



مطالعه عددی تأثیر خواص الاستیک سیال بر برخورد مایل قطره بر لایه سیال

محمد رضا رضائی^۱، محمود نوروزی^{۱*}، محمد حسن کیهانی^۱، سید محمد تقوی^۲

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۲- دانشکده مهندسی شیمی، دانشگاه لاول، کبک، کانادا

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۲۳

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۷/۱۵

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۱۷

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۸/۰۶

کلمات کلیدی:

سیال غیرنیوتنی ویسکوالاستیک

برخورد مایل قطره

تشکیل و رشد تاج

جریان دو فاز

روش حجم سیال

خلاصه: در مقاله حاضر تشکیل و رشد تاج بر اثر برخورد مایل قطره بر لایه سیال در سیالات غیرنیوتنی ویسکوالاستیک به صورت عددی و در حالت دو بعدی تحت بررسی قرار گرفته است. از روش حجم محدود جهت مدلسازی معادلات حاکم و از روش حجم سیال جهت ردگیری سطح آزاد بین دو سیال استفاده شده است. در این مطالعه از مدل اولدروید-بی به عنوان معادله ساختاری جهت مدلسازی فاز سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. در تحلیل عددی حاضر تشکیل و رشد زمانی هندسه تاج مورد تاکید است و تأثیر نیروهای الاستیک سیال و کشش سطحی بر روی آن مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. نتایج بیانگر آن است که افزایش در مقدار عدد وایزبرگ، نسبت ویسکوزیته و عدد وبر سبب افزایش در مقادیر ارتفاع (Z^*) و طول پخش (S^*) بدون بعد تاج در زمان‌های مختلف می‌شود. از طرفی در سیالات ویسکوالاستیک افزایش زاویه برخورد در کنترل متغیر ارتفاع Z^* هندسه تاج اثر قابل ملاحظه‌ای دارد و از طرف مقابل تأثیر چشمگیری بر طول پخش S^* ندارد. همچنین نتایج بیانگر آن است که با افزایش ضخامت لایه سیال ارتفاع تاج افزایش و تغییرات طول پخش تاج روند کاهشی به خود می‌گیرد. از مهمترین نتایج قابل حصول از تحقیق حاضر می‌توان به تأثیر شگرف توامان خاصیت الاستیک سیال و کشش سطحی بر گسترش ابعاد تاج تشکیل شده از برخورد مایل قطره سیال اشاره کرد.

۱- مقدمه

در مکانیک سیالات و کاربردهای عملی همچون پوشش دهی به کمک اسپری، فرایندهای خنک کاری و پرینترهای جوهر افشان، دینامیک تشکیل و رشد تاج بر اثر برخورد قطره بر لایه سیال یکسان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برخورد قطره بر لایه سیال در بردارنده تقابل پیچیده‌ای بین سیال، قطره و سطح است که ضرورت فهم بهتر این مسئله را روشن می‌کند. اگرچه تحقیقات فراوانی [۱] تأثیرات سطوح و قطره را در این پدیده مورد بررسی قرار داده است، مطالعه تأثیرات خواص رئولوژیکی سیال بر این مسئله کمتر مورد توجه قرار گرفته شده است. قابل ذکر است که خواص الاستیک و غیرخطی بودن ویسکوزیته سیال در این مسئله تأثیر شگرفی بر روی دینامیک تشکیل تاج دارد.

ورتینگتون [۲] در سال ۱۹۰۸ برای اولین بار به صورت گرافیکی

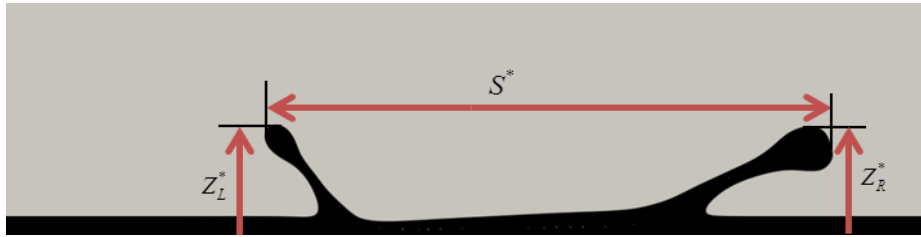
برخورد قطره سیال نیوتنی بر سطح سیال را نمایش داد و از این

پدیده عکس‌های هیجان‌انگیزی ارائه کرد. امروزه تحقیقات بر روی این مسئله به کمک عکاسی و روش‌های عددی در حال رشد و توسعه است. برخورد قطره بر لایه سیال یک جریان دوفازی است که مطالعه تقابل بین فازهای مختلف بسیار پیچیده است. نتیجه برخورد قطره بر لایه سیال تشکیل و رشد تاج است که هندسه آن وابستگی شدیدی به سرعت قطره در حال سقوط، قطر قطره، کشش سطحی و خواص سیال دارد. مانزولو و یانگ [۳] و رین [۴] و [۵] برخورد قطره بر لایه سیال را به رژیم‌های مختلف شناوری^۱، بازگشت به عقب^۲، به هم آمیختگی^۳ و پاشش^۴ تقسیم بندی کردند. رین [۴] دریافت که رژیم پاشش در اعداد وبر^۵ بزرگ رخ می‌دهد. همچنین مطالعات در برخورد قطره بر لایه سیال توسط کوسالی و همکاران [۶]، وانگ و چن [۷] و ریوبو و همکاران [۸] نشان داد که تشکیل تاج در سیالات نیوتنی

- 1 Floating
- 2 Bouncing
- 3 Coalescence
- 4 Splashing
- 5 Weber

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mnorouzi@shahroodut.ac.ir





شکل ۱. طرحواره متغیرهای ابعاد تاج

Fig. 1. Schematic illustration of crown's dimensions

عددی تشکیل تاج در مسئله برخورد قطره بر لایه سیال را مدل‌سازی کردند. در این مطالعه هر یک از فرض‌های لزج و غیرلزج بودن سیال به ترتیب در حل عددی و تحلیل در نظر گرفته شده است. در این تحلیل اثرات ضخامت لایه سیال، سرعت برخورد و زبری دیواره بر روی دینامیک تاج مورد تحقیق قرار گرفته شده است. رویسمن و تروپیل [۱۴] مدلی نظری برای حالت برخورد قطره بر سطح تر توسعه دادند. در این مدل اثر نیروی اینرسی در تاج در نظر گرفته شده و از اثرات کشش سطحی و نیروهای لزجی صرف‌نظر شده است. دقت این مدل فقط به ازای سرعت‌های برخورد بالا، ویسکوزیته کم سیال و لایه نازک سیال معتبر است. این مطالعه بیانگر آن است که نتایج مدل پیشنهاد شده با مطالعات تجربی گذشته انطباق قابل قبولی دارد. همچنین در این مطالعه شکل پایه تاج و تقابل تاج‌ها در برخورد مایل مورد مطالعه قرار گرفته است. کوسالی و همکاران [۱۱] به صورت تجربی رشد زمانی قطر و شعاع تاج و اندازه قطرات ثانویه را گزارش کردند. نتایج برای محدوده وسیعی از متغیرها ارائه شده است که نشان دهنده آن است که ارتفاع تاج با عدد وبر افزایش یافته و ضخامت لایه سیال تأثیر مهمی بر روی ابعاد تاج ندارد. مهارجره و آبراهام [۱۵] رفتار تاج در برخورد قطره بر دیواره تر را به کمک روش شبکه بولتزمن به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. به ازای ضخامت نازک لایه سیال نتایج بیانگر آن است که نرخ افزایش شعاع و ارتفاع تاج با افزایش ضخامت لایه سیال متناسب و در حالی که برای لایه‌های ضخیم سیال، نرخ افزایش شعاع و ارتفاع تاج روند معکوسی با افزایش ضخامت لایه سیال دارد. همچنین نتایج ارائه شده نشان دهنده این است که افزایش چگالی گاز سبب کاهش نرخ رشد ابعاد تاج می‌گردد

در سرعت‌های بالای قطره برخوردی روی می‌دهد. از متغیرهای مهم درگیر در این مسئله که در بردارنده ابعاد هندسه است در شکل ۱ نمایش داده شده است. متغیرهای S^* و Z^* به ترتیب طول بدون بعد پخش و ارتفاع بدون بعد تاج است که به صورت زیر بیان می‌شوند.

$$S^* = \frac{S}{D} \quad (۱)$$

$$Z^* = \frac{Z}{D} \quad (۲)$$

که در این رابطه S بیانگر طول پخش، Z بیانگر ارتفاع تاج و D نشان دهنده قطر قطره است. در شکل ۱، زیرنویس L و R به ترتیب بیانگر جت تشکیل شده در سمت چپ و راست است.

یارین و ویس [۹] به صورت تجربی و نظری نشان دادند که تغییرات شعاع تاج با زمان به صورت توانی است. در تحقیقی تجربی بر روی این مسئله توسط لوین و هابز [۱۰] نشان داده شد که شعاع تاج با جذر زمان رابطه مستقیم دارد. همچنین این رابطه توانی توسط کوسالی و همکاران [۱۱] نیز مشاهده شده است. جزرالد و زالسکی [۱۲] به صورت عددی گذار به رژیم پاشش را در این مسئله مورد بررسی قرار دادند. نتایج این مطالعه بیانگر آن است که در لحظات اولیه برخورد قطره شعاع تاج با ریشه دوم زمان رابطه مستقیم دارد. همچنین نتایج این مطالعه بیانگر آن است که ویسکوزیته سیال تأثیر شگرف بر رشد تاج ندارد. تروچیلو و لی [۱۳] به صورت تحلیلی و

مطالعه روابلی برای شروع پاشش به ازای لایه‌های ضخیم سیال ویسکوالاستیک ارائه گردیده است. تام و همکاران [۲۱ و ۲۲] به صورت عددی برخورد قطره بر استخری از سیال یکسان را به صورت عددی مدلسازی کردند. در این مطالعه از روش جدیدی برای حل معادلات حاکم استفاده شده است. نتایج برای اعداد رینولدز و وایزنبرگ مختلف ارائه و همچنین اثر نیروهای کشش سطحی در معادلات حاکم صرفنظر شده است. در سال‌های اخیر، ایزاساروو و همکاران [۲۳] یک حلگر عددی برای مدلسازی ذرات جامد و تغییر شکل پذیر محلول در سیالات ویسکوالاستیک ارائه کردند که با بهره‌گیری از روش‌های مختلف حد فاصل بین مرزهای مختلف را تعیین کردند. این حلگر برای حالات مختلف جریان تک فاز و دو فاز سیالات غیرنیوتنی مورد اعتبارسنجی قرار گرفت. محمد کریم [۲۴] دینامیک برخورد قطرات نیوتنی و ویسکوالاستیک بر سطح سیال در حالت غیرقابل امتزاج را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار داده است. در این تحلیل از روش آشکارسازی به استفاده از دوربین‌های پر سرعت استفاده شده است. در صورت برخورد قطره از جنس سیال ویسکوالاستیک، ناپایداری‌های تشکیل شده در لبه تاج در قطره غیرالاستیک نیوتنی مشاهده خواهد شد و به عبارت دیگر خاصیت الاستیک سیال نقش پایدارکنندگی در لبه تاج دارد. رضائی و همکاران [۲۵] تأثیر سیالات ویسکوالاستیک غیرخطی بر برخورد قائم قطره بر لایه سیال را مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه با استفاده از روش حجم سیال و به کارگیری معادله ساختاری غیر خطی گزیکس برای سیال ویسکوالاستیک، تأثیر خواص الاستیک سیال بر دینامیک تشکیل و رشد تاج را بررسی کردند. نتایج بیانگر تأثیر مثبت الاستیسیته سیال بر رشد هندسه تاج دارد.

با توجه به مطالعات فوق، مسئله برخورد مایل قطره ویسکوالاستیک بر لایه سیال یکسان در مطالعات گذشته مورد توجه واقع نشده است و با توجه به حضور سیالات ویسکوالاستیک در مکانیک سیالات و صنایع مختلف، مطالعه این مسئله ارزش فراوانی دارد. هدف از این مطالعه بررسی اثر خواص الاستیک سیال بر روند تشکیل و رشد تاج خواهد بود. به همین جهت ضرورت مطالعه عددی این مسئله با در نظرگیری اثرات نیروهای الاستیک سیال و نیروهای کشش سطحی بین سیال هوا و سیال ویسکوالاستیک روشن است.

و ویسکوزیته گاز تأثیر اندکی بر ارتفاع و شعاع تاج دارد. کاپولا و همکاران [۱۶][۳] برخورد یک قطره دو بعدی بر روی لایه نازک سیال را به صورت عددی مطالعه کردند. به طور همزمان از معادلات ناویر-استوکس و روش حجم سیال جهت مطالعه مسئله استفاده شد و اثرات نیروهای ویسکوز، اینرسی و کشش سطحی در معادلات در نظر گرفته شد. نتایج شبیه‌سازی در لحظات اولیه و میانی برخورد ارائه گردید. این مطالعه بیانگر انطباق نتایج دو-بعدی صفحه‌ای با نتایج دو-بعدی تقارن محوری در لحظات اولیه است. چنگ و لو [۱۷] به صورت عددی برخورد مایل قطره بر لایه سیال نیوتنی را مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه از روش شبکه بولتزن جهت مدلسازی جریان دوفاز استفاده شده است و تحلیل در اعداد وبر متوسط و به ازای زوایای برخورد ۰ تا ۶۰ درجه گزارش شده است. نتایج حاکی از آن است که به ازای زوایای برخورد بزرگتر از ۰ درجه رشد و پخش به صورت نامتقارن می‌شود. چن و همکاران [۱۸] در یک مطالعه عددی به کمک روش شبکه بولتزن برخورد قطره به صورت مایل در زوایای مختلف بر لایه سیال و وقوع پدیده پاشش را بررسی کردند. نتایج این مطالعه بیانگر آن است که رشد شعاعی پایه تاج و لبه دیواره وابسته به اینرسی و وابستگی آن به زمان بدون بعد مطابق قانون توانی است و همچنین در این مطالعه بیان شده است که شروع پاشش قطرات ثانویه در برخورد مایل وابسته به ضخامت لایه سیال نیست. در مطالعه تجربی اوکاوا و همکاران [۱۹] برخورد قائم قطره بر لایه سیال مورد ارزیابی قرار گرفته شده است و آستانه شروع پاشش قطرات ثانویه تعیین گردیده است. در این مطالعه از سیالات نیوتنی متفاوت بهره برده شده است و نتایج بیانگر آن است که عدد وبر بحرانی متناظر با شروع پاشش وابسته به خواص سیال بوده و به ضخامت لایه سیال وابسته نیست.

