

# Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(12) (2022) 1459-1462 DOI: 10.22060/mej.2021.19784.7111

# Out-of-Plane Vibration Mitigation of Wind Turbine Blade Using Highly Efficient Nonlinear Energy Sink

M. Daghighi<sup>1</sup>, A. Rahmani Hanzaki<sup>1\*</sup>, M. Shahgholi<sup>1</sup>, S. Bab<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran <sup>2</sup> Mechanical Rotary Equipment Department, Niroo Research Institute, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** Nowadays, the use of wind as one of the main sources of low carbon and renewable energy is expanding rapidly all around the world. Recently, with the development of wind farms and the increase in the size of wind turbines, the wind loads on them have increased, and as a result, they have become more difficult and expensive to maintain. Therefore, researchers have deeply focused on the analysis and the control of their vibration. In this study, a wind turbine blade with a type of nonlinear absorber, called highly efficient nonlinear energy sink is analyzed, furthermore the interaction between the heavy and long blade and the nonlinear energy sink, under the influence of gravity in the vertical plane and time-dependent wind force, which is due to its height dependency is examined. For this purpose, the equations of motion of the system are obtained by the energy method and solved numerically. The bladenonlinear energy sink system behavior is compared to that of the blade and linear absorber system. Also, the sensitivity of the parameters affecting the performance of the nonlinear energy sink is analyzed and the vibration of the system with optimized nonlinear energy sink is compared with the alone blade and the blade with the optimal linear absorber behaviors.

#### **Review History:**

Received: Mar. 23, 2021 Revised: Jun. 18, 2021 Accepted: Aug. 28, 2021 Available Online: Sep. 15, 2021

#### Keywords:

Wind turbine Mechanical vibration of blade Energy method Sensitivity analysis Nonlinear energy sink

#### **1. INTRODUCTION**

Due to the increase in demand for electricity and higher productivity expectations, modern wind turbines are being built in larger dimensions in order to produce more electricity, which may generate higher loads and significant vibrations.

In the literature, considerable attention has been paid to the structural control of wind turbines and to reduce wind vibrations and improve the dynamic response of the structure, various control methods including the use of tuned mass dampers, Tuned liquid column damper and Active vibration control devices have been provided, while nonlinear energy sink has not been employed yet.

The present research has studied the control of out-ofplane vibration of a wind turbine blade, by using a kind of nonliner absorber called highly efficient NonLinear Energy Sink (NES). For this purpose, the turbine blade is considered as an elastic beam rotate in the vertical plane. The model generated in [1] is applied for wind turbine blade structure and the highly efficient NES introduced in Ref. [2] is utilized as an absorber. Accordingly, equations of blade and blade with absorber are extracted using the Euler-Lagrange equation and the effect of NES is compared with the effect of optimal linear absorber [3].

#### 2. EQUATIONS

A wind turbine blade is considered as an elastic beam \*Corresponding author's email: a.rahmani@sru.ac.ir so that one end is fixed perpendicular to the horizontal main shaft, and the other end is free. The wind blows in the horizontal direction, and the Wind load acts on the rotating blade in out of plane direction, while its force  $(Q_y)$  varies depending on the height from the ground.

By deriving kinematic energy, potential energy, and nonconservative forces and applying Lagrange's equation, the equations of motion of a blade with an NES are obtained as:

$$(1 + 4(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} f_{n_{11}})z_{l}^{2})\ddot{z}_{l} + c_{l}\dot{z}_{l} - c_{nes}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}(\dot{z}_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}\dot{z}_{l}) + [4(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} f_{n_{12}})\dot{z}_{l}^{2} + 2w^{2}(\alpha_{2} - \alpha_{1}z_{l}^{2})]z_{l} + [2w^{2}(\alpha(\delta)f_{n_{13}} - \alpha(\delta)^{2} z_{l}^{2} f_{n_{14}}) + 1 - g(1 + f_{n_{15}})$$

$$(1)$$

$$\sin wt]z_{l} + k_{nes1}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c}) - k_{nes2}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}$$

$$(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c})^{3} + k_{nes3}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c})^{5}$$

$$-k_{nes4}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c})^{7} = Q_{c} + \Delta Q \sin wt$$

$$f_{n_{21}}\ddot{z}_{nes} + c_{nes}(\dot{z}_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}\dot{z}_{l}) - k_{nes1}(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c})^{7} + k_{nes2}(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c})^{3} - k_{nes3}(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c})^{5} + \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c})^{5}$$

$$(2)$$

Corresponding autor's chain antiantial student  $k_{nes4}(z_{nes} - \frac{k_s}{h_l}z_l - z_c)^{\prime} = 0$ Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

Parameter	Qty.	Unit
Density	7870	kg/m <sup>3</sup>
Module of elasticity	200	GPa
Length	1.0	m
Width	0.04	m
Thickness	0.0025	m
Cl	0.001	N.s/m
$Q_c$	0.3	Ν
$\Delta Q$	0.1	Ν





Fig. 1. Blade Vibration amplitude versus stiffness and damping coefficients of NES

While:

$$fn_{11} = m_{nes}\alpha / \rho A h^2 \tag{3}$$

$$fn_{12} = fn_{14} = fn_{11} \tag{4}$$

$$fn_{13} = m_{nes}\delta/\rho Ah \tag{5}$$

$$fn_5 = m_{nes}\alpha(\delta)\alpha_3 / \rho A\beta_5 h^2 \tag{6}$$

$$fn_{21} = m_{nes} / \rho A \alpha_3 \tag{7}$$

Moreover, the equations of motion of the blade and linear absorber are as Eqs. (8) and (9):

$$(1 + 4(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} fn_{11})z_{l}^{2})\dot{z}_{l} + c_{l}\dot{z}_{l} - c_{abs}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}(\dot{z}_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}})$$
$$\dot{z}_{l} + [4(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} fn_{12})\dot{z}_{l}^{2} + 2w^{2}(\alpha_{2} - \alpha_{1}z_{l}^{2})]z_{l} + [2w^{2}$$
(8)

$$(\alpha(\delta)fn_{13} - \alpha(\delta)^2 z_l^2 fn_{14}) + 1 - g(1 + fn_{15})\sin wt]z_l - k_{abs} \frac{h_{\delta}}{h_l}(z_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_l}z_l) = Q_c + \Delta Q\sin wt$$

$$\begin{aligned}
fn_{2l}\ddot{z}_{abs} + c_{abs}(\dot{z}_{abs} - \frac{h_{\delta}}{2}\dot{z}_{l}) + k_{abs}(z_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}) &= 0 \\
3. SOLVING THE \mu EQUATIONS \\
h_{l}
\end{aligned}$$
(9)

The above equations are solved numerically using the Runge Kutta method by considering the following values for the parameters:

Sensitivity analysis of the effect of stiffness and damping coefficients of the NES on the blade displacement is performed to extract the optimal system as shown in Fig. 1. The initial spring stiffness and damping coefficient for the NES are such that the NES linear frequency is equal to the blade frequency and the damping is 10 times the blade damping coefficient.

The frequency response diagrams of the wind turbine blade with NES, the blade with the optimal linear absorber, and the alone blade around the second super-harmonic resonance region are shown in Fig. 2 as:



Fig. 2. Frequency response of the blade with NES, optimal linear absorber and without them

Fig. 2 shows that both linear and nonlinear absorbers have significant effects in reducing the amplitude of displacement of wind turbine blade vibration so that its value from 90.01 in the alone blade reduces to 2.81 with NES and 3.85 with the optimal linear absorber. In this way, the NES, due to the use of non-linear springs, in addition to the ability to further reduce in vibration amplitude, causes robust changes.

In the literature, it is shown that the best connection point of the NES is at the location of the maximum amplitude of the structure. However, since the primary system was considered linear in these papers, and the nonlinearity of blade structure as a primary system in this study sensitivity analysis for installing position of NES is performed for more assurance. In this way, the NES is connected to a one-meter-long blade at 0.1 m intervals. As shown in Fig. 3, the maximum absorbent is obtained at a point of 0.9 m from the blade root. However, it can be seen that it is almost similar in the range of 0.7 m to 0.9 m.

