



دانشگاه صنعتی امیر کبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و هفت، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۳۳ تا ۴۵
Vol. 47, No. 1, Summer 2015, pp. 33-45



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)
Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)
(AJSR - ME)

بررسی تجربی کاهش درگ حبابی در حضور جریان محوری در یک سیستم تیلور - کوئت

رضا مریمی^{۱*}، سعید فراهت^۲، محمد حسین شفیع میام^۳، سید مرتضی جوادپور^۴

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، سیستان و بلوچستان، ایران

۳- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، سیستان و بلوچستان، ایران

۴- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، سیستان و بلوچستان، ایران

(دریافت ۱۳۹۱/۶/۵، پذیرش ۱۳۹۳/۱۲/۱۰)

چکیده

بهبود کاهش دراگ اصطکاکی به دلیل حضور حباب‌های کوچک و جریان محوری با استفاده از یک سیستم تیلور کوئت بطور تجربی مورد بررسی قرار می‌گیرد. هنگامی که عدد رینولدز دورانی از ۵۰۰۰ تا ۷۰۰۰۰ تغییر می‌کند، شرایط جریان کاملاً آشفته است و گردابه‌های تیلور بین استوانه‌های هم مرکز ظاهر می‌شوند. درحالی که حباب‌های هوا و جریان محوری از قسمت پایینی سامانه داخل فضای حلقوی تزریق می‌شوند، گشتاور اعمالی روی استوانه‌ی داخلی دوار و رفتار حباب‌ها اندازه‌گیری می‌شوند. به منظور جلوگیری از خصوصیات سطحی نامشخص و ایجاد توزیعی از حباب‌های با اندازه‌ی تقریباً یکسان، از آب مقطر استفاده می‌شود. قطر حباب‌ها به کمک فرایند پردازش تصویر اندازه‌گیری می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که جریان محوری در غیاب حباب‌ها سبب کاهش دراگ اصطکاکی می‌شود. علاوه بر این مشاهده می‌شود که جریان محوری اثر مثبت حباب‌ها را روی کاهش دراگ بهبود می‌بخشد. در این حالت کاهش دراگی در حدود ۲۸٪ بدست آمده است که با افزایش عدد رینولدز دورانی کاهش می‌یابد.

کلمات کلیدی

میکرو حباب، تیلور - کوئت، درگ اصطکاکی، جریان آشفته، جریان محوری.

* نویسنده مسئول و عهده دار مکاتبات Email: r.maryami@gmail.com

۱- مقدمه

در سال ۱۹۷۶، اثر اشباع گازی روی کاهش درگ پوسته‌ای ایجاد شده توسط میکروحباب‌ها را بررسی کردند. بررسی تغییرات خواص لایه مرزی مغشوش با گرادیان فشار صفر، در حضور میکروحباب‌ها توسط مدون و همکاران [۳] در سال ۱۹۸۴ انجام شد. نتایج نشان دادند که نیروی شناوری نقش موثری در کاهش درگ میکروحبابی دارد. مدون و همکاران [۴] در سال ۱۹۸۵ با انجام آزمایش‌هایی در زمینه‌ی کاهش درگ میکروحبابی نشان دادند که مقدار کاهش درگ پوسته‌ای به غلظت حجمی حباب‌ها و توزیع آنها در لایه‌ی بافری بستگی دارد. پال [۵] در سال ۱۹۸۹ در طی آزمایشی به وجود تفاوت‌هایی میان مقادیر کاهش درگ پوسته‌ای ایجاد شده توسط هلیم و هوا پی برد. ترکیب پلیمرها و میکروحباب‌ها برای کاهش درگ روی یک مدل با تقارن محوری توسط فانتین و همکاران [۶] در سال ۱۹۹۹ آزمایش شد. شیوه‌ی تابع چگالی معین (*MDF*) به منظور شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان‌های حبابی توسط کانا و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۱ استفاده شد. آنها نشان دادند که میکروحباب‌ها در کاهش انرژی اغتشاشات موثرند. علاوه بر این، شبیه‌سازی‌های عددی مستقیم (*DNS*) روی حباب‌ها در جریان آشفته توسط ایکس یو و همکاران [۸] در سال ۲۰۰۲ انجام پذیرفت. نتایج، کاهش درگ گذارایی را برای حباب‌های بزرگ و کاهش درگ پایداری را برای حباب‌های کوچک نشان دادند. لو و همکاران [۹] در سال ۲۰۰۵ تاثیر تزریق حباب‌های نسبتا بزرگ را روی کاهش درگ اصطکاکی بررسی کردند. در همین زمینه مورای و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۷ نشان دادند که کاهش درگ میکروحبابی به شدت به لایه‌ی برشی و اندازه‌ی حباب‌ها وابسته است.

طبق تحقیقات صورت گرفته مشخص شده است که کاهش درگ واقعی در وضعیت کاملا پیچیده‌ای رخ می‌دهد و مطالعه‌ی مکانیزم آن دشوار است. به منظور حل این مشکل در سال‌های اخیر علاوه بر بررسی کاهش درگ میکروحبابی در جریان‌های داخلی (جریان در لوله‌ها و کانال‌ها) و جریان‌های خارجی (جریان روی سطح تخت، جریان روی جسم با تقارن محوری)، تحقیقات مشابهی در سیستم‌های تیلور- کوئت انجام شده است. مزیت استفاده از این سیستم‌ها، در نظر گرفتن فرایند کاهش درگ به صورت دائمی است، در حالی که در دیگر سیستم‌ها این فرایند باید به صورت غیر دائم در نظر گرفته شود.

سیستم‌های تیلور- کوئت متشکل از دو استوانه‌ی هم مرکز است که استوانه‌ی داخلی یا خارجی متحرک و دیگری ثابت

روزانه مقداری انرژی برای حفظ حرکت اجسام متحرک در سیال مایع و یا حرکت یک سیال مایع روی یک سطح جامد مورد استفاده قرار می‌گیرد. متأسفانه بخش زیادی از این انرژی همواره صرف غلبه بر نیروهای مقاوم می‌شود. یکی از این نیروها، نیروی درگ است. درگ هیدرودینامیکی در حالت کلی دارای سه شکل اصطکاکی، فشاری و موجی است. از بین این سه نیروی درگ، درگ اصطکاکی از بیشترین اهمیت برخوردار است، چراکه حدود ۶۰٪ درگ هواپیماها و ۹۰٪ درگ اجسام متحرک زیر آب به علت درگ اصطکاکی است.

درگ بالا علاوه بر تحمیل هزینه‌های سنگین ناشی از مصرف بالای سوخت، تبعات دیگری از جمله آلودگی زیست محیطی را به همراه دارد. از این رو مسأله‌ی کاهش درگ به خصوص درگ اصطکاکی از چندین دهه‌ی قبل موضوع بسیاری از تحقیقات بوده است و روش‌های متعددی برای کاهش آن پیشنهاد شده است. این روش‌ها در حالت کلی به دو دسته تقسیم می‌شوند؛ دسته‌ی اول روش‌هایی هستند که با کنترل لایه مرزی، تحول به اغتشاش را به تعویق می‌اندازند (به عنوان مثال ایجاد گرادیان فشار موافق، مکش روی دیواره، سرد کردن گازه‌ها و گرم کردن مایعات). دسته دوم روش‌هایی هستند که با تاثیر روی ساختار جریان آشفته، درگ اصطکاکی را کاهش می‌دهند (به عنوان مثال تزریق سیال گازی به داخل لایه مرزی، استفاده از محلول‌های پلیمری، پوشش‌های موافق و ریبلت‌ها).

