Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 54(4) (2022) 155-158
DOI: 10.22060/mej.2022.20134.7175

Control of a Quadrotor Equipped with Robotic Arm Based on Disturbance Estimation

H. Shamsollahi, F. Rekabi, F. A. Shirazi*, M. J. Sadigh

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

ABSTRACT: In recent years, unmanned vehicles especially unmanned aerial vehicles have become very popular in many countries in the military, industrial and scientific research fields because of their high speed and maneuverability. This research investigates a compound system consisting of a quadrotor and a series of a robotic manipulators. Joining these two systems aims at combining the agility and flexibility of multi-rotor unmanned aerial vehicles and the dexterity of robotic arms. This combination makes unmanned aerial vehicles able to perform more complicated tasks. In this thesis, the first kinematics and dynamics of a quadrotor are written using quaternion and Newton-Euler equations. Next, a 3-degree of freedom robotic arm that is connected to the bottom of a quadrotor is considered and its kinematics and dynamics are derived using Newton-Euler recursive algorithm. To control the quadrotor, two inner-outer loops are used for its orientation and position respectively. Toque due to arm operation or exerted force to its end effector is estimated using Kalman filter and is fed into quadrotor inner control loop. For trajectory tracking of an arm end effector, an inverse kinematic algorithm is used. The compound system including unmanned aerial vehicles and arm is simulated with different scenarios to verify its performance.

Review History:

Received: Jun. 06, 2021
Revised: Nov. 17, 2021
Accepted: Nov. 18, 2021
Available Online: Mar. 02, 2022

Keywords:

Unmanned aerial manipulator
Aerial manipulation
Aerial robot
Disturbance estimation

1- Introduction

The use of drones has increased dramatically in various fields in recent years. Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) are divided into different categories based on application, size, operating altitude, speed, and configuration. UAV applications cover a wide range of military and civilian fields. The use of several UAVs in disaster management is discussed in Ref. [1]. One of the most popular types of drones is the quadrotor, which includes a simple set of four motors with propellers.

Due to the fact that the flight dynamics of quadrotors include six degrees of freedom in space, the use of four independent actuators to control the flight of this system leads to under actuation. A common method to control quadrotors is to use hierarchical architecture including inner and outer loops [2].

The use of a robotic arm attached to the drone increases the degrees of freedom of the end-effector. Another advantage is that there is no need for human intervention when picking up and placing objects. A lot of research has been done on the control of arm-equipped drones. However, a few of the proposed controllers include the estimation of forces and torques applied to the quadrotor due to arm operation.

The purpose of this paper is to present an algorithm for controlling a quadrotor with a three-degree-of-freedom series robotic arm mounted at the bottom. The control purpose of the system is desired path following for the quadrotor mass center and the end-effector of the arm. Also, disturbing torques and forces acting on the quadrotor due to the performed tasks are estimated for an improved response.

2- Methodology

2- 1- Kinematics and dynamics of the system

The method used to describe the quadrotor dynamics in this study is Newton-Euler and the quaternion vector was used to describe the quadrotor orientation in space. The arm dynamics equations were also obtained using the Newton-Euler recursive algorithm. The material of the quadrotor structure was assumed to be rigid and the shape of the structure is cross-shaped and symmetrical. The robotic arm consists of three consecutive degrees of rotational freedom and the command of the arm joints is performed by servo motors.

The translational kinematics and dynamics of the quadrotor in the inertial coordinates are written as follows:

$$\dot{p} = V, \sum F = m\dot{V}, \dot{V} = g - \frac{1}{m} C^T F + F_{arm}, F = (0,0,F_T)^T \qquad (1)$$

*Corresponding author's email: fshirazi@ut.ac.ir

Where the vector p represents the three components of the position of the quadrotor in the inertial coordinate, V represents the speed of the quadrotor, m represents the mass of the quadrotor and F is the vector of the thrust force produced by the blades. C is the matrix converting the coordinates from inertia to the body. Rotational dynamics of the quadrotor in the body coordinates are written as follows:

$$J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + T + T_{arm} \tag{2}$$

Where ω is the angular velocity vector, J is the diagonal inertia matrix, T is the torque vector applied to the quadrotor due to the difference in motors speeds, and T_{arm} is the torque applied by the arm.

For the kinematics of the arm, starting from the first link (i = 0 ,1, 2) we can write [3]:

$$\begin{aligned}
&\omega_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1}\omega_i^i + \dot{\theta}_{i+1}\hat{Z}_{i+1}^{i+1}, \dot{\omega}_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1}\dot{\omega}_i^i + R_i^{i+1}\omega_i^i \times \dot{\theta}_{i+1}\hat{Z}_{i+1}^{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1}\hat{Z}_{i+1}^{i+1} \\
&\dot{V}_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1}(\dot{\omega}_i^i \times P_{i+1}^i + \omega_i^i \times (\omega_i^i \times P_{i+1}^i) + \dot{V}_i^i) \\
&\dot{V}_{C_{i+1}}^{i+1} = \dot{\omega}_{i+1}^{i+1} \times P_{C_{i+1}}^{i+1} + \omega_{i+1}^{i+1} \times (\omega_{i+1}^{i+1} \times P_{C_{i+1}}^{i+1}) + \dot{V}_{i+1}^{i+1} \\
&F_{i+1}^{i+1} = m_{i+1}\dot{V}_{C_{i+1}}^{i+1}, N_{i+1}^{i+1} = I_{i+1}^{C,i+1}\dot{\omega}_{i+1}^{i+1} + \omega_{i+1}^{i+1} \times I_{i+1}^{C,i+1}\omega_{i+1}^{i+1}
\end{aligned} \tag{3}$$

For arm dynamics, starting from the last arm (i = 2 ,1, 0) we have

$$f_i^i = R_{i+1}^i f_{i+1}^{i+1} + F_i^i, n_i^i = N_i^i + R_{i+1}^i n_{i+1}^{i+1} + P_{C_i}^i \times F_i^i + P_{i+1}^i \times R_{i+1}^i f_{i+1}^{i+1} \tag{4}$$

In these equations, θ_i is the angle of the joint i, ω_{i+1}^{i+1} is the angular velocity of the link i+1, P_{i+1}^i is the position of the origin of the coordinate i+1 relative to the coordinate i, $\dot{V}_i^i$ and $\dot{V}_{C_i}^i$, are respectively the acceleration of origin of the coordinates and the center of mass of the link i, R_{i+1}^i is the matrix converting the coordinates from the i+1 to i, m_i is the mass of each link, F is the inertia force of each link, N is the moment of inertia of each link and f_i^i and n_i^i are force and torque exerted from the previous link to the link i.

2- 2- Inner loop controller

In this section, the control law used to stabilize the rotational motion and track the desired path is presented. The control law is given by Eq. (5) [4]. It can be proved that the closed-loop system including the rotational dynamics of the quadrotor and the proposed control law is Locally Asymptotically Stable (LAS).

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}, T_i = -\mathrm{sat}_{M_{i2}}(T_{arm_i} + \mathrm{sat}_{M_{i1}}(\lambda[\omega_i + \rho_i q_{e_i}])) \tag{5}$$

$$q_e = q_d^{-1} * q \tag{6}$$

In this equation, $sat_{M_{i2}}$ is a saturation function with saturation limit M_{i2}, T_{arm_i} is the component i of the estimated disturbance torque acting on the quadrotor, ω_i is the component i of the quadrotor angular velocity vector, and λ and ρ_i are the positive control coefficients. q_{ei} is the i^{th} component of the quaternion error vector as calculated in Eq. (6). In this equation, q_d is the desired value of the quaternion vector.

2- 3- Outer loop controller

This controller uses three components of position and yaw angle of the quadrotor and their desired values and produces the desired quaternion vector and the necessary thrust force. The control and estimation laws of this controller are as follows [5]:

$$\begin{aligned}
&\dot{\hat{\omega}} = -\frac{\partial \beta}{\partial e^T}\dot{e} - \frac{\partial \beta}{\partial r^T}(q' + \nu(\hat{\omega} + \beta) + \rho) \\
&q' = -k_p r_p - \nu.(\hat{\omega} + \beta) - \rho
\end{aligned} \tag{7}$$

The vector ω is the estimated variable, that is the disturbance forces acting on the quadrotor and q' is the output force of the controller.

2- 4- Estimation of disturbance torque with Kalman filter

The expression for the estimated torque in the orientation controller is calculated using the discrete Kalman filter to improve the performance of the inner loop controller and reduce overshoot in its response. Kalman filter equations are written according to Ref. [6].

3- Results and Discussion

To evaluate the performance of the proposed algorithms, a set of simulations (missions) has been performed using MATLAB software.

3- 1- Missions

In the first mission, the quadrotor first goes to a specific position in space. At the same time, the arm moves and goes to the desired point in its workspace. Finally, a torque vector is applied to the end-effector and the system must maintain its position. In the second mission, the quadrotor and the arm tried to follow a desired path in the plane in a simultaneous motion. The end-effector desired path in this mission is a chain of consecutive lines and circles. The end-effector must also apply force to the plane. This mission demonstrates the system's ability to follow complex paths that require the cooperation of both members.

3- 2- Results

The following figure shows the position of the end-effector in mission 1 in the inertial coordinates.

As it can be seen, the movement of the arm and the applied torque to the end-effector has a slight effect on the position of the system.

The path following the end-effector in the second mission

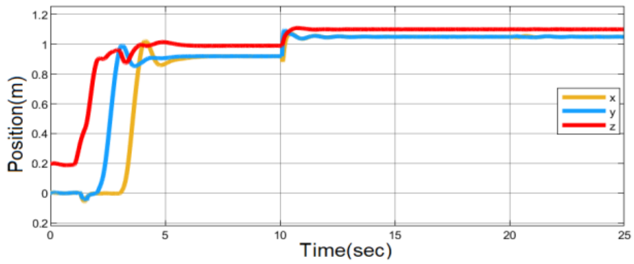


Fig. 1. the position of the end-effector in mission 1 in the inertial coordinates

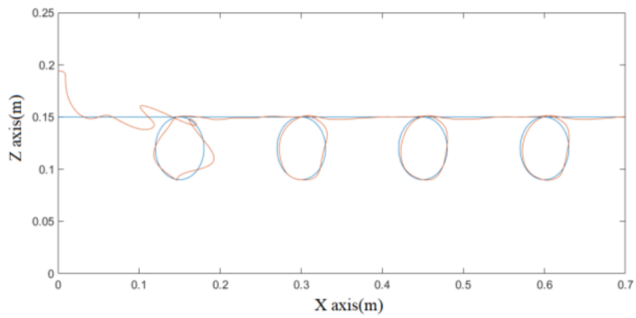


Fig. 2. The path following the end-effector in the second mission

is shown in the figure 2. It can be seen that at the moment of applying the force, the error of position tracking is magnified for short moments. But then the force and torque applied to the quadrotor are estimated and compensated at a reasonable speed.

4- Conclusion

The purpose of this study was to achieve a control law for a system consisting of a quadrotor and a 3-Degrree of Freedom (DOF) arm. The use of torque and force estimation algorithms improved the control performance. Inverse kinematics was used to track the end-effector path.

Examination of the results showed that the performance of the system when encountering disturbance forces and torques was acceptable and tracking was done with reasonable accuracy.

References

[1] I. Maza, F. Caballero, J. Capitán, J.R. Martínez-De-Dios, A. Ollero, Experimental results in multi-UAV coordination for disaster management and civil security applications, Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications, 61 (2011) 563-585.

[2] R. Amin, L. Aijun, S. Shamshirband, A review of quadrotor UAV: Control methodologies and performance evaluation, International Journal of Automation and Control, 10 (2016) 87-103.

[3] J. J. Craig, Introduction to robotics: Mechanics and control, Upper Saddle River: Pearson, 2005.

[4] J. U. A. MUÑOZ, Modeling and control of VTOL vehicles with rigid manipulators, University of Grenoble, Phd Dissertation, 2017.

[5] B. Zhao, B. Xian, Y. Zhang, X. Zhang, Nonlinear robust sliding mode control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on immersion and invariance method, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 25 (2015) 3714-3731.

[6] D. Simon, Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches, 1st ed., Wiley-Interscience, 2006.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

H. Shamsollahi, F. Rekabi, F. A. Shirazi, M. J. Sadigh, Control of a Quadrotor Equipped with Robotic Arm Based on Disturbance Estimation, Amirkabir J. Mech Eng., 54(4) (2022) 155-158.

