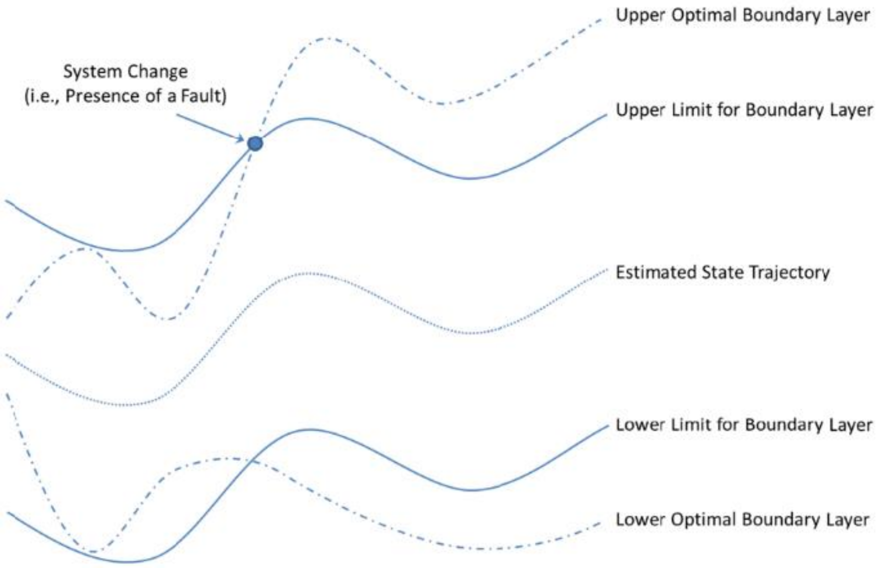
در روابط بالا پارامترهای $w$ و $v$ به ترتیب نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری با میانگین صفر و کواریانس‌های $\boldsymbol{Q}$ و $\boldsymbol{R}$ هستند. همانطور که اشاره شد برای این مسئله از فیلتر مقاوم کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار اصلاح شده استفاده می‌شود. منطق کارکرد این الگوریتم به این صورت است که ابتدا با توجه به میزان عدم قطعیت‌های موجود در سیستم، یک لایه مرزی ثابت $\Psi_{const}$ تعریف می‌شود. سپس در هر گام زمانی این کران از پیش تعیین شده با لایه $\Psi$ که بر مبنای بهینگی تخمین محاسبه شده است، قیاس می‌شود. اگر $\Psi\leq\Psi_{const}$، عمل بروزرسانی تخمین با استفاده از ضریب بهره فیلتر کالمن مکعبی انجام می‌شود. در غیر اینصورت برای حفظ پایداری تخمین و جلوگیری از واگرا شدن تخمین برای بروزرسانی از ضریب بهره فیلتر ساختارمتغیرهموار استفاده می‌شود. عملکرد این فیلتر به صورت شماتیک در شکل ۲ آورده شده است.

الگوریتم کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار در حالت پایه عبارت است از [۲۸]:

• مقداردهی اولیه به تخمین بردار حالت و کواریانس:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{0|0}=\hat{\boldsymbol{x}}_0,\quad S_{0|0}^{xx}=chol(P_{0|0}^{xx}) \quad (۲۶)$$

• تعریف نقاط سیگما و گام پیش‌بینی به ازای $k=\{۱,۲,...\}$:




**شکل ۲. منطق کارکرد فیلتر کالمن مکعبی- ساختارمتغیرهموار [28]**

**Fig. 2. CK-SVSF estimation concept**

$$\chi^i_{k-1|k-1} = S^{xx}_{k-1|k-1}\xi_i + \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1};\quad i=1,2,...,2n$$ (۲۷)

$$\chi^i_{k|k-1} = f(\chi^i_{k-1|k-1}) + \boldsymbol{U}_k$$ (۲۸)

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n}\tau^i\chi^i_{k|k-1}$$ (۲۹)

$$P^{xx}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n}\tau^i(\chi^i_{k|k-1}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})(\chi^i_{k|k-1}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})+\boldsymbol{Q}$$ (۳۰)

• محاسبه خطا:

$$\chi^i_{k|k-1} = S^{xx}_{k|k-1}\xi_i + \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$$ (۳۱)

$$Y^i_{k|k-1} = h(\chi^i_{k|k-1})$$ (۳۲)

$$\hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n}\tau^i Y^i_{k|k-1}$$ (۳۳)

$$P^{zz}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n}\tau^i(Y^i_{k|k-1}-\hat{z}_{k|k-1})(Y^i_{k|k-1}-\hat{z}_{k|k-1})+\boldsymbol{R}$$ (۳۴)

$$P^{xz}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n}\tau^i(\chi^i_{k|k-1}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})(Y^i_{k|k-1}-\hat{z}_{k|k-1})$$ (۳۵)

$$e^z_{k|k-1} = z_k - \hat{z}_{k|k-1}$$ (۳۶)

$$e^z_{k-1|k-1} = z_{k-1} - \hat{z}_{k-1|k-1}$$ (۳۷)

$$E^* = \left|e^z_{k|k-1}\right| + \gamma\left|e^z_{k-1|k-1}\right|$$ (۳۸)

• محاسبه لایه مرزی بهینه متغیر و انتخاب بهره:

$$\Psi_k = P^{zz}_{k|k-1}(P^{zz}_{k|k-1}-\boldsymbol{R})^{-1}diag(E^*)$$ (۳۹)

با توجه به قیاس لایه مرزی بهینه و کران از پیش تعیین شده، محاسبه ضریب بهره از الگوریتم فیلتر کالمن مکعبی یا ساختارمتغیرهموار تبعیت می‌کند.

