Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(12) (2022) 1427-1430
DOI: 10.22060/mej.2021.19697.7090

Numerical Simulation of Elastoplastic Behavior and Damage Evolution at Various Stress Triaxiality

M. Ansari, M. Ganjiani*, A. Lalegani

Department of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

ABSTRACT: The theory of continuum damage mechanics with a phenomenological approach is able to simulate phenomena such as soft strain, local necking of materials, and their failure. Stress triaxiality is defined as the stress state in a material that strongly affects the ductile failure phenomena. In this study, two damage models, Ganjiani and Bonora, are chosen to simulate and compare the elastoplastic behavior as well as damage evolution of some metals. These damage models are sensitive to the stress triaxiality. In order to validate the capability of the models in structural response, the proposed model has been implemented into user-defined subroutines VUMAT in the finite element program ABAQUS/Explicit. For this purpose, the explicit stress integration algorithms of the model have been explained. The model has been validated by comparing the predicted results with experimental data. The simulations are performed for steel 1045, aluminum 2024-T351, and steel HY130. The details of the integration algorithm in the framework of the explicit scheme are presented. Also, the model is developed in the large strain deformation. For the determination of the constants in the models, the stress-strain, the damage-strain, and the fracture strain-triaxiality curves are used. The predicted curves of load-displacement from simulation have good agreement with corresponding experimental data.

Review History:

Received: Mar. 03, 2021
Revised: Sep. 13, 2021
Accepted: Oct. 09, 2021
Available Online: Oct. 21, 2021

Keywords:

Damage mechanics
Stress triaxiality
Fracture strain
Elastoplastic behavior
Ductile fracture

1. INTRODUCTION

Continuum Damage Mechanics (CDM) as a phenomenological approach is widely used in a coupled or uncoupled scheme to join the (visco) plasticity theory to simulate well the strain softening, damage localization, and fracture phenomena in materials, [for example [1, 2-4]. Experimental evidence has shown the key factor of stress triaxiality, which replies the mean stress, on fracture strain. Besides that, the stress triaxiality has been found to be not the single factor to affect the ductile damage evolution, especially under shear loading conditions. In order to consider the effect of shear loading on the ductile fracture, another key factor as the Lode angle parameter was proposed. This parameter is actually related to the third deviatoric stress invariant J_3. Many ductile fracture models have been proposed in the literature, which used the definition of damage to predict fracture strain [4-10]. The original Gurson–Tvergaard–Needleman (GTN) model [11, 12] predicts no damage change with strain under zero stress triaxiality except when voids are nucleated. On the other hand, this model has limitations which ignore the fracture mechanism due to shear. Therefore, many authors attempt to modify the limitations of this model.

In this study, two damage models, Ganjiani and Bonora, are chosen to simulate and compare the elastoplastic behavior as well as damage evolution of some metals. The simulations are performed for steel 1045, aluminum 2024-T351, and steel HY130. The details of the integration algorithm in the framework of the explicit scheme are presented.

*Corresponding author's email: ganjiani@ut.ac.ir

2. METHODOLOGY

The stress triaxiality η is defined as $\eta = \sigma_m / \sigma_{\text{eq}}$ where $\sigma_m = \text{trace}(\boldsymbol{\sigma})/3$ is the mean stress.

2.1. Ganjiani model

The model of Ganjiani can be presented as follows:

$$D = \frac{1}{c_d}\text{arctanh}\left\{\frac{1}{EK_d}\left[1+c_\eta \ln\left(\frac{1+\eta}{1+\eta_{ref}}\right)\right]^2\left[R(\varepsilon_{eq}^p)\right]^2 - \frac{Y_0}{K_d}\right\} \quad (1)$$

where $\bar{\varepsilon}^p$ is the equivalent plastic and the parameters E, K_d, c_η and c_θ are material constants and the superscript "ref" refers to the reference test which is used to identify the parameters involved in the model. $R(\varepsilon_{eq}^p)$ is the plastic hardening which is selected as $K\left[\varepsilon_0 + \varepsilon^p\right]^n$.

2.2. Bonora model

The model of Bonora can be presented as follows:

$$D = D_{cr}\left\{1-\left[1-R_\eta^{1-\gamma}\frac{\ln(R_\eta^\gamma \varepsilon^p / \varepsilon_{th})}{\ln(\varepsilon_{funi} / \varepsilon_{th})}\right]^\alpha\right\} \quad (2)$$

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

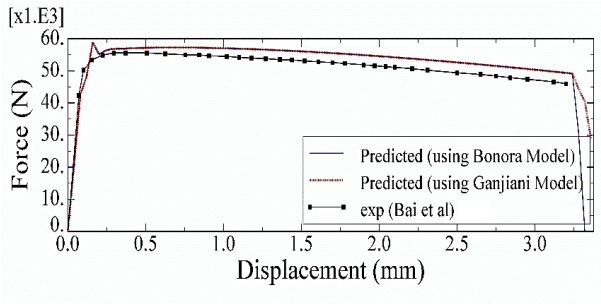


Fig. 1. The comparison of force-displacement between simulation and the result of Ref. [34] for steel 1045.

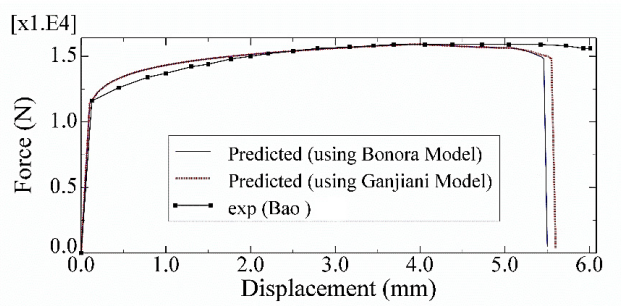


Fig. 2. The comparison of force-displacement between simulation and the result of Ref. [44] for aluminum 2024-T351

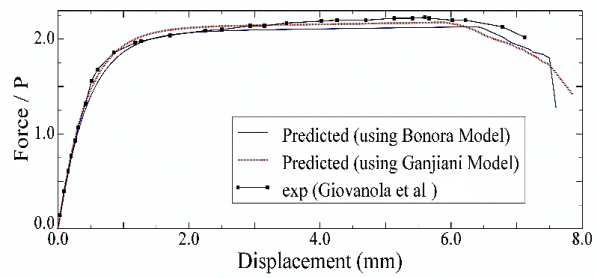


Fig. 3. The comparison of force-displacement between simulation and the result of Ref. [52] for steel HY130.

In which The $R_\eta = \frac{2}{3}(1+\upsilon)+3(1-2\upsilon)\eta^2$ is the function that accounts for stress triaxiality effects. S_0, γ, α, β are constants. ε_{th} is thresholds strain and ε_{funi} is the fracture strain at the uniaxial tension test.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The simulations are performed for steel 1045, aluminum 2024-T351, and steel HY130. The material properties are calibrated. The tension test is simulated for steel 1045 and aluminum 2024-T351, and the three-point bending test is simulated for steel HY130. The force-displacement of these simulations is presented in Figs. 1 to 3.

The finite element analysis is carried out to show the capability of the model at a structural scale. As indicated in these figures, the predicted results have good agreement

4. CONCLUSIONS

In this paper, a fracture model has been presented in the framework of Continuum Damage Mechanics. Two damage models, Ganjiani and Bonora, are chosen to simulate. The simulations are performed for steel 1045, aluminum 2024-T351, and steel HY130. The details of the integration algorithm in the framework of the explicit scheme are presented. The cures of load-displacement from simulation have good agreement with corresponding experiment ones

REFERENCES

[1] R. Vignjevic, N. Djordjevic, T. De Vuyst, S. Gemkow, Modelling of strain softening materials based on equivalent damage force, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 335 (2018) 52-68.

[2] Y. Zhu, M.D. Engelhardt, A nonlocal triaxiality and shear dependent continuum damage model for finite strain elastoplasticity, European Journal of Mechanics-A/Solids, 71 (2018) 16-33.

[3] F.A. McClintock, A criterion for ductile fracture by the growth of holes, Journal of applied mechanics, 35(2) (1968) 363-371.

[4] J.R. Rice, D.M. Tracey, On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 17(3) (1969) 201-217.

[5] G.R. Johnson, W.H. Cook, Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, Engineering fracture mechanics, 21(1) (1985) 31-48.

[6] L. Xue, Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading, International journal of solids and structures, 44(16) (2007) 5163-5181.

[7] M. Wilkins, R. Streit, J. Reaugh, Cumulative-strain-damage model of ductile fracture: simulation and prediction of engineering fracture tests, Lawrence Livermore National Lab., CA (USA); Science Applications, Inc., San Leandro, 1980.

[8] M. Cockcroft, D. Latham, Ductility and the workability of metals, Journal of the Institute of Metals, 96(1) (1968) 33-39.

[9] A.S. Khan, H. Liu, A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024-T351 alloy, International Journal of Plasticity, 35 (2012) 1-12.

[10] L. Xue, T. Wierzbicki, Ductile fracture initiation and propagation modeling using damage plasticity theory, Engineering Fracture Mechanics, 75(11) (2008) 3276-3293.

[11] A.L. Gurson, Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I—Yield criteria and flow rules for porous ductile media, Journal of Engineering Materials and Technology, 99(1) (1977) 2-15.

[12] V. Tvergaard, A. Needleman, Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar, Acta metallurgica, 32(1) (1984) 157-169.

[13] K. Nahshon, J. Hutchinson, Modification of the Gurson model for shear failure, European Journal of Mechanics-A/Solids, 27(1) (2008) 1-17.

[14] K.L. Nielsen, V. Tvergaard, Effect of a shear modified Gurson model on damage development in a FSW tensile specimen, International Journal of Solids and Structures, 46(3-4) (2009) 587-601.

[15] L. Xue, Constitutive modeling of void shearing effect in ductile fracture of porous materials, Engineering Fracture Mechanics, 75(11) (2008) 3343-3366.

[16] L. Malcher, F.A. Pires, J.C. De Sá, An extended GTN model for ductile fracture under high and low stress triaxiality, International Journal of Plasticity, 54 (2014) 193-228.

[17] J. Zhou, X. Gao, J.C. Sobotka, B.A. Webler, B.V. Cockeram, On the extension of the Gurson-type porous plasticity models for prediction of ductile fracture under shear-dominated conditions, International Journal of Solids and Structures, 51(18) (2014) 3273-3291.

[18] J. Lemaitre, A continuous damage mechanics model for ductile fracture, Journal of Engineering Materials and Technology, 107 (1985) 83-89.

[19] W. Jiang, Y. Li, J. Su, Modified GTN model for a broad range of stress states and application to ductile fracture, European Journal of Mechanics-A/Solids, 57 (2016) 132-148.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. Ansari, M. Ganjiani, A. Lalegani, Numerical Simulation of Elastoplastic Behavior and Damage Evolution at Various Stress Triaxiality, Amirkabir J. Mech Eng., 53(12) (2022) 1427-1430.

DOI: 10.22060/mej.2021.19697.7090

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۱۲، سال ۱۴۰۰، صفحات ۵۷۰۳ تا ۵۷۲۴
DOI: 10.22060/mej.2021.19697.7090

شبیه‌سازی عددی رفتار الاستوپلاستیک و رشد آسیب فلزات در تنش‌های سه‌محوری مختلف

مهدی انصاری، سیدمهدی گنجیانی*، امین لـله‌گانی دزکی

دانشکده مهندسی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

خلاصه: نظریه مکانیک آسیب محیط‌های پیوسته با رویکردی پدیدار شناختی در پیش‌بینی پدیده‌ی شکست مواد به کارگرفته می‌شود. از آن‌جایی که هر ماده رفتار مخصوص به خود را دارد، یافتن نحوه رفتار آسیب فلزات پرکاربرد اهمیت ویژه‌ای دارد. در این تحقیق دو مدل آسیب گنجیانی و بونورا، برای تحلیل رفتار الاستوپلاستیک آسیب چند فلز از کدنویسی در نرم‌افزار آباکوس، انجام شبیه‌سازی و مقایسه با داده‌های تجربی موجود در منابع، استفاده شده است. جزئیات انتگرال‌گیری صریح و الگوریتم حل ارائه شده است. همچنین، به دلیل اینکه کرنش‌ها در محدوده تغییرشکل‌های بزرگ بوده‌اند، روابط مربوط به تغییرشکل‌های بزرگ استفاده شده است. در یافتن ثوابت مدل‌ها از نمودارهای تنش-کرنش، آسیب-کرنش و کرنش شکست-تنش سه‌محوری استفاده شده است. پس از انجام شبیه‌سازی به کمک نمودار نیرو-جابه‌جایی که تطابق خوبی با نمودار تجربی برای هر فلز داشته‌اند، صحت عملکرد تأیید شده است. در حالت کلی ثوابت طی یک فرایند آزمون و خطا طوری مشخص گردیدند که برازش منحنی بهینه انجام گرفته باشد. فلزات مورد بررسی فولاد ۱۰۴۵، آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱ و فولاد اچوای ۱۳۰ بودند. برای دو فلز اول آزمون کشش ساده و برای فولاد اچوای ۱۳۰ آزمون خمش سه نقطه‌ای شبیه‌سازی شده است و نمودار نیرو-جابه‌جایی حاصل با نمودار تجربی نظیر مقایسه شده است.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۱۳
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۶/۲۲
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۱۷
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۷/۲۹

کلمات کلیدی:
مکانیک آسیب
تنش سه‌محوری
کرنش شکست
رفتار الاستوپلاستیک
شکست نرم

۱. مقدمه

معیارهای شکست مواد را می‌توان به سه دسته تقسیم نمود: ۱- شکست ناگهانی ۲- پلاستیسیته‌ی متخلخل ۳- مکانیک آسیب محیط‌های پیوسته [۱]. در این پژوهش از روش سوم برای تحلیل آسیب فلزات فولاد ۱۰۴۵، آلومینیوم ۲۰۲۴-تی ۳۵۱[1]و فولاد اچوای ۱۳۰[2] استفاده شده است. در مکانیک آسیب محیط‌های پیوسته، یک یا چند متغیر داخلی آسیب معرفی می‌شود تا تأثیر ریزترک‌ها و ریزحفره‌ها را در تخریب خصوصیات مواد مانند خواص الاستیک و تنش تسلیم از طریق تعریف تنش مؤثر نشان دهد [۲]. یکی از جالب توجه‌ترین ویژگی‌های مکانیک آسیب محیط‌های پیوسته در نظر گرفتن تأثیر تنش سه‌محوری [3] بر روی کرنش شکست است که مستقیماً از تعریف نرخ رهایش چگالی انرژی کرنشی آسیب[4]، بدون نیاز به فرضیات بیشتر پیش‌بینی می‌شود. از همین رو، رابطه کرنش شکست به عنوان تابعی از تنش سه‌محوری برای فرآیندهای با بارگذاری تناسبی، می‌تواند به طور مستقیم به‌دست آید. اگرچه بیان ریاضی آن ممکن است بستگی به نوع تابع پتانسیل مدل آسیب داشته باشد [۳]. چاندراکانت و پندی [۴] یک مدل مکانیک آسیب محیط‌های پیوسته برای فولادهای کم‌کربن ارائه داده‌اند که در آن رابطه تکامل آسیب با کرنش پلاستیک نمایی است. بونورا [۵] بیان اصلی تابع پتانسیل آسیب پیشنهاد شده توسط لمتر را تغییر داد، به طوری که اجازه می‌دهد عبارات مختلفی برای معادله نرخ آسیب به طور مداوم با تکامل میزان حفره‌ها در یک ماتریس شکل‌پذیر به‌دست آید. به این ترتیب، بونورا اثر تنش سه‌محوری را بر تکامل آسیب در مواد مختلف بررسی کرد.