از میان روش‌های اشاره شده در بالا، روش تزریق سیال گازی به داخل لایه مرزی به سبب دارا بودن زمینه‌ی مناسب برای کاربردهای عملی و مزایایی چون ارزان بودن و عدم ایجاد آلاینده‌ی، به عنوان یک روش نوید بخش مورد توجه قرار گرفته است. در این روش با رهاسازی مقادیر مناسب گاز در لایه مرزی اطراف جسم شناور و ایجاد یک مخلوط دو فازی با دانسیته‌ی پایین تر نسبت به آب، مقاومت اصطکاکی سیال در برابر حرکت جسم به شدت کاهش می‌یابد.

۱-۲- تاریخچه‌ی کاهش درگ میکروحبابی

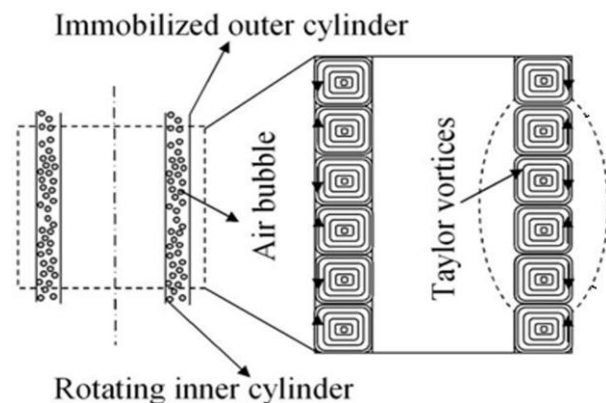
ایده‌ی استفاده از سیال گازی برای روان‌سازی حرکت اجسام شناور به سال‌های ۱۸۸۰ باز می‌گردد، اما در عین حال اولین مطالعه‌ی کاربردی ثبت شده در این زمینه در سال ۱۹۷۳ انجام پذیرفته است. در این مطالعه‌ی تجربی مک کرمیک و بتاچاریا [۱] به کاهش درگ ۳۰٪ دست یافتند. بگوویچ و همکاران [۲]

های تیلور منجر به افزایش پایداری جریان‌های تیلور-کوئت می‌شود. شیومی و همکاران [۲۰] در سال ۱۹۹۳، آخن و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۰۰ و هوبازس و ورونسکی [۲۲] در سال ۲۰۰۴ بطور تجربی الگوهای جریان دوفازی ایجاد شده در یک سیستم تیلور-کوئت را در حضور جریان محوری مطالعه کردند. ون در برگ و همکاران [۲۳] در سال ۲۰۰۵ به بررسی اثر میکروحباب‌ها و همچنین اثر ذرات شناور روی کاهش درگ در جریان آشفته‌ی تیلور-کوئت پرداختند. نتایج نشان دادند که بیشترین کاهش درگ در بزرگترین عدد رینولدز بوقوع می‌پیوندد. علاوه بر این، ذرات شناور در مقایسه با میکروحباب‌ها کاهش درگ ناچیزی را ایجاد می‌کنند. ون در برگ و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۰۷ اثر زبری دیواره در سیستم‌های تیلور-کوئت را روی پدیده‌ی کاهش درگ میکروحبابی در جریان آشفته بررسی کردند. آنها نشان دادند که دیوار صاف کاهش درگ میکروحبابی را بطور قابل توجهی افزایش می‌دهد و زبری دیواره اثری روی این کاهش درگ ندارد. بررسی اثر میکروحباب‌ها روی کاهش درگ و همچنین الگوهای توزیع حباب در حرکت گردابه‌ای در سیستم‌های تیلور-کوئت توسط مورای و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۰۸ انجام شد. در این تحقیق گزارش شد که میکروحباب‌ها با کاهش چگالی سیال و انبساط گردابه‌های تیلور سبب کاهش درگ می‌شوند. علاوه بر کارهای تجربی انجام شده در این زمینه، مطالعه‌ای نیز با استفاده از شبیه‌سازی عددی توسط سوگی یاما و همکاران [۲۶] در سال ۲۰۰۸، صورت پذیرفت. نتایج این مطالعه نشان دادند که تعلیق و رهاسازی مقادیر بسیار کمی از حباب‌های کوچک تغییر شکل ناپذیر، کاهش درگ پایداری در حدود ۲۰٪ در جریان تیلور-کوئت را در پی خواهد داشت.

۱-۴-هدف تحقیق

طبق تحقیقات اخیر مشخص شده است که میکروحباب‌ها با کاهش دانسیته‌ی جریان و همچنین انتقال مومنتم منجر به کاهش درگ اصطکاکی در جریان‌های تیلور-کوئت می‌شوند. از طرفی نتایج برخی مطالعات عددی و تجربی نشان می‌دهند که جریان محوری به تنهایی با میرا کردن گردابه‌های تیلور سبب پایداری جریان‌های تیلور-کوئت و همچنین کاهش اتلافات در این جریان‌ها می‌شود. تاکنون اثر میکروحباب‌ها و جریان‌های محوری بطور هم‌زمان روی کاهش اتلافات اصطکاکی در جریان‌های تیلور-کوئت بررسی نشده است. بنابراین در تحقیق حاضر بطور تجربی اثر این دو عامل روی کاهش درگ در جریان تیلور-کوئت مطالعه می‌شود.

است. البته ممکن است هر دو استوانه بطور هم زمان متحرک باشند. در یک سیستم تیلور-کوئت با استوانه‌ی داخلی متحرک و استوانه‌ی خارجی ثابت، چنانچه سرعت زاویه‌ای از صفر افزایش یابد، تا قبل از یک سرعت زاویه‌ای مشخص (سرعت زاویه‌ای بحرانی) جریان در فضای حلقوی آرام است. این جریان آرام که به صورت برشی است، جریان کوئت نامیده می‌شود. هنگامی که سرعت زاویه‌ای بیشتر از سرعت بحرانی می‌شود، گردابه‌هایی در جریان تحت عنوان گردابه‌های تیلور ظاهر می‌شوند. این گردابه‌ها در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. در این حالت جریان تیلور-کوئت در سیستم برقرار است. هنگامی که سرعت زاویه‌ای استوانه‌ی داخلی خیلی افزایش می‌یابد، جریان در سیستم آشفته می‌شود. در شرایطی که افزایش سرعت بیش از حد باشد، جریان کاملا آشفته خواهد شد و گردابه‌های تیلور تخریب می‌شوند.

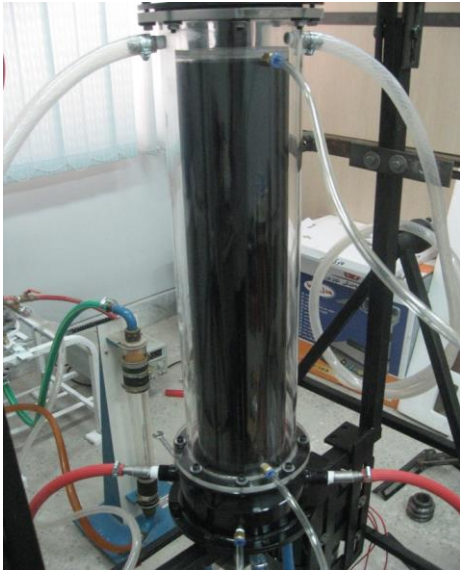


شکل (۱): نمایی از تشکیل گردابه‌های تیلور در فضای حلقوی بین دو استوانه‌ی هم مرکز

۱-۳-تاریخچه‌ی مطالعه‌ی جریان‌های تیلور-کوئت

اولین مطالعات تجربی بر روی جریان‌های تیلور-کوئت توسط کوئت [۱۱] در سال ۱۸۹۰ و مالوک [۱۲] در سال ۱۸۹۶ انجام پذیرفتند. آنها با اندازه‌گیری نیروی درگ اعمالی روی استوانه‌ی دوار، ویسکوزیته‌ی آب را اندازه‌گیری کردند و ناپایداری جریان را مورد بررسی قرار دادند. چند سال بعد ریلی [۱۳] در سال ۱۹۱۶ و تیلور [۱۴] در سال ۱۹۲۳ اولین مطالعات را روی شرایط ناپایداری جریان محصور بین دو استوانه‌ی هم مرکز انجام دادند. بررسی ناپایداری جریان‌های تیلور-کوئت در حضور جریان محوری توسط کرونیس [۱۵] در سال ۱۹۳۳، گول دستین [۱۶] در سال ۱۹۳۷، چاندراسخار [۱۷] در سال ۱۹۶۰، دی پریمما [۱۸] در سال ۱۹۶۰ و دانلی و فالتز [۱۹] در سال ۱۹۶۰ انجام شد. آنها گزارش کردند که جریان محوری با میرا کردن گردابه-

