



مدل آسیب میکرومکانیکی برای پلاستیسیته مواد به منظور پیش بینی شکست تحت بارهای برشی

حامد قلی پور^۱، فرید رضا بیگلری^{۱*}، کامران نیک‌بین^۲

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
^۲ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه امپریال کالج، لندن، انگلیس

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۰۵
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۵/۱۲
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۰۳
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۶/۱۳

کلمات کلیدی:

مکانیک آسیب
مدل جی‌تی‌ان
تابع تسلیم
آسیب برشی
بارگذاری برشی

خلاصه: در این مقاله به مدل مکانیک آسیب مبتنی بر میکرومکانیک جی‌تی‌ان جهت اضافه کردن قابلیت پیش‌بینی و محاسبه آسیب تحت بارهای برشی پرداخته شده؛ تا از آن به منظور مدل‌سازی آسیب و شکست در شرایطی که بارهای برشی و آسیب برشی غالب است استفاده گردد. در توسعه مدل جی‌تی‌ان، نظر به اینکه آسیب‌های مختلف مفاهیم فیزیکی و اثرات تضعیف متفاوتی دارند لذا یک پارامتر آسیب برشی مستقل و مجزا به عنوان تابعی از کرنش پلاستیک معادل ماتریس ارائه گردید. مدل آسیب جی‌تی‌ان اصلاح شده با توسعه کد در محیط نرم‌افزار آباکوس پیاده‌سازی شد. جهت آنالیز آسیب با مدل جدید، ۱۶ پارامتر ورودی مدل برای ماده تعیین گردید. پس از توسعه مدل، توسعه کد و تعیین پارامترهای ورودی، ابتدا مدل اصلاح شده بر روی تک المان آزمایش شد. بررسی نتایج نشان داد که جواب‌های مدل توسعه داده شده مطابقت کاملی با نتایج مدل جی‌تی‌ان پایه و روابط تحلیلی به ترتیب تحت بارگذاری‌های کششی و برشی دارد. در نهایت مدل توسعه داده شده در بارگذاری برشی و روی نمونه برشی مورد آزمایش قرار گرفت. مشاهده گردید مدل اصلاح شده تحت بارگذاری برشی ضعف مدل جی‌تی‌ان پایه را رفع کرده و به خوبی بروز آسیب و تضعیف خواص مکانیکی ماده را تحت شرایط برشی حاکم پیش‌بینی می‌کند.

۱- مقدمه

حفره‌های کروی را بر رفتار مواد حاوی حفره توصیف می‌کرد. بسیاری از تحقیقات بر روی گسترش مدل گورسون برای تحت پوشش قرار دادن شکست نرم در شرایط مختلف متمرکز شده‌اند. چو و نیدلمن^۳ [۳] مدل‌های جوانه‌زنی حفره را که توسط تنش موضعی یا کرنش پلاستیک کنترل می‌شوند، ارائه دادند. تی و ورگارد^۴ [۴ و ۵] کاربرد مدل گورسون را با معرفی دو پارامتر تنظیم‌کننده برای در نظر گرفتن اثر تداخل بین حفره‌ها و کار سختی توسعه داد. نیدلمن و تی و ورگارد [۶] شکست نهایی ماده به دلیل به هم پیوستن حفره‌ها را از طریق وابستگی تابع تسلیم به کسر حجمی حفره وارد مدل ساختاری کردند. مدل توسعه داده شده گورسون توسط تی و ورگارد و نیدلمن، به عنوان

در مراجع شکست، دو روش عمده برای فرمول‌بندی معادلات ساختاری آسیب نرم وجود دارد. اولین مورد به عنوان مکانیک آسیب پیوسته شناخته می‌شود که بیانگر تعریف پدیدارشناختی از آسیب است. لمتر^۱ [۱] با در نظر گرفتن مفهوم تنش مؤثر، مدلی را برای این رویکرد پیشنهاد داد. روش دوم به توصیف میکرومکانیکی مواد متکی است. از منظر میکرومکانیکی، یک مکانیزم رایج شکست نرم در فلزات و آلیاژها حین تغییر شکل پلاستیک به صورت جوانه‌زنی حفره‌ها، رشد و به هم پیوستن آن‌ها شناخته می‌شود. گورسون^۲ [۲] یک مدل مبتنی بر میکرومکانیک را پیشنهاد کرد که تأثیر رشد

1 Lemaitre
2 Gurson

3 Chu and Needleman
4 Tvergaard

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: biglari@aut.ac.ir



مدل جی تی ان^۱ شناخته می شود که یکی از پر ارجاع ترین مدل های جوانه زنی، رشد و به هم پیوستن حفره ها است.

از زمان معرفی مدل آسیب جی تی ان توسط تی ورگارد و نیدلمن، مطالعات زیادی در مورد تجزیه و تحلیل خرابی و شکست مواد مختلف با استفاده از قابلیت این مدل انجام شده است. سونگ^۲ و همکاران [۷] به بررسی و شبیه سازی شکست نرم در نمونه کششی با استفاده از مدل جی تی ان پرداخته اند. سپس با استفاده از مدل مکانیک محیط پیوسته کالیبره شده تحت برش، شبیه سازی شکست در یک اتصال جوشی تیر و ستون فولادی را که تحت بار برشی قرار دارد انجام داده اند. در واقع این کار به صورت غیرمستقیم اشاره به این واقعیت دارد که مدل جی تی ان در بارگذاری برشی دچار ضعف هست و به همین خاطر از این مدل در شبیه سازی نمونه برشی و اتصال جوشی تحت برش استفاده نشده است. در مطالعه ای دیگر [۸] از مدل گورسون-تی ورگارد برای شبیه سازی شکست نرم در نمونه های کششی استفاده شده است. مدل جی تی ان توسعه داده شده مدل گورسون-تی ورگارد است که در آن روابط مربوط به جوانه زنی حفره ها و همچنین پارامتر آسیب کسر حجمی حفره مؤثر اضافه شده است. در کار کیانگ^۳ و وانگ [۹] مدل جی تی ان برای نواحی مختلف اتصال جوش کالیبره شده است. به منظور کالیبره کردن مدل جی تی ان برای نواحی مختلف جوش، پارامترهای ورودی مدل با فیت کردن داده های تجربی کشش تک محوری روی نمونه های به دست آمده از نواحی مختلف جوش تعیین شده است. از مدل های کالیبره شده برای شبیه سازی رفتار رشد ترک نواحی مختلف جوش استفاده شده است. در کار ژائو^۴ و همکاران [۱۰] با بهره گیری از مدل جی تی ان توسعه داده شده برای آسیب برشی، به بررسی و شبیه سازی رشد آسیب در سه نمونه تهیه شده از فولاد دوفازی پرداخته است. هندسه سه نمونه تهیه شده طوری بوده است که شرایط بارگذاری کششی، برشی و ترکیب کششی-برشی حین آزمون کشش ایجاد شود تا بتوان قابلیت مدل توسعه داده شده را تحت این شرایط ارزیابی کرد. کاو^۵ و همکاران [۱۱] به تعیین پارامترهای ورودی مدل جی تی ان با استفاده از روش توموگرافی اشعه ایکس، میکروسکوپ الکترونی روبشی و آزمون های

مکانیکی پرداخته اند. سپس با استفاده از روش توموگرافی اشعه ایکس و همچنین مدل کالیبره شده به مطالعه و بررسی شکست نرم در فولاد پرکربن پرداخته اند.

با وجود محبوبیت مدل جی تی ان و موفقیت آن در پیش بینی شکست نرم در شرایط سه محوری تنش^۶ متوسط به بالا، این مدل آسیب تحت شرایط بارگذاری برشی که سه محوری تنش پایین است، محدودیت آشکاری دارد (ناشون و هاچینسون^۷ [۱۲]؛ ژو^۸ [۱۳]؛ نیلسن^۹ و تی ورگارد [۱۴]؛ آچوری^{۱۰} و همکاران [۱۵]؛ ژو و همکاران [۱۶]؛ کائو^{۱۱} و همکاران [۱۱]؛ مالچر^{۱۲} و همکاران [۱۷]؛ زو^{۱۳} و همکاران [۱۸]، جیانگ^{۱۴} و همکاران [۱۹]). این اشکال عمده در مورد برش خالص که سه محوری تنش نزدیک صفر است بیشتر به چشم می آید زیرا مدل جی تی ان رشد حفره ها و انباشت آسیب را در شرایط حاکم برشی پیش بینی نمی کند. در سال های اخیر برخی اصلاحات توسط محققین مختلف در مدل جی تی ان اعمال شده است تا با در نظر گرفتن آسیب ناشی از برش، این محدودیت از بین برود. ژو [۱۳] یک متغیر آسیب داخلی جداگانه را ارائه داد که با آسیب کسر حجمی حفره متفاوت است و مدل جی تی ان را گسترش می دهد تا آسیب ناشی از مکانیسم برش حفره ها را در آن بگنجانند. ناشون و هاچینسون [۱۲] انباشت آسیب به دلیل مکانیزم برش را با معرفی یک رابطه آسیب پدیدارشناختی در مدل جی تی ان وارد کردند. اگرچه این اصلاحات برخی از بهبودها را در مدل جی تی ان حاصل کرده است، اما نمی توان از معایب آن ها چشم پوشی کرد. دیده می شود که این اصلاحات منجر به پیش بینی بیش از حد تغییر حجم می شود و آسیب برشی ممکن است سهم اضافی در قسمت حجمی کرنش پلاستیک داشته باشد. زو و همکاران [۱۸] مدل جی تی ان را با معرفی یک پارامتر آسیب اضافی گسترش دادند. علاوه بر پارامتر آسیب حجمی (کسر حجم حفره ها) که با تابع تسلیم مدل جی تی ان کوپل است، آن ها یک پارامتر آسیب جدید برای آسیب برشی با ترکیب مفهوم مکانیک آسیب کمتر [۱ و ۲۰] با مدل جی تی ان ارائه

6 Stress triaxiality

7 Nahshon and Hutchinson

8 Xue

9 Nielsen

10 Achouri

11 Cao

12 Malcher

13 Zhou

14 Jiang

1 Gurson-Tvergaard-Needleman

2 Song

3 Qiang

4 Zhao

5 Cao

رابطه تکامل کسر حجمی حفره در مدل گورسون با در نظر گرفتن الزامات مربوط به پایداری جرم در ماده صلب-پلاستیک و تراکم ناپذیری پلاستیک به دست آمده است. با توجه به فرض ماده صلب-پلاستیک در مدل گورسون، با صرف نظر کردن از نرخ کرنش الاستیک، نرخ کسر حجمی حفره به صورت زیر بیان می‌شود: [۲]

$$\dot{f} = -\frac{\rho}{\rho_m} = (1-f)\dot{\epsilon}_v^p \quad (2)$$

طبق قانون جریان پلاستیک و با در نظر گرفتن تابع تسلیم گورسون خواهیم داشت: [۲]

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\gamma} \left(\frac{2q}{\sigma_Y} \mathbf{n} + \frac{f}{\sigma_Y} \sinh\left(-\frac{3}{2} \frac{p}{\sigma_Y}\right) \mathbf{I} \right) = \dot{\epsilon}_d^p \mathbf{n} + \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_v^p \mathbf{I} \quad (3)$$

که در رابطه بالا $\dot{\gamma}$ ، $\dot{\epsilon}_d^p$ ، $\dot{\epsilon}_v^p$ و $\dot{\epsilon}^p$ به ترتیب بیانگر ضریب پلاستیک، کرنش پلاستیک انحرافی، کرنش پلاستیک حجمی و تانسور نرخ کرنش پلاستیک هستند. $\mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{S}}{q}$ بردار عمود بر سطح تسلیم در فضای تنش‌های انحرافی است. با جایگزینی $\dot{\epsilon}_v^p$ از رابطه بالا، رابطه تکامل کسر حجمی حفره به دست می‌آید: [۲]

$$\dot{f} = (1-f)\dot{\epsilon}_v^p = (f-f^2)\dot{\gamma} \frac{3}{\sigma_Y} \sinh\left(-\frac{3}{2} \frac{p}{\sigma_Y}\right) \quad (4)$$

در مدل گورسون، تکامل کسر حجمی به تاریخچه کرنش ماده وابسته نیست و در حالتی که کسر حجمی حفره اولیه صفر است ($f=0$)، انباشت یا افزایش کسر حجمی حفره پیش‌بینی نخواهد شد. به منظور رفع این کاستی از مدل گورسون، چندین مکانیسم جوانه‌زنی حفره پیشنهاد شده است که با توجه به تاریخچه کرنش منجر به جوانه‌زنی حفره‌ها می‌شود. چو و نیدلمن [۳] رابطه‌ای برای جوانه‌زنی حفره پیشنهاد کردند که بعداً توسط تی و رگارد و نیدلمن [۲۱] در مدل گورسون استفاده شد. مکانیسم جوانه‌زنی حفره که نتیجه شکست ناخالصی‌های داخل ماتریس ماده و/یا جدایش ناخالصی‌ها (ذرات فاز ثانویه) از ماتریس احاطه‌کننده آن‌ها است، می‌تواند توسط کرنش پلاستیک یا فشار هیدرواستاتیک کنترل شود.

کردند که به تابع تسلیم نیز کوپل شده است. جیانگ و همکاران [۱۹] اصلاح جدیدی را برای مدل جی‌تی‌ان بر اساس دو مکانیسم شکست نرم برای شبیه‌سازی رفتار شکست تحت شرایط سه محوری تنش کم، زیاد و منفی پیشنهاد کردند.

ضعف‌های بیان‌شده انگیزه‌هایی برای توسعه مدل‌های جدید از مدل مرسوم جی‌تی‌ان برای بهبود قابلیت آن است. در پژوهش پیش روی، با همین انگیزه اصلاح مدل جی‌تی‌ان و توسعه کارکرد آن برای شرایطی که بارگذاری برشی غالب است دنبال می‌شود. مدل اصلاح‌شده از طریق توسعه کد ویومت^۱ در نرم‌افزار آباکوس برای شبیه‌سازی رفتار ماده استفاده خواهد شد.

نوآوری‌های مربوط به کار حاضر که مزیت‌های آن نسبت به مدل جی‌تی‌ان پایه به حساب می‌آیند شامل اضافه کردن پارامتر آسیب برشی جدید، اصلاح تابع تسلیم با استفاده از مفهوم مکانیک آسیب لمر، استفاده از تابع وابسته به وضعیت تنش برای شرایط مختلف بارگذاری، اصلاح رابطه استفاده‌شده برای جوانه‌زنی حفره‌ها در مدل پایه جی‌تی‌ان و تعریف پارامتر آسیب کلی برای شرایط بارگذاری ترکیبی است.