DOI: 10.22060/mej.2022.20134.7175

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۴، شماره ۴، سال ۱۴۰۱، صفحات ۷۴۷ تا ۷۶۸
DOI: 10.22060/mej.2022.20134.7175

کنترل یک کوادروتور مجهز به بازوی رباتیک بر اساس تخمین اغتشاش

حسین شمس‌اللهی، فاطمه رکابی، فرزاد آیت اله زاده شیرازی*، محمد جعفر صدیق دامغانی زاده

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۶
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۸/۲۶
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۲۷
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۲/۱۱

کلمات کلیدی:
کوادروتور مجهز به بازوی رباتیک
حمل و نقل هوایی بار
ربات هوایی
تخمین اغتشاش

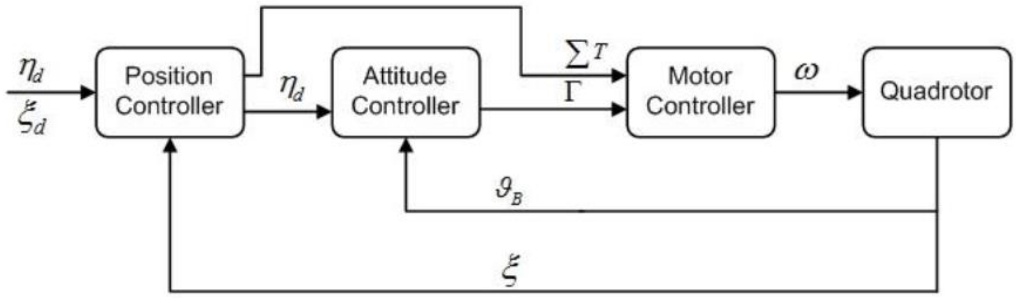
خلاصه: در سال‌های اخیر، پهپادهای بدون سرنشین به علت سرعت و قابلیت مانور بیشتر نسبت به وسایل نقلیه زمینی در بسیاری از کشورها در زمینه‌های نظامی، صنعتی و تحقیقات علمی محبوبیت زیادی به دست آورده‌اند. پژوهش حاضر به سیستمی مرکب از یک کوادروتور (پهپاد چهارملخه) و یک بازوی رباتیک سری می‌پردازد. هدف از ابداع پهپادهای دارای بازوی رباتیک ترکیب چابکی و انعطاف‌پذیری پهپادهای چند ملخه و مهارت بازوهای رباتیک است. در این مقاله هدف ارائه‌ی یک الگوریتم تخمین–کنترل برای دستیابی به ردیابی مسیر برای کوادروتور و مجری نهایی است. به این منظور ابتدا سینماتیک و دینامیک کوادروتور با استفاده از کواترنیون و معادلات نیوتون–اویلر استخراج می‌شود. سپس یک بازوی رباتیک سه درجه آزادی که به زیر کوادروتور متصل می‌شود در نظر گرفته شده و معادلات آن با استفاده از الگوریتم بازگشتی نیوتون–اویلر نوشته می‌شود. به منظور کنترل کوادروتور از دو حلقه‌ی داخلی و خارجی، به ترتیب برای جهت گیری کوادروتور و موقعیت آن استفاده می‌شود. گشتاور وارد به کوادروتور ناشی از حرکت بازوی رباتیک یا اعمال نیرو به آن توسط یک فیلتر کالمن تخمین زده شده و به حلقه‌ی کنترل داخلی کوادروتور داده می‌شود. همچنین نیروی وارد به کوادروتور ناشی از عملکرد بازو نیز تخمین زده شده و توسط حلقه‌ی خارجی جبران می‌شود. برای ردیابی مسیر توسط مجری نهایی بازو از یک الگوریتم سینماتیک معکوس استفاده شده است. سیستم مرکب شامل کوادروتور و بازو به منظور اطمینان از صحت عملکرد با انجام ماموریت‌های مختلف شبیه‌سازی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی با یک پژوهش قبلی مقایسه می‌شود که نشان‌دهنده‌ی بهبود عملکرد الگوریتم ارائه شده است.

۱- مقدمه

کاربرد پهپادها (پرنده‌ی هدایت پذیر از دور) افزایش چشمگیری در زمینه‌های مختلف در سال‌های اخیر داشته است. پهپادها بر اساس کاربرد، اندازه، زمان پرواز، ارتفاع کاری، سرعت، نوع موتور و پیکربندی به دسته‌های مختلفی تقسیم می‌شوند. کاربردهای پهپادها محدوده‌ی وسیعی از زمینه‌های نظامی و غیرنظامی را شامل می‌شود. برای نمونه می‌توان از تجهیز آن‌ها به انواع حسگرها و دوربین‌ها برای منظورهای جاسوسی، پایش و جست‌وجو نام برد. از کاربردهای غیرنظامی نیز می‌توان به امداد و نجات، محافظت از محیط (مناطق طبیعی و زمین‌های کشاورزی)، تحویل مرسوله، تمیز کردن سلول‌های خورشیدی و ... اشاره کرد. یکی از محبوب‌ترین انواع پهپادها کوادروتورها[1] هستند که با نام کوادکوپتر نیز شناخته می‌شوند و شامل مجموعه‌ی ساده‌ای از چهار موتور به همراه پروانه هستند. یکی از علل مورد توجه بودن آن‌ها را می‌توان قابلیت پرواز و فرود به صورت عمودی دانست. همچنین به خاطر قابلیت پرواز و چابک بودن آن‌ها، امکان استفاده در موقعیت‌هایی که نیاز به پاسخ سریع وجود دارد را دارند. آن‌ها در مواردی مانند نظارت، کاربردهای نظامی، تصویربرداری حرفه‌ای، انتقال بار و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک مثال قابل توجه از کاربرد پهپادها تمایل شرکت آمازون، یکی از بزرگترین شرکت‌های فروش اینترنتی در سراسر جهان، برای تحویل کالا از طریق پهپاد است[۱ و ۲]. مرجع [۳] استفاده از پهپادها به عنوان توزیع کننده‌ی تجهیزات امدادی پس از زمین‌لرزه پرداخته است. این سیستم می‌تواند در مناطق شهری به ویژه ناحیه‌هایی با تراکم بالا تقاضای زیادی را در زمانی کوتاه تأمین کند. مرجع [۴] به همکاری پهپادها برای مدیریت بحران هنگام وقوع حوادث می‌پردازد.

1 Quadrotor

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: fshirazi@ut.ac.ir



شکل ۱. معماری رایج برای کنترل کوادروتور [۵]

Fig. 1. Common architecture for quadrotor control [5]

۱- ۱- کوادروتور

در این پژوهش، پهپاد مورد مطالعه کوادروتور است که نوع متداولی از پهپادها به شمار می‌رود. کوادروتور یک سیستم مکاترونیکی است که از یک سازه‌ی ضربدری تشکیل شده است که شامل چهار موتور به همراه چهار پره به عنوان عملگرهای سیستم و اجزای الکترونیکی شامل حسگرها، باتری، کنترل کننده‌ی سرعت موتور و پردازنده قرار گرفته است. پردازنده با داشتن موقعیت مطلوب و موقعیت فعلی و با استفاده از الگوریتم‌های کنترلی، دور موتورها را محاسبه کرده و به کنترل کننده‌ی سرعت موتورها فرمان می‌دهد.

با توجه به اینکه دینامیک پرواز کوادروتورها شامل شش درجه آزادی در فضا می‌باشد، استفاده از چهار عملگر مستقل برای مدیریت پرواز این سامانه منجر به وقوع حالت نقصان عملگر[1] می‌شود که یکی از چالش‌های جدی در رابطه با کنترل این ربات‌ها می‌باشد. به همین دلیل تحقیقات فراوانی در زمینه‌ی کنترل آن‌ها انجام شده است. روش‌های رایج کنترل کوادروتورها به عنوان معروف‌ترین پیکربندی میان پهپادهای چندملخه و همچنین روش‌های ارزیابی عملکرد آن‌ها در مرجع [۵] بررسی شده است. با توجه به این مقاله، دینامیک کوادروتور ناپایدار و دارای نقصان عملگر بوده و روش متداول برای کنترل آن استفاده از معماری سلسله مراتبی شامل حلقه‌ی داخلی و خارجی است (شکل ۱). در مقاله‌ی [۶] یک الگوریتم تطبیقی- مقاوم برای ردیابی مسیر کوادروتور ارائه شده است. الگوریتم مورد نظر از روش سلسله مراتبی مرسوم برای کنترل کوادروتور استفاده می‌کند که در آن حلقه‌ی خارجی کنترل موقعیت را با استفاده از یک کنترلر تطبیقی که ضریب مقاومت هوا را تخمین می‌زند و حلقه‌ی داخلی کنترل وضعیت را از طریق یک کنترلر مقاوم H_∞ نجام می‌دهد. مقاله‌ی [۷] نیز به مساله‌ی ردیابی مسیر کوادروتور می‌پردازد که حلقه‌ی خارجی آن از یک کنترل‌کننده‌ی غیرخطی H_∞ مبتنی بر بازخورد اندازه‌گیری استفاده می‌کند و ترکیبی از تخمین‌گر-کنترل‌کننده است و به طور مشابه، حلقه‌ی داخلی آن بر اساس یک کنترل‌کننده‌ی غیرخطی H_∞ مبتنی بر بازخورد حالت است.

۱- ۲- کوادروتور مجهز به بازو

همانطور که اشاره شد، کنترل کوادروتور با مساله‌ی نقصان عملگر همراه است. در نتیجه اگر هدف کوادروتور ارتباط با محیط از طریق واسطه‌ای مانند یک گیره یا پنجه باشد، تنها ۴ درجه‌ی آزادی از جسم واسطه قابل تثبیت است و دو درجه‌ی دیگر خود به خود تعیین می‌شوند. یک راه مناسب برای غلبه بر این مشکل، استفاده از بازوی رباتیک متصل به پهپاد است. این بازو درجات آزادی مجری نهایی و مهارت پهپاد در انجام ماموریت‌ها همانند برداشتن بار را افزایش می‌دهد. مزیت دیگر آن عدم نیاز به دخالت انسان هنگام برداشتن و گذاشتن اشیا است، به خصوص در شرایطی که دسترسی به شئ مورد نظر دشوار است. به طور کلی کاربرد پهپادها در حال تغییر از وظایف ساده مانند نظارت و بازرسی به سمت وظایف پیچیده‌تر مانند برداشتن و جابه‌جایی اشیاء است. در شکل ۲ نمایی از کوادروتور به همراه بازوی متصل دیده می‌شود.

پهپادهای چند ملخه سریع هستند و می‌توانند از موانع زمینی عبور کنند، اما توانایی زیادی برای تعامل با محیط ندارند. از طرفی بازوهای رباتیک مهارت زیادی در انجام کارها دارند، ولی فضای کاری آن‌ها محدود است. پیوند این دو سیستم به یکدیگر می‌تواند بسیار مفید باشد، زیرا سیستم مرکب

1 Under-actuated

شکل ۲. نمایی از کوادروتور به همراه بازو [۸]

Fig. 2. A view of the quadrotor with arm [8]

حاصل بسیار سریع بوده و در عین حال قادر به انجام وظایفی است که برای یک پهپاد به تنهایی میسر نیست. البته باید در نظر داشت که حرکت پهپاد یا بازو بر عملکرد یکدیگر تأثیر می‌گذارد و بایستی هنگام طراحی کنترل کننده این موارد را در نظر گرفت.

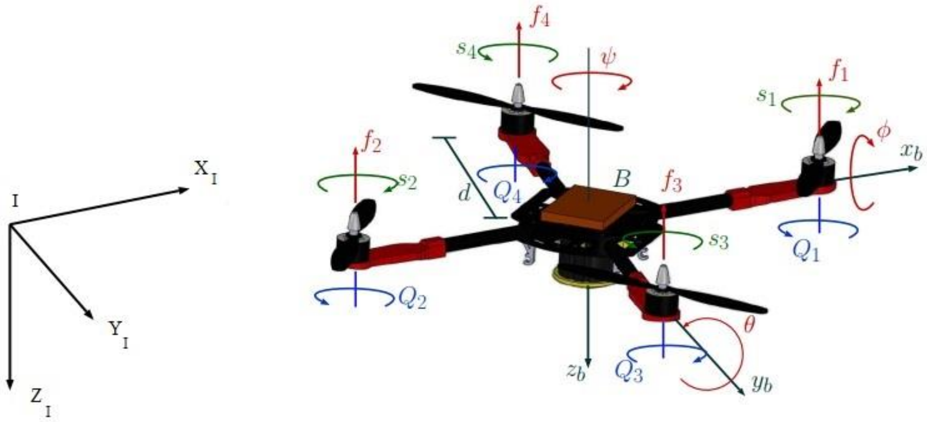
از جمله کاربردهای چنین سیستمی می‌توان به قرار دادن حسگر روی سازه‌هایی مانند پل‌ها، سدها، توربین‌های باد و ... به منظور پایش وضعیت در هر لحظه اشاره کرد. همچنین گروهی از محققین در برخی از دانشگاه‌های اروپایی در پروژه‌ای[1] فعالیت می‌کنند که هدف آن توسعه‌ی اولین تیم رباتیک هوایی برای مونتاژ و ساختن سازه‌ها است [۲ و۹]. از دیگر کاربردهای چنین سیستمی می‌توان به یک تیم رباتیک هوایی اشاره کرد که با ورود به یک منطقه‌ی صنعتی که دچار حادثه شده است، از ادامه یافتن آسیب‌ها جلوگیری کنند. برای نمونه می‌توان به وظایفی مانند فشردن کلید، تکان دادن یک اهرم، چرخاندن یک شیر یا برداشتن یک شئ اشاره کرد. در چنین شرایطی یک مزیت این سیستم‌ها امکان پرواز آن‌ها است که باعث می‌شود بر خلاف ربات‌های زمینی از موانع راحت‌تر عبور کنند. تحقیقات فراوانی در زمینه‌ی کنترل پهپادهای دارای بازو انجام شده است. کنترل تناسبی- انتگرال‌گیر- مشتق‌گیر یک کوادروتور دارای بازوی دو درجه آزادی شامل کنترل موقعیت عملگر نهایی در مرجع [۱۰] بررسی شده است. اما کنترل‌کننده‌ی ارائه شده عبارتی برای جبران نیرو/گشتاور اعمالی به کوادروتور ناشی از عملکرد بازو ندارد. مدل‌سازی و کنترل غیرخطی یک کوادروتور مجهز به بازوی سه درجه آزادی در [۸] ارائه شده است. الگوریتم ارائه شده گشتاور تولید شده توسط بازو را که به کوادروتور اعمال می‌شود تخمین می‌زند و این مقدار را در کنترلر حلقه‌ی داخلی (وضعیت) لحاظ می‌کند. مشکل الگوریتم ارائه شده این است که گشتاور تخمین زده شده صرفاً گشتاور استاتیکی ناشی غیرهم‌مرکز بودن بازو با کوادروتور است و عوامل دیگر را مانند حالتی که به عملگر نهایی بازو نیرو/گشتاور اعمال می‌شود در نظر نمی‌گیرد.

