



شبیه‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر دائم پیرامون ایرفویل ناکا ۱۵۰۰ با استفاده از روش صفحه عملگر و تکنیک میانبایی اصلاح جرمی

حسین اتحادی، مسعود تبیان جهرمی، حامد علیصادقی*

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۰۴
بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹
پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۰۲
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۲/۲۶

کلمات کلیدی:

صفحه‌ی عملگر
ایرفویل
جریان پایا
جریان دوبعدی
جریان تراکم‌ناپذیر

خلاصه: در سال‌های اخیر، روش‌های عملگر در شبیه‌سازی‌های آیرودینامیکی مورد اقبال پژوهشگران قرار گرفته‌اند. این روش‌ها نسبت به روش‌هایی که در آن جسم صلب به‌صورت کامل مدل می‌شوند، سرعت محاسباتی بیشتری دارند، همچنین نسبت به روش‌های مرسوم که در آن از مدل‌های ساده‌شده، استفاده می‌کنند از دقت بیشتری برخوردار است. در این تحقیق روش صفحه‌ی عملگر برای شبیه‌سازی دو بعدی جریان حول ایرفویل در جریان پایا و تراکم‌ناپذیر به کار گرفته شده است. برای این منظور یک حلگر جریان به روش میانبایی اصلاح جرمی با مدل صفحه‌ی عملگر جفت شده است. به‌منظور ارزیابی دقت نتایج، روش صفحه‌ی عملگر با روش شبیه‌سازی کامل ایرفویل، مقایسه شده است. همچنین برای اولین بار تأثیر پارامترهای مختلف روش صفحه‌ی عملگر بر دقت شبیه‌سازی جریان مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت نیز کانتورهای فشار و ورتیسیت به روش صفحه‌ی عملگر محاسبه شده و نتایج آن با نتایج حل عددی کامل ایرفویل مقایسه شده است. نتایج به‌دست‌آمده حاکی از آن است که اگر چه روش صفحه‌ی عملگر در محاسبه‌ی پارامترهایی چون سرعت و فشار، دقت متوسطی دارد، ولی قادر است نیروهای آیرودینامیکی و ساختار جریان را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی کند. از روش ارائه شده در این تحقیق، می‌توان به عنوان ابزاری کارآمد در مطالعه نمونه‌های پیچیده‌تر استفاده نمود.

۱- مقدمه

در شبیه‌سازی‌های آیرودینامیکی مربوط به ایرفویل‌ها، طیف وسیعی از تکنیک‌های محاسباتی وجود دارد که توانایی هر یک در پیش‌بینی جنبه‌های مختلف عملکرد آن‌ها متفاوت است. روش‌هایی که در آن‌ها، ایرفویل به‌صورت کامل مدل می‌شوند هزینه‌ی محاسباتی گزافی دارند، علی‌الخصوص زمانی که چندین ساختار متفاوت و متحرک در میدان حل وجود دارد. چراکه این مسائل، نیازمند استفاده از شبکه‌بندی‌های پیچیده و متحرک می‌باشند. مدل‌های ارزان‌تر و غیرنویراستوکسی و یا مدل‌های مستقل از ساختار گردابه‌ها به دلیل فرضیات ساده‌کننده‌ی زیاد، محدودیت کارایی و عدم توانایی یا توانایی ضعیف در پیش‌بینی دنباله‌ها چندان قابل اعتماد نیستند [۱]. لذا در بسیاری از شبیه‌سازی‌های آیرودینامیکی، از روش‌های عملگر استفاده می‌کنند. این روش‌ها با وجود کاهش شدید هزینه‌های محاسباتی، دقت قابل قبولی دارند. در روش‌های عملگر با حذف هندسه جسم صلب و اعمال اثر نیروهای آیرودینامیکی به‌صورت جملات چاه و چشمه به معادلت

ناویر-استوکس، رفتار جریان پیرامون جسم صلب شبیه‌سازی می‌شود. در این روش‌ها به علت عدم مدل‌سازی هندسه جسم صلب، به یک شبکه‌بندی با سلول‌های کمتر برای شبیه‌سازی جریان احتیاج است. این روش‌ها قابلیت مدل‌سازی گردابه‌های نوک اجسام، دنباله جریان و لحاظ کردن اثرات سه‌بعدی و ناپایایی جریان ورودی را دارند. برای حل جریان‌های پیچیده، می‌توان نیروهای جسمی منتج شده از داده‌های جدول‌بندی شده ایرفویل را در حلگر نویراستوکس تولید نمود. حلگر نویراستوکس می‌تواند مشخصات جریان را، با توجه به زوایای حمله مختلف و سرعت‌های نسبی متفاوت در هر مقطع محاسبه کند. روش‌های عملگر به سه دسته‌ی دیسک، خط و صفحه عملگر تقسیم می‌شوند که عموماً در شبیه‌سازی‌های توربین‌های بادی و آبی استفاده می‌شوند. روش دیسک عملگر اولین بار توسط سارنسن و مایکن [۲] به‌صورت ناپایا و تقارن محوری توسعه داده شده است. در روش دیسک عملگر یک دیسک مجازی جایگزین روتور در میدان جریان می‌شود و عکس‌العمل توزیع نیروهای آیرودینامیکی وارد بر پره به معادلات ناویر استوکس اضافه می‌شوند. مدل خط عملگر، برای اولین بار در سال

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: alisadeghi@kntu.ac.ir



با توجه به دقت و سرعت بالای این روش و امکان توسعه‌ی آن برای انواع مسائل سیالاتی، در تحقیق حاضر از حلگر مذکور استفاده گردیده است. مرور مقالات نشان می‌دهد در روش‌های عملگر، چندین پارامتر اساسی وجود دارد که بر اساس مدل انتخابی، نوع شبیه‌سازی، میدان حل و ابعاد شبیه‌سازی انتخاب می‌شوند. تحقیق حاضر با هدف بررسی این پارامترها و چگونگی کوپل کردن روش صفحه‌ی عملگر با حلگر نوپراستوکس میانبایی اصلاح جرمی به شبیه‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر حول یک ایرفویل ساکن می‌پردازد. در گذشته پژوهشگران متعددی، به شبیه‌سازی جریان حول ایرفویل به کمک روش‌های عملگر پرداخته‌اند اما هیچ کدام از آن‌ها، اثرات پارامترهای مهم این روش را بررسی نکرده‌اند. و صرفاً از این روش در بررسی نمونه‌های متفاوت سیالاتی استفاده کرده‌اند. برای مثال، بابا احمدی و دونگ [۷] از روش‌های عملگر برای شبیه‌سازی عددی جریان در توربین‌های جزر و مدی استفاده نمودند. یو و همکاران [۸] از روش خط عملگر برای مطالعه‌ی دنباله‌های جریان در توربین‌های بادی محور افقی استفاده نمودند. وترانس و میکلسن [۹] با استفاده همزمان از خط عملگر و مدل‌های واماندگی دینامیکی به محاسبه‌ی ضریب توان و ضرایب آیرودینامیکی یک توربین بادی محور افقی پرداختند. در این تحقیق، برای اولین بار به جای استفاده از مدل صفحه‌ی عملگر در شبیه‌سازی نمونه‌های جدید، صرفاً به بررسی اثرات پارامترهای تاثیرگذار بر شبیه‌سازی پرداخته شده است.