1 Al 2024-T351
2 HY130
3 Stress triaxiality
4 Strain energy release rate

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ganjiani@ut.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

لو و هو [۱۰-۶] یک معیار شکست نرم برای مدل‌سازی رفتار شکست ورق‌های فلزی برای هسته‌سازی، رشد و انعقاد برشی حفره‌ها در هنگام تغییرشکل پلاستیک ارائه دادند. در مدل آن‌ها، هسته‌سازی حفره‌ها به عنوان تابعی از کرنش پلاستیک معادل، رشد حفره‌ها تابعی از تنش سه‌محوری و انعقاد حفره‌ها توسط تنش برشی حداکثر کنترل می‌شود که معیار آنها برای مدل‌سازی شکست در فرایندهای شکل‌دهی فلزات مناسب‌تر از مدل موهر-کلمب است. ژانگ و همکاران [۱۱] آزمایشاتی را بر روی برخی از نمونه‌ها با جهت گیری مختلف مواد انجام داد که دارای تنش‌های سه‌محوری متفاوت در نقاط شکست هستند. آن‌ها از تابع تسلیم ناهمسانگرد دراکر با قانون سخت‌شوندگی همسانگرد برای توصیف عملکرد آلومینیوم ۶۰۱۶-تی۴ استفاده کردند. آن‌ها از مدل آسیب لو و همکاران برای مشخص کردن ناحیه شکست ورق‌های آلومینیوم ۶۰۱۶-تی۴ استفاده کردند.

بائو و ویرزبیکی [۱۲] نیز نشان دادند که داده‌های تجربی در شکست آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱، برای حالت‌های مختلف تنش، در دو شاخه مجزا از منحنی تنش سه‌محوری برحسب شکل‌پذیری قرار می‌گیرند. بارسوم و فالسکوگ [۱۳] همچنین قابلیت شکستگی در تنش‌های سه‌محوری پایین که برش غالب است را در فولادهای با مقاومت متوسط و مقاومت بالا در شرایط بارگذاری ترکیبی کششی پیچشی گزارش کردند. این نتایج نشان می‌دهد که تنش سه‌محوری به تنهایی برای توصیف تأثیر وضعیت تنش چندمحوره بر شکل‌پذیری مواد کافی نیست، و تاکید می‌کند که سومین تغییرناپذیر تانسور تنش نیز تأثیر دارد. برونیگ و همکاران [۱۴] با ترکیب نتایج روش اجزاء محدود[1] و داده‌های تجربی، معیار آسیبی بر اساس تنش و به عنوان تابعی از تنش سه‌محوری و پارامتر لود ارائه کردند. ژو و اینگلهارت [۱۵] یک معیار شکستگی اصلاح‌شده بر اساس دو معیار شکستگی موجود، مدل رایس و تریسی [۱۶] و حداکثر تنش برشی اصلاح‌شده، پیشنهاد داده است. یو و همکاران [۱۷] یک مدل آسیب ویسکوپلاستیک وابسته به تنش سه‌محوری و شامل اثر زاویه لود[2]، که در آن تأثیر تنش سه‌محوری بر آسیب، منحنی تنش-کرنش بدون آسیب و ویسکوپلاستیسیته در نظر گرفته شده، پیشنهاد کردند و با انجام آزمون کشش ساده بر روی نمونه‌های گرد صاف و دارای بریدگی با روش ترکیبی عددی-تجربی، پارامترهای مدل را تعیین نمودند.

برخی مدل‌های اصلاح‌شده نیز هستند که مدل‌سازی شکست را با دخیل کردن اثرات تنش سه‌محوری و زاویه لود بهبود داده‌اند. به عنوان مثال بای و ویرزبیکی [۱۸ و ۱۹] مدل موهر-کلمب را به عنوان ناحیه شکستگی نامتقارن سه‌بعدی، در فضای کرنش شکست معادل، تنش سه‌محوری و پارامتر زاویه لود گسترش دادند که نتایج آن قابل‌قبول‌تر است. مالچر و مامیدا [۲۰]، مدل آسیب لمتر [۲۱] را با تغییر یک پارامتر مدل که در ابتدا ثابت بود، به تابعی از تنش سه‌محوری و پارامتر زاویه لود اصلاح کردند. در برخی تحقیقات، یک مدل شناخته شده به صورت آزمایشی یا تحلیل‌های عددی صحت‌سنجی می‌گردد. به عنوان مثال لیو و فو [۲۲] از طریق اصلاح معیار معروف آیادا [۲۳]، معیار شکستگی نرم جدیدی ایجاد کردند به طوری که می‌توان شکست نرم را در شرایط مختلف بارگذاری پیش‌بینی کرد. کائو و همکاران [۲۴] مدل لمتر اولیه را برای درنظر گرفتن اثر زاویه لود بهبود دادند. همچنین، بونورا و همکاران [۲۵] تعریف جدیدی را برای پتانسیل اتلاف آسیب با وابستگی صریح به سومین تغییرناپذیر تنش انحرافی برای شکست برشی ارائه داده‌اند.

مقایسه و بحث راجع به مدل‌ها نیز توسط نویسندگان مختلفی انجام شده است. روزا و همکاران [۲۶] پاسخ چهار مدل بر پایه مکانیک آسیب محیط‌های پیوسته را که شامل همبستگی بین ضریب تنش سه‌محوری و کرنش پلاستیک لگاریتمی است، تجزیه و تحلیل کرد. این قوانین همبستگی، که همچنین بر منحنی تنش حقیقی-کرنش حقیقی ماده تأثیرگذار می‌باشند، از داده‌های تجربی پردازش شده با استفاده از روش بریدگمن بدست آمده است. بای و ویرزبیکی [۲۷] نیز در یک تحقیق توانستند شانزده مدل شکست بر پایه‌ی فیزیکی، پدیدارشناختی و تجربی را در فضای سه بعدی ارزیابی و کالیبره کنند.

گنجیانی و همکاران [۲۸ و ۲۹] مدل آسیبی ارائه نمودند که در آن وابستگی آسیب بخوبی به تنش سه‌محوری و زاویه لود دیده می‌شود. این مدل بر پایه مکانیک آسیب تعمیم‌یافته است و همچنین می‌تواند وابستگی کرنش شکست به سه‌محوری تنش را پیش‌بینی کند.

در این تحقیق رفتار شکست مواد بر اساس دو مدل گنجیانی و بونورا (به عنوان یک مدل که به وفور در مقالات استفاده می‌شود) انتخاب و مقایسه شده است. با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی صریح و با به کارگیری معادلات مربوط به کرنش‌های محدود در چارچوب

1 Finite element method
2 Lode angle

کدنویسی وی‌یومت[1] در نرم‌افزار آباکوس، رشد آسیب سه فلز توسط این مدل‌ها شبیه‌سازی و نتایج به‌دست آمده با نتایج آزمایشگاهی موجود در منابع مقایسه شده است. براین اساس ثابت‌های این مدل‌ها با استفاده از یک رویه استاندارد استخراج و کارایی آن‌ها در پیش‌بینی آسیب بررسی می‌شوند.

۲. روش تحقیق

در این پژوهش از مدل‌های آسیب گنجیانی [۲۸] و بونورا [۳] برای شبیه‌سازی عددی رفتار سه فلز فولاد ۱۰۴۵، آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱ و فولاد اچ‌وای ۱۳۰ استفاده شده است. قبل از معرفی مدل‌ها، تنش سه‌محوری η بصورت حاصل تقسیم تنش میانگین σ_m بر تنش معادل فون میزز σ_{eq} بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta=\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}=\frac{\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33}}{3\sigma_{eq}} \tag{۱}$$

مدل‌هایی که در این مقاله استفاده شده‌اند وابستگی آسیب و کرنش شکست به سه‌محوری را در نظر گرفته‌اند. در این دو مدل، وابستگی به سه‌محوری بصورت یک ضریب در معالات وارد شده است. این نوع مدل‌سازی در بسیاری از مدل‌های دیگر نیز استفاده شده است [۶ و ۷ و ۹ و ۲۰-۱۸ و ۳۰ و ۳۱].

۲-۱. مدل آسیب گنجیانی

در این مدل با فرض برابری انرژی کرنشی الاستیک و قانون جریان همراه[2]، تابع پتانسیل اتلافی آسیب را بصورت رابطه (۲) مشخص می‌کند [۲۸]. این تابع به عنوان سطح آسیب بیان می‌شود و بیانگر این است که آسیب زمانی رشد می‌کند که مقدار تابع صفر شود.

$$f^d=Y-\left[1+c_\eta\ln\left(\frac{1+\eta}{1+\eta_{ref}}\right)\right]^{-2}R_\eta B(D)=0 \tag{۲}$$

که در آن داریم

$$B=\frac{Y_0+K_d\tanh(c_dD)}{1-D} \tag{۳}$$

$$Y=\frac{\sigma_{eq}^2}{E(1-D)^3}R_\eta \tag{۴}$$

توابع $B(D)$ و Y در روابط (۳) و (۴) به ترتیب سخت‌شوندگی برای سطح آسیب و نرخ رهاسازی انرژی هستند. در این روابط D آسیب، η و $\tilde{\theta}$ به ترتیب تنش سه‌محوری و پارامتر زاویه لود هستند. با دانستن ν به عنوان ضریب پواسون، $R_\eta=\frac{۲}{۳}(۱+\nu)+۳(۱-۲\nu)\eta^۲$ تابع سه‌محوری نامیده می‌شود. E مدول الایتیسیته بوده و ضرایب c_d، c_η، K_d و Y_0 نیز ثوابت ماده هستند. η_{ref} مقدار مشخص ضریب تنش سه‌محوری به‌دست آمده از یک آزمون به عنوان مرجع هستند. با استفاده از روابط بالا و شرط $\dot{f}^d=۰$، مقدار نرخ آسیب بصورت رابطه (۵) به‌دست می‌آید.

$$\dot{D}=\left\{1+c_\eta\ln\left(\frac{1+\eta}{1+\eta_{ref}}\right)\right\}^2\frac{2\sigma_{eq}\frac{\mathrm{d}\sigma_{eq}}{\mathrm{d}\sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij}}{E\left[(1-D)^3\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}D}-3(1-D)^2B(D)\right]} \tag{۵}$$

که در رابطه (۵)، $\dot{D}$ نرخ رشد است. با فرض بارگذاری تناسبی، رابطه صریح برای آسیب بصورت رابطه‌ی (۶) خواهد بود. همچنین این مدل رابطه‌ی بین کرنش شکست و تنش سه‌محوری را با درنظر گرفتن قانون سخت‌شوندگی سوئیفت $K\left[\varepsilon_0+\varepsilon^p\right]^n$ به صورت رابطه (۷) و یا با در نظر گرفتن قانون سخت‌شوندگی لودویک $\sigma_{y_0}+K\left[\varepsilon^p\right]^n$ به صورت رابطه (۸) بیان می‌کند [۲۸].

$$D=\frac{1}{c_d}\operatorname{arctanh}\left\{\frac{1}{Ek_d}\left[1+c_\eta\ln\left(\frac{1+\eta}{1+\eta_{ref}}\right)\right]^2\left[R\left(\varepsilon_{eq}^p\right)\right]^2-\frac{Y_0}{K_d}\right\} \tag{۶}$$

$$\varepsilon_f^p=\left\{1+c_\eta\ln\left(\frac{1+\eta}{1+\eta_{ref}}\right)\right\}^{-\frac{1}{n}}\left[\varepsilon_0+\left(\varepsilon_f^p\right)^{ref}\right]-\varepsilon_0 \tag{۷}$$

$$\varepsilon_f^p=\left[\left\{1+c_\eta\ln\left(\frac{1+\eta}{1+\eta_{ref}}\right)\right\}^{-1}\left[\frac{\sigma_{y_0}}{K}+\left(\varepsilon_f^p\right)_{ref}^n\right]-\frac{\sigma_{y_0}}{K}\right]^{\frac{1}{n}} \tag{۸}$$

در این روابط ε^p کرنش مؤثر پلاستیک، σ_{y_0} تنش تسلیم، ε_0 کرنش اولیه پلاستیک، K ضریب سخت‌شوندگی و n توان

1 VUMAT
2 Associated flow rule

سخت‌شوندگی است.