۲- سیستم آزمایشگاهی



شکل (۲): قسمت تحت آزمایش

فضای بین دو استوانه با آب خالص (مقطر) به عنوان سیال عامل پر شده است تا از هرگونه ناخالصی عاری باشد. زیرا طبق تحقیقات، شن و همکاران [۲۷] در سال ۲۰۰۶ و همچنین موری و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۰۸ ناخالصی‌های موجود در آب مانند نمک و دیگر محلول‌های فعال در سطح، روی اندازه‌ی حباب‌ها و در نتیجه اصطکاک پوسته‌ای موثرند.

۲-۲- سیستم گردش جریان

سیستم گردش جریان سبب برقراری جریانی در راستای محور استوانه‌ها (در جهت محوری) در فضای حلقوی می‌شود. این سیستم شامل یک پمپ جریان مستقیم دور متغیر، فلومتر، صاف‌کننده برای آرام کردن جریان ورودی به سیستم و مخزن برای ذخیره‌سازی سیال و خارج ساختن حباب‌های وارد شده به سیال است. در قسمت بالایی مخزن غشایی قرار داده شده است که به خارج شدن حباب‌ها از آب کمک می‌کند.

۲-۳- سیستم تزریق هوا

برای تزریق هوا به سیستم و ایجاد حباب در آن از یک کمپرسور با حداکثر فشار ۸bar استفاده شده است. دبی جریان هوا با یک سنسور سیم داغ اندازه‌گیری می‌شود. دقت این دبی‌سنج $1/100 m^3/min$ است. در ادامه هوا برای تزریق، به سمت نازل‌هایی می‌رود که در قسمت پایینی سیستم نصب شده‌اند.

۲-۴- سیستم محرکه

برای دوران استوانه‌ی داخلی، از یک موتور جریان متناوب با حداکثر سرعت دورانی $3000 rpm$ و توان $1/5 hp$ استفاده شده است.

در حالت کلی سیستم تیلور-کوئت طراحی شده در این تحقیق با قابلیت باز گردش مایع و تزریق حباب‌ها شامل چند قسمت اصلی است که عبارتند از: قسمت تحت آزمایش، سیستم گردش جریان، سیستم تزریق هوا و سیستم محرکه که در ادامه هر یک از این قسمت‌ها و نحوه‌ی کارکرد آنها توضیح داده خواهد شد.

جدول (۱): شرایط آزمایش

$\rho_w = 996/95 \text{ kg/m}^3$	چگالی آب
$v_w = 0/9025 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	ویسکوزیته‌ی سینماتیکی آب
25°C	دمای آب
$50 < \omega < 975 \text{ rpm}$	سرعت دورانی
$0 \leq Q_a \leq 6/280 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$	دبی جریان هوا
$5/51 \times 10^{-5} \leq Q_a \leq 8/41 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$	دبی جریان آب
$5000 < Re_w < 70000$	عدد رینولدز دورانی
$299/15 < Re_a < 457/95$	عدد رینولدز محوری
$41/66 \times 10^{-5} < Ta < 81/66 \times 10^{-7}$	عدد تیلور
$0 < \alpha < 10\%$	کسر حجمی
$13/7 \times 10^{-2} \leq v_w \leq 20/66 \times 10^{-2} \text{ m/s}$	سرعت متوسط آب
$0/8 - 1/5 \text{ mm}$	قطر حباب

۲-۱- قسمت تحت آزمایش

ناحیه‌ی تحت آزمایش فضای حلقوی بین دو استوانه‌ی هم مرکز است. این قسمت در شکل (۲) نشان داده شده است. قطر خارجی استوانه‌ی متحرک داخلی برابر با 120 mm و طول آن 630 mm است. این استوانه از پلکسی گلاس شفاف ساخته شده است و داخل آن به رنگ سیاه درآورده شده است. دلیل این کار سهولت در مجسم ساختن جریان بین دو استوانه است. استوانه‌ی خارجی ثابت متشکل از دو قسمت است. قسمت بالایی، استوانه-ای با قطر داخلی 140 mm و طول 600 mm است. این قسمت از رزین اکریلیک شفاف ساخته شده است. قسمت پایینی، یک نازل هم‌گرا کننده است (شکل (۲)). این نازل دارای انحنای مشخص است که مقدار آن با توجه به محاسبات صورت گرفته در طی مرحله‌ی طراحی تعیین شده است. طول این قطعه 100 mm است.

۳-۱-۲- عدد رینولدز محوری

عدد رینولدز محوری بر مبنای میانگین سرعت جریان در فضای حلقوی و همچنین اختلاف شعاع استوانه‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re_a = \frac{v_m 2\delta}{v_w} \quad (2)$$

۳-۲- عدد تیلور

در جریان تیلور-کوئنت زمان ناپایدار شدن جریان یا زمان پدیدار شدن گردابه‌های تیلور علاوه بر عدد رینولدز دورانی به فاصله‌ی شعاعی بین دو استوانه‌ی مرکز بستگی دارد. این دو پارامتر در عدد بدون بعدی با عنوان عدد تیلور جمع می‌شوند که به صورت رابطه‌ی (۳) تعریف می‌شود:

$$Ta = Re_\omega^2 \frac{\delta}{r_1} = \frac{\omega^2 r_1 \delta^3}{v_w^2} \quad (3)$$

در یک سیستم تیلور-کوئنت ساده گردابه‌ها تیلور زمانی در جریان ظاهر می‌شوند که عدد تیلور بزرگتر از 1.7×10^3 شود [۲۹]. جریان محوری روی پیدایش گردابه‌های تیلور و ناپایداری جریان در سیستم‌های تیلور-کوئنت موثر است. طبق نتایج دورفمن [۳۰] در سال ۱۹۶۳ و با توجه به بازه‌ی تغییرات عدد تیلور و عدد رینولدز محوری (جدول ۱) در کار حاضر می‌توان گفت که در تحقیق پیش رو جریان، آشفته و شامل گردابه‌های تیلور است.

۳-۳- کسر حجمی

کسر حجمی پارامتری است که غلظت حباب‌ها در جریان را نشان می‌دهد. به دلیل این که در سیستم جریان محوری و تزریق حباب‌ها بطور هم‌زمان اعمال می‌شوند، بنابراین کسر حجمی نرخ هوای تزریقی را به سرعت جریان محوری مرتبط می‌سازد و به صورت رابطه‌ی (۴) تعریف می‌شود:

$$\alpha = \frac{Q_a}{Q_a + Q_w} \quad (4)$$

است. این موتور با استفاده از مکانیزم تسمه و پولی به محور استوانه‌ی داخلی متصل شده است. گشتاور سنجی روی محور متصل به استوانه‌ی داخلی نصب شده است تا مقدار گشتاور وارده بر این استوانه را در حین آزمایش‌ها اندازه‌گیری کند. این گشتاورسنج دارای دقت 0.1 kg.cm است.