در قسمت اول توضیحات مختصری در رابطه با حلگر میانبایی اصلاح جرمی آورده شده است. در بخش دوم مدل صفحه‌ی عملگر و پارامترهای مؤثر آن شرح داده شده است. در بخش سوم نتایج شبیه‌سازی جریان حول ایرفویل به کمک حلگر میانبایی اصلاح جرمی توسعه‌یافته با صفحه‌ی عملگر ارائه شده است. در این نتایج ضمن بررسی اثر تمامی پارامترهای مؤثر بر دقت نتایج، کلیه‌ی پاسخ‌ها با نتایج حاصل از مدل کامل ایرفویل^۹ مقایسه گردیده است. نتایج نشان می‌دهد، در صورت استفاده از پارامترهای بهینه‌ی صفحه‌ی عملگر، ترکیب این تکنیک با یک حلگر مناسب دینامیک سیالات محاسباتی^{۱۰} موجب کاهش شدید هزینه‌های محاسباتی می‌گردد، به‌علاوه نتایج به‌دست‌آمده در مقایسه با مدل ایرفویل کامل، دقت قابل قبولی دارند.

۲- حلگر میانبایی اصلاح جرمی

روش‌های حجم محدود بر مبنای المان محدود^{۱۱} از روش‌هایی هستند

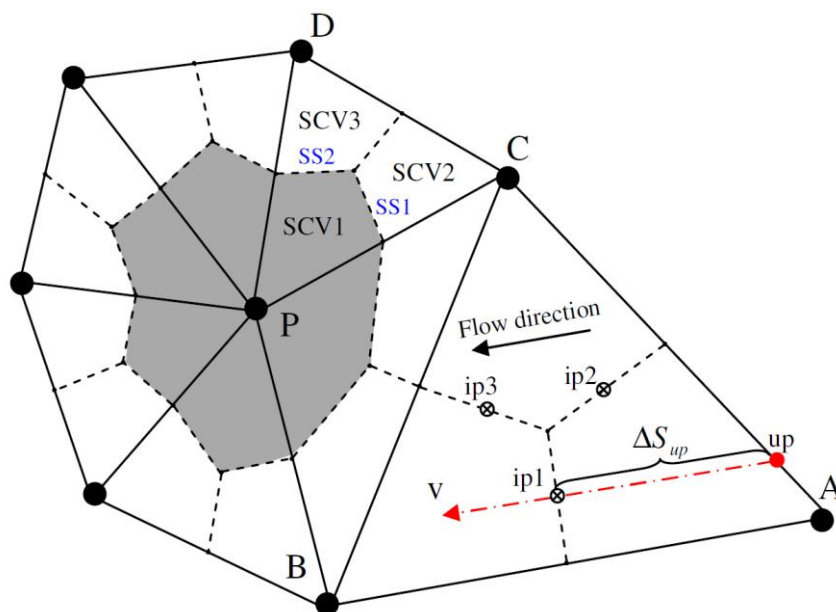
۲۰۰۲ توسط شن و سورنسن [۳] تحت نرم‌افزار الپسیس^۱ ارائه شد. این روش، شامل خطوط عملگری به‌صورت شعاعی است که به نمایندگی از پره‌های توربین بادی بر سیال عبوری از توربین اثر می‌کنند. شبیه‌سازی جریان عبوری از روی یک ایرفویل یا یک جسم صلب، توسط یک نقطه نیرو کمی مشکل است. به همین خاطر شن و سورنسن [۴] مدل دقیق‌تری از روش‌های عملگر را به نام صفحه‌ی عملگر توسعه دادند. نیروها در این روش علاوه بر جهت دهانه پره در راستای وتر آن نیز توزیع می‌شوند؛ بنابراین دقت بهتری نسبت به روش خط عملگر که نیروها فقط در راستای دهانه توزیع می‌شوند؛ داراست. آن‌ها در این تحقیق، برای شبیه‌سازی توربین بادی، نیروهای حجمی را توسط توابع توزیع تخمینی، بر سطح پره اعمال کردند. این توابع تخمینی توسط نرم‌افزار ایکس-فویل^۲ محاسبه می‌شد. نتایج به‌دست‌آمده، حاکی از این بود که، این روش نسبت به روش‌های قبلی (خط و دیسک عملگر)، به‌خصوص در پیش‌بینی ساختار جریان انتهای پره روتور، دارای دقت بیشتری است. مرور مقالات، نشان می‌دهد که صفحه‌ی عملگر همواره به یک حلگر نوپراستوکس کوپل شده است. در مقاله حال حاضر از یک حلگر جریان تراکم‌ناپذیر به روش میانبایی اصلاح جرمی^۳ در قالب حجم محدود بر مبنای المان محدود استفاده شده است [۵]. این روش، از شبکه‌های هم‌مکان^۴ استفاده نموده و از این‌رو با محدودیت‌های روش شبکه‌ی جابجاشده مواجه نمی‌باشد. از طرف دیگر به علت ارضای مستقیم و بلاواسطه‌ی معادله‌ی پیوستگی، نسبت به روش‌هایی چون پواسون فشار^۵ و تراکم‌پذیری مصنوعی^۶ از مزیت نسبی بالاتری برخوردار است. ضمن آن‌که روند همگرایی آن نسبتاً بهتر از سایر روش‌ها می‌باشد. پاراکاش و پاتانکار^۷ برای محاسبه‌ی سرعت‌ها در وجوه حجم کنترل معادله‌ی بقای جرم، از میدان سرعتی به نام سرعت جرمی استفاده نمودند. در ادامه علیصادقی و همکاران خواص و ویژگی‌های این روش و حساسیت‌های آن در مدل‌سازی ترم‌ها و اثرات ترم‌ها در کوپلینگ و دقت نتایج را مورد بررسی قرار دادند. وی همچنین با بازنگری در ایده‌ی اولیه، روشی ساده با دقت و کارایی بالا به نام میانبایی اصلاح جرمی^۸ را مطرح کرد به‌نحوی که توسعه‌ی روش برای شبکه‌های بی‌سازمان و سه‌بعدی نیز با کمترین دشواری همراه باشد [۵ و ۶].

- 1 ELLIPSYS
- 2 XFOIL
- 3 Mass corrected interpolation method
- 4 Collocated grid
- 5 Poisson equation
- 6 Artificial compressibility
- 7 Prakash & Patankar
- 8 Mass corrected interpolation method

9 Full-CFD

10 CFD-AS

11 Control-volume-based finite element



شکل ۱. شماتیک حجم کنترل‌ها و زیرحجم‌های کنترل هر المان.

Fig. 1. A schematic of an element control volume and sub-control volume on unstructured grids.