۲-۲. مدل آسیب بونورا

مدل بونورا تابع پتانسیل اتلافی آسیب را به شکل رابطه (۹) پیشنهاد می‌کند [۳]:

$$f^d=\left[\frac{1}{2}\left(-\frac{Y}{S_0}\right)^2\frac{S_0}{1-D}\right]\left[\frac{1}{R_\eta^\gamma}\frac{(D_{cr}-D)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}{(\varepsilon^p)^\beta}\right] \quad (۹)$$

در این رابطه D آسیب، Y نرخ رهاسازی انرژی، R_η تابع سه‌محوری. D_{cr} آسیب بحرانی ε^p کرنش مؤثر پلاستیک و S_0، γ، α و β ثوابت ماده هستند. همچنین این مدل مقدار نرخ آسیب که از تابع پتانسیل اتلافی به‌دست می‌آید را به صورت رابطه (۱۰) مشخص می‌کند و در نهایت با فرض بارگذاری تناسبی، مقدار صریح D مطابق (۱۱) حاصل می‌گردد [۳]:

$$\dot{D}=\alpha\frac{D_{cr}^{\frac{1}{\alpha}}}{\ln\left(\frac{\varepsilon_{funi}}{\varepsilon_{th}}\right)}R_\eta^{1-\gamma}\left(D_{cr}-D\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\frac{\dot{\varepsilon}^p}{\varepsilon^p} \quad (۱۰)$$

$$D=D_{cr}\left\{1-\left[1-R_\eta^{1-\gamma}\frac{\ln(R_\eta^\gamma\varepsilon^p/\varepsilon_{th})}{\ln(\varepsilon_{funi}/\varepsilon_{th})}\right]^\alpha\right\} \quad (۱۱)$$

که در آن ثوابت ε_{th} و ε_{funi} به ترتیب کرنش شروع آسیب و کرنش شکست برای تنش سه‌محوری ۰/۳۳ (تست کشش ساده) هستند. همچنین این مدل کرنش شکست برای برای نمونه‌هایی غیر از کشش ساده که تنش سه‌محوری متفاوت از ۰/۳۳ دارند را به صورت رابطه (۱۲) بیان می‌کند.

$$\varepsilon_f=\frac{\varepsilon_{th}}{R_v^\gamma}\left(\frac{\varepsilon_{funi}}{\varepsilon_{th}}\right)^{\frac{1}{R_v^{1-\gamma}}} \quad (۱۲)$$

۲-۳- الگوریتم انتگرال‌گیری عددی

هنگامی که محدوده کرنش‌ها در حدود ۰/۰۵ باشد، معادلات مربوط به کرنش‌های کوچک صادق بوده و تفکیک گام کرنش کل به حاصل‌جمع گام‌های کرنش الاستیک و پلاستیک برقرار است. اما هنگامی‌که محدوده کرنش‌ها، بزرگ باشد بهتر است از رویه‌ی کرنش‌های بزرگ که روشی جامع‌تر از روش کرنش‌های کوچک است استفاده نمود. در این روش باید از تانسور گرادیان تغییرشکل که معمولاً با $\mathbf{F}$ نشان داده می‌شود، به صورت زیر برای به‌دست آوردن کرنش‌ها استفاده نمود [۳۲]:

$$\Delta\mathbf{F}_n=\mathbf{F}_n\mathbf{F}_{n-1}^{-1} \quad (۱۳)$$

$$\Delta\mathbf{C}=\Delta\mathbf{F}^T\Delta\mathbf{F} \quad (۱۴)$$

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}=\frac{1}{2}Ln(\Delta\mathbf{C}) \quad (۱۵)$$

به‌این ترتیب گام کرنش به‌دست می‌آید. در روابط فوق $\mathbf{F}_n$ مقدار تانسور گرادیان تغییرشکل در گام فعلی و $\mathbf{F}_{n-1}^{-1}$ وارون تانسور گرادیان تغییرشکل در انتهای گام قبل است. $\Delta\mathbf{C}$ نیز تانسور راست کوشی-گرین است. برای محاسبه لگاریتم، تانسور مدنظر قطری می‌شود که این عمل توسط زیرروال وی‌اس‌پریند[1] انجام می‌گیرد. برای پیاده‌کردن معادلات و استفاده در شبیه‌سازی، انتگرال‌گیری صریح از معادلات ساختاری در تغییرشکل‌های بزرگ انجام می‌گردد. در این قسمت فرض اصلی این است که کرنش‌های الاستیک کوچک بوده در حالی که تغییرشکل‌ها بزرگ هستند [۳۲]. بدین منظور داریم:

$$\mathbf{L}=\dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} \quad (۱۶)$$

$$\boldsymbol{\Omega}=\dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T \quad (۱۷)$$

که $\mathbf{L}$ تانسور گرادیان سرعت، $\dot{\mathbf{F}}$ مشتق زمانی تانسورگرادیان

1 Utility routine (vsprind)

تغییرشکل، $\mathbf{R}$ تانسور قائم چرخش و $\mathbf{\Omega}$ نیز تانسور سرعت زاویه‌ای است. $\mathbf{L}$ از رابطه (۱۸) محاسبه می‌گردد که در این رابطه، $\mathbf{I}$ ماتریس همانی است [۳۳]:

$$\mathbf{L}=(\mathbf{F}_n\mathbf{F}_{n-1}^{-1}-\mathbf{I})/\Delta t \tag{۱۸}$$

حال می‌توان بخش متقارن تانسور گرادیان جابه‌جایی را که تانسور نرخ تغییرشکل[1] نام دارد از رابطه (۱۹) به‌دست آورد. اکنون قسمت پلاستیک تانسور نرخ تغییرشکل از معادله‌های (۲۰) و (۲۱) قابل محاسبه است که در آن تانسور $\mathbf{S}$ تانسور انحرافی تنش، $\dot{\lambda}$ ضریب پلاستیک و $\dot{\varepsilon}^p$ در رابطه (۲۰) گام کرنش پلاستیک معادل است و سپس قسمت الاستیک آن مطابق (۲۲) به‌دست می‌آید.

$$\mathbf{D}=0.5(\mathbf{L}+\mathbf{L}^T) \tag{۱۹}$$

$$\mathbf{D}^P=\frac{3}{2}\dot{\lambda}\frac{\mathbf{S}}{\sigma_{eq}} \tag{۲۰}$$

$$\dot{\lambda}=(1-D)\dot{\varepsilon}^p \tag{۲۱}$$

$$\mathbf{D}^e=\mathbf{D}-\mathbf{D}^P \tag{۲۲}$$

که در آن $\mathbf{D}$ تانسور نرخ تغییرشکل، $\mathbf{D}^e$ بخش الاستیک تانسور نرخ تغییرشکل و $\mathbf{D}^P$ بخش پلاستیک تانسور نرخ تغییرشکل است. تانسور نرخ تنش گرین-نقدی $\boldsymbol{\sigma}^{GN}$ که وابسته به چارچوب اولیه[2] نیست، مطابق قانون هوک از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\boldsymbol{\sigma}^{GN}=2G\mathbf{D}^e+\lambda Tr(\mathbf{D}^e)\mathbf{I} \tag{۲۳}$$

در آین رابطه G مدول برشی، λ ضریب لامه، $\mathbf{I}$ ماتریس همانی است. تانسور نرخ تنش $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ از رابطه (۲۴) حساب می‌شود که با افزودن به مقدار تنش گام قبل، مقدار تنش به روز می‌شود.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}=\boldsymbol{\sigma}^{GN}+\mathbf{\Omega}\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\sigma}\mathbf{\Omega} \tag{۲۴}$$

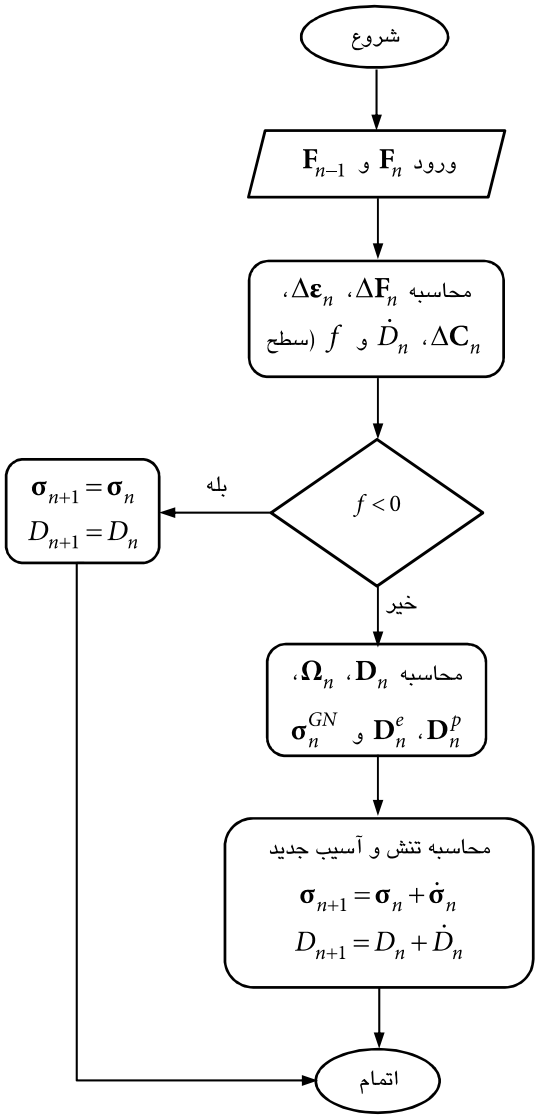
1 Rate of deformation tensor
2 Frame (reference) indifferent/objective

با استفاده از روابط مذکور در کدنویسی رفتار الاستوپلاستیک و استفاده از روش انتگرال‌گیری صریح از معادلات ساختاری و با توجه به این که در کدنویسی تانسور گرادیان تغییرشکل و تانسور کششی راست کوشی به عنوان ورودی در دسترس است، مقدار نرخ زمانی آسیب $\dot{D}_n$ (با توجه به مشخص‌بودن ثوابت در دو مدل) به‌راحتی قابل محاسبه می‌باشد. با اضافه کردن $\dot{D}_n$ به مقدار قبلی، مقدار آسیب بروزرسانی می‌شود. این متغیر در انتهای گام، در یک متغیر حالت[3] ذخیره می‌شود تا در گام‌های بعدی قابل استفاده باشد. طبق روابط (۱۳) تا (۱۵) گام کرنش به‌دست می‌آید. سپس با محاسبه تانسور گرادیان سرعت طبق رابطه (۱۸)، و محاسبه تانسور سرعت زاویه‌ای و تانسور نرخ تغییرشکل به ترتیب با استفاده از روابط (۱۷) و (۱۹) و جداسازی قسمت‌های پلاستیک و الاستیک آن با به کارگیری روابط (۲۰) و (۲۲)، تانسور نرخ تنش گرین-نقدی مطابق رابطه (۲۳) محاسبه می‌گردد. در نهایت تانسور نرخ تنش از رابطه (۲۴) به‌دست می‌آید و با افزودن به تنش گام قبل، مقدار تنش به روز رسانی می‌شود. همانطور که اشاره شد فرض اصلی در این مرحله کوچک‌بودن کرنش‌های الاستیک در مقایسه با کرنش‌های غیرالاستیک است که مجوز جمع قسمت‌های الاستیک و پلاستیک تانسور نرخ تغییرشکل برای محاسبه تانسور نرخ تغییرشکل را فراهم می‌کند. لازم به ذکر است که تمام این معادلات پس از رسیدن به حد تسلیم انجام می‌گردد و قبل از آن از روابط الاستیک تنش به‌روز می‌شود و در واقع آسیب وارد محاسبات نمی‌گردد. شکل ۱ نحوه روش حل عددی مسئله را نشان می‌دهد که در آن f سطح تسلیم فون میزز را مشخص می‌کند.

۳. شبیه‌سازی و بحث بر نتایج

در کلیه شبیه‌سازی‌ها از المان‌های سه‌بعدی [4]برای شبکه‌بندی استفاده شده است. برای تضمین همگرایی مسئله، گام زمانی ۲×۱۰^{-۸} انتخاب شده است. برای شبیه‌سازی عددی رفتار فلزات فولاد ۱۰۴۵، آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱ و فولاد اچوای ۱۳۰ از سه نمودار تنش-کرنش، آسیب-کرنش و کرنش شکست-تنش سه‌محوری موجود در منابع برای به‌دست آوردن ثوابت مدل‌های آسیب استفاده شده است و در نهایت با کمک نمودار نیرو-جابه‌جایی صحت این روند تأیید شده است. در این شبیه‌سازی، اندازه مش‌ها ابتدا ۳ میلی‌متر درنظر گرفته

3 State variable
4 C3DR8



شکل ۱. نحوه روش حل عددی مسئله

Fig. 1. The flowchart of numerical integration algorithm.

شد، سپس بین ۱/۲۵ تا ۱ میلی‌متر نتایج بسیار نزدیک به یکدیگر می‌شوند که براین اساس تعداد مش بهینه را برابر ۱/۲۵ در نظر گرفته شده است.