۲- مدل جی تی ان

به عنوان یکی از اولین مدل‌های میکرومکانیکی، گورسون مدل خود را برای آنالیز آسیب و شکست نرم با استفاده از تئوری پلاستیسیته کران بالایی ارائه داد. تابع تسلیم مدل گورسون با در نظر گرفتن رفتار کارسختی ایزوتروپیک به صورت زیر بیان می‌شود: [۲]

$$\Phi(p, q, \sigma_Y, f) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 + 2f \cosh\left(-\frac{3}{2} \frac{p}{\sigma_Y}\right) - (1+f^2) \quad (1)$$

که در آن f ، p و σ_Y به ترتیب کسر حجمی حفره، فشار هیدرواستاتیک و قانون کارسختی ایزوتروپیک هستند. قانون کارسختی ایزوتروپیک را می‌توان به صورت $\sigma_Y = k - \sigma_Y$ تعریف کرد که در آن k نمایانگر نیروی ترمودینامیکی مرتبط با متغیر حالت کارسختی ایزوتروپیک است و σ_Y تنش تسلیم اولیه است.

1 VUMAT

رابطه پایین تغییر یافته است و به عنوان مدل آسیب گورسون-تی ورگارد-نیدلمن یا جی تی-ان شناخته می‌شود. [۲۱]

$$\Phi(p, q, \sigma_Y, f) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 + 2q_1 f^* \cosh\left(-\frac{3}{2} \frac{q_2 p}{\sigma_Y}\right) - (1 + q_3 f^{*2}) \quad (8)$$

۳- مدل‌های اصلاح شده جی تی-ان

همان‌طور که در مقدمه بیان گردید در سال‌های اخیر برخی اصلاحات توسط محققین مختلف در مدل جی تی-ان اعمال شده است تا با اضافه کردن پارامتر آسیب برشی و همچنین اصلاح تابع تسلیم، محدودیت این مدل آسیب در بارگذاری برشی مرتفع گردد. در ادامه برخی از مهم‌ترین مدل‌های اصلاح شده بررسی می‌گردد.

۳-۱- مدل اصلاح شده ژو

به منظور توسعه قابلیت مدل جی تی-ان برای پیش‌بینی شکست در سطوح پایین سه محوری تنش، ژو [۱۳] یک مکانیزم آسیب برشی بر اساس بررسی‌های هندسی یک سلول مربعی با حفره دایره‌ای در مرکز آن تحت تغییر شکل برشی ساده را فرموله کرد. ژو رابطه تکامل آسیب برشی توسعه داده شده خود را با ضرب کردن آن در یک تابع وابسته به زاویه لود به حالت دلخواه بارگذاری تعمیم داد. رابطه تکامل آسیب برشی ژو به صورت زیر است: [۱۳]

$$\dot{D}_s = g(\theta_L) (q_4 f^{(q_5)} \varepsilon_{eq} \dot{\varepsilon}_{eq}) \quad (9)$$

که در رابطه بالا q_4 و q_5 پارامترهای هندسی هستند که برای مسائل دوبعدی برابر $q_4 = 3/\sqrt{\pi}$ و $q_5 = 0.5$ و برای مسائل سه‌بعدی برابر $q_4 = \frac{3}{2} \left(\frac{6}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ و $q_5 = \frac{1}{3}$ هستند. تابع وابسته به زاویه لود استفاده شده توسط ژو به صورت زیر است: [۱۳]

$$g(\theta_L) = 1 - \frac{6|\theta_L|}{\pi} \quad (10)$$

زاویه لود θ که توسط لود [۲۲] تعریف شده است، از مقدار صفر در کشش تا مقدار $\frac{\pi}{6}$ در برش و مقدار $\frac{\pi}{3}$ در فشار تغییر می‌کند. ژو

تعریف جوانه‌زنی حفره بر اساس کرنش پلاستیک به شرح زیر است: [۳]

$$f_n = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_m^p - \varepsilon_N}{S_N}\right)^2\right] \dot{\varepsilon}_m^p \quad (5)$$

که در رابطه بالا جایی که f_N کسر حجمی تمام ذرات دارای پتانسیل برای جوانه‌زنی حفره است، ε_N کرنش پلاستیک میانگین برای جوانه‌زنی حفره و S_N انحراف استاندارد توزیع است. متغیرهای $\bar{\varepsilon}_m^p$ و $\dot{\varepsilon}_m^p$ به ترتیب کرنش پلاستیک معادل ماتریس و نرخ کرنش پلاستیک معادل ماتریس هستند. در نتیجه تغییر در میزان کسر حجمی حفره‌ها ناشی از جوانه‌زنی حفره‌های جدید و رشد حفره‌های موجود است. [۲۱]

$$\dot{f} = \dot{f}_n + \dot{f}_g \quad (6)$$

از بین رفتن کامل ظرفیت تحمل بار ماده در تابع تسلیم گورسون هنگامی رخ می‌دهد که $f = 1$ باشد. این مقدار به صورت غیرواقعی بزرگ‌تر از مشاهدات تجربی است. تی ورگارد و نیدلمن [۲۱] کسر حجمی حفره مؤثر f^* را ارائه کردند تا از دست دادن سریع ظرفیت تحمل بار ماده را در یک سطح واقعی از کسر حجم خالی مدل کند. رابطه پیشنهاد شده توسط آن‌ها به صورت زیر است: [۲]

$$f^* = \begin{cases} f & \text{for } f < f_c \\ f_c + \left(\frac{1}{q_1} - f_c\right) \frac{f - f_c}{f_f - f_c} & \text{for } f \geq f_c \end{cases} \quad (7)$$

که در رابطه بالا f_c مقدار کسر حجمی حفره بحرانی است که در آن مقدار به هم پیوستن حفره‌ها شروع می‌شود. f_f مقدار کسر حجمی حفره‌ها در شکست است.

به منظور بهبود پیش‌بینی‌های مدل و نزدیک کردن هر چه بیشتر نتایج آن به نتایج تجربی و همچنین در نظر گرفتن اثرات فعل و انفعالات بین حفره‌ها، سه پارامتر تنظیم‌کننده شامل q_1 ، q_2 و q_3 توسط تی ورگارد معرفی شد [۴ و ۵].

با تمام اصلاحات بیان شده در بالا، تابع تسلیم مدل گورسون به

۳-۲- مدل اصلاح شده ناشون-هاچینسون

ناشون و هاچینسون [۱۲] یک عبارت به رابطه تکامل کسر حجمی حفره‌ها اضافه کردند تا مقدار کمی آسیب برشی به دلیل اثر برش حفره‌ها را در مدل جی‌تی‌ان در نظر گرفته باشند؛ بنابراین رابطه تکامل آسیب به صورت مجموع سه رابطه برای جوانه‌زنی حفره‌ها، رشد حفره‌ها و آسیب برشی تبدیل شد. [۱۲]

$$\dot{f} = \dot{f}_n + \dot{f}_g + \dot{f}_s \quad (15)$$

$$\dot{f}_s = k_{\omega} f \omega(\sigma_{ij}) \frac{S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p}{q} \quad (16)$$

در رابطه ناشون و هاچینسون برای آسیب برشی، k_{ω} به عنوان یک پارامتر جدید ماده برای تنظیم نرخ رشد آسیب در شرایط برش خالص وارد شده است و $\omega(\sigma)$ تابع وابسته به حالت تنش استفاده شده توسط ناشون و هاچینسون است. این تابع بین مقادیر صفر و یک متغیر است که مقدار صفر برای حالت تنش محوری و یک برای شرایط تنش برشی است. [۱۲]

$$\omega(\sigma) = 1 - \xi^2 = 1 - \left(\frac{27J_3}{2q^3}\right)^2 \quad (17)$$

۳-۳- مدل اصلاح شده زو و همکاران

زو و همکاران [۱۸] مدل جی‌تی‌ان را با ترکیب آن با مفهوم مکانیک آسیب لمتر اصلاح کردند. در مدل مکانیک آسیب لمتر [۱] و [۲۴] تنش مؤثر متأثر از پارامتر آسیب D است و ماده ظرفیت تحمل بار خود را هنگامی که D برابر یک می‌شود، به طور کامل از دست می‌دهد. تابع تسلیم لمتر به صورت زیر بیان می‌شود: [۱۸]

$$\Phi = \tilde{\sigma} - \sigma_Y = \frac{\sigma}{1-D} - \sigma_Y \quad (18)$$

در صورت نبود هیچ نوع فشار هیدرواستاتیک، تابع تسلیم مدل اصلی جی‌تی‌ان به صورت زیر نوشته می‌شود: [۱۸]

$$\Phi(q, \sigma_Y, f) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 + 2q_1 f^* - (1 + q_1^2 f^{*2}) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 - (1 - q_1 f^*)^2 \quad (19)$$

یک زاویه لود جایگزین (θ_L) با در نظر گرفتن تقارن نسبت به محور برش [۲۳] تعریف کرد که از $-\frac{\pi}{6}$ تا $\frac{\pi}{6}$ تغییر می‌کند. رابطه بین این دو زاویه به صورت زیر است: [۱۳]

$$\theta = \cot^{-1} \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{s_1 - s_3}{s_2 - s_3} - \frac{1}{2} \right) \right], \theta_L = \theta - \frac{\pi}{6} = \tan^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \left(2 \frac{s_2 - s_3}{s_1 - s_3} - 1 \right) \right] \quad (11)$$

که در روابط بالا s_1, s_2, s_3 مقادیر اصلی تانسور تنش انحرافی است.

ژو در مدل اصلاح شده‌اش رابطه نرخ آسیب کل را به صورت زیر تعریف کرد: [۱۳]

$$\dot{D} = K_D (q \dot{f} + \dot{D}_s) \quad (12)$$

که در آن K_D ضریب نرخ آسیب است. ژو کسر حجمی حفره در شکست (f_f) را با $D = 1$ و کسر حجمی حفره بحرانی f_c را با D_c جایگزین کرد؛ بنابراین معیار دوخطی ژو به صورت زیر درآمد: [۱۳]

$$K_D = \begin{cases} 1 & D \leq D_c \\ \frac{1/q_1 - f_c}{f_f - f_c} & D_c < D \leq 1 \end{cases} \quad (13)$$

که در آن $D_c = q f_c$ است. در حالت کشش تک‌محوری که $g(\theta_L) = 0$ است، \dot{D}_s برابر صفر است و مدل ژو بر مدل اصلی جی‌تی‌ان منطبق است. با فرض این که شکست هنگامی رخ می‌دهد که آسیب کل به مقدار یک برسد و با جایگزینی $q f^* = D$ در مدل جی‌تی‌ان، تابع تسلیم اصلاح شده توسط ژو به صورت زیر خواهد بود: [۱۳]

$$\Phi(p, q, \sigma_Y, D) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 + 2D \cosh\left(-\frac{3}{2} \frac{q_2 p}{\sigma_Y}\right) - (1 + D^2) \quad (14)$$

$$\dot{D}_s = \frac{n D_s^{\frac{n-1}{n}}}{\mathcal{E}_f^s} \dot{\mathcal{E}}_m^p \quad (23)$$

ژو و همکاران یک تابع از سه محوری تنش T و زاویه لود θ را به‌عنوان فاکتور وزنی برای توسعه رابطه تکامل آسیب برشی پیشنهاد شده به حالت دلخواه تنش استفاده کردند [۲۵-۲۷]. تابع وزنی $\psi(\theta, T)$ ، برای شرایط سه محوری تنش مثبت همان تابع وابسته به زاویه لود استفاده شده توسط ژو $g(\theta_L)$ است درحالی‌که که اصلاحی به‌منظور فراهم کردن قابلیت برای سه محوری تنش منفی روی آن انجام شده است. [۱۸]

$$\psi(\theta, T) = \begin{cases} g(\theta_L) & T > 0 \\ g(\theta_L)(1-k) + k & T \leq 0 \end{cases} \quad (24)$$

که ثابت k مقدار فاکتور وزنی برای سه محوری تنش منفی و $\theta_L = \pm \pi / 6$ است که می‌توان توسط آزمون فشار کالیبره کرد.

۴- توسعه مدل جدید

مدل‌های اصلاح شده که ارائه شدند، ضعف مدل جی‌تی‌ان را تحت بارگذاری برشی بهبود داده‌اند، اما خود نیز برخی از محدودیت‌ها را دارند. اضافه کردن پارامتر آسیب برشی به پارامتر آسیب حجمی و درآوردن آن‌ها به شکل یک پارامتر آسیب واحد؛ در نظر گرفتن انواع مختلف آسیب در یک پارامتر آسیب منفرد و وارد کردن آن به تابع تسلیم غیرقابل قبول است زیرا آسیب‌های مختلف مفاهیم فیزیکی و اثرات تضعیف متفاوتی دارند. آسیب برشی مقدار فیزیکی حفره و تخلخل را نشان نمی‌دهد بلکه این آسیب اثر اعوجاج حفره‌ها و گلوبی شدن ماده در بین حفره‌ها را در رفتار پلاستیک ماده اعمال می‌کند بنابراین اضافه کردن آن به آسیب حجمی نادرست است. چنین رویکردی تحت شرایط سه محوری تنش متوسط تا زیاد باعث تجمع آسیب بیش‌از حد می‌شود که توسط نیلسن و تی ورگارد [۱۴] بیان شده است. توابع وابسته به حالت تنش استفاده شده توسط ژو و ناشون-هاچینسون دارای یک ضعف مشترک هستند که مقدارشان تحت بارگذاری فشاری صفر شده و از عمل کردن پارامتر آسیب برشی در حالت سه محوری تنش منفی ممانعت به عمل می‌آورند. این ضعف توسط ژو [۱۸] و همکاران بیان شده است. تابع نرخ جوانه‌زنی

اگر در رابطه بالا qf^* با D جایگزین شود مدل جی‌تی‌ان بدون فشار هیدرواستاتیک معادل مدل لمتر خواهد بود. ژو و همکاران فرض کردند که آسیب برشی D_s که در ماده انباشته می‌شود فقط تنش‌های انحرافی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. از آنجایی که آسیب کلی مجموع آسیب مربوط به رشد حفره‌ها و آسیب برشی است، آسیب برشی به رابطه بالا اضافه شده و تابع تسلیم جی‌تی‌ان بدون فشار هیدرواستاتیک به صورت زیر درمی‌آید: [۱۸]

$$\Phi(q, \sigma_Y, f, D_s) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 - (1 - q_1 f^* - D_s^2) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 + 2q_1 f^* + 2D_s - [1 + (q_1 f^* + D_s)^2] \quad (20)$$

تحت یک وضعیت تنش کلی شامل رشد حفره‌ها و آسیب برشی، تابع تسلیم مدل جی‌تی‌ان اصلاح شده توسط ژو و همکاران به صورت زیر بیان می‌شود: [۱۸]

$$\Phi(p, q, \sigma_Y, f, D_s) = \left(\frac{q}{\sigma_Y}\right)^2 + 2q_1 f^* \cosh\left(-\frac{3}{2} \frac{q_2 p}{\sigma_Y}\right) - [1 + (q_1 f^* + D_s)^2 - 2D_s] \quad (21)$$

هنگامی که آسیب کلی $qf^* + D_s$ ، برابر یک شود ماده به‌طور کامل دچار شکست می‌شود. این مدل اصلاح شده در صورت نبود آسیب برشی به مدل جی‌تی‌ان و تحت شرایط برش خالص به مدل آسیب لمتر تقلیل پیدا خواهد کرد.