نظر گرفته می‌شوند و اطلاعات و مقادیر کمیت‌های جریان اعم از متغیرهای اولیه فشار و مؤلفه‌های سرعت در این نقاط گوشه ذخیره می‌گردند. مختصات محلی (ξ, η) در مرکز هر المان تعریف می‌گردد. محورهای مختصات محلی هر یک از المان‌ها را به سه زیرحجم کنترل تقسیم می‌نمایند. هر زیرحجم کنترل تنها با یک گره در ارتباط بوده و قسمتی از حجم کنترل آن گره را تشکیل می‌دهد؛ بنابراین هر گره را تعدادی زیرحجم کنترل از المان همسایه و مجاور احاطه می‌کند که حجم کنترل مربوط به آن گره را به وجود می‌آورد. برای محاسبه‌ی مقادیر کمیت‌ها در نقاط انتگرال‌گیری از تابع میانبایی خطی المان‌های مثلثی به‌صورت زیر می‌توان استفاده نمود.

$$\varphi = \sum_{n=1}^3 N_{ip,n} \Phi_n \quad (1)$$

که φ_i مقادیر کمیت در گره‌های المان بوده و $N_{ip,n}$ تابع شکل المان مثلثی هستند. لازم به ذکر است که تمامی مختصات به کار گرفته شده در روابط فوق، مختصات عمومی بوده و از مختصات محلی استفاده نشده است. با مشتق‌گیری از رابطه (۲) مشتق هر کمیت دلخواه در داخل المان به صورت زیر قابل محاسبه است.

که از مزایای حجم محدود و المان محدود به‌صورت توأمان بهره می‌برند. این ویژگی‌ها توسط بالیگا^۱ و پاتانکار^۲ [۱۰]، برای المان‌های مثلثی به‌خوبی نشان داده شده است. استفاده از این متدها، توسعه‌ی حلگر را برای شبکه‌های بی‌سازمان به‌راحتی امکان‌پذیر می‌نمایند. حلگر استفاده شده، یک حلگر جریان تراکم‌ناپذیر دوبعدی با روش میانبایی جرمی اصلاح‌شده است که در قالب روش‌های حجم محدود بر مبنای المان محدود قرار دارد [۵ و ۶]. در ادامه نحوه‌ی گسسته‌سازی معادلات و پیاده‌سازی این الگوریتم به‌صورت مختصر توضیح داده شده است.

۲-۱- گسسته‌سازی میدان به روش حجم کنترل بر مبنای المان محدود

برای حل معادلات جریان، میدان حل می‌بایست گسسته گردد تا معادلات مزبور روی هر یک از المان‌ها، گسسته شده و پس از محاسبه‌ی شارهای عبوری و انتگرال‌گیری روی سطوح المان، دستگاه معادلات جبری تشکیل گردد. در شکل ۱ نمونه‌ای از این شبکه، به همراه المان‌ها و زیرحجم‌های کنترل آن نشان داده شده است.

در این شبکه گره‌های محاسباتی، همان نقاط تشکیل‌دهنده‌ی المان‌ها در

1 Baliga
2 Patankar

که در رابطه‌ی فوق $SS1&2, i$ نشان دهنده‌ی دو سطح داخلی ($SS1$ و $SS2$) زیرحجم کنترل i المان می‌باشند. لازم به ذکر است که سطوح خارجی در فرآیند گردآوری زیرحجم‌های کنترل هر گره، یکدیگر را حذف می‌نمایند؛ بنابراین نیازی به محاسبه‌ی شارهای گذرنده از آن‌ها نمی‌باشد.

۲-۳- کوپلینگ میدان سرعت و فشار

نوسانات صفحه شطرنجی، ناشی از منفک بودن میدان سرعت و فشار می‌باشند که در بیان علل آن نیز، دلایلی چون مدل‌سازی نامناسب سرعت‌های وجهی و در نظر نگرفتن فیزیک جریان در محاسبه‌ی این سرعت‌ها مطرح گردید. برای حل مشکل نوسانات می‌بایست در معادله‌ی پیوستگی از سرعت‌های وجهی دیگری استفاده شود که از ترکیب معادله‌ی ممنتوم و جرم به دست می‌آیند. این سرعت‌های وجهی را سرعت‌های جابجا کننده^۱ می‌نامند و برای محاسبه‌ی آن رابطه‌ی زیر معرفی شده است:

$$Mom.Eq. - u(Mass.Eq.) = 0 \quad (۶)$$

همان‌گونه که در رابطه‌ی فوق مشاهده می‌شود، در روش ارائه شده توسط کریمیان و اشنایدر خطای معادله‌ی جرم با ضریبی از سرعت به انتهای معادله‌ی ممنتوم افزوده شده است. بدین ترتیب سرعت محاسبه شده به صورت ضمنی بقای جرم را نیز در بر دارد. کریمیان و اشنایدر نشان دادند که فرمولاسیون ارائه شده توسط آن‌ها، رفتاری مشابه با معادله‌ی پواسون فشار را نتیجه می‌دهد.

۲-۴- مدل‌سازی ترم‌ها در سرعت‌های جرمی و جابجاشونده

در این بخش روش‌های مختلف مدل‌سازی ترم‌های حاضر در سرعت جابجاشونده و سرعت جرمی یا جابجاکننده برحسب مقادیر گرهی موردبررسی قرار می‌گیرد.

۲-۴-۱- ترم گذرا

در بررسی‌های عددی انجام‌شده برای هر دو مدل‌سازی، اثرات این ترم در روند همگرایی و دقت محاسبات بسیار ناچیز و حتی در مواردی نامطلوب مشاهده شده است. با این وجود، نتایج نشان می‌دهند که وجود ترم زمانی در مدل‌سازی سرعت‌های جابجاکننده و جابجاشونده ضمن افزایش پیچیدگی‌های روش و حجم محاسبات آن، در روند همگرایی و دقت محاسبات

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \sum_{n=1}^3 \frac{\partial N_{ip,n}}{\partial x} \Phi_n = \sum_{n=1}^3 D_{x,n} \Phi_n \quad (۲)$$

۲-۲- گسسته‌سازی معادلات حاکم

فرم انتگرالی معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر غیردائم لزج آرام، اعم از معادلات بقای جرم و ممنتوم در جهات مختصات دوبعدی را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

$$\int_V \frac{\partial Q}{\partial t} d\mathcal{G} + \int_S (E ds_x + F ds_y) = \int_S (G ds_x + H ds_y) + \int_V Idv \quad (۳)$$

در روابط فوق ds_x و ds_y مؤلفه‌های بردار نرمال سطح بوده و سایر پارامترها به صورت زیر تعریف می‌گردند.

$$Q = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho u \\ \rho v \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u \\ (\rho u)u + p \\ (\rho u)v \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho v \\ (\rho v)u \\ (\rho v)v + p \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 0 \\ s_u \\ s_v \end{pmatrix} \quad (۴)$$

در روابط فوق، u و v مؤلفه‌های سرعت در جهات x و y ، P فشار، ρ چگالی و τ_{xx} ، τ_{xy} و τ_{yy} مؤلفه‌های تنسور تنش برشی می‌باشند. به منظور تشکیل دستگاه معادلات روی هر یک از المان‌ها، معادله‌ی (۵) می‌باید روی هر یک از زیرحجم کنترل‌ها اعمال گردد. در رابطه‌ی زیر، این کار به صورت نمونه برای زیرحجم کنترل شماره ۱ انجام شده است.

$$\int_{SCVi} \frac{\partial Q}{\partial t} d\mathcal{G} + \int_{SS1&2,i} (E ds_x + F ds_y) = \int_{SS1&2,i} (G ds_x + H ds_y) + \int_{SCVi} Idv \quad (۵)$$

که در رابطه فوق ℓ مقیاس طول پخشی یا نفوذی^۱ بوده و نحوه محاسبه آن برای المان‌های چهاروجهی و سه‌وجهی در مرجع [۵] ارائه شده است. u_d نیز از میان یابی دوخطی سرعت در نقطه انتگرال‌گیری موردنظر، به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_{d,ip} = \sum_{n=1}^4 N_{ip,n} U_n \quad (11)$$

در این روش سرعت‌های نقاط گرهی و نقطه انتگرال‌گیری به صورت کاملاً ضمنی در محاسبات وارد می‌شوند.