۳- پارامترهای کنترلی بی بعد

۳-۱- عدد رینولدز

در یک سیستم تیلور-کوئنت در حضور جریان محوری، جریان برقرار شده در فضای حلقوی ترکیبی از جریان چرخشی و محوری است، بنابراین دو عدد رینولدز برای مشخص شدن ماهیت جریان تعریف می‌شوند. این اعداد عبارتند از: عدد رینولدز دورانی مربوط به جریان چرخشی و عدد رینولدز محوری مربوط به جریان محوری.

۳-۱-۱- عدد رینولدز دورانی

عدد رینولدز دورانی برحسب سرعت دورانی و اختلاف شعاع استوانه‌ها به صورت رابطه‌ی (۱) تعریف می‌شود:

$$Re_\omega = \frac{r_1 \delta \omega}{v_w} \quad (1)$$

که در آن:

r_1 شعاع استوانه‌ی داخلی (متر)

δ فاصله‌ی شعاعی (متر)

ω سرعت زاویه‌ای (رادیان بر ثانیه)

v_w ویسکوزیته‌ی سینماتیکی جریان تک فاز (متر مربع بر ثانیه)

راست و منگا [۲۸] در سال ۲۰۰۲ نشان دادند که ویسکوزیته‌ی سینماتیکی مایع هنگام اضافه نمودن حباب‌ها به آن تا حدودی تغییر می‌کند. اما مورای و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۰۸ عنوان کردند که جریان‌های دو فازی به اندازه‌ی کافی غیر همگن هستند و می‌توان برای محاسبه‌ی عدد رینولدز از ویسکوزیته‌ی سینماتیکی سیال بدون حباب استفاده کرد.

در جریان تک فاز تیلور-کوئنت با تغییر عدد رینولدز دورانی پنج رژیم جریان مشاهده می‌شود [۲۵]. در کار حاضر با توجه به محدوده‌ی تغییرات عدد رینولدز دورانی $7000 < Re_\omega < 70000$ ، می‌توان گفت که جریان کاملاً آشفته و شامل گردابه‌های تیلور است.

که در آن :

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho_w (r_1 \omega)^2} \quad (6)$$

که در آن:

ρ_w چگالی آب (کیلوگرم بر متر مکعب)

Q_a دبی جریان هوا (متر مکعب بر ثانیه)

Q_w دبی جریان آب (متر مکعب بر ثانیه)

۴- ضریب اصطکاک

۴-۱- نسبت ضریب اصطکاک

برای بررسی اثر حباب‌ها و همچنین اثر جریان محوری روی کاهش درگ و کاهش درگ حبابی، نسبت ضریب اصطکاک از رابطه‌ی (۷) حاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{C_{f0} - C_f}{C_{f0}} \quad (7)$$

برای زیر اندیس صفر دو حالت وجود دارد:

- ۱- اگر هدف بررسی اثر جریان محوری روی کاهش درگ حبابی باشد، زیر اندیس صفر مربوط به حالتی است که در سیستم جریان محوری وجود ندارد اما تزریق حباب‌ها برقرار است.
- ۲- اگر هدف بررسی اثر جریان محوری روی کاهش درگ باشد، زیر اندیس صفر مربوط به حالتی است که در سیستم نه جریان محوری و نه تزریق حباب‌ها برقرار است.

۵- فاکتور بهره

یکی از مهمترین دلایل کاهش درگ در حضور حباب‌ها، تاثیر آنها روی چگالی جریان است. این مکانیزم فقط در بازه‌ی مشخصی از اعداد رینولدز دورانی موثر است. به منظور مشخص کردن این بازه می‌توان از پارامتر فاکتور بهره نیز استفاده کرد. این پارامتر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G = \frac{1}{\alpha} = \left(1 - \frac{C_f}{C_{f0}}\right) = \frac{\eta}{\alpha} \quad (8)$$

۶- شیوه‌ی انجام آزمایش‌ها

برای انجام آزمایش‌ها قبل از دوران استوانه‌ی داخلی، دبی هوا و جریان آب در مقادیر موردنظر تعیین شده‌اند. سپس استوانه‌ی داخلی در سرعت مشخصی دوران یافته است. پس از تعیین پارامترهای ورودی، برای مدت زمانی صبر شده تا شرایط جریان و توزیع حباب‌ها در سیستم کاملا یکنواخت شود. در نهایت با رسیدن به شرایط مورد نظر، گشتاور اندازه‌گیری شده است. با تغییر سرعت زاویه‌ای در همان دبی قبلی هوا و آب، دوباره گشتاور اندازه‌گیری شده است. پس از اندازه‌گیری گشتاور در تمامی سرعت‌های زاویه‌ای مورد نظر، مقادیر جدیدی برای دبی

در یک سیستم تیلور-کوئث با استوانه‌ی داخلی متحرک، بزرگترین مولفه‌ی تنش برشی اعمال شده روی استوانه‌ی داخلی، مولفه‌ی وارده بر دیواره جانبی این استوانه و گذرنده از صفحه‌ی عمود بر محور استوانه‌ها است؛ یعنی بیشترین اتلافات در جریان-های تیلور-کوئث در فضای حلقوی بین دو استوانه‌ی هم‌مرکز رخ می‌دهد. در مقایسه با این مولفه می‌توان از دیگر مولفه‌ی تنش برشی (مولفه‌ی مماسی) گذرنده از صفحه‌ی عبوری از محور استوانه‌ها و همچنین تنش برشی وارده بر سطوح دایره‌ای شکل بالا و پایین استوانه‌ی داخلی صرفه‌نظر کرد [۳۱]. تنش برشی میانگین وارده بر دیواره جانبی استوانه‌ی داخلی با استفاده از رابطه‌ی (۵) محاسبه می‌شود:

$$\tau_w = \frac{T}{2\pi r_1^2 L_1} \quad (5)$$

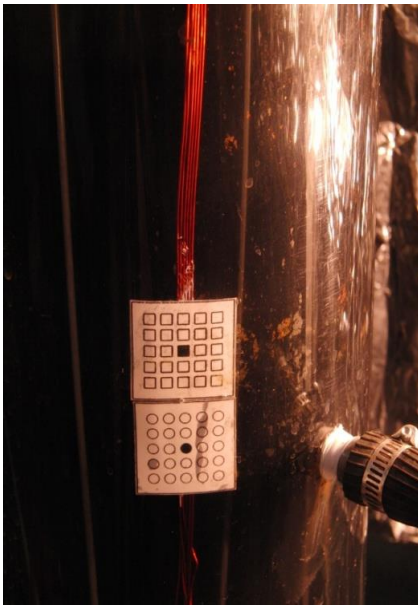
در اینجا:

L_1 طول استوانه‌ی داخلی (متر)

T گشتاور وارده بر دیواره‌ی جانبی استوانه‌ی داخلی (نیوتن متر)