ژو و همکاران فرض کردند که آسیب برشی تابعی از کرنش پلاستیک و شرایط تنش است. آن‌ها یک پارامتر آسیب برشی را به صورت زیر تعریف کردند: [۱۸]

$$D_s = \left(\frac{\mathcal{E}_m^p}{\mathcal{E}_f^s}\right)^n \quad (22)$$

که در رابطه بالا \mathcal{E}_m^p ، \mathcal{E}_f^s و n به ترتیب کرنش پلاستیک ماتریس، کرنش شکست تحت شرایط برش خالص و توان تضعیف‌کنندگی ماده با مقدار بزرگ‌تر از واحد هستند. رابطه تکامل آسیب برشی با استفاده از رابطه بالا به صورت زیر تعریف می‌شود: [۱۸]

را با مدل آسیب جی‌تی‌ان ترکیب کردند تا مدل اصلاح‌شده جدید ارائه دهند. لمتراظهار داشته که رفتار کرنشی یک ماده آسیب‌دیده با معادلات ساختاری ماده آسیب‌ندیده بیان می‌شود در صورتی که تنش با تنش مؤثر جایگزین گردد. تنش مؤثر به صورت زیر بیان می‌شود که D پارامتر آسیب است:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (25)$$

با نتیجه‌گیری از مباحث فوق، در پژوهش حاضر فرم اصلی مدل جی‌تی‌ان برای آسیب کسر حجمی حفره‌ها استفاده شده است در حالی که از مفهوم آسیب لمترا و تنش مؤثر برای وارد کردن آسیب برشی به تابع تسلیم استفاده شده است؛ بنابراین، تنش معادل q در تابع تسلیم مدل جی‌تی‌ان، با تعریف مؤثر آن بر اساس مفهوم آسیب لمترا $\tilde{q} = \frac{q}{1-D}$ جایگزین می‌شود. تابع تسلیم اصلاح‌شده با دو پارامتر آسیب مجزا و مستقل به صورت زیر خواهد بود:

$$\Phi(p, q, \sigma_y, f, D_s) = \frac{q^2}{(1-D_s)^2 \sigma_y^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(-\frac{3}{2} \frac{q_2 p}{\sigma_y}\right) + (1 + q_3 f^{*2}) \quad (26)$$

در رابطه بالا D_s پارامتر آسیب برشی است که در پژوهش حاضر یک رابطه و قانون تکامل جدید برای آن در بخش بعدی ارائه خواهد شد. عملکرد تابع تسلیم ارائه‌شده در بالا در صورت نبودن اثرات برشی ($D_s = 0$)، منطبق بر سطح تسلیم جی‌تی‌ان است. در حالت بارگذاری برشی خالص که $p = 0$ و جوانه‌زنی حفره‌ها قابل صرف‌نظر کردن است، تابع تسلیم اصلاح‌شده به مدل لمترا تبدیل خواهد شد.

۲-۴- تابع تکامل آسیب برشی

با اتخاذ رویکرد پدیدارشناختی، فرض می‌شود که آسیب برشی توسط کرنش پلاستیک معادل ماتریس و حالت تنش غالب کنترل شود؛ بنابراین رابطه آسیب برشی را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد که با ازدیاد تغییر شکل پلاستیک افزایش یافته و با رسیدن کرنش پلاستیک معادل به کرنش شکست ماده تحت بارگذاری برشی خالص، به مقدار نهایی می‌رسد.

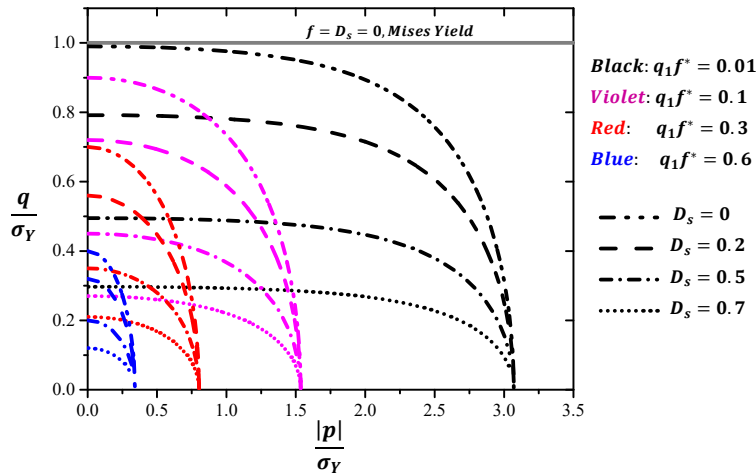
که در همه مدل‌های اصلاح‌شده پیشین استفاده شده است همان تابع مدل پایه بوده و مستقل از شرایط بارگذاری و وضعیت تنش حاکم است. در صورتی که شرایط بارگذاری کششی مناسب‌ترین حالت بارگذاری برای جوانه‌زنی حفره‌ها است و با دور شدن از این شرایط، نرخ جوانه‌زنی حفره‌ها کاهش می‌یابد؛ بنابراین، باید اثر شرایط بارگذاری در رابطه مربوط به جوانه‌زنی حفره‌ها در نظر گرفته شود. برای این منظور، تابع وابسته به حالت تنش باید در تابع نرخ جوانه‌زنی بکار گرفته شود تا اثر وضعیت تنش را در نرخ جوانه‌زنی حفره‌ها اعمال کند.

در این پژوهش سعی شده است نقاط قوت همه مدل‌های جی‌تی‌ان اصلاح‌شده قبلی در نظر گرفته شده و با اعمال اصلاحات جدید، یک مدل اصلاح‌شده جدید از جی‌تی‌ان پیشنهاد شود که تحت شرایط غالب بودن بارگذاری برشی عملکرد خوبی داشته باشد. این مدل توسعه داده‌شده در ادامه توضیح داده می‌شود.

۱-۴- تابع تسلیم اصلاح‌شده شامل آسیب برشی

به منظور فراهم آوردن قابلیت پیش‌بینی شکست در مدل آسیب جی‌تی‌ان تحت شرایط غالب بودن بارگذاری برشی، اضافه کردن پارامتر آسیب برشی به مدل امری اجتناب‌ناپذیر است. در مدل اصلی جی‌تی‌ان، f یک شاخص فیزیکی از آسیب حجمی به دلیل تغییر حجم حفره‌ها و تغییر حجم پلاستیک در ماده است. همان‌طور که توسط محققین پیشین بحث شده است [۱۷-۱۹]، در نظر گرفتن انواع مختلف آسیب در یک پارامتر آسیب منفرد و وارد کردن آن به تابع تسلیم قابل تردید است زیرا آسیب‌های مختلف مفاهیم فیزیکی و اثرات تضعیف متفاوتی دارند. آسیب برشی مقدار فیزیکی حفره و تخلخل را نشان نمی‌دهد بلکه این آسیب اثر اعوجاج حفره‌ها و گلوبی شدن ماده در بین حفره‌ها را در رفتار پلاستیک ماده اعمال می‌کند.

از آنجاکه بر طبق مطالعات صورت گرفته دو مکانیسم شکست مختلف ناشی از آسیب حجمی (کسر حجمی حفره‌ها) و آسیب برشی را نمی‌توان در یک پارامتر آسیب واحد یکپارچه کرد، با پیروی کردن از ایده زو و همکاران [۱۸] نیاز است تا دو پارامتر آسیب متفاوت و مستقل برای آسیب حجمی و آسیب برشی استفاده شده و با تابع تسلیم کوپل گردند. آن‌ها [۱۷-۱۹]، مفهوم مکانیک آسیب لمترا [۱]



شکل ۱. شکل سطح تسلیم به ازای مقادیر مختلف f^* و D_s

Fig. 1. The shape of the yield surface for different values of f^* and D_s

جدید اصلاح کردند. این ثابت جدید قابلیت وارد کردن اثرات برشی را در حالت‌های با سه محوری تنش منفی فراهم می‌کند. با علم به این قضیه، در پژوهش حاضر تابع وابسته به حالت تنش اصلاح شده توسط زو به کار گرفته شد تا کاربرد رابطه تکامل آسیب برشی جدید برای کلیه حالات تنش شامل سه محوری تنش مثبت، صفر و منفی توسعه داده شود.

$$\psi(\theta_L, T) = \begin{cases} g(\theta_L) & T > 0 \\ g(\theta_L)(1-k) + k & T \leq 0 \end{cases} \quad (29)$$

۴-۴- تکامل آسیب حجمی

تکامل حفره‌ها و آسیب حجمی در مدل جی‌تی‌ان شامل دو قسمت است؛ جوانه‌زنی حفره‌های جدید و رشد حفره‌های موجود. شرایط بارگذاری کششی مناسب‌ترین حالت بارگذاری برای جوانه‌زنی حفره‌ها است و با دور شدن از این شرایط، نرخ جوانه‌زنی حفره‌ها کاهش می‌یابد؛ بنابراین، بهتر است اثر شرایط بارگذاری در رابطه مربوط به جوانه‌زنی حفره‌ها در نظر گرفته شود. برای این منظور، یک تابع جدید برای نرخ جوانه‌زنی حفره‌ها به صورت زیر استفاده خواهد شد:

$$f_n = (1 - \psi(\theta_L, T)) \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\epsilon}_m^p - \epsilon_N}{S_N} \right)^2 \right] \dot{\bar{\epsilon}}_m^p \quad (30)$$

$$D_s = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[1 - (1 - e^{-\alpha}) \left(\frac{\bar{\epsilon}_m^p}{\epsilon_f^s} \right) \right] \quad (27)$$

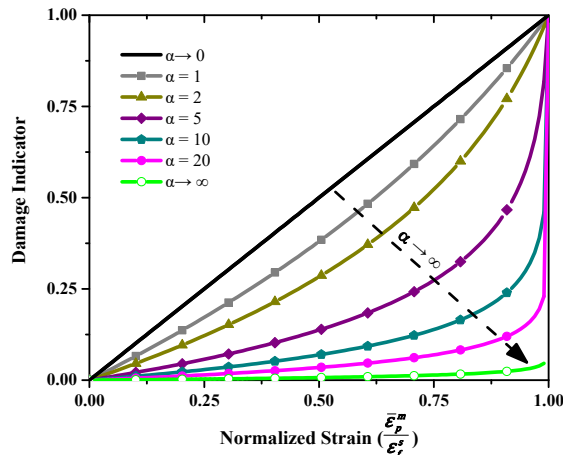
که در رابطه بالا ϵ_f^s کرنش شکست برشی و α پارامترهای وابسته به جنس ماده هستند. تأثیر α بر روی تکامل آسیب برشی در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. با مشتق‌گیری از تابع آسیب برشی نسبت به زمان، نرخ آسیب برشی به شرح زیر است:

$$\dot{D}_s = \frac{(1 - e^{-\alpha}) \dot{\bar{\epsilon}}_m^p}{\alpha \left[\epsilon_f^s - (1 - e^{-\alpha}) \bar{\epsilon}_m^p \right]} = \frac{(1 - e^{-\alpha})}{\alpha} \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}_m^p}{\epsilon_f^s} \right) e^{\alpha D_s} \quad (28)$$

شکست نهایی ماده هنگامی اتفاق می‌افتد که مقدار پارامتر آسیب کل، شامل آسیب کسر حجمی حفره و آسیب برشی به مقدار واحد برسد.

۴-۳- تابع وابسته به حالت تنش

توابع وابسته به حالت تنش استفاده شده توسط ژو [۱۳] و ناشون-هاچینسون [۱۲] دو تا از پرکاربردترین‌ها در این زمینه هستند. هر دو این توابع استفاده شده توسط ژو و ناشون-هاچینسون دارای یک ضعف مشترک هستند که مقدارشان تحت بارگذاری فشاری صفر شده و از عمل کردن آسیب برشی در حالت سه محوری تنش منفی ممانعت به عمل می‌آورند. به منظور حذف این محدودیت، زو و همکاران [۱۸] تابع وابسته به زاویه لود استفاده شده توسط ژو را با افزودن یک ثابت



شکل ۲. اثر α روی انباشت آسیب در تابع آسیب برشی پیشنهاد شده

Fig. 2. Effect of α on damage accumulation in the proposed shear damage function

می‌شود:

$$D^T = q_f f^* + D_s \quad (31)$$

تحت شرایط آسیب ترکیبی شکست هنگامی رخ خواهد داد که پارامتر آسیب کلی، که شامل هر دو آسیب حجمی و برشی است به مقدار یک برسد.

۵- تعیین پارامترهای مدل توسعه داده شده

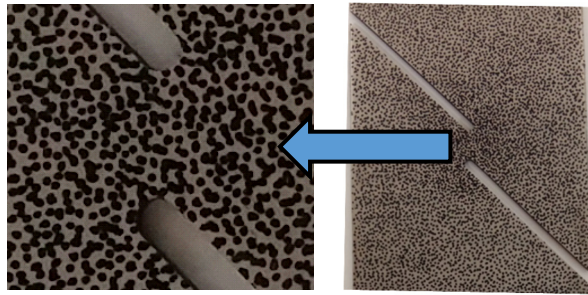
استفاده از مدل جی تی ان پایه در آنالیز آسیب نیازمند تعیین ۱۴ پارامتر ماده شامل پارامترهای الاستیک (E, ν) ، پارامترهای کارسختی پلاستیک (K, ϵ, m) ، ضرایب تابع تسلیم (q_3, q_2, q_1) ، پارامترهای مربوط به جوانه زنی حفره ها $(f, f_N, \epsilon_N, S_N)$ و پارامترهای مربوط به کسر حجمی حفره ها در آغاز به هم پیوستن حفره ها (f_c) و در لحظه شکست (f_r) هست. ماده مورد مطالعه ورق فولاد SAE ۱۰۱۰ با ضخامت ۱ میلی متر بوده است. این ماده با نام تجاری St12 برای افزایش شکل پذیری آن تحت عملیات آنیلینگ قرار می گیرد. میانگین ازدیاد طول و سختی برای ورق تهیه شده مطابق با اطلاعات تولیدکننده به ترتیب ۴۲٪ و HV ۱۰۵ است. برای تعیین پارامترهای ورودی مدل جی تی ان آزمون های تجربی کشش بر روی نمونه هایی که مطابق با استاندارد ASTM E8 تهیه شده اند انجام شده است. همچنین نمونه های برشی که برای ارزیابی مدل توسعه داده شده استفاده شده مطابق با استاندارد ASTM B۸۳۱ تهیه شده اند. تمامی

$\psi(\theta_L, T)$ همان تابع وابسته به حالت تنش ارائه شده در قسمت قبل است که دارای مقدار واحد تحت شرایط برش خالص است. تابع جدید برای جوانه زنی حفره ها حاکی از آن است که حفره ها فقط در صورت وجود شرایط بارگذاری کششی، به وجود می آیند. رشد حفره ها باعث تغییر حجم پلاستیک می شود و قانون تکامل برای آن همانند مدل اصلی جی تی ان در نظر گرفته شده است.