۲-۴-۵- ترم خطا یا باقیمانده

ترم خطا یا باقیمانده‌ی جرمی در رابطه (۶) باید در راستای جریان و به صورت زیر بازنویسی گردد.

$$u \left(\rho \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \rho q \frac{\partial u}{\partial s} - \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho u \frac{\partial v}{\partial y} \quad (12)$$

حال، ترم در جهت جریان به‌گونه‌ای مدل می‌گردد که متوسط وزنی از مقادیر بالادستی و پایین‌دستی سرعت به صورت زیر به دست آید:

$$\rho q \frac{\partial u}{\partial s} \approx \rho \bar{q}_{ip} \frac{u_{dn} - u_{up}}{\Delta s_{dn} + \Delta s_{up}} \quad (13)$$

که در رابطه فوق زیرنویس dn نشان دهنده سرعت پایین‌دستی جریان می‌باشد و به همان روشی که سرعت بالادست محاسبه می‌گردد، قابل محاسبه است. سایر ترم‌های رابطه (۱۲) نیز با استفاده از مشتقات تابع شکل معرفی شده در رابطه (۲) از تکرار قبل قابل محاسبه است.

۳- تکنیک صفحه‌ی عملگر

ایده اصلی نظریه صفحه‌ی عملگر بدین صورت است که ایرفویل، توسط نیروهای حجمی بیان می‌شود و این نیروها، جایگزین ایرفویل واقعی هستند.

خصوصاً در گام‌های زمانی کوچک اختلال ایجاد می‌نماید؛ بنابراین، حذف این ترم از معادله ممنتوم مدل‌سازی سرعت انتگرال‌گیری انجام شده است.

۲-۴-۲- ترم جابجایی

مقدار مشتق سرعت در راستای جریان نیز با استفاده از مقدار بالادستی و مقدار نقطه انتگرال‌گیری به صورت کاملاً ضمنی به صورت زیر مدل‌سازی می‌گردد.

$$\rho q \frac{\partial u}{\partial s} \approx \rho \bar{q}_{ip} \frac{u_{ip} - u_{up}}{\Delta s_{up}} \quad (7)$$

در رابطه فوق u_{up} مقدار سرعت در نقطه بالادست و Δs_{up} فاصله این نقطه تا نقطه انتگرال‌گیری می‌باشد. برای محاسبه نقطه بالادست از رابطه‌ی ذیل استفاده می‌گردد.

$$u_{up} = \sum_{n=1}^4 N_{up,n} U_n \quad (8)$$

۲-۴-۳- ترم فشار

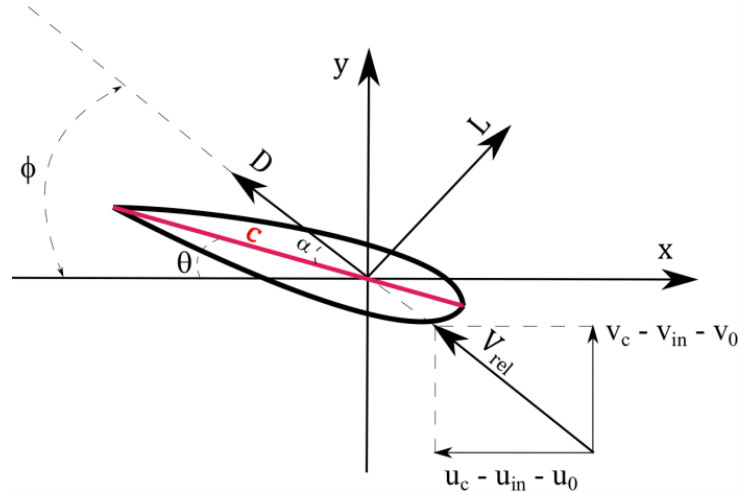
ماهیت پخشی فشار مستلزم مدل‌سازی این ترم به صورت اختلاف مرکزی و میان‌یابی دوخطی می‌باشد؛ بنابراین با استفاده از توابع شکلی مقدار این مشتق در نقاط انتگرال‌گیری محاسبه می‌گردد.

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \sum_{n=1}^4 D_{x,n} P_n \quad (9)$$

۲-۴-۴- ترم لزجت

برای مدل‌سازی این ترم لاپلاس سرعت به صورت زیر تقریب زده می‌شود.

$$\mu \nabla^2 u \approx \mu \frac{u_d - u_{ip}}{\ell^2} \quad (10)$$



شکل ۲. شماتیک مدل صفحه‌ی عملگر (ایرفویل)

Fig. 2. A schematic of the Actuator Surface model (airfoil).

در رابطه‌ی (۱۴)، ضریب لیفت، C_L ضریب درگ، C_D و وتر ایرفویل c و F_{dist} توزیع نیروی حجمی در طول ایرفویل می‌باشد که از فرمول‌های تجربی محاسبه می‌شود. نحوه‌ی تأثیر F_{dist} ، در توزیع نیرو در راستای صفحه‌ی عملگر، به صورت شماتیک در تصویر ۳ نشان داده شده است. در رابطه‌ی (۱۴)، سرعت نسبی V_{rel} است که در ایرفویل توسط رابطه‌ی (۱۵) محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{V}_{rel} = (u_c - u_{in} - u_0, v_c - v_{in} - v_0) \quad (15)$$

در رابطه‌ی (۱۵)، $\mathbf{u}_c = (u_c, v_c)$ ، سرعت در نقطه‌ی کنترلی است که این نقطه روی وتر (نقطه‌ای بین جلو و دنباله‌ی وتر) یا خارج از آن، انتخاب می‌شود. $\mathbf{u} = (u, v)$ ، سرعت ایرفویل در مختصات مرجع می‌باشد و $\mathbf{u}_{in} = (u_{in}, v_{in})$ سرعت القاشده توسط گردش محدود حول ایرفویل، در نقطه‌ی کنترلی می‌باشد. سرعت القایی توسط رابطه‌ی بیوساورات از رابطه‌ی (۱۶) محاسبه می‌شود. نحوه‌ی محاسبه‌ی سرعت القایی به صورت شماتیک در تصویر ۴ نشان داده شده است.

$$\mathbf{u}_{in} = \frac{1}{2\pi} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\Gamma(l) \mathbf{k} \times (\mathbf{x} - \mathbf{l})}{2} dl \quad (16)$$

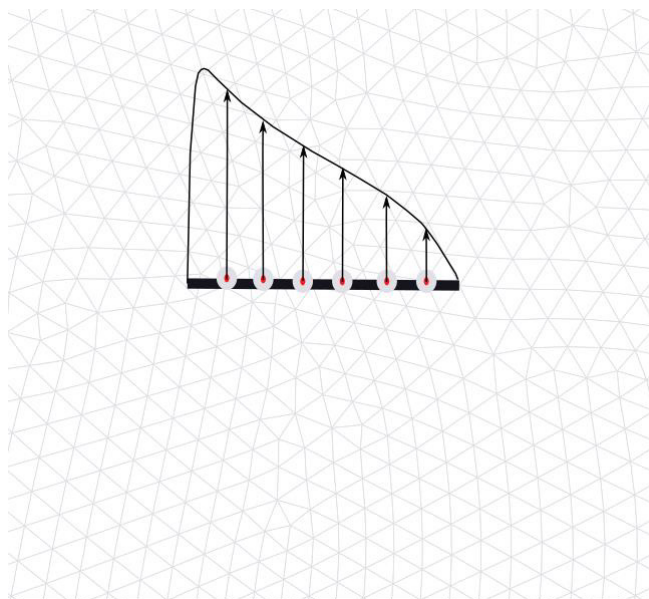
در مقاله حال حاضر، این روش بر اساس مطالعات شن و همکاران [۱۱] پیاده‌سازی شده است.