$$\begin{aligned} &if\quad \Psi_k <= \Psi_{const}\\ &\quad K = P^{xz}_{k|k-1}P^{zz}_{k|k-1}{}^{-1}\\ &else\\ &\quad K = H^{-1}diag(E^*)diag(sat(\frac{e^z_{k|k-1}}{\psi_{const}}))diag(e^z_{k|k-1}) \end{aligned}$$ (۴۰)

• بروزرسانی:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} + Ke^z_{k|k-1}$$ (۴۱)

$$P^{xx}_{k|k} = P^{xx}_{k|k-1} - KP^{xx}_{k|k-1}K^T$$ (۴۲)

در روابط فوق

$$\xi = \sqrt{n}[\boldsymbol{I}_{n\times n}, -\boldsymbol{I}_{n\times n}]$$ (۴۳)

$$\tau^i = \frac{1}{2n}$$ (۴۴)

در روابط فوق، $n$ بعد بردار حالت و $S^{xx}$ ریشه مربعی ماتریس کواریانس خطای تخمین یعنی $P^{xx}$ است که می‌تواند با الگوریتم چولسکی محاسبه شود. ماتریس $H$ که در رابطه (۳۳) آمده است، درواقع ژاکوبین سیستم اندازه‌گیری نسبت به بردار حالت در الگوریتم پایه فیلتر مورد نظر است. از آنجا که همواره بعد بردار حالت و اندازه‌گیری

با هم برابر نیستند و همچنین ممکن است الگوی اندازه‌گیری تابعی به شدت غیرخطی از بردار حالت باشد، به عنوان یکی از نوآوری‌های مقاله حاضر پیشنهاد می‌شود که به جای خطی‌سازی تحلیلی سیستم اندازه‌گیری از خطی‌سازی آماری استفاده شود، یعنی ماتریس $H$ به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$H = {P^{xz}_{k|k-1}}^{T} {P^{xx}_{k|k-1}}^{-1} \tag{۴۵}$$

با استفاده از رابطه فوق علاوه بر اینکه محاسبه ژاکوبین سیستم اندازه‌گیری از الگوریتم فیلتر حذف می‌شود بلکه می‌تواند سبب افزایش دقت فیلتر شود از طرفی دیگر شرط الزام مشتق‌پذیری سیستم اندازه‌گیری نیز برداشته می‌شود. و برای حالتی که بعد خروجی سیستم اندازه‌گیری با بعد بردار حالت برابر نباشد به عنوان دیگر نوآوری این پژوهش استفاده از روش زیر پیشنهاد می‌شود که مبتنی بر تئوری معکوس تعمیم یافته ماتریس است و در آن ماتریس H مطابق رابطه (۴۰) محاسبه شده است:

$$H^{-1} = (H^T H)^{-1} H^T \tag{۴۶}$$

## ۴- شبیه‌سازی مسئله فرود

فرود مریخ‌نشین در فاز نشست با توجه به شرایط داده شده در جداول ۱ و ۲ شبیه‌سازی شده است. برای بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی ۱۰۰ شبیه‌سازی مونت‌کارلو با گام زمانی ۰/۱ ثانیه و به مدت زمان ۲۲۰ ثانیه انجام شده است. برای اعمال عدم قطعیت اتمسفری در این شبیه‌سازی‌ها، در مدل دینامیکی مورد استفاده در فیلترهای ناوبری و قانون‌های کنترلی از حضور اتمسفر، نیروی پسا و گشتاور اغتشاشی منتجه صرفنظر شده است. در حالی که سیگنال‌های اندازه‌گیری در حضور این نیرو و گشتاور تولید شده‌اند. یعنی فیلتر و کنترل‌کننده از حضور این نیرو و گشتاور آگاه نبوده و مدل دینامیکی مورد استفاده آنها عدم قطعیت و خطای مدلسازی بالایی دارد.

در جداول فوق، منظور از $\boldsymbol{1}_{1\times d}$ بردار سطری $d$ بعدی است که تمام عناصر آن مساوی عدد ۱ است و $N(\cdot,\delta^{۲})$ متغیر تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس $\delta^{۲}$ است. برای انجام شبیه‌سازی مونت‌کارلو، شرایط اولیه در هر اجرا به صورت تصادفی مطابق زیر تولید می‌شود:

جدول ۱. پارامترها و شرایط اولیه شبیه‌سازی

Table 1. Simulation parameters and initial conditions

| پارامتر | مقدار |
|---|---|
| $\boldsymbol{r}_{\cdot}$ (m) | [۷۰۰ -۴۰۰ ۵۲۰] |
| $\boldsymbol{v}_{\cdot}$ (m/s) | [-۹۱/۵۵ ۳۸/۳۴ -۱۲/۱۶] |
| $\boldsymbol{\omega}_{\cdot}$ (rad/s) | [۰ ۰ ۰] |
| $[\varphi_{\cdot}\ \ \theta_{\cdot}\ \ \psi_{\cdot}]$(deg) | [-۷۰ ۳۰ ۶۰] |
| $J$ (kg.m$^{۲}$) | [ ۱۳۴۷/۵ ۰ ۰<br>۰ ۱۳۹۵/۶ -۸۳/۵<br>۰ -۸۳/۵ ۱۴۹۱/۸] |
| $m$ (kg) | ۷۰۰ |
| $\mu$(km$^{۳}$/s$^{۲}$) | ۴۲۸۲۸ |
| $R_{eq}$ (km) | ۳۳۹۶/۲ |
| $A$ (m$^{۲}$) | ۷/۸۳ |
| $C_D$ | ۲ |
| $\phi$(deg) | ۶۵ |
| $\boldsymbol{M}_{dist}$ (N.m) | [۰/۲ ۰/۲ ۰/۲]+$N$ (۰,۰/۱) |