۴-۵- مقادیر بحرانی برای دو متغیر آسیب اسکالر مجزا

برخلاف مدل جی تی ان اصلی با یک پارامتر آسیب، مدل ارائه شده در پژوهش حاضر دارای دو پارامتر آسیب جداگانه است، بنابراین باید دو حالت بحرانی برای دو پارامتر آسیب در نظر گرفت. در پژوهش حاضر، آسیب کسر حجمی حفره همانند مدل اصلی جی تی ان در نظر گرفته شده است که در آن آسیب حجمی با مقادیر f_c و f_r تابع f^* کنترل می شود. در رابطه با آسیب برشی تضعیف خواص به وجود آمده در ماده به دلیل آسیب برشی به صورت تدریجی در کرنش های پلاستیک پایین رشد کرده و با نزدیک شدن کرنش پلاستیک معادل ماتریس به کرنش شکست برشی ماده سرعت می گیرد. شکست نهایی ماده به دلیل آسیب برشی هنگامی اتفاق می افتد که کرنش پلاستیک معادل $\bar{\epsilon}_m^p$ به کرنش شکست برشی ماده ϵ_f^s برسد و آسیب برشی D_s برابر با یک گردد.

در شرایطی که هر دو آسیب حجمی و برشی وجود داشته باشد، یک پارامتر جدید به نام پارامتر آسیب کلی D^T به صورت زیر تعریف



شکل ۳. الگوی ایجادشده بر روی نمونه برشی جهت پردازش تصویر
Fig. 3. The pattern created on the shear specimen for DIC

جابجایی و کرنش را در سطح تولید کند. به منظور اندازه‌گیری کرنش و تغییر شکل به روش پردازش تصویر نیاز به سخت‌افزار و نرم‌افزار مخصوص این کار است. پس از بررسی‌های انجام‌گرفته در این باره، با توجه به دقت و کیفیت کار و همچنین در دسترس بودن، نرم‌افزار گام کارلیت^۲ برای این کار انتخاب شد. قبل از انجام آزمون اندازه‌گیری کرنش، نیاز به پوشش سطح نمونه با الگوی خالی^۳ است که این کار با نشانگرهای ظریف و با متوسط اندازه ۵۰ میکرون بر روی نمونه ایجاد شد. الگوی ایجادشده بر روی نمونه‌های برشی در شکل ۳ نشان داده شده است. برای تعیین کرنش شکست برشی ماده، فرایند پردازش تصویر در حین آزمون کشش نمونه‌ی برشی اعمال شد. به این صورت که حین آزمون کشش نمونه برشی که سطح منطقه برشی آن با الگوی خالی پوشش داده شده است فیلم‌برداری شد. با وارد کردن فیلم مربوطه در نرم‌افزار گام کارلیت و کالیبره کردن ابعاد نمونه قبل از شروع آزمون در نرم‌افزار، روند تغییر شکل نمونه توسط نرم‌افزار آنالیز شده و کانتور کرنش معادل استخراج گردید. با توجه به نتایج به دست آمده از پردازش تصویر برای توزیع کرنش پلاستیک معادل که در شکل ۴ ارائه شده است می‌توان به این نتیجه رسید که کرنش شکست برشی برای ماده مورد مطالعه یعنی ورق فولاد کربنی SAE ۱۰۱۰ برابر با ۰/۹ است.

۵-۲- ضریب ثابت ماده برای آسیب برشی α

آخرین پارامتر مدل اصلاح شده جی‌تی‌ان، α است که اثر میزان نرم شوندگی رفتار ماده به دلیل آسیب برشی را کنترل می‌کند. این پارامتر پس از شناسایی همه پارامترها توسط کالیبراسیون معکوس از

نمونه‌های آزمون‌های تجربی در جهت نورد و با استفاده از وایرکات تهیه شده است. آزمون‌های تجربی بر روی دستگاه آزمون کشش هیدرولیک مجهز به اکستنسئومتر با سرعت تنظیم‌شده‌ی ۱ میلی‌متر در دقیقه انجام شده است. برای اطمینان از تکرارپذیری آزمایش‌ها و دستیابی به نتایج دقیق، آزمایش‌ها ۴ بار تکرار شده‌اند.

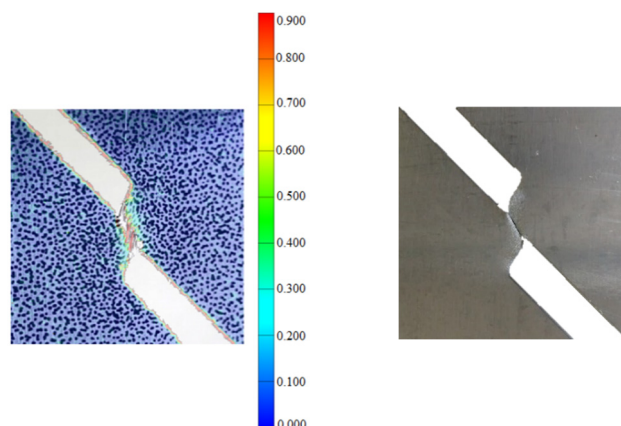
به منظور شناسایی پارامترهای ورودی، فعالیت‌های گسترده‌ای در کارهای قبلی نویسندگان این مقاله انجام شده که برای جزئیات بیشتر توصیه می‌شود به آن‌ها مراجعه گردد [۲۸ و ۲۹]. پس از تعیین ۱۴ پارامتر مربوط به مدل جی‌تی‌ان پایه، نوبت تعیین پارامترهای مربوط به مدل اصلاح شده برای تکمیل فرایند کالیبراسیون مدل برای ماده مورد مطالعه است. پارامترهای جدید که مربوط به آسیب برشی جدید ارائه شده هستند شامل کرنش شکست برشی ϵ_r^s و ضریب ثابت ماده برای آسیب برشی α است. در ادامه فرایند طی شده برای تعیین این پارامترها توضیح داده می‌شود.

۵-۱- تعیین کرنش شکست برشی ϵ_r^s

در پژوهش حاضر، از روش پردازش تصویر^۱ که قبلاً توسط بسیاری از محققان استفاده شده است [۳۰-۳۴]، برای ارزیابی تغییر شکل و اندازه‌گیری کرنش شکست در نمونه‌های برشی که معرف کرنش شکست برشی ماده است استفاده شده است. پردازش تصویر یک روش بدون تماس برای اندازه‌گیری جابجایی و کرنش است. این روش بر اساس مقایسه تصاویر دیجیتالی نمونه‌ی تحت آزمون در مراحل مختلف تغییر شکل کار می‌کند. با ردیابی مجموعه‌ای از پیکسل‌ها، این روش می‌تواند جابجایی سطح را اندازه‌گیری کرده و میدان کامل

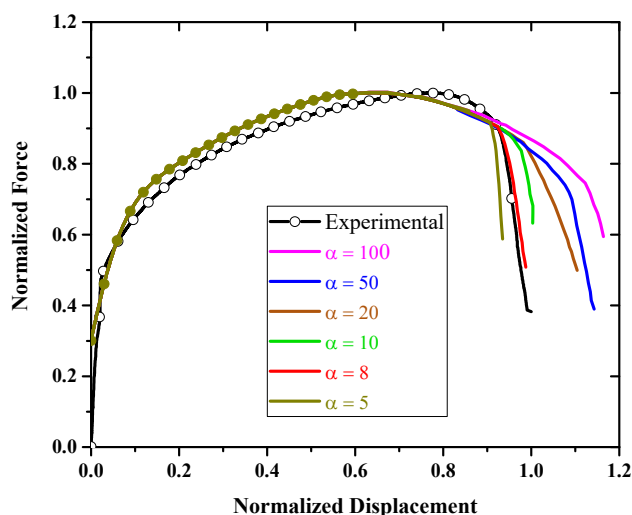
2 GOM correlate
 3 Speckle pattern

1 Digital Image Correlation (DIC)



شکل ۴. توزیع کرنش پلاستیک معادل اندازه‌گیری شده به روش تجربی با پردازش تصویر برای نمونه برشی

Fig. 4. Equivalent plastic strain distribution on shear specimen measured experimentally with DIC



شکل ۵. منحنی‌های نیرو-جابجایی تجربی و شبیه‌سازی به ازای مقادیر مختلف α برای نمونه برشی

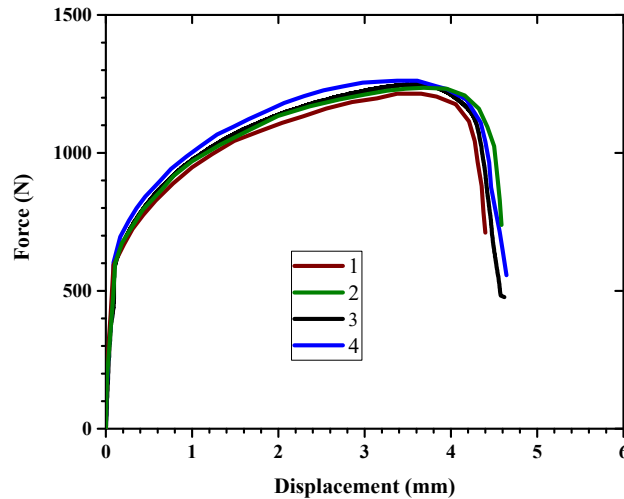
Fig. 5. Experimental and numerical force-displacement curves for different values of α for shear specimen

به حد وسط منحنی‌های کران بالایی و کران پایینی است (منحنی ۳) به‌عنوان منحنی نیرو-جابجایی تجربی در شکل‌های ۵ و ۱۱ استفاده شده است. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود بهترین مطابقت برای نتایج شبیه‌سازی با منحنی نیرو-جابجایی تجربی هنگام استفاده از مقدار ۸ برای α حاصل می‌شود.

۶- الگوریتم به‌کارگیری مدل توسعه داده شده

در پژوهش حاضر، مدل آسیب جی‌تی‌ان اصلاح‌شده با توسعه یک سابروتین ویومت در نرم‌افزار آباکوس/اکسپلیسیت پیاده‌سازی شده است. روش تقسیم اپراتور به‌عنوان استراتژی حل عددی اتخاذ شده است و معادلات ساختاری پلاستیسیته مواد حفره‌دار که به‌صورت

طریق مقایسه منحنی‌های جابجایی تجربی و عددی برای نمونه برشی و به حداقل رساندن اختلافات آن‌ها، تعیین می‌شود. به‌منظور انجام این کار، آزمون کشش نمونه برشی با مدل اصلاح‌شده جی‌تی‌ان و وارد کردن مقادیر مختلف به‌عنوان ورودی برای پارامتر α شبیه‌سازی شد و منحنی‌های نیرو-جابجایی استخراج گردید. منحنی‌های نیرو-جابجایی تجربی و شبیه‌سازی در شکل ۵ ارائه شده است. منحنی تجربی موجود در شکل‌های ۵ و ۱۱ مربوط به آزمون کشش نمونه برشی است که هندسه آن طبق استاندارد ASTM B۸۳۱ بوده و ابعاد آن در شکل ۱۰ ارائه شده است. این آزمون چهار بار انجام شده که دارای تکرارپذیری خوبی بوده و نتایج آن در شکل ۶ ارائه شده است. از این چهار منحنی نیرو-جابجایی شکل ۶، منحنی‌ای که نزدیک



شکل ۶. منحنی‌های نیرو-جابجایی برای چهار آزمون کشش انجام شده روی نمونه‌های برشی
 Fig. 6. Force-displacement curves of four tensile tests performed on shear specimens

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مدل اصلاح شده جی تی ان برای ورق فولاد کربنی SAE ۱۰۱۰ [۲۴ و ۲۵]
 Table 1. Parameters of modified GTN model for SAE 1010 carbon steel sheet [24, 25]

q_1	q_2	q_3	S_N	ϵ_N	f_1	f_N	f_c	f_f	ϵ_f^s	α
۱/۵	۱	۲/۲۵	۰/۱	۰/۳	۰/۰۰۱۰۷	۰/۰۰۷۱۶	۰/۰۱	۰/۱۵	۰/۹	۸

داشتن نمو کاملاً الاستیک و همچنین محاسبه تنش هیدرواستاتیک
 $p_{t+\Delta t}^T$ و تنش معادل $q_{t+\Delta t}^T$

$$\sigma_{t+\Delta t}^T = \sigma_t + C^e : \Delta \epsilon_{t+\Delta t}, p_{t+\Delta t}^T = -\frac{1}{3} \sigma_{t+\Delta t}^T : \mathbf{I}, q_{t+\Delta t}^T = \left(\frac{3}{2} \mathbf{S}_{t+\Delta t}^T : \mathbf{S}_{t+\Delta t}^T \right)^{1/2} \quad (32)$$

گام ۴: محاسبه تابع تسلیم

$$F_2 = \Phi(p_{t+\Delta t}^T, q_{t+\Delta t}^T, \bar{\epsilon}_m^p, f_t^*, D_{s,t}^*) \quad (33)$$

اگر $F_2 < 0$ ، نمو زمانی فعلی الاستیک است. قرار دادن
 $\sigma_{t+\Delta t}^T = \sigma_t^T$ و رفتن به گام ۲
 اگر $F_2 \geq 0$ ، نمو زمانی فعلی الاستیک-پلاستیک است. رفتن به
 گام ۵ و محاسبه ضرایب تصحیح پلاستیک

گام ۵: محاسبه ضرایب تصحیح c_d و c_v از معادلات خطی

نرخ هستند، با استفاده از الگوریتم انتگرال گیری ضمنی ارائه شده توسط آراواس [۳۵] انتگرال گیری شده است. در انتگرال گیری ضمنی اولیر با الگوریتم نگاشت بازگشتی^۱، تنش و متغیرهای حالت داخلی در نقاط انتگرالی المان انتگرال گیری می‌شوند و روش نیوتن-رافسون برای حل سیستم گسسته معادلات بکار گرفته می‌شود [۳۹-۳۵]. در الگوریتم به روزرسانی تنش بر اساس روش تخمین-تصحیح، انتگرال گیری از معادلات ساختاری به شکل نرخ در نقاط انتگرالی المانها انجام می‌پذیرد. مقادیر تنش و متغیرهای حالت در انتهای نمو زمانی $t + \Delta t$ با دانستن مقادیر آنها در شروع نمو زمانی در زمان t تعیین می‌شود. مراحل اصلی بکار گرفته شده به شرح زیر است:

گام ۱: مقداردهی اولیه به تانسورهای تنش و کرنش و متغیرهای حالت $(\sigma, \epsilon, \bar{\epsilon}_m^p, f, D_s)$ در زمان آغاز ($t=0$) جهت آزمون اولیه
 گام ۲: خواندن مقادیر $\sigma_t, \epsilon_t, \bar{\epsilon}_m^p, f_t, D_{s,t}$ و تانسور نمو کرنش $\Delta \epsilon_{t+\Delta t}$ در شروع هر نمو زمانی
 گام ۳: محاسبه تنش آزمایشی (تخمین الاستیک) $\sigma_{t+\Delta t}^T$ با فرض

1 Implicit backward Euler integration with return mapping algorithm

به روزرسانی شده

$$F_1 = (\Delta \varepsilon_v^p)^{i+1} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q} \right)_{t+\Delta t}^{i+1} + (\Delta \varepsilon_d^p)^{i+1} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_{t+\Delta t}^{i+1} \quad (41)$$

$$F_2 = \Phi(p_{t+\Delta t}^{i+1}, q_{t+\Delta t}^{i+1}, (\bar{\varepsilon}_m^p)^{i+1}, (f^*)_{t+\Delta t}^{i+1}, (D_s)_{t+\Delta t}^{i+1}) \quad (42)$$