۳-۱- معادلات حاکم

می‌توان رفتار جریان حول ایرفویل را با فرض چگالی ثابت و با حل صورت تراکم‌ناپذیر معادلات ناور-استوکس با دقت بالایی توسط معادله (۵) پیش‌بینی نمود. این معادله با استفاده از روش میانابایی تصحیح جرمی^۱ [۵] حل می‌شوند. نیروهای حجمی، با بهره‌گیری از جدول مشخصات دوبعدی توزیع ضرایب برا و پسا در زاویه‌های مختلف حمله تعیین می‌شوند. برای جریانی که از ایرفویل عبور می‌کند، یک مرجع دوبعدی (OXY) انتخاب شده است. به طوری که جریان آزاد بر محور x آن منطبق شده و مقطع ایرفویل، حول مبدأ مرجع (O)، با سرعت زاویه‌ای Ω می‌چرخد. نیروی حجمی که بر یک ایرفویل دوبعدی وارد می‌شود، توسط جدول داده‌های ایرفویل مفروض، به دست می‌آید [۱۲]. در شکل ۲، تصویر شماتیک صفحه‌ی عملگر با خط قرمز نمایش داده شده است.

ترم نیروی حجمی موجود در معادله‌ی نویراستوکس توسط رابطه‌ی (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$f_{2D}(x) = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 c (C_L e_L + C_D e_D) F_{dist}(x) \quad (14)$$



شکل ۳. شماتیک توزیع نیروی حجمی در راستای ایرفویل

Fig. 3. A schematic of a distribution of body force along an airfoil.

کنترلی باید در یک فاصله محدود از ایرفویل انتخاب شود. معمولاً این فاصله را برابر با طول وتر ایرفویل در نظر می‌گیرند. از آنجاکه نیروها مستقیم بر وتر اثر می‌کنند، ممکن است در نزدیکی لبه‌ی حمله تغییرات ناگهانی و شدید باشد. این تغییرات ممکن است باعث ناپایا شدن حل و واگرا شدن جواب شود. جهت جلوگیری از ایجاد چنین مشکلی، تابع توزیع نیرو توسط رابطه (۲۰) تعریف می‌شود [۱۲].

$$f_b(x) = f_{2D} \otimes \eta_\varepsilon = \int_0^c f_{2D}(l) \cdot \eta_\varepsilon(|x-l|) dl \quad (20)$$

که در آن η تابع توزیع گوسین می‌باشد:

$$\eta_\varepsilon(r) = \frac{1}{\varepsilon^2 \pi} \exp[-(r/\varepsilon)^2] \quad (21)$$

بر اساس مرجع [۱۳] پارامتر ε به ابعاد شبکه وابسته است. بهترین انتخاب ε برای میدان‌های دوبعدی به اندازه ۱۴٪ الی ۲۵٪ اندازه وتر

در رابطه‌ی (۱۶)، x یک نقطه‌ی اختیاری در دامنه، \mathbf{k} بردار یکه عمود بر سطح، l_i مختصات محلی لبه حمله، l_i مختصات محلی لبه فرار، می‌باشند. همچنین رابطه‌ی بین گردش و لیفت ایرفویل، توسط قانون کوتاژو کوفسکی محاسبه می‌گردد.

$$L(l)e_l = \rho V_{rel} \times \Gamma(l)\mathbf{k} \quad (17)$$

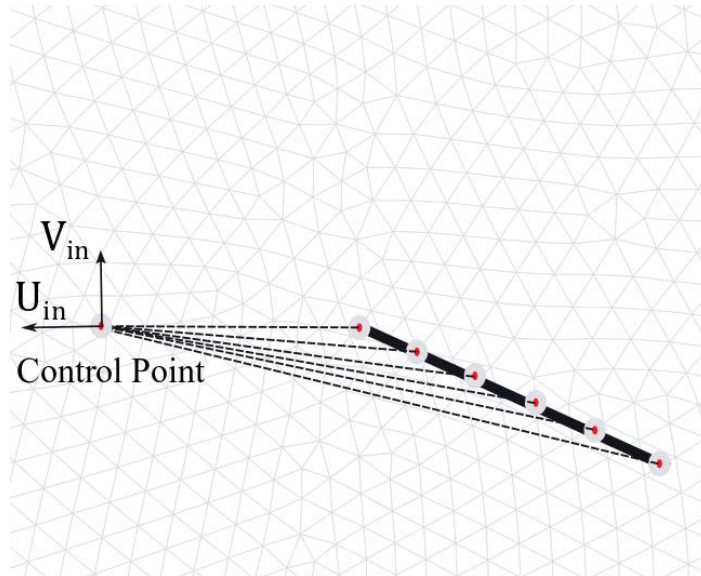
هنگامی که سرعت نسبی معلوم شد. زاویه جریان ϕ و زاویه حمله α توسط روابط (۱۸) تا (۱۹) مشخص می‌شوند.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{v_c - v_{in} - v_0}{u_c - u_{in} - u_0} \quad (18)$$

$$\alpha = \phi - \beta \quad (19)$$

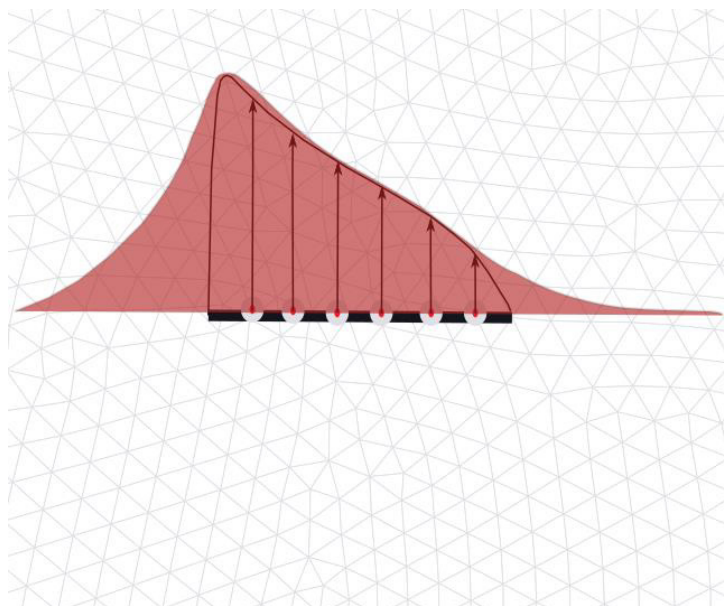
در رابطه‌ی (۱۹)، β جمع دو زاویه‌ی پیچ^۱ و تاب^۲ می‌باشد. نقطه‌ی

-
- 1 Pitch
 - 2 Twist



شکل ۴. شماتیک نحوه‌ی محاسبه‌ی سرعت در نقطه‌ی کنترلی که به فاصله‌ی یک برابر وتر از لبه‌ی حمله می‌باشد.