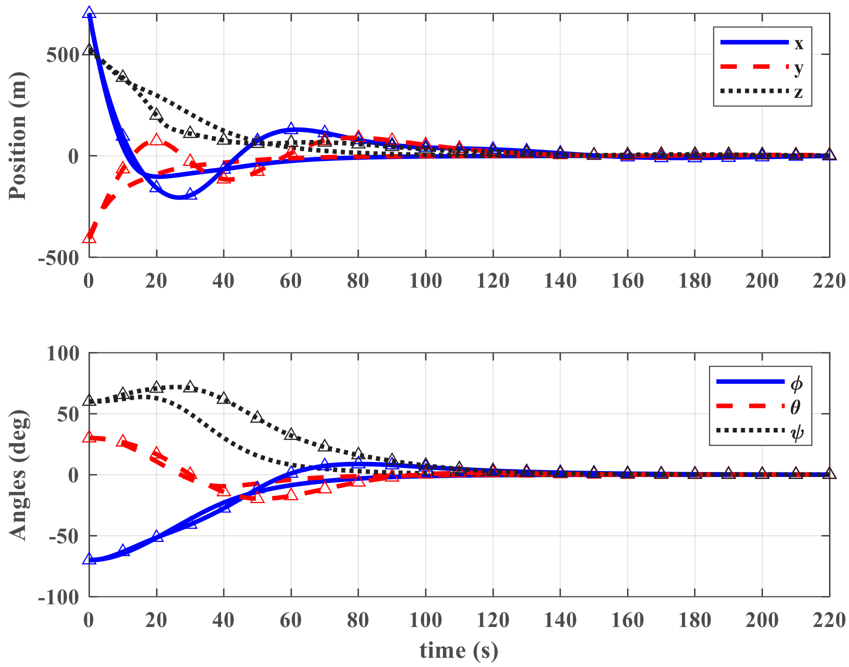
جدول ۲. پارامترهای استفاده شده برای الگوریتم تخمین و کنترل

Table 2. Tuned parameters of the estimation and control algorithm

| پارامتر | مقدار |
|---|---|
| $\Lambda_{att}$ | diag([۰/۲ ۰/۲ ۰/۲]) |
| $\Lambda_{pos}$ | diag([۰/۳ ۰/۳ ۰/۱]) |
| $K'_{att}$ | diag([۰/۰۵ ۰/۰۵ ۰/۰۵]) |
| $K'_{pos}$ | diag([۰/۰۵ ۰/۰۵ ۰/۰۵]) |
| $\boldsymbol{Q}$ | (۱e-۶)$\boldsymbol{I}_{۱۲\times۱۲}$ |
| $\boldsymbol{R}$ | diag([(۰/۱×$\pi$/۱۸۰)$^{۲}\boldsymbol{1}_{۱\times۳}$,۲×$\boldsymbol{1}_{۱\times۳}$]) |
| $\hat{\boldsymbol{x}}_{\cdot}$ | $\boldsymbol{x}_{\cdot}$ |
| $P^{xx}_{\cdot}$ | diag([(۱e−۵)$\boldsymbol{1}_{۱\times۳}$,۰/۵×$\boldsymbol{1}_{۱\times۳}$,(۱e−۵)$\boldsymbol{1}_{۱\times۳}$,۰/۲$\boldsymbol{1}_{۱\times۳}$]) |
| $\Psi_{const}$ | diag([۰/۱ ۰/۱ ۰/۱ ۵۰ ۵۰ ۵۰]) |
| $\gamma$ | ۰/۱ |

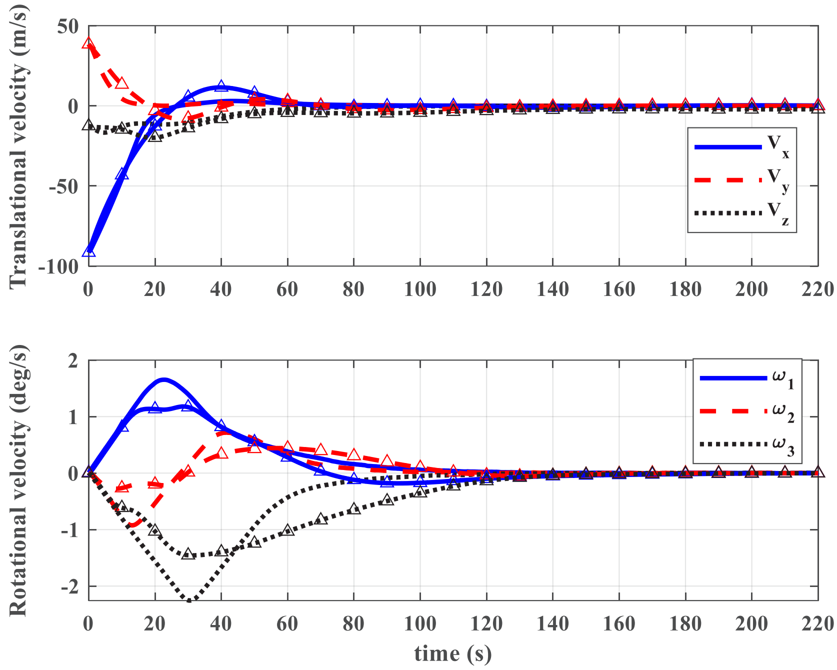
$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{x}}_0 = \boldsymbol{x}_0 + \sqrt{D}N(0,1)\\&D = diag([(1e-5)\boldsymbol{1}_{1\times3}, 900\boldsymbol{1}_{1\times3},\\&(1e-6)\boldsymbol{1}_{1\times3}, (1e-4)\boldsymbol{1}_{1\times3}])\end{aligned} \tag{۴۷}$$

تاریخچه زمانی مولفه‌های بردار موقعیت و زوایای اویلر کنترل‌شده در شکل ۳ آورده شده است. مشاهده می‌شود که برای الگوریتم غیرخطی پیشنهادی، متغیرهای حالت تقریباً پس از ۱۲۰ ثانیه به صفر یا همان مبداء که مقدار مطلوب بوده است، همگرا شده‌اند. اما در مورد الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته-کنترلر تناسبی، مشتقی،