هدف این مقاله ارائه‌ی الگوریتمی برای کنترل یک پهپاد چهار ملخه، کوادروتور، است که در قسمت پایین آن یک بازوی رباتیک سری سه درجه آزادی نصب شده است. هدف کنترلی مجموعه این است که مرکز جرم کوادروتور و مجری نهایی[2] بازو مسیر دلخواهی را دنبال کنند. همچنین مجری نهایی به واسطه‌ی عملیاتی که انجام می‌دهد ممکن است تحت تأثیر نیروها و گشتاورهای مختلف قرار بگیرد و سیستم بایستی در شرایط مختلف اغتشاش را دفع کند. بدین منظور گشتاورها و نیروهای اغتشاشی وارد به کوادروتور با سرعت مناسب تخمین زده شده و مقادیر محاسبه شده توسط کنترل کننده‌ی وضعیت و موقعیت کوادروتور جبران می‌شوند. همچنین فرض شده است که عملگرهای بازو از نوع سروو موتور هستند و با دریافت فرمان، در زاویه‌ی مطلوب قرار می‌گیرند.

در بخش دوم این مقاله به سینماتیک و دینامیک یک کوادروتور و

1 Aerial Robots Cooperative Assembly System (ARCAS)

2 End effector



شکل ۳. کوادروتور به همراه دستگاه‌های مختصات [۸]

Fig. 3. Quadrotor with coordinate frames [8]

یک بازوی سری سه درجه آزادی پرداخته می‌شود. سپس در بخش سوم الگوریتم‌های کنترلی لازم برای ردیابی مسیر توسط مجموعه ارائه می‌شود. در بخش چهارم عملکرد سیستم با شبیه‌سازی از طریق دو مأموریت بررسی شده و با یک پژوهش پیشین مقایسه می‌شود. در بخش پنج نیز نتایج این پژوهش و پیشنهادهایی برای تحقیقات آینده ارائه شده است.

۲- دینامیک و سینماتیک سیستم

نگرش‌های مختلفی برای توصیف دینامیک سیستم‌های مکانیکی وجود دارد که روش مورد استفاده در این پژوهش نیوتون اویلر است. همچنین برای توصیف جهت‌گیری کوادروتور در فضا، از بردار کواترنیون استفاده شده است. معادلات دینامیک بازو نیز با استفاده از الگوریتم بازگشتی نیوتون-اویلر به دست آمده است. برای نوشتن معادلات ابتدا پیکربندی سیستم و فرضیات ذکر می‌شود:

- جنس سازه‌ی کوادروتور صلب فرض می‌شود.
- شکل سازه ضربدری بوده و متقارن است.
- نیروی رانش و گشتاور عکس‌العملی تولیدی توسط موتورها متناسب با مربع سرعت دورانی آن‌ها در نظر گرفته می‌شود [۱۱] و [۱۲].
- بازوی رباتیک سری و دارای سه درجه‌ی آزادی دورانی است و به صورت صلب زیر کوادروتور متصل می‌شود.
- لینک‌های بازو صرفاً دارای جرمی در مرکز هندسی خود هستند و اینرسی دورانی حول محور آن‌ها صفر فرض شده است.
- فرمان مفاصل بازو از طریق سروو موتور اجرا می‌شود که برای شبیه‌سازی آن‌ها از یک دینامیک مرتبه دوم استفاده می‌شود.

۲- ۱- مدل‌سازی کوادروتور

برای نوشتن معادلات ابتدا دو دستگاه مختصات اینرسی (I) و بدنه (B) معرفی می‌شود. دستگاه اینرسی در فضا ثابت است و دستگاه بدنه به سازه‌ی کوادروتور چسبیده و مبدأ آن منطبق بر مرکز جرم کوادروتور در نظر گرفته شده است. محور z هر دو دستگاه نیز به سمت پایین (در جهت جاذبه) در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۳ نمایی از کوادروتور و دستگاه‌های مختصات دیده می‌شود.

سینماتیک و دینامیک انتقالی کوادروتور داخل دستگاه اینرسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{p} = V , \sum F = m\dot{V} ,$$
$$\dot{V} = g - \frac{1}{m} C^T F + F_{arm} , F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_T \end{pmatrix} \quad (۱)$$

که در آن بردار $p = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ بیانگر سه مؤلفه‌ی موقعیت کوادروتور در دستگاه اینرسی، V بیانگر سرعت کوادروتور، m جرم کوادروتور، g ثابت گرانش، F بردار نیروی رانش تولیدی توسط پره‌ها، F_{arm} نیروی اعمالی

از طرف کوادروتور و C ماتریس تبدیل مختصات از اینرسی به بدنه است. سینماتیک و دینامیک دورانی کوادروتور در دستگاه بدنه به شکل زیر نوشته می‌شود [۱۳ و۱۴]:

$$q=\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \omega=\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -P & -Q & -R \\ P & 0 & R & -Q \\ Q & -R & 0 & P \\ R & Q & -P & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \qquad (۲)$$
$$J\dot{\omega}=-\omega\times J\omega+T+T_{arm}$$

که در آن q بردار کواترنیون، ω بردار سرعت زاویه‌ای، J ماتریس اینرسی قطری، T بردار گشتاور اعمالی به کوادروتور ناشی از اختلاف دور موتورها و T_{arm} گشتاور اعمالی از سمت بازو است.

همان طور که ذکر شد، رابطه‌ی نیروی رانش و گشتاور عکس‌العملی با دور موتورها به صورت زیر است:

$$f_i=b\times s_i^{2}, T_i=k\times s_i^{2} \qquad (۳)$$

که در آن b و k ضرایب ثابت در محاسبه‌ی نیروی رانش و گشتاور عکس‌العملی هستند و به عوامل چون هندسه‌ی ملخ و چگالی هوا وابسته هستند [۸]. اندیس i بیانگر شماره‌ی موتور (۱ تا ۴) و s_i نیز دور موتور i ام است. برای گشتاورهای اعمالی به کوادروتور ناشی از اختلاف دورموتورها، T، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} T_\phi &= db(s_3^{2}-s_4^{2}) \\ T_\theta &= db(s_1^{2}-s_2^{2}) \\ T_\psi &= k(-s_1^{2}-s_2^{2}+s_3^{2}+s_4^{2}) \end{aligned} \qquad (۴)$$

برای نیروها و گشتاورهای کنترلی وارد به کوادروتور می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} T_\phi \\ T_\theta \\ T_\psi \\ F_T \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & db & -db \\ db & -db & 0 & 0 \\ -k & -k & k & k \\ b & b & b & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_1^{2} \\ s_2^{2} \\ s_3^{2} \\ s_4^{2} \end{bmatrix} \qquad (۵)$$

که در آن s_i دور موتورهای کوادروتور است. بنابراین با داشتن سه مؤلفه‌ی گشتاور و مقدار نیروی رانش، می‌توان دور موتورها را محاسبه کرد.

۲- ۲- معادلات بازوی رباتیک

در این بخش معادلات سینماتیکی و دینامیکی برای بازوی سه درجه آزادی متصل به کوادروتور استخراج خواهد شد. برای هر لینک یک دستگاه مختصات تعریف می‌شود و ماتریس دوران بین دستگاه‌ها محاسبه می‌شود. سپس معادلات با توجه به روابط بازگشتی نیوتون–اویلر نوشته می‌شود [۱۵]. با استفاده از این معادلات می‌توان با داشتن مقدار زاویه‌ی هر لینک، نیرو و گشتاور وارد به کوادروتور را محاسبه کرده و به آن اعمال کرد. برای نوشتن ماتریس‌های دوران بین لینک‌ها، از استاندارد دناویت–هارتنبرگ [۱۴] استفاده شده است که پارامترهای آن در جدول ۱ آمده است.

در شکل ۴ دستگاه‌گذاری لینک‌ها نمایش داده شده است. نقاط زرد نشان دهنده‌ی مفاصل است.

دستگاه‌گذاری لینک‌های بازو

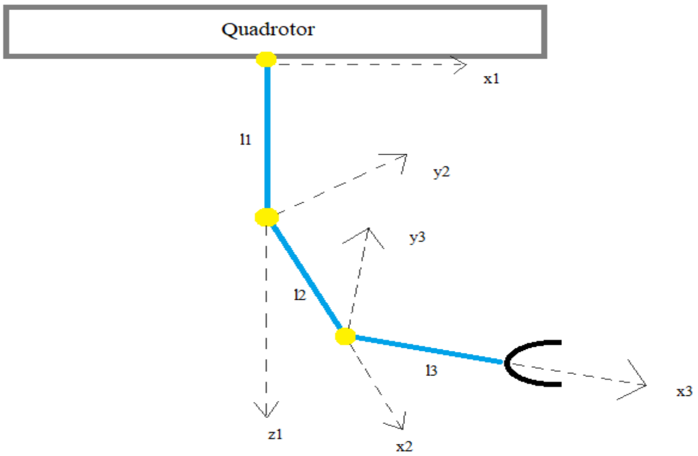
بنابراین برای ماتریس‌های دوران بین لینک‌ها می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} R_1^0 &= \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ R_2^1 &= \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -S_2 & -C_2 & 1 \end{bmatrix}, \\ R_3^2 &= \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \qquad (۶)$$

جدول ۱. پارامترهای دناویت-هارتنبرگ برای بازو

Table 1. Denavit hartenberg parameters for arm

θ_i	d_i	a_i	α_i	i
-	-	۰	۰	۰
$\theta_۱$	۰	۰	-۹۰	۱
$\theta_۲$	۰	$l_۲$	۰	۲
$\theta_۳$	۰	$l_۳$	۰	۳
۰	۰	-	-	۴



شکل ۴. دستگاه‌گذاری لینک‌ها

Fig. 4. Arm links coordinate frames

که در آن S و C به معنی سینوس و کسینوس است.

برای سینماتیک بازوی سه درجه آزادی با شروع از لینک اول ($i=۰,۱,۲$) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
\omega_{i+1}^{i+1} &= R_i^{i+1}\omega_i^i + \dot{\theta}_{i+1}\hat{Z}_{i+1}^{i+1} \\
\dot{\omega}_{i+1}^{i+1} &= R_i^{i+1}\dot{\omega}_i^i + R_i^{i+1}\omega_i^i \times \dot{\theta}_{i+1}\hat{Z}_{i+1}^{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1}\hat{Z}_{i+1}^{i+1} \\
\dot{V}_{i+1}^{i+1} &= R_i^{i+1}(\dot{\omega}_i^i \times P_{i+1}^i + \omega_i^i \times (\omega_i^i \times P_{i+1}^i) + \dot{V}_i^i) \\
\dot{V}_{C_{i+1}}^{i+1} &= \dot{\omega}_{i+1}^{i+1} \times P_{C_{i+1}}^{i+1} + \omega_{i+1}^{i+1} \times (\omega_{i+1}^{i+1} \times P_{C_{i+1}}^{i+1}) + \dot{V}_{i+1}^{i+1}) \\
F_{i+1}^{i+1} &= m_{i+1}\dot{V}_{C_{i+1}}^{i+1} \\
N_{i+1}^{i+1} &= I_{i+1}^{C,i+1}\dot{\omega}_{i+1}^{i+1} + \omega_{i+1}^{i+1} \times I_{i+1}^{C,i+1}\omega_{i+1}^{i+1}
\end{aligned} \tag{۷}$$

برای دینامیک بازو با شروع از بازوی انتهایی ($i=۲,۱,۰$) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
f_i^i &= R_{i+1}^i f_{i+1}^{i+1} + F_i^i \\
n_i^i &= N_i^i + R_{i+1}^i n_{i+1}^{i+1} + \\
&\quad P_{C_i}^i \times F_i^i + P_{i+1}^i \times R_{i+1}^i f_{i+1}^{i+1}
\end{aligned} \tag{۸}$$

در این روابط θ_i زاویه‌ی مفصل i (زاویه‌ی بین محور x دستگاه لینک فعلی با محور x لینک قبلی)، ω_{i+1}^{i+1} سرعت زاویه‌ای لینک $i+۱$ در دستگاه $i+۱$، P_{i+1}^i موقعیت مبدأ دستگاه $i+۱$ نسبت به دستگاه i، $P_{C_{i+1}}^{i+1}$ موقعیت مرکز جرم هر لینک نسبت به دستگاه آن، $\dot{V}_i^i$ و $\dot{V}_{C_i}^i$

به ترتیب شتاب مبدأ مختصات و مرکز جرم لینک i، R_{i+1}^{i} ماتریس تبدیل مختصات از دستگاه $i+1$ به i، m_i جرم هر لینک، F نیروی اینرسی هر لینک، N گشتاور اینرسی هر لینک و f_i^i و n_i^i نیرو و گشتاور وارد از لینک قبلی به لینک i است.

همچنین برای منظور کردن وزن لینک‌ها در معادلات، کتاب [۱۴] پیشنهاد کرده است که هنگام نوشتن معادلات بازو شتاب پایه برابر g و به سمت بالا در نظر گرفته شود؛ بنابراین با در نظر گیری شتاب جاذبه و شتاب پایه (کوادروتور) خواهیم داشت:

$$\dot{V}_0^0 = C\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} + \dot{V}\right) \quad (۹)$$

که ماتریس C در بخش قبلی تعریف شد. $\dot{V}_0^0$ برابر شتاب لینک صفرم بازو و $\dot{V}$ شتاب مرکز جرم کوادروتور است. با توجه به روابط ذکر شده با شروع از اولین لینک ابتدا سرعت‌ها و شتاب‌ها محاسبه می‌شوند تا نیروها و گشتاورهای اینرسی مشخص شوند. بعد از پیشروی تا لینک آخر، این بار قوانین نیوتون برای نیرو و گشتاور از لینک آخر به لینک اول نوشته می‌شود. بعد از اتمام کار، مقادیر f_0 و n_0 بیانگر نیرو و گشتاور اعمالی از پایه به بازو است که با قرینه کردن آن‌ها می‌توان اثر بازو روی کوادروتور را محاسبه کرد و در شبیه‌سازی به کوادروتور اعمال کرد.

۳- الگوریتم‌های کنترلی

یکی از روش‌های متداول برای کنترل کوادروتور استفاده از یک حلقه‌ی داخلی برای کنترل حرکت دورانی و پایدارسازی و یک حلقه‌ی خارجی برای کنترل حرکت انتقالی است. الگوریتم‌های مورد استفاده برای حلقه‌های داخلی و خارجی در بخش‌های بعد ارائه شده است.