Fig. 4. A schematic of calculation of velocity at a control point that is chosen to be one chord in front of an airfoil.



شکل ۵. توزیع نیرو در میدان حل توسط تابع گوسین

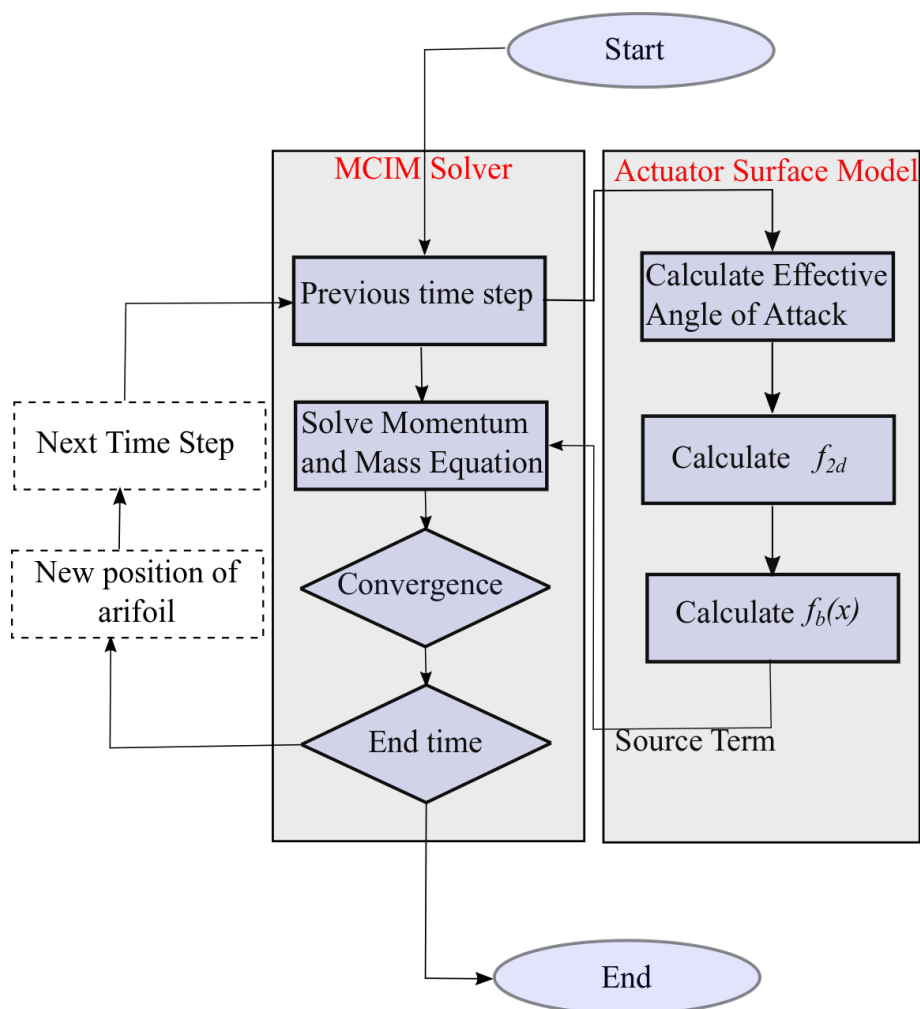
Fig. 5. Schematic of Gaussian distribution applied to volume force in field solution

فویل^۱ برای ایرفویل موردنظر استخراج شده‌اند. سپس نمودارهای حاصله با استفاده از نرم‌افزار تجاری تبیل کرو^۲ فرموله شده، و درروش سطح عملگر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

- 1 Xfoil
- 2 TableCurve2D

ایرفویل می‌باشد. در شکل ۵ نحوه‌ی تأثیر تابع توزیع گوسین در میدان حل، به‌صورت شماتیک نمایش داده شده است.

برای تابع توزیع F_{dist} می‌توان از نمودارهای توزیع فشار ایرفویل در زوایای حمله‌ی متفاوت استفاده نمود. این نمودارها توسط نرم‌افزار ایکس-



شکل ۶. الگوریتم حلگر توسعه یافته CFD-AS

Fig. 6. Process diagram of the Flow solver (combination of MCIM solver and AS).

۴- شبیه‌سازی‌های عددی

تحلیل با ایرفویل شبیه‌سازی شده با روش میانبایی اصلاح جرمی - صفحه‌ی عملگر CFD-AS مورد مقایسه قرار می‌گیرند. بررسی روش میانبایی اصلاح جرمی^۱ برای توانایی در مدل‌سازی ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ و دیگر مسائل آیرودینامیکی در مراجع [۵ و ۶] نشان داده شده است و نتایج این بررسی‌ها گویای توانایی مطلوب آن در مدل‌سازی ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ می‌باشد. کد پیاده‌سازی شده و روش مذکور بر اساس معادلات غیردائم بنا شده است و امکان حل مسائل غیردائم را نیز دارا می‌باشد. اما در تحقیق حاضر تنها مسائل دائم مورد توجه قرار گرفته است تا در قدم نخست تخمین مناسب دنباله دائم

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، هدف مطالعه، توسعه حلگر میانبایی اصلاح جرمی برای شبیه‌سازی جریان حول ایرفویل به کمک صفحه‌ی عملگر می‌باشد. در تصویر ۶ الگوریتم توسعه یافته این حلگر به صورت شماتیک نشان داده شده است. ایرفویل مورد استفاده در این تحقیق، ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ می‌باشد. این ایرفویل متقارن در رژیم‌های رینولدز پایین پرکاربرد می‌باشد. روند انجام کار به این صورت است که در ابتدا با روش میانبایی اصلاح جرمی و مدل کامل Full-CFD ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ در جریان تراکم‌ناپذیر و لزج با عدد رینولدز ۱۱۰۰ مورد تحلیل قرار می‌گیرد، سپس نتایج حاصل از این

می‌کند. با این کار اندازه نیروی تصویر شده و فاصله محل اعمال نیرو از مرکز المان مربوط به آن نیرو تعیین می‌شود. این پارامتر باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا از نوسانات و اغتشاشات عددی جلوگیری شود. همچنین باید به اندازه کافی کوچک باشد تا منجر به تخمین کمتر یا بیشتر از میزان واقعی توان محاسبه شده توربین نشود [۱۴]. برای انتخاب پارامتر ε ، چندین روش وجود دارد که در بیشتر مقالات، از یک روش نوین نسبت به سایر روش‌ها به نام روش توزیع بیضوی استفاده شده است. معادلات مورداستفاده در این روش برای تعیین مقدار ε به صورت روابط (۲۲) تا (۲۴) می‌باشند:

$$\frac{\varepsilon}{c} = f(r, \Delta r, AR) = \frac{\Delta r}{4R} = n_{\max}(\pi AR) \quad (22)$$

$$C^*(r) = \left(\frac{4}{\pi R} \int_0^R C(r) dr \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2r}{R} \right)^2} \quad (23)$$

$$AR = R \left(\frac{1}{R} \int_0^R C(r) dr \right)^{-1} \quad (24)$$

در معادلات فوق، AR ، نسبت منظری، Δr ، اندازه شبکه‌بندی، R ، شعاع پره، $C(r)$ طول وتر هواپر است. در شکل ۷، اثرات پارامتر ε در تابع توزیع گوسی، به صورت شماتیک نمایش داده شده است.