#### 4. CONCLUSION

Based on the presented results, the following main points can be concluded as:

A. The use of highly efficient NES could reduce the amplitude of blade vibrations in the resonance conditions by 96% from 90.01 to 2.81.

B. The reduction of blade vibration with NES is 31% more



Fig. 3. Maximum vibrations amplitude of blade around the second super-harmonic resonance depending on the location of the absorber on the blade

than when using an optimal linear absorber, which indicates better performance of the NES.

C. The effect of spring stiffness and damping coefficients of NES on its performance is so effective, and therefore, by considering inappropriate parameters, the amplitude of vibration could decrease.

D. The best performance of NES is achieved when it is installed at the farthest possible distance from the root of the blade.

#### REFERENCES

- T. Inoue, Y. Ishida, T. Kiyohara, Nonlinear vibration analysis of the wind turbine blade (occurrence of the superharmonic resonance in the out of plane vibration of the elastic blade), Journal of vibration and acoustics, 134(3) (2012).
- [2] M.A. Al-Shudeifat, Highly efficient nonlinear energy sink, Nonlinear Dynamics, 76(4) (2014) 1905-1920.
- [3] J.P. Den Hartog, Mechanical vibrations, Courier Corporation, 1985.

# HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. Daghighi, A. Rahmani Hanzaki, M. Shahgholi, S. Bab, Out-of-Plane Vibration Mitigation of Wind Turbine Blade Using Highly Efficient Nonlinear Energy Sink, Amirkabir J. Mech Eng., 53(12) (2022) 1459-1462.

DOI: 10.22060/mej.2021.19784.7111



This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیر کبیر



نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۱۲، سال ۱۴۰۰، صفحات ۵۸۵۱ تا ۵۸۶۶ DOI: 10.22060/mej.2021.19784.7111

# کاهش ارتعاشات خارج از صفحه پره توربین بادی به کمک چاه غیرخطی انرژی پربازده

مازیار دقیقی'، علی رحمانی هنزکی'\*، مجید شاهقلی'، سعید باب'

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران ۲ گروه تجهیزات دوار مکانیکی، پژوهشگاه نیرو، تهران، ایران

خلاصه: امروزه استفاده از باد به عنوان یکی از اصلی ترین منابع انرژی پاک در سرتاسر جهان به سرعت گسترش یافته است. اخیراً، با توسعه نیروگاههای بادی و به تبع آن بزرگتر شدن اندازه توربینهای بادی، نیروی باد وارده بر آنها بسیار افزایش یافته و در نتیجه تعمیر و نگهداری آنها نیز دشوارتر و پرهزینهتر گردیده و به همین دلیل توجه محققان به تجزیه و تحلیل ارتعاشات و مهار آن جلب گردیده است. در این تحقیق یک پره توربین بادی با نوعی جاذب غیرخطی به نام چاه غیرخطی انرژی پربازده مدل شده که در آن تعامل بین پره سنگین و بلند، و جاذب تعیر می کند، بررسی شده است. بدین منظور، همچنین نیروی باد که به دلیل ویژگی وابستگی به ارتفاع به صورت دورهای تغییر می کند، بررسی شده است. بدین منظور، معادلات حرکت پره متصل به چاه غیرخطی انرژی با استفاده از روش انرژی استخراج شده و به صورت عددی حل شده است. سپس به تحلیل حساسیت پارامترهای مؤثر در عملکرد چاه غیر خطی انرژی پرداخته شده و برای جاذب بهینه، رفتار

تاریخچه داوری: دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۰۳ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۲۸ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۰۶ ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۶/۲۴

کلمات کلیدی: توربین بادی ارتعاشات مکانیکی پره روش انرژی تحلیل حساسیت چاه غیرخطی انرژی

#### ۱– مقدمه

به دلیل آلودگی هوا، گرم شدن کره زمین و نگرانیهای فعلی در مورد منابع طبیعی تجدید ناپذیر، توجه جامعه امروز بیش از گذشته به انرژیهای سبز میباشد. باد انرژی دوستدار محیط زیست و تجدیدپذیر را ارائه میدهد که مورد علاقه محققان و سرمایه گذاران به عنوان یک راه حل جایگزین برای برون رفت از وضعیت بحران فعلی انرژی است.

کاربرد غالب انرژی باد، تولید برق با استفاده از توربینهای بادی است که میتوانند با بهرهگیری از نیروی آیرودینامیکی باد بر روی پرههای روتور، برق تولید نمایند. با توجه به افزایش تقاضا برای برق و انتظارات بهرهوری بالاتر از سوی بازار، توربینهای بادی مدرن به منظور برداشت انرژی بیشتر، در ابعاد بزرگتر و بلندتر ساخته میشوند. \*نویسنده عهدهدار مکاتبات: a.rahmani@sru.ac.ir

به عنوان مثال برج توربین بادی نوردکس که در آلمان نصب شده دارای ۱۶۴ متر ارتفاع، قطر روتور ۱۳۱ متر و توان ۵ مگاوات است. بادی که به چنین توربین بادی بزرگی برخورد میکند ممکن است نیروی بسیار و ارتعاشات قابل توجهی ایجاد کند که میتواند منجر به آسیب دیدگی و خرابی آن شود. بنابراین در کنار تلاش برای ساخت تجهیزاتی بزرگتر، توجه زیادی از طرف جامعه علمی برای حصول اطمینان از ایمنی ساختاری توربینهای بادی و کاهش هزینههای تعمیر و نگهداری اختصاص داده شده است. توربینهای بادی چند مگاواتی مدرن ماشینهای بزرگ بسیار انعطاف پذیری هستند که اغلب در شرایط محیطی سخت کار میکنند.

ارتعاشات شدید کنترل نشده ممکن است موجب آسیب دیدن اجزای مکانیکی و خستگی پرهها شده و در نهایت منجر به شکست سازه گردد. بنابراین محققان بر طراحی دستگاههای میرا کننده و

کو بی حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) هر بی بی بی در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

سیستمهای کنترل کننده برای روبرو شدن با ارتعاشات نامطلوب ساختاری در پرههای توربین بادی متمرکز شدند.

با توجه به اندازه بزرگ توربینهای بادی، انجام بررسیهای آزمایشگاهی آنها یک چالش بزرگ است. بنابراین تحقیقات گذشته در مورد ارتعاشات توربین بادی در درجه اول بر روی مدلهای شبیهسازی شده متمرکز شده است. در این راستا، اینو<sup>۱</sup> و همکاران [۱] با استخراج معادلات حرکت یک پره الاستیک منفرد، ارتعاشات خارج از صفحه آن را در برابر نیروی باد مطالعه نمودند. فیتزجرالد<sup>۲</sup> و همکاران [۲] با درنظر گرفتن معادلات حرکت سه پره توربین، عملکرد میراگرهای جرمی تنظیم شده فعال<sup>۳</sup> را بر دامنه نوسان ارتعاشات درون صفحه بررسی نمودند. نگم<sup>۴</sup> و مالاوی<sup>۵</sup> [۳] با در نظر گرفتن پره، ناسل و ملحقات آن به عنوان یک جرم متمرکز بر روی باد، به بهینه سازی برج توربین پرداختند. سان<sup>۶</sup> و جهانگیری [۴] نیز ضمن مطالعه معادلات حرکت یک توربین بادی با ۱۲ درجه آزادی، به بررسی اثرات میراگرهای تنظیم جرم<sup>۷</sup>، در دامنه ارتعاش درون و

در ادبیات موضوع، توجه قابل ملاحظهای به کنترل ساختاری توربینهای بادی شده و برای کاهش ارتعاشات ناشی از باد و بهبود پاسخ دینامیکی سازه، طرحهای کنترلی مختلفی از جمله بکارگیری میراگرهای جرمی تنظیم شده [۲–۵]، میراگرهای ستون مایع تنظیم شده<sup>۸</sup> [۸–۱۲] و کنترل کنندههای ارتعاشات بر اساس دستگاههای فعال<sup>۹</sup> [۱۱–۱۴] ارائه شده است. همچنین لیستی از سیستمهای کنترل مختلفی که برای توربینهای بادی بکار گرفته شده در مرجع [۱۵] ارائه شده است.