**شکل ۳ .تاریخچه زمانی المان‌های بردار موقعیت و زوایای اویلر – نشانگر مثلث مربوط به فیلترکالمن توسعه‌یافته-کنترلی تناسبی،مشتقی، انتگرالی است**

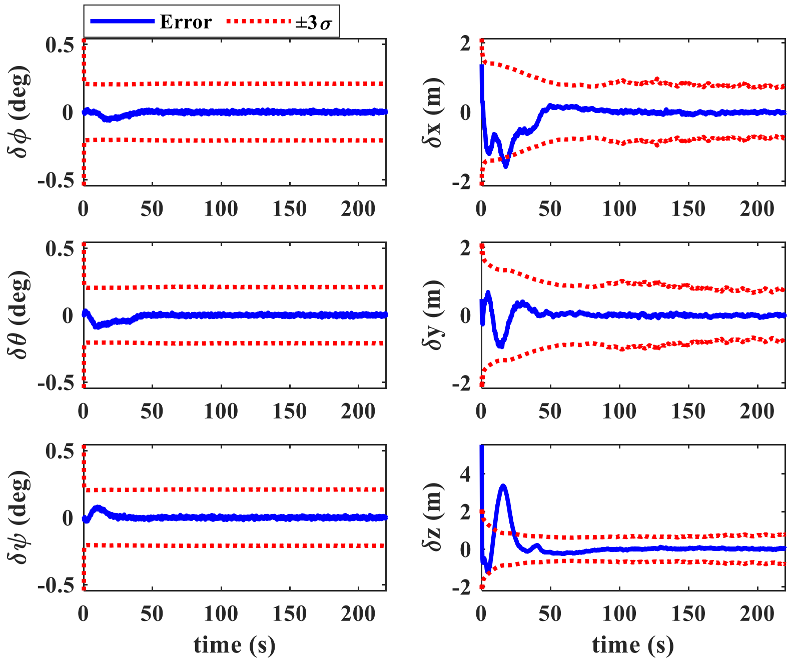
**Fig. 3. Time history of position vector components and Euler angles- Triangle markers stand for the EKF-PID**




**شکل ۴ . تاریخچه زمانی المان‌های بردار سرعت انتقالی و دورانی– نشانگر مثلث مربوط به فیلترکالمن توسعه‌یافته-کنترلی تناسبی،مشتقی، انتگرالی است**

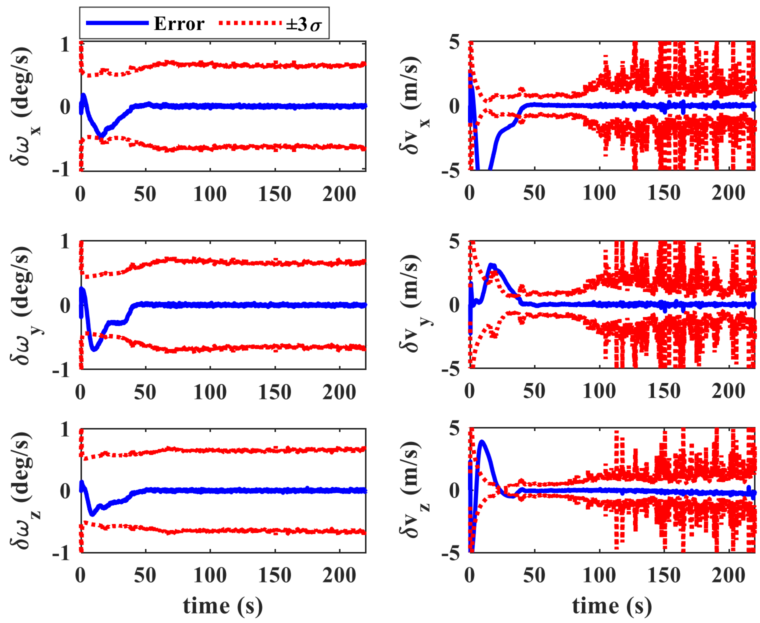
**Fig. 4. Time history of translational and rotational velocity vectors- Triangle markers stand for the EKF-PID**

انتگرالی همگرایی متغیرهای حالت با تأخیر زمانی بیشتری محقق شده است. در شکل ۴ نیز تاریخچه زمانی مولفههای بردار سرعت انتقالی و دورانی کنترل شده آورده شده است. نتایج آورده شده دراین شکل نیز نشان دهنده زمان همگرایی کوتاهتر در الگوریتم پیشنهادی نسبت به فیلتر کالمن توسعه‌یافته-کنترلر تناسبی، مشتقی است. لازم به ذکر است که نتایج به‌دست آمده از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته-کنترلر تناسبی، مشتقی با نشانگر مثلث در شکل‌ها مشخص شده است.




شکل ۵. تاریخچه زمانی خطای تخمین بردار موقعیت و زوایای اویلر- فیلتر کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار اصلاح‌شده

**Fig. 5. Estimation error of position vector components and Euler angles- modified CK-SVSF**

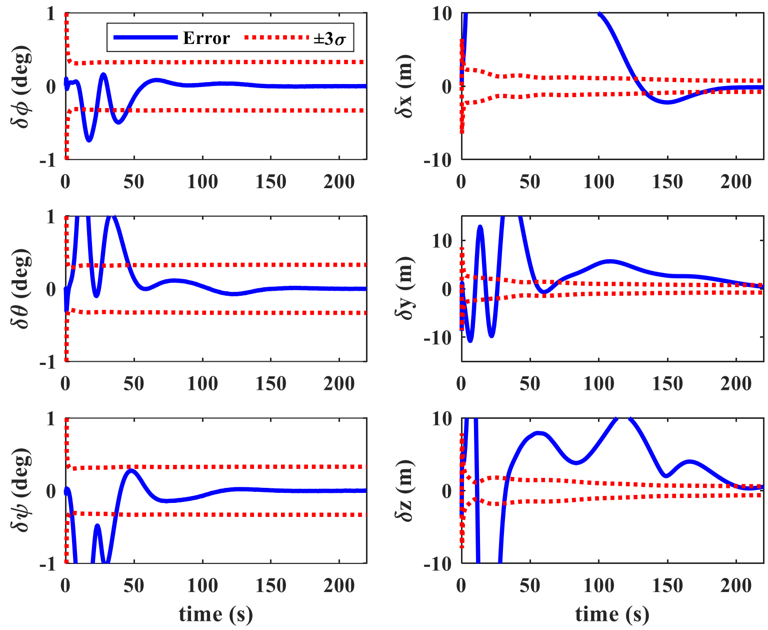



شکل ۶ . تاریخچه زمانی خطای تخمین بردارهای سرعت انتقالی و دورانی- فیلتر کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار‌اصلاح شده