اگر مقادیر $|F_1|$ و $|F_2|$ از مقدار تیرانس معین شده (مقدار 10^{-7} در کار حاضر) کوچک تر باشند حل تکراری به روش نیوتن-رافسون همگرا شده است. رفتن به گام ۱۰

اگر مقادیر $|F_1|$ و $|F_2|$ از مقدار تیرانس معین شده (مقدار 10^{-7} در کار حاضر) بزرگ تر باشند حل تکراری به روش نیوتن-رافسون همگرا نشده است. برگشتن به گام ۵ و شروع یک تکرار جدید

گام ۱۰: به روزرسانی تنش های هیدرواستاتیک و معادل و متغیرهای حالت برای انتهای نمو زمانی

$$p_{t+\Delta t} = p_{t+\Delta t}^{i+1}, q_{t+\Delta t} = q_{t+\Delta t}^{i+1} \quad (43)$$

$$(\bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t} = (\bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1}, f_{t+\Delta t} = f_{t+\Delta t}^{i+1}, (D_s)_{t+\Delta t} = (D_s)_{t+\Delta t}^{i+1} \quad (44)$$

محاسبه کسر حجمی حفره مؤثر حجم و پارامتر آسیب کل برای انتهای نمو زمانی

$$(f^*)_{t+\Delta t} = \begin{cases} f_{t+\Delta t} & \text{for } f < f_c \\ f_c + \left(\frac{1}{q_1} - f_c \right) \frac{f_{t+\Delta t} - f_c}{f_f - f_c} & \text{for } f \geq f_c \end{cases} \quad (45)$$

$$(D^T)_{t+\Delta t} = q_1 (f^*)_{t+\Delta t} + (D_s)_{t+\Delta t} \quad (46)$$

حذف المان مربوطه در صورت برقراری شرط $(f^*)_{t+\Delta t} \geq f_f$ یا $(D^T)_{t+\Delta t} = 1$ و در غیر این صورت ثبت مقادیر کرنش ها و تنش های مربوط به انتهای نمو زمانی برای المان

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial F_1}{\partial \Delta \varepsilon_v^p} \right)_{t+\Delta t}^i & \left(\frac{\partial F_1}{\partial \Delta \varepsilon_d^p} \right)_{t+\Delta t}^i \\ \left(\frac{\partial F_2}{\partial \Delta \varepsilon_v^p} \right)_{t+\Delta t}^i & \left(\frac{\partial F_2}{\partial \Delta \varepsilon_d^p} \right)_{t+\Delta t}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_v)_{t+\Delta t}^{i+1} \\ (c_d)_{t+\Delta t}^{i+1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} (F_1)_{t+\Delta t}^i \\ (F_2)_{t+\Delta t}^i \end{bmatrix} \quad (34)$$

i شماره تکرار در حل به روش نیوتن-رافسون است.

گام ۵: به روزرسانی مقادیر $\Delta \varepsilon_d^p$ و $\Delta \varepsilon_v^p$

$$(\Delta \varepsilon_v^p)_{t+\Delta t}^{i+1} = (\Delta \varepsilon_v^p)_{t+\Delta t}^i + (c_v)_{t+\Delta t}^{i+1}, \quad (35)$$

$$(\Delta \varepsilon_d^p)_{t+\Delta t}^{i+1} = (\Delta \varepsilon_d^p)_{t+\Delta t}^i + (c_d)_{t+\Delta t}^{i+1}$$

گام ۷: به روزرسانی مقادیر تنش هیدرواستاتیک، تنش معادل و تنش تسلیم ماتریس و محاسبه نمو متغیرهای حالت

$$\begin{aligned} p_{t+\Delta t}^{i+1} &= p_{t+\Delta t}^T + K (\Delta \varepsilon_v^p)_{t+\Delta t}^{i+1} \\ q_{t+\Delta t}^{i+1} &= q_{t+\Delta t}^T - 3G (\Delta \varepsilon_d^p)_{t+\Delta t}^{i+1} \end{aligned} \quad (36)$$

$$(\sigma_Y)_{t+\Delta t}^{i+1} = \sigma_Y ((\bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1})$$

$$(\Delta \bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1} = \frac{-p_{t+\Delta t}^{i+1} (\Delta \varepsilon_v^p)_{t+\Delta t}^{i+1} + q_{t+\Delta t}^{i+1} (\Delta \varepsilon_d^p)_{t+\Delta t}^{i+1}}{(1 - f_{t+\Delta t}^{i+1}) (\sigma_Y)_{t+\Delta t}^{i+1}} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \Delta f_{t+\Delta t}^{i+1} &= (1 - f_{t+\Delta t}^{i+1}) (\Delta \varepsilon_v^p)_{t+\Delta t}^{i+1} + \frac{(1 - \psi(\theta_L, T)) f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \\ &\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{(\bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1} - \varepsilon_N}{S_N} \right)^2 \right] (\Delta \bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1} \end{aligned} \quad (38)$$

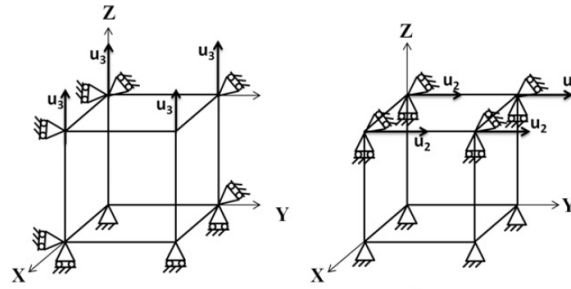
$$(\Delta D_s)_{t+\Delta t}^{i+1} = \psi(\theta_L, T) \frac{(1 - e^{-\alpha}) (\Delta \bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1}}{\alpha [\varepsilon_f^s - (1 - e^{-\alpha}) (\bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1}]} \quad (39)$$

گام ۸: به روزرسانی متغیرهای حالت

$$\begin{aligned} (\bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1} &= \bar{\varepsilon}_m^p + (\Delta \bar{\varepsilon}_m^p)_{t+\Delta t}^{i+1} \\ f_{t+\Delta t}^{i+1} &= f_t + \Delta f_{t+\Delta t}^{i+1} \end{aligned} \quad (40)$$

$$(D_s)_{t+\Delta t}^{i+1} = D_{s,t} + (\Delta D_s)_{t+\Delta t}^{i+1}$$

گام ۹: محاسبه F_1 و F_2 با مقادیر تنش ها و متغیرهای حالت



شکل ۷. شرایط مرزی اعمال شده بر روی تک المان در بارگذاری‌های کششی و برشی
 Fig. 7. Boundary conditions applied to a single element in tensile and shear loads

۷-۱-۱- کشش تک‌محوری

برای ایجاد شرایط بارگذاری کشش تک‌محوری در تک المان، به چهار گره وجه بالایی المان سرعت عمودی ثابت u_p اعمال و گره‌های پایینی المان مطابق با شکل ۷ مقید گردید. شبیه‌سازی‌ها با مدل توسعه‌یافته توسط سابروتین ویومت و همچنین با مدل جی‌تی این موجود در نرم‌افزار آباکوس انجام شد. مدل داخلی آباکوس به‌عنوان مرجعی برای اعتبارسنجی عملکرد مدل توسعه‌یافته در بارگذاری کشش در نظر گرفته شد. نتایج هر دو شبیه‌سازی برای تنش هیدرواستاتیک نرمال شده و کسر حجم حفره به ازای کرنش پلاستیک ماتریس در شکل ۸ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج مدل اصلاح‌شده مطابقت کامل با نتایج مدل اصلی جی‌تی این موجود در آباکوس دارد.

۷-۱-۲- برش ساده

برای ایجاد شرایط بارگذاری برشی ساده در تک المان، به چهار گره وجه بالایی المان سرعت افقی ثابت u_p برابر با ۰/۰۱ متر بر ثانیه اعمال و گره‌های پایینی المان مطابق با شکل ۷ مقید گردیدند. شبیه‌سازی تحت بارگذاری برشی با مدل توسعه‌یافته انجام شد. در این قسمت برای صحت‌گذاری نتایج شبیه‌سازی با مدل توسعه‌داده‌شده، به دلیل ضعف مدل جی‌تی این داخلی آباکوس در بارگذاری برشی و عدم امکان استفاده از آن، به‌منظور ارزیابی صحت نتایج، از راه‌حل تحلیلی تحت بارگذاری برشی استفاده شده که در ادامه توضیح داده می‌شود. به‌منظور دستیابی به یک راه‌حل تحلیلی برای تکامل آسیب و پاسخ تنش-کرنش ماده، از ناحیه الاستیک صرف‌نظر می‌شود. در شرایط برشی ساده، تابع وابسته به حالت تنش $\psi(\theta_L, T)$ برابر با

$$\sigma_{t+\Delta t} = -p_{t+\Delta t} \mathbf{I} + \frac{2}{3} q_{t+\Delta t} \mathbf{n}, \quad \varepsilon_{t+\Delta t} = \varepsilon_t + \Delta \varepsilon \quad (47)$$

$$(\Delta \varepsilon^p)_{t+\Delta t} = \frac{1}{3} (\Delta \varepsilon_v^p)_{t+\Delta t} \mathbf{I} + (\Delta \varepsilon_d^p)_{t+\Delta t} \mathbf{n} \quad (48)$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t}^p = \varepsilon_t^p + (\Delta \varepsilon_v^p)_{t+\Delta t} \quad (49)$$

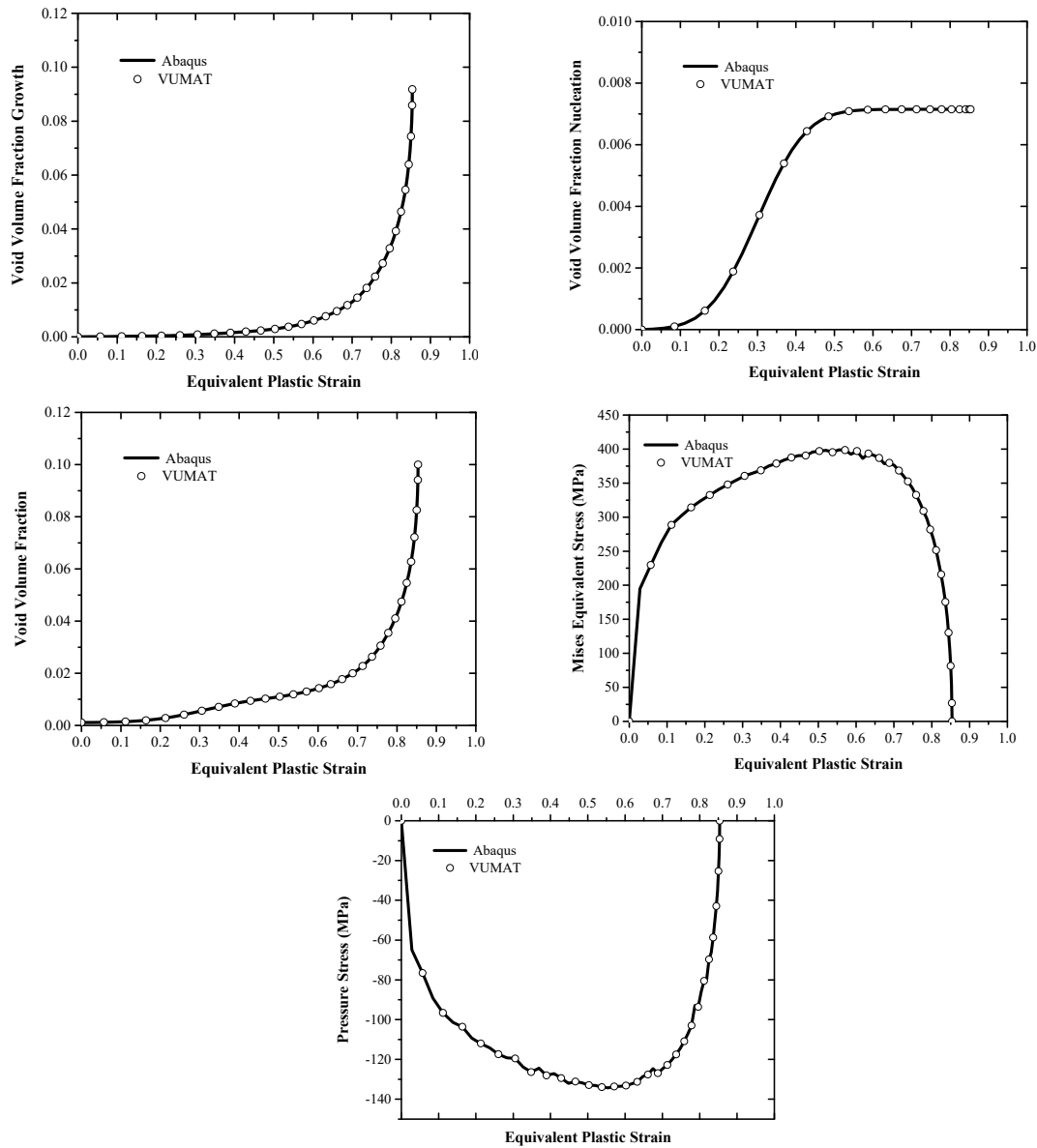
$$\varepsilon_{t+\Delta t}^e = \varepsilon_{t+\Delta t} - \varepsilon_{t+\Delta t}^p \quad (50)$$

۷- شبیه‌سازی آسیب و شکست

در این بخش، مدل اصلاح‌شده جی‌تی این که از طریق توسعه سابروتین ویومت قابلیت استفاده برای شبیه‌سازی در آباکوس را پیدا کرده است، ابتدا بر روی تک المان با بارگذاری‌های مختلف و سپس روی نمونه برشی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و عملکرد آن در شرایط مختلف با مدل پایه جی‌تی این مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

۷-۱- آزمون مدل توسعه‌داده‌شده روی تک المان

به‌منظور آزمایش اولیه مدل و کد توسعه‌داده‌شده بار کششی تک‌محوری و بار برشی ساده بر روی یک تک المان مکعبی ۸ گره‌ای با یک نقطه انتگرالی (C3D8R) با ابعاد واحد اعمال شده است. این تک المان با ابعاد $1 \times 1 \times 1$ میلی‌متر به همراه شرایط مرزی اعمال به آن در شکل ۷ نشان داده شده است. به‌منظور اعمال بارهای مدنظر، سطح بالایی تک المان با سرعت ثابت ۰/۰۱ متر بر ثانیه در جهات عمودی و افقی بارگذاری شده است [۱۵ و ۴۰ و ۴۱].