۳-۱- تعیین ثوابت

تمامی ثوابت مجهول طی یک فرآیند آزمون و خطا طوری مشخص گردیدند که برازش منحنی بهینه انجام‌گرفته باشد. در به‌دست آوردن ثوابت قانون سوئیفت (برای فولاد ۱۰۴۵ و آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱) و قانون لودویک (برای فولاد اچ‌وای ۱۳۰) در جعبه ابزار برازش منحنی[1] نرم‌افزار متلب، به ترتیب روابط $K(\varepsilon_{.}+\varepsilon^p)^n$ و $\sigma_{y.}+K(\varepsilon^p)^n$ را با ضرایب مجهول نوشته و نرم‌افزار به صورت خودکار برازش منحنی مناسب را با داده‌های تنش-کرنش موجود در مراجع که در ادامه نام برده می‌شوند برای هر فلز انجام می‌دهد و ثوابت پلاستیک به‌دست می‌آیند. به طور مشابه برای به‌دست آوردن ضرایب دو مدل آسیب برای هر فلز، با به کارگیری روابط (۶) و (۱۱) در تنش سه‌محوره ۰/۳۳ (تست کشش ساده) و کرنش‌های مختلف، ضرایب توسط نرم‌افزار از برازش با داده‌های مراجع برای هر فلز مشخص می‌گردند و در نهایت برای تعیین ثوابت c_η در مدل گنجیانی و γ در مدل بونورا، از نمودار کرنش شکست- تنش سه‌محوره به طریق مشابه قبل و به‌کارگیری روابط (۷) یا (۸) مدل گنجیانی و رابطه (۱۲) مدل بونورا، برای هر فلز این ثوابت نیز مشخص

1 Curve fitting

جدول۱. ثوابت الاستیک و پلاستیک به‌دست آمده فولاد ۱۰۴۵

Table 1. The elastic and plastic properties of steel 1045.

	E(GPa)	ν	K(MPa)	$\varepsilon_{\cdot}$	n
محدوده	۱۶۰-۲۲۰	۰/۲۸-۰/۳۳	۹۰۰-۱۲۰۰	۰/۰-۰/۰۰۴	۰/۰۲-۰/۱۸
مقدار به‌دست آمده	۲۱۰	۰/۳	۱۰۸۶	۰/۰۰۳۷	۰/۰۵

جدول ۲. ثوابت به‌دست‌آمده مدل بونورا فولاد ۱۰۴۵

Table 2. The determined properties of Bonora's model for steel 1045.

	D_{cr}	ε_{th}	ε_f	α	γ
محدوده	۰/۰۱۶-۰/۱	۰/۰۵-۰/۲۴	۰/۴-۱/۰	۰/۰-۰/۳	۰/۰-۱/۰
مقدار به‌دست آمده	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۴۴۱	۰/۳	۰/۷۴۲

جدول ۳. ثوابت به‌دست‌آمده مدل گنجیانی فولاد ۱۰۴۵

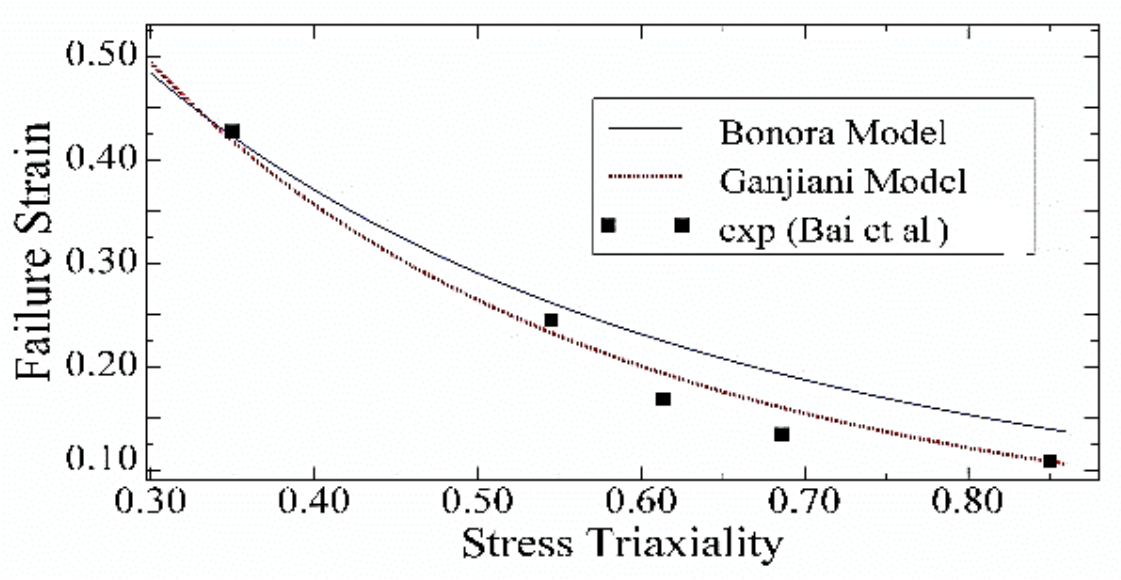
Table 3. The determined properties of Ganjiani's model for steel 1045.

	c_d	K_d(MPa)	$Y_{\cdot}$(MPa)	c_η	$\left(\varepsilon_f^p\right)^{ref}$
محدوده	۰/۰-۲۰۰	۰/۰-۵	۲/۸-۵	۰/۱۷-۰/۳	۰/۳-۱/۱۸
مقدار به‌دست آمده	۱۲۴	۰/۹۱	۴/۰۶	۰/۲۳۴	۰/۴۴۱

شدند. سپس با استفاده از این ثوابت در نرم‌افزار آباکوس و به‌کارگیری کُد، شبیه‌سازی‌های مذکور انجام شد.

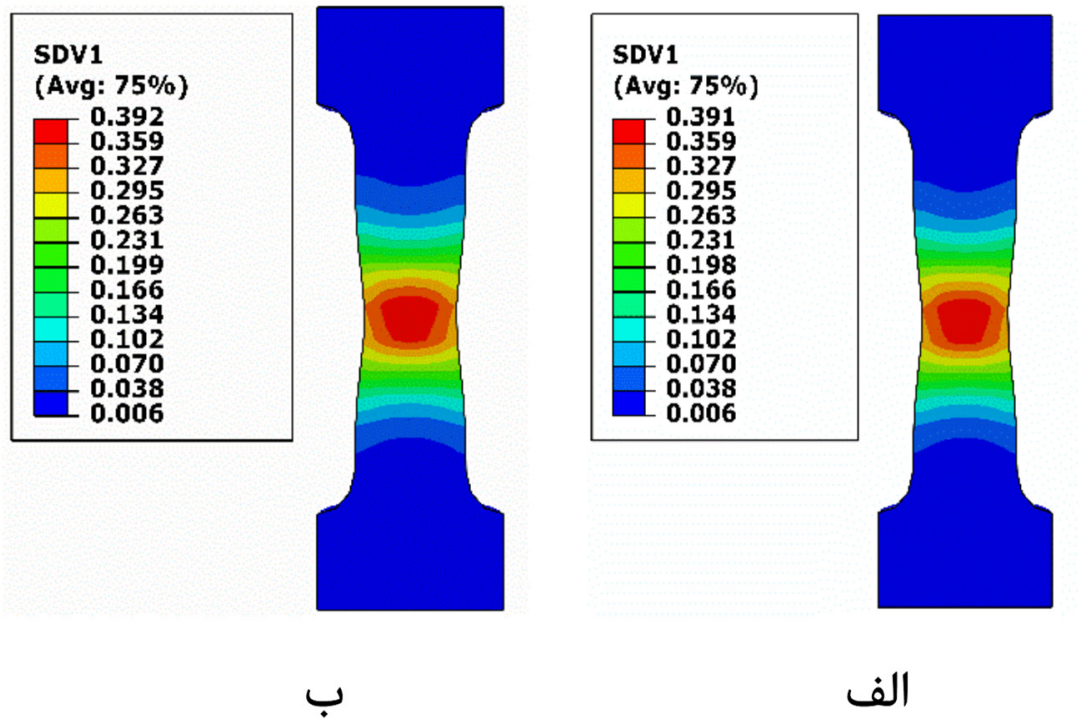
۳-۲- شبیه‌سازی برای فولاد ۱۰۴۵

در مرجع [۳۴] بر روی فولاد ۱۰۴۵ آزمایش انجام شده است و نمودار تنش-کرنش و آسیب آن در دسترس است. در این پژوهش رابطه‌ی $\sigma_{eq}-(1-D)K(\varepsilon_{\cdot}+\varepsilon^p)^n=0$ بر اساس داده‌های موجود در مرجع [۳۴] است. در رابطه‌ی مذکور D آسیب است که با روابط (۶) و یا (۱۱) مشخص می‌شود. مقدار آسیب بحرانی با توجه به مقدار ارائه شده در مرجع [۳۵] انتخاب شده است. با استفاده از روابط (۷) و (۱۲) ارتباط بین کرنش شکست و تنش سه‌محوری هر دو مدل مطابق شکل ۲ تعیین می‌گردد. به این ترتیب تمامی ضرایب معین می‌گردند. ضرایب الاستیک و پلاستیک مطابق جدول ۱ و ضرایب مدل‌های بونورا و گنجیانی به ترتیب مطابق جدول ۲ و جدول ۳ مشخص می‌شوند. در کنار مقادیر بدست آمده، محدوده ثابت‌ها برای فولاد ۱۰۴۵ با توجه به مراجع مختلف [۲۹ و ۴۳-۳۶] نیز در این جداول ذکر شده است. با به‌کارگیری این ضرایب برای مدل‌سازی نمونه صاف و گرد با قطر ۹ و طول سنجه ۲۰/۶ میلی‌متر [۳۴] نتایج مطابق شکل‌های ۳ و ۴ به‌دست آورده می‌شود. در این مدل‌سازی، نمونه از یک طرف درگیر و از طرف دیگر با اعمال جابه‌جایی کشیده می‌شود. همانطور که از شکل‌ها پیداست مقدار آسیب و کرنش ماکزیمم در مرکز قطعه است جایی که گلویی اتفاق می‌افتد. تغییرات تنش سه‌محوری در یک پروسه به تعداد زیادی از عوامل بستگی دارد. شرایط هندسی و بارگذاری می‌تواند این پارامتر را متأثر کند. از این‌رو، محققین تغییرات تنش سه‌محوری را ثابت فرض می‌کنند که برای اثبات چنین فرضی تغییرات این پارامتر بر حسب زمان به صورت شکل ۵ به‌دست می‌آید. بر اساس این نمودار مقدار تنش سه‌محوری برای فولاد ۱۰۴۵ برابر ۰/۳۶ است. نمودار آسیب-کرنش به صورت شکل ۶ به‌دست می‌آید که بر خلاف مدل لمتر، نشان دهنده تغییرات غیرخطی آسیب در تغییرشکل است. همانطور که از روی شکل ۶ مشهود است، در قسمت انتهایی تغییرات آسیب، شیب منحنی خیلی سریع افزایش می‌یابد. این منطقه جایی است که در نمونه گلویی اتفاق می‌افتد. بسیاری از مدل‌های آسیب قادر به مدل‌سازی چنین



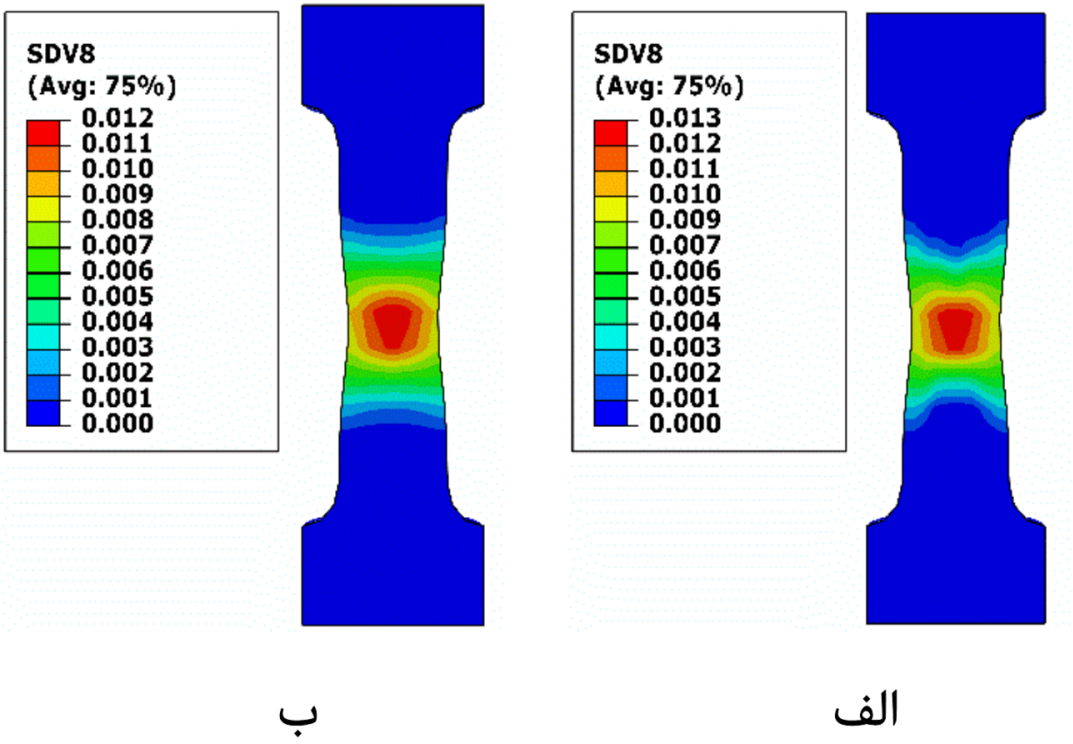
شکل۲. نمودار کرنش شکست- تنش سه‌محوری فولاد ۱۰۴۵

Fig. 2. The fracture strain versus stress triaxiality for steel 1045.