۳- ۱- کنترل کننده‌ی حلقه‌ی داخلی

در این بخش قاعده کنترل مورد استفاده برای پایدارسازی حرکت دورانی و ردیابی مسیر مطلوب ارائه شده است. قانون کنترلی به صورت (۱۰) در نظر گرفته می‌شود]۸ و ۱۵ و ۱۶[. با توجه به مرجع [۸] می‌توان نشان داد که سیستم حلقه بسته شامل دینامیک دورانی کوادروتور و قاعده کنترلی پیشنهادی دارای پایداری مجانبی موضعی[1] می‌باشد.

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$
$$T_i = -\mathrm{sat}_{M_{i2}}\left(T_{arm_i} + \mathrm{sat}_{M_{i1}}\left(\lambda\left[\omega_i + \rho_i q_{e_i}\right]\right)\right)$$

$$q_e = q_d^{-1} * q \quad (۱۱)$$

در این معادله $sat_{M_{i2}}$ تابع اشباع با حد اشباع M_{i2}، T_{arm_i} مؤلفه‌ی i ام گشتاور اغتشاشی تخمینی وارد به کوادروتور، ω_i مؤلفه‌ی i ام بردار سرعت زاویه‌ای کوادروتور و λ و ρ_i ضرایب کنترلی مثبت هستند. مقادیر اشباع با توجه به معادلاتی که در ادامه می‌آید تعیین خواهد شد. همچنین q_{e_i} مؤلفه‌ی i ام بردار خطای کواترنیون است که این بردار به صورتی که در رابطه (۱۱) آمده محاسبه می‌شود. در این معادله نیز q_d برابر مقدار مطلوب بردار کواترنیون است.

۳- ۲- تخمین گشتاور اغتشاشی با فیلتر کالمن

همان طور که مشاهده شد، در قانون کنترلی وضعیت کوادروتور عبارتی برای گشتاور تخمین زده شده (وارد شده از طرف بازو) وجود دارد. به طور کلی کوادروتور به خاطر شرایط محیطی در معرض گشتاورهای مزاحم قرار دارد. در مساله‌ی فعلی یک عامل مهم اعمال گشتاور مزاحم حرکت بازوی رباتیک و اعمال نیرو به مجری نهایی آن است. از آن جایی که اندازه‌گیری مستقیم گشتاورهای مذکور کار دشواری است، برای عملکرد بهتر کنترلر حلقه‌ی داخلی و کاهش فراجهش در پاسخ آن، کل گشتاورهای اغتشاشی تخمین زده می‌شوند.

یکی از بهترین ابزارها برای تخمین حالت‌های یک سیستم دینامیکی فیلتر کالمن است که حدود سال ۱۹۶۰ توسط رودولف ای کالمن و افراد دیگری توسعه داده شد [۱۷]. این فیلتر انواع مختلفی دارد که در اینجا از نوع خطی و گسسته‌ی[2] آن استفاده می‌شود. به طور خلاصه برای استفاده از این فیلتر ابتدا دینامیک سیستم به صورت ساده شده در نظر گرفته شده

1 Locally asymptotically stability
2 Discrete

و به فضای حالت برده می‌شود. بردارهای حالت (x)، اندازه‌گیری‌ها (y) و ورودی‌ها (u) بر اساس متغیرهای مساله تعیین می‌شود. سپس بر اساس مدلی که از سیستم ارائه شد، بردار حالت در گام بعدی پیش‌بینی می‌شود. در مرحله‌ی بعد بر اساس اختلافی که بین بردار اندازه‌گیری‌ها (y) و مقدار پیش‌بینی شده‌ی آن‌ها وجود دارد، تخمین موجود از بردار حالت به روز رسانی می‌شود [۱۸]. ابتدا دینامیک دورانی ساده شده‌ی کوادروتور نوشته می‌شود:

$$
\begin{aligned}
\ddot{\phi} &= \frac{d\,(F_3 - F_4) + T_{d_1}}{I_{xx}}, \\
\ddot{\theta} &= \frac{d\,(F_1 - F_2) + T_{d_2}}{I_{yy}}, \\
\ddot{\psi} &= \frac{\frac{k}{b}\,(-F_1 - F_2 + F_3 + F_4) + T_{d_3}}{I_{zz}}
\end{aligned}
\tag{۱۲}
$$

در این روابط d فاصله‌ی قطری موتورها و I_{xx}، I_{yy} و I_{zz} برابر ممان اینرسی‌های کوادروتور هستند. بردار حالت مساله ($x \in \mathbb{R}^{12\times1}$)، بردار اندازه گیری شامل زوایای اولر و نرخ تغییرات آنها ($y \in \mathbb{R}^{6\times1}$)، بردار ورودی‌های سیستم ($u \in \mathbb{R}^{4\times1}$) و معادلات حالت سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$
\begin{aligned}
& x = [\phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}, T_{d_1}, T_{d_2}, T_{d_3}]^T \\
& y = [\phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T,\ u = [F_1, F_2, F_3, F_4]^T \\
& \phi_{k+1} = \phi_k + \dot{\phi}_k \times \delta t, \theta_{k+1} = \\
& \theta_k + \dot{\theta}_k \times \delta t, \psi_{k+1} = \psi_k + \dot{\psi}_k \times \delta t
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \dot{\phi}_{k+1} = \dot{\phi}_k + \ddot{\phi}_k \times \delta t, \dot{\theta}_{k+1} = \\
& \dot{\theta}_k + \ddot{\theta}_k \times \delta t, \dot{\psi}_{k+1} = \dot{\psi}_k + \ddot{\psi}_k \times \delta t \\
& \ddot{\phi}_{k+1} = \frac{1}{I_{xx}}(T_{d_{1k}} + d \times (F_3 - F_4)) \\
& \ddot{\theta}_{k+1} = \frac{1}{I_{yy}}(T_{d_{2k}} + d \times (F_1 - F_2)) \\
& \ddot{\Psi}_{k+1} = \frac{1}{I_{zz}}(T_{d_{3k}} + \frac{k}{b} \times (-F_1 - F_2 + F_3 + F_4)) \\
& T_{d_{1_{k+1}}} = T_{d_{1_k}}, T_{d_{2_{k+1}}} = T_{d_{2_k}}, T_{d_{3_{k+1}}} = T_{d_{3_k}}
\end{aligned}
\tag{۱۳}
$$

در این معادلات ϕ,θ,ψ زوایای اولر کوادروتور، F_1 تا F_4 نیروی رانش پره‌ها، δt گام زمانی انجام محاسبات و T_{d_i} مؤلفه‌ی i ام گشتاور اغتشاشی است. حال معادلات فیلتر کالمن گسسته نوشته می‌شوند [۱۸].

$$
\begin{aligned}
& x_{k+1|k} = F x_{k|k} + G u_k\ , \\
& P_{k+1|k} = F P_{k|k} F^T + Q_k \\
& K_{k+1} = P_{k+1|k} H^T (H P_{k+1|k} H^T + R)^{-1}\ , \\
& \hat{y}_{k+1|k} = H x_{k+1|k} \\
& x_{k+1|k+1} = x_{k+1|k} + K_{k+1}(y_k - \hat{y}_{k+1|k})\ , \\
& P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1} H) P_{k+1|k}
\end{aligned}
\tag{۱۴}
$$

با انتخاب مناسب ماتریس‌های ثابت $R \in \mathbb{R}^{6\times6}$ و $Q \in \mathbb{R}^{12\times12}$ سرعت همگرایی پاسخ تنظیم می‌شود.

۳- ۳- کنترلر حلقه‌ی خارجی

در این بخش قاعده کنترلی پیشنهادی برای حلقه خارجی به منظور ردیابی مسیر دلخواه در حرکت انتقالی ارائه می‌گردد. این کنترل کننده با داشتن سه مؤلفه‌ی موقعیت و زاویه‌ی سمت[1] کوادروتور و مقادیر مطلوب آن‌ها، بردار کواترنیون مطلوب و نیروی رانش لازم را تولید می‌کند. با توجه به اغتشاشات وارد به کوادروتور از طرف بازو، در صورتی که نیروی اغتشاشی وارد به کوادروتور تخمین زده شده و توسط کنترلر جبران شود، دقت نهایی و پایداری سامانه در اجرای مأموریت مشترک پهپاد-بازو افزایش می‌یابد.

الگوریتم مورد استفاده در این بخش یک قاعده تطبیقی[2] است که با توجه به مرجع [۱۹] طراحی شده است. در این روش، یک قاعده تخمین-کنترل برای محاسبه‌ی نیروی اغتشاشی اعمال شده از طرف بازو و خنثی سازی اثرات آن در حین ردیابی مسیر دلخواه ارائه می‌گردد.

برای طراحی قاعده‌ی مورد نظر، بردار خطای موقعیت e و مقدار فیلتر شده‌ی آن r به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$
e = \xi - \xi_d, r = \dot{e} + \alpha e
\tag{۱۵}
$$

که در آن ξ بردار موقعیت مرکز جرم کوادروتور و α یک ماتریس قطری ثابت با اعداد مثبت است. دینامیک انتقالی کوادروتور عبارت است از:

1 Yaw angle
2 I&I: Invariance and Immersion

$$\ddot{\xi} = q + \frac{F_d}{m} \tag{۱۶}$$

که در آن q بردار نیروهای کنترلی (اعمالی توسط موتورها) و F_d بردار نیروهای اغتشاشی است. با ادغام روابط بالا می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
&\dot{e} = r - \alpha e \\
&\dot{r} = \ddot{e} + \alpha\dot{e} = \ddot{\xi} - \ddot{\xi}_d + \alpha\dot{e} = \\
&\qquad q + \frac{F_d}{m} - \ddot{\xi}_d + \alpha\dot{e} \\
&\dot{r} = q' + \frac{F_d}{m} + \alpha\dot{e} = q' + \nu\omega + \rho \\
&\nu = \frac{1}{m}, \omega = F_d
\end{aligned} \tag{۱۷}$$

بردار ω همان متغیر مورد تخمین، یعنی نیروهای اغتشاشی وارد به کوادروتور است. بردار ζ که معیاری از خطای تخمین است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\zeta = \widehat{\omega} - \omega + \beta \tag{۱۸}$$

β برداری است که در معادله‌ی (۲۰) تعریف می‌شود. با مشتق‌گیری از رابطه‌ی بالا می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
&\dot{\zeta} = \dot{\widehat{\omega}} - \dot{\omega} + \dot{\beta} = \\
&\qquad \dot{\widehat{\omega}} - \dot{\omega} + \frac{\partial\beta}{\partial e^T}\dot{e} + \\
&\qquad \frac{\partial\beta}{\partial r^T}(q' + \nu(\widehat{\omega} - \zeta + \beta) + \rho)
\end{aligned} \tag{۱۹}$$

قضیه: بر اساس معادله‌ی (۱۹)، قانون تخمین و کنترل به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\begin{aligned}
&\dot{\widehat{\omega}} = -\frac{\partial\beta}{\partial e^T}\dot{e} - \\
&\qquad \frac{\partial\beta}{\partial r^T}(q' + \nu(\widehat{\omega} + \beta) + \rho), \\
&q' = -k_p r_p - \nu.(\widehat{\omega} + \beta) - \rho \\
&\beta_i = \gamma_i \int_0^{r_i} \nu_i(e_p, \sigma)d\sigma \text{ , } for\ i = x, y, z
\end{aligned} \tag{۲۰}$$

اثبات: با مشتق گیری از رابطه‌ی سوم (۲۰) می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial\beta}{\partial r} = \gamma\nu \tag{۲۱}$$

با جایگذاری روابط بالا در رابطه‌ی (۱۹) به دست می‌آید:

$$\dot{\zeta} = \frac{\partial\beta}{\partial r^T}(\nu(-\zeta)) - \dot{\omega} = -\gamma\nu^2\zeta - \dot{\omega} \tag{۲۲}$$

برای اثبات پایداری قانون تخمین، تابع مثبت معین به فرم ارائه شده در رابطه زیر انتخاب می‌شود:

$$\begin{aligned}
&V = \zeta^T\gamma^{-1}\zeta \\
&\dot{V} = 2\zeta^T\gamma^{-1}\dot{\zeta} = \\
&\qquad 2\zeta^T\gamma^{-1}(-\dot{\omega} - \frac{\partial\beta}{\partial r^T}\nu\zeta)
\end{aligned} \tag{۲۳}$$

با توجه به رابطه‌ی (۲۱) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{aligned}
&\dot{V} = -2\zeta^T\gamma^{-1}\dot{\omega} - 2\zeta^T\nu^2\zeta \\
&\dot{V} = 2(-\frac{1}{2}\zeta^T\gamma^{-1}\dot{\omega} - \frac{1}{2}\dot{\omega}^T\gamma^{-1}\zeta - \\
&\qquad \zeta^T\nu^2\zeta + \frac{1}{2}\zeta^T\gamma^{-1}\zeta + \frac{1}{2}\dot{\omega}^T\gamma^{-1}\dot{\omega} - \\
&\qquad \frac{1}{2}\zeta^T\gamma^{-1}\zeta - \frac{1}{2}\dot{\omega}^T\gamma^{-1}\omega) \\
&\dot{V} = 2(-\zeta^T\nu^2\zeta - \\
&\qquad (\zeta^T + \dot{\omega}^T)(\frac{1}{2}\gamma^{-1})(\zeta + \dot{\omega}) + \\
&\qquad \frac{1}{2}\zeta^T\gamma^{-1}\zeta + \frac{1}{2}\dot{\omega}^T\gamma^{-1}\dot{\omega} \\
&\dot{V} \le 2(-\nu^2\|\zeta\|^2 + \frac{1}{2}\|\gamma^{-1}\|\|\zeta\|^2 - \frac{1}{2}\|\gamma^{-1}\|\|\dot{\omega}\|^2 + \\
&\qquad \frac{1}{2}\|\gamma^{-1}\|\|\zeta\|^2 + \frac{1}{2}\|\gamma^{-1}\|\|\dot{\omega}\|^2 + \frac{1}{2}\|\gamma^{-1}\|\lambda_1\|\zeta\|)
\end{aligned} \tag{۲۴}$$

$$\begin{aligned} &\dot{V} \le 2(\|\gamma^{-1}\| - \nu^2)\|\zeta\|^2 + \\ &\qquad \frac{1}{2}\|\gamma^{-1}\|\lambda_1\|\zeta\| \le 0 \\ &\|\zeta\| \ge \frac{1}{4}\|\gamma^{-1}\|\lambda_1(\frac{1}{\nu^2 - \|\gamma^{-1}\|}) \\ &\|\gamma^{-1}\| \ge \nu^2 \end{aligned} \qquad (۲۵)$$

بنابراین در صورت برقرار بودن رابطه‌ی (۲۵) تابع لیاپانوف انتخاب شده همواره منفی خواهد بود.