شکل ۸. مقایسه نتایج شبیه‌سازی در بارگذاری کششی تک‌المان

Fig. 8. Comparison of simulation results in single element tensile loading

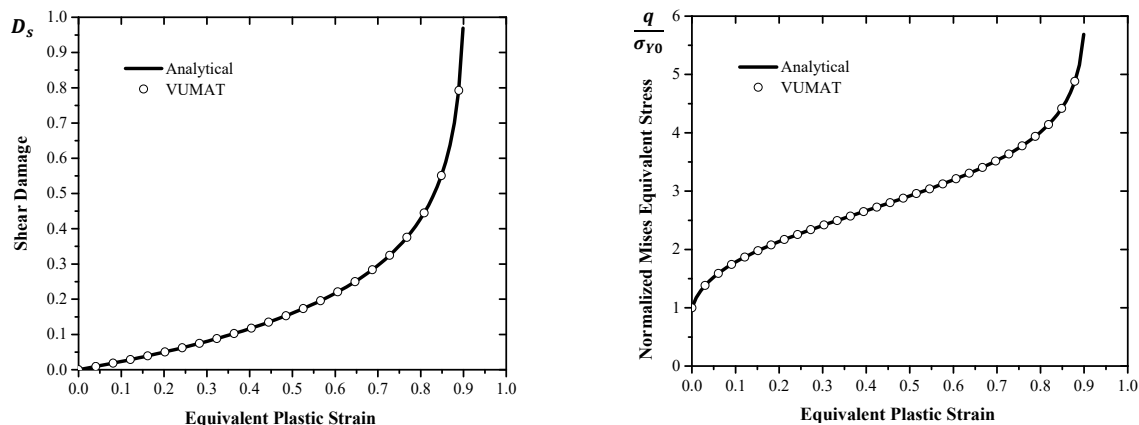
$$q = (1 - q_1 f_0)(1 - D_s) \sigma_Y, \quad (52)$$

$$\left(\frac{q}{\sigma_{Y0}}\right) = (1 - q_1 f_0)(1 - D_s) \left(1 + \frac{\bar{\epsilon}_m^p}{\epsilon_0}\right)^m$$

نتایج تنش معادل نرمال شده و کسر حجمی حفره در برابر کرنش پلاستیک معادل برای شبیه‌سازی عددی و حل تحلیلی در شکل ۹ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج شبیه‌سازی با

یک است. همچنین منطقی است که از جوانه‌زنی و رشد حفره‌ها تحت شرایط برشی خالص صرف‌نظر شود؛ بنابراین کسر حجمی حفره f و مقدار مؤثر آن f^* برابر کسر حجمی حفره اولیه f_0 در حین بارگذاری برشی خواهند بود. لذا، رابطه تحلیلی برای آسیب برشی و تنش معادل نرمال شده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$D_s = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[1 - (1 - e^{-\alpha}) \left(\frac{\bar{\epsilon}_m^p}{\epsilon_f^s} \right) \right] \quad (51)$$



شکل ۹. مقایسه نتایج حل تحلیلی و شبیه‌سازی با کد ویومت توسعه داده‌شده در بارگذاری برشی تک المان

Fig. 9. Comparison of analytical solution and simulation with developed VUMAT code in single element shear loading

نمونه برشی در شکل ۱۰ ارائه شده است. از المان نوع C۳D۸R برای شبکه‌بندی مدل‌ها استفاده شد.

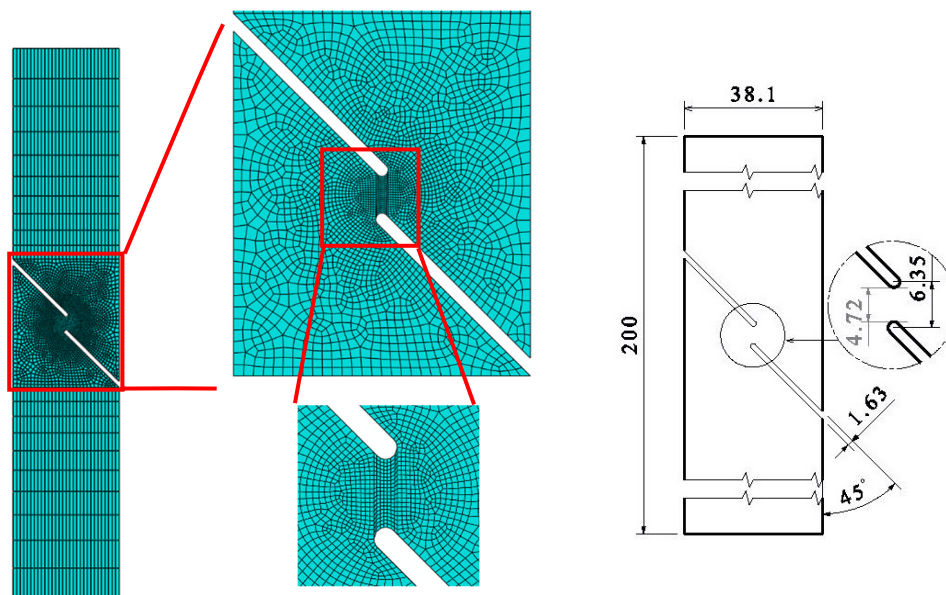
شکل ۱۱ منحنی‌های نیرو-جابجایی استخراج‌شده از شبیه‌سازی المان محدود را به همراه منحنی نیرو-جابجایی تجربی برای نمونه برشی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است مطابقت خوبی بین نتایج تجربی و شبیه‌سازی انجام‌شده با مدل جی‌تی‌ان توسعه داده‌شده وجود دارد. شکل ۱۱ نشان می‌دهد که مدل جی‌تی‌ان اصلاح‌شده توانسته است مقدار حداکثر نیرو، جابجایی در نقطه شکست و همچنین روند نرم شوندگی و تضعیف خواص ماده را به دلیل اثرات آسیب برشی که در آزمون تجربی کشش نمونه برشی اتفاق می‌افتد به خوبی پیش‌بینی کند. در مقابل، این شکل ضعف مدل جی‌تی‌ان پایه را در دخیل کردن اثرات آسیب برشی به خوبی نمایان می‌سازد. همان‌طور که مشخص است اختلاف زیادی بین منحنی‌های نیرو-جابجایی تجربی و منحنی پیش‌بینی‌شده توسط مدل جی‌تی‌ان که شامل جوانه‌زنی، رشد و به هم پیوستن حفره‌ها است تحت شرایط تنش کششی عمل می‌کنند. در واقع در شبیه‌سازی نمونه‌های برشی با مدل جی‌تی‌ان به دلیل نبود قابلیت محاسبه آسیب برشی و دخالت دادن آن در رفتار ناحیه پلاستیک، ماده به صورت پیوسته در نبود آسیب کار سخت شده و استحکام آن افزایش می‌یابد که این خود را به صورت افزایش نیرو در شکل ۱۱ نشان می‌دهد. این افزایش نیرو تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که المان‌های موجود در منطقه تغییر شکل برشی چرخیده و در راستای کشش قرار می‌گیرند و شرایط برای

مدل توسعه داده‌شده به خوبی با نتایج حل تحلیلی مطابقت دارد. لذا، اعتبار مدل اصلاح‌شده جی‌تی‌ان برای بارگذاری برشی با مشاهده توافق عالی بین شبیه‌سازی‌های عددی و حل تحلیلی تأیید می‌شود.

۷-۲- آزمون مدل توسعه داده‌شده روی نمونه برشی

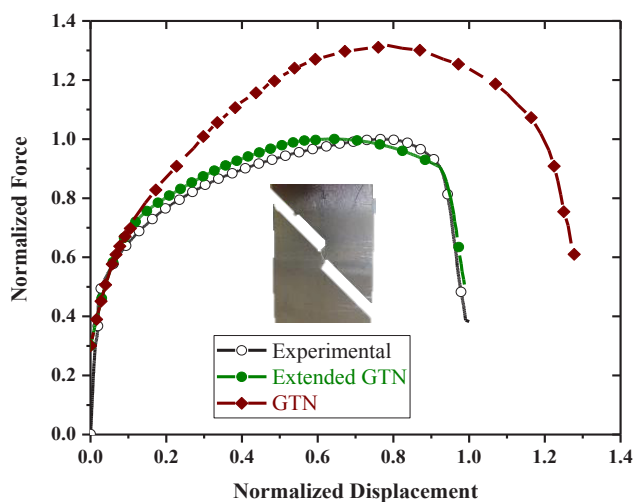
حال به ارزیابی مدل جدید در پیش‌بینی آسیب و شکست روی نمونه‌های واقعی که تحت بارگذاری برشی قرار دارند پرداخته‌شده تا قابلیت آن مورد محک جدی قرار گیرد. برای فراهم کردن شرایط بارگذاری برشی در نمونه‌های کششی، از هندسه‌ای که توسط ASTM B۸۳۱ [۴۲] توصیه شده استفاده شده است. شبیه‌سازی المان محدود آزمون تجربی کشش تک‌محوری روی نمونه برشی با مدل اصلاح‌شده جی‌تی‌ان انجام خواهد شد. به منظور مقایسه عملکرد مدل اصلاح‌شده، شبیه‌سازی‌های فوق با مدل پایه جی‌تی‌ان هم انجام شده و نتایج مورد ارزیابی و مقایسه قرار می‌گیرد.

شبیه‌سازی‌ها با به کارگیری کد توسعه داده‌شده در محیط آباکوس/اکسپلیسیت انجام شده است. از آنجاکه شبکه‌بندی ریز دقت نتایج عددی را افزایش می‌دهد، از شبکه مش ریز و متراکم در نزدیکی منطقه تغییر شکل موضعی استفاده شد و مش درشت‌تر در تمام مناطق اطراف استفاده شد تا زمان محاسبات را به حداقل برساند. اندازه مش بهینه استفاده‌شده برای ناحیه تغییر شکل موضعی پس از انجام آنالیز حساسیت به مش تعیین شده است. با انجام آنالیز حساسیت به مش، اندازه بهینه المان در ناحیه تغییر شکل موضعی برشی ۰/۲۵ × میلی‌متر تعیین شد. هندسه و شبکه‌بندی انجام‌شده بر روی



شکل ۱۰. هندسه نمونه برشی و مش اعمال شده به آن

Fig. 10. The geometry of the shear specimen and the applied mesh

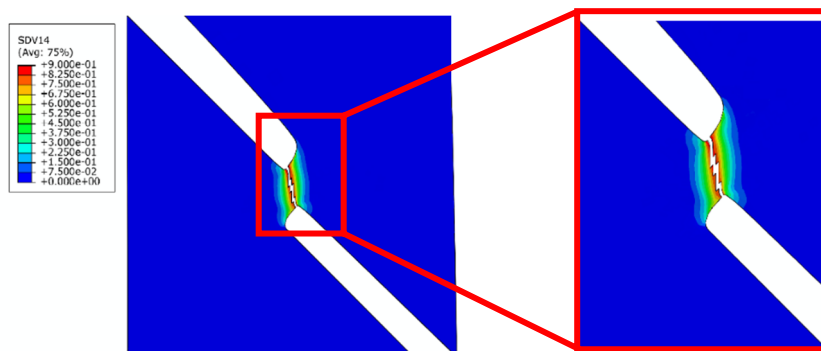


شکل ۱۱. منحنی‌های نیرو-جابجایی تجربی و شبیه‌سازی برای نمونه برشی

Fig. 11. Experimental and numerical force-displacement curves for shear specimen

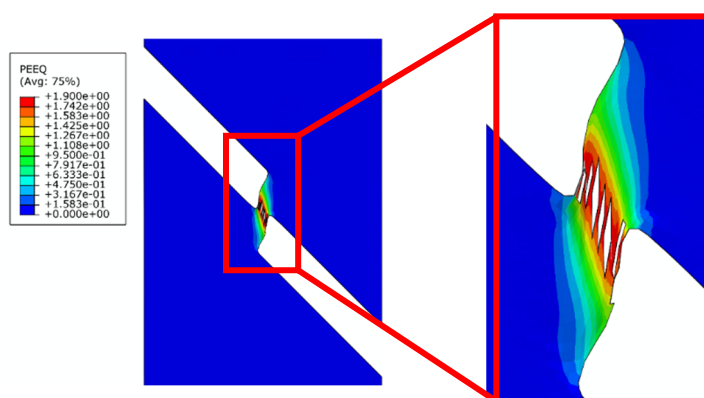
شکل موضعی برای شبیه‌سازی با مدل‌های جی‌تی‌ان اصلاح شده و پایه نشان می‌دهند. همان‌طور که مشخص است تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین دو حالت وجود دارد. در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان اصلاح شده همانند آزمون تجربی محل آغاز شکست و شروع ترک از لبه‌های بیرونی نمونه در منطقه تغییر شکل موضعی بوده و رشد آن به سمت داخل نمونه در صفحه برش صورت می‌گیرد. در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان پایه به دلیل خنثی بودن اثرات برشی روی المان‌ها تا مقدار زیادی از جابجایی (حدوداً ۹۰ درصد جابجایی در نقطه شکست نهایی

جوانه‌زنی و رشد حفره‌ها تحت کشش مهیا می‌شود. پس از شروع این مرحله، انباشت آسیب ناشی از کسر حجمی حفره‌ها تا رسیدن آن به مقدار بحرانی و شکست ادامه می‌یابد که منجر به حذف و جدایش المان‌ها و افت نیرو در شبیه‌سازی می‌شود. در واقع در شبیه‌سازی نمونه برشی با مدل جی‌تی‌ان پایه شکست نهایی تحت کشش و انباشت ناشی از آن اتفاق می‌افتد که از نظر مکانیزم شکست در تضاد با آزمون‌های تجربی بوده و از نظر جابجایی با تأخیر زیادی اتفاق می‌افتد. شکل‌های ۱۲ و ۱۳ فرم لبه‌های نمونه برشی را در منطقه تغییر



شکل ۱۲. شکل لبه شکست نمونه برشی در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان اصلاح‌شده

Fig. 12. Shear sample fracture edge shape in simulation with modified GTN model



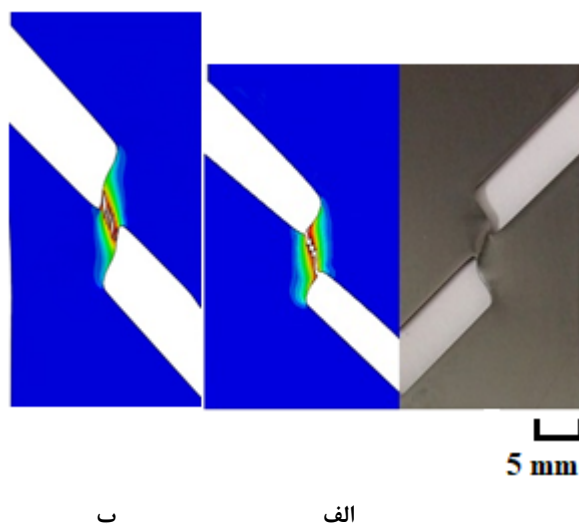
شکل ۱۳. شکل لبه شکست نمونه برشی در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان پایه

Fig. 13. The shape of shear specimen fractured edge in simulation with the GTN model

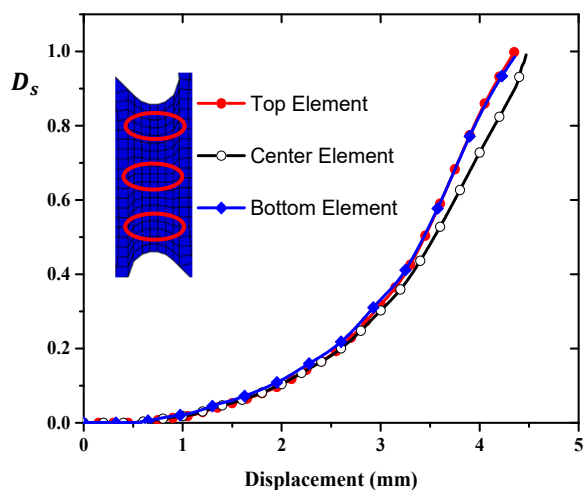
مقایسه لبه‌های شکست نمونه‌های برشی به‌دست‌آمده از آزمون تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی با مدل جی‌تی‌ان اصلاح‌شده و پایه در شکل ۱۴ نشان داده‌شده است. همان‌طور که واضح است، مدل جی‌تی‌ان اصلاح‌شده همپوشانی خوبی با لبه‌های شکست آزمون تجربی نشان می‌دهد اما در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان پایه برای رسیدن به شکست نهایی، جابجایی و تغییر شکل بیشتری نیاز است. شکل ۱۵ منحنی تکامل آسیب برشی برحسب جابجایی کل نمونه را در سه المان واقع در بخش بالایی، میانی و پایینی منطقه برش نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است المان‌های واقع در بخش بالا و پایین زودتر از المان میانی به مقدار آسیب شکست می‌رسند و این نشان می‌دهد که همانند آزمون تجربی شکست از دو لبه بیرونی شروع‌شده و به سمت داخل ناحیه رشد می‌کند.