مطالعات فوق عموماً بر برخورد قطره بر لایه سیال در سیالات نیوتنی متمرکز است و تأثیر خواص غیرنیوتنی سیال در نظر گرفته نشده است. لامپ و همکاران [۲۰] به صورت تجربی برخورد قطره آب بر لایه سیالات ویسکوالاستیک از نوع محلول‌های میسل مارپیچ^۱ را مورد مطالعه قرار دادند. تأثیرات خواص رئولوژیک^۲ سیال، ضخامت لایه سیال و ترکیبات آن در ایجاد و رشد تاج، تشکیل قطرات ثانویه و تشکیل جت ورتینگتون مورد بررسی قرار گرفته است. در این

1 Wormlike micelle

2 Rheology

۲- تعریف مسئله

در این مقاله مسئله برخورد مایل قطره ویسکوالاستیک غیرنیوتنی بر لایه سیال یکسان در لحظات اولیه و میانی برخورد به صورت عددی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در مطالعه حاضر جریان آرام، تراکم ناپذیر، همدم و غیر قابل امتزاج سیال غیرنیوتنی ویسکوالاستیک دو فازی به صورت عددی و در حالت دو بعدی مدل‌سازی خواهد شد. قطره سیال تحت تأثیر نیروهای اینرسی و جاذبه به لایه سیال ساکن یکسان برخورد می‌کند. تحلیل عددی مسئله به صورت دو - بعدی کمک شایانی به درک کیفی از مسئله حاضر را بر ما آشکار می‌سازد. در این مدل‌سازی با کمک روش حجم محدود^۱ و روش حجم سیال^۲ معادلات حاکم حل می‌شوند و از مدل اولدریود-بی^۳ به عنوان معادله ساختاری برای فاز سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است و سیال پیرامونی هوا به صورت نیوتنی در نظر گرفته شده است. در این مطالعه اثرات متغیرهای مهمی همچون عدد وایزبرگ، نسبت ویسکوزیته، ضخامت لایه سیال، زاویه برخورد و عدد وبر بر روی ایجاد، رشد و توسعه تاج بررسی می‌شود.

۲-۱- معادلات حاکم

در مطالعه عددی حاضر طرحواره برخورد قطره بر لایه سیال در شکل ۲ نمایش داده شده است. دامنه محاسباتی به صورت مستطیلی و به ابعاد $10 D \times 2/5 D$ است که D اندازه قطر قطره و h ارتفاع لایه سیال است. با توجه به این شکل قطره و لایه سیال یکسان و از نوع غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک و هوا پیرامون نیز سیال نیوتنی است. معادلات حاکم (معادله پیوستگی و اندازه حرکت) برای سیال ویسکوالاستیک، غیرقابل تراکم و همدم به صورت زیر بیان می‌شود [۲۶].

$$\nabla \cdot v = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v v) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho g + F_s \quad (4)$$

که در این روابط v بردار سرعت، p میدان فشار، ρ چگالی سیال و τ تانسور تنش است که توسط معادله ساختاری مدل می‌شود. در رابطه (۴) تانسور تنش به صورت $\tau = \tau_s + \tau_p$ تعریف می‌شود که τ_s سهم تنش حلال از تانسور تنش است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۷].

$$\tau_s = 2\eta_s \varepsilon \quad (5)$$

که در این رابطه η_s ویسکوزیته حلال و ε تانسور نرخ تغییر شکل است و به صورت زیر بیان می‌شود [۲۷].

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla v + (\nabla v)^T) \quad (6)$$

در این مطالعه سهم پلیمر از تانسور تنش (τ_p) از طریق معادله ساختاری ماکسول فوق همرفتی^۴ بدست می‌آید [۲۷].

$$\tau_p + \lambda \overset{\nabla}{\tau}_p = 2\eta_p \varepsilon \quad (7)$$

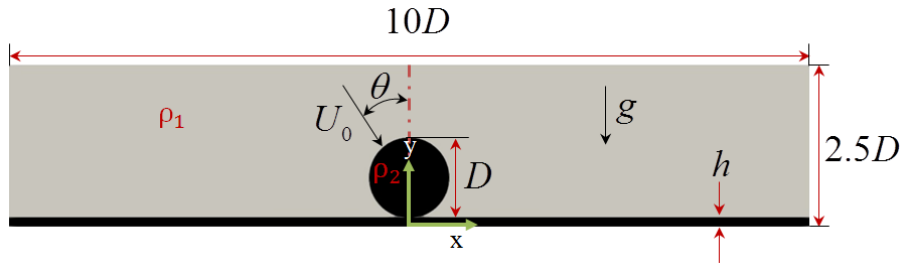
که λ زمان رهای از تنش، η_p ویسکوزیته پلیمر در نرخ برش صفر و $\overset{\nabla}{\tau}_p$ مشتق زمانی فوق همرفتی تانسور تنش است و به صورت زیر بیان می‌شود [۲۷].

$$\overset{\nabla}{\tau}_p \equiv \frac{\partial \tau_p}{\partial t} + v \cdot \nabla \tau_p - (\nabla v)^T \cdot \tau_p - \tau_p \cdot \nabla v \quad (8)$$

در رابطه فوق بالانویس T عملگر ترانهاده است. در نهایت تنش کل از رابطه زیر حاصل می‌شود [۲۷].

4 Upper Convective Maxwell (UCM)

1 Finite Volume Method (FVM)
2 Volume Of Fluid (VOF)
3 Oldroyd-B



شکل ۲. طرحواره برخورد قطره بر لایه سیال

Fig. 2. Schematic illustration of drop impact onto liquid film

به کمک حجم سیال اشغال شده در هر سلول محاسباتی، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. یکی از روش‌های محبوب و دقیق در حل مسائل چند فازی روش حجم سیال است که در چارچوب روش‌های اویلری، تغییرات شکل حدفاصل دو مرز سیال را پیشبینی می‌کند. در این روش حجم سیال درون یک سلول به صورت $F_{vol} = \phi V_{cell}$ محاسبه می‌شود که V_{cell} حجم سلول محاسباتی و ϕ کسر حجمی سیال است. مقدار ϕ در یک سلول می‌تواند بین صفر و یک تغییر کند. در سراسر دامنه محاسباتی مقدار کسر حجمی سیال محاسبه می‌گردد و هنگامی که یک سلول کاملاً از سیال فاز ۱ پر شده باشد مقدار ϕ برابر صفر می‌شود و هنگامی که سلول به صورت کامل از سیال فاز ۲ پر شده باشد مقدار آن برابر ۱ است. در نهایت کسر حجمی در سلول‌های محاسباتی واقع در حدفاصل سیالات، بین صفر و یک ($0 < \phi < 1$) قرار دارد.

در رابطه (۴) نیروی حجمی F_s جهت اعمال نیروی کشش سطحی در معادلات حاکم استفاده می‌شود. در مطالعه حاضر از روش حجم سیال جهت ردیابی سطح مشترک سیالات استفاده شده است. مقدار F_s را می‌توان از روش نیروی سطحی پیوسته^۳ و از طریق رابطه (۱۴) بدست آورد [۲۶].

$$F_s = \sigma \kappa \nabla \phi \quad (14)$$

که در این رابطه σ ضریب کشش سطحی، κ معرف انحنای حدفاصل فازها و ϕ کسر حجمی است. در روش حجم سیال کسر

$$\tau + \lambda \nabla \tau = 2\eta \left(\varepsilon + \frac{\lambda \eta_s}{\eta} \nabla \varepsilon \right) \quad (9)$$

که در این رابطه ε مشتق زمانی فوق همرفتی تانسور نرخ تغییر شکل است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۷].

$$\varepsilon \equiv \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \varepsilon - (\nabla \mathbf{v})^T \cdot \varepsilon - \varepsilon \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (10)$$

در مدل اولدروید-بی ویسکوزیته و اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم به ترتیب به صورت زیر بیان می‌شود [۲۷]:

$$\eta = \eta_0 \quad (11)$$

$$\Psi_1 = 2\eta_0 (\lambda - \lambda_r) = 2\eta_0 \lambda \beta \quad (12)$$

$$\Psi_2 = 0 \quad (13)$$

که $(\lambda_r = \lambda \eta_s / \eta_s + \eta_p)$ است.

جهت مدلسازی جریان‌های چند فازی از روش‌های متفاوتی همچون روش ردگیری جبهه^۱، روش کنترل سطح^۲ و روش حجم سیال استفاده می‌شود که روش حجم سیال با توجه به ردگیری مرز

-
- 1 Front tracking method
 - 2 Level set method

3 Continuous-Surface-Force (CSF)

به سایر روش‌ها، می‌توان به ارضا قانون بقای جرم و کمترین میزان اطلاعات ذخیره شده اشاره کرد. از دیگر مزایای این روش نسبت به سایر روش‌ها مدلسازی مسئله برخورد قطره سیال و تشکیل قطرات ثانویه است.

قابل ذکر است که اعداد بدون مربوط به تحلیل عددی حاضر به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho U_0 D}{\eta_0}, & We &= \frac{\rho U_0^2 D}{\sigma}, \\ Bo &= \frac{\rho g D^2}{\sigma}, & Wi &= \lambda \dot{\gamma} = \frac{\lambda U_0}{D}, \\ \beta &= \frac{\eta_p}{\eta_0} = \frac{\eta_p}{\eta_p + \eta_s}, & H &= \frac{h}{D}, \\ t^* &= \frac{U_0 t}{D}, & \psi^* &= \frac{\psi U_0}{D \eta_0} \end{aligned} \quad (18)$$

که در عبارات فوق Re عدد رینولدز و بیانگر نسبت نیروهای اینرسی به ویسکوز است، We عدد وبر و نشان دهنده نسبت نیروهای اینرسی به کشش سطحی است، Bo عدد بوند گرانشی و معرف نسبت نیروهای گرانشی به کشش سطحی است و Wi عدد وایزبرگ است که نشان دهنده نسبت نیروهای الاستیک به نیروهای ویسکوز است. همچنین β متغیر نسبت ویسکوزیته است، H ضخامت بدون بعد لایه سیال، t^* زمان بدون بعد و ψ^* اختلاف تنش نرمال اول بدون بعد است.

۲-۲- شرایط اولیه و مرزی

مطابق شکل ۲ شرایط اولیه و مرزی برای مطالعه حاضر به صورت روابط (۱۹) و (۲۰) است. در حالت اولیه (شرایط اولیه)، قطره دارای سرعت U بوده و تحت زاویه θ نسبت به خط قائم به لایه سیال ساکن برخورد می‌کند و سیال هوا در محیط پیرامونی ساکن است. شرط عدم لغزش در مرزهای جانبی و پایین برقرار است. در این دیواره‌ها گرادبان کسر حجمی سیال، تنش و فشار در جهت عمود بر دیواره‌ها برابر صفر است. در مرز بالا شرایط مرز باز به اتمسفر برقرار است.

حجمی سیال در هر سلول محاسباتی بدست می‌آید و شکل و موقعیت فصل مشترک سیالات (هنگامی که $0 < \phi < 1$) به صورت عددی توسط رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد [۲۶].

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (v\phi) + \nabla \cdot (\phi(1-\phi)v_c) = 0 \quad (15)$$

که v_c اختلاف سرعت در سطح مشترک سیالات است و همچنین جمله آخر در رابطه‌ی (۱۵) فقط در سطح مشترک فعال می‌گردد. در رابطه (۹)، مقدار κ از رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۲۶].

$$\kappa = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (16)$$

در روش حجم سیال برای هر یک از فازها معادلات یکسانی حل می‌گردد در حالی که خواص فیزیکی و رئولوژیکی فازها در هر حجم کنترل به صورت مدل زیر تعیین می‌شود [۲۶].

$$\zeta = \phi \zeta_1 + (1-\phi) \zeta_2 \quad (17)$$

که ζ_1 و ζ_2 به ترتیب خواص فازهای ۱ و ۲ هستند. در مطالعه حاضر از طرح هندسی^۱ معرفی شده توسط هرت و نیکولز [۲۸] استفاده شده است. در این روش مرز مشترک بین دو فاز از مجموعه‌ای از پاره‌خطهایی تشکیل شده است که با ریزتر کردن شبکه محاسباتی شکل مرز بین دو فاز بهتر نمایش داده می‌شود. یکی از رویکردهای دقیق در تعیین مرز مشترک بین دو سیال استفاده از روش^۲ است که دقت و کارایی بالایی نسبت به دیگر روش‌ها دارد. در این روش سطح مشترک بین دو فاز را با یک خط شیبدار تقریب می‌زنند و شیب این خط توسط داده‌های به دست آمده از سلول‌های مجاور تعیین می‌گردد. از مهمترین مزیت‌های روش حجم سیال نسبت

1 Geometric scheme

2 Piecewise Linear Interface Calculation (PLIC)

سیال ویسکوالاستیک بر پایه الگوریتم پیسو^۷ است. این الگوریتم برای جریان‌های گذرا به ویژه اگر از گام زمانی بزرگتر استفاده شود مد نظر است. به طور خلاصه به صورت زیر بیان می‌شود:

۱- با استفاده از مقادیر اولیه میدان سرعت (V) و کسر حجمی (φ) سیال، رابطه (۱۰) جهت بدست آمدن کسر حجمی جدید (φ*) حل می‌گردد.

۲- برای محاسبه میدان سرعت جدید (V*) از مقادیر میدان سرعت اولیه (V)، میدان فشار (p) و تانسور تنش (τ) جهت حل ضمنی رابطه مومنتوم (رابطه (۴)) استفاده می‌شود.

۳- با توجه به الگوریتم پیسو مقادیر جدید میدان فشار (p*) و میدان سرعت اصلاح شده (V**) محاسبه می‌گردد.

۴- جهت محاسبه مقادیر جدید تانسور تنش (τ*)، با توجه به میدان سرعت جدید اصلاح شده (V**)، معادله ساختاری اولدریوید-بی حل می‌شود.

۵- در هر گام زمانی مراحل قبل جهت رسیدن به یک حل دقیق تکرار می‌شوند.

$$\rho = \rho_2, y > h \rightarrow \begin{cases} \vec{V} = -U_0 (\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j}) \\ P = 0 \\ \tau = 0 \\ \phi = 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$\rho = \rho_2, y \leq h \rightarrow \begin{cases} \vec{V} = 0 \\ P = 0 \\ \tau = 0 \\ \phi = 1 \end{cases}$$

$$\rho = \rho_1 \rightarrow \begin{cases} \vec{V} = 0 \\ P = 0 \\ \tau = 0 \\ \phi = 0 \end{cases} \quad (20)$$

دیواره‌ها

مرز بالا

۳- روش عددی

در مطالعه حاضر از روش حجم محدود جهت حل معادلات حاکم استفاده شده است. از نرم‌افزار اپن‌فوم^۱ جهت گسسته‌سازی و حل معادلات حاکم بهره برده شده است. گسسته‌سازی جملات زمانی بر پایه طرح اولر^۲ و از طرح خطی گوس^۳ جهت گسسته‌سازی جملات سرعت و کسر حجمی استفاده شده است. جملات لاپلاسیان^۴ توسط طرح اصلاح شده خطی گوس گسسته‌سازی شده است. در مدلسازی عددی حاضر جمله $\nabla \cdot (\rho v)$ در معادله مومنتوم از طرح اختلافی خطی گوس^۵ و از طرح اختلاف بالادستی گوس جهت جملات $\nabla \cdot (\nu \tau)$ استفاده شده است. همچنین برای دیورژانس تانسور تنش $(\nabla \cdot \tau)$ از طرح اختلاف خطی گوس استفاده شده است. دستگام معادلات خطی بدست آمده از روش حجم محدود، توسط روش گرادیان مزدوج^۶ حل شده است.