حال به اثبات پایداری مجموعه‌ی تخمین و کنترل پرداخته می‌شود. تابع مثبت معین به فرم ارائه شده در رابطه (۲۶) به عنوان تابع لیاپانوف در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} &W = e^T e + 2r^T r + 2\zeta^T \gamma^{-1} k_p^{-1}\zeta \\ &\dot{W} = 2e^T \dot{e} + 4r^T \dot{r} + 4\zeta^T \gamma^{-1} k_p^{-1}\dot{\zeta} \end{aligned} \qquad (۲۶)$$

طبق رابطه‌ی (۲۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{W} = &-2e^T(\alpha e - r) - \\ &4r^T(k_p r + \nu\zeta) - \\ &4\zeta^T k_p^{-1}\nu^2\zeta - 4\zeta^T\gamma^{-1}k_p^{-1}\dot{\omega} \end{aligned} \qquad (۲۷)$$

$$\begin{aligned} \dot{W} = &-2e^T\alpha e + e^T r + r^T e - r^T r - \\ &e^T e + r^T r + e^T e - 4r^T k_p r - \\ &4r^T\nu\zeta - 4\zeta^T k_p^{-1}\nu^2\zeta - \\ &4\zeta^T\gamma^{-1}k_p^{-1}\dot{\omega} \\ &= -e^T(2\alpha - I_{3\times3})e - (e^T - r^T)(e - r) + \\ &r^T r - 2r^T k_p r - \\ &2(\zeta^T k_p^{-1}\nu + r^T)k_p(\nu k_p^{-1}\zeta + r) \\ &-2\zeta^T k_p^{-1}\nu^2\zeta - 4\zeta^T\gamma^{-1}k_p^{-1}\dot{\omega} = \dot{W}_1 + \dot{W}_2 \end{aligned} \qquad (۲۸)$$

$$\begin{aligned} &\dot{W}_1 = -e^T(2\alpha - I_{3\times3})e - \\ &\qquad (e^T - r^T)(e - r) - r^T(2k_p - I_{3\times3})r - \\ &\qquad 2(\zeta^T k_p^{-1}\nu + r^T)k_p(\nu k_p^{-1}\zeta + r) \\ &\dot{W}_2 = -2\zeta^T k_p^{-1}\nu^2\zeta - 4\zeta^T\gamma^{-1}k_p^{-1}\dot{\omega} \end{aligned} \qquad (۲۹)$$

با توجه به معادله (۲۹) در صورتی که شرایط ارائه شده در رابطه (۳۰) برقرار گردد، $\dot{W}_۱ < ۰$ به ازای تمامی مقادیر بردار حالت برقرار خواهد بود:

$$\begin{cases} 2\alpha - I_3 > 0 \\ 2k_p - I_3 > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha_i > \dfrac{1}{2} \\ k_{p_i} > \dfrac{1}{2} \end{cases} \qquad (۳۰)$$

حال کافی است ثابت شود $\dot{W}_۲ < ۰$ است. برای سادگی از نصف این مقدار استفاده می‌شود. می‌توان نوشت:

$$\dot{W}_2 = -\zeta^T k_p^{-1}\nu^2\zeta - 2\zeta^T\gamma^{-1}k_p^{-1}\dot{\omega} \qquad (۳۱)$$

برای سادگی در نوشتن $\gamma^{-۱}k_p^{-۱} = z$ در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{W}_2 = &-\zeta^T k_p^{-1}\nu^2\zeta - \zeta^T z\,\dot{\omega} - \\ &\dot{\omega}^T z\,\zeta - \zeta^T z\,\zeta - \dot{\omega}^T z\,\dot{\omega} + \\ &\zeta^T z\,\zeta + \dot{\omega}^T z\,\dot{\omega} = -\zeta^T k_p^{-1}\nu^2\zeta - \\ &(\zeta^T + \dot{\omega}^T)z(\zeta + \dot{\omega}) + \zeta^T z\,\zeta + \dot{\omega}^T z\,\dot{\omega} \end{aligned} \qquad (۳۲)$$

$$\begin{aligned} \dot{W} \le &-\|k_p^{-1}\|\nu^2\|\zeta\|^2 - \|z\|\|\zeta + \dot{\omega}\|^2 + \\ &\|z\|\|\zeta\|^2 + \|z\|\|\zeta\|^2 + \|z\|\|\dot{\omega}\|^2 \le \\ &-\|k_p^{-1}\|\nu^2\|\zeta\|^2 + \|z\|\|\zeta\|^2 - \\ &\|z\|\|\dot{\omega}\|^2 + \|z\|\|\lambda_1\|\|\zeta\| + \\ &\|z\|\|\zeta\|^2 + \|z\|\|\dot{\omega}\|^2 \end{aligned} \qquad (۳۳)$$

$$\leq \|\zeta\|^2 (2\|z\| - \|k_p^{-1}\| \nu^2) + \|z\| \|\lambda_1\| \|\zeta\| \leq 0$$
$$\|\zeta\| \geq \|\lambda_1\| \|\gamma^{-1} k_p^{-1}\| \left(\frac{1}{\|k_p^{-1}\| \nu^2 - 2\|\gamma^{-1} k_p^{-1}\|}\right)$$

$$\begin{aligned} &\|k_p^{-1}\| \nu^2 - 2\|\gamma^{-1} k_p^{-1}\| < 0 \\ &\rightarrow \|\gamma^{-1}\| > \frac{1}{2} \nu^2 \end{aligned} \tag{۳۴}$$

در صورتی که معادله‌ی (۳۴) برقرار باشد، $\dot{W}_۲ < ۰$ به ازای تمامی مقادیر بردار حالت برقرار خواهد بود. بنابراین اثبات تکمیل شده است.

۳- ۴- محاسبه‌ی بردار وضعیت مطلوب و نیروی رانش

بعد از محاسبه‌ی سه مؤلفه‌ی شتاب کوادروتور $q = \begin{bmatrix} q_۱ \\ q_۲ \\ q_۳ \end{bmatrix}$ توسط کنترل‌کننده‌ی حلقه‌ی خارجی، می‌بایست مقدار نیروی رانش و همچنین جهت‌گیری مطلوب کوادروتور در فضا محاسبه شود. برای این منظور دینامیک انتقالی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۸]:

$$m\dot{v} = mg - R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix} \tag{۳۵}$$

که در آن R ماتریس تبدیل مختصات از دستگاه بدنه به دستگاه اینرسی است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & -\cos\theta\sin\psi & \sin\theta \\ \cos\phi\sin\psi + \cos\psi\sin\phi\sin\theta & \cos\phi\cos\psi - \sin\phi\sin\psi\sin\theta & -\cos\theta\sin\phi \\ \sin\phi\sin\psi - \cos\phi\cos\psi\sin\theta & \cos\psi\sin\phi + \cos\phi\sin\psi\sin\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \tag{۳۶}$$

بنابراین دینامیک انتقالی به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{u}{m}\sin\theta \\ \dfrac{u}{m}\sin\phi\cos\theta \\ \dfrac{u}{m}\cos\phi\cos\theta - g \end{bmatrix} \tag{۳۷}$$

برای این که شتاب کوادروتور در سه راستا برابر مقدار تعیین شده توسط کنترل‌کننده‌ی خارجی باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{aligned} \phi_d &= \arctan\left(\frac{q_2}{g - q_3}\right), \\ \theta_d &= \arcsin\left(\frac{-q_1}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2 + (g - q_3)^2}}\right) \\ u &= m\sqrt{q_1^2 + q_2^2 + (g - q_3)^2} \end{aligned} \tag{۳۸}$$

۳- ۵- تحلیل پایداری

با توجه به اثر تقابلی که بین دینامیک دورانی و انتقالی وجود دارد، اثبات‌های ارائه شده برای حلقه‌های داخلی و خارجی، پایداری کل سیستم را تضمین نمی‌کند. در این بخش پس از بیان مقدماتی به اثبات این موضوع اشاره می‌کنیم.

ابتدا دینامیک انتقالی و دورانی کوادروتور را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} m\ddot{\xi} &= R(\eta)F + mg + F_d \\ M\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + d_\tau &= \tilde{\tau} \end{aligned} \tag{۳۹}$$

که در آن η بردار زوایای اویلر، C ماتریس شتاب‌های جانب به مرکز و کوریولیس و d_τ گشتاور اغتشاشی است. با فرض بردار موقعیت به صورت $\xi = [x \;\; y \;\; z]$ و بردار وضعیت به صورت $\eta = [\phi \; \theta \; \psi]$، بردار خطای موقعیت و وضعیت و مشتقات آن‌ها را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$X = \left[(\xi - \xi_d)^T , (\dot{\xi} - \dot{\xi}_d)^T \right]$$
$$\varepsilon = \left[(\eta - \eta_d)^T , (\dot{\eta} - \dot{\eta}_d)^T \right]^T$$
$$\dot{X} = \Pi_1 X + \Pi_2 (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_d) \qquad (۴۰)$$
$$\dot{\varepsilon} = \Pi_1 \varepsilon + \Pi_2 (\ddot{\eta} - \ddot{\eta}_d)$$

که در آن ماتریس‌های Π_1 و Π_2 برابرند با:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} O_3 & I_3 \\ O_3 & O_3 \end{bmatrix}, \Pi_2 = \begin{bmatrix} O_3 & \vdots & I_3 \end{bmatrix} \qquad (۴۱)$$

دینامیک کوادروتور ساختاری آبشاری داشته که حلقه‌های داخلی و خارجی به واسطه‌ی عبارت $R(\eta)$ به یکدیگر وابسته هستند. بردار کنترلی مجازی q که در کنترل‌کننده‌ی حلقه‌ی خارجی ارائه شد، به منظور مستقل کردن این معادلات معرفی می‌شود. با جایگذاری معادلات (۳-۶۹) در معادلات (۳-۷۱) می‌توان نوشت:

$$\dot{X} = \Pi_1 X + \Pi_2 (q - \ddot{\xi}_d - \frac{F_d}{m}) +$$
$$\Pi_2 (\frac{1}{m} R_t F - g - q) = f_X + f_\Delta$$
$$f_X = \Pi_1 X + \Pi_2 (q - \ddot{\xi}_d - \frac{F_d}{m}) \qquad (۴۲)$$
$$f_\Delta = \Pi_2 (\frac{1}{m} R_t F - G - q)$$
$$\dot{\varepsilon} = \Pi_1 \varepsilon +$$
$$\Pi_2 (M^{-1} (\tilde{\tau} - C\dot{\eta} - d_\tau) - \ddot{\eta}_d) = f_\varepsilon$$

که در این روابط f_Δ عبارتی است که حلقه‌های داخلی و خارجی را مرتبط می‌کند. حال برای اثبات پایداری به بیان لم زیر پرداخته می‌شود [۱۹].

لم: اگر سیگنال کنترلی q به نحوی وجود داشته باشد که $X = ۰$ یک نقطه‌ی تعادل پایدار مجانبی برای سیستم $\dot{X} = f_X$ باشد، آنگاه هر سیگنال کنترلی $\tilde{\tau}$ که تعادل سیستم $\dot{\varepsilon} = f_\varepsilon$ را تضمین کند پایداری مجانبی را در $(X, \varepsilon) = (۰,۰)$ نیز تضمین خواهد کرد.

اثبات این لم و جزئیات بیشتر در این مورد در مرجع [۱۹] آمده است.

۳- ۶- کنترل مجری نهایی بازو با استفاده از سینماتیک معکوس

به منظور این که مجری نهایی بازو مسیر دلخواه را تعقیب کند، باید فرمان مناسب را برای موتورهای مفاصل ایجاد کرد. با توجه به این که در مفاصل از سروو موتور استفاده می‌شود، کافیست فرمان زاویه به آن‌ها ارسال شود. بدیهی است که سروو موتورها به خاطر دینامیک خود و قطعات متصل به آن‌ها در تعقیب فرمان مقداری تأخیر دارند که باید آن را در شبیه‌سازی در نظر گرفت.