چاه غیرخطی انرژی تجهیزی سبک وزن با یک یا چند درجه آزادی است که به یک سازه کوچک یا بزرگ دینامیکی از طریق عناصر اساساً غیرخطی متصل می گردد [۱۶]. با توجه به اینکه کاهش ارتعاشات در ساختارهای دینامیکی در مقیاس کوچک و بزرگ

سازههای دینامیکی با استفاده از چاه غیرخطی انرژی در دهه گذشته علاقه بسیاری را به خود جلب کرده، محققان چاه غیرخطی انرژی را در تجهيزات هوا فضا [١٧]، ماشين آلات دوار [٢٠-١٨] ، معماري [٢١] و دیگر تجهیزات استفاده نمودهاند. بعلاوه به منظور گسترش بیشتر کاربردهای مهندسی و حل محدودیت دامنه عملکرد این جاذبها، چاههای غیرخطی انرژی دو تعادله ۲۰ که دارای دو موقعیت تعادل پايدار و يک موقعيت ناپايدار هستند، بسط داده شدند. الشديفت'' [۲۲] ثابت نمود که این جاذبها عملکرد بالای خود را در برابر چندین انرژی اولیه ورودی و زمانهای تحریک مختلف حفظ می کنند. رومئو<sup>۱۲</sup> و همکاران [۲۳] از شبیه سازی عددی برای اثبات اینکه چاه غیرخطی انرژی دو تعادله، عملکرد بهتری در کاهش ارتعاشات گذرا نسبت به چاههای غیرخطی انرژی معمولی دارند، استفاده کردند. فانگ" و همکاران [۲۴] یک روش بسیار مهم برای جذب سریع انرژی ارتعاشات را بررسی نمودند. به علاوه، وانگ<sup>۱</sup> و تانگ<sup>۱۵</sup> [۲۵] یک دستگاه جذب دو تعادله پیزو الکتریک طراحی کردند که می توانست انرژی تشدید سیستم اصلی را جذب کند.

با توجه به منابع مرور شده، ملاحظه میشود تا کنون چاه غیرخطی انرژی برای کنترل ارتعاشات توربین بادی بکار نرفته و تحقیق حاضر عملکرد آن را مورد بررسی قرار داده که به نتایج قابل توجهی نیز دست یافته است. بطور دقیق تر باید گفت، این تحقیق کنترل ارتعاشات خارج از صفحه پره یک توربین بادی با استفاده از چاه غیر خطی انرژی را بررسی میکند. بدین منظور پره توربین همچون یک تیر الاستیک یک سرگیردار درحال گردش در صفحه ماودی در نظر گرفته شده، و از مدل مرجع [۱] برای مدل سازی سازه توربین بادی استفاده شده است. همچنین برای جاذب، چاه غیرخطی انرژی دو تعادله پربازده، معرفی شده توسط الشدیفت (۲۲] به کار گرفته شده است. در این راستا معادلات پرهی تنها و پره با حضور جاذب به کمک معادله اویلر-لاگرانژ استخراج شده و تأثیر چاه انرژی غیر خطی با تأثیر جاذب خطی بهینه مقایسه شده

15 Tang

<sup>1</sup> Inoue

<sup>2</sup> Fitzgerald3 Active tuned mass dampers

<sup>5</sup> Active tuned mass dampers

<sup>4</sup> Negm 5 Maalawi

<sup>6</sup> Sun

<sup>7</sup> Tuned Mass Damper (TMD)

<sup>8</sup> Tuned liquid column damper

<sup>9</sup> Active vibration control devices

<sup>10</sup> Bi-stable

<sup>11</sup> Al-Shudeifat

<sup>12</sup> Romeo 13 Fang

<sup>14</sup> Wang



شکل ۱. مدل توربین بادی با یک پره الاستیک: (الف) پره توربین (ب) باد در مدل نظری و واقعی [1] Fig. 1. Wind turbine model with the single elastic blade: (a) Turbine blade, (b) Theoretical and real model



شکل ۲. سیستمهای مختصات پره توربین باد: (الف) سیستمهای مختصات (ب) جابجایی در خارج از جهت صفحه Fig. 2. Blade coordinate systems: (a) Coordinate systems, (b) Displacement in the out of plane direction

#### ۲- معادلات پره

شکل ۱ مدل پره یک توربین بادی را به صورت یک تیر یک سرگیردار نشان میدهد. به طور کلی باد در جهت افقی (محور Z) میوزد و نیروی باد بر روی پره چرخان در جهت خارج از صفحه پرههای توربین باد (صفحه  $\chi x$ ) اعمال میشود. همانطور که در شکل ۱-ب نشان داده شده است، این نیروی باد (Q) بسته به ارتفاع از زمین تغییر میکند. در این تحقیق، ارتعاشات خارج صفحه پرهها در نظر گرفته میشود که با جهت باد همسو میباشد. همچنین ارتعاشات مود اول پره در جهت خارج صفحه بررسی شده و از ارتعاشات در مودهای بالاتر، ارتعاشات در جهات دیگر و ارتعاش پیچشی صرفنظر شده است.

سیستم مختصات O-xyz با مبدأ O در محل نصب پرهها مطابق O با شکل T- الف پیش بینی شده است. محور z منطبق با محور مرکزی

شافت اصلی افقی و محور  $\gamma$  در راستای عمودی در نظر گرفته می شود و فرض می شود که پره الاستیک با سرعت زاویه ای ثابت  $\omega$  حول محور z می چرخد. به علاوه، مختصات  $\beta$ -O نیز که با پره می چرخد به گونه ای در نظر گرفته می شود که محور  $\beta$  منطبق بر محور x در زمان t = t باشد.

شکل پره در مود اول با شکل مود اول پره غیر چرخان تقریب زده شده است. خیز مود اول  $h(\xi)$  در جهت z برای پره با طول l به صورت زیر نشان داده می شود [۱].

$$h(\xi) = (\sin \lambda + \sinh \lambda)(\cos \lambda \frac{\xi}{l} - \cosh \lambda \frac{\xi}{l}) - (\cos \lambda + \cosh \lambda)(\sin \lambda \frac{\xi}{l} - \sinh \lambda \frac{\xi}{l}) (\uparrow)$$

که 
$$\lambda$$
 مقدار ویژه مود اول و برابر با ۱/۸۷۵ است [۲۶].

$$\rho A \left( 4\alpha_{1}z_{1}^{2} + \alpha_{3} \right) \dot{z}_{1} + c_{1}\dot{z}_{1} + \left\{ 4\rho A \alpha_{1}\dot{z}_{1}^{2} + 2\rho A \omega^{2} \left( \alpha_{2} - \alpha_{1}z_{1}^{2} \right) + EI \beta_{4} - 2\rho A g \beta_{5} \sin \omega t \right\} z_{1}$$
$$= Q_{c} + \Delta Q \sin \omega t \tag{9}$$

که روابط  $\alpha_{r}$ ,  $\alpha_{r}$ ,  $\alpha_{r}$ ,  $\alpha_{r}$ ,  $\alpha_{r}$  ( $\alpha_{r}$ ) و  $\beta_{s}$  در پیوست آمده است. فرم بدون بعد معادله حرکت (۹) با استفاده از ترمهای بدون بعد معادله (۱۰) محاسبه می گردد. ضخامت پره h و فرکانس طبیعی پره در شرایط جابجایی کوچک و غیرچرخان  $p_{r} = \sqrt{EI \beta_{r}/r \rho A \alpha_{r}}$  به عنوان مقادیر استاندارد استفاده می شوند. نمایش بدون بعد متغیرها و پارامترها به صورت زیر می باشد:

$$\overline{t} = p_0 t; \quad \overline{z}_1 = \frac{z_1}{h}; \quad \overline{\alpha}_1 = \frac{\alpha_1 h^2}{\alpha_3}; \quad \overline{\alpha}_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_3}; \quad \overline{\omega} = \frac{\omega}{p_0}; \quad (1 \cdot )$$

$$\overline{c}_1 = \frac{c_1}{\sqrt{EI \beta_4 \rho A \alpha_3}}; \quad \overline{g} = \frac{2\rho A g \beta_5}{EI \beta_4}; \quad \overline{Q}_c = \frac{Q_c}{EI \beta_4 h}; \quad \Delta \overline{Q} = \frac{\Delta Q}{EI \beta_4 h}$$