رویه حل کلی در روش حجم محدود برای جریان دوفاز همدمما

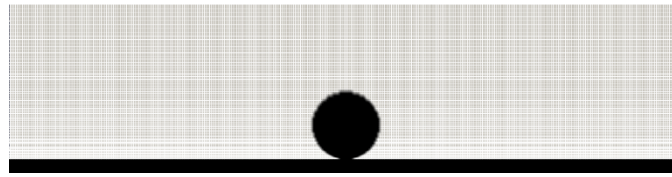
- 1 OpenFOAM
- 2 Euler
- 3 Gauss
- 4 Laplacian
- 5 Total Variable Diminishing (TVD)
- 6 Conjugate gradient

۴- نتایج و بحث

این مطالعه به ازای محدوده متغیرهای مختلف عدد وایزنبرگ (We = ۲۰۰، ۴۰۰، ۸۰۰)، عدد ویر (Wi = ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰)، ضخامت بدون بعد لایه سیال (H = ۰/۲، ۰/۲۵، ۰/۳)، ویسکوزیته (β = ۰/۱، ۰/۳، ۰/۵)، مقادیر اعداد رینولدز (۲۰۰، ۱۵۰، Re = ۱۰۰) و عدد بوند ثابت و برابر ۱/۶ در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است مقادیر باقیمانده‌ها برای متغیرهای مسئله در پیوست الف آورده شده است.

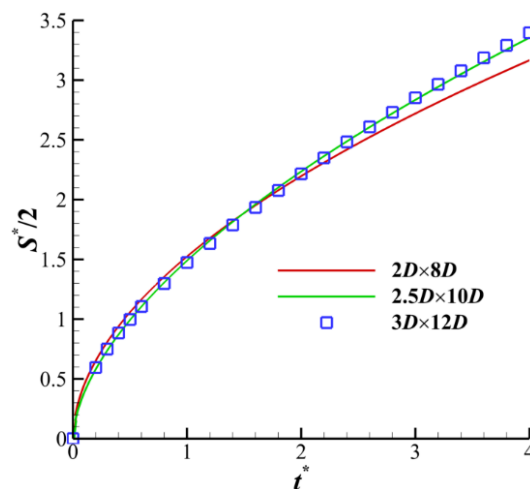
مدلسازی عددی برای سه دامنه حل به اندازه‌های ۲ D × ۸ D، ۲/۵ D × ۱۰ D و ۳ D × ۱۲ D انجام شده است. در شکل ۳ نمونه‌ای از شبکه محاسباتی آورده شده است. در شکل ۴ اختلاف نتایج حاصل از دامنه محاسباتی با اندازه ۲/۵ D × ۱۰ D با دامنه محاسباتی با اندازه ۳ D × ۱۲ D ناچیز است. به همین جهت دامنه محاسباتی با اندازه ۲/۵ D × ۱۰ D برای تحلیل در نظر گرفته شده است. جهت اطمینان از دقت نتایج حاصل شده از شبکه محاسباتی، شبکه از نظر تعداد و اندازه سلول‌های محاسباتی ارزیابی شده است. به همین جهت

7 Pressure-Implicit with [Splitting of Operators](#) (PISO)



شکل ۳. نمونه‌ای از شبکه محاسباتی

Fig. 3. An example of computational grid



شکل ۴. تحلیل استقلال حل از اندازه شبکه محاسباتی به ازای $H = 0.2$, $\theta = 0$, $Wi = 1000$, $\beta = 0.1$ و $Bo = 1.6$

Fig. 4. Domain size independency analysis for $H = 0.2$, $\theta = 0$, $Wi = 1000$, $\beta = 0.1$, and $Bo = 1.6$

برای سه شبکه مختلف را ارائه می‌کند. به همین جهت شبکه با اندازه 800×3200 به عنوان شبکه محاسباتی در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۶ شکل تاج به ازای سه شبکه‌ی مختلف در زمان $t = 0.004 S$ آورده شده است.

جهت اعتبارسنجی حل حاضر، در گام نخست نتایج حاصل از برخورد قائم قطره ($\theta = 0$) بر لایه سیال نیوتنی با مطالعات گذشته مقایسه می‌شود. در لحظات اولیه برخورد قطره بر لایه سیال، تغییرات شعاع تاج ($R^* = S^*/2$) بر حسب زمان بدون بعد با رابطه قانون توانی و نتایج مطالعه عددی جزرالد و زالسکی [۱۲] در شکل ۶ مقایسه شده است. قانون توانی^۱ بیانگر آن است که در لحظات اولیه برخورد شعاع

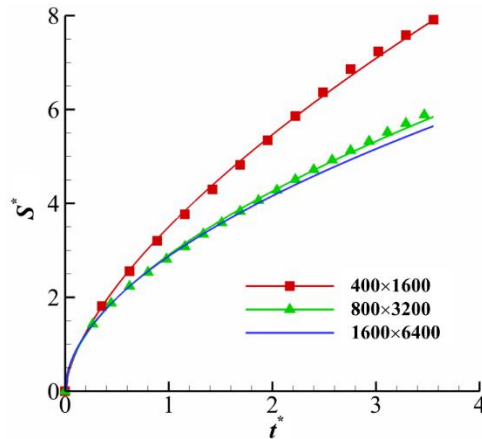
از تغییرات شعاع تاج (R^*) با زمان به عنوان متغیر مقایسه‌ای استفاده شده است و سه شبکه با اندازه‌های مختلف 400×1600 ، 800×3200 و 1600×6400 برای این تحلیل مورد نظر است. شکل ۵ تغییرات شعاع تاج با زمان را به ازای شبکه‌های مختلف نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل، شبکه با اندازه 800×3200 از نظر تعداد و اندازه، دقت نتایج محاسباتی را تضمین می‌کند. همچنین جدول ۱ مؤلفه‌های تنش و میزان اختلاف آن با شبکه بزرگتر را نمایش می‌دهد. با توجه به این جدول حداکثر درصد اختلاف مؤلفه‌های تنش شبکه سوم نسبت به شبکه دوم کمتر از ۰.۶٪ است (در جدول ۱ نتایج مربوط به این شبکه در کادر قرمز قرار دارد). همچنین این جدول زمان حل

1 Power law

جدول ۱. مؤلفه‌های تنش (Pa) برای شبکه‌های مختلف در $t^* = 3/55$

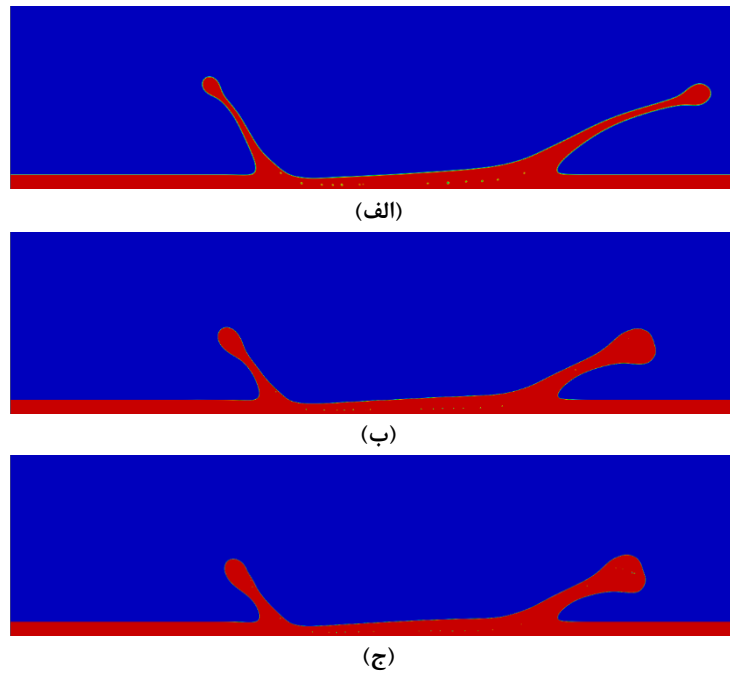
Table 1. Stress component (Pa) for different grid size at $t^*=3.55$

τ_{xy}		τ_{yy}		τ_{xx}		زمان حل (s)	اندازه شبکه
خطا %		خطا %		خطا %			
۸۵	۸۵۹	۵۶	۷۱۱	۳۳	۲۰۹۴	۶۲۵۰۲	۴۰۰×۱۶۰۰
۶	۱۵۹۳	۵/۱	۱۱۱۳	۴/۸	۲۷۹۵	۱۷۵۲۵۹	۸۰۰×۳۲۰۰
-	۱۶۸۹	-	۱۱۷۰	-	۲۶۵۹	۸۹۵۲۰۱	۱۶۰۰×۶۴۰۰



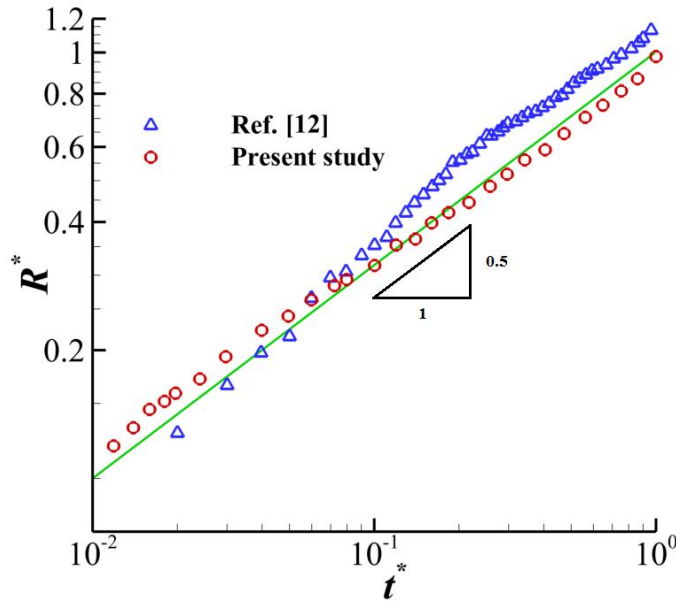
شکل ۵. تحلیل استقلال حل از شبکه محاسباتی به ازای $H = 0.2$, $\theta = 0$, $Wi = 1000$, $\beta = 0.1$ و $Bo = 1.6$

Fig. 5. Grid size independency analysis for $H = 0.2$, $\theta = 0$, $Wi = 1000$, $\beta = 0.1$, and $Bo = 1.6$



شکل ۶. شکل قطره به ازای شبکه‌های مختلف (الف) ۴۰۰×۱۶۰۰، (ب) ۸۰۰×۳۲۰۰، (ج) ۱۶۰۰×۶۴۰۰

Fig. 6. Crown shape for different grid size (a) 400×1600, (b) 800×3200, (c) 1600×6400



شکل ۷. تغییرات شعاع بدون بعد تاج با زمان در لحظات اولیه برخورد ($Wi = 0$)

Fig. 7. Variation of crown's radius with time at the early instance of impact ($Wi = 0$)

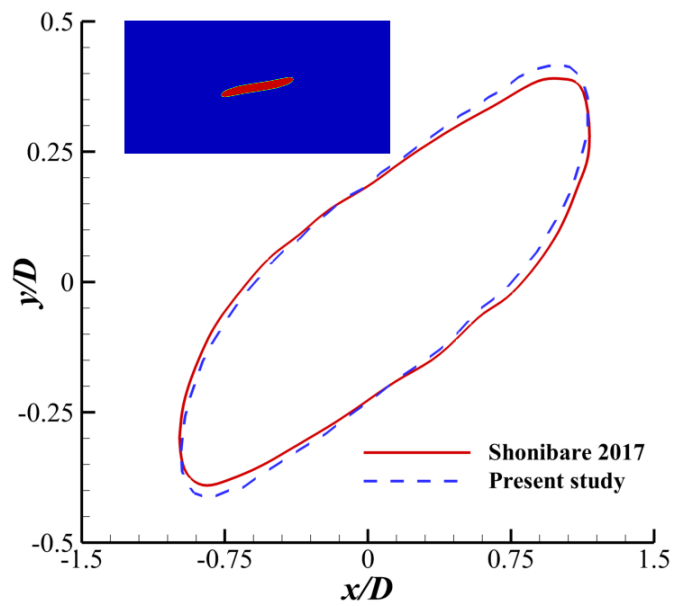
شده است. مطابق این شکل، شمایل قطره به صورت کیفی انطباق قابل قبولی با نتایج موجود در مطالعه شونیبیر [۲۹] دارد. همچنین در شکل ۹ توزیع اندازه تنش ($|\tau|$) در قطره ویسکوالاستیک در جریان برشی را نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل الگوی توزیع تنش در قطره انطباق قابل قبولی با نتایج مطالعه قبل دارد و مطابق جدول ۲ میزان خطای نسبی برای حداکثر مقدار اندازه تنش کمتر از ۱٪ است. در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ توالی برخورد قطره بر لایه سیال در زمان‌های مختلف آورده شده است. در لحظه تماس قطره بر لایه سیال زمان صفر است و با گذشت زمان قطره تحت سرعت اولیه و نیروی گرانش به لایه سیال برخورد می‌کند. در لحظات اولیه برخورد لایه‌ای از سیال به صورت جت از طرفین قطره تحت زاویه‌ای خاص به خارج از لایه سیال پرتاب می‌شود. با گذشت زمان ابعاد این جت‌ها افزوده می‌شود و با توجه به برخورد مایل قطره بر لایه سیال، تقارن در رشد جت‌ها مشاهده نمی‌شود.

تغییرات شعاع و ارتفاع بدون بعد تاج بر حسب زمان برای اعداد وایزنبرگ مختلف و زوایای مختلف برخورد در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. مطابق این شکل، در زوایای کوچک تأثیر الاستیسیته سیال بر ارتفاع تاج (Z^*) بیشتر از تأثیر آن بر طول پخش (S^*) است.

بدون بعد تاج متناسب با جذر زمان بدون بعد است. با توجه به شکل ۷ نتایج مطالعه عددی حاضر انطباق قابل قبولی با قانون توانی و نتایج مطالعات گذشته دارد. در این اعتبارسنجی بیشینه خطا نسبت به قانون توانی برابر ۱۳٪ که در زمان $t^* = 0.18$ رخ داده است.

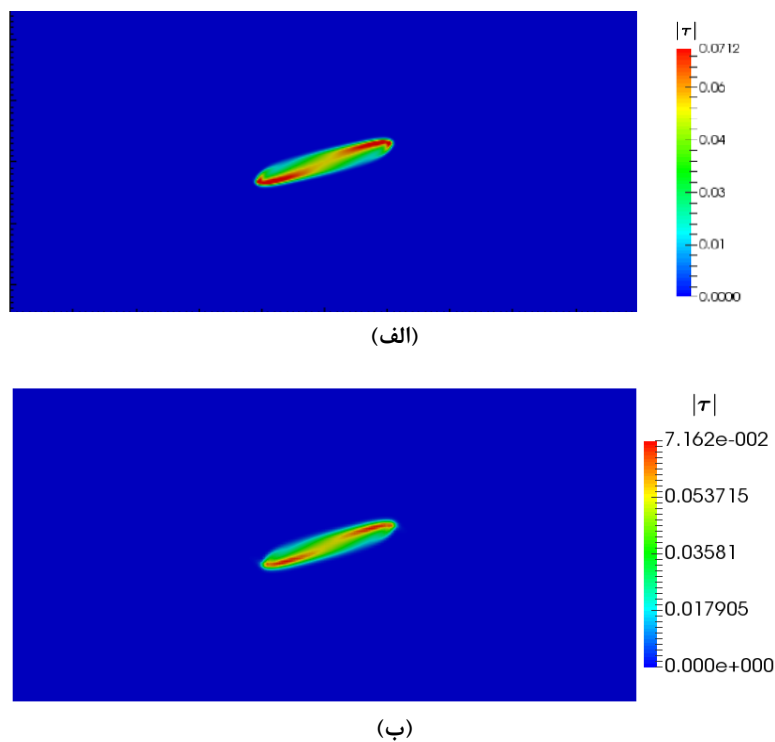
برای دومین حالت اعتبارسنجی، تغییر شکل قطره ویسکوالاستیک در فاز پیوسته نیوتنی تحت جریان برشی در نظر گرفته شده است. در این حالت یک قطره ویسکوالاستیک تحت یک جریان برشی قرار می‌گیرد. برای فاز قطره مدل اولدریوید-بی و برای فاز پیوسته سیال از مدل سیال نیوتنی استفاده شده است. چگالی و ویسکوزیته فاز سیال نیوتنی به ترتیب 984 kg/m^3 و $69/5 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ است. همچنین برای فاز قطره چگالی، زمان رهایی از تنش، ویسکوزیته حلال و ویسکوزیته پلیمری به ترتیب 1000 kg/m^3 ، 0.25 s ، $6/05 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ و $6/05 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ است. قطره‌ای با قطر اولیه $D = 1 \text{ mm}$ در میانه یک دامنه مستطیلی به ابعاد $10 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ قرار می‌گیرد که دیواره بالایی و پایینی دامنه به ترتیب دارای سرعت 5 mm/s و -5 mm/s است و همچنین برای مرزهای موجود در غرب و شرق دامنه محاسباتی شرط مرزی تغییرات صفر در نظر گرفته شده است.