**Fig. 6. Estimation error of translational and rotational velocity vectors- modified CK-SVSF**

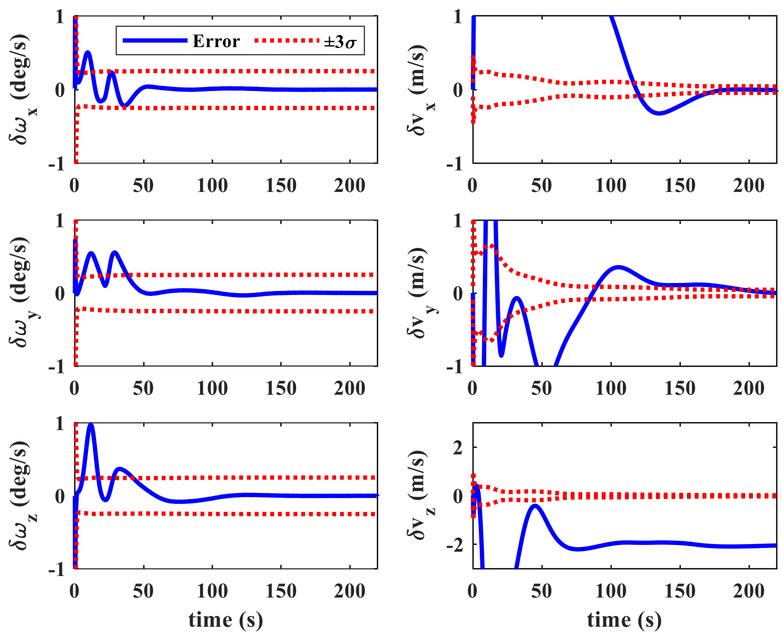
تاریخچه زمانی خطای تخمین مولفه‌های بردار حالت ناشی از فیلتر کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار اصلاح‌شده در الگوریتم غیرخطی پیشنهادی در باند $\pm3\sigma$ در شکل‌های ۵ و ۶ ارائه شده‌است. مشاهده می‌شود که فیلتر اصلاح‌شده پیشنهادی این پژوهش توانسته است خطای تخمین را در مدت زمان حدود ۵۵ ثانیه به مقدار مطلوب صفر در تمام متغیرهای حالت برساند. نمودارهای نشان‌داده‌شده در این شکل‌ها علاوه بر پایداری تخمین، عملکرد خوب الگوریتم تخمین در مواجهه با عدم قطعیت‌های در نظر گرفته شده را نیز نشان می‌دهد.

تاریخچه زمانی خطای تخمین برای متغیرهای حالت در باند $\pm3\sigma$ در فیلتر کالمن توسعه‌یافته نیز در شکل‌های ۷ و ۸ ارائه




شکل ۷ . تاریخچه زمانی خطای تخمین بردار موقعیت و زوایای اویلر- فیلترکالمن توسعه‌یافته

**Fig. 7. Estimation error of position vector components and Euler angles- EKF**




شکل ۸ .تاریخچه زمانی خطای تخمین بردارهای سرعت انتقالی و دورانی- فیلترکالمن توسعه‌یافته

**Fig. 8. Estimation error of translational and rotational velocity vectors- EKF**

شده‌اند. نتایج آورده شده در این شکل‌ها در مقایسه با نتایج به دست آمده برای الگوریتم پیشنهادی کالمن مکعبی-ساختارمتغیرهموار اصلاح‌شده نشان‌دهنده عملکرد ضعیفتر فیلتر کالمن توسعه‌یافته در مقابله با عوامل غیرخطی شدید و عدم قطعیت‌های یاد شده است. چرا که دامنه خطاها در خروجی این الگوریتم بیشتر است و زمان همگرایی تخمین نیز افزایش یافته است. از آنجا که عدم قطعیت‌های ناشی از صرفنظرکردن از اتمسفر و شرایط اولیه تصادفی تأثیر بیشتری بر دینامیک انتقالی سیستم دارد به وضوح معلوم است که افت عملکرد فیلتر کالمن توسعه‌یافته در تخمین دینامیک انتقالی بیش از دینامیک وضعی است. خطای تخمین در متغیرهای وضعی تقریباً پس از ۱۵۰

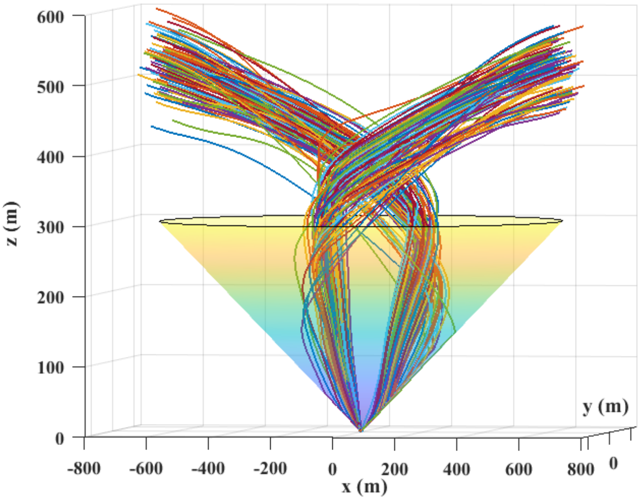
ثانیه به صفر همگرا شده است در حالیکه زمان همگرایی متغیرهای حالت انتقالی تقریباً ۲۱۰ ثانیه است. علاوه بر این، تخمین المان سوم بردار سرعت از محدوده $\pm ۳\sigma$ خارج شده است. این نتایج نشان‌دهنده حساسیت بالای فیلتر کالمن توسعه‌یافته به عدم قطعیت مدل دینامیکی است.