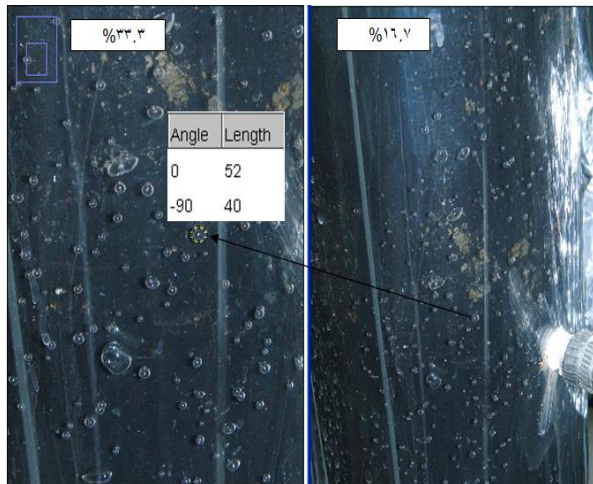
گشتاور T ، گشتاور اندازه‌گیری شده توسط گشتاورسنج نیست. در حقیقت با استفاده از گشتاورسنج، کل گشتاور وارده بر استوانه‌ی داخلی اندازه‌گیری شده است. این گشتاور علاوه بر گشتاور وارده بر دیواره‌ی جانبی استوانه‌ی داخلی، شامل گشتاور وارده بر سطوح دایره‌ای شکل بالا و پایین استوانه‌ی داخلی و گشتاور وارد شده از طریق کاسه نمدها و بلبرینگ‌ها است. برای اندازه‌گیری گشتاور T ، دیگر گشتاورهای اشاره شده در بالا ابتدا اندازه‌گیری شده و از گشتاور کل کم شده اند. به دلیل این که تنش برشی وارده بر سطوح دایره‌ای شکل بالا و پایین استوانه‌ی داخلی در مقایسه با تنش برشی عمودی وارده بر دیواره‌ی جانبی این استوانه کوچک هستند، می‌توان از آنها صرفه‌نظر کرد [۲۵]. گشتاور وارده توسط کاسه نمدها و بلبرینگ‌ها در حالتی که سیستم خالی از آب است، اندازه‌گیری شده‌اند.

با محاسبه‌ی تنش برشی از رابطه‌ی (۵)، ضریب اصطکاک از رابطه‌ی (۶) دست می‌آید:



شکل (۴): نحوه‌ی قرار گیری نمونه در سیستم

برای پردازش تصاویر، ابتدا پارازیت‌های موجود در آنها حذف شده است. سپس با استفاده از الگوریتم تعیین لبه، مرز حباب‌ها مشخص گردیده است. با مشخص شدن مرز هر حباب، در دو راستای x و y بیشترین تعداد پیکسل محدود به مرز با استفاده از یک کد برنامه تعیین شده است (شکل ۵).



شکل (۵): تعیین مرز حباب و بیشترین تعداد پیکسل در دو راستای x و y

بیشترین تعداد پیکسل در دو راستای x و y نشان‌دهنده‌ی قطر حباب در این دو راستا است. با میانگین‌گیری بین این تعداد پیکسل در این دو راستا، میانگین تعداد پیکسل مربوط به قطر هر حباب بدست آمده است. به دلیل اینکه حباب‌ها همواره

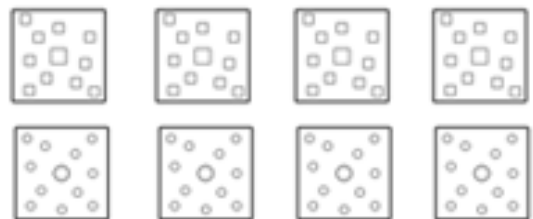
آب و هوا در نظر گرفته شده است و با همان روند ذکر شده در بالا گشتاور در سرعت‌های زاویه‌ای مختلف دوباره اندازه‌گیری شده است.

۱-۶- نحوه‌ی تصویر برداری و پردازش تصویر

برای اندازه‌گیری قطر حباب‌ها و تعیین آرایش جریان دوفازی، از تصویر برداری و پردازش تصویر استفاده شده است. برای این منظور از دوربین فیلم‌برداری دیجیتال با سرعت بالا (Casio-EX-F1) و مجهز به پردازنده‌ی سرعت بالا استفاده شده است. این دوربین دارای قابلیت 60fps در حالت عکس برداری و 1200fps در حالت فیلم برداری است. برای تعیین قطر حباب‌ها از عکس برداری سرعت بالا استفاده شده است و داده‌ها مستقیماً به کامپیوتر منتقل شده‌اند. برای مجسم ساختن آرایش سه بعدی جریان دوفازی دو آئینه در طرفین قسمت تحت آزمایش قرار داده شده است.

۲-۶- تعیین قطر حباب‌ها

برای تعیین قطر حباب‌ها ابتدا دوربین کالیبره شده است. برای کالیبره کردن دوربین ابتدا نمونه‌هایی که در شکل (۳) - نشان داده شده‌اند، در ابعاد و اندازه‌ی مشخصی تهیه شده و در حالی که در سیستم آب وجود دارد، در فضای حلقوی قرار گرفته‌اند (شکل ۴). دوربین بر روی سه پایه و در مکانی مشخص قرار داده شده است و سعی شده تا حد ممکن مکان دوربین تا پایان آزمایش‌ها تغییر نکند. تحت حالت عکس برداری از نمونه‌ها چندین عکس گرفته شده است و با استفاده از یک نرم افزار، اندازه‌ی نمونه‌ها در تصاویر با اندازه‌ی واقعی آنها مقایسه شده است و میزان خطا در عکس برداری مشخص گردیده است. این مقدار خطا در حدود $58/8\mu\text{m}$ بوده است. پس از کالیبره کردن دوربین در هر دبی هوا و جریان محوری از حباب‌ها عکس برداری شده است. سپس تصاویر برای تعیین قطر حباب‌ها پردازش شده‌اند.



شکل (۳): نمونه‌هایی برای کالیبره کردن دوربین

شکل‌های $(fb-f)$ ارتباط بین نسبت کاهش دراگ و عدد رینولدز دورانی را در رینولدزهای محوری و دبی‌های تزریق مختلف نشان می‌دهند. برای محاسبه‌ی نسبت کاهش درگ در این مجموعه شکل‌ها از رابطه‌ی (۶) استفاده شده است که زیر اندیس صفر مربوط به حالت یک در قسمت ۱-۴ است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش عدد رینولدز دورانی در هر عدد رینولدز محوری و هر نرخ تزریق هوا، نسبت کاهش درگ کاهش می‌یابد. در شکل-های $(fb-f)$ کاهش درگ ثبت شده در مقایسه با آنچه که در شکل (fa) نشان داده شده است، بیشتر است. تزریق حباب‌ها و تاثیر جریان محوری روی توزیع آنها دلیل این اختلاف است. در حقیقت جریان محوری علاوه بر میرا کردن گردابه‌های تیلور، سرعت صعود حباب‌ها و در نتیجه پراکندگی آنها را در سیال افزایش می‌دهد. در چنین حالتی حباب‌ها روی تمام المان‌های سیال تاثیر می‌گذارند و منجر به کاهش هر چه بیشتر نیروی درگ می‌شوند. حباب‌ها با کاهش چگالی سیال مجاور سطوح استوانه‌ای شکل و کاهش مومنتم انتقالی سبب کاهش درگ اصطکاکی می‌شوند. البته تاثیر حباب‌ها روی تنش‌های برشی ویسکوز، گردابه‌های تیلور و نوسانات جریان می‌تواند در کاهش درگ قابل توجه باشد. در شکل‌های $(fb-f)$ بیشترین کاهش درگ در حدود ۲۸٪ است که متناسب با کمترین رینولدز دورانی و بیشترین نرخ تزریق هوا است.