برای محاسبه‌ی زاویه‌ی مطلوب موتورها، از یک الگوریتم سینماتیک معکوس [۸] استفاده می‌شود که در آن ابتدا موقعیت دلخواه مجری نهایی در دستگاه اینرسی به مختصات آن در دستگاه بدنه‌ی کوادروتور تبدیل می‌شود. بعد از کم کردن ثابت P_{qAdist} از حاصل، یک بردار $\left[x \ y \ z \right]^T$ به دست می‌آید و با استفاده از روابط مثلثاتی زوایای مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

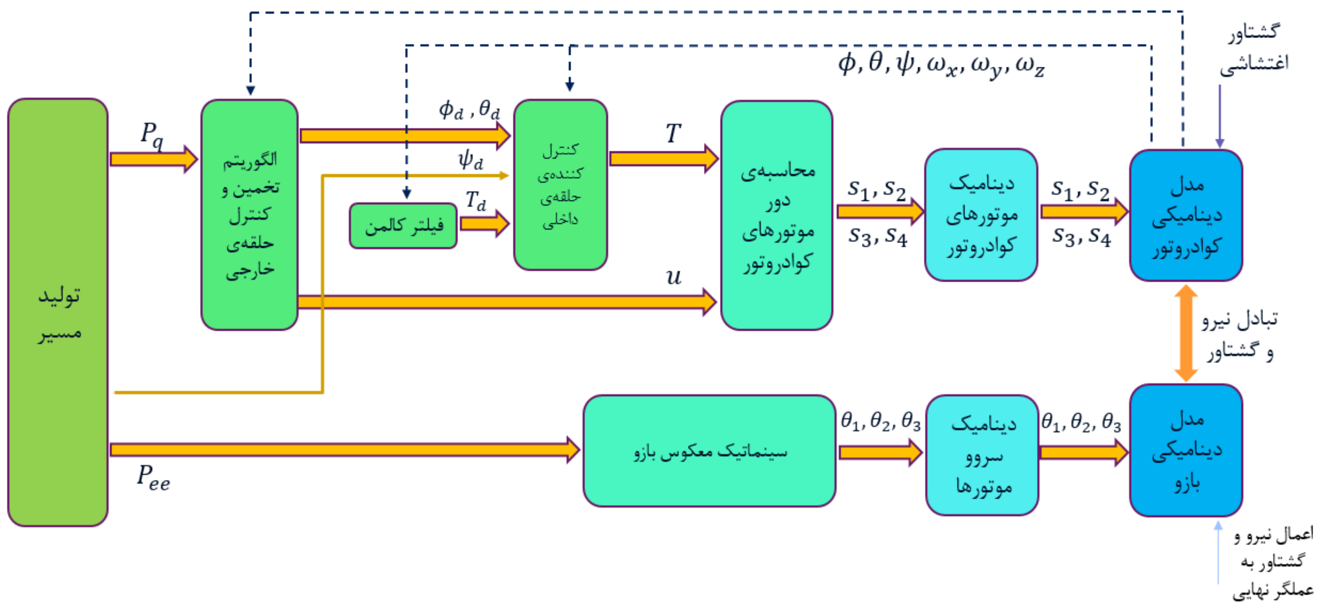
$$\theta_1 = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \ , s = z - l_1$$
$$\theta_3 = \cos^{-1}(\frac{r^2 + s^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3}) \qquad (۴۳)$$
$$\theta_2 = \beta - \alpha = \tan^{-1}(\frac{r}{s}) - \tan^{-1}(\frac{l_3 \sin\theta_3}{l_2 + l_3 \cos\theta_3})$$

در روابط بالا P_{qAdist} فاصله‌ی مرکز جرم کوادروتور تا ابتدای لینک اول بازو و $l_۱, l_۲, l_۳$ طول لینک‌های بازو است.

۴- ارائه و تحلیل نتایج

به منظور بررسی عملکرد الگوریتم‌های ارائه شده، مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار متلب[۱] انجام شده است. در ادامه ابتدا به معرفی محیط شبیه‌سازی پرداخته می‌شود. سپس پارامترهای مورد استفاده و ماموریت‌های مورد بررسی ارائه می‌شود و در نهایت نتایج شبیه‌سازی‌ها ارائه شده و مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

1 MATLAB



شکل ۵. دیاگرام بلوکی کنترل حلقه بسته کوادروتور–بازو

Fig. 5. Quadrotor-manipulator feedback control block diagram

۴– ۱– محیط شبیه‌سازی

محیط شبیه‌سازی مورد استفاده، محیط سیمولینک[1] نرم‌افزار متلب است که با داشتن بلوک‌های بسیار متنوع و تنظیمات مربوط به حل عددی فضای مناسبی را برای شبیه‌سازی به وجود آورده است. شبیه‌سازی ایجاد شده برای این پژوهش شامل دو بخش اصلی سینماتیک و دینامیک و قوانین کنترل و تعیین خروجی عملگرها است. بخش‌های مختلف شبیه‌سازی در شکل ۵ نمایش داده شده است. همچنین فرضیات زیر برای نزدیک کردن شبیه‌سازی به واقعیت انجام شده است:

- فیلتر کالمن برای تخمین گشتاور از داده‌های دارای نویز استفاده می‌کند.
- دینامیک دورانی کوادروتور در معرض گشتاورهای اغتشاشی گوسی با واریانس ۰/۰۰۰۱ قرار دارد.
- موتورهای کوادروتور فرمان سرعت را با یک دینامیک مرتبه‌ی اول دنبال می‌کنند.
- سروو موتورهای بازو فرمان زاویه را با یک دینامیک مرتبه‌ی دوم دنبال می‌کنند.

۴– ۲– پارامترها و ماموریت‌های شبیه‌سازی

پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی در جدول‌های ۲ و ۳ آمده‌اند. به منظور تعیین ضرایب کنترل‌کننده جدول ۳، ابتدا قیود به دست آمده هنگام اثبات پایداری را در نظر می‌گیریم. با توجه به شباهت نسبی عبارت‌های کنترل کننده‌ها به کنترل کننده‌ی تناسبی– مشتق‌گیر ابتدا ضریب تناسبی را با هدف سرعت مناسب پاسخ و عدم نوسان زیاد در آن تعیین می‌کنیم. سپس ضریب مشتق‌گیر را طوری تنظیم می‌کنیم که فراجهش پاسخ تا حد امکان کاهش یابد. ضریب تخمین‌گر نیز به نحوی تعیین می‌شود که متغیر مورد تخمین تأخیر کمی داشته و از طرفی موجب نوسان یا ناپایداری سیستم نشود.

همچنین به منظور مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی، از مرجع [۸] استفاده شده است. الگوریتم‌های این مرجع شبیه‌سازی شده و ماموریت‌های آتی روی آن تست شده است. حلقه‌ی داخلی این مرجع از یک تخمین استفاده می‌کند که در آن صرفاً گشتاور ناشی از خروج از مرکز بازو نسبت به محور مرکزی کوادروتور در نظر گرفته می‌شود. حلقه‌ی خارجی یک کنترلر غیرخطی است که مشابه یک کنترل کننده‌ی تناسبی– انتگرال‌گیر– مشتق‌گیر عمل می‌کند، ولی عبارتی برای تخمین نیروهای اغتشاشی ندارد.

1 Simulink

جدول ۲. پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی

Table 2. Parameter values used in the simulation

پارامتر	تعریف پارامتر	مقدار	واحد	پارامتر	تعریف پارامتر	مقدار	واحد
m	جرم کوادروتور	۰/۲۸	کیلوگرم	l_3	طول لینک سوم بازو	۰/۰۸۴	متر
J	ماتریس اینرسی کوادروتور	$\begin{bmatrix} ۰/۰۰۵۶ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰/۰۰۵۶ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰/۰۰۹۷ \end{bmatrix}$	کیلوگرم متر مربع	m_1	جرم لینک اول بازو	۰/۰۵	کیلوگرم
g	شتاب گرانش	۹/۸۱	متر بر مجذور ثانیه	m_2	جرم لینک دوم بازو	۰/۰۵	کیلوگرم
l_1	طول لینک اول بازو	۰/۰۵	متر	m_3	جرم لینک سوم بازو	۰/۰۵	کیلوگرم
l_2	طول لینک دوم بازو	۰/۰۵	متر	P_{qAdist}	فاصله‌ی مرکز جرم کوادروتور تا ابتدای لینک اول بازو	۰/۰۱	متر

جدول ۳. پارامترهای مورد استفاده برای ضرایب موجود در الگوریتم‌های کنترل و تخمین

Table 3. Parameter values used in control-estimation algorithms

پارامتر	تعریف پارامتر	مقدار	پارامتر	تعریف پارامتر	مقدار
ρ_1	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی داخلی	۱۸	λ_3	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی داخلی	۰/۲۵
ρ_2	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی داخلی	۱۸	γ	بهره‌ی تخمین‌گر نیروی اغتشاشی در کنترلر حلقه‌ی خارجی	ماتریس قطری با اعضای (۰/۲ ۰/۲ ۰/۲)
ρ_3	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی داخلی	۲۰	α	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی خارجی	ماتریس قطری با اعضای (۱/۶ ۲ ۲)
λ_1	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی داخلی	۰/۲۵	k_p	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی خارجی	ماتریس قطری با اعضای (۵ ۵ ۵)
λ_2	بهره‌ی کنترلر حلقه‌ی داخلی	۰/۲۵			

۴- ۳- مأموریت اول

در این مأموریت، ابتدا کوادروتور به یک موقعیت مشخص در فضا می‌رود. همزمان بازو به حرکت درآمده و به نقطه‌ی مطلوب در فضای کاری خود می‌رود. در نهایت یک گشتاور به مجری نهایی اعمال می‌شود و سیستم می‌بایست موقعیت خود را حفظ کند. این مأموریت می‌تواند مثالی از یک کاربرد عملی باشد که در آن کوادروتور برای عملیاتی مانند تعمیر به نزدیکی یک جسم می‌رود و مجری نهایی می‌بایست با اعمال نیرو و گشتاور فرایندی را که نیازمند دوران است (مانند سوراخ کردن یا بستن پیچ) انجام دهد.

زمان وقایع در مأموریت اول به صورت زیر است:

- در ثانیه‌های ۱، ۲، و۳ مؤلفه‌های x، y و z کوادروتور در ۱ متری مبدأ قرار می‌گیرند.
- در ثانیه‌ی ۱۰ مؤلفه‌های x، y و z مجری نهایی در موقعیت ۱/۰۵، ۱/۰۵ و ۱/۱ قرار می‌گیرند.
- در ثانیه‌ی ۲۰ یک گشتاور ۰/۲۵ نیوتون متری به مجری نهایی حول محور x آن اعمال می‌شود.

۴- ۴- مأموریت دوم

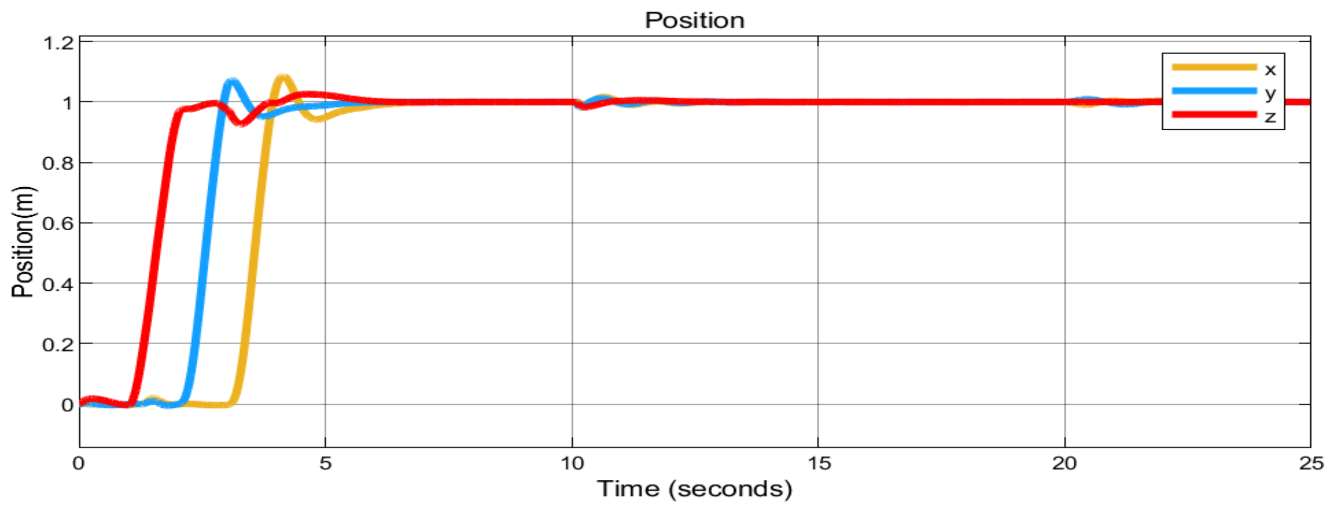
کوادروتور و بازو در حرکتی همزمان و هماهنگ تلاش می‌کنند تا مجری نهایی مسیر دلخواهی را در صفحه دنبال کند. همچنین عملگر نهایی باید نیرویی را به صفحه اعمال کند. این مأموریت توانایی سیستم را در دنبال کردن مسیرهای پیچیده که نیازمند همکاری هر دو عضو است، نشان می‌دهد. زیرا ممکن است به خاطر شرایط محیطی کوادروتور به تنهایی قادر به دنبال کردن مسیر دلخواه نباشد ولی همکاری بازو باعث می‌شود تلاش کنترلی کوادروتور کاهش یابد. به بیان دیگر کوادروتور مانند پایه‌ای عمل می‌کند که بازو را در فاصله‌ی نزدیکی از هدف نگه می‌دارد و حصول دقت نهایی را به بازو می‌سپارد.

مسیر مجری نهایی که برای این مأموریت در نظر گرفته شده زنجیره‌ای از خطاها و دایره‌های پشت سر هم است. در این مأموریت کوادروتور صرفاً یک مسیر مستقیم را طی می‌کند و حرکت بازو شکل مطلوب را ایجاد می‌کند. همچنین از ثانیه‌ی ۱ دو نیروی ۰/۳ نیوتونی به مجری نهایی اعمال می‌شود.