مسیرهای فرود مختلف سیاره‌نشین به ازای شرایط اولیه متفاوت طی شبیه‌سازی‌های مونت کارلوی الگوریتم پیشنهادی شامل اجراهای تصادفی در شکل ۹ آورده شده است. نتایج به دست آمده به خوبی نشان‌دهنده عملکرد خوب الگوریتم پیشنهادی این پژوهش در شرایط اولیه‌های متفاوت و مقاوم بودن نسبت به خطای تصادفی اولیه است. همانطور که پیش از این گفته شد، قید موقعیت در این شکل به صورت یک مخروط حول نقطه فرود در نظر گرفته شده است. در این شکل دیده می‌شود که در تعدادی از شبیه‌سازی‌های اجرا شده مسیر فرود به محدوده قید مخروطی نزدیک شده اما الگوریتم پیشنهادی توانسته است از خروج مریخ‌نشین از محدوده مورد نظر جلوگیری کند.

برای بررسی کمی دقت‌های به دست آمده از الگوریتم‌های تخمین و کنترل ساختارمتغیر و فیلتر کالمن توسعه‌یافته-کنترل تناسبی، مشتقی ، میانگین خطای تخمین و کنترل از لحظه همگرایی (با توجه به همگرایی فیلتر کالمن مکعبی-ساختارمتغیر هموار) تا پایان زمان شبیه‌سازی و روی تمام شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو محاسبه شده و در جدول ۳ گزارش شده است. لازم به ذکر است که برای بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در مواجهه با تأخیر زمانی عملگرهای کنترلی، شبیه‌سازی‌های مونت کارلو با درنظر گرفتن یک ثانیه تأخیر در ورودی‌های کنترلی تکرار شده و نتایج به‌دست آمده در ستون سوم جدول ۳ گزارش شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد این میزان تأخیر با افزایش خطای اندکی در فیلتر و کنترل مقاوم پیشنهادی همراه بوده است.

## ۵- نتیجه‌گیری

تخمین و کنترل یکپارچه دینامیک کوپل مریخ‌نشین در فاز نشست در حضور عدم قطعیت‌های متعدد سیستمی و محیطی انگیزه اصلی این پژوهش بوده است. عمده الگوریتم‌های تخمین و/یا کنترل موجود بر مبنای الگوی دقیقی از سیستم توسعه یافته و در مواجهه با خطای مدلسازی دچار افت عملکرد یا حتی واگرایی می‌شوند. در این مقاله،




**شکل ۹. مسیرهای فرود متفاوت برای مریخ‌نشین به ازای شرایط اولیه متفاوت تصادفی به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی**

**Fig. 9. Different landing trajectories of the Mars lander for various stochastic initial conditions**

با توجه به رویکرد کنترل ساختارمتغیر، الگوریتم یکپارچه مقاومی برای مسئله فرود بر سیاره ارتقا داده شده است. الگوریتم تخمین بردار حالت انتقالی-وضعی، ترکیبی از فیلتر مقاوم ساختارمتغیر و فیلتر بهینه کالمن مکعبی است که با کنترل مقاوم مود لغزشی یکپارچه شده است. پیش از بکارگیری این الگوریتم که برای اندازه‌گیری‌های خطی و هم‌بعد با بردار حالت توسعه داده شده است، این دو محدودیت در مقاله حاضر به کمک خطی‌سازی آماری و تئوری معکوس تعمیم یافته ماتریس مرتفع شده است. بدین ترتیب، یک الگوریتم تخمین با قابلیت اعمال به هر سیستم دینامیکی غیرخطی و با الگوی غیرخطی بردار اندازه‌گیری از بعد دلخواه در این پژوهش توسعه یافته است. مسئله فرود بر سیاره مریخ با توجه به عدم قطعیت‌های متغیر با زمان و شدت غیرخطی‌بودن بالای معادلات سیستم دینامیکی مورد توجه قرار گرفته است. در شبیه‌سازی فاز نشست، خطای تصادفی شرایط اولیه، خطای مدلسازی نیرو و گشتاورهای وارده، قید هندسی محل فرود، قید اشباع عملگرها و اثر تأخیر عملگرها مورد بررسی قرار گرفته و عملکرد خوب الگوریتم مقاوم پیشنهادی بر حسب خطای تجمعی تخمین و کنترل نشان داده شده است. علاوه بر این، خروجی این شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو با نتایج حاصل از ترکیب فیلتر کالمن توسعه یافته و کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی قیاس شده است. قیاس انجام شده عملکرد قابل قبول الگوریتم تخمین و کنترل مقاوم پیشنهادی را برای دستیابی به یک فرود دقیق تأیید می‌کند.