معادله حرکت در شکل بدون بعد به شرح زیر استخراج و در ادامه این مقاله، از نمایش <sup>---</sup> بر روی نمادها که نشانگر مقدار بدون بعد میباشد، صرف نظر می شود.

$$(1+4\alpha_{1}z_{1}^{2})\dot{z}_{1}+c_{1}\dot{z}_{1}+$$
(1))

 $\left\{4\alpha_1 \dot{z}_1^2 + 2\omega^2(\alpha_2 - \alpha_1 z_1^2) + 1 - g\sin\omega t\right\} z_1 = Q_c + \Delta Q\sin\omega t$ 

$$p = \sqrt{\frac{2 + 4\alpha_2 \omega^2 - 3\alpha_1 \omega^2 z_{11}^2 - 12\alpha_1 \omega^2 z_{10}^2}{2(1 + 2\alpha_1 z_{11}^2 + 4\alpha_1 z_{10}^2)}}$$
(17)

$$z_{l} = z_{l0} + z_{l1} \sin pt \tag{17}$$

نمودار فرکانس طبیعی شکل ۳ که از معادله حرکت بدون بعد (معادله (۱۲)) به دست آمده است بیان میدارد؛ فرکانس طبیعی p با افزایش خیز استاتیک <sub>۲</sub> یا افزایش دامنه ارتعاش *z* کاهش مییابد.

در ارتعاش خارج از صفحه پره مدل شده  $p=\omega$  در ارتعاش خارج از صفحه پره مدل شده با پارامترهای مندرج در جدول ۱ اتفاق نمی افتد، زیرا فرکانس طبیعی

$$w\left(\xi,t\right) = \frac{h(\xi)}{h(l)} z_{l}(t) \tag{(7)}$$

 $\theta(\xi) = dw (\xi, t)/d \xi$  همچنین فرض میشود که شیب انحنای پره  $\xi d(\xi, t)/d \xi$  همچنین فرض میشود که شیب انحنای پره  $\xi$  مدر راستای Z که در شکل ۱ – ب نشان داده شده، نسبت به طول پره به lice ( $\xi = 0, \xi = 0, \xi \in 0$ ) اندازه کافی کوچک است. با استفاده از تقریب  $2/f = 0, \xi \in 0$  در مقدار جابجائی دیفرانسیلی محوری ( $\xi$ ) du از المان کوچک  $\xi$  کر راستای  $\xi$  به صورت زیر بدست میآید:

$$du(\xi) = d\xi (1 - \cos\theta(\xi)) = \frac{1}{2} \left(\frac{dw(\xi, t)}{d\xi}\right)^2 d\xi \tag{(7)}$$

با انتگرال گیری معادله (۳) از صفر تا گو با درنظر گرفتن معادله (۲)، تغییر نقطه بر روی پره در موقعیت گر در راستای محوری برابر است با:

$$u(\xi,t) = \alpha(\xi) z_{\perp}(t)^{2}$$
<sup>(\*)</sup>

$$\alpha(\xi) = \frac{1}{2h(l)^2} \int_0^{\xi} \left(\frac{dh(\xi)}{d\xi}\right)^2 d\xi$$
 ( $\Delta$ )

اگر نقطهای بر روی پره در موقعیت کم در نظر گرفته شود، در زمان t = 0 مختصات اولیه برابر با  $(\xi, \cdot, \cdot)$  خواهد بود. هنگامی که پره حول محور z میچرخد، در زاویه  $\theta = \omega t$  پره به زاویه  $(\xi)$  منحرف میشود و مختصات  $(x_{\xi}, y_{\xi}, z_{\xi})$  به صورت زیر نمایش داده میشود:

$$x_{\xi} = \{\xi - u(\xi)\}\cos \omega t = \{\xi - \alpha(\xi)z_{1}(t)^{2}\}\cos \omega t$$
 (?)

$$y_{\xi} = \{\xi - u(\xi)\}\sin\omega t = \{\xi - \alpha(\xi)z_{1}(t)^{2}\}\sin\omega t$$
 (Y)

$$z\left(\xi\right) = \frac{h(\xi)}{h(l)} z_{I}(t) \tag{A}$$

با محاسبه انرژی جنبشی، پتانسیل و نیروهای ناپایستار وارده و با استفاده از معادله لاگرانژ معادله حرکت مدل پره توربین بادی مطابق



شكل ٣. نمودار فركانس طبيعى: (الف) تأثير خيز استاتيك، (ب) تأثير دامنه ارتعاش آزاد Fig. 3. Natural frequency diagram: (a) Influence of the static deflection, (b) Influence of the amplitude of the free vibration

ز مرکز می گیرند فشرده شده و انرژی پتانسیل در آنها ذخیره می گردد. به این ی شود. تر تیب و همانگونه که در شکل نشان داده شده است، فنربندی ایجاد پره رخ شده دارای دو موقعیت تعادل است که در آنها فنرها نه کشیده و نه فشرده شدهاند و به آن چیدمان دو تعادله گفته می شود.

همانطور که در شکل ۴-الف دیده می شود دو موقعیت تعادل پایدار جرمهای چاه غیرخطی انرژی، یعنی فنر با طول آزاد L و بدون کشیدگی یا فشردگی، در نقاط  $\cdot = z$  و  $_{z} = 7z = z$  که  $\cdot <_{z} z$ می باشند. در نتیجه، پیکربندی چاه در z = z = z ناپایدار است. برای تجزیه و تحلیل آن، موقعیت اولیه جرم منطبق بر موقعیت تعادل چپ سیستم انتخاب می شود (مثلاً  $\cdot = z$ ). در نتیجه، هنگامی که جرم پره يعنى p با افزايش سرعت چرخش به دليل نيروى گريز از مرکز افزايش مىيابد و با خط تحريک هم مرتبه دوران  $\omega$  قطع نمىشود. البته تشديد اصلى  $p = \omega$  ممکن است بسته به مشخصات پره رخ دهد.

#### ۳- معادلات چاه غیرخطی انرژی

شکل ۴ یک چاه غیرخطی انرژی مانند آنچه در مرجع [۲۲] بحث شده است را نشان میدهد که برای تحقق سفتی غیرخطی از دو فنر خطی با پیکربندی نشان داده شده، استفاده مینماید. در اینجا فرض میشود که این فنرهای عرضی وقتی در موقعیت عمودی خود قرار



Fig. 4. Physical configuration of the blade and NES

$$y_{\delta} = \{\delta - u(\delta)\}\sin \omega t = \{\delta - \alpha(\delta)z_{1}(t)^{2}\}\sin \omega t \qquad (1 \forall)$$

$$z(\delta) = \frac{h(\delta)}{h(l)} z_{l}(t)$$
 (۱۸)  
با درنظر گرفتن مختصات فوق، انرژی جنبشی و پتانسیل چاه  
غیرخطی انرژی به صورت زیر محاسبه میشود:

$$T_{nes} = \frac{1}{2} m_{nes} \left\{ z_l^2 \alpha(\delta)^2 (\omega^2 z_l^2 + 4\dot{z}_l^2) + \omega^2 \delta^2 - 2\delta\alpha(\delta) \omega^2 z_l^2 + \dot{z}_{nes}^2 \right\} (19)$$

$$U_{nes} = -\frac{1}{2}k_{nes1}(\bar{z} - z_c)^2 + \frac{1}{4}k_{nes2}(\bar{z} - z_c)^4 - (\gamma \cdot)$$

$$\frac{1}{6}k_{nes3}(\bar{z} - z_c)^6 + \frac{1}{8}k_{nes4}(\bar{z} - z_c)^8 + m_{nes}g\alpha(\delta)z_1\sin\omega t$$

$$\overline{z} = z_{nes} - z_{l} \tag{(1)}$$

با استفاده از معادله اویلر-لاگرانژ و اعمال آن بر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل پره و چاه غیر خطی انرژی در کنار نیروهای ناپایستار وارده، معادله حرکت مدل پره الاستیک منفرد توربین بادی همراه با چاه غیر خطی انرژی مطابق با معادله زیر بدست میآید: در موقعیتهای  $\cdot = z = z_c = z_c = z = z$  قرار دارد، نیروی افقی خالص فنرها نیز  $F_{nl}$  فنرها صفر می شود. البته نیروی عمودی خالص فنرها نیز به دلیل تقارن همیشه برابر با صفر است.