شکل قطره ۲۰ ثانیه پس از اعمال برش در شکل ۸ نمایش داده



شکل ۸. مقایسه شکل قطره در جریان برشی در $t = 20$ s بین مطالعه حاضر و شونیبیر [۲۹]

Fig. 8. Comparison of drop shape between present study and Shonibare [29] at $t = 20$ s



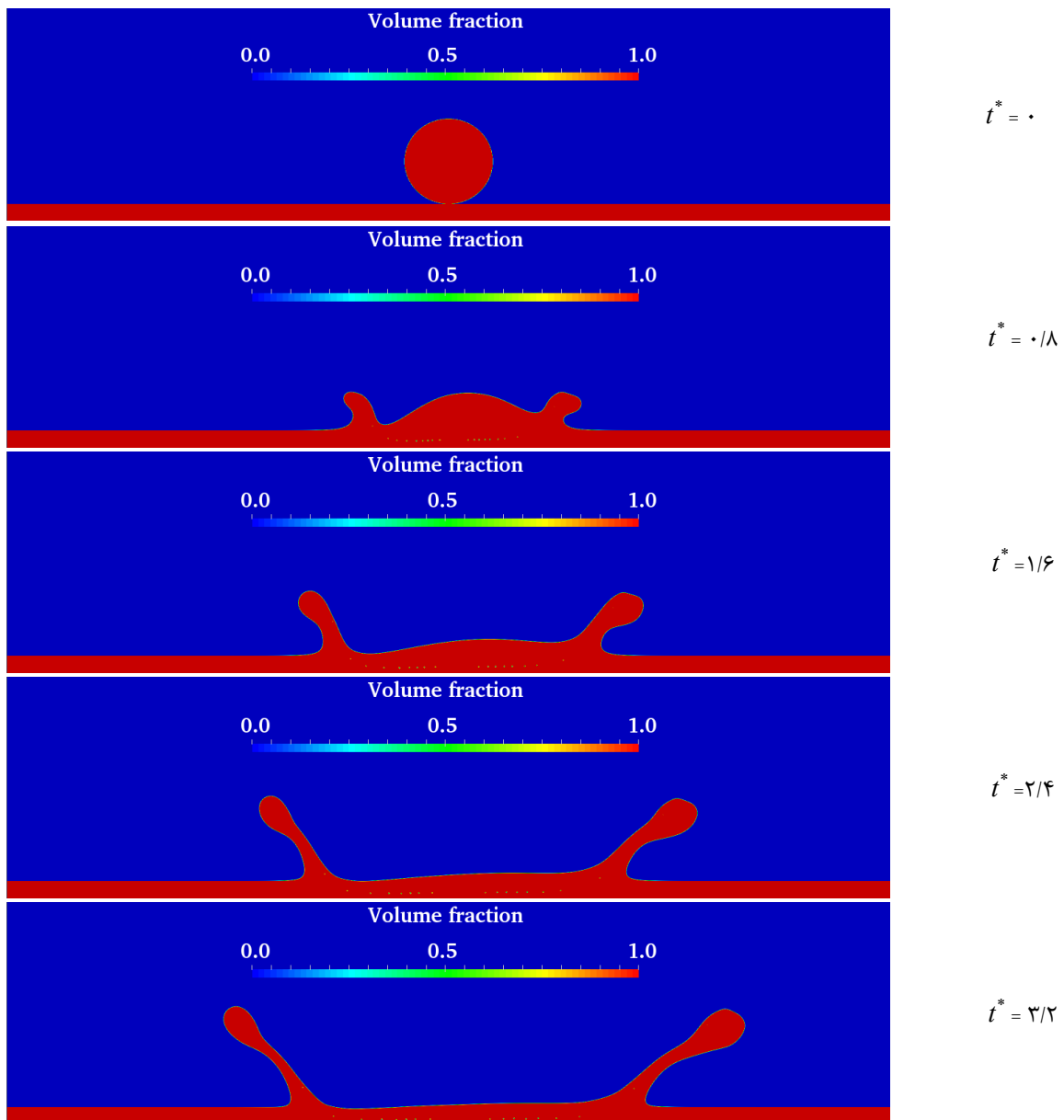
شکل ۹. توزیع تنش در تغییر شکل قطره در جریان برشی در $t = 20$ s، (الف) شونیبیر [۲۹] و (ب) مطالعه حاضر

Fig. 9. Contour of stress magnitude in shear flow at $t = 20$ s, (a) Shonibare [29], (b) present study

جدول ۲. مقایسه بیشینه تنش بین مطالعه حاضر و مطالعه شونیبیر [۲۹]

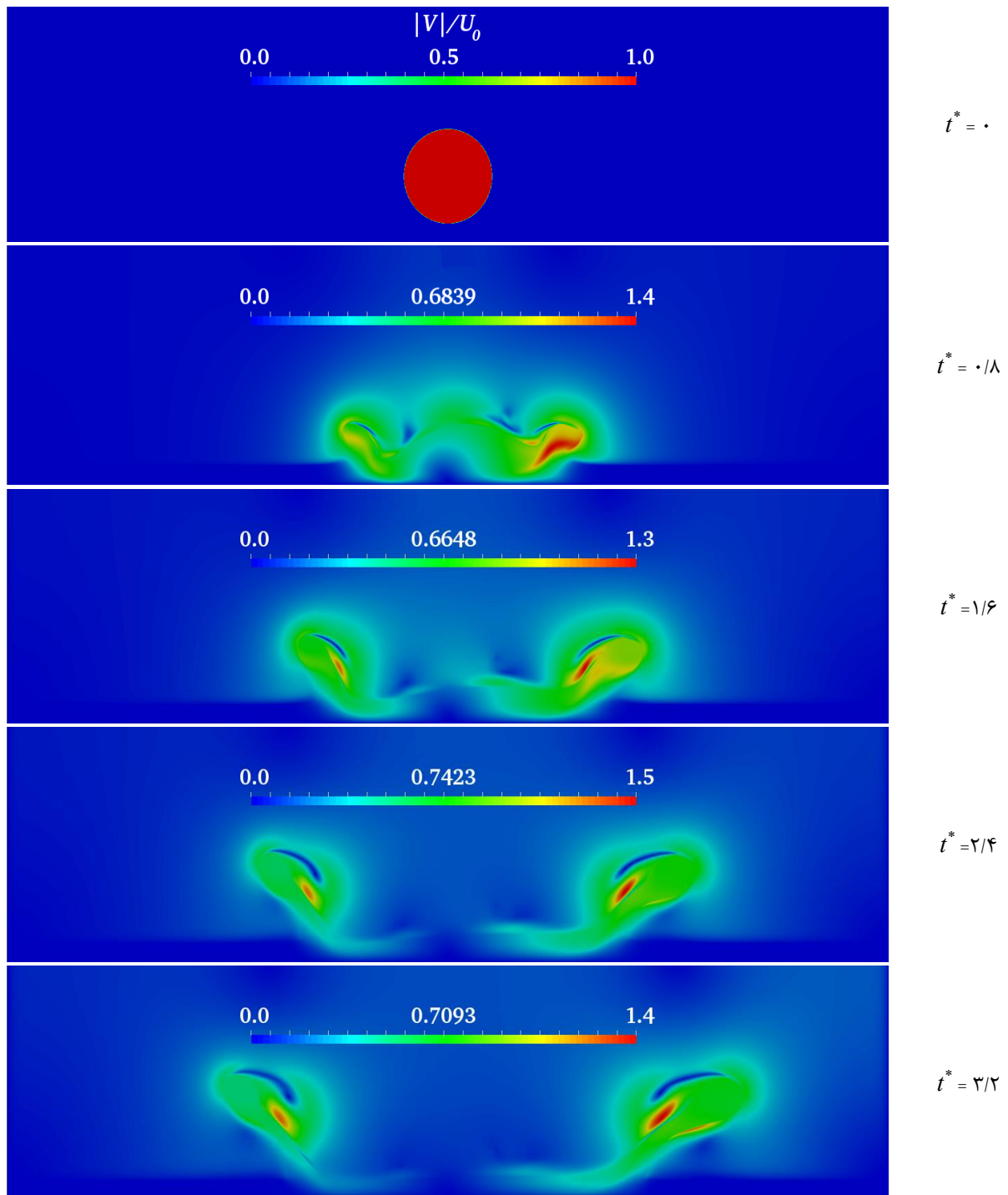
Table 2. Comparison of maximum of stress magnitude between present study and Shonibare [29]

خطا (%)	شونیبیر [۲۹]	مطالعه حاضر	$ \sigma _{\max}$
۰/۵۹	۰/۰۷۱۲	۰/۰۷۱۶۲	



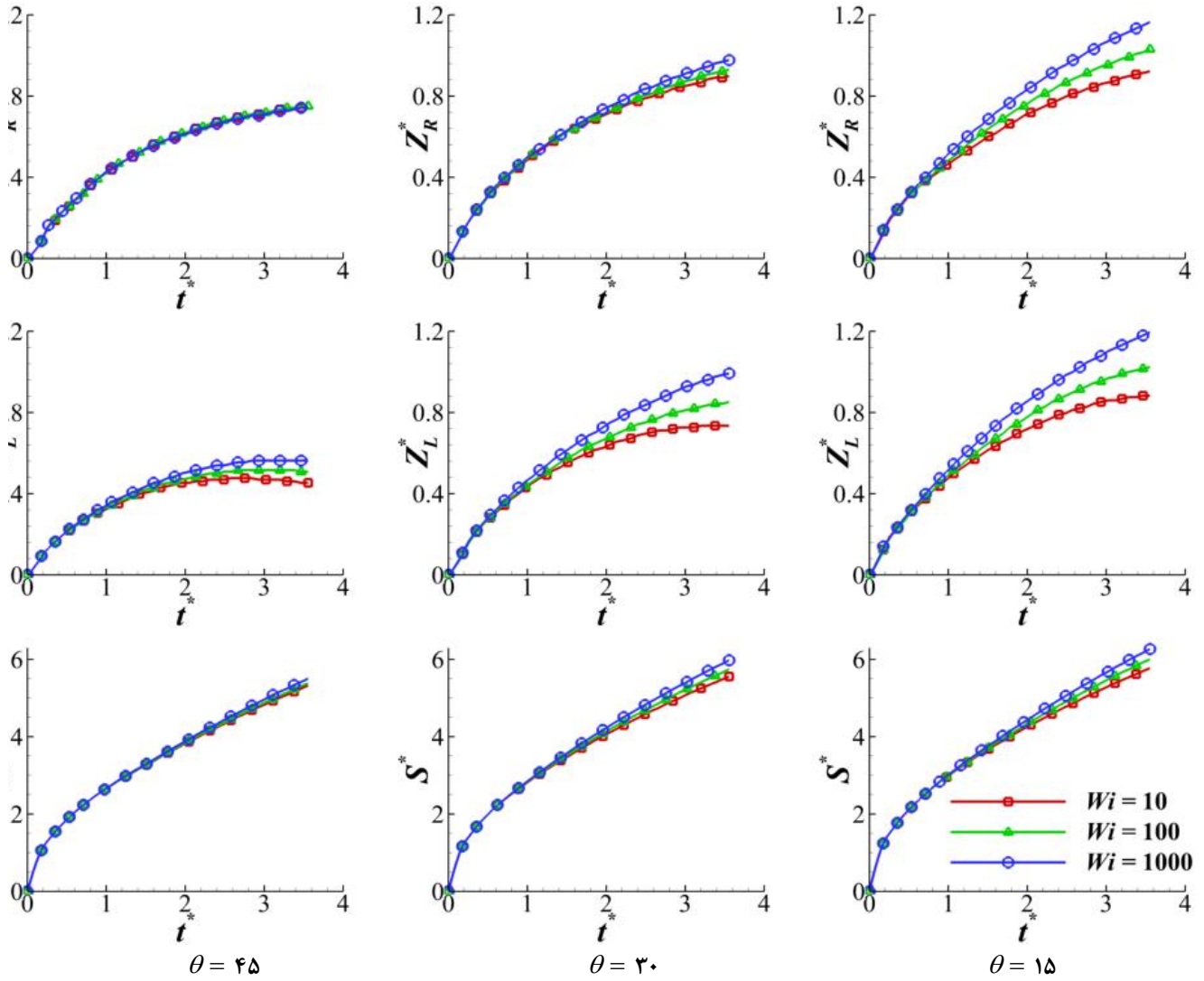
شکل ۱۰. تغییرات شکل تاج در لحظات مختلف به ازای $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ ، $We = 400$ ، $\theta = 15$ و $Wi = 1000$

Fig. 10. Variation of crown's shape with time for $H = 0.2$, $\beta = 0.1$, $We = 400$, $\theta = 15$, and $Wi = 1000$



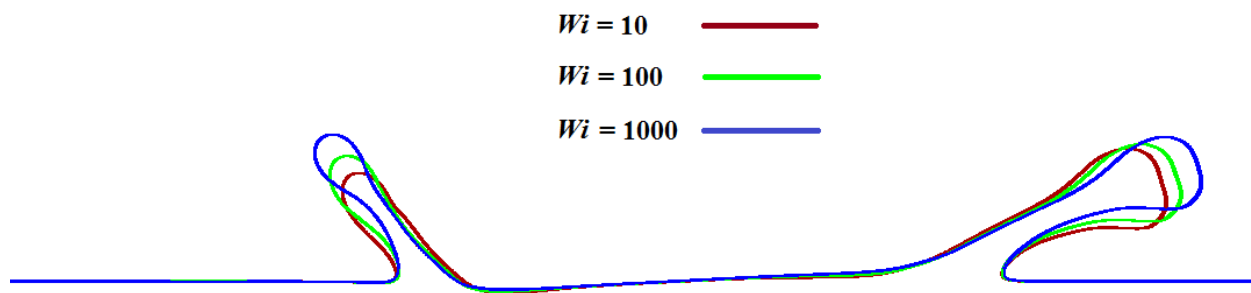
شکل ۱۱. توزیع سرعت در لحظات مختلف به ازای $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ ، $We = 400$ ، $\theta = 15$ و $Wi = 1000$