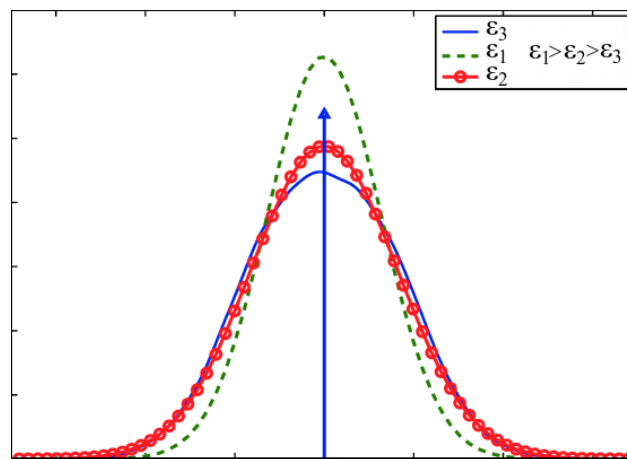
جریان پیرامون ایروفیل با روش صفحه عملگر و حلگر میانابایی اصلاح جرمی مورد بررسی قرار گرفته و پارامترهای مؤثر در میزان دقت این شبیه سازی مورد بررسی قرار گیرد. برای بررسی پارامترهای تأثیرگذار در روش صفحه‌ی عملگر و بهبود این روش، مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌های گوناگون انجام شده است. این مطالعه‌ی پارامتری ما را در یافتن مؤثرترین پارامترها برای بهترین عملکرد صفحه‌ی عملگر یاری می‌دهد. پارامترهای موردبررسی شامل محل نقطه کنترلی، پهنای تابع فیلتر گوسی و تعداد چشمه‌های توزیع شده بر روی صفحه‌ی عملگر می‌باشد. در ادامه هر یک از این پارامترها به تفصیل توضیح داده خواهند شد. در تمامی مطالعات صورت گرفته، زاویه حمله جریان ۸ درجه، عدد رینولدز ۱۱۰۰، و طول وتر ایروفیل برابر با ۱ متر در نظر گرفته شده است.

۴-۱-۴ پارامترهای مهم در روش صفحه‌ی عملگر ۴-۱-۱-۴ پارامتر η

طبق توضیحات بخش قبلی، برای اینکه نیروهای وارد بر ایروفیل باعث ایجاد ناپیوستگی در حل نشوند و حل مسئله را واگرا نکنند، از تابع توزیع η استفاده می‌شود [۱۲]. پارامترهای زیادی، مانند نوع شبکه‌بندی میدان حل، دوبعدی یا سه‌بعدی بودن میدان حل و ... در انتخاب مدل این تابع توزیع مؤثر هستند. در بیشتر شبیه‌سازی‌های دوبعدی از تابع توزیع گوسین استفاده شده است.

۴-۱-۲ پارامتر ε

ε ، نیروی محاسبه‌شده المان‌های ایروفیل را بر روی شبکه‌بندی توزیع



شکل ۷. تابع توزیع گوسی با چند ε متفاوت

Fig. 7. Gaussian distribution function with several different ε .

عدد رینولدز ۱۱۰۰ را نشان می‌دهد.

۴-۱-۳- پارامتر F_{dist}

همان‌طور که گفته شد، F_{dist} توزیع نیروی حجمی در طول ایرفویل می‌باشد که از فرمول‌های تجربی محاسبه می‌شود. اما سؤالی که مطرح می‌شود این است که این فرمول‌های تجربی چگونه به دست می‌آیند؟ محققان مختلف توابع توزیع مختلفی را به کار گرفته‌اند از توابع توزیع خطی، سهموی تا آخرین آن توسط شن و سورنسن که از توزیع اختلاف فشار بالا و پایین ایرفویل استفاده کرده‌اند. با توجه به اینکه مقدار نیروهای ایرودینامیکی وارد بر ایرفویل تا حد زیادی وابسته به اختلاف فشار بالا و پایین ایرفویل می‌باشند (و تا حد کمتری به توزیع نیروی اصطکاک سطحی وابسته می‌باشند) لذا توزیع به دست آمده از اختلاف فشار بالا و پایین ایرفویل می‌تواند نزدیک‌ترین توزیع به واقعیت باشد. از این رو می‌توان رابطه‌ی زیر را برای محاسبه‌ی اختلاف فشار در سطح ایرفویل به کار برد.

$$F_{dist} = \frac{C_a(\alpha_{eff}) + C_c(\alpha_{eff})x^{0.5} + C_e(\alpha_{eff})x + C_g(\alpha_{eff})x^{1.5}}{1 + C_b(\alpha_{eff})x^{0.5} + C_d(\alpha_{eff})x + C_f(\alpha_{eff})x^{1.5}} \quad (27)$$

تابع‌های $C_a, C_b, C_c, C_d, C_e, C_f, C_g$ در بازه‌های زاویه حمله‌های $0 \leq \theta \leq 13$ و $13 \leq \theta \leq 25$ و $25 \leq \theta \leq 85$ معادلات مختلفی دارند. در تصویر ۸ توزیع اختلاف ضریب فشار حاصل از نرم‌افزار ایکس-فویل با نمودارهای تطابق یافته حاصل از نرم‌افزار تیبل-کرو در زوایای مختلف نشان داده شده است.

۴-۱-۴- پارامتر مکان نقطه‌ی کنترلی

این پارامتر که به اختصار $X_{C.P}$ بیان می‌شود، نقطه‌ای است که در آن، داده‌های سرعت و زاویه‌ی جریان محاسبه می‌شود و با توجه به اطلاعات به دست آمده، زاویه حمله‌ی مؤثر بر روی ایرفویل محاسبه می‌گردد. برای اینکه این زاویه به درستی محاسبه شود لازم است که با چشمه‌های اعمال شده فاصله‌ی محدودی داشته باشد. برای محاسبه‌ی مکان نقطه‌ی کنترلی معمولاً این فاصله را به عنوان تابعی از قطر صفحه در نظر می‌گیرند. این صفحه باید درجایی قرار داشته باشد که سرعت‌های اغتشاشی حاصل از حضور ایرفویل در آن نقطه صفر باشد و این اتفاق در یک برابر وتر ایرفویل، قبل از لبه‌ی حمله اتفاق می‌افتد. این موضوع از لحاظ تأثیر مکش هوا و متعاقباً حضور سرعت‌های القایی صحت دارد. به علاوه، سورنسن اظهار نمود که این فاصله معمولاً باید در یک تا دو برابر وتر در بالادست چشمه‌های صفحه‌ی عملگر قرار داشته باشد.