ضریب سفتی خطی و غیرخطی منفی در سیستم، با استخراج رابطه نیروی خالص افقی *Fnl* فنرها برای چیدمان شکل ۴- ب و پس از تغییر مختصات به سمت راست به اندازه *z* مشخص میشود. از این رو برای انحراف هر فنر، نیروی غیرخطی خالص فنرها که بر روی جرم تأثیر می گذارند، مطابق با معادله (۱۴) بدست می آید:

$$F_{nl} = k_1 \bar{z} - k_2 \bar{z}^3 + k_3 \bar{z}^5 - k_4 \bar{z}^7 + Q(\bar{z}^9)$$

$$(1\%)$$

$$L_0 < L$$

$$k_1 = 2k\left(\frac{L}{L_0} - 1\right) \qquad k_2 = \frac{kL}{L_0^3} \qquad k_3 = \frac{3kL}{4L_0^5} \qquad k_4 = \frac{5kL}{8L_0^7} \qquad (1\Delta)$$

# ۴- معادلات حرکت پره و چاه غیرخطی انرژی

موقعیت اتصال چاه غیرخطی انرژی به پره، نقطه  $\delta$  بر روی پره در  $(x_{\delta}, y_{\delta}, z_{\delta})$  محور کم در نظر گرفته شده است. بنابراین مختصات  $(\overline{x}_{\delta}, y_{\delta}, z_{\delta})$  آن برابر خواهد بود با:

$$x_{\delta} = \{\delta - u(\delta)\} \cos \omega t = \{\delta - \alpha(\delta)z_{1}(t)^{2}\} \cos \omega t \qquad (19)$$

که در آنها ضرایب بشرح زیر است.

$$fn_{11} = m_{nes} \alpha_3 / \rho A h^2 \tag{(YF)}$$

 $fn_{12} = fn_{14} = fn_{11} \tag{(YY)}$ 

 $fn_{13} = m_{nes}\delta/\rho Ah \tag{YA}$ 

$$fn_{15} = m_{nes}\alpha(\delta)\alpha_3 / \rho A \beta_5 h^2$$
(Y9)

$$fn_{21} = m_{nes} / \rho A \alpha_3 \tag{(7.)}$$

۵- معادلات حرکت پره و جاذب خطی بهینه

مشابه بخش قبل با درنظر گرفتن نقطه  $\delta$  به عنوان محل اتصال جاذب خطی به پره توربین بادی و استفاده از مختصات ذکر شده در معادلههای (۱۶) الی (۱۸)، روابط انرژی جنبشی و پتانسیل جاذب خطی مطابق با معادلههای (۳۱) و (۳۲) استخراج می شود.

$$T_{abs} = \frac{1}{2} m_{abs} \left\{ z_{l}^{2} \alpha(\delta)^{2} (\omega^{2} z_{l}^{2} + 4 \dot{z}_{l}^{2}) + \omega^{2} \delta^{2} - 2 \delta \alpha(\delta) \omega^{2} z_{l}^{2} + \dot{z}_{abs}^{2} \right\} \quad (\Upsilon )$$

$$U_{abs} = \frac{1}{2}k_{abs}\left(z_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_l}z_l\right)^2 + m_{abs}g\alpha(\delta)z_l\sin\omega t \qquad (\Im\Upsilon)$$

سپس با استفاده از معادله اویلر-لاگرانژ معادله حرکت پره به همراه جاذب خطی به صورت معادلات (۳۳) و (۳۴) بدست می آید:

$$\begin{cases} \rho A(4\alpha_{1}z_{l}^{2}+\alpha_{3})+4m_{abs}\alpha(\delta)^{2}z_{l}^{2} \}\ddot{z}_{l}+c_{l}\dot{z}_{l}-c_{abs}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}(\dot{z}_{abs}-\frac{h_{\delta}}{h_{l}}\dot{z}_{l})+\\ \left[4\rho A\alpha_{1}z_{l}^{2}+2\rho Aw^{2}(\alpha_{2}-\alpha_{1}z_{l}^{2})+EI\beta_{4}-2\rho Ag\beta_{5}\sin wt\right]z_{l} \qquad (\Upsilon\Upsilon)\\ +2m_{abs}\left[2\alpha(\delta)^{2}\dot{z}_{l}^{2}+w^{2}\alpha(\delta)\delta-w^{2}\alpha(\delta)^{2}z_{l}^{2}-g\alpha(\delta)\sin wt\right]z_{l}\\ -k_{abs}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{abs}-\frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}\right)=Q_{c}+\Delta Q\sin wt \end{cases}$$

$$m_{abs} \ddot{z}_{abs} + c_{abs} \left( \dot{z}_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_l} \dot{z}_l \right) + k_{abs} \left( z_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l \right) = 0 \qquad (\Upsilon \Upsilon)$$

$$\begin{cases} \rho A(4\alpha_{1}z_{l}^{2}+\alpha_{3})+4m_{nes}\alpha(\delta)^{2}z_{l}^{2} \} \ddot{z}_{l}+c_{l}\dot{z}_{l}-c_{nes}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}(\dot{z}_{nes}-\frac{h_{\delta}}{h_{l}}\dot{z}_{l})+\\ \left[4\rho A\alpha_{1}\dot{z_{l}}^{2}+2\rho Aw^{2}(\alpha_{2}-\alpha_{1}z_{l}^{2})+EI\beta_{4}-2\rho Ag\beta_{5}\sin wt\right]z_{l}\\ +2m_{nes}\left[2\alpha(\delta)^{2}\dot{z_{l}}^{2}+w^{2}\alpha(\delta)\delta-w^{2}\alpha(\delta)^{2}z_{l}^{2}-g\alpha(\delta)\sin wt\right]z_{l}\\ +k_{nes1}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes}-\frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}-z_{c}\right)-k_{nes2}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes}-\frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}-z_{c}\right)^{3}+\\ k_{nes3}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes}-\frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}-z_{c}\right)^{5}\\ -k_{nes4}\frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes}-\frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}-z_{c}\right)^{7}=Q_{c}+\Delta Q\sin wt \end{cases}$$

$$m_{nes} \ddot{z}_{nes} + c_{nes} \left( \dot{z}_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} \dot{z}_l \right) - k_{nes1} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right) + k_{nes2} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right)^3 - k_{nes3} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right)^5 + k_{nes4} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right)^7 = 0$$
(YTY)

سپس با استفاده از مقادیر بی بعد شده در معادله (۱۰)، اقدام به بی بعد سازی معادلات حرکت کل گردیده و معادلات نهایی به شکل زیر استخراج میشود:

$$\left(1 + 4\left(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} fn_{11}\right)z_{l}^{2}\right)z_{l} + c_{l} z_{l} - c_{nes} \frac{h_{\delta}}{h_{l}}(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}) + \left[4\left(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} fn_{12}\right)z_{l}^{2} + 2w^{2}(\alpha_{2} - \alpha_{1}z_{l}^{2})\right]z_{l} + \left[2w^{2}\left(\alpha(\delta) fn_{13} - \alpha(\delta)^{2} z_{l}^{2} fn_{14}\right) + 1 - g(1 + fn_{15})\sin wt\right]z_{l} + \left[2w^{2}\left(\alpha(\delta) fn_{13} - \alpha(\delta)^{2} z_{l}^{2} fn_{14}\right) + 1 - g(1 + fn_{15})\sin wt\right]z_{l} + k_{nes1} \frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c}\right)^{-k_{nes2}} \frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c}\right)^{3} + k_{nes3} \frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c}\right)^{5} - k_{nes4} \frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l} - z_{c}\right)^{7} = Q_{c} + \Delta Q\sin wt$$

$$fn_{21} \ddot{z}_{nes} + c_{nes} \left( \dot{z}_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} \dot{z}_l \right) - k_{nes1} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right) + k_{nes2} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right)^3 - k_{nes3} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right)^5 + k_{nes4} \left( z_{nes} - \frac{h_{\delta}}{h_l} z_l - z_c \right)^7 = 0$$
(Ya)

معادلات بی بعد شده حرکت نیز به شرح زیر میباشد:

$$\left(1 + 4\left(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} fn_{11}\right)z_{l}^{2}\right)z_{l} + c_{l} z_{l} - c_{abs} \frac{h_{\delta}}{h_{l}}(z_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}) + \left[4\left(\alpha_{1} + \alpha(\delta)^{2} fn_{12}\right)z_{l}^{2} + 2w^{2}(\alpha_{2} - \alpha_{1}z_{l}^{2})\right]z_{l}$$

$$+ \left[2w^{2}\left(\alpha(\delta) fn_{13} - \alpha(\delta)^{2} z_{l}^{2} fn_{14}\right) + 1 - g(1 + fn_{15})\sin wt\right]z_{l} - k_{abs} \frac{h_{\delta}}{h_{l}}\left(z_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_{l}}z_{l}\right) = Q_{c} + \Delta Q\sin wt$$

$$fn_{21}\ddot{z}_{abs} + c_{abs}\left(\dot{z}_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_l}\dot{z}_l\right) + k_{abs}\left(z_{abs} - \frac{h_{\delta}}{h_l}z_l\right) = 0 \qquad (\Im \mathcal{P})$$

## 8- حل معادلات

شکل ۵ منحنی تشدید معادله حرکت بدون بعد که به صورت عددی و با استفاده از روش رانگ کوتا حل شده است، را نشان میدهد.



تشدیدهای نمایش داده شده در این شکل تشدیدهای فوق هارمونیکی مرتبه دوم، مرتبه سوم و مرتبه چهارم هستند، زیرا که فرکانسهای تشدید، مربوط به نقاط تقاطع خط q با خطوط  $\omega$ ،  $\omega$  و  $\omega$  در نمودار فرکانس طبیعی شکل ۳، در سرعتهای بدون بعد حدود ۰۶، ۵۳/۰ و ۲۰/۵ میباشند. دامنه پاسخ در  $\omega$  p = qبعد حدود ۶/۰، ۵۳/۰ و ۲۵/۰ میباشند. دامنه پاسخ در کر بعد و مربوط به تغییر فرکانس خصوصیت نرمشوندگی را نشان میدهد و مربوط به تغییر فرکانس طبیعی اب افزایش دامنه ارتعاش z است که در نمودار فرکانس طبیعی نشان داده شده است. در صورتی که این نمودار با نمودار شکل ع مرجع [۱] مقایسه شود، ملاحظه میشود که نتایج بسیار به یکدیگر نزدیک هستند.

بطور دقیق تر نمودار دامنه ارتعاشات پره در بازه ۱/۵۷ تا ۱/۶۱ و با درنظر گرفتن گام  $\Delta \omega = -1/0$  در شکل ۶ رسم گردیده و حداکثر





جدول ۱. پارامترهای استفاده شده [1]
Table 1. Blade Parameters

واحد	با بعد	پارامتر
kg/m <sup>°</sup>	۷۸۷۰	چگالی پرہ
GPa	۲۰۰	مدول الاستيسيته پره
m	١/•	طول پره
m	•/•۴	عرض پره
m	۰/۰۰۲۵	ضخامت پره
N.s/m	• / • • 1	$c_l$
Ν	۰ /٣	$Q_c$
Ν	•/1	ΔQ



Fig. 6. Frequency response of the blade, around the second super-harmonic resonance



شکل ۷. دامنه ارتعاش نسبت به ضرایب سفتی و میرایی چاه غیرخطی انرژی Fig. 7. Blade vibration amplitude versus stiffness and damping coefficients of NES

دامنه ارتعاشات برابر با ۹۰/۰۱ در ۵۸۳ – ۵ بوده که در شکل ۶ قابل مشاهده است.

معادلات حرکت پره به همراه چاه غیرخطی انرژی نیز به صورت عددی حل گردیده است. در این راستا با در نظر گرفتن جرم جاذب به میزان ۱٪ جرم پره به عنوان سیستم اصلی که منطبق بر ادبیات فن است [۲۷]، تحلیل حساسیت اثر مقادیر ضرائب سفتی و میرایی چاه غیرخطی انرژی روی دامنه پره انجام شده است تا پارامترهای بهینه جهت تنظیم مقادیر ضرایب سفتی و میرایی چاه غیرخطی انرژی

محاسبه گردد. ضریب فنریت و میرایی اولیه برای چاه غیرخطی انرژی به گونهای است که فرکانس خطی برابر با فرکانس پره و میرایی چاه غیرخطی انرژی ۱۰ برابر میرایی پره میباشد. در مرحله اول نقطه اتصال جاذب به پره، در فاصله ۸/۰ متری از انتهای گیردار پره در نظر گرفته شده و برای تمامی موارد مندرج، حداکثر مقدار دامنه ارتعاشات محاسبه شده است. بر این اساس و با تحلیل حساسیت حول مقادیر اولیه پارامترهای چاه غیرخطی انرژی که در شکل ۷ نیز نشان داده شده است، بیشترین میزان جذب انرژی و کمترین دامنه ارتعاش در



شکل ۸. پاسخ فرکانسی پره توربین با وجود چاه غیرخطی انرژی Fig. 8. Frequency response of the turbine blade with NES



شکل ۹. پاسخ فرکانسی پره توربین با چاه انرژی غیر خطی، حول رزونانس سوپرهارمونیک دوم Fig. 9. Frequency response of the turbine blade with NES, around the second super-harmonic resonance

۵۹۸/۵۹۰ و برابر با ۲/۸۱ میباشد که با ضریب سفتی برابر با ۱۰<sup>۰/۱</sup> مقدار آن در فرکانس طبیعی پره و ضریب میرایی ۱۰<sup>۱/۵</sup> برابر ضریب میرایی پره بدست آمده است.

پاسخ فرکانسی پره به ازای ضرایب فنریت و میرایی بهینه چاه غیرخطی انرژی در بازه سرعت بدون بعد تا ۰/۷ در شکل ۸ آمده است.

پاسخ فرکانسی پره در نقطه بهینه شکل ۹ نشان داده است. همانطور که ملاحظه می شود، دامنه نوسان پره در زمان بهره گیری از چاه انرژی غیرخطی در قیاس با مقادیر آن در زمان ارتعاش بدون آن

که در شکل ۶ نمایش داده شده است، کاهش قابل توجهی خصوصاً حول رزونانس سوپرهارمونیک دوم تجربه نموده است.

در ادبیات موضوع و به عنوان نمونه در مراجع [۲۸–۳۰] نشان داده شده است که بهترین نقطه اتصال جاذب در محل دامنه ماکزیمم سازه است. لیکن از آنجایی که در منابع ذکر شده سیستم اصلی خطی درنظر گرفته شده است اما در این تحقیق سیستم اصلی نیز غیرخطی است، و جهت اطمینان از قابل قبول بودن نتایج آن منابع در حالت کلی، تحلیل حساسیت جهت تعیین نقطه بهینه اتصال انجام می گیرد.



شکل ۱۰. دامنه ماکزیمم ارتعاشات پره حول رزونانس سوپرهارمونیک دوم بر حسب محل اتصال جاذب به پره Fig. 10. Maximum vibrations amplitude of blade around the second super-harmonic resonance, based on the location of absorber on the blade

بدین طریق که چاه غیرخطی انرژی به پره دارای طول یک متر، در فواصل ۰/۱ متری مطابق با شکل ۱۰ متصل گردید. همانگونه که در شکل ۱۰ نشان داده شده، حداکثر کارایی جاذب در نقطه ۰/۹ متری از سر گیردار پره بدست آمد. البته ملاحظه می شود که مقدار آن در محدوده ۰/۷ تا ۰/۹ تقریباً مشابه است.

این مقایسه نشان میدهد بهترین محل جهت اتصال جاذب به پره نزدیکترین فاصله امکانپذیر به انتهای پره است. بنابراین با توجه به محدودیت فیزیکی اتصال در نقاط انتهایی پره، جهت حل معادلات و نهایتاً رسم نمودار مقایسهای نقطه اتصال ۰/۸ متری از انتهای سر گیردار پره در نظر گرفته میشود. همانطور که مشخص است پاسخ سیستم اصلی بطور کامل و بدون ایجاد هیچگونه افزایش دامنه محلی در اطراف نقطه رزونانس، کاهش پیدا کرده است که بطور کیفی منطبق بر رفتار چاه غیرخطی انرژی در منابع مرتبط است.

پارامترهای جاذب خطی بهینه متصل به پره، بر اساس روابط دن هارتوگ [۳۱] استخراج شده است. البته جرم جاذب خطی با جرم چاه غیرخطی انرژی مساوی فرض شده است و همانطور که میدانیم داشتن جاذب بهتر با جرم چند برابر قطعاً نشانه برتری نخواهد بود. بر اساس این معیار، ضرایب فنریت و دمپینگ جاذب در حالت بهینه با استفاده از رابط زیر استخراج میشوند:

$$\frac{\omega_{abs}}{p_0} = \frac{1}{1+\mu} \quad \Rightarrow \quad k_{abs} = m_{abs} \left(\frac{p_0}{1+\mu}\right)^2, \quad \mu = \frac{m_{abs}}{m_{blade}} \quad (\Upsilon Y)$$

$$\xi_{abs} = \left(\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}\right)^{1/2} \quad \Rightarrow \quad c_{abs} = 2\xi_{abs}m_{abs}\omega_{abs}, \quad \omega_{abs} = \sqrt{\frac{k_{abs}}{m_{abs}}} (\%)$$

در این حالت جرم جاذب بهینه خطی برابر با جرم چاه غیرخطی انرژی درنظر گرفته شده و نسبت جرم وزنه جاذب و سیستم اصلی یک صدم  $k_{abs} = 1/7974 \,\text{N/m}$  است و براین اساس ضریب سفتی جاذب خطی  $c_{abs} = \cdot/\cdot 17 \,\text{N.s/m}$  و ضریب میرایی آن

با حل عددی معادلات فوق به روش رانگ کوتا پاسخ فرکانسی پره به همراه جاذب خطی بهینه مطابق با شکل ۱۱ بدست خواهد آمد که حداکثر دامنه ارتعاشات در آن برابر با ۳/۸۵ خواهد بود. با مقایسه شکل ۱۱ و شکل ۸ مشخص است که جاذب غیرخطی دامنه را بیشتر کاهش داده است.

با تجمیع نمودارهای پاسخ فرکانسی پره توربین بادی به همراه چاه غیرخطی انرژی، پره به همراه جاذب خطی بهینه و پره به تنهایی در اطراف منطقه رزونانسی سوپرهارمونیک دوم نمودار شکل ۱۲ بدست خواهد آمد:

شکل ۱۲ ملاحظه می شود هر دو جاذب دارای کارکرد قابل ملاحظهای در کاهش دامنه ارتعاشات پره توربین بادی در تقابل با نیروی باد می باشند، بگونهای که مقدار آن از ۹۰/۰۱ در حالت ارتعاش پره به تنهایی، به میزان ۲/۸۱ با چاه غیرخطی انرژی و ۳/۸۵ با جاذب خطی بهینه تغییر می کند. در این راه چاه غیرخطی انرژی با توجه به بهره گری از فنر غیرخطی، علاوه بر توانایی کاهش بیشتر دامنه



Fig. 11. Frequency response of the blade with optimal linear absorber



شکل ۱۲. پاسخ فرکانسی پره همراه با چاه غیر خطی انرژی ، جاذب خطی بهینه و بدون آنها Fig. 12. Frequency response of the blade With and without NES and optimal linear absorber

ارتعاش، موجب می گردد تغییرات دامنه نوسان پره به آرامی انجام پذيرد.

## ۷- نتیجه گیری

ارتعاش خارج از صفحه یک پره توربین بادی تحت بارگذاری موج باد 🦳 حرکت پره تنها و پره همراه با جاذب خطی مقایسه شده است. بر

متناسب با ارتفاع آن در زمان چرخش بکار گرفته است، و معادلات حرکت جهت محاسبه دامنه ارتعاشات پره در زمان تشدید با سرعت زاویهایهای مختلف به کمک روش عددی استخراج کرده است. در بهینه سازی انجام شده، بهترین ضرایب سفتی فنر و میرایی چاه مطالعه حاضر یک چاه غیر خطی انرژی پربازده را برای کاهش 🦳 غیرخطی انرژی بدست آمده، و نتایج با نتایج بدست آمده از معادله

اساس نتایج و بحثهای ارائه شده، نکات اصلی زیر را میتوان نتیجه گرفت:

الف. بکارگیری چاه غیرخطی انرژی پربازده میزان دامنه ارتعاشات پره در شرایط تشدید را برای نمونه بررسی شده به میزان ۹۶٪، یعنی از ۹۰/۰۱ به ۲/۸۱ کاهش داده است.

ب. دامنه ارتعاشات در زمان بکارگیری چاه غیرخطی انرژی جهت کنترل ارتعاشات پره توربین بادی در قیاس با جاذب خطی بهینه ۳۱٪ کمتر است که دلالت بر کارایی بهتر چاه غیر خطی انرژی دارد.

ج. تأثیر ضرایب سفتی فنر و میرایی چاه انرژی بر عملکرد آن بسیار مؤثر بوده بگونهای که با درنظر گرفتن پارامترهای نامناسب عملاً دامنه ارتعاشات حاصله از نیروهای وارده نه تنها کاهش نیافته، بلکه افزایش خواهد یافت.

د. بهترین کارائی چاه غیرخطی انرژی از نقطه نظر محل اتصال در دورترین فاصله ممکن از انتهای گیردار آن حاصل می گردد.

# فهرست علائم

# علائم انگلیسی

$$m'$$
 مساحت،  $r'$  مساحت،  $C_1$   
 $Ns/m$  فريب ميرايى، Pico day بهينه،  $C_1$   
 $Ns/m$  مريب ميرايى جاذب خطى بهينه، Ns/m فريب ميرايى چاه غيرخطى انرژى،  $r_{nes}$   
 $Ns/m$  مرول الاستيسيته،  $N/m'$  مرول الاستيسيته،  $N/m'$  نيروى خالص افقى،  $N$   
 $m/s'$  نيروى خالص افقى،  $R_1$   
 $m/s'$  مود اول تير در نقطه انتهايى تير  
 $h_1$  مود اول تير در نقطه انتهايى تير  
 $h_3$  مود اول تير در نقطه انصال چاه غيرخطى انرژى  
 $m^*$  ممان اينرسى سطح پره،  $k_1$   
 $N/m$  مويب سفتى فنر،  $N/m$ ،  $k_{abs}$   
 $N/m$  فريب سفتى جاذب خطى بهينه،  $k_{nes}$   
 $N/m$  جرم جاذب خطى بهينه،  $k_{nes}$   
 $R_{nes}$   
 $R_{nes}$  جرم جاذب خطى انرژى،  $m_{nes}$   
 $Hz$  مركانس طبيعى تير،  $Hz$ 

1 Highly efficient nonlinear energy sink

فرکانس طبیعی تیر بدون دوران و با جابجایی 
$$P$$
.  
Hz ناچیز، N  
نیروی باد در ارتفاع شافت توربین، N  
تغییرات نیروی باد ناشی از تغییر ارتفاع، N  
t زمان، S  
نیرات تیکی، m

m خیز دینامیکی، *z*<sub>u</sub>

# علائم يونانى

موقعیت اتصال چاہ غیر خطی انرژی، m	δ
زاویه خیز پره، rad	$\theta$
مقدار ویژه مود اول	λ
نسبت جرمی جاذب خطی بهینه به سیستم اصلی	μ
چگالی، kg/m	ρ
سرعت زاویهای، rad/s	ω

# منابع

- T. Inoue, Y. Ishida, T. Kiyohara, Nonlinear vibration analysis of the wind turbine blade (occurrence of the superharmonic resonance in the out of plane vibration of the elastic blade), Journal of vibration and acoustics, 134(3) (2012).
- [2] B. Fitzgerald, B. Basu, S.R. Nielsen, Active tuned mass dampers for control of in-plane vibrations of wind turbine blades, Structural Control and Health Monitoring, 20(12) (2013) 1377-1396.
- [3] H.M. Negm, K.Y. Maalawi, Structural design optimization of wind turbine towers, Computers & Structures, 74(6) (2000) 649-666.
- [4] C. Sun, V. Jahangiri, Bi-directional vibration control of offshore wind turbines using a 3D pendulum tuned mass damper, Mechanical Systems and Signal Processing, 105 (2018) 338-360.
- [5] J. Arrigan, V. Pakrashi, B. Basu, S. Nagarajaiah, Control of flapwise vibrations in wind turbine blades using semiactive tuned mass dampers, Structural Control and Health Monitoring, 18(8) (2011) 840-851.
- [6] M.A. Lackner, M.A. Rotea, Passive structural control of offshore wind turbines, Wind energy, 14(3) (2011) 373-

energy transfer in mechanical and structural systems, Springer Science & Business Media, 2008.

- [17] K. Yang, Y.-W. Zhang, H. Ding, T.-Z. Yang, Y. Li, L.-Q. Chen, Nonlinear energy sink for whole-spacecraft vibration reduction, Journal of Vibration and Acoustics, 139(2) (2017).
- [18] S. Bab, S.E. Khadem, M. Shahgholi, Lateral vibration attenuation of a rotor under mass eccentricity force using non-linear energy sink, International Journal of Non-Linear Mechanics, 67 (2014) 251-266.
- [19] S. Bab, S.E. Khadem, M. Shahgholi, Vibration attenuation of a rotor supported by journal bearings with nonlinear suspensions under mass eccentricity force using nonlinear energy sink, Meccanica, 50(9) (2015) 2441-2460.
- [20] S. Bab, M. Najafi, J.F. Sola, A. Abbasi, Annihilation of nonstationary vibration of a gas turbine rotor system under rub-impact effect using a nonlinear absorber, Mechanism and Machine Theory, 139 (2019) 379-406.
- [21] F. Nucera, F.L. Iacono, D. McFarland, L. Bergman, A. Vakakis, Application of broadband nonlinear targeted energy transfers for seismic mitigation of a shear frame: Experimental results, Journal of sound and vibration, 313(1-2) (2008) 57-76.
- [22] M.A. Al-Shudeifat, Highly efficient nonlinear energy sink, Nonlinear Dynamics, 76(4) (2014) 1905-1920.
- [23] F. Romeo, G. Sigalov, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, Dynamics of a linear oscillator coupled to a bistable light attachment: numerical study, Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 10(1) (2015).
- [24] X. Fang, J. Wen, J. Yin, D. Yu, Highly efficient continuous bistable nonlinear energy sink composed of a cantilever beam with partial constrained layer damping, Nonlinear Dynamics, 87(4) (2017) 2677-2695.
- [25] H. Wang, L. Tang, Modeling and experiment of bistable two-degree-of-freedom energy harvester with magnetic coupling, Mechanical Systems and Signal Processing, 86 (2017) 29-39.
- [26] S.S. Rao, Vibration of continuous systems, John Wiley & Sons, 2019.
- [27] F. Georgiades, A. Vakakis, Dynamics of a linear beam with

388.

- [7] P. Murtagh, A. Ghosh, B. Basu, B. Broderick, Passive control of wind turbine vibrations including blade/ tower interaction and rotationally sampled turbulence, Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology, 11(4) (2008) 305-317.
- [8] S. Colwell, B. Basu, Tuned liquid column dampers in offshore wind turbines for structural control, Engineering Structures, 31(2) (2009) 358-368.
- [9] H.R. Karimi, M. Zapateiro, N. Luo, Semiactive vibration control of offshore wind turbine towers with tuned liquid column dampers using H∞ output feedback control, in: 2010 IEEE International Conference on Control Applications, IEEE, 2010, pp. 2245-2249.
- [10] S.K. Yalla, A. Kareem, J.C. Kantor, Semi-active tuned liquid column dampers for vibration control of structures, Engineering Structures, 23(11) (2001) 1469-1479.
- [11] S.J. Johnson, J.P. Baker, C. Van Dam, D. Berg, An overview of active load control techniques for wind turbines with an emphasis on microtabs, Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology, 13(2-3) (2010) 239-253.
- [12] M.A. Lackner, G. van Kuik, A comparison of smart rotor control approaches using trailing edge flaps and individual pitch control, Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology, 13(2-3) (2010) 117-134.
- [13] V. Maldonado, J. Farnsworth, W. Gressick, M. Amitay, Active control of flow separation and structural vibrations of wind turbine blades, Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology, 13(2-3) (2010) 221-237.
- [14] M.N. Svendsen, S. Krenk, J. Høgsberg, Resonant vibration control of rotating beams, Journal of sound and vibration, 330(9) (2011) 1877-1890.
- [15] L.Y. Pao, K.E. Johnson, Control of wind turbines, IEEE Control systems magazine, 31(2) (2011) 44-62.
- [16] A.F. Vakakis, O.V. Gendelman, L.A. Bergman, D.M. McFarland, G. Kerschen, Y.S. Lee, Nonlinear targeted

Journal of Vibration and Control, 23(6) (2017) 1001-1025.

- [30] A.E. Mamaghani, S. Khadem, S. Bab, Vibration control of a pipe conveying fluid under external periodic excitation using a nonlinear energy sink, Nonlinear Dynamics, 86(3) (2016) 1761-1795.
- [31] J.P. Den Hartog, Mechanical vibrations, Courier Corporation, 1985.

an attached local nonlinear energy sink, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 12(5) (2007) 643-651.

- [28] P. Asgharifard-Sharabiani, H. Ahmadian, Nonlinear model identification of oil-lubricated tilting pad bearings, Tribology International, 92 (2015) 533-543.
- [29] S. Bab, S. Khadem, M. Mahdiabadi, M. Shahgholi, Vibration mitigation of a rotating beam under external periodic force using a nonlinear energy sink (NES),

پيوست

$$\alpha_2 = \int_0^l \xi \,\alpha(\xi) d\,\xi \tag{(Y-y)}$$

$$\alpha_{3} = \frac{1}{h(l)^{2}} \int_{0}^{l} h(\xi)^{2} d\xi \qquad (\tilde{\nabla} - \psi)$$

 $\beta_{4} = \frac{1}{h(l)^{2}} \int_{0}^{l} \left( \frac{d^{2}h(\xi)}{d\xi^{2}} \right) d\xi \qquad (\Upsilon - \psi)$ 

$$\beta_5 = \int_0^l \alpha(\xi) d\xi \qquad (\pounds_{-\psi})$$

در بخش ۴ این مقاله انرژی جنبشی و پتانسیل پره و چاه غیرخطی انرژی محاسبه و با استفاده از معادله اویلر-لاگرانژ معادله حرکت مدل پره الاستیک منفرد توربین بادی همراه با چاه غیر خطی انرژی استخراج گردید. در معادلات بدست آمده (۲۴) و (۲۵) ضرائب انرژی استخراج و  $\beta_{\alpha}$  استفاده شد که نحوه محاسبه آنها به شرح زیر می باشد.

$$\alpha_1 = \int_{\Omega} \alpha(\xi)^2 d\xi \tag{1-4}$$

چگونه به اين مقاله ارجاع دهيم M. Daghighi, A. Rahmani Hanzaki, M. Shahgholi, S. Bab, Out-of-Plane Vibration Mitigation of Wind Turbine Blade Using Highly Efficient Nonlinear Energy Sink, Amirkabir J. Mech Eng., 53(12) (2022) 5851-5866. DOI: 10.22060/mej.2021.19784.7111

1



بی موجعه محمد ا