Fig. 11. Contour of velocity at different time for $H = 0.2$, $\beta = 0.1$, $We = 400$, $\theta = 15$ and $Wi = 1000$



شکل ۱۲. تغییرات زمانی متغیرهای تاج با عدد وایزنبرگ به ازای $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ ، و $We = 400$

Fig. 12. Time variation of crown's parameters with Weissenberg number for $H = 0.2$, $\beta = 0.1$, and $We = 400$



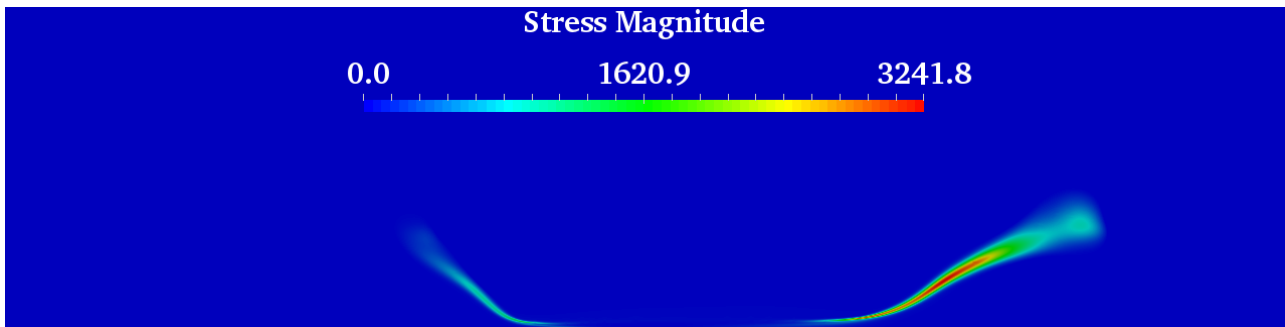
شکل ۱۳. اثر عدد وایزنبرگ بر شکل تاج در لحظه $t^* = 3/55$ به ازای $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ ، $We = 400$ و $\theta = 30$

Fig. 13. Weissenberg effect on crown's shape at $t^*=3.55$ for $H = 0.2$, $\beta = 0.1$, $We = 400$, and $\theta = 30$

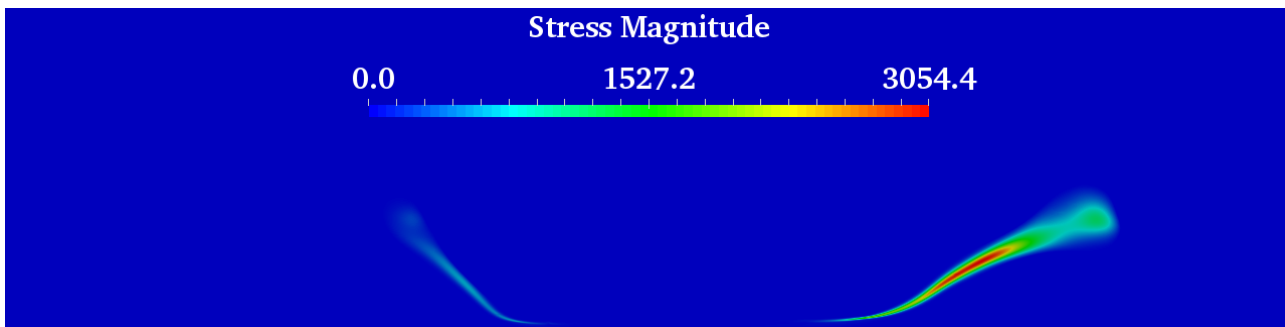
در شکل ۱۵ تأثیر زاویه برخورد بر هندسه تاج در زمان $t^* = 3/55$ نمایش داده شده است. در این شکل به وضوح قابل مشاهده است که با افزایش زاویه برخورد تاج سمت راست نسبت به افق کوچکتر شده و به سمت لایه سیال متمایل می‌شود و از طرف مقابل زاویه تاج سمت چپ تغییر چندانی نکرده و تنها ارتفاع آن کاسته شده است. شکل ۱۶ تأثیر زاویه برخورد بر توزیع تنش در تاج را نمایش می‌دهد که با توجه به این شکل افزایش زاویه برخورد سبب افزایش اندازه ماکزیمم تنش در دیواره تاج می‌شود.

شکل ۱۷ تغییرات زمانی ارتفاع جت‌ها و طول پخش تاج با ضخامت لایه سیال (H) را در زمان‌های مختلف نمایش می‌دهد. در هر لحظه با افزایش ضخامت لایه سیال طول پخش (S^*) تاج کاهش می‌یابد. از طرف دیگر روند تغییرات ضخامت لایه سیال با تغییرات ارتفاع دیواره‌های تاج یکسان است. با افزایش ضخامت لایه سیال، انرژی جنبشی قطره صرف نفوذ قطره به لایه ضخیم سیال شده و حفره‌ای با عمق بیشتر در آن ایجاد می‌کند و در اثر آن حجم بیشتری از سیال به صورت جت از لایه سیال خارج شده و سبب ضخیم‌تر شدن تاج و بیشتر شدن زاویه آن با لایه سیال می‌شود (مطابق شکل ۱۸) که در نهایت به کوچک‌تر شدن شعاع و بزرگ‌تر شدن ارتفاع تاج می‌انجامد. همچنین شکل ۱۷ بیانگر آن است که تأثیر تغییرات ضخامت لایه سیال بر دیواره جت سمت راست بیشتر است. همچنین قابل ذکر است که با کاهش ضخامت لایه سیال میزان اتلافات ویسکوز توسط لایه سیال کاسته شده و لایه سیال نقش ذخیره کننده انرژی

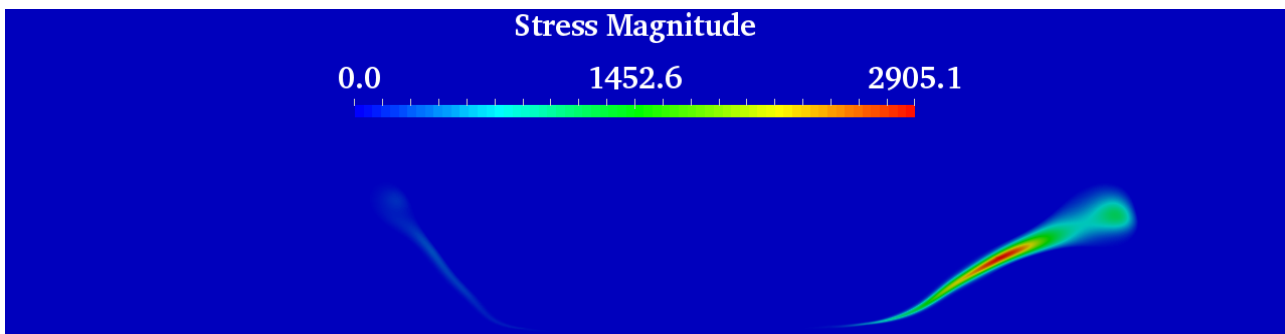
علاوه بر آن این شکل بیانگر این است که در هر لحظه الاستیسیته سیال سبب رشد ابعاد تاج می‌شود و همچنین رشد تاج در اثر افزایش خاصیت الاستیک سیال برای زمان‌های بزرگتر از ۱ چشمگیر است. همچنین از شکل ۱۲ نتیجه می‌شود که با افزایش زاویه برخورد قطره تأثیر الاستیسیته سیال بر هندسه تاج کاهش پیدا می‌کند. با توجه به اینکه سهم الاستیک سیال در سیالات ویسکوالاستیک با افزایش عدد وایزنبرگ بیشتر می‌شود؛ در لحظات اولیه برخورد قطره، اینرسی قطره توسط لایه سیال جذب و ذخیره شده و میزان اتلافات انرژی بر اثر تنش برشی کاسته می‌شود و در مرحله پخش و رشد تاج، انرژی ذخیره شده توسط الاستیسیته سیال آزاد می‌گردد. بنابراین افزایش عدد وایزنبرگ و به تبع آن رشد سهم الاستیک سیال تأثیری مثبت بر افزایش ابعاد تاج دارد. از طرفی قابل ذکر است که با افزایش عدد وایزنبرگ خاصیت کشسان در سیال افزایش می‌یابد و این خاصیت در رشد دیواره تاج مقاومت ایجاد می‌کند. افزایش خاصیت کشسان در مقابل افزایش قابلیت الاستیک لایه سیال در محدوده اعداد وایزنبرگ ۱۰ تا ۱۰۰۰ کوچک‌تر است. به همین جهت شاهد هستیم که با افزایش عدد وایزنبرگ در این محدوده ابعاد تاج گسترش می‌یابد. تأثیر عدد وایزنبرگ بر شکل تاج در لحظه $t^* = 3/55$ در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. با توجه به این شکل در اعداد وایزنبرگ بزرگ‌تر انرژی آزاد شده از لایه سیال بیشتر بوده و سبب گسترش بیشتر ابعاد تاج می‌شود و همچنین مطابق شکل ۱۴ اندازه تنش در دیواره سمت راست تاج بیشتر بوده و با افزایش عدد وایزنبرگ کاهش می‌یابد.



(الف)



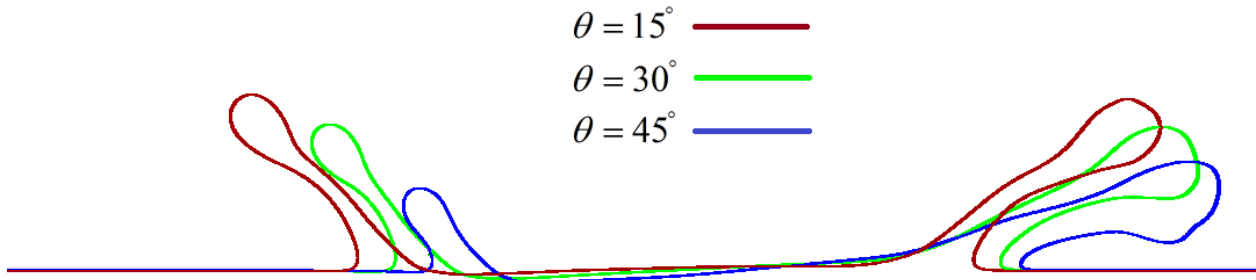
(ب)



(ج)

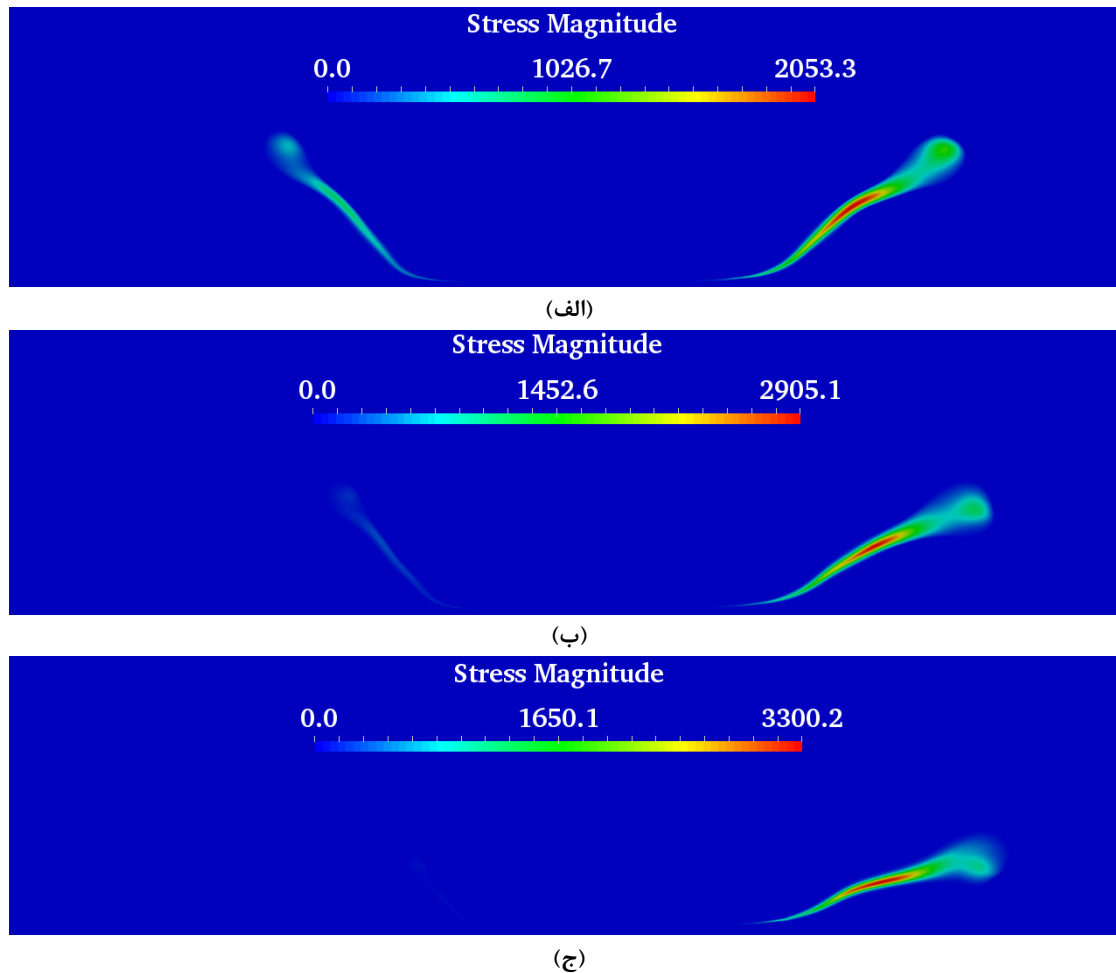
شکل ۱۴. توزیع تنش در تاج در لحظه $t^* = 3/55$ برای $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ ، $We = 400$ و $\theta = 30$ و (الف) $Wi = 10$ ، (ب) $Wi = 100$ و (ج) $Wi = 1000$

Fig. 14. Contour of stress magnitude at $t^*=3.55$ for $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ ، $We = 400$ ، $\theta = 30$ ، (a) $Wi = 10$ ، (b) $Wi = 100$ ، and (c) $Wi = 1000$



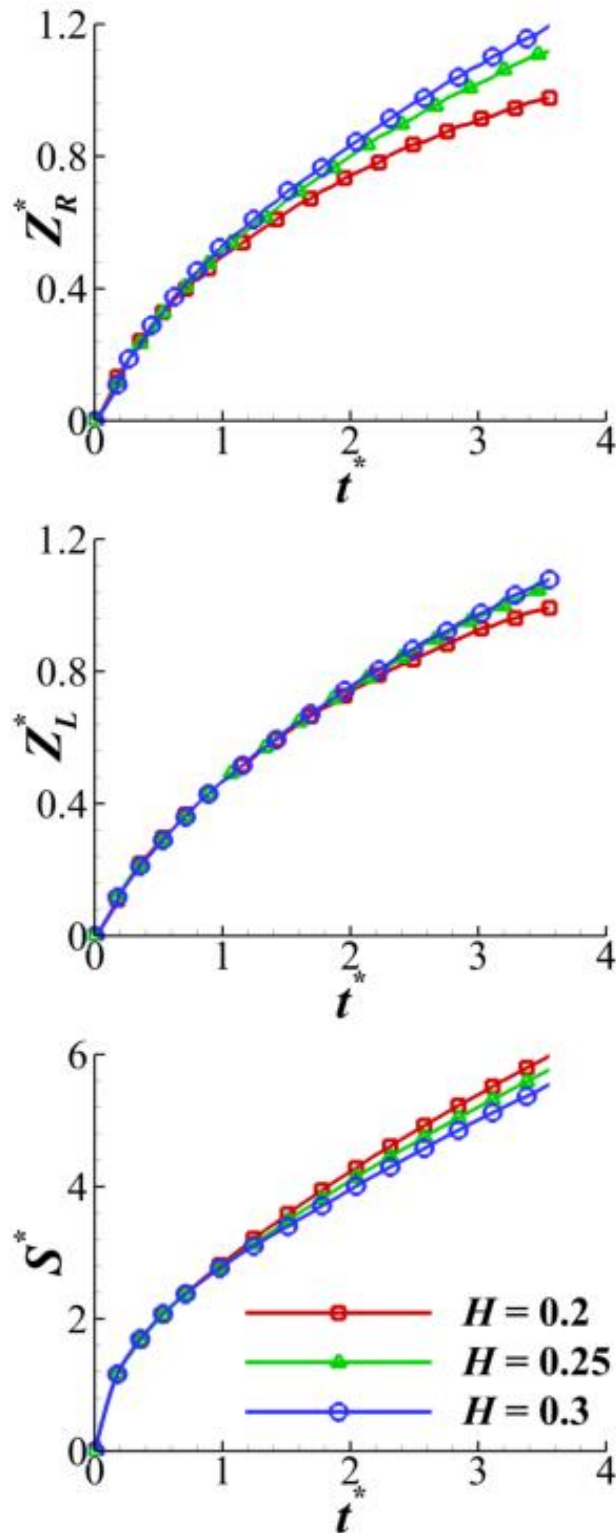
شکل ۱۵. اثر زاویه برخورد قطره بر شکل تاج در لحظه $t^* = ۳/۵۵$ به ازای $H = ۰/۲$ ، $\beta = ۰/۱$ ، $We = ۴۰۰$ و $Wi = ۱۰۰۰$

Fig. 15. Effect of impingement angle on crown's shape for $H = 0.2$, $\beta = 0.1$, $We = 400$, and $Wi = 1000$



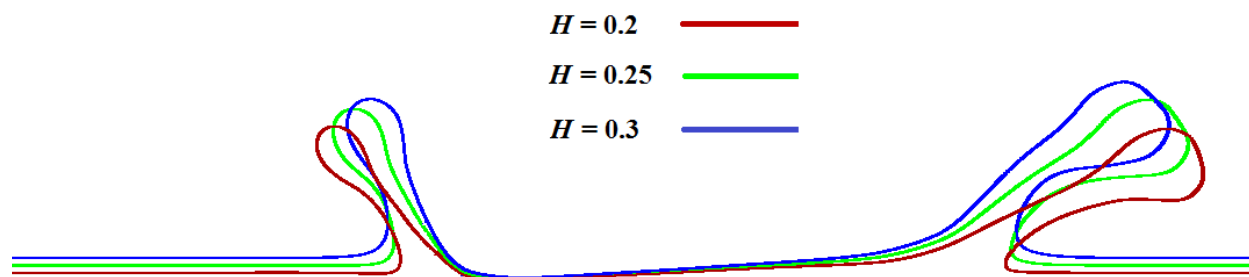
شکل ۱۶. توزیع تنش در تاج در لحظه $t^* = ۳/۵۵$ برای $Wi = ۱۰۰۰$ ، $\beta = ۰/۱$ ، $We = ۴۰۰$ و $H = ۰/۲$ ، (الف) $\theta = ۱۵$ ، (ب) $\theta = ۳۰$ و (ج) $\theta = ۴۵$

Fig. 16. Contour of stress magnitude at $t^* = 3.55$ for $Wi = 1000$, $\beta = 0.1$, $We = 400$, $H = 0.2$, (a) $\theta = 15$, (b) $\theta = 30$, and (c) $\theta = 45$



شکل ۱۷. تغییرات زمانی متغیرهای تاج با ضخامت لایه سیال به ازای $Wi = 1000$ ، $\beta = 0.1$ ، $We = 400$ و $\theta = 30$

Fig. 17. Time variation of crown's parameters with film thickness for $Wi = 1000$, $\beta = 0.1$, $We = 400$ and $\theta = 30$



شکل ۱۸. اثر ضخامت لایه سیال بر شکل تاج در لحظه $t^* = 3/55$ به ازای $Wi = 1000$ ، $\beta = 0/1$ ، $We = 400$ و $\theta = 30$

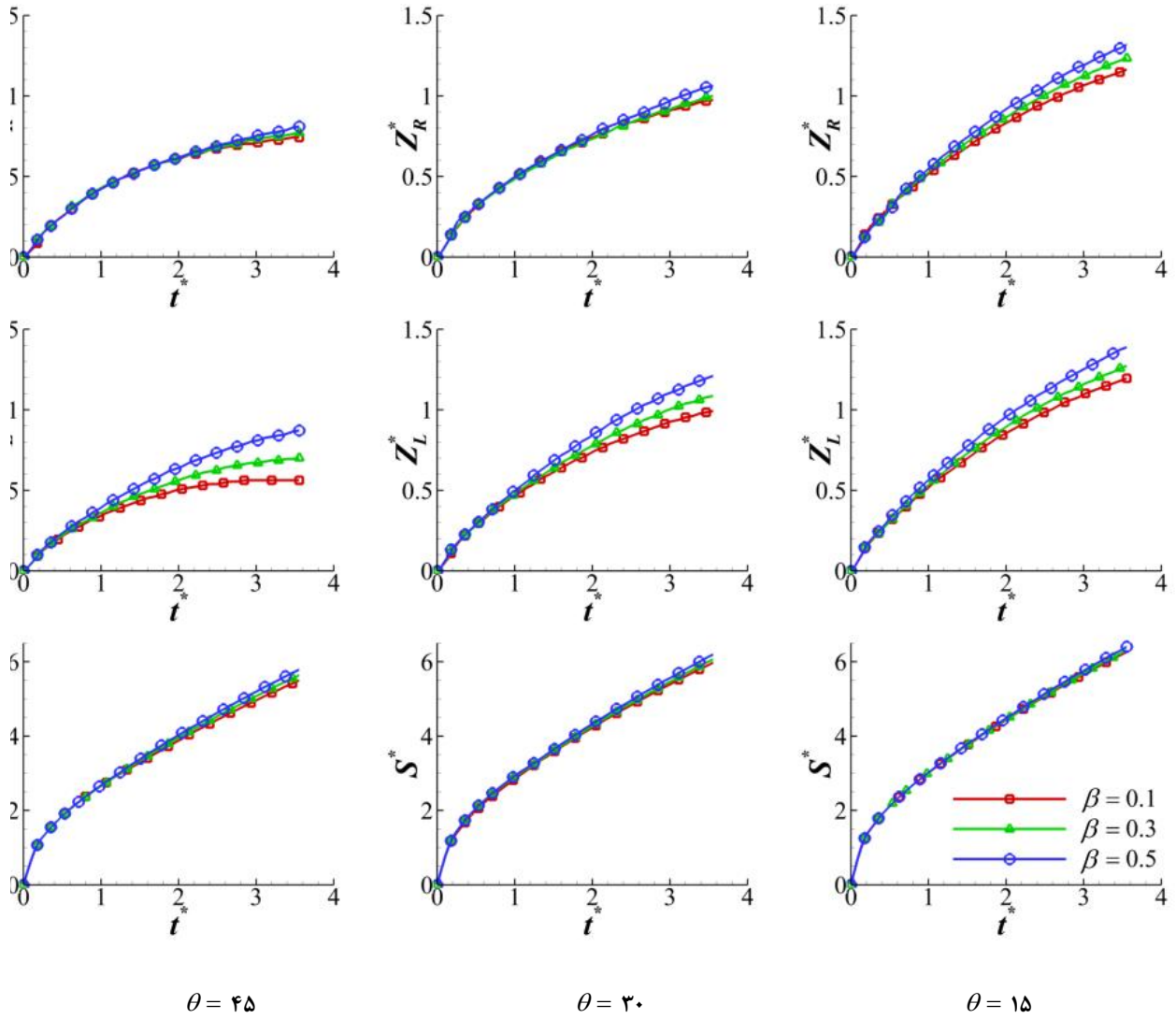
Fig. 18. Film thickness effect on crown's shape at $t^*=3.55$ for $Wi = 1000$, $\beta = 0.1$, $We = 400$ and $\theta = 30$

نسبت ویسکوزیته ضخامت دیواره تاج کاهش یافته و همچنین میزان کشیدگی طول تاج افزایش می‌یابد.

در مطالعه حاضر، مدلسازی عددی برخورد قطره بر لایه سیال برای محدوده اعداد وبر $We = 200$ تا $We = 800$ نیز صورت گرفته شده است و نتایج به ازای زوایای برخورد مختلف در شکل ۲۱ ارائه شده است. نتایج به وضوح تأثیر شگرف عدد وبر بر دینامیک تشکیل تاج را بیان می‌کند. به صورت فیزیکی عدد وبر نشان دهنده نسبت نیروی اینرسی به نیروی کشش سطحی است. شکل ۲۱ به صورت کمی بیانگر افزایش ابعاد تاج با افزایش عدد وبر است. به عبارت دیگر در هر لحظه با افزایش عدد وبر طول پخش (S^*) و ارتفاع تاج (Z^*) افزایش می‌یابد. همچنین این شکل بیانگر این موضوع است که تأثیر عدد وبر بر ارتفاع تاج بیشتر از طول پخش دیواره تاج است. همچنین در این شکل قابل مشاهده است که تأثیر تغییرات عدد وبر بر دیواره سمت چپ بیشتر از دیواره سمت راست است. شکل ۲۲ شکل قطره در لحظه $t^* = 3/55$ را به ازای اعداد وبر مختلف نمایش می‌دهد. به ازای اعداد وبر بزرگ ($We = 800$) نیروی کشش سطحی در مقابل نیروهای اینرسی کوچکتر بوده و دیواره تاج تمایل به کشش و نازک‌تر شدن دارد، در حالی که در اعداد وبر کوچک ($We = 200$) نیروی کشش سطحی قوی‌تر ظاهر شده و از رشد ابعاد تاج جلوگیری می‌کند و در نتیجه آن دیواره تاج ضخامت بیشتری پیدا می‌کند. با توجه به این نتایج در لحظه $t^* = 3/55$ با افزایش عدد وبر از ۲۰۰ تا ۸۰۰ متغیر Z_L^* برای زوایای مختلف برخورد ۱۵، ۳۰ و ۴۵ به ترتیب ۰.۱۶٪، ۰.۲۲٪ و ۰.۵۵٪ افزایش می‌یابد و همچنین متغیر Z_R^* برای زوایای مختلف برخورد ۱۵، ۳۰ و ۴۵ درجه به ترتیب ۰.۱۳٪، ۰.۹٪ و ۰.۹٪ افزایش می‌یابد.

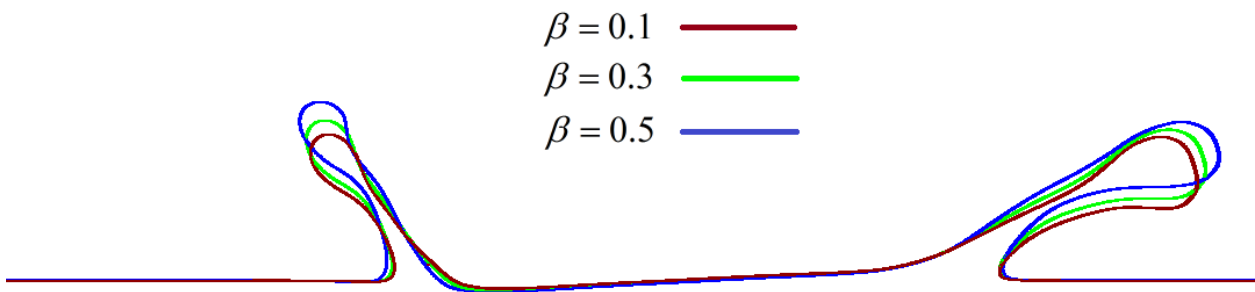
جنبشی قطره را ایفا کرده و در مرحله پخش سبب بزرگتر شدن طول پخش (S^*) در برخورد می‌گردد. در شکل ۱۸ اثر ضخامت لایه سیال بر شکل تاج در لحظه $t^* = 3/55$ نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، ضخامت دیواره تاج و زاویه دیواره تاج با افزایش ضخامت لایه سیال افزایش می‌یابد.

تأثیر نسبت ویسکوزیته بر دینامیک تشکیل تاج در شکل ۱۹ نمایش داده شده است. نسبت ویسکوزیته بیانگر نسبت سهم ویسکوزیته پلیمری به ویسکوزیته محلول در نرخ برش صفر است. با توجه به شکل ۱۹ تأثیر نسبت ویسکوزیته بر طول پخش (S^*) تاج ناچیز است. در سیالات نیوتنی تروگیلو و لی [۱۳] عدم وابستگی شعاع تاج به ویسکوزیته را به صورت نظری تأیید کردند که با توجه به مطالعه حاضر نیز عدم وابستگی شعاع تاج به تغییرات نسبت ویسکوزیته در سیالات ویسکوالاستیک مشخص گردیده است. از طرف دیگر شکل ۱۹ نشان دهنده افزایش ارتفاع تاج با افزایش نسبت ویسکوزیته است. با افزایش نسبت ویسکوزیته سهم ویسکوزیته پلیمری در محلول ویسکوالاستیک افزوده می‌شود که این افزایش سبب افزایش خواص الاستیک سیال ویسکوالاستیک می‌گردد. بنابراین اثر افزایش نسبت ویسکوزیته بر ارتفاع بدون بعد تاج شبیه به اثر عدد وایزنبرگ بر آن است. همچنین از این شکل می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر تغییرات نسبت ویسکوزیته بر ارتفاع دیواره سمت چپ (Z_L^*) بیشتر از تأثیر آن بر دیواره سمت راست (Z_R^*) است. رفتار هندسه تاج در زوایای برخورد مختلف نیز یکسان است. جهت مشاهده شکل تاج در نسبت ویسکوزیته‌های مختلف، شکل ۲۰ تأثیر این متغیر بر روی شکل تاج را در لحظه $t^* = 3/55$ نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل با افزایش



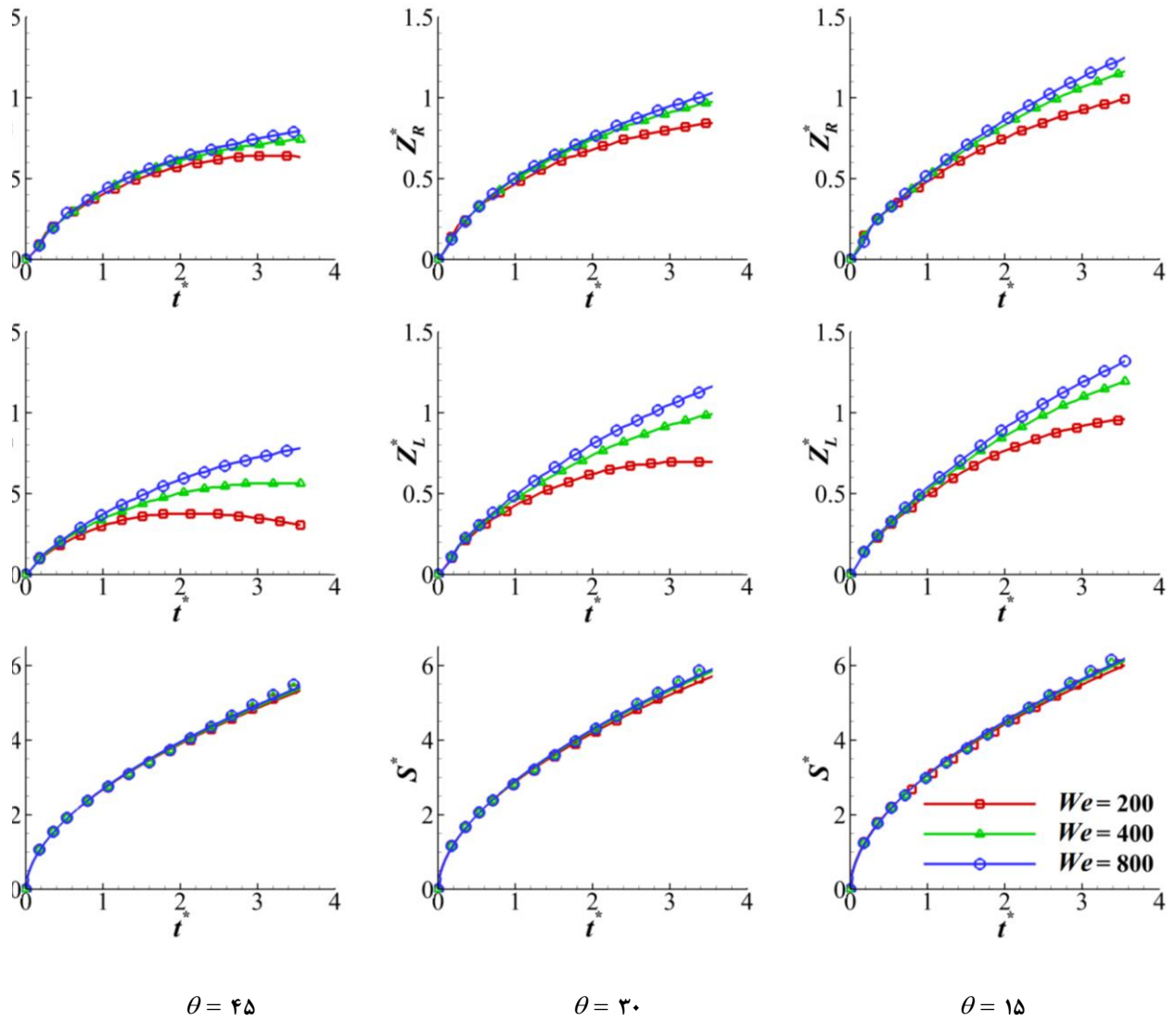
شکل ۱۹. تغییرات زمانی متغیرهای تاج با نسبت ویسکوزیته (β) به ازای $Wi = 1000$ ، $H = 0.2$ ، $We = 400$ و $\theta = 15$

Fig. 19. Time variation of crown's parameters with viscosity ratio for $Wi = 1000$, $H = 0.2$, $We = 400$ and $\theta = 15$



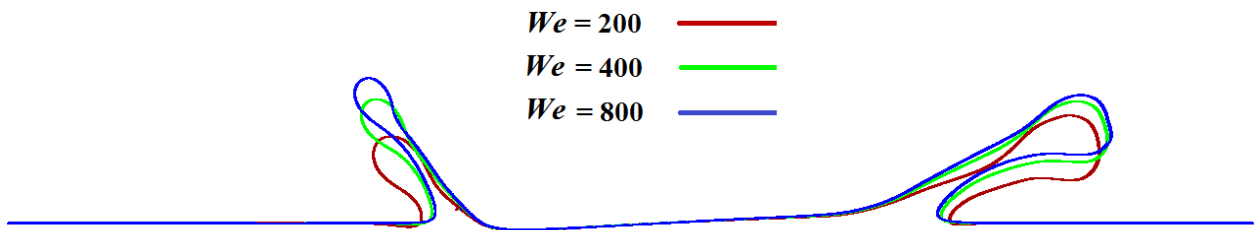
شکل ۲۰. اثر نسبت ویسکوزیته (β) بر شکل تاج در لحظه $t^* = 3.55$ به ازای $Wi = 1000$ ، $H = 0.2$ ، $We = 400$ و $\theta = 30$

Fig. 20. Viscosity ratio effect on crown's shape at $t^* = 3.55$ for $Wi = 1000$, $H = 0.2$, $We = 400$ and $\theta = 30$



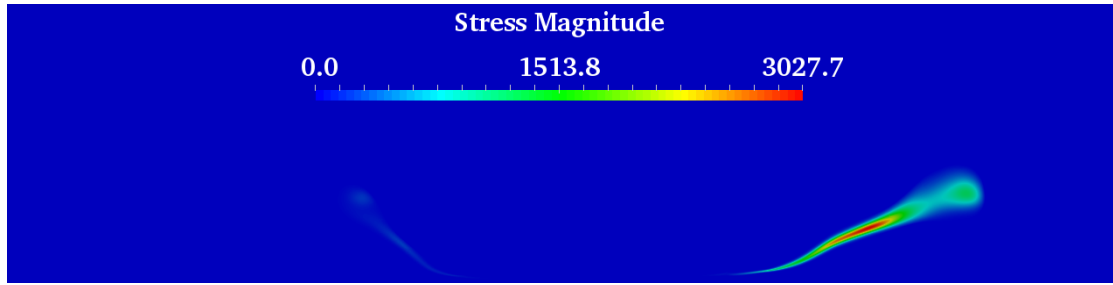
شکل ۲۱. تغییرات زمانی متغیرهای تاج با عدد وبر به ازای $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ و $Wi = 1000$

Fig. 21. Time variation of crown's parameters with Weber number for $H = 0.2$, $\beta = 0.1$ and $Wi = 1000$

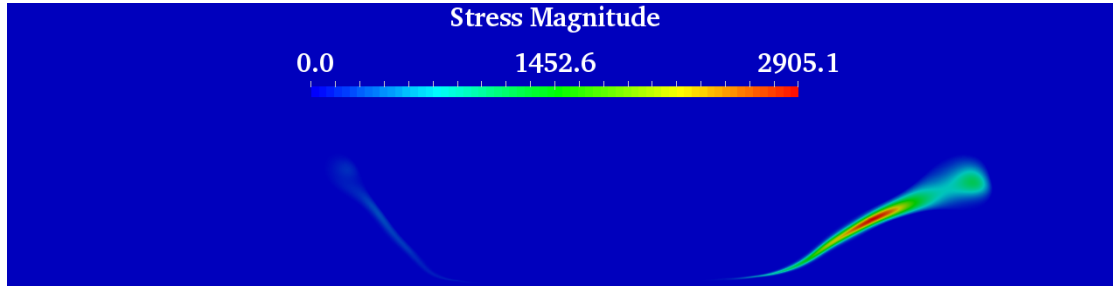


شکل ۲۲. اثر عدد وبر بر شکل تاج در لحظه $t^* = 3.55$ به ازای $Wi = 1000$ ، $H = 0.2$ ، $\beta = 0.1$ و $\theta = 30$

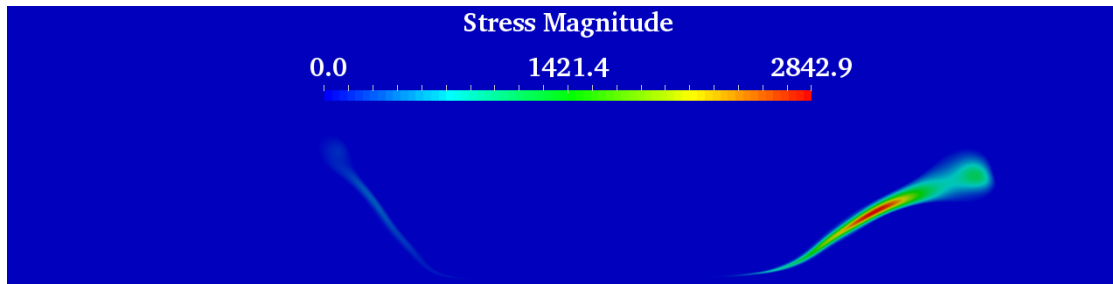
Fig. 22. Weber number effect on crown's shape at $t^* = 3.55$ for $Wi = 1000$, $H = 0.2$, $\beta = 0.1$ and $\theta = 30$



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲۳. توزیع تنش در تاج در لحظه $t^* = 3.55$ برای $Wi = 1000$ ، $\beta = 0.1$ ، $\theta = 30^\circ$ و $H = 0.2$ (الف) $We = 200$ ، (ب) $We = 400$ و (ج) $We = 800$

Fig. 23. Contour of stress magnitude at $t^*=3.55$ for $Wi = 1000$ ، $\beta = 0.1$ ، $\theta = 30^\circ$ ، $H = 0.2$ (a) $We = 200$ ، (b) $We = 400$ ، and (c) $We = 800$

تاج کمک می‌کند. تأثیر ثابت اختلاف تنش نرمال اول (رابطه ۱۲) بر برخورد قطره بر لایه سیال نیز مورد مطالعه قرار داده شده است. با توجه به شکل ۲۴ با افزایش ثابت اختلاف تنش نرمال اول ابعاد تاج گسترش یافته و در نتیجه پخش سیال در اثر برخورد افزایش می‌یابد. برخلاف سیالات نیوتنی، در سیالات ویسکوالاستیک اختلاف تنش نرمال اول مخالف صفر است و علت بروز رفتارهای متضاد و بعضاً پیچیده

به علاوه تغییرات طول پخش بدون بعد تاج (S^*) به ازای تغییرات عدد وبر از ۲۰۰ تا ۸۰۰ برای زوایای مختلف برخورد ۱۵، ۳۰ و ۴۵ درجه به ترتیب برابر $0.2/3$ ، $3/6$ و $5/2$ است. بنابراین بیشترین تأثیر عدد وبر بر ارتفاع دیواره چپ در زاویه ۴۵ درجه است و بیشترین تأثیر آن بر طول پخش در زاویه ۴۵ درجه است. شکل ۲۳ توزیع تنش در دیواره تاج را در لحظه $t^*=3.55$ نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل با افزایش عدد وبر میزان تنش در دیواره تاج کاسته شده و به رشد

در سیالات ویسکوالاستیک در اختلاف تنش‌های نرمال نهفته است. همچنین قابل ذکر است که با افزایش اختلاف تنش نرمال اول خواص الاستیک سیال افزوده شده و شاهد کاهش اتلافات ویسکوز در لایه سیال هستیم و در نتیجه این لایه شبیه به یک ذخیره کننده انرژی، انرژی جنبشی ناشی از برخورد را صرف رشد تاج‌ها می‌کند. از سویی دیگر، با توجه به شکل ۲۴، تأثیر تغییرات اختلاف تنش نرمال اول بر ارتفاع تاج (Z^*) بیشتر از طول پخش (S^*) است. با توجه به اختلاف تنش‌های نرمال اول ($\tau_x - \tau_y$)، با افزایش این پارامتر تنش‌ها در راستای محور X نسبت محور Y بیشتر شده و رشد تاج در راستای X ها نسبت راستای Yها کندتر صورت می‌گیرد.

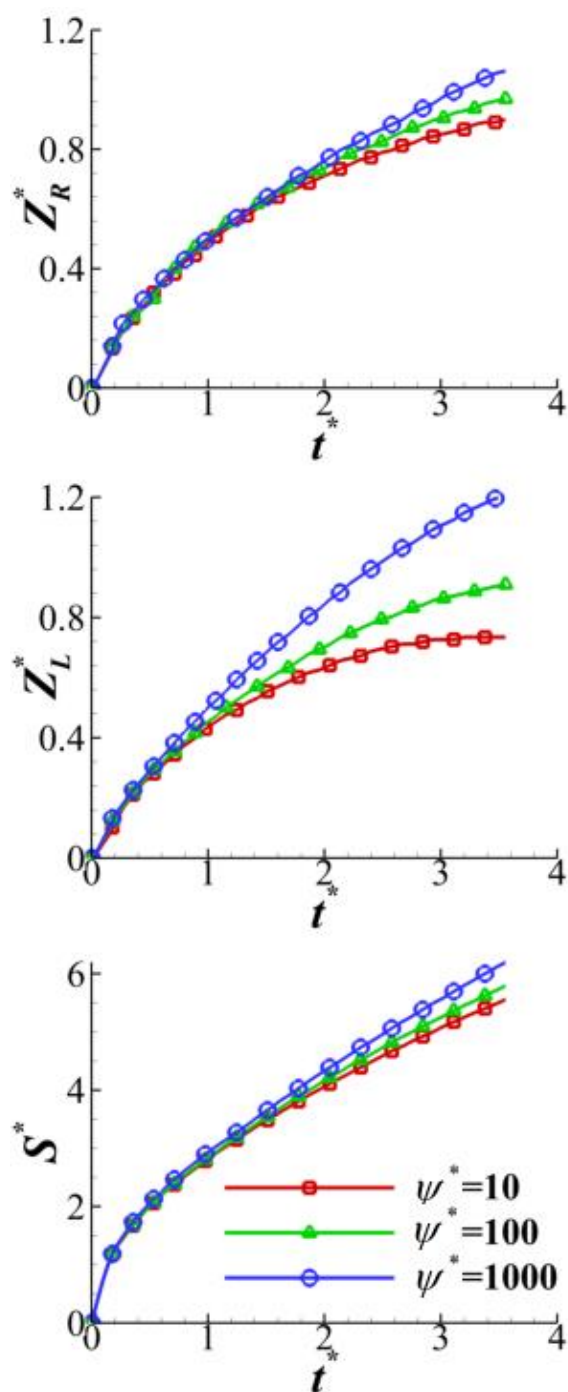
در سیالات ویسکوالاستیک نسبت نیروی الاستیک به نیروی اینرسی توسط عدد بدون بعد الاستیسیته بیان می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$El = \frac{Wi}{Re} = \frac{\eta_0 \lambda}{\rho D^2} \quad (21)$$

با توجه به این رابطه، در یک عدد الاستیسیته ثابت ($El = 6/66$) با افزایش عدد رینولدز اثرات نیروهای الاستیک نیز باید بیشتر شود. در شکل ۲۵ نیز می‌توان به وضوح این مورد را مشاهده کرد که با افزایش عدد رینولدز اندازه اختلاف تنش‌های نرمال اول ($\tau_x - \tau_y$) افزایش می‌یابد. اختلاف تنش نرمال اول رابطه مستقیم با خواص الاستیک سیال دارد.

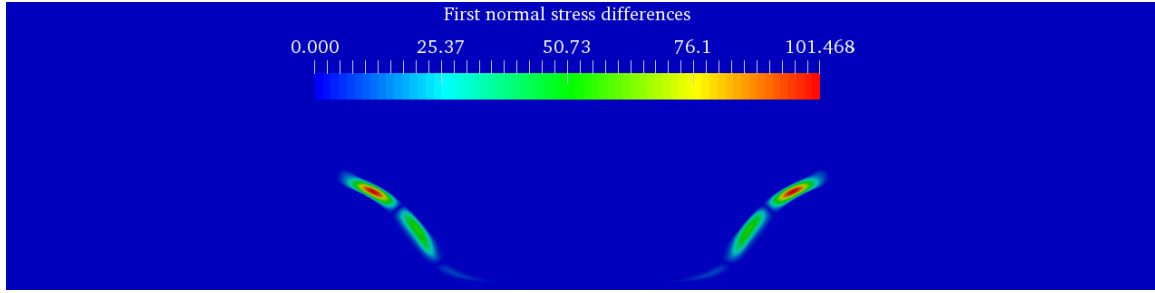
۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر دینامیک تشکیل تاج بر اثر برخورد مایل قطره بر روی لایه سیال در سیالات غیرنیوتنی ویسکوالاستیک به صورت عددی و در حالت دوبعدی مدل‌سازی شده است. حل عددی معادلات حاکم توسط روش حجم محدود است و از روش حجم سیال جهت ردگیری مرز بین سیال استفاده شده است. نتایج به ازای محدوده‌ای از اعداد بدون بعد و اینزبرگ، نسبت ویسکوزیته، عدد وبر، ضخامت لایه سیال و زاویه برخورد قطره ارائه شد. هدف اصلی مسئله حاضر مطالعه اثر سیالات ویسکوالاستیک بر تشکیل و رشد تاج در برخورد مایل

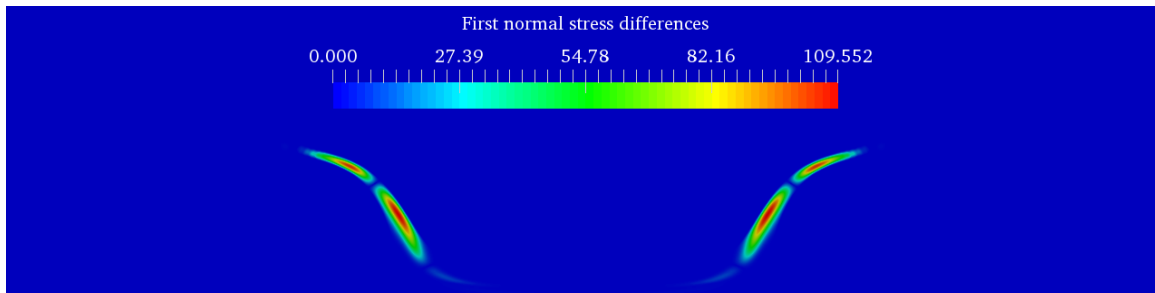


شکل ۲۴. تغییرات زمانی متغیرهای تاج با ثابت اختلاف تنش نرمال اول به ازای $H = 0.2$ ، $We = 400$ و $\theta = 30^\circ$

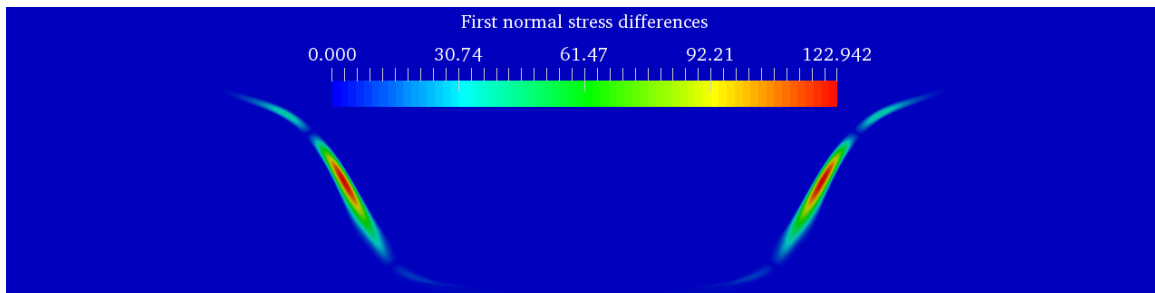
Fig. 24. Time variation of crown's parameters with first normal stress differences for $H = 0.2$, $We = 400$ and $\theta = 30$



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲۵. توزیع اندازه اختلاف تنش نرمال اول برای $\beta = 0.1$ ، $\theta = 0$ ، $H = 0.2$ ، $We = 400$ (الف) $Re = 100$ ، (ب) $Re = 150$ و (ج) $Re = 200$

Fig. 25. Contour of stress magnitude for $\beta = 0.1$, $\theta = 0$, $H = 0.2$, $We = 400$ (a) $Re = 100$, (b) $Re = 150$, and (c) $Re = 200$

- قطره بر لایه سیال است. جهت ارائه دینامیک رشد تاج از متغیرهای بدون بعد طول پخش (S^*) و ارتفاع (Z^*) تاج استفاده شده است. نتایج نشان دهنده موارد زیر است:
- افزایش رشد ابعاد تاج با افزایش خواص الاستیک (عدد وایزنبِگ) سیال همراه است.
- در هر لحظه با افزایش نسبت ویسکوزیته سیال (β) ارتفاع تاج افزایش می‌یابد.
- نتایج به ازای زوایای مختلف برخورد حاکی از آن است که افزایش زاویه برخورد بر میزان رشد ارتفاع تاج اثر بیشتری دارد.
- در زمان‌های مختلف با ضخیم‌تر شدن لایه سیال طول پخش تاج کاهش و ارتفاع دیواره‌های تاج افزایش می‌یابد.
- اثر اختلاف تنش نرمال اول بر روی این مسئله همانند عدد وایزنبِگ است.
- عدد وبر تأثیر شگرف بر دینامیک تشکیل و رشد تاج دارد.

λ	زمان رهایی از تنش، S
θ	زاویه برخورد
ρ	چگالی، kg.m^{-3}
σ	ضریب کشش سطحی، kg.s^{-2}
τ	تنش، $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$
ψ	اختلاف تنش، $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$

به صورتی که با کاهش عدد وبر، کشش سطحی بین دو سیال افزایش و سبب کنترل رشد تاج می‌گردد.

نتایج این مطالعه در درک بهتر خواص الاستیک سیال در پدیده برخورد قطره بر سطوح تر در کاربردهای متفاوتی همچون پاشش رنگ، فرایندهای پوشش دهی و صنایع چاپ کمک شایانی می‌کند.

فهرست علائم

زیرنویس

L	چپ
s	حلال
p	پلیمر
R	راست

پیوست الف:

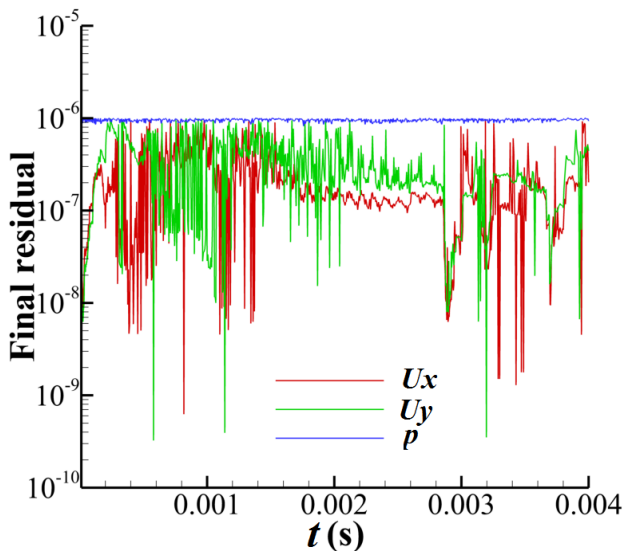
در نمودارهای زیر مقادیر باقیمانده‌ها برای متغیرهای موجود در مسئله آورده شده است.

علائم انگلیسی

Bo	عدد بوند
D	قطر قطره، m
F	نیروی حجمی، kg.m.s^{-2}
g	شتاب گرانش، m.s^{-2}
h	ضخامت لایه سیال، m
H	ضخامت بدون بعد لایه سیال
p	فشار، $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$
S	طول پخش، m
S^*	طول پخش بدون بعد قطره
Re	عدد رینولدز
t	زمان، S
t^*	زمان بدون بعد
v	سرعت، m.s^{-1}
We	عدد وبر
Wi	عدد وایزنبرگ
Z	ارتفاع تاج، m
Z^*	ارتفاع بدون بعد تاج

علائم یونانی

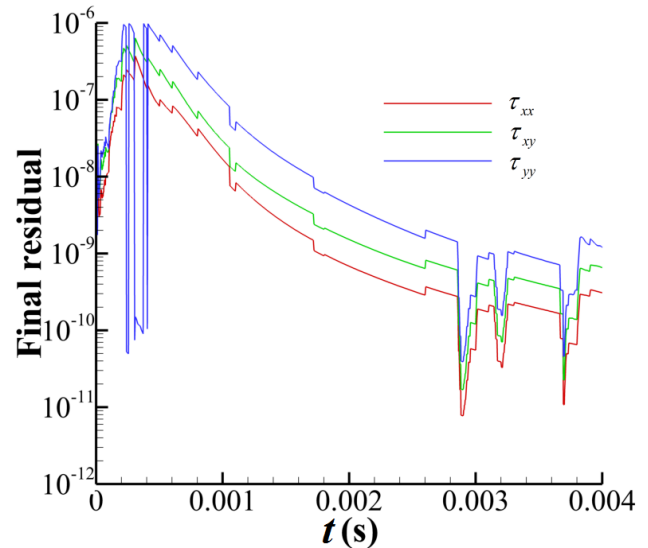
β	نسبت ویسکوزیته
ε	نرخ تغییر شکل، $1/s$
ϕ	کسر حجمی سیال
η	ویسکوزیته سیال، $\text{kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$



شکل پیوست ۱. باقیمانده‌ها برای متغیرهای سرعت و فشار

Appendix Fig. 1. Residual of velocity and pressure fields

- drop onto very thin liquid films, *Physics of Fluids*, 12(9) (2000) 2155-2158.
- [8] R. Rioboo, C. Bauthier, J. Conti, M. Voué, J. De Coninck, Experimental investigation of splash and crown formation during single drop impact on wetted surfaces, *Experiments in Fluids*, 35(6) (2003) 648-652.
- [9] A.L. Yarin, D.A. Weiss, Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity, *Journal of Fluid Mechanics*, 283 (2006) 141-173.
- [10] Z. Levin, P.V. Hobbs, Splashing of Water Drops on Solid and Wetted Surfaces: Hydrodynamics and Charge Separation, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 269(1200) (1971) 555-585.
- [11] G.E. Cossali, M. Marengo, A. Coghe, S. Zhdanov, The role of time in single drop splash on thin film, *Experiments in Fluids*, 36(6) (2004) 888-900.
- [12] C. Josserand, S. Zaleski, Droplet splashing on a thin liquid film, *Physics of Fluids*, 15(6) (2003) 1650-1657.
- [13] M.F. Trujillo, C.F. Lee, Modeling crown formation due to the splashing of a droplet, *Physics of Fluids*, 13(9) (2001) 2503-2516.
- [14] I.V. Roisman, C. Tropea, Impact of a drop onto a wetted wall: description of crown formation and propagation, *Journal of Fluid Mechanics*, 472 (2002) 373-397.
- [15] S. Mukherjee, J. Abraham, Crown behavior in drop impact on wet walls, *Physics of Fluids*, 19(5) (2007) 052103.
- [16] G. Coppola, G. Rocco, L. de Luca, Insights on the impact of a plane drop on a thin liquid film, *Physics of Fluids*, 23(2) (2011) 022105.
- [17] M. Cheng, J. Lou, A numerical study on splash of oblique drop impact on wet walls, *Computers & Fluids*, 115 (2015) 11-24.
- [18] Z. Chen, C. Shu, Y. Wang, L.M. Yang, Oblique drop impact on thin film: Splashing dynamics at moderate impingement angles, *Physics of Fluids*, 32(3) (2020) 033303.



شکل پیوست ۲. باقیمانده‌ها برای متغیر تنش

Appendix Fig. 2. Residual of stress field

منابع

- [1] M. Rieber, A. Frohn, A numerical study on the mechanism of splashing, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20(5) (1999) 455-461.
- [2] A.M. Worthington, *A Study of Splashes*, Longmans, Green, and Company, 1908.
- [3] S.L. Manzello, J.C. Yang, An experimental study of a water droplet impinging on a liquid surface, *Experiments in Fluids*, 32(5) (2002) 580-589.
- [4] M. Rein, Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces, *Fluid Dynamics Research*, 12(2) (1993) 61-93.
- [5] M. Rein, Wave Phenomena During Droplet Impact, in: S. Morioka, L. Van Wijngaarden (Eds.) *IUTAM Symposium on Waves in Liquid/Gas and Liquid/Vapour Two-Phase Systems*, Springer Netherlands, Dordrecht, 1995, pp. 171-190.
- [6] G.E. Cossali, A. Coghe, M. Marengo, The impact of a single drop on a wetted solid surface, *Experiments in Fluids*, 22(6) (1997) 463-472.
- [7] A.-B. Wang, C.-C. Chen, Splashing impact of a single

- Numerical Methods in Fluids, 88(12) (2018) 521-543.
- [24] A. Mohammad Karim, Experimental dynamics of Newtonian non-elastic and viscoelastic droplets impacting immiscible liquid surface, AIP Advances, 9(12) (2019) 125141.
- [25] M.R. Rezaie, M. Norouzi, M.H. Kayhani, S.M. Taghavi, Numerical analysis of the drop impact onto a liquid film of non-linear viscoelastic fluids, Meccanica, (2021).
- [26] A. Komeili Birjandi, M. Norouzi, M.H. Kayhani, A numerical study on drop formation of viscoelastic liquids using a nonlinear constitutive equation, Meccanica, 52(15) (2017) 3593-3613.
- [27] R.B. Bird, R.B. Bird, R.C. Armstrong, O. Hassager, Dynamics of Polymeric Liquids, Volume 1: Fluid Mechanics, Wiley, 1987.
- [28] C.W. Hirt, B.D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, Journal of Computational Physics, 39(1) (1981) 201-225.
- [29] O. Shonibare, Numerical Simulation of Viscoelastic Multiphase Flows Using an Improved Two-phase Flow Solver, (2017).
- [19] T. Okawa, K. Kubo, K. Kawai, S. Kitabayashi, Experiments on splashing thresholds during single-drop impact onto a quiescent liquid film, Experimental Thermal and Fluid Science, 121 (2021) 110279.
- [20] J. Lampe, R. DiLalla, J. Grimaldi, J.P. Rothstein, Impact dynamics of drops on thin films of viscoelastic wormlike micelle solutions, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 125(1) (2005) 11-23.
- [21] M.F. Tomé, L. Grossi, A. Castelo, J.A. Cuminato, S. McKee, K. Walters, Die-swell, splashing drop and a numerical technique for solving the Oldroyd B model for axisymmetric free surface flows, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 141(2) (2007) 148-166.
- [22] M.F. Tomé, S. McKee, K. Walters, A computational study of some rheological influences on the “splashing experiment”, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 165(19) (2010) 1258-1264.
- [23] D. Izbassarov, M.E. Rosti, M.N. Ardekani, M. Sarabian, S. Hormozi, L. Brandt, O. Tammisola, Computational modeling of multiphase viscoelastic and elastoviscoplastic flows, International Journal for

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. R. Rezaie, M. Norouzi, M. H. Kayhani, S. M. Taghavi, Numerical Investigation on the Fluid Elasticity Effect in the Impact of Oblique Drop onto Liquid Film, Amirkabir J. Mech Eng., 54(1) (2022) 3-30.

DOI: 10.22060/mej.2021.19488.7036