شکل ۱۶ تغییرات کسر حجمی حفره مربوط به جوانه‌زنی حفره‌ها، کسر حجمی حفره مربوط به رشد حفره‌ها و کسر حجمی حفره کل

برای نمونه برشی در آزمون تجربی) تجمع آسیب و در نتیجه حذف المان و شروع ترک اتفاق نمی‌افتد. پس‌از این مرحله به دلیل تغییر شکل زیاد، منطقه تغییر شکل موضعی برشی به دلیل ازدیاد طول زیاد و چرخش المان‌ها از حالت برشی خارج‌شده و المان‌ها در راستای کشش قرار می‌گیرند. پس‌از آن مکانیسم آسیب مدل جی‌تی‌ان پایه فعال‌شده و انباشت آسیب کسر حجمی حفره‌ها در المان‌ها اتفاق می‌افتد. اولین المان‌ها در قسمت میانی منطقه تغییر شکل موضعی به مقدار کسر حجمی حفره در نقطه شکست رسیده و حذف می‌شوند که این با شروع شکست از سطح بیرونی نمونه در آزمون تجربی در تضاد است؛ اما حذف المان‌ها به‌صورت رندم و نه پیوسته تا جدایش کامل دو قسمت بالا و پایین نمونه برشی ادامه پیدا کرده و در واقع اصلاً ترکی شکل نمی‌گیرد. در نهایت لبه شکست شکل ۱۳ حاصل خواهد شد که ضعف اساسی مدل جی‌تی‌ان را در محل آغاز ترک و رشد آن و همچنین شکل نهایی لبه شکست به‌صورت آشکار نشان می‌دهد.



شکل ۱۴. مقایسه شکل لبه شکست نمونه برشی در آزمون تجربی با شبیه‌سازی المان محدود (الف) مدل جی‌تی‌ان اصلاح‌شده (ب) مدل جی‌تی‌ان پایه
Fig. 14. Comparison of Shear sample fracture edge in experimental test with finite element simulation a) Modified GTN model b) GTN model

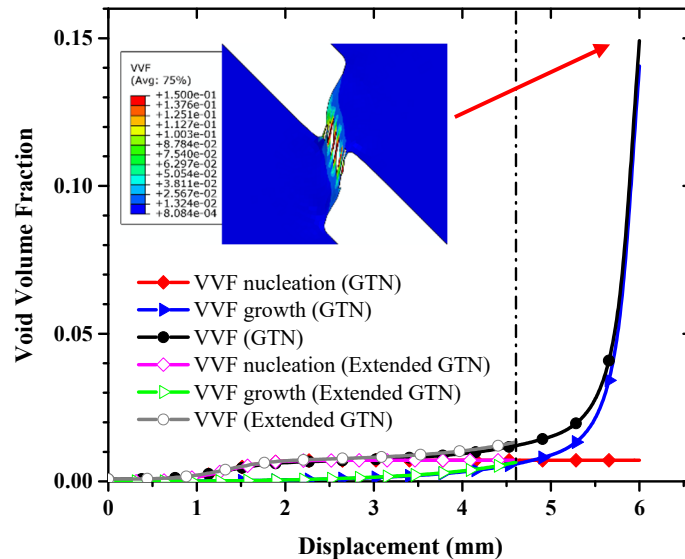


شکل ۱۵. منحنی تکامل آسیب برشی برحسب جابجایی کل نمونه در سه المان واقع در بخش بالایی، میانی و پایینی منطقه برش
Fig. 15. Shear damage evolution curve in terms of total displacement in three elements located in the upper, middle and lower part of the shear zone

یک برسد. همان‌طور که در شکل ۱۶ مشخص است در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان توسعه داده‌شده به دلیل تأثیر خیلی بیشتر آسیب برشی در شکست، حذف المان در محل خط‌چین اتفاق افتاده است که مقدار آسیب کل در آنجا به مقدار واحد رسیده هرچند مقدار آسیب مربوط به کسر حجمی حفره خیلی کمتر از مقدار کسر حجمی حفره در شکست است.

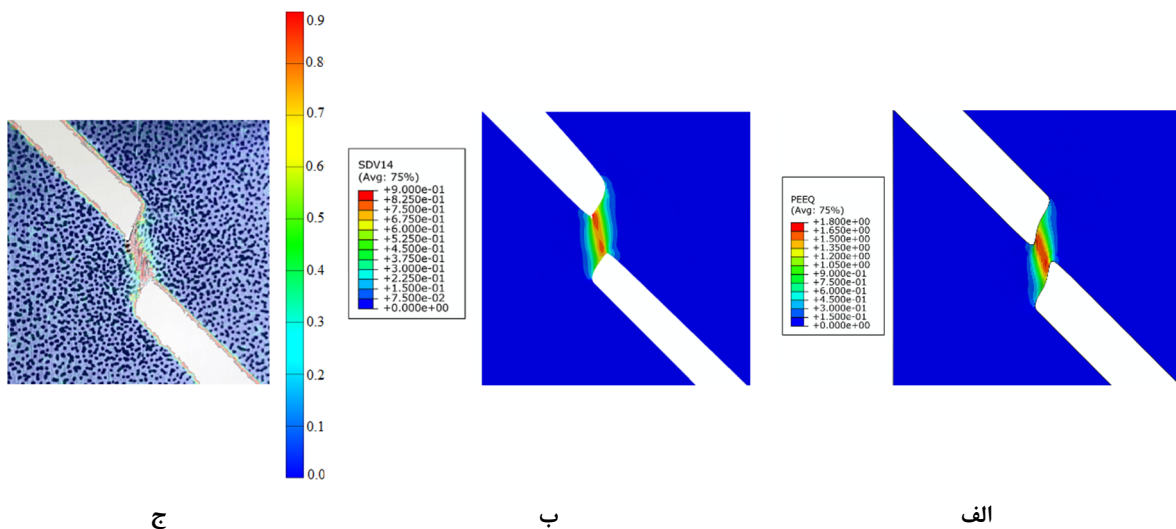
در شکل ۱۶ ملاحظه می‌شود که سه پارامتر آسیب مدل جی‌تی‌ان در شبیه‌سازی با مدل توسعه داده‌شده تا نقطه شکست و حذف المان

را برای یک تک المان یکسان در حالت شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان توسعه داده‌شده و پایه نمایش می‌دهد. برای تک المان بحث حذف المان مطرح است که در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان پایه هنگامی اتفاق می‌افتد که مقدار کسر حجمی حفره کل در المان به مقدار ۰٫۱۵ (کسر حجمی حفره در شکست f_f) برسد. در حالت شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان توسعه داده‌شده به دلیل در نظر گرفته شدن آسیب برشی توسط مدل، حذف المان زمانی اتفاق می‌افتد که آسیب کل که برابر مجموع آسیب برشی و آسیب کسر حجمی حفره است به مقدار



شکل ۱۶. منحنی‌های تکامل آسیب کسر حجمی حفره، کسر حجمی حفره جوانه‌زنی و کسر حجمی حفره رشد برای شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان توسعه داده‌شده و پایه

Fig. 16. Damage evolution curves of voids volume volume fraction, nucleation volume fraction and growth volume fraction for simulation with developed and base GTN models



شکل ۱۷. کانتور توزیع کرنش پلاستیک معادل در نمونه برشی در نقطه آغاز شکست استخراج شده از شبیه‌سازی و روش تجربی پردازش تصویر (الف) مدل جی‌تی‌ان پایه، (ب) مدل جی‌تی‌ان اصلاح شده و (ج) پردازش تصویر

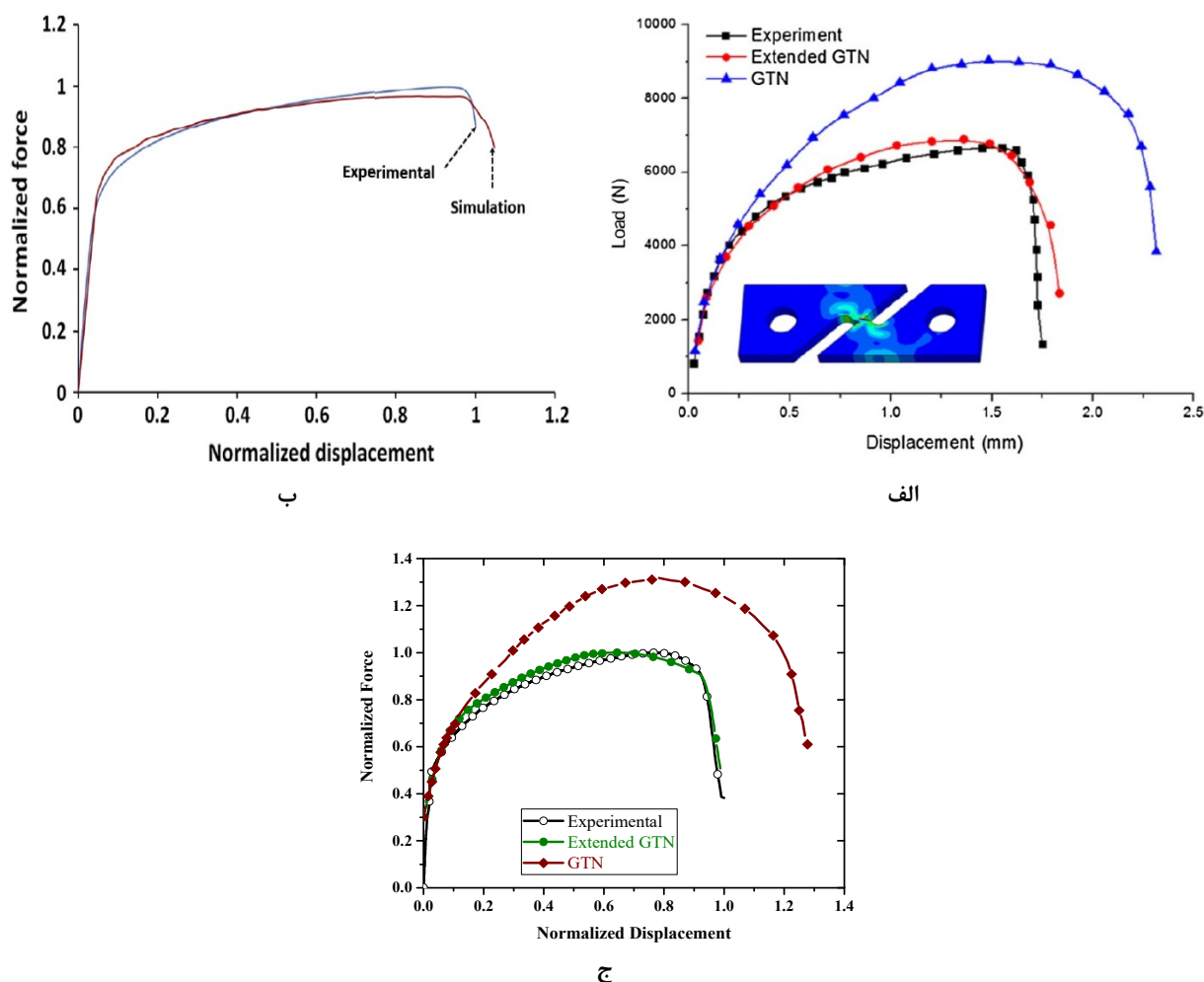
Fig. 17. Equivalent plastic strain distribution in the shear specimen at the starting point of fracture extracted by the FE simulation a) base GTN model, b) modified GTN model and experimental method c) DIC

به شکست المان می‌گردد.

شکل ۱۷ کانتور توزیع کرنش پلاستیک معادل در نقطه آغاز شکست را برای نمونه برشی ارائه می‌کند. کرنش پلاستیک معادل به صورت زیر محاسبه می‌شود: [۴۳]

$$\bar{\epsilon}^p = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\frac{(\epsilon_x^p - \epsilon_y^p)^2 + (\epsilon_y^p - \epsilon_z^p)^2 + (\epsilon_z^p - \epsilon_x^p)^2 + 6(\epsilon_{xy}^{p2} + \epsilon_{yz}^{p2} + \epsilon_{zx}^{p2})}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (53)$$

مقدار ناچیزی بوده و کمتر از ۰/۰۱۵ می‌باشند. در واقع تحت شرایط بارگذاری برشی انباشت آسیب ناشی از جوانه‌زنی و رشد حفره‌ها اتفاق نمی‌افتد. مطابق با شکل ۱۶ در شبیه‌سازی نمونه برش با مدل جی‌تی‌ان پایه تا مرحله تغییر المان‌ها از حالت بارگذاری برشی به کششی مقدار انباشت خاصی در سه پارامتر آسیب اتفاق نمی‌افتد؛ اما پس از چرخش المان‌ها و قرار گرفتن در مسیر کشش، آسیب ناشی از کسر حجمی حفره‌ها به سرعت رشد کرده و با رسیدن به مقدار ۰/۱۵ منجر



شکل ۱۸. مقایسه بین منحنی‌های نیرو-جابجایی تجربی با منحنی‌های نیرو-جابجایی عددی استخراج‌شده از شبیه‌سازی با الف) مدل اصلاح‌شده توسط زو و همکاران [۱۰]، ب) مدل اصلاح‌شده توسط ناشون-هاچینسون [۴۴] و ج) مدل توسعه داده‌شده در کار حاضر بر روی نمونه‌های برشی

Fig. 18. Comparison between experimental and numerical force-displacement curves of shear specimens extracted from a) model modified by Zhu et al. [10], b) model modified by Nashon-Hutchinson [44] and c) development model in the present work

به آزمون‌های تجربی اتفاق می‌افتد. همان‌طور که در شکل ۱۷ الف مشاهده می‌شود مقدار کرنش پلاستیک معادل برای این حالت حدود ۱/۸ است که بسیار بیشتر از کرنش شکست برشی هست.