**جدول ۳. خطای تجمعی برای تخمین و کنترل متغیرهای حالت**

**Table 3. Accumulated error of the state estimation and control**

| متغیر حالت | خطای تخمین (CK-SVSF) | خطای تخمین (PID-EKF) | خطای تخمین (تأخیر عملگر) |
|---|---|---|---|
| | خطای کنترل (CK-SVSF) | خطای کنترل (PID-EKF) | خطای کنترل (تأخیر عملگر) |
| $\varphi$(deg) | ۸/۹۹۰۶e-۶ | ۸/۰۶۳۴e-۴ | ۷/۴۰۲۲e-۵ |
| | ۰/۰۰۱۷ | ۰/۱۴۵۶ | ۰/۲۰۲۰ |
| $\theta$(deg) | ۱/۹۹۷۵e-۶ | ۰/۰۰۲۷ | ۲/۳۷۲۵e-۴ |
| | ۲/۴۰۱۲e-۴ | ۰/۰۰۵۲ | ۰/۰۰۶۰ |
| $\psi$(deg) | ۵/۷۵۶۳e-۶ | ۰/۰۰۳۱ | ۵/۷۹۴۴e-۶ |
| | ۰/۰۰۱۸ | ۰/۳۵۵۲ | ۰/۲۰۶۱ |
| $x$(m) | ۰/۰۱۷۴ | ۱۲/۰۷۱۷ | ۰/۹۰۹۷ |
| | ۰/۲۸۷۲ | ۲۲/۶۳۸۸ | ۶/۰۶۳۴ |
| $y$(m) | ۰/۰۱۱۴ | ۳/۴۲۸۷ | ۰/۰۵۲۹ |
| | ۰/۲۱۶ | ۰/۴۳۹۲ | ۲۴/۶۹۴۸ |
| $z$(m) | ۰/۰۳۳۲ | ۰/۵۵۰۱ | ۱/۰۲۰۰ |
| | ۰/۸۸۵ | ۶۵/۶۰۳۱ | ۷۰/۷۵۴۵ |
| $\omega_x$(deg/s) | ۵/۷۳۶۴e-۶ | ۲/۷۲۳۱e-۴ | ۰/۰۰۱۲ |
| | ۷/۱۴۴۱e-۵ | ۰/۰۰۳۱ | ۰/۰۰۴۷ |
| $\omega_y$(deg/s) | ۷/۶۶۵۴e-۶ | ۰/۰۰۱۱ | ۰/۰۰۱۶ |
| | ۱/۷۴۳۸e-۵ | ۰/۰۰۱۲ | ۶/۷۵۷۱e-۴ |
| $\omega_z$(deg/s) | ۱/۹۴۳۵e-۵ | ۹/۵۹۰۴e-۴ | ۰/۰۰۱۵ |
| | ۵/۷۸۳۶e-۵ | ۰/۰۰۷۷ | ۰/۰۰۶۶ |
| $v_x$(m/s) | ۰/۰۰۳۱ | ۲/۵۶۹۹ | ۱/۰۰۹۲ |
| | ۰/۰۱۱۹ | ۳/۳۵۱۴ | ۳/۹۳۲۳ |
| $v_y$(m/s) | ۰/۰۰۴۲ | ۰/۱۰۲۳ | ۰/۴۶۸۶ |
| | ۰/۰۰۴۶ | ۰/۶۶۱۰ | ۱/۱۸۲۸ |
| $v_z$(m/s) | ۰/۱۷۷۵ | ۲/۶۴۹۷ | ۰/۲۸۱۱ |
| | ۰/۱۹۹۵ | ۵/۴۰۱۶ | ۲/۵۸۸۲ |

## ۶- فهرست علائم

### علائم انگلیسی

$\boldsymbol{r}$ بردار موقعیت، m

$\boldsymbol{v}$ بردار سرعت، m/s

$\boldsymbol{J}$ ماتریس ممان اینرسی، kg.m$^2$

$\boldsymbol{g}$ بردار شتاب جاذبه، m/s$^2$

$\boldsymbol{D}$ بردار نیروی پسا، N

$m$ جرم مریخ‌نشین، kg

$\boldsymbol{F}_{Actuator}$ نیروی اعمالی عملگرهای کنترلی، N

$\boldsymbol{M}_{Actuator}$ گشتاور اعمالی عملگرهای کنترلی، N.m

$\boldsymbol{M}_{dist}$ گشتاور اغتشاشی، N.m

$\boldsymbol{U}$ ورودی کنترلی

$K'$ ماتریس ضرایب بهره کنترلی

$\boldsymbol{Q}$ ماتریس کواریانس نویز فرآیند

$\boldsymbol{R}$ ماتریس کواریانس نویز سیستم اندازه‌گیری

$R_{eq}$ شعاع سیاره مریخ در صفحه استوا، km

$A$ مساحت مرجع مریخ‌نشین، m$^2$

| | |
|---|---|
| $C_D$ | ضریب پسای مریخ‌نشین |

**علائم یونانی**

| | |
|---|---|
| $\varphi$ | زاویه اویلر حول محور طولی، deg |
| $\theta$ | زاویه اویلر حول محور عرضی، deg |
| $\psi$ | زاویه اویلر حول محور قائم، deg |
| **ù** | بردار سرعت زاویه‌ای، deg/s |
| $N$ | توزیع گاوسی (نرمال) |
| $\Lambda$ | ماتریس ضرایب بهره صفحه لغزش |
| $\mu$ | پارامتر جاذبه مریخ، $km^3/s^2$ |
| $\phi$ | زاویه خط سرش مریخ‌نشین نسبت به محور قائم، deg |
| $\Psi_{const}$ | لایه مرزی ثابت فیلتر |
| $\gamma$ | پارامتر حافظه فیلتر |
| $\tau$ | ضریب وزنی نقاط سیگما |

**زیرنویس**

| | |
|---|---|
| $att$ | پارامتر متعلق به معادلات وضعیت است. |
| $pos$ | پارامتر متعلق به معادلات موقعیت است. |

**بالانویس**

| | |
|---|---|
| $(\hat{\cdot})$ | کمیت مورد نظر تخمین زده شده است. |

## ۷- مراجع

[1] B.A. Steinfeldt, Grant, M. J., Matz, D. A. and Braun, R. D., Guidance, navigation, and control system performance trades for Mars pinpoint landing, Journal of Spacecraft and Rockets, 47(1) (2010) 188-198.