۵- نتایج

۵-۱- بررسی استقلال حل از شبکه‌ی روش صفحه‌ی عملگر

برای بررسی استقلال از شبکه‌ی محاسباتی مربوط به صفحه‌ی عملگر از شبکه‌هایی با تعداد سلول‌های متفاوت استفاده شده است. زاویه‌ی محوری ϕ از لبه‌ی حمله‌ی ایرفویل شروع شده و به صورت پادساعت‌گرد تغییر کرده است. نیمه‌ی اول بردار ϕ مربوط به سطح زیرین ایرفویل و نیمه‌ی دوم آن مربوط به سطح بالای ایرفویل می‌باشد. نحوه‌ی تغییر بردار ϕ در شکل ۹ نشان داده شده است. در تصاویر ۱۰ و ۱۱ شبکه بندی استفاده شده برای روش‌های میانمایی اصلاح جرمی Full-CFD و میانمایی اصلاح جرمی-صفحه عملگر CFD-AS به ترتیب نشان داده شده است. در مطالعه‌ی

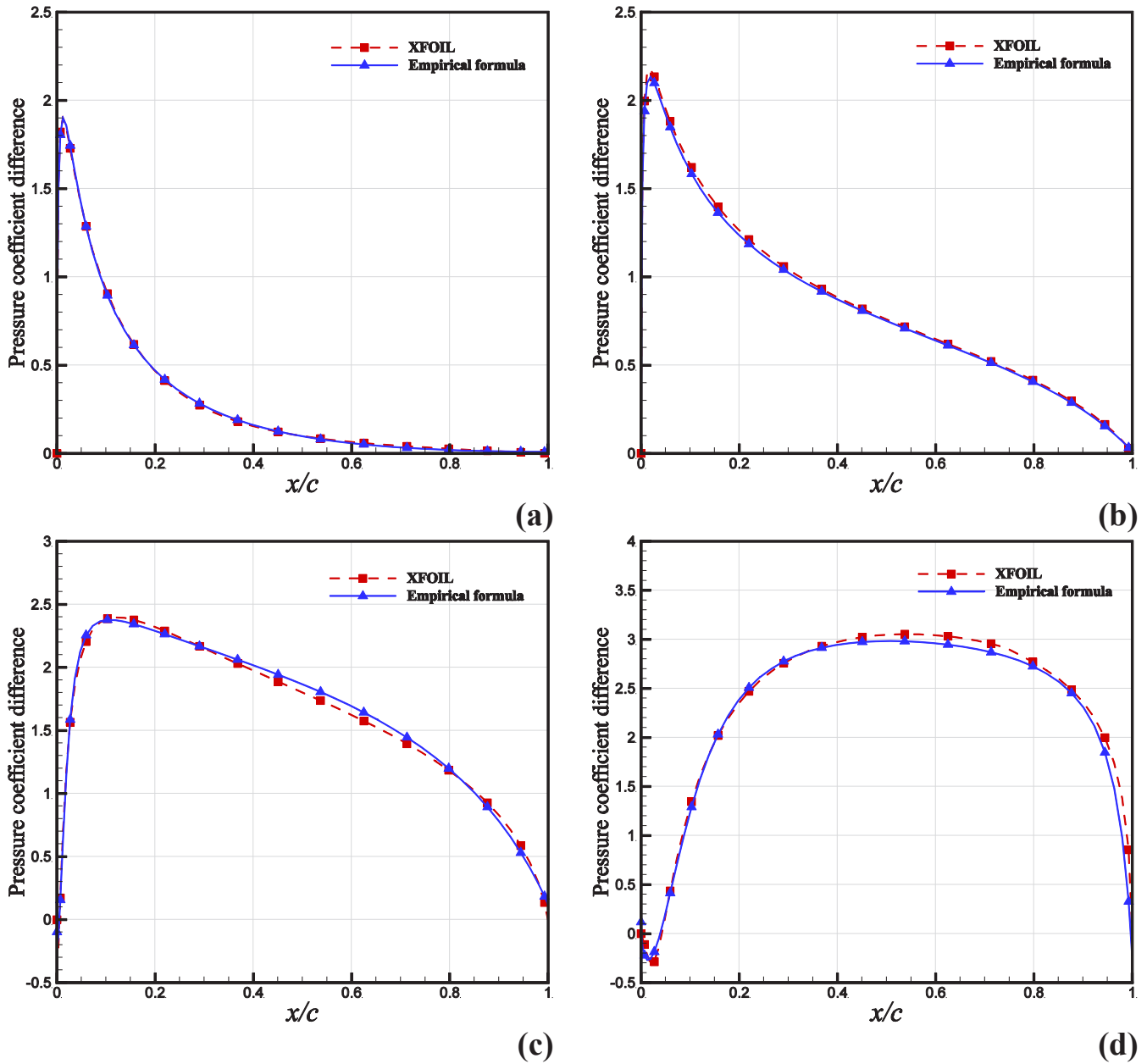
$$\Delta P = P_{upper} - P_{lower} \quad (25)$$

که ضریب فشار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_{\Delta P} = \Delta P / \left(\frac{1}{2} \right) \rho U_{\infty}^2 \quad (26)$$

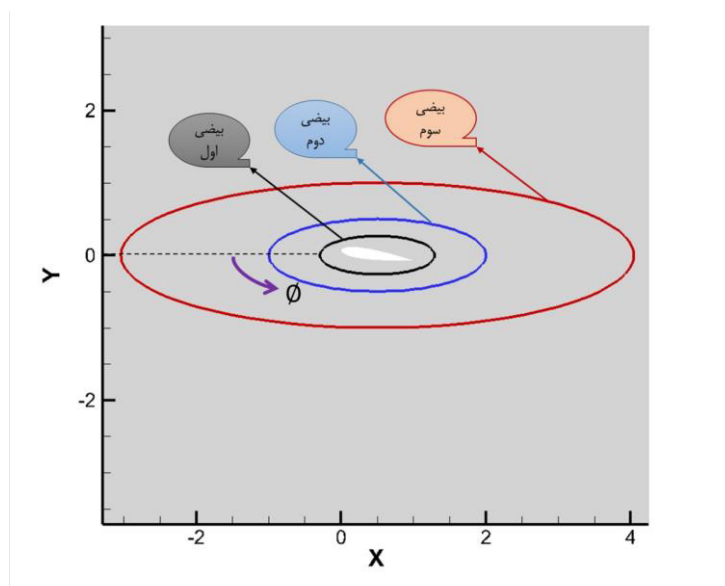
تابع توزیع F_{dist} همان نمودارهای توزیع ضریب فشار برای ایرفویل زوایای مختلف حمله و همچنین در اعداد مختلف رینولدز در رژیم جریان تراکم‌ناپذیر می‌باشد. سورنسن با استفاده از نرم‌افزار ایکس-فویل^۱ برای تمامی زوایای حمله، این توزیع را به دست آورده و به صورت یک تابع از زاویه حمله استخراج کرده است. این تابع تنها برای رینولدز ۱ میلیون استخراج شده و باید برای سایر رینولدزها نیز تغییر یابد. این موضوع نیاز به بررسی بیشتر را نشان می‌دهد. استفاده از حلگرهای نویراستوکس اگرچه جواب‌های دقیق‌تری ارائه می‌دهند ولی هزینه‌بر هستند. با این وجود نتایج کد ایکس-فویل حاکی از آن است که اختلاف ناچیزی با حلگرهای نویراستوکس دارند. لذا برای محاسبه‌ی توزیع نیرو معمولاً از کد ایکس-فویل استفاده می‌کنند. داده‌های تولیدشده توسط ایکس-فویل را می‌توان توسط نرم‌افزارهایی مانند تیبل-کرو^۲ به روابط تجربی تبدیل نمود. معادله‌ی (۲۷) رابطه‌ی به دست آمده برای

1 Xfoil
2 TableCurve2D