۸- بحث و نتیجه‌گیری

به‌منظور مقایسه مدل توسعه داده‌شده در کار حاضر با کارهای مشابه، مطالعات انجام‌گرفته توسط ژائو و همکاران [۱۰] و آپوری و همکاران [۴۴] مورد بررسی قرار گرفت. ژائو و همکاران مدل جی‌تی‌ان اصلاح‌شده توسط ناشون و هاچینسون [۱۲] را برای آنالیز شکست در نمونه برشی از جنس فولاد دوفازی استفاده کردند. آپوری و همکاران هم مدل جی‌تی‌ان اصلاح‌شده توسط زو و همکاران [۱۸] را

که در آن مؤلفه‌های تانسور کرنش پلاستیک هستند. نرم‌افزار گام کارلیت که با استفاده از حرکت الگوهای خال‌خالی حین تغییر شکل، جابجایی و کرنش‌ها را حساب می‌کند این قابلیت را دارد که کرنش معادل را نیز محاسبه کند. بر طبق شکل ۱۷ ب که مربوط به شبیه‌سازی با مدل توسعه داده‌شده است مقدار کرنش پلاستیک معادل در نقطه آغاز شکست حدود ۰/۹ است که مطابق با نتایج به‌دست‌آمده از تعیین کرنش شکست برشی بار روش پردازش تصویر (شکل ۱۷ ج) است. در شبیه‌سازی با مدل جی‌تی‌ان پایه (شکل ۱۷ الف) چنانچه قبلاً بیان شد به دلیل نادیده گرفتن آسیب برشی تحت بارهای برشی، برای رسیدن به نقطه آغاز شکست با آسیب ناشی از جوانه‌زنی و رشد حفره‌ها تغییر شکل بیشتری نسبت

دارد.

در نهایت محک اصلی مدل توسعه داده شده در نقطه ضعف مدل جی تی ان پایه یعنی بارگذاری برشی و روی نمونه های برشی انجام گرفت. مشاهده گردید مدل اصلاح شده تحت بارگذاری برشی ضعف مدل پایه را رفع کرده و به خوبی بروز آسیب و تضعیف خواص مکانیکی ماده را تحت شرایط برشی حاکم پیش بینی می کند. مطابق با نتایج آزمون تجربی کشش روی نمونه برشی مقدار جابجایی در نقطه شکست $4/6$ میلی متر و نیروی بیشینه 1260 نیوتن است. مقدار به دست آمده از شبیه سازی با مدل جی تی ان پایه برای این دو مقدار به ترتیب برابر 6 میلی متر و 1700 نیوتن است که دارای خطای 30 و 35 درصد است. در صورتی که مقدار به دست آمده از شبیه سازی با مدل جی تی ان توسعه داده شده برای این دو مقدار به ترتیب برابر $4/65$ میلی متر و 1320 نیوتن است که میزان خطا به ترتیب کمتر از 2 و 5 درصد است. همچنین شکل کلی منحنی نیرو-جابجایی به دست آمده با مدل توسعه داده شده مطابقت بسیار خوبی با منحنی تجربی داشته و بیشترین خطا در کل منحنی کمتر از 5 درصد است. نهایتاً بررسی های انجام شده نشان داد که محل شروع ترک و جهت رشد آن و همچنین شکل نهایی لبه شکست در شبیه سازی با مدل اصلاح شده مطابقت بسیار خوبی با نتایج تجربی نشان می دهد.

مراجع

- [1] J. Lemaitre, A continuous damage mechanics model for ductile fracture, *Journal of engineering materials and technology*, 107(1) (1985) 83-89.
- [2] A.L. Gurson, Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I—Yield criteria and flow rules for porous ductile media, *Journal of engineering materials and technology*, 99(1) (1977) 2-15.
- [3] C. Chu, A. Needleman, Void nucleation effects in biaxially stretched sheets, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 102(3) (1980) 249-256.
- [4] V. Tvergaard, Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions, *International Journal of Fracture*, 17(4) (1981) 389-407.
- [5] V. Tvergaard, Influence of void nucleation on ductile shear fracture at a free surface, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 30(6) (1982) 399-425.

برای مدل سازی عددی آسیب میکرومکانیکی در نمونه برشی از جنس فولاد کم آلیاژ با استحکام بالا استفاده کردند. نمودارهای نیرو-جابجایی مربوط به این کارها و کار حاضر در شکل ۱۸ ارائه شده است. همان طور که مشخص است نمودارهای نیرو-جابجایی برای نمونه برشی در هر سه مورد روند کلی مشابهی دارد. همچنین نمودارها بهبود فراوان در قابلیت پیش بینی و مطابقت با منحنی تجربی را پس از اصلاح مدل جی تی ان پایه نشان می دهد. مقایسه کیفی سه نمودار نشان می دهد مدل جی تی ان توسعه داده شده در کار حاضر پیش بینی دقیق تری از مقدار جابجایی در نقطه شکست نهایی ارائه می دهد. همچنین مطابقت نسبی بهتری برای کل منحنی نیرو-جابجایی توسط مدل جی تی ان توسعه داده شده در کار حاضر نسبت به مدل های توسعه داده شده توسط ناشون-هاچینسون و زو قابل مشاهده است.

در پژوهش حاضر تلاش گردید مدل مکانیک آسیب مبتنی بر میکرومکانیک جی تی ان جهت اضافه کردن قابلیت پیش بینی و محاسبه آسیب تحت بارهای برشی توسعه داده شود؛ تا از آن به منظور مدل سازی آسیب و شکست در نمونه برش که بارهای برشی و آسیب برشی غالب است استفاده گردد. با اتخاذ رویکرد پدیدارشناختی و فرض کنترل آسیب برشی توسط کرنش پلاستیک معادل ماتریس و حالت تنش، یک رابطه برای آسیب برشی به عنوان تابعی از کرنش پلاستیک معادل ماتریس ارائه شد. این پارامتر آسیب برشی پیشنهادی با ترکیب مفهوم مکانیک آسیب لمتر با مدل جی تی ان در تابع تسلیم وارد شده و با رفتار ماد کوپل گردید.

جهت استفاده از مدل جی تی ان توسعه داده شده در قالب ویومت برای آنالیز آسیب، 16 پارامتر ورودی مدل توسعه داده شده برای ماده مورد مطالعه تعیین گردید. به منظور اعتبارسنجی صحت پارامترهای تعیین شده، آزمون کشش تک محوره با استفاده از پارامترهای تعیین شده شبیه سازی و منحنی نیرو-جابجایی استخراج شده با منحنی تجربی مقایسه شد که مطابقت بسیار خوب با خطای کمتر از 5 درصد را نشان داد.

پس از توسعه مدل، توسعه کد و تعیین پارامترهای ورودی مدل برای ماده مورد مطالعه، مدل اصلاح شده جی تی ان تحت بارگذاری های کششی و برشی بر روی تک المان آزمایش شد. بررسی نتایج نشان داد که جواب های مدل توسعه داده شده مطابقت کاملی با نتایج مدل جی تی ان پایه و روابط تحلیلی به ترتیب تحت بار کششی و برشی

- extended Gurson model and a ductile fracture criterion based on plastic strain, *International Journal of Solids and Structures*, 50(25) (2013) 4258-4269.
- [17] L. Malcher, F.A. Pires, J.C. De Sá, An extended GTN model for ductile fracture under high and low stress triaxiality, *International Journal of Plasticity*, 54 (2014) 193-228.
- [18] J. Zhou, X. Gao, J.C. Sobotka, B.A. Webler, B.V. Cockeram, On the extension of the Gurson-type porous plasticity models for prediction of ductile fracture under shear-dominated conditions, *International Journal of Solids and Structures*, 51(18) (2014) 3273-3291.
- [19] W. Jiang, Y. Li, J. Su, Modified GTN model for a broad range of stress states and application to ductile fracture, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 57 (2016) 132-148.
- [20] J. Lemaitre, H. Lippmann, A course on damage mechanics, vol. 2 Springer, in, Berlin, 1996.
- [21] V. Tvergaard, A. Needleman, Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar, *Acta metallurgica*, 32(1) (1984) 157-169.
- [22] W. Lode, Versuche über den Einfluss der mittleren Hauptspannung auf die Fließgrenze, *ZAMM*, 5 (1925) 215-220.
- [23] S.M. Graham, T. Zhang, X. Gao, M. Hayden, Development of a combined tension-torsion experiment for calibration of ductile fracture models under conditions of low triaxiality, *International Journal of Mechanical Sciences*, 54(1) (2012) 172-181.
- [24] J. Lemaitre, Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 51(1-3) (1985) 31-49.
- [25] J. Zhou, X. Gao, M. Hayden, J.A. Joyce, Modeling the ductile fracture behavior of an aluminum alloy 5083-H116 including the residual stress effect, *Engineering Fracture Mechanics*, 85 (2012) 103-116.
- [26] L. Xue, Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading, *International Journal of Solids and Structures*, 44(16) (2007) 5163-5181.
- [6] A. Needleman, V. Tvergaard, An analysis of ductile rupture in notched bars, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 32(6) (1984) 461-490.
- [7] Q.-Y. Song, A. Heidarpour, X.-L. Zhao, L.-H. Han, Experimental and numerical investigation of ductile fracture of carbon steel structural components, *Journal of Constructional Steel Research*, 145 (2018) 425-437.
- [8] C. Ruggieri, Numerical investigation of constraint effects on ductile fracture in tensile specimens, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 26(2) (2004) 190-199.
- [9] B. Qiang, X. Wang, Ductile crack growth behaviors at different locations of a weld joint for an X80 pipeline steel: A numerical investigation using GTN models, *Engineering Fracture Mechanics*, 213 (2019) 264-279.
- [10] P. Zhao, Z. Chen, C. Dong, Failure analysis based on microvoids damage model for DP600 steel on in-situ tensile tests, *Engineering Fracture Mechanics*, 154 (2016) 152-168.
- [11] T.-S. Cao, E. Maire, C. Verdu, C. Bobadilla, P. Lasne, P. Montmitonnet, P.-O. Bouchard, Characterization of ductile damage for a high carbon steel using 3D X-ray micro-tomography and mechanical tests—Application to the identification of a shear modified GTN model, *Computational Materials Science*, 84 (2014) 175-187.
- [12] K. Nahshon, J. Hutchinson, Modification of the Gurson model for shear failure, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 27(1) (2008) 1-17.
- [13] L. Xue, Constitutive modeling of void shearing effect in ductile fracture of porous materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 75(11) (2008) 3343-3366.
- [14] K.L. Nielsen, V. Tvergaard, Ductile shear failure or plug failure of spot welds modelled by modified Gurson model, *Engineering Fracture Mechanics*, 77(7) (2010) 1031-1047.
- [15] M. Achouri, G. Germain, P. Dal Santo, D. Saidane, Numerical integration of an advanced Gurson model for shear loading: Application to the blanking process, *Computational Materials Science*, 72 (2013) 62-67.
- [16] Z. Xue, J. Faleskog, J.W. Hutchinson, Tension-torsion fracture experiments—Part II: Simulations with the

- pressure-dependent plasticity models, International Journal for numerical methods in engineering, 24(7) (1987) 1395-1416.
- [36] Z. Zhang, On the accuracies of numerical integration algorithms for Gurson-based pressure-dependent elastoplastic constitutive models, Computer methods in applied mechanics and engineering, 121(1-4) (1995) 15-28.
- [37] Z. Zhang, Explicit consistent tangent moduli with a return mapping algorithm for pressure-dependent elastoplasticity models, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 121(1-4) (1995) 29-44.
- [38] B.C. Simonsen, S. Li, Mesh-free simulation of ductile fracture, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 60(8) (2004) 1425-1450.
- [39] M.B. Bettaieb, X. Lemoine, L. Duchêne, A.M. Habraken, On the numerical integration of an advanced Gurson model, International journal for numerical methods in engineering, 85(8) (2011) 1049-1072.
- [40] K. Nahshon, Z.J.E.f.m. Xue, A modified Gurson model and its application to punch-out experiments, 76(8) (2009) 997-1009.
- [41] J. Dong, S. Wang, J. Zhou, C. Ma, S. Wang, B. Yang, Experimental and numerical investigation on the shearing process of stainless steel thin-walled tubes in the spent fuel reprocessing, Thin-Walled Structures, 145 (2019) 106407.
- [42] A. Standard, B831-14, Standard Test Method for Shear Testing of Thin Aluminum Alloy Products, ASTM International, West Conshohocken, PA, (2005).
- [43] A. Mendelson, Plasticity; theory and application, Macmillan, 1968.
- [44] M. Achouri, G. Germain, P. Dal Santo, D. Saidane, Experimental characterization and numerical modeling of micromechanical damage under different stress states, Materials & Design, 50 (2013) 207-222.
- [27] X. Gao, G. Zhang, C. Roe, A study on the effect of the stress state on ductile fracture, International Journal of Damage Mechanics, 19(1) (2010) 75-94.
- [28] H. Gholipour, F. Biglari, K. Nikbin, Experimental and numerical investigation of ductile fracture using GTN damage model on in-situ tensile tests, International Journal of Mechanical Sciences, 164 (2019) 105170.
- [29] H. Gholipour, F. Biglari, Experimental Study and Numerical Simulation of Ductile Fracture on In-Situ Tensile Specimens Using GTN Micromechanical Damage Model, Modares Mechanical Engineering, 20(8) (2020) 2087-2099.
- [30] Q. Yin, B. Zillmann, S. Suttner, G. Gerstein, M. Biasutti, A.E. Tekkaya, M.F.-X. Wagner, M. Merklein, M. Schaper, T. Halle, An experimental and numerical investigation of different shear test configurations for sheet metal characterization, International Journal of Solids and Structures, 51(5) (2014) 1066-1074.
- [31] Q. Yin, C. Soyarslan, K. Isik, A. Tekkaya, A grooved in-plane torsion test for the investigation of shear fracture in sheet materials, International Journal of Solids and Structures, 66 (2015) 121-132.
- [32] S. Gatea, H. Ou, B. Lu, G. McCartney, Modelling of ductile fracture in single point incremental forming using a modified GTN model, Engineering Fracture Mechanics, 186 (2017) 59-79.
- [33] C.C. Roth, D. Mohr, Determining the strain to fracture for simple shear for a wide range of sheet metals, International Journal of Mechanical Sciences, 149 (2018) 224-240.
- [34] S. Baltic, J. Magnien, H.-P. Ganser, T. Antretter, R. Hammer, Coupled damage variable based on fracture locus: Modelling and calibration, International Journal of Plasticity, 126 (2020) 102623.
- [35] N. Aravas, On the numerical integration of a class of

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

H. Gholipour, F. Reza Biglari, K. Nikbin, *Micromechanical Damage Model for Plasticity of Metals to Predict Failure under Shear Loads*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(12) (2022) 5679-5702.

DOI: [10.22060/mej.2021.19546.7050](https://doi.org/10.22060/mej.2021.19546.7050)