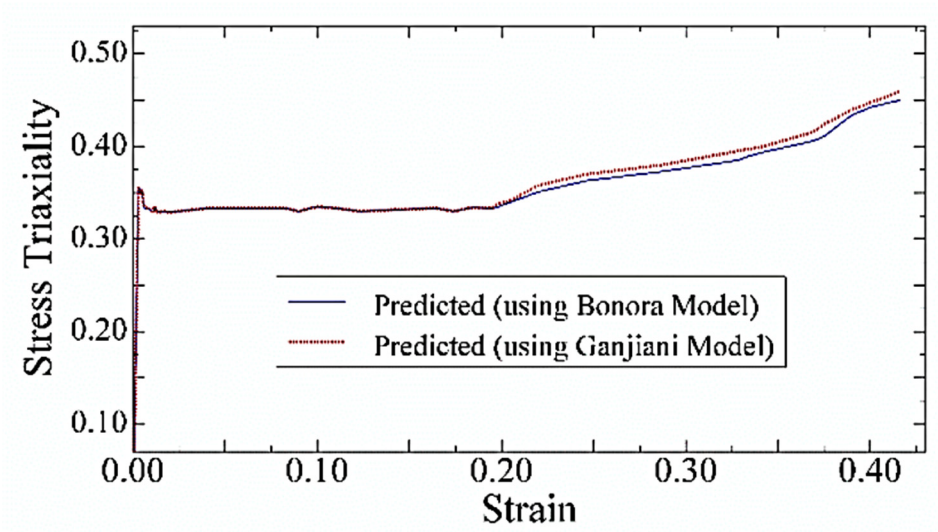
شکل ۳. تغییرات کرنش معادل در مدل‌های الف) گنجیانی ب) بونورا

Fig. 3. The contour of plastic strain in the a) Ganjiani, b) Bonora model.



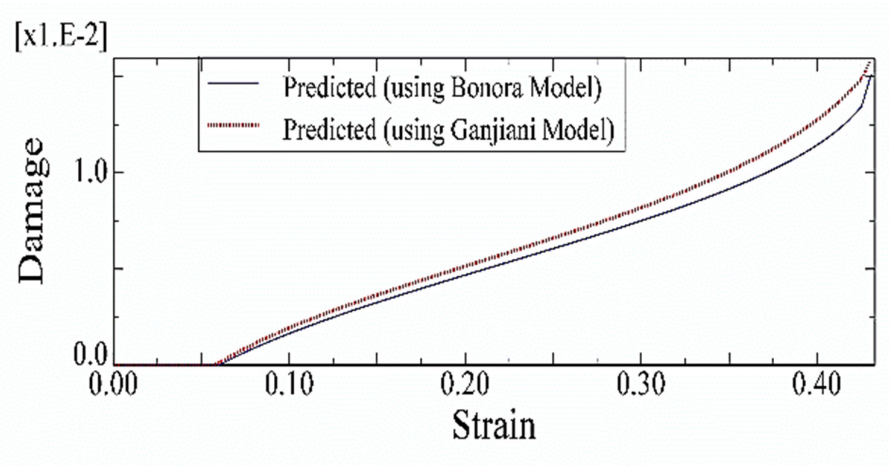
شکل ۴. تغییرات آسیب در مدل‌های الف) گنجیانی ب) بونورا

Fig. 4. The contour of damage in the a) Ganjiani, b) Bonora model.



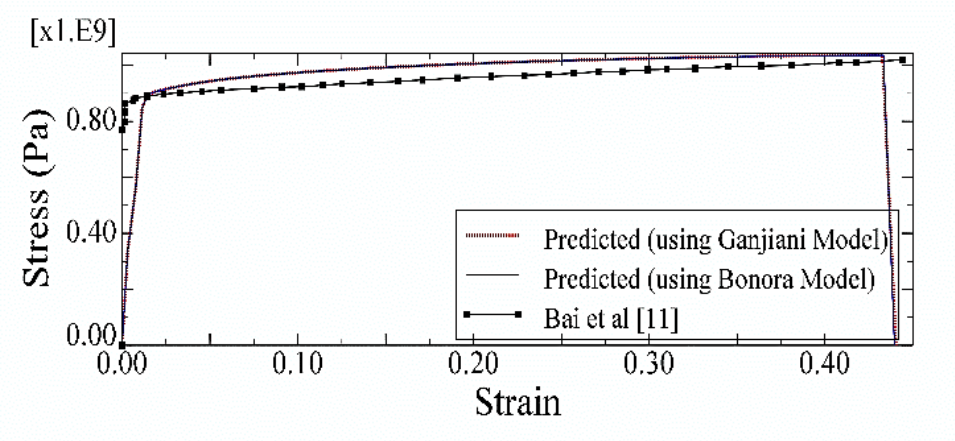
شکل۵. نمودار تغییرات تنش سه‌محوری بر حسب کرنش در فرآیند تست کشش ساده برای فولاد ۱۰۴۵.

Fig. 5. The variation of stress triaxiality during the simple tension test for steel 1045.



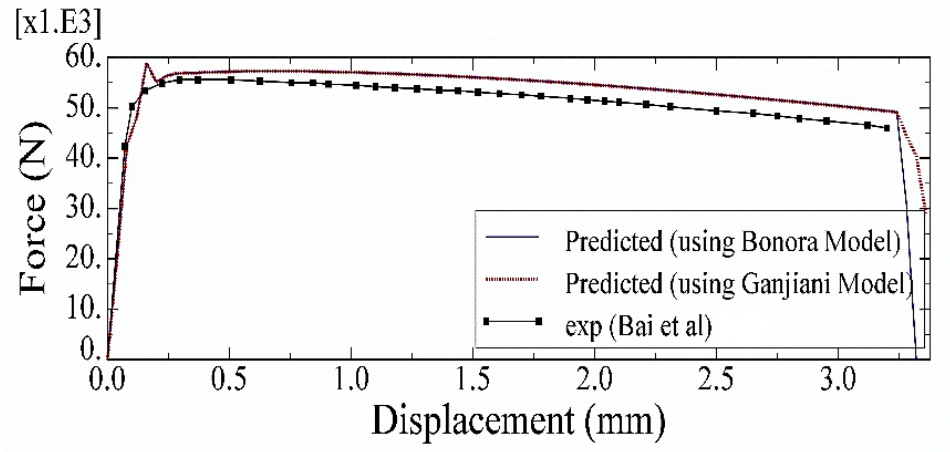
شکل ۶. نمودار آسیب-کرنش شبیه‌سازی نمونه فولاد ۱۰۴۵ در المان بحرانی

Fig. 6. The curve of damage versus strain at the critical element for steel 1045.



شکل ۷. نمودار تنش-کرنش شبیه‌سازی نمونه فولاد ۱۰۴۵ در المان بحرانی

Fig. 7. The curve of stress versus strain at the critical element for steel 1045.



شکل ۸. نمودار نیرو-جابه‌جایی شبیه‌سازی مدل‌ها و مقایسه با [۳۴] برای فولاد ۱۰۴۵

Fig. 8. The camparison of force-displacement between simulation and the result of ref. [34] for steel 1045

جدول۴. ثوابت الاستیک و پلاستیک به‌دست آمده آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱

Table 4. The elastic and plastic properties of aluminum 2024-T351.

	E(GPa)	ν	K(MPa)	$\varepsilon_{.}$	n
محدوده	۷۰-۸۰	۰/۲۹-۰/۳۳	۱۴۰-۸۰۰	۰/۰۰۱-۰/۰۰۴	۰/۱-۰/۳
مقدار به‌دست آمده	۷۴/۵	۰/۳۳	۷۱۵	۰/۰۰۴۸	۰/۱۳

جدول۵. ثوابت به‌دست آمده مدل بونورا آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱

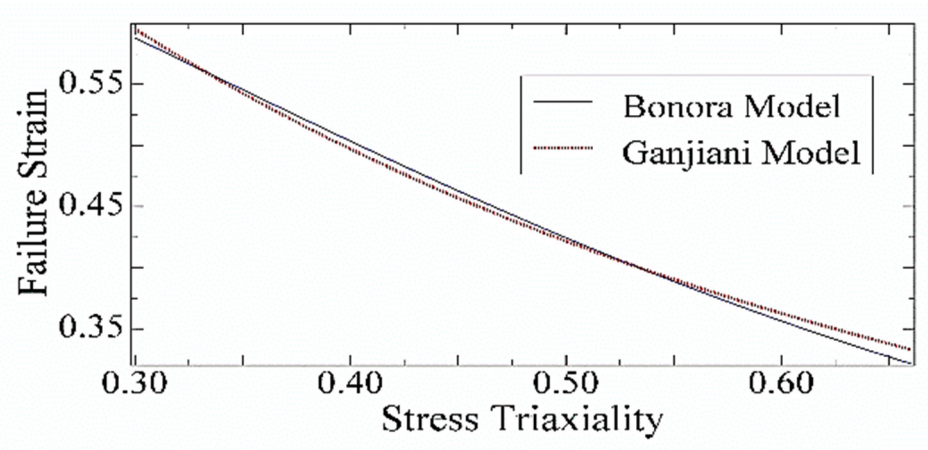
.Table 5. The determined properties of Bonora's model for aluminum 2024-T351

	D_{cr}	ε_{th}	ε_f	α	γ
محدوده	۰/۱-۰/۴۴	۰/۰۰۵۴-۰/۰۸۸	۰/۳۳-۰/۶۸	۰/۱-۰/۷	۰/۰-۱/۰
مقدار به‌دست آمده	۰/۱۱۵	۰/۰۶	۰/۵۵۳	۰/۳	۰

جدول۶. ثوابت به‌دست آمده مدل گنجیانی آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱

Table 6. The determined properties of Ganjiani's model for aluminum 2024-T351.

	c_d	K_d(MPa)	$Y_{.}$(MPa)	c_η	$\left(\varepsilon_f^P\right)^{ref}$
محدوده	۱۰-۴۰	۲-۲/۶	۱/۴-۴/۵	۰/۳۷۲-۰/۴۵	۰/۳۴-۰/۶۵
مقدار به‌دست آمده	۲۲	۲/۶۶	۳/۳۶	۰/۳۱۵	۰/۵۵۳



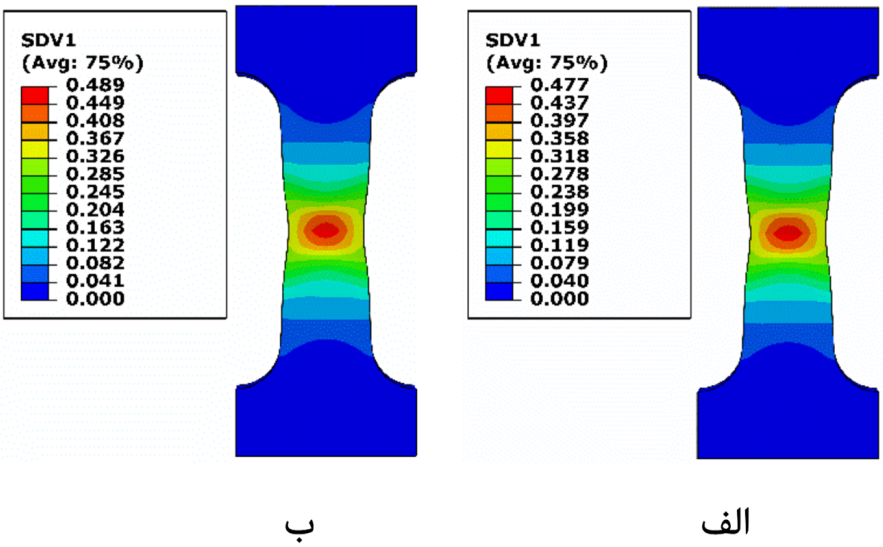
شکل ۹. نمودارکرنش شکست-تنش سه‌محوری نمونه آلومینیومی

Fig. 9. The fracture strain versus stress triaxiality for aluminium 2024-T351.

منطقه‌ای نیستند و لذا نقطه شکست نهایی را تنش نهایی[1] فرض می‌کنند. نمودارهای تنش-کرنش و نیرو-جابه‌جایی حاصل شده نیز با نمودارهای نظیر برای همین نمونه در این مرجع مطابق شکل‌های ۷ و ۸ مقایسه شده است. از آنجایی‌که در روش حل صریح ماتریس جرم نیز در نظرگرفته می‌شود و از مشکلات آن همگرا نشدن جواب یا همگرایی به یک نقطه‌ی غیرواقعی است، می‌توان از ناهمواری[2]های موجود در نتایج مانند افت نیرو در محدوده جابه‌جایی ۰/۲ میلی‌متر در شکل ۸ صرف‌نظر کرد.

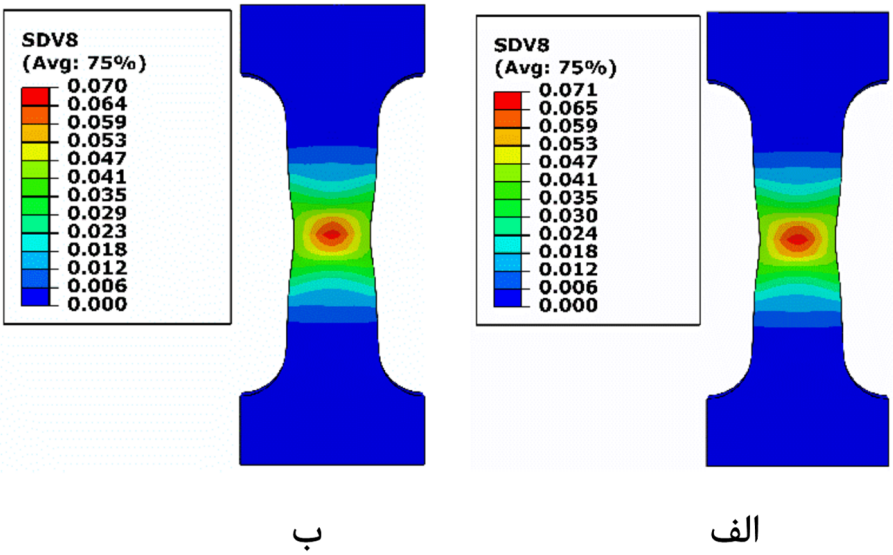
1 Ultimate stress

2 Noise



شکل ۱۰. تغییرات کرنش معادل در مدل‌های الف) گنجیانی ب) بونورا

Fig. 10. The contour of plastic strain in the a) Ganjiani, b) Bonora model.