[2] T. Brand, Fuhrman, L., Geller, D., Hattis, P., Paschall, S. and Tao, Y. C, GN\&C technology needed to achieve pinpoint landing accuracy at Mars, in: AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Rhode Island, 2004.

[3] L. Shuang, Yuming, P., Yuping, L., Liu, Z. and Yufei, L., MCAV/IMU integrated navigation for the powered descent phase of Mars EDL, Advances in Space Research, 46(5) (2010) 557-570.

[4] L. Shuang, Jiang, X. and Yufei, L., Innovative Mars entry integrated navigation using modified multiple model adaptive estimation, Aerospace Science and Technology, 39 (2014) 403-413.

[5] B. D. Pollard, C. W. Chen, A radar terminal descent sensor for the mars science laboratory mission, in: IEEE Aerospace conference, Big Sky, MT, USA 2009.

[6] L. Shuang, Jiang, X. and Yufei, L., An innovative navigation scheme of powered descent phase for Mars pinpoint landing, Advances in Space Research, 54(9) (2014) 1888-1900.

[7] Y. Wu, H. Fu, Q. Xiao, Y. Zhang, Extension of robust three-stage Kalman filter for state estimation during Mars entry, IET Radar, Sonar \& Navigation, 8(8) (2014) 598-609.

[8] J. L. Crassidis, J. L. Junkins, Sequential State Estimation, in: Optimal estimation of dynamic systems, Chapman and Hall/CRC, 2011, pp. 184-191.

[9] Q. Xiao, Y. Wu, H. Fu, Y. Zhang, Two-stage robust extended Kalman filter in autonomous navigation for the powered descent phase of Mars EDL, IET Signal Processing, 9(3) (2015) 277-287.

[10] L. Cheng, Z. Wang, Y. Song, F. Jiang, Real-time optimal control for irregular asteroid landings using deep neural networks, Acta Astronautica, 170 (2020) 66-79.

[11] B. Acikmese, S. R. Polen, Convex programming approach to powered descent guidance for mars landing, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 30(5) (2007) 1353-1366.

[12] B. Chengchao, G. Jifeng, Z. Hongxing, Minimum-Fuel Powered Descent Guidance for Mars Landing, in: 9th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE), 2018.

[13] U. Lee, M. Mesbahi, Constrained autonomous precision landing via dual quaternions and model predictive control, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 40(2) (2017) 292-308.

[14] T. Reynolds, M. Mesbahi, Small Body Precision Landing via Convex Model Predictive Control, in: AIAA SPACE and Astronautics Forum and Exposition, 2017.

[15] C. A. Pascucci, S. Bennani, A. Bemporad, Model predictive control for powered descent guidance and control, in: IEEE - European Control Conference (ECC), 2015.

[16] H. S. Ramirez, A variable structure control approach to the problem of soft landing on a planet, Control Theory Adv. Technology, 6(1) (1990) 53-73.

[17] J. Orr, Y. Shtessel, Lunar spacecraft powered descent control using higher-order sliding mode techniques, Journal of the Franklin Institute, 349(2) (2012) 476-492.

[18] Q. Lan, S. Li, J. Yang, L. Guo, Finite-time control for soft landing on an asteroid based on line-of-sight angle, Journal of the Franklin Institute, 351(1) (2014) 383-393.

[19] Y. Zhang, Y. Guo, G. Ma, G., B. Wie, Fixed-time pinpoint mars landing using two sliding-surface autonomous guidance, Acta Astronautica, 159 (2019) 547-563.

[20] J. Xu, X. Yu, J. Qiao, Hybrid Disturbance Observer-Based Anti-Disturbance Composite Control With Applications to Mars Landing Mission, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, (2019) 1-9.

[21] S. You, C. Wan, R. Dai, P. Lu, J. R. Rea, Learning-based Optimal Control for Planetary Entry, Powered Descent and Landing Guidance, in: AIAA Scitech 2020 Forum, 2020.

[22] S. Swaminathan, R. UP, D. Ghose, Real Time Powered Descent Guidance Algorithm for Mars Pinpoint Landing with Inequality Constraints, in: AIAA Scitech 2020 Forum, 2020.

[23] B. Gaudet, R. Linares, R. Furfaro, Integrated Guidance and Control for Pinpoint Mars Landing Using Reinforcement Learning, in: AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, 2018, pp. 1-20.

[24] A. Mehta, B. Bandyopadhyay, Frequency-shaped and observer-based discrete-time sliding mode control, Springer, 2015.

[25] J. E. Slotine, W. Li, Sliding Control, in: Applied nonlinear control, prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991, pp. 276-307.

[26] S. Gadsden, smooth variable structure filter: theory and applications, Department of Mechanical Engineering, McMaster University, PhD dissertation, 2011.

[27] S. A. Gadsden, D. Dunne, S. R. Habibi, T. Kirubarajan, Comparison of extended and unscented Kalman, particle, and smooth variable structure filters on a bearing-only target tracking problem, in: Signal and Data Processing of Small Targets, San Diego, California, United States, 2009, pp. 74450B.

[28] S.A. Gadsden, M. Al-Shabi, I. Arasaratnam, S. R. Habibi, Combined cubature Kalman and smooth variable structure filtering: A robust nonlinear estimation strategy, Signal Processing, 96 (2014) 290-299.

[29] H. D. Curtis, Orbital mechanics for engineering students, Butterworth-Heinemann, 2013, pp. 10-16 and 656-660.

[30] B. Wie, Attitude Dynamics and Control, in: Space Vehicle Dynamics and Control, Second ed., AIAA, 2008, pp. 323-486.

**چگونه به این مقاله ارجاع دهیم**

*M. Kiani, R. Ahmadvand, Modified Variable Structure Estimation and Control for Constrained Landing on Mars , Amirkabir J. Mech Eng., 53(10) (2022) 5055-5068.*

**DOI:** 10.22060/mej.2021.19629.7074