۴- ۵- ارائه‌ی نتایج و تحلیل

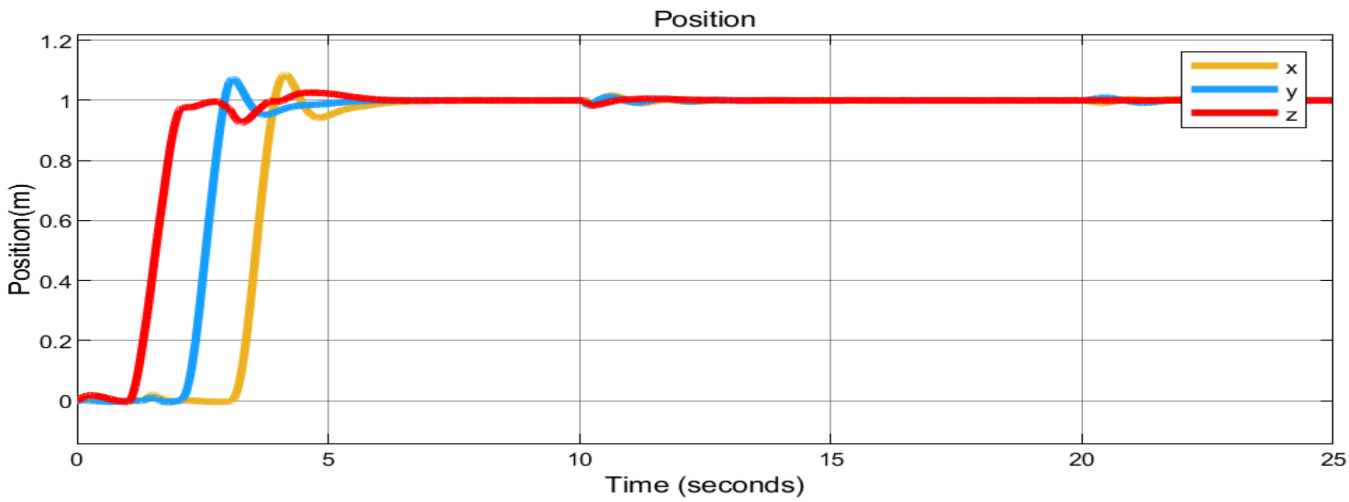
در ابتدا به نتایج شبیه‌سازی‌های مأموریت اول می‌پردازیم. در شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب موقعیت کوادروتور و موقعیت مجری نهایی در دستگاه اینرسی مشاهده می‌شود.

همانطور که دیده می‌شود، حرکت بازو و اعمال گشتاور به مجری نهایی، تأثیر ناچیزی روی موقعیت کوادروتور داشته است و خطای آن کمتر از ۲٪ (۲ سانتی‌متر در یک متر) بوده است. در واقع گشتاور اعمالی به کوادروتور با سرعت مناسبی تخمین زده شده و جبران می‌شود. همچنین در زمان‌های



شکل ۶. موقعیت کوادروتور در مأموریت اول

Fig. 6. Quadrotor position in the first mission



شکل ۷. موقعیت مجری نهایی در مأموریت اول

Fig. 7. End-effector position in the first mission

ابتدایی تفاوت‌هایی بین موقعیت کوادروتور و بازو مشاهده می‌شود. علت این امر ناشی از دو موضوع است. ابتدا این که دوران‌های مختصر کوادروتور در فضا باعث می‌شود مجری نهایی که در انتهای بازو قرار دارد حرکت‌هایی علاوه بر حرکت کوادروتور را تجربه کند. همچنین در این زمان‌ها زوایای مفاصل مقداری تغییر می‌کند که ناشی از تلاش مجری نهایی برای رسیدن به موقعیت مطلوب است، هر چند این تلاش تا قبل از رسیدن کوادروتور به نزدیکی هدف اهمیتی ندارد.

نمودار گشتاور تخمین زده شده در سه راستای دستگاه بدنه در شکل ۸ آمده است.

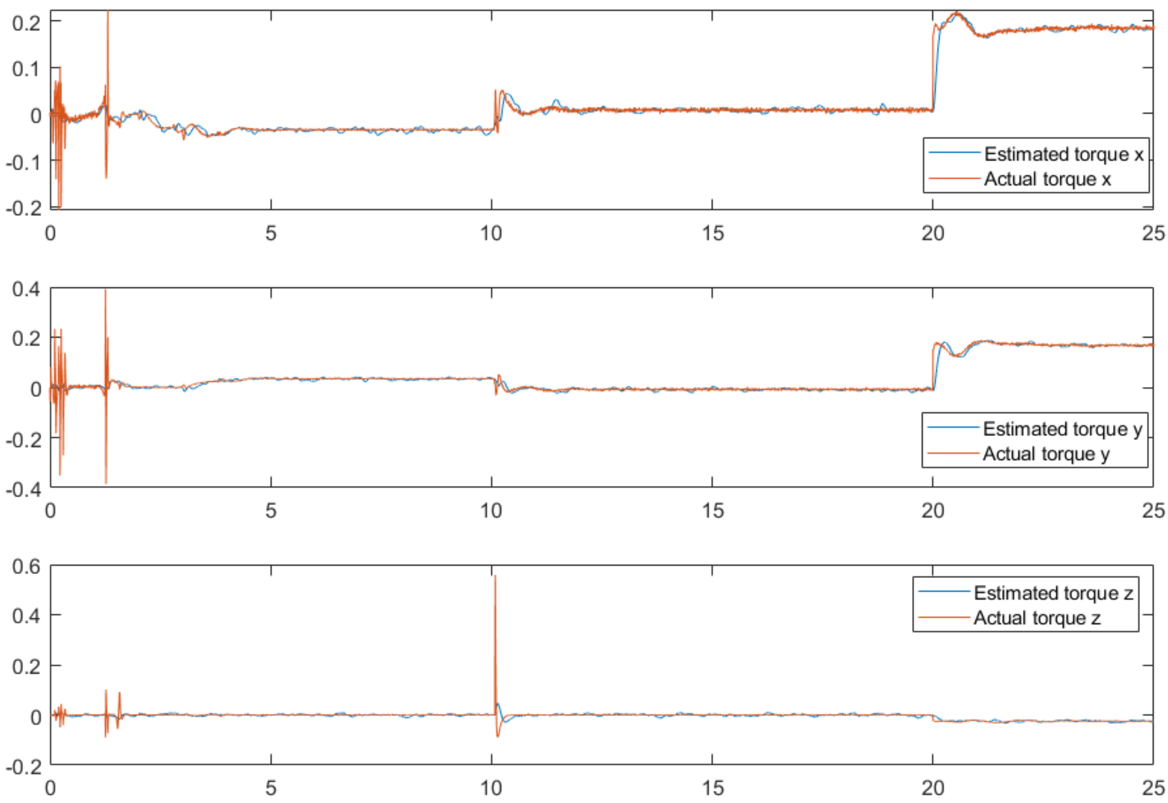
با توجه به شکل‌ها به محض اعمال گشتاور به مجری نهایی در ثانیه‌ی ۲۰، گشتاور اغتشاشی وارد به کوادروتور با سرعت خوبی توسط فیلتر کالمن تخمین زده شده است. همچنین موقعیت مجری نهایی نیز با سرعت و بدون خطای ماندگار به موقعیت مطلوب رسیده است. در واقع سینماتیک معکوس می‌تواند به خاطر موقعیت مناسب کوادروتور مجری نهایی را با دقت خوبی به موقعیت مطلوب ببرد. به منظور مقایسه، عملکرد سیستم در این مأموریت با الگوریتم ارائه شده در مرجع [۸] مقایسه می‌شود. نمودار موقعیت کوادروتور در شکل ۹ مشاهده می‌شود.

همانطور که مشاهده می‌شود، بعد از اعمال گشتاور به مجری نهایی سیستم فاصله‌ی نسبتاً زیادی از موقعیت مطلوب گرفته است و عملاً ناپایدار شده است. در حقیقت با توجه به این که این الگوریتم گشتاور اغتشاشی را تخمین نمی‌زند و همچنین عبارت انتگرال گیر در کنترلر حلقه‌ی داخلی آن وجود ندارد، خطای جهت‌گیری کوادروتور به راحتی صفر نمی‌شود که این موضوع باعث شتاب‌گیری کوادروتور در راستای افقی می‌شود.

حال به نتایج مأموریت دوم می‌پردازیم. مسیر مطلوب و مسیر واقعی در شکل ۱۰ دیده می‌شود:

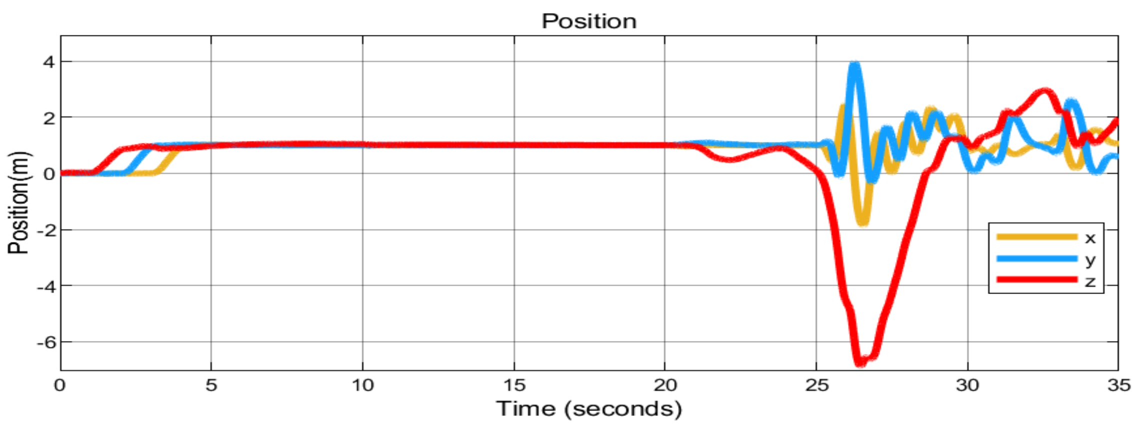
مشاهده می‌شود که در لحظه‌ی اعمال نیرو، برای لحظات کوتاهی خطای دنبال کردن موقعیت بزرگ شده است. اما در ادامه مانند مأموریت قبل، نیرو وگشتاور اعمالی به کوادروتور با سرعت مناسبی تخمین زده شده و جبران می‌شوند. نمودار نیروی تخمین زده شده در سه راستای دستگاه اینرسی در شکل ۱۱ آمده است.

به علت حرکت و چرخش مجری نهایی در فضا و ثابت بودن راستای نیروهای اعمالی در دستگاه عملگر، راستا و مقدار نیروی اعمالی به کوادروتور در دستگاه اینرسی مدام عوض می‌شود که همین موضوع در نمودارها دیده می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که تخمین نیرو مقدار واقعی آن را با سرعت مناسبی دنبال می‌کند. این موضوع باعث می‌شود که نیروی مورد نیاز کوادروتور قبل از این که موقعیت آن تحت تأثیر اغتشاش قرار بگیرد، تأمین شود که در نتیجه توانایی کوادروتور را در حفظ موقعیت افزایش می‌دهد. حال این نتیجه با نتیجه‌ی الگوریتم [۸] در اجرای همین مأموریت مقایسه می‌شود.



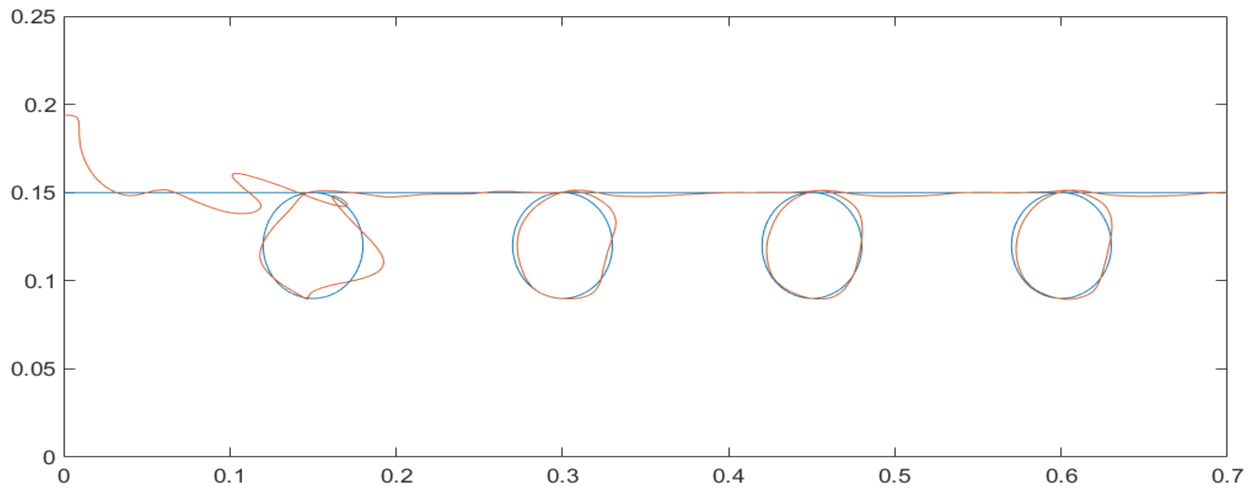
شکل ۸. مقدار واقعی و تخمینی گشتاور اغتشاشی در راستای سه محور