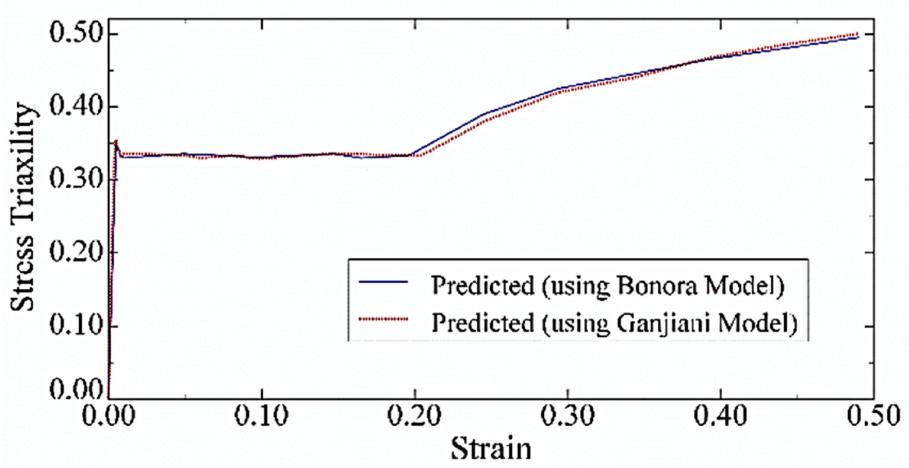
شکل ۱۱. تغییرات آسیب در مدل‌های الف) گنجیانی ب) بونورا

Fig. 11. The contour of damage in the a) Ganjiani, b) Bonora model.

۳-۳- شبیه‌سازی برای آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱

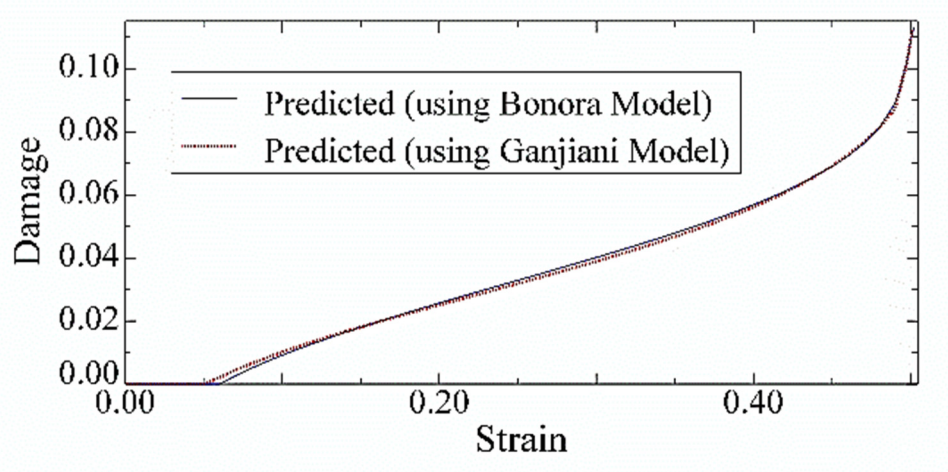
برای این فلز، با استفاده از داده‌های مرجع [۴۴] نمودار تنش-کرنش برازش می‌شود. بر اساس داده‌های مرجع [۴۵] که ضرایب مدل بونورا را ارائه کرده است، از آن‌ها به عنوان تخمین اولیه پارامترهای آسیب استفاده شده و به منظور حصول نتایج بهتر، تغییراتی در ضرایب اعمال شده است. نمودار کرنش شکست-تنش سه‌محوری با استفاده از روابط (۷) و (۱۲) مطابق شکل ۹ و نمودار آسیب-کرنش با استفاده از روابط (۶) و (۱۱) مشابه فلز قبل برازش شدند و پارامترها مطابق جدول‌های ۴، ۵ و ۶ به‌دست آمدند. در کنار مقادیر بدست آمده، محدوده ثابت‌ها برای آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱ با توجه به مراجع مختلف [۵ و ۶ و ۴۴ و ۴۸-۴۶] نیز در این جداول ذکر شده است. با شبیه‌سازی آزمون کشش ساده برای نمونه تخت[1] با ابعاد مقطع ۳×۱۲/۵ میلی‌متر و طول سنجه ۲۵/۴ میلی‌متر مطابق شکل‌های ۱۰ و ۱۱، تغییرات

1 Flat specimen



شکل ۱۲. نمودار تغییرات تنش سه‌محوری بر حسب کرنش در فرآیند تست کشش ساده برای آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱.

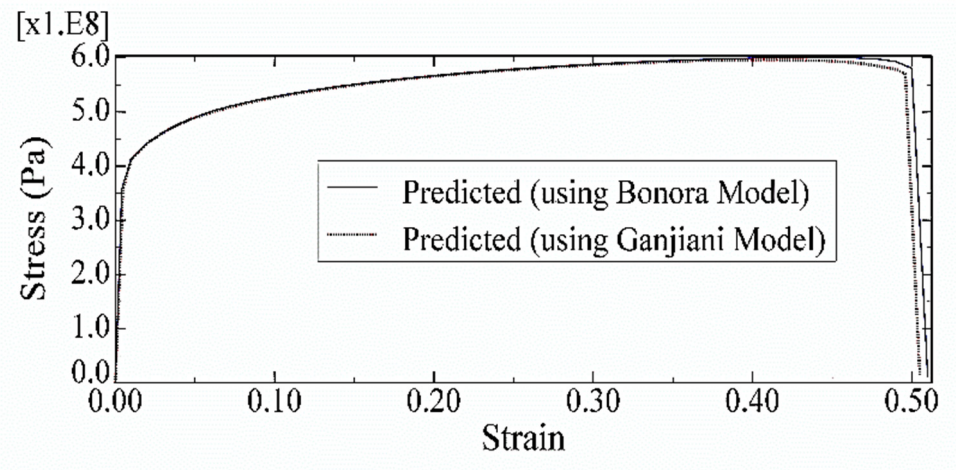
Fig. 12. The variation of stress triaxiality during the simple tension test for aluminum 2024-T351.



شکل ۱۳. نمودار آسیب-کرنش شبیه‌سازی نمونه آلومینیومی در المان بحرانی

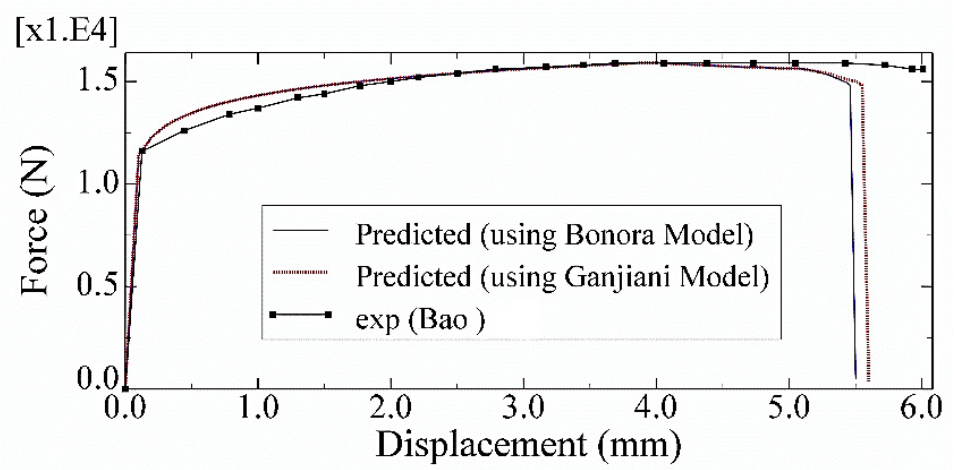
Fig. 13. The curve of damage versus strain at the critical element for aluminum 2024-T351.

کرنش پلاستیک معادل و آسیب سطح وسط نمونه را برای هر دو مدل گنجیانی و بونورا نشان می‌دهند. در این مدل‌سازی، نمونه از یک طرف درگیر و از طرف دیگر با اعمال جابه‌جایی کشیده می‌شود. در این دو شکل، کرنش و آسیب ماکزیمم در مرکز قطعه اتفاق می‌افتد. منطقه گلویی و باندهای برشی که باعث ایجاد گلویی می‌شوند در این اشکال مشهود هستند. با توجه به فرض ثابت‌بودن تغییرات تنش سه‌محوری، نمودار تغییرات این پارامتر برحسب کرنش مطابق شکل ۱۲ به‌دست می‌آید. بر اساس این نمودار مقدار تنش سه‌محوری برای آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱ را به‌صورت میانگین می‌توان برابر ۰/۴۱ در نظر گرفت. نمودارهای آسیب-کرنش و تنش-کرنش به صورت شکل‌های ۱۳ و ۱۴ بدست می‌آید. نمودار نیرو-جابه‌جایی با نمودار موجود در مرجع [۴۴]، در شکل ۱۵ مقایسه شده است که تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد. همانطور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود، نرم‌شوندگی در رفتار پلاستیک ماده (نمودار تنش-کرنش) به واسطه تعریف پارامتر آسیب در روابط دیده می‌شود. این نکته حائز اهمیت است که نرم‌شوندگی در نمودار تنش با نرم‌شوندگی در نمودار نیرو متفاوت است. می‌توانیم بدون درنظر گرفتن نرم‌شوندگی در تنش، نرم‌شوندگی در نمودار نیرو را به واسطه هندسه نمونه ببینیم. باید به این نکته نیز توجه کرد که به واسطه تعریف آسیب بصورت کوپل با معادلات پلاستیک، نرم‌شوندگی در نمودار تنش قابل مشاهده



شکل۱۴. نمودار تنش-کرنش شبیه‌سازی نمونه آلومینیومی در المان بحرانی

Fig. 14. The curve of stress versus strain at the critical element for aluminum 2024-T351.



شکل ۱۵. نمودار نیرو-جابه‌جایی حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های آسیب و مقایسه با [۴۴] برای آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱

Fig. 15. The comparison of force-displacement between simulation and the result of Ref. [44] for aluminum 2024-T351

است. برخی از مدل‌ها، آسیب را بصورت جداگانه (غیرکوپل) درنظر می‌گیرند، لذا قادر به شبیه‌سازی نرم‌شوندگی در نمودار تنش نیستند.

۳-۴- شبیه‌سازی برای فولاد اچوای ۱۳۰

برای این فلز در داده‌های مرجع [۴۹] ثوابت الاستیک، پلاستیک و ضرایب مدل آسیب لمتر[1] داده شده است. در این تحقیق از قانون سخت‌شوندگی $\sigma_{y.}+K(\varepsilon^p)^n$ براساس جدول ۷ استفاده شده است. در کنار مقادیر به‌دست آمده، محدوده ثابت‌ها برای فولاد اچوای ۱۳۰ با توجه به مراجع مختلف [۵۱-۴۹] نیز در این جدول ذکر شده است. با استفاده از ضرایب مدل آسیب لمتر و نمودار کرنش شکست-تنش سه‌محوری مطابق شکل ۱۶، ضرایب مدل بونورا مطابق جدول ۸ تعیین می‌شود. با استفاده از داده‌های جدول ۷، ثوابت مدل گنجیانی طوری به‌دست آمدند که بهترین برازش را همزمان برای شکل ۱۶ و نمودار آسیب (شکل ۲۱) به‌دست آید. داده‌های به‌دست آمده برای مدل گنجیانی در جدول ۹ آورده شده است. با شبیه‌سازی آزمون خمش سه‌نقطه‌ای برای نمونه با ابعاد شکل ۱۷، تغییرات کرنش معادل و آسیب برای هر دو مدل مطابق شکل‌های ۱۸ و ۱۹ به‌دست می‌آید. شرایط مرزی و بارگذاری نیز در شکل ۱۷ مشهود است. نمونه از وسط تحت نیرو (در قسمت بالایی عضو) و در طرفین (در قسمت‌های پایینی عضو) تکیه‌گاه مفصلی دارد. قرارگرفتن ماکزیمم آسیب و کرنش در مرکز قطعه، نشان می‌دهد که شکست از قسمت

1 Lemaitre

جدول۷. ثوابت الاستیک و پلاستیک به‌دست آمده فولاد اچ‌وای ۱۳۰ [۴۹]

Table 7. The elastic and plastic properties of steel HY130.

n	K(MPa)	σ_{y_0} (MPa)	ν	E(GPa)	
۰/۴۵-۰/۸۶	۳۰۰۰-۳۳۰۰	۹۰۰-۹۸۰	۰/۳-۰/۳۳	۱۷۰-۲۰۷	محدوده
۰/۷۴۹	۳۱۲۵	۹۵۰	۰/۳	۱۷۶	مقدار به‌دست آمده

جدول۸. ثوابت به‌دست آمده مدل بونورا فولاد اچ‌وای ۱۳۰

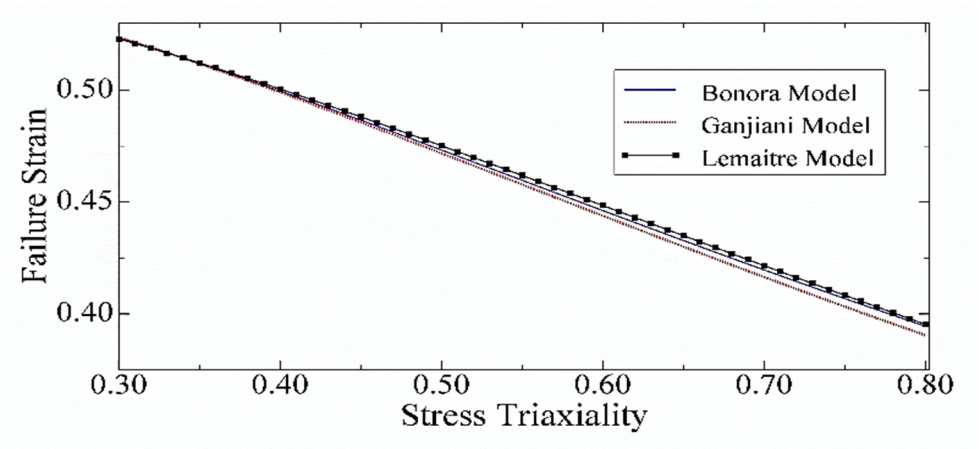
Table 8. The determined properties of Bonora's model for steel HY130.