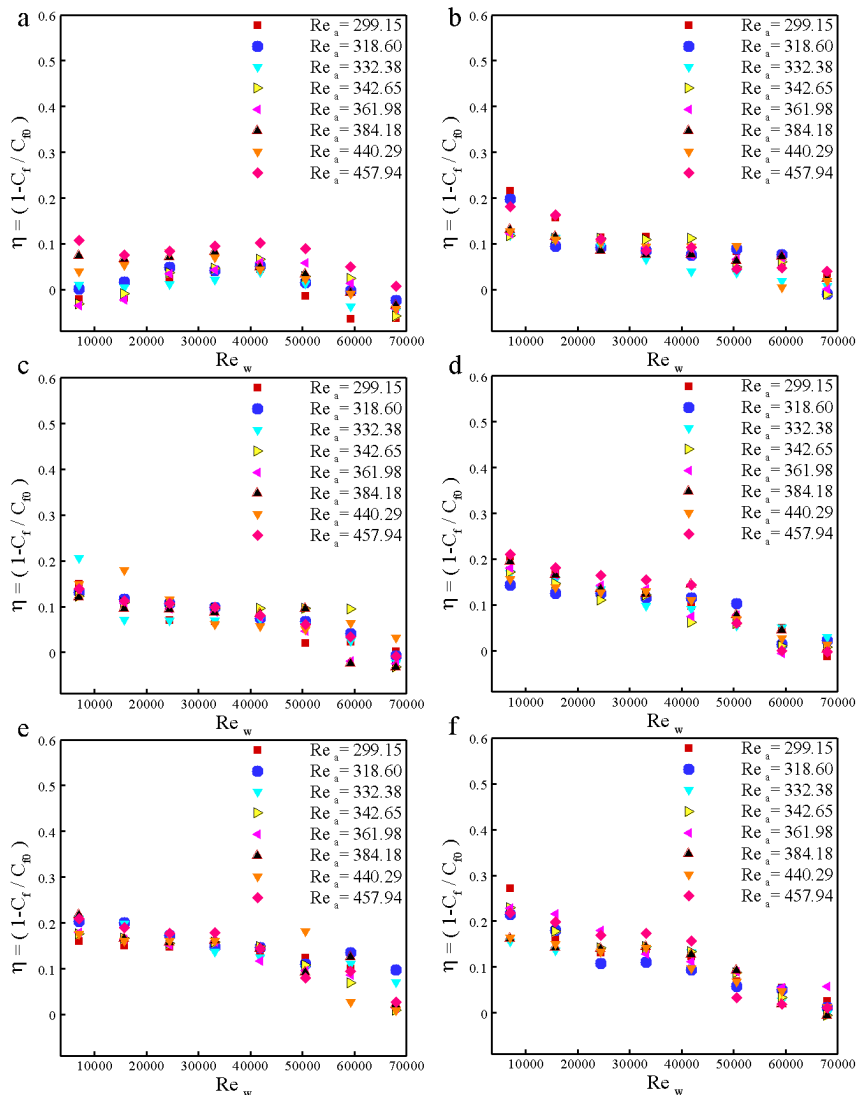
دایره‌ای شکل نیستند و در بیشتر مواقع بیضی شکل اند، تعداد پیکسل در دو راستای x و y اندازه‌گیری شده است تا خطا در اندازه‌گیری قطر هر حباب کاهش یابد. برای تعیین قطر حباب‌ها در هر تصویر به طور میانگین ۵۰۰ حباب انتخاب شده است.

۷- نتایج

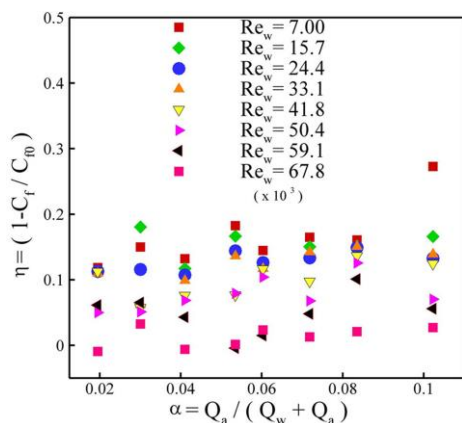
۷-۱- نسبت کاهش دراگ

به منظور بررسی اثر جریان محوری روی کاهش دراگ اصطکاکی، تغییرات نسبت کاهش دراگ به صورت تابعی از عدد رینولدز دورانی در شکل (fa) نشان داده شده است. در این حالت برای محاسبه‌ی نسبت کاهش دراگ از رابطه‌ی (۶) استفاده شده است که در آن زیر اندیس صفر مربوط به حالت دو در قسمت ۱-۴ است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش عدد رینولدز محوری، نسبت کاهش دراگ در تمام بازه‌ی رینولدز دورانی افزایش می‌یابد. این کاهش دراگ به دلیل تاخیر در پیدایش گردابه‌های تیلور و پایدار شدن جریان بوسیله‌ی جریان محوری است. در این شرایط انتقال مومنتم و درگ اصطکاکی کاهش می‌یابد.

در شکل (fa) تغییرات نسبت کاهش درگ با افزایش عدد رینولدز دورانی غیر یکنواخت است، برهم کنش بین جریان محوری و جریان چرخشی دلیل چنین تغییراتی است. در شکل (fa) بیشترین کاهش درگ ثبت شده در حدود ۱۱٪ است که با افزایش عدد رینولدز دورانی کاهش می‌یابد.

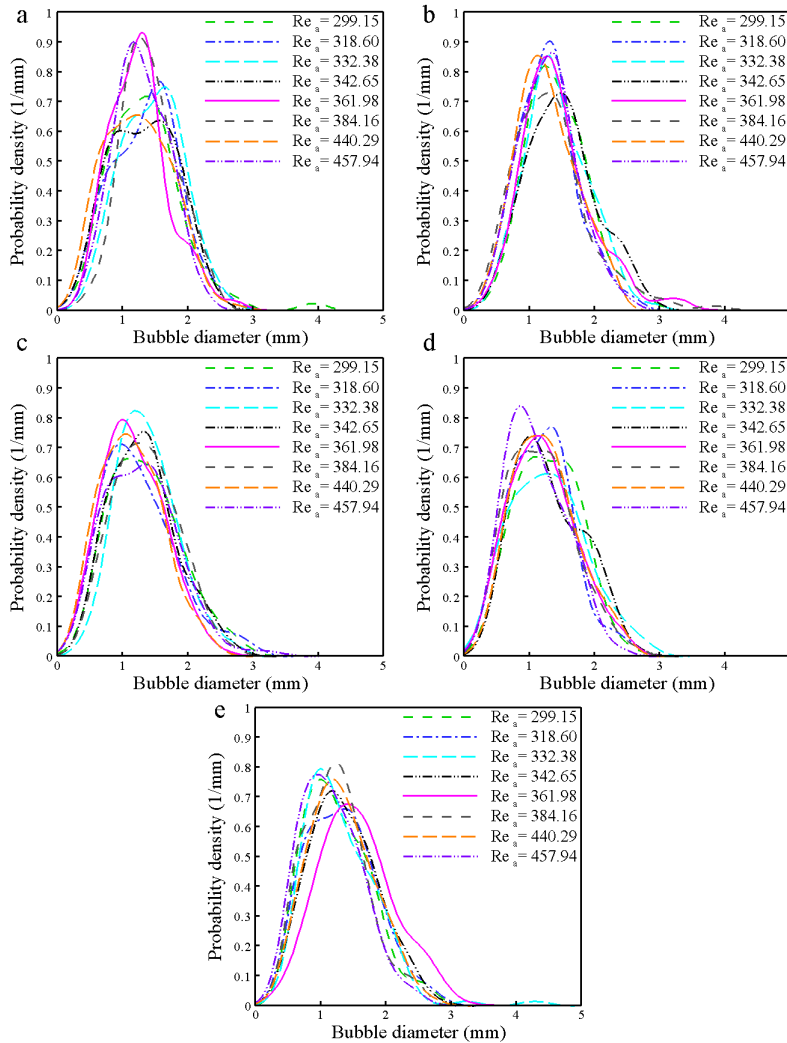


شکل (۶): تغییرات نسبت ضریب درگ با افزایش Re_w (a) $Q_a = 0 \text{ m}^3/\text{s}$, (b) $Q_a = 1/256 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, (c) $Q_a = 2/215 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, (d) $Q_a = 3/176 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, (e) $Q_a = 5/124 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, (f) $Q_a = 6/28 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$



شکل (۷): تغییرات نسبت ضریب درگ برحسب کسر حجمی در اعداد رینولدز دورانی مختلف

در شکل (۷) تغییرات نسبت کاهش درگ بر حسب کسر حجمی در رینولدزهای دورانی مختلف نشان داده شده است. در این شکل افزایش کسر حجمی منجر به افزایش نسبت کاهش درگ در هر رینولدز دورانی می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهند که با افزایش عدد رینولدز دورانی در هر کسر حجمی این نسبت کاهش می‌یابد؛ یعنی تاثیر مثبت حباب‌ها و جریان محوری روی کاهش درگ تقلیل می‌یابد. در این حالت پیدایش گردابه‌های تیلور و همچنین قرارگیری حباب‌ها در هسته گردابه‌ها دلایل افزایش درگ هستند. حضور حباب‌ها در هسته گردابه‌ها منجر به بقاء هر چه بیشتر گردابه‌ها در جریان و افزایش انتقال مومنتم می‌شود.



شکل (۸): تغییرات قطر حباب ها $Q_a = 1/256 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}(a)$, $Q_a = 2/215 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}(b)$, $Q_a = 3/176 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}(c)$, $Q_a = 4/137 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}(d)$, $Q_a = 5/98 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}(e)$

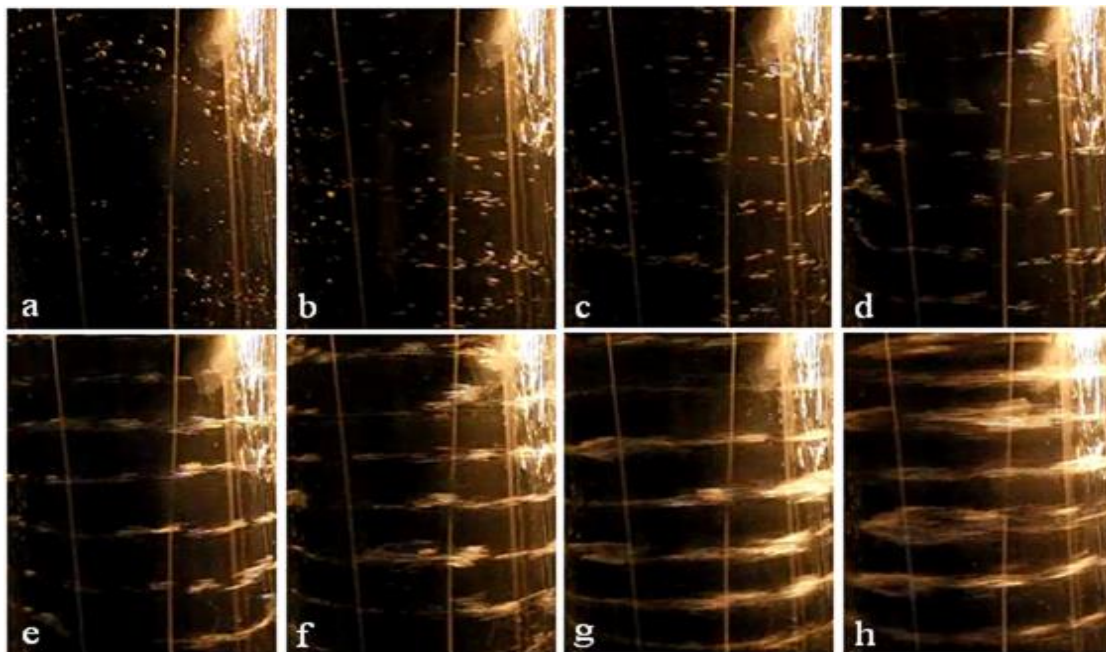
۷-۲- توزیع قطر حبابها

شکل (۸) توزیع قطر حبابها را نشان می‌دهد. در این شکل نتایج گویای آن است که حبابهایی با قطری در محدوده $0.8-1.5 \text{ mm}$ بیشترین احتمال را برای حضور در جریان دارند؛ یعنی تعداد این حبابها در جریان در مقایسه با دیگر حبابها بیشتر است. البته افزایش دبی هوا در هر رینولدز محوری، این احتمال را کاهش می‌دهد.

۷-۳- توزیع حبابها در جریان

شکل (۹) توزیع حبابها به ازای اعداد رینولدز دورانی مختلف را نشان می‌دهد. در کمترین رینولدز دورانی

$(Re_w = 5000)$ حبابها بطور منفرد در جهت شیدار و رو به بالا حرکت می‌کنند. در حقیقت در این سرعت زاویه‌ای نیروی محوری اعمال شده روی حبابها در مقایسه با نیروی گریز از مرکز بزرگتر است، بنابراین حبابها هم در جهت محوری و هم در جهت محیطی حرکت می‌کنند. توزیع منفرد حبابها در جریان سبب کاهش هر چه بیشتر درگ اصطکاکی می‌شود. علاوه بر این در شکل (۹) مشاهده می‌شود که با افزایش رینولدز دورانی تا $Re_w \approx 13000$ حبابها هنوز به صورت منفرد در جریان حرکت می‌کنند، اما جهت جابجایی آنها بیشتر در جهت محیطی است. در بازه $53000 < Re_w < 130000$ با



شکل (۹): توزیع حباب ها در جریان با افزایش $Re_w = 6971/27$ (a)

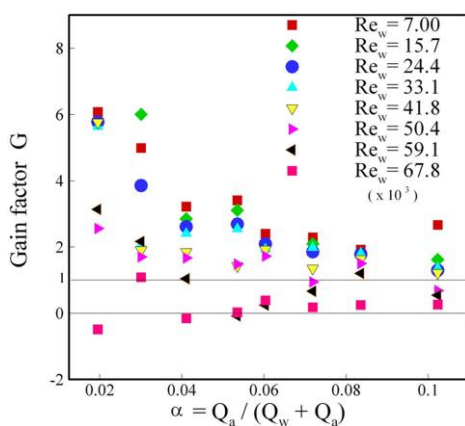
$Re_w = 12752/23$ (b) $Re_w = 17116/45$ (c) $Re_w = 22557/45$ (d) $Re_w = 28288/5$ (e)

$Re_w = 34402/94$ (f) $Re_w = 46815/2$ (g) $Re_w = 52426/22$ (h)

نتیجه در این آزمایشها در حضور هم زمان حبابها و جریان محوری، کاهش چگالی بیشترین تاثیر را در کاهش درگ، دارد.

افزایش رینولدز دورانی، حبابها به تدریج به یکدیگر می پیوندند و ابرهای حبابی را تشکیل می دهند. در این حالت نیروی گریز از مرکز بزرگتر از نیروی محوری است، بنابراین ابرهای حبابی کاملا در جهت محیطی حرکت می کنند. این ابرها با پیوستن به یکدیگر مسیره های حلقه ای شکل را ایجاد می کنند که در راستای محور استوانه ها، توزیع شده اند. علاوه بر این ابرهای حبابی با افزایش آشفتگی جریان در افزایش درگ اصطکاکی موثرند.

۷-۴- توان بهره



شکل (۱۰): تغییرات حساسیت بر حسب کسر حجمی در رینولدزهای دورانی مختلف

شکل (۱۰) تغییرات پارامتر توان بهره را بر حسب کسر حجمی نشان می دهد. بر طبق این شکل با کاهش عدد رینولدز دورانی توان بهره افزایش می یابد. همچنین در هر رینولدز دورانی، این پارامتر با کاهش کسر حجمی افزایش می یابد. توان بهره بزرگتر از یک به این معنا است که کاهش درگ بوسیله ی حبابها بیشتر به خاطر تاثیر آنها روی چگالی جریان است. در شکل (۱۰) مشاهده می شود که در تمام محدوده ی کسر حجمی و برای $Re_w = 5000$ توان بهره بزرگتر یا مساوی یک است. در

۸- نتیجه گیری

surfactant solutions”, *Exp. Fluids*, vol. 26, pp. 397-403, 1999.