Fig. 8. Actual and estimated value of disturbance torque along three axes



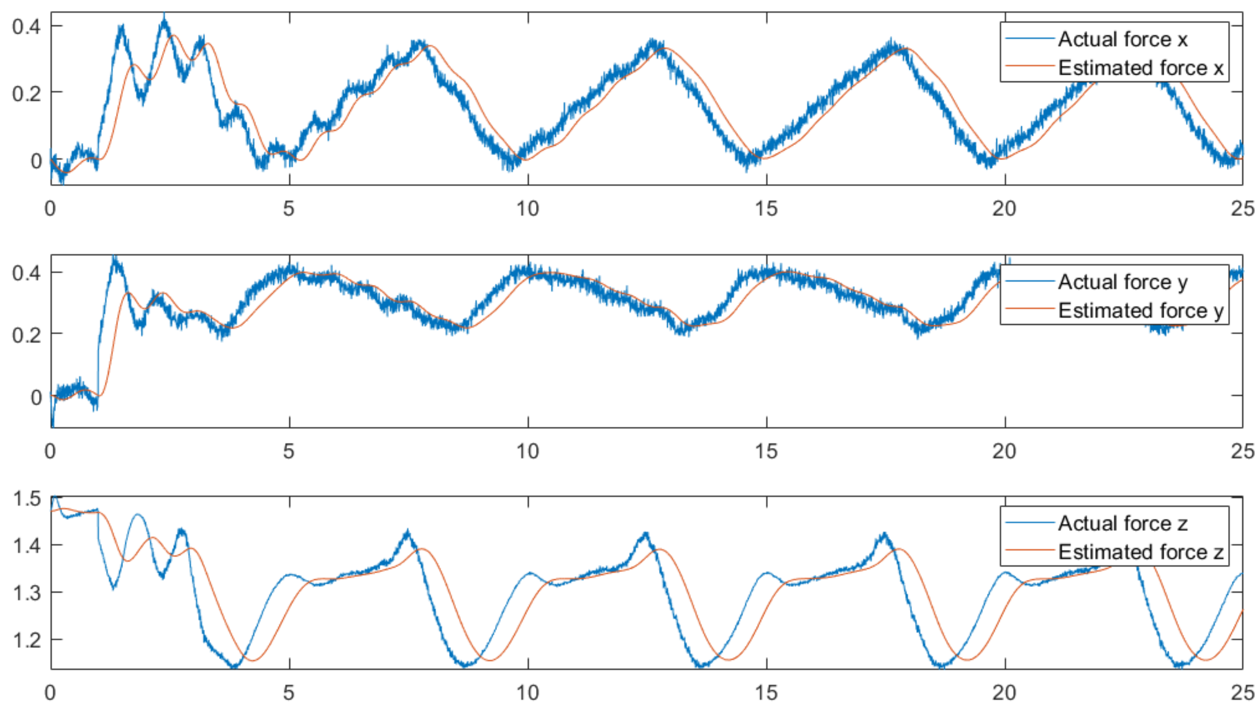
شکل ۹. موقعیت کوادروتور در مأموریت اول با کنترل کننده‌ی مورد مقایسه

Fig. 9. Quadrotor position in first mission using compared controller



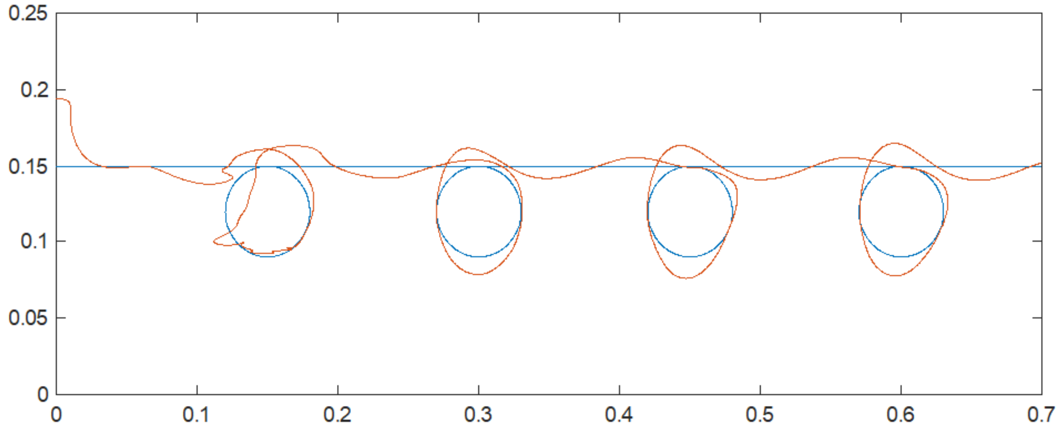
شکل ۱۰. موقعیت مجری نهایی در صفحه‌ی xz

Fig. 10. End-effector position in xz coordinates



شکل ۱۱. مقدار واقعی و تخمینی نیروی اغتشاشی در راستای سه محور

Fig. 11. Actual and estimated value of disturbance force along three axes



شکل ۱۲. موقعیت مجری نهایی در صفحه‌ی xz با کنترل کننده‌ی مورد مقایسه

Fig. 12. End-effector position in xz coordinates using compared controller

جدول ۴. معیار مذکور برای موقعیت مجری نهایی

Table 4. ISE criteria for end-effector position

معیار انتگرال مربع خطا 10^{-4} متر مربع ثانیه	ISE_x	ISE_y	ISE_z	$\sqrt{ISE_z^{2}+ISE_z^{2}+ISE_z^{2}}$
الگوریتم ارائه شده	۶/۱۴۹۸ ۳۹ درصد افزایش	۱۱ بدون تغییر	۹/۴۶۷۴ ۵۷ درصد کاهش	۱۵/۷۶ ۳۰ درصد کاهش
الگوریتم مرجع [۸]	۴/۴۳۱۲	۱۱	۲۲	۲۵

موقعیت مجری نهایی و مقدار مطلوب آن در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود. با توجه به این که این الگوریتم نیرو و گشتاور را تخمین نمی‌زند، جهت‌گیری و موقعیت کوادروتور دچار خطا شده و در نتیجه شکل دایره‌ها تغییر کرده است. برای مقایسه‌ی بهتر در جدول ۴ معیار انتگرال مربع خطا[1] برای هر دو الگوریتم نمایش داده شده است که نحوه‌ی محاسبه‌ی آن در رابطه‌ی (۴۴) آمده است. مقدار این معیار برای هر سه مؤلفه‌ی موقعیت مجری نهایی و همچنین برایند این معیارها در یک بازه‌ی ۲۵ ثانیه‌ای ارائه شده است.

1 ISE: Integral Square Error

$$ISE = \int (P_d - P_a)dt \qquad (۴۴)$$

در این رابطه P_d موقعیت مطلوب مجری نهایی و P_a موقعیت واقعی آن است. با بررسی مقادیر ارائه شده مشاهده می‌شود که برایند برداری معیار مذکور برای سه مؤلفه بیش از ۳۰ درصد در الگوریتم ارائه شده کاهش داشته است.

در مجموع با بررسی نتایج مشخص می‌شود که تخمین نیرو و گشتاورهای اغتشاشی در هر لحظه سیستم را در برابر بارهای وارده از سمت بازو به نوعی

مقاوم‌تر کرده است. به بیان دیگر استفاده از تخمین‌ها این امکان را به کوادروتور می‌دهد که تقریباً به محض اعمال اغتشاش، آن را محاسبه کرده و از طریق عملگرهای خود آن را جبران کند. بنابراین موقعیت مطلوب راحت‌تر حفظ شده و در نتیجه خطای ردیابی عملگر نیز کاهش یابد.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

هدف از اجرای این پژوهش، دستیابی به یک قاعده‌ی کنترل برای مجموعه‌ی مرکب از یک کوادروتور و یک بازوی سه درجه آزادی است. برای این منظور بعد از استخراج معادلات دینامیکی هر دو عضو، الگوریتم‌های کنترلی به منظور دنبال کردن مسیر برای کوادروتور و مجری نهایی ارائه شد. به طور دقیق‌تر، الگوریتم مورد استفاده برای کنترل وضعیت کوادروتور با استفاده از گشتاورهای اغتشاشی تخمین زده شده و کنترل کننده‌ی موقعیت با استفاده از نیروی اغتشاشی تخمین زده شده عملکرد کنترلی را بهبود می‌بخشند. تخمین گشتاور وارد به کوادروتور با استفاده از فیلتر کالمن انجام شده است. برای ردیابی مسیر مجری نهایی از سینماتیک معکوس استفاده شده است که با داشتن موقعیت مطلوب در فضا، زاویه‌ی مورد نیاز مفاصل را محاسبه می‌کند. در ادامه سیستم در محیط سیمولینک متلب با ماموریت‌های مختلف شبیه‌سازی شد و نتایج ارائه شد.

بررسی نتایج نشان می‌دهد که عملکرد سیستم در مواجهه با نیروها و گشتاورهای اغتشاشی قابل قبول است و ردیابی مسیر با دقت معقولی انجام می‌شود. همان طور که در بخش قبل مشاهده شد، الگوریتم ارائه شده در [۸] تحمل گشتاور اغتشاشی به عملگر را نداشته و ناپایدار می‌شود. در صورتی که الگوریتم این پژوهش با تخمین مقدار گشتاور اغتشاشی و جبران آن در کنترل کننده به خطای موقعیتی کمتر از ۲٪ هنگام اعمال گشتاور به مجری نهایی و حرکت بازو می‌رسد. همچنین در مأموریت دوم که شامل تعقیب مسیر توسط مجری نهایی بود، با توجه به معیار انتگرال مربع خطا حدود ۳۰ درصد بهبود در الگوریتم ارائه شده مشاهده شد. بنابراین سیستم ارائه شده برای انجام ماموریت‌هایی که نیازمند دقت و مهارت بالا همزمان با اعمال نیرو و گشتاور است و برای انسان خطرناک است پتانسیل بالایی برای استفاده دارد.

در انتها به مهم‌ترین فعالیت‌های انجام شده در این پژوهش اشاره می‌شود:

- تخمین گشتاورهای اغتشاشی وارد به کوادروتور به وسیله‌ی فیلتر کالمن با استفاده از داده‌های دارای نویز دریافتی از حسگرها و تزریق آن به حلقه‌ی کنترل داخلی
- ارائه الگوریتم تخمین- کنترل برای حلقه‌ی خارجی به همراه اثبات پایداری که با تخمین نیروی اغتشاشی وارد به کوادروتور و استفاده از آن در کنترلر، عملکرد کنترلی را هنگام فعالیت بازو بهبود می‌بخشد.

منابع

[1] A. Hern, Amazon claims first successful Prime Air drone delivery, in, the Guardian, 2016. Available: https://www.theguardian.com/technology/2016/dec/14/amazon-claims-first-successful-prime-air-drone-delivery.

[2] F. Ruggiero, V. Lippiello, A. Ollero, Aerial manipulation: A literature review, IEEE Robotics and Automation Letters, 3 (2018) 1957-1964.

[3] A. Nedjati, B. Vizvari, G. Izbirak, Post-earthquake response by small UAV helicopters, Natural Hazards, 80 (2016) 1669-1688.

[4] I. Maza, F. Caballero, J. Capitán, J.R. Martínez-De-Dios, A. Ollero, Experimental results in multi-UAV coordination for disaster management and civil security applications, Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications, 61 (2011) 563-585.

[5] R. Amin, L. Aijun, S. Shamshirband, A review of quadrotor UAV: Control methodologies and performance evaluation, International Journal of Automation and Control, 10 (2016) 87-103.

[6] F. Rekabi, F.A. Shirazi, M.J. Sadigh, Adaptive-Nonlinear H∞ Hierarchical Algorithm For Quadrotor Position Tracking, in: Proceedings of the 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics, IcRoM 2018, 2019, pp. 12-17.

[7] F. Rekabi, F.A. Shirazi, M.J. Sadigh, M. Saadat, Nonlinear H∞ Measurement Feedback Control Algorithm for Quadrotor Position Tracking, Journal of the Franklin Institute, 357 (2020) 6777-6804.

[8] J.U.A. MUÑOZ, Modeling and control of VTOL vehicles with rigid manipulators, University of Grenoble, Phd Dissertation, 2017.

[9] A. Ollero, J. Cortes, A. Santamaria-Navarro, M.A. Trujillo Soto, R. Balachandran, J. Andrade-Cetto, A.

Rodriguez, G. Heredia, A. Franchi, G. Antonelli, K. Kondak, A. Sanfeliu, A. Viguria, J.R. Martinez-de Dios, F. Pierri, The AEROARMS Project: Aerial Robots with Advanced Manipulation Capabilities for Inspection and Maintenance, IEEE Robotics & Automation Magazine, 25(4) (2018) 12-23.

[10] S. Kannan, S. Bezzaoucha, S.Q. Guzman, J. Dentler, M.A. Olivares-Mendez, H. Voos, Hierarchical control of aerial manipulation vehicle, in: AIP Conference Proceedings, 2017.

[11] P. Castillo, A. Dzul, R. Lozano, Real-Time Stabilization and Tracking of a Four-Rotor Mini Rotorcraft, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 12 (2004) 510-516.

[12] F. Kendoul, I. Fantoni, R. Lozano, Modeling and control of a small autonomous aircraft having two tilting rotors, in: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, CDC-ECC '05, 2005, pp. 8144-8149.

[13] B.L. Stevens, F.L. Lewis, E.N. Johnson, Aircraft control and simulation: Dynamics, controls design, and autonomous systems: Third edition, 2015.

[14] J. J. Craig, Introduction to robotics: Mechanics and control, Upper Saddle River: Pearson, 2005.

[15] J. Alvarez-Munoz, N. Marchand, J.F. Guerrero-Castellanos, J.J. Tellez-Guzman, J. Escareno, M. Rakotondrabe, Rotorcraft with a 3DOF Rigid Manipulator: Quaternion-based Modeling and Real-time Control Tolerant to Multi-body Couplings, International Journal of Automation and Computing, 15 (2018) 547-558.

[16] J.U. Álvarez-Muñoz, N. Marchand, F. Guerrero-Castellanos, S. Durand, A.E. Lopez-Luna, Improving control of quadrotors carrying a manipulator arm, XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático (CLCA 2014), (2014) 6--p.

[17] B. Alsadik, Kalman Filter, in: Adjustment Models in 3D Geomatics and Computational Geophysics, 2019, pp. 299-326.

[18] D. Simon, Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches, 1st ed., Wiley-Interscience, 2006.

[19] B. Zhao, B. Xian, Y. Zhang, X. Zhang, Nonlinear robust sliding mode control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on immersion and invariance method, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 25 (2015) 3714-3731.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

H. Shamsollahi, F. Rekabi, F. A. Shirazi, M. J. Sadigh, Control of a Quadrotor Equipped with Robotic Arm Based on Disturbance Estimation, Amirkabir J. Mech Eng., 54(4) (2022) 747-768.

DOI: 10.22060/mej.2022.20134.7175

این صفحه عمداً خالی است