γ	α	ε_f	ε_{th}	D_{cr}
۱/۱۳۷	۰/۱۳	۰/۵۱۶	۰/۰۰۸	۰/۸

جدول۹. ثوابت به‌دست آمده مدل گنجیانی فولاد اچ‌وای ۱۳۰

Table 9. The determined properties of Ganjiani's model for steel HY130.

$\left(\varepsilon_f^P\right)^{ref}$	c_η	Y_0(MPa)	K_d(MPa)	c_d
۰/۵۱۶	۰/۴۶	۶/۴	۴۱	۲/۴



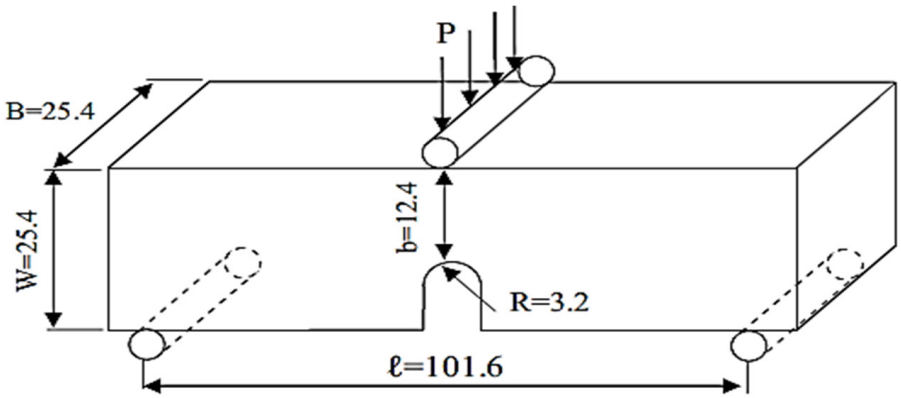
شکل۱۶. نمودار کرنش شکست-تنش سه‌محوری فولاد اچ‌وای ۱۳۰

Fig. 16. The fracture strain versus stress triaxiality for steel HY130.

درونی قطعه شروع شده و به سطوح کناری قطعه سرایت می‌کند.

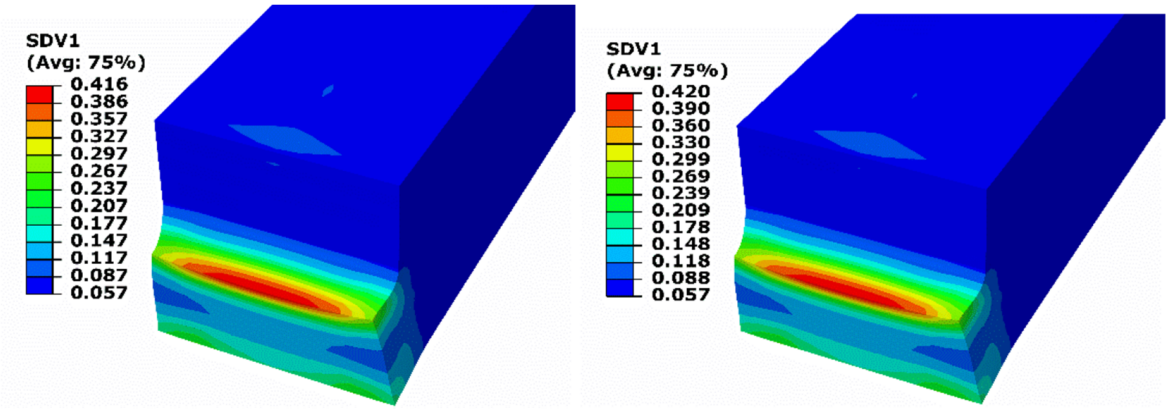
همانند دو فلز دیگر برای نشان‌دادن درستی فرض ثابت‌بودن تغییرات تنش سه‌محوری، نمودار تغییرات این پارامتر برحسب کرنش در فرآیند خمش سه‌نقطه‌ای مطابق شکل ۱۹ به‌دست می‌آید. همانطور که از روی شکل مشهود است، تنش سه‌محوره در ابتدا و انتهای مدل‌سازی متغیر بوده و در میانه بارگذاری ثابت است. از آنجایی که در پیاده‌کردن مدل‌های آسیب، از نرخ آسیب استفاده شده است و سپس انتگرال‌گیری می‌شود، این کد به‌درستی چنین تغییرات سه‌محوری را در مقدار آسیب لحاظ خواهد کرد. با توجه به این شکل مقدار میانگین تنش سه‌محوری در میانه بارگذاری برابر ۰/۶۱ است.

نمودارهای آسیب-کرنش و نیرو- جابه‌جایی به‌ترتیب صورت شکل‌های ۲۰ و ۲۱ به‌دست می‌آید. نمودار نیرو-جابه‌جایی با داده‌های



شکل ۱۷. هندسه و ابعاد نمونه‌ی آزمون خمش سه‌نقطه‌ای (ابعاد به میلی‌متر) [۴۹]

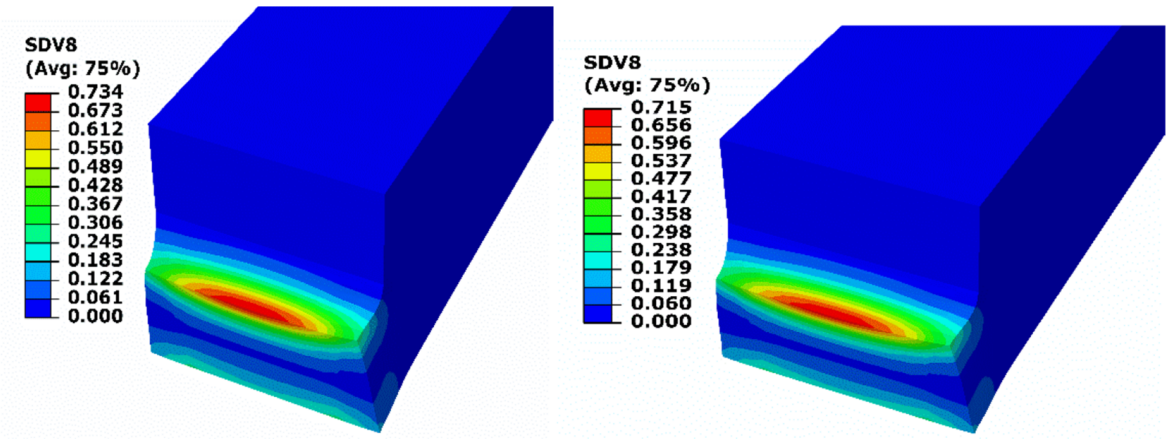
Fig. 17. The geometry of three-point bending test in millimeter [49].



ب الف

شکل ۱۸. تغییرات کرنش معادل در مدل‌های الف) گنجیانی ب) بونورا

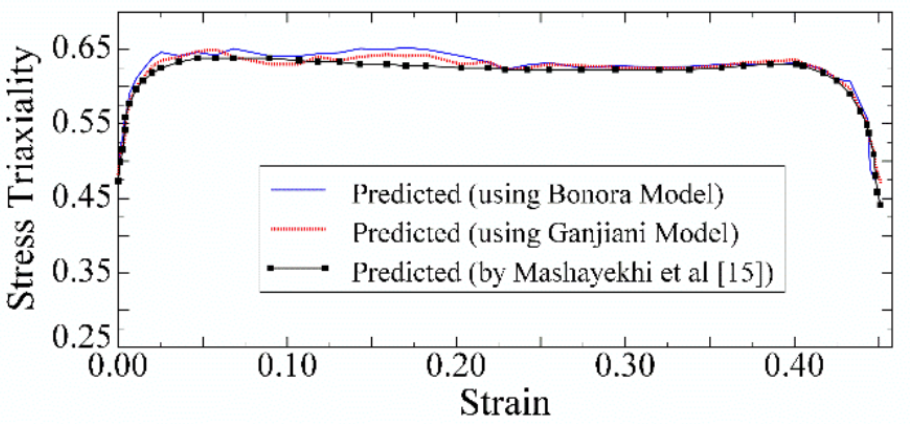
Fig. 18. The contour of plastic strain in the a) Ganjiani, b) Bonora model.



ب الف

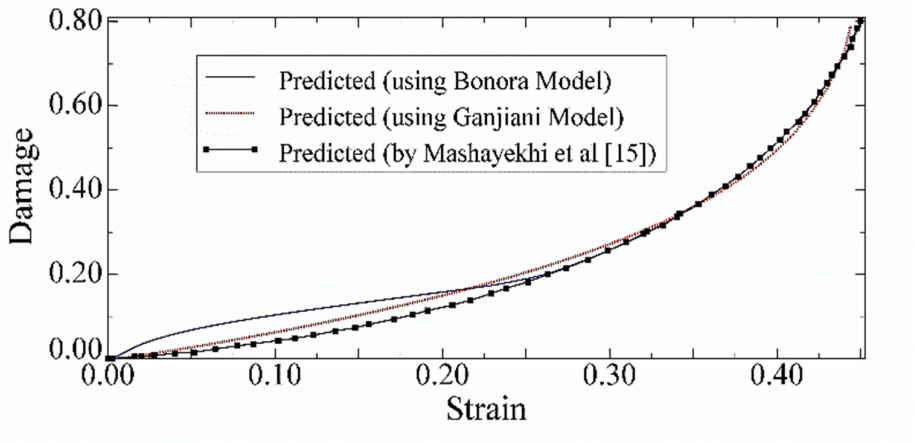
شکل ۱۹. تغییرات آسیب در مدل‌های الف) گنجیانی ب) بونورا

Fig. 19. The contour of damage in the a) Ganjiani, b) Bonora model.



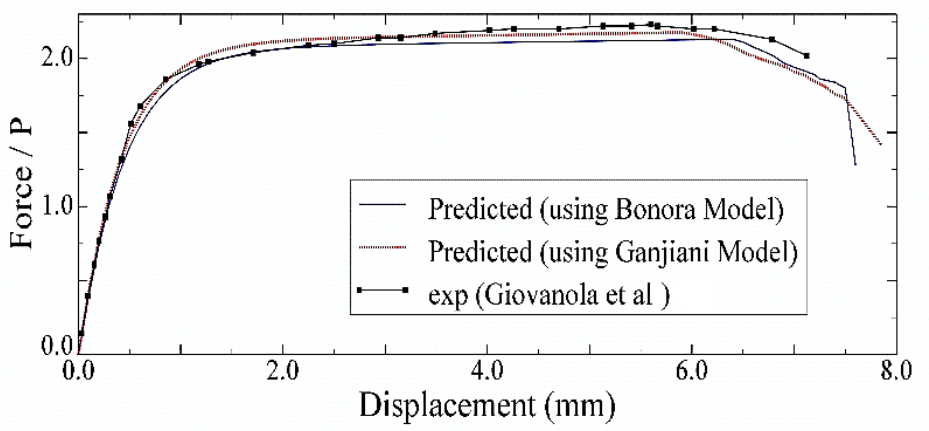
شکل ۲۰. نمودار تغییرات تنش سه‌محوری بر حسب کرنش در فرآیند خمش سه‌نقطه‌ای برای فولاد اچ‌وای۱۳۰.

Fig. 20. The variation of stress triaxiality during the three-point bending for steel HY130.



شکل ۲۱. نمودار آسیب-کرنش شبیه‌سازی فولاد اچ‌وای۱۳۰ مقایسه با شبیه‌سازی مدل لمتر]۱۵[در المان بحرانی

Fig. 21. The curve of damage versus strain at the critical element for steel HY130 and camparison with the Lemaitre model [15].



شکل ۲۲. نمودار نیرو-جابه‌جایی حاصل از شبیه‌سازی مدل‌ها و مقایسه با داده‌های تجربی [۵۲] برای فولاد اچ‌وای۱۳۰HY. (P نیروی تسلیم اولیه و برابر ۲۷۸۸۷/۰۴ N است [۵۲])

Fig. 22. The camparison of force-displacement between simulation and the result of ref. [52] for steel HY130.

تجربی موجود در مرجع [۵۲] مطابق شکل ۲۲ مقایسه شده است. در این شکل، نیروی P نیروی تسلیم اولیه و برابر با N ۲۷۸۸۷/۰۴ در آزمون خمش سه‌نقطه‌ای است [۵۲]. افت نیرو در انتهای نمودار ناشی از رشد شدید آسیب می‌باشد. تطابق خوبی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج تجربی مخصوصاً در ناحیه گلویی و نقطه شکست دیده می‌شود.

۴. نتیجه‌گیری

مهم‌ترین دستاوردهای این تحقیق را می‌توان بصورت زیر بیان کرد.