Kanai, A., Miyata, H., “Direct numerical simulation of wall turbulent flows with micro bubbles”, *Int. J. Numer. Meth Fluids*, vol. 35, pp. 593-615, 2001.

Xu, J., Maxey, M. R., Karniadakis, G. E., “Numerical simulation of turbulent drag reduction using micro-bubbles”. *J. Fluid Mech*, vol. 468, pp. 271-281, 2002.

Lu, J., Fernandez, A., Tryggvason, G., “The effect of bubbles on the wall drag in a turbulent channel flow”, *Phys. Fluids*, vol. 17, pp. 95-102, 2005.

Murai, Y., Fukuda, H., Oishi, Y., Kodama, Y., Yamamoto, F., “Skin friction reduction by large air bubbles in a horizontal channel flow”. *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 33, pp. 147-163, 2007.

Couette, M., “Etudes sur le frottement des liquides”, *Ann.Chim. Phys*, vol. 21, pp. 433-510, 1890.

Mallock, A., “Experiments on fluid viscosity”, *Phil Trans R Soc Lond. A*, vol. 93, 41, 1896.

Rayleigh, L., “On the dynamics of revolving fluids”, *Proc., Roy. Soc. London. A*, Vol. 93, pp. 148-154, 1916.

Taylor, G. I., “Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders”, *Phil.Trans. Roy. Soc. Lond. A*, vol. 223, pp. 289-343, 1923.

Cornish, J. A., “Flow of water through fine clearances with relative motion of the boundaries”, *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 140, pp. 227-240, 1933.

Goldstein, S., “The stability of viscous fluid flow between rotating cylinders”, *Proc. Camb.Phil. Soc*, vol. 33, pp. 41-61, 1937.

Chandrasekhar, S., “The hydrodynamic stability of viscous flow between coaxial cylinders”, *Proc. Natl Acad. Sci*, vol. 46, pp. 141-143, 1960.

Di Prima, R. C., “The stability of a viscous fluid between rotating cylinders with an axial flow”, *J. Fluid Mech*, vol. 9, pp. 621-631, 1960.

Donnelly, R. J., Fultz, D., “Experiments on the stability of spiral flow between rotating cylinders”, *Proc. Natl Acad. Sci*, vol. 46, pp. 1150-1154, 1960.

- [۷] در این تحقیق اثر جریان محوری و همچنین تزریق حباب‌های کوچک روی کاهش دراگ اصطکاکی در یک سیستم تیلور-کوئت بطور تجربی مورد بررسی قرار گرفت. در سیستم تیلور-کوئت استوانه‌ای داخلی متحرک و استوانه‌ای خارجی ثابت بود. در هر مرحله از آزمایش‌ها آب و هوا از قسمت تحتانی سیستم به داخل فضای حلقوی بین دو استوانه‌ای هم مرکز تزریق شدند و مخلوط دوفازی از قسمت بالایی سیستم نیز خارج شد. شرایط جریان کاملا آشفته و گردابه‌های تیلور در جریان نیز ظاهر شدند. برای بررسی تغییرات دراگ اصطکاکی در حضور هم زمان جریان محوری و حباب‌های هوا، گشتاور اعمالی روی استوانه‌ای داخلی اندازه گیری شد. نتایج نشان دادند که جریان محوری به تنهایی سبب کاهش نیروی مقاوم دراگ می‌شود. علاوه بر این در حضور هم‌زمان جریان محوری و حباب‌ها کاهش دراگ اصطکاکی نیز مشاهده شد. در این حالت کاهش دراگ ثبت شده در مقایسه با حالتی که جریان محوری به تنهایی در سیستم برقرار بود، بیشتر است.

۹- مراجع

- [۱۳] McCormick, M. E., Bhattacharyya, R., “Drag reduction of a submersible hull by electrolysis”, *Naval Eng.J*, vol. 85, pp. 11-16, 1973.
- [۲] Bodgevich, V. G., Evseev, A. R., “The distribution of skin friction in a turbulent boundary layer of water beyond the location of gas injection”, *Investigations of Boundary Layer Control (in Russian)*, Thermophysics Institute Publishing House, vol. 62, 1976.
- [۳] Madavan, N. K., Deutsch, S., Merkle, C. L., “Reduction of turbulent skin friction by microbubble”, *Phys. Fluids*, vol. pp. 27, 356-363, 1984.
- [۴] Madavan, N. K., Merkle, C. L., Deutsch, S., “Numerical investigations into the mechanisms of microbubble drag reduction”, *J. Fluids Eng*, vol. 107, pp. 370-377, 1985.
- [۵] Pal, S., “Turbulence characteristics and bubble dynamics of a microbubble modified boundary layer”, Ph.D. thesis, The Pennsylvania State University. 1989.
- [۶] Fontaine, A. A., Deutsch, S., Brungart, T. A., Petrie, H. L., Fenstermaker, M., “Drag reduction by coupled systems: microbubble injection with homogeneous polymer and

- Shen, X., Ceccio, S. L., Perlin, M., "Influence of bubble size on micro-bubble drag reduction", *Exp. Fluids*, vol. 41, pp. 415-424, 2006.
- Rust, A. C., Manga, M., "Bubble shapes and orientations in low Re simple shear flow", *J. Colloid Interface Sci*, vol. 249, pp. 476, 2002.
- Cazley, C. Jr., "Heat transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders", *Transactions of the ASME*, vol. 80, pp. 77-90, 1985.
- Dorfman, L. A., "Hydrodynamic resistance and the heat loss of rotating solid" *Oliver & boy Edinburgh and London*, vol. pp. 235-239, 1963.
- Nouri, N., Sarreshtehdari, M. A., "An experimental study on the effect of air bubble injection on the flow induced rotational hub", *Exp. Thermal. Fluid Sci*, vol. 33, pp. 386-392, 2008.
- [۲۷] Shiomi, Y., Kutsuna, H., Akagawa, K., Ozawa, M., "Two-phase flow in an annulus with a rotating inner cylinder—flow pattern in bubbly flow region", *Nucl. Eng. Des*, vol. 141, pp. 27-34, 1993.
- [۲۸] Atkhen, K., Fontaine, J., Wesfreid, J. E., "Highly turbulent Couette-Taylor bubbly flow patterns", *J. Fluid Mech*, vol. 422, pp. 55-68, 2000.
- [۲۹] Hubacz, R., Wronski, S., "Horizontal Couette-Taylor flow in a two-phase gas-liquid system: flow patterns", *Exp. Thermal. Fluid Sci*, vol. 28, pp. 457-466, 2004.
- [۳۰] Van den Berg, T. H., Luther, S., Lathrop, D., Lohse, D., "Drag reduction in bubbly Taylor-Couette turbulence", *Phys. Rev. Lett*, vol. 94, 044501-4, 2005.
- [۳۱] Van der Berg, T.H., van Gils, D. P. M., Lathrop, D. P., Lohse, D., "Bubbly Turbulent Drag reduction is a boundary Layer effect", *Phys. Rev. Lett*, vol. 98, 084501-4, 2007.
- [۲۵] Murai, Y., Oiwa, H., Takeda, Y., "Frictional drag reduction in bubbly Couette-Taylor flow", *Phys. Fluids*, vol. 20, 034101-12, 2008.
- [۲۶] Sugiyama, K., Calzavarini, E., Lohze, D., "Microbubbly drag reduction in Taylor-Couette flow in the wavy vortex regime". *J. Fluid Mech*, vol. 608, pp. 21-41, 2008.