- رفتار الاستوپلاستیک فلزات با استفاده از دو مدل غیرخطی آسیب کوپل‌شده، گنجیانی و بنورا، با همدیگر مقایسه شده‌اند. در این مدل‌ها، وابستگی رشد آسیب و کرنش شکست ماده به سه‌محوری دیده شده است.
- در ابتدا مدل‌ها معرفی شده و نحوه انتگرال‌گیری عددی آنها در قالب کرنش‌های بزرگ ارائه گردیده است. الگوریتم انتگرال‌گیری مدل‌ها بصورت انتگرال‌گیری صریح بیان شده است. مدل‌های مذکور در قالب کد وی‌یومت در نرم‌افزار آباکوس اجرا شدند.
- کلیه جزئیات کالیبره‌کردن پارامترهای موجود در مدل‌ها ارائه شده است.
- برای درنظر گرفتن تاثیرات تاریخچه بارگذاری، از فرمول نرخ آسیب به‌جای خود آسیب استفاده شده است.
- برای ارزیابی و مقایسه مدل‌ها، رفتار الاستوپلاستیک آسیب فولاد ۱۰۴۵، آلومینیوم ۲۰۲۴-تی۳۵۱ و فولاد اچوای ۱۳۰ بررسی شد. پارامترهای مدل‌ها بر اساس داده‌های تجربی کالیبره شده‌اند. برای دو مورد اول آزمون کشش ساده و برای فولاد اچوای ۱۳۰ آزمون خمش سه‌نقطه‌ای مدل‌سازی شد.
- ازآنجایی‌که کاملاً فرمول دو مدل گنجیانی و بنورا و اساس بدست‌آوردن آسیب در آن‌ها با هم متفاوت است، ولی این دو مدل وابستگی کرنش شکست به سه‌محوری را برای مقادیر سه‌محوری بالای ۰/۳۳ به‌خوبی مدل‌سازی می‌کنند.
- نتایج نشان می‌دهند که مدل‌های آسیب گنجیانی و بونورا مدل‌هایی کارآمد و توانا در تحلیل رفتار آسیب مواد هستند و به خوبی می‌توانند رفتار آسیب در ماده مخصوصاً گلویی‌شدن را مشخص کنند. این مدل‌ها مزیت‌های دیگری علاوه بر کارایی نیز دارند که برای مثال تعداد کم ثوابت مورد نیاز آن‌ها را می‌توان نام برد.

فهرست علائم

$\mathbf{C}$	تانسور راست تغییرشکل کوشی-گرین
D	پارامتر آسیب
$\mathbf{D}$	تانسور نرخ تغییرشکل
$\mathbf{D}^e$	بخش الاستیک تانسور نرخ تغییرشکل
$\mathbf{D}^P$	بخش پلاستیک تانسور نرخ تغییرشکل
$\mathbf{F}$	تانسور گرادیان تغییرشکل
f	سطح تسلیم
$\mathbf{L}$	تانسور گرادیان سرعت
$\mathbf{R}$	تانسور چرخش قائم
$\mathbf{S}$	بخش انحرافی تانسور تنش
Y	نرخ رهاسازی انرژی کرنشی
c_η	ثابت ماده
K_d	ثابت ماده
c_d	ثابت ماده
σ_{eq}	تنش معادل
E	مدول الاستیسیته
σ_m	تنش میانگین
$J_۳$	تغییر ناپذیر سوم تانسور انحرافی
σ_{ij}	تانسور تنش
ε_f^p	کرنش مؤثر پلاستیک
$S_۰$	ثابت ماده
α	ثابت ماده
β	ثابت ماده
γ	ثابت ماده
D_σ	آسیب بحرانی
$\dot{D}$	نرخ رشد آسیب
$\dot{\varepsilon}^p$	گام کرنش پلاستیک
ε^p	کرنش پلاستیک
ε_f	کرنش شکست
λ	ضریب لامه
λ	ضریب کرنش پلاستیک

G مدول برشی

$\mathbf{I}$ ماتریس همانی

η ضریب تنش سه‌محوری

η_{ref} ضریب تنش سه‌محوری مرجع

$\boldsymbol{\sigma}^{GN}$ نرخ تانسور گرین-نقدی

$\boldsymbol{\Omega}$ تانسور سرعت زاویه‌ای

مراجع

[1] A. Pirondi, N. Bonora, D. Steglich, W. Brocks, D. Hellmann, Simulation of failure under cyclic plastic loading by damage models, International Journal of Plasticity, 22(11) (2006) 2146-2170.

[2] C. Chow, X. Yang, A generalized mixed isotropic-kinematic hardening plastic model coupled with anisotropic damage for sheet metal forming, International Journal of damage mechanics, 13(1) (2004) 81-101.

[3] N. Bonora, G. Testa, A. Ruggiero, G. Iannitti, D. Gentile, Continuum damage mechanics modelling incorporating stress triaxiality effect on ductile damage initiation, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, (2020).

[4] S. Chandrakanth, P.C. Pandey, An isotropic damage model for ductile material, Engineering Fracture Mechanics, 50(4) (1995) 457-465.

[5] N. Bonora, A nonlinear CDM model for ductile failure, Engineering Fracture Mechanics, 58(1) (1997) 11-28.

[6] Y. Lou, H. Huh, S. Lim, K. Pack, New ductile fracture criterion for prediction of fracture forming limit diagrams of sheet metals, International Journal of Solids and Structures, 49(25) (2012) 3605-3615.

[7] Y. Lou, J.W. Yoon, H. Huh, Modeling of shear ductile fracture considering a changeable cut-off value for stress triaxiality, International Journal of plasticity, 54 (2014) 56-80.

[8] Y. Lou, L. Chen, T. Clausmeyer, A.E. Tekkaya, J.W. Yoon, Modeling of ductile fracture from shear to balanced biaxial tension for sheet metals, International Journal of Solids and Structures, 112 (2017) 169-184.

[9] Y. Lou, H. Huh, Extension of a shear-controlled ductile fracture model considering the stress triaxiality and the Lode parameter, International Journal of Solids and Structures, 50(2) (2013) 447-455.

[10] Y. Lou, J.W. Yoon, A User-Friendly Anisotropic Ductile Fracture Criterion for Sheet Metal under Proportional Loading, International Journal of Solids and Structures, (2021).

[11] X. Zhuang, Y. Meng, Z. Zhao, Evaluation of prediction error resulting from using average state variables in the calibration of ductile fracture criterion, International Journal of Damage Mechanics, 27(8) (2018) 1231-1251.

[12] Y. Bao, T. Wierzbicki, On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space, International Journal of Mechanical Sciences, 46(1) (2004) 81-98.

[13] I. Barsoum, J. Faleskog, Rupture mechanisms in combined tension and shear—Experiments, International Journal of Solids and Structures, 44(6) (2007) 1768-1786.

[14] M. Brünig, O. Chyra, D. Albrecht, L. Driemeier, M. Alves, A ductile damage criterion at various stress triaxialities, International Journal of Plasticity, 24(10) (2008) 1731-1755.

[15] Y. Zhu, M.D. Engelhardt, A nonlocal triaxiality and shear dependent continuum damage model for finite strain elastoplasticity, European Journal of Mechanics-A/Solids, 71 (2018) 16-33.

[16] J.R. Rice, D.M. Tracey, On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 17(3) (1969) 201-217.

[17] F. Yu, P.-Y.B. Jar, M.T. Hendry, Constitutive analysis of pressure-insensitive metals under axisymmetric tensile loading: A stress triaxiality-dependent plasticity damage model, International Journal of Mechanical Sciences, 142 (2018) 21-32.

[18] Y. Bai, T. Wierzbicki, A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence, International journal of plasticity, 24(6) (2008) 1071-1096.

[19] Y. Bai, T. Wierzbicki, Application of extended Mohr–Coulomb criterion to ductile fracture, International Journal of Fracture, 161(1) (2010) 1.

[20] L. Malcher, E. Mamiya, An improved damage evolution

law based on continuum damage mechanics and its dependence on both stress triaxiality and the third invariant, International Journal of Plasticity, 56 (2014) 232-261.

[21] J. Lemaitre, A continuous damage mechanics model for ductile fracture, Journal of Engineering Materials and Technology, 107 (1985) 83-89.

[22] H. Liu, M. Fu, Prediction and analysis of ductile fracture in sheet metal forming—Part I: A modified Ayada criterion, International Journal of Damage Mechanics, 23(8) (2014) 1189-1210.

[23] M. Ayada, Central bursting in extrusion of inhomogeneous materials, in: Proceedings of 2nd International Conference on Technology for Plasticity, Stuttgart, 1987, 1987, pp. 553-558.

[24] T. Cao, J. Gachet, P. Montmitonnet, P. Bouchard, A Lode-dependent enhanced Lemaitre model for ductile fracture prediction at low stress triaxiality, Engineering Fracture Mechanics, 124 (2014) 80-96.

[25] N. Bonora, G. Testa, A. Ruggiero, G. Iannitti, G. Domenico, Modification of the Bonora damage model for shear failure, Frattura ed Integrità Strutturale, 12(44) (2018) 140-150.

[26] G. La Rosa, G. Mirone, A. Risitano, Effect of stress triaxiality corrected plastic flow on ductile damage evolution in the framework of continuum damage mechanics, Engineering Fracture Mechanics, 68(4) (2001) 417-434.

[27] Y. Bai, T. Wierzbicki, A comparative study of three groups of ductile fracture loci in the 3D space, Engineering Fracture Mechanics, 135 (2015) 147-167.

[28] M. Ganjiani, A damage model for predicting ductile fracture with considering the dependency on stress triaxiality and Lode angle, European Journal of Mechanics-A/Solids, (2020) 104048.

[29] M. Ganjiani, M. Homayounfard, Development of a ductile failure model sensitive to stress triaxiality and Lode angle, International Journal of Solids and Structures, 225 (2021) 111066.

[30] Z. Yue, K. Cao, H. Badreddine, K. Saanouni, J. Gao, Failure prediction on steel sheet under different loading paths based on fully coupled ductile damage model, International Journal of Mechanical Sciences, 153 (2019) 1-9.

[31] Y. Zhu, M.D. Engelhardt, Prediction of ductile fracture for metal alloys using a shear modified void growth model, Engineering Fracture Mechanics, 190 (2018) 491-513.

[32] F. Dunne, N. Petrinic, Introduction to computational plasticity, Oxford University Press on Demand, 2005.

[33] S. Li, I.J. Beyerlein, C.T. Necker, D.J. Alexander, M. Bourke, Heterogeneity of deformation texture in equal channel angular extrusion of copper, Acta materialia, 52(16) (2004) 4859-4875.

[34] Y. Bai, X. Teng, T. Wierzbicki, On the application of stress triaxiality formula for plane strain fracture testing, Journal of Engineering Materials and technology, 131(2) (2009).

[35] M. Ganjiani, A Nonlinear Damage Model of Hardening-Softening Materials, Journal of Engineering Materials and Technology, 140(1) (2018).

[36] Z. Li, F. Wei, P. La, H. Wang, Y. Wei, Enhancing Ductility of 1045 Nanoeutectic Steel Prepared by Aluminothermic Reaction through Annealing at 873 K, Advances in Materials Science and Engineering, 2017 (2017).

[37] A. Balankin, D. Morales, O. Susarrey, I. Campos, F. Sandoval, A. Bravo, A. García, M. Galicia, Fractal properties of fracture surfaces in steel 1045, International journal of fracture, 106(2) (2000) 21-26.

[38] E. Lach, H. Nahme, I. Rohr, Dynamic properties of nitrogen alloyed 1045 iron-carbon-steel, in: Journal de Physique IV (Proceedings), EDP sciences, 2003, pp. 857-862.

[39] C. Hua, D. Socie, Fatigue damage in 1045 steel under constant amplitude biaxial loading, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 7(3) (1984) 165-179.

[40] M. Lotfi, S. Amini, Effect of longitudinally intermittent movement of cutting tool in drilling of AISI 1045 steel: A three-dimensional numerical simulation, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 233(12) (2019) 4081-4090.

of AL2024T3 sheet based on damage theory using finite element method, Acta Mechanica Solida Sinica, 19(2) (2006) 174-180.

[48] L. Xue, T. Wierzbicki, Ductile fracture characterization of aluminum alloy 2024-ی‌ت351 using damage plasticity theory, International Journal of Applied Mechanics, 1(02) (2009) 267-304.

[49] M. Mashayekhi, S. Ziaei-Rad, J. Parvizian, K. Nikbin, H. Hadavinia, Numerical analysis of damage evolution in ductile solids, Structural Durability & Health Monitoring, 1(1) (2005) 67.

[50] T. Holmquist, Strength and fracture characteristics of HY-80, HY-100, and HY-130 steels subjected to various strains, strain rates, temperatures, and pressures, HONEYWELL INC BROOKLYN PARK MN ARMAMENT SYSTEMS DIV, 1987.

[51] M. Schwartz, S. Aircraft, Welding, Brazing, and Soldering, volume 6 of ASM Metals Handbook, ASM Intl, (1993) 126-129.

[52] J.H. Giovanola, S.W. Kirkpatrick, J.E. Crocker, Fracture of geometrically scaled, notched three-point-bend bars of high strength steel, Engineering fracture mechanics, 62(2-3) (1999) 291-310.

[41] X. Nan, L. Xie, W. Zhao, On the application of 3D finite element modeling for small-diameter hole drilling of AISI 1045 steel, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 84(9) (2016) 1927-1939.

[42] A.A.O. Abduluyahed, Tensile stress-strain analysis of multiphase alloys, (1986).

[43] Y. Bai, X. Teng, T. Wierzbicki, On the application of stress triaxiality formula for plane strain fracture testing, Journal of Engineering Materials and technology, 131(2) (2009) 021002.

[44] Y. Bao, Dependence of ductile crack formation in tensile tests on stress triaxiality, stress and strain ratios, Engineering fracture mechanics, 72(4) (2005) 505-522.

[45] N. Bonora, G. Testa, A. Ruggiero, G. Iannitti, D. Gentile, Modification of the Bonora Damage Model for shear failure, Frattura ed Integrità Strutturale, 12(44) (2018) 140-150.

[46] J. Papasidero, V. Doquet, D. Mohr, Ductile fracture of aluminum 2024-ی‌ت351 under proportional and non-proportional multi-axial loading: Bao–Wierzbicki results revisited, International Journal of Solids and Structures, 69 (2015) 459-474.

[47] C.Y. Tang, J. Fan, C.P. Tsui, Prediction for forming limit

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Ansari, M. Ganjiani, A. Lalegani, Numerical Simulation of Elastoplastic Behavior and Damage Evolution at Various Stress Triaxiality, Amirkabir J. Mech Eng., 53(12) (2022) 5703-5724.

DOI: 10.22060/mej.2021.19697.7090

این صفحه عمداً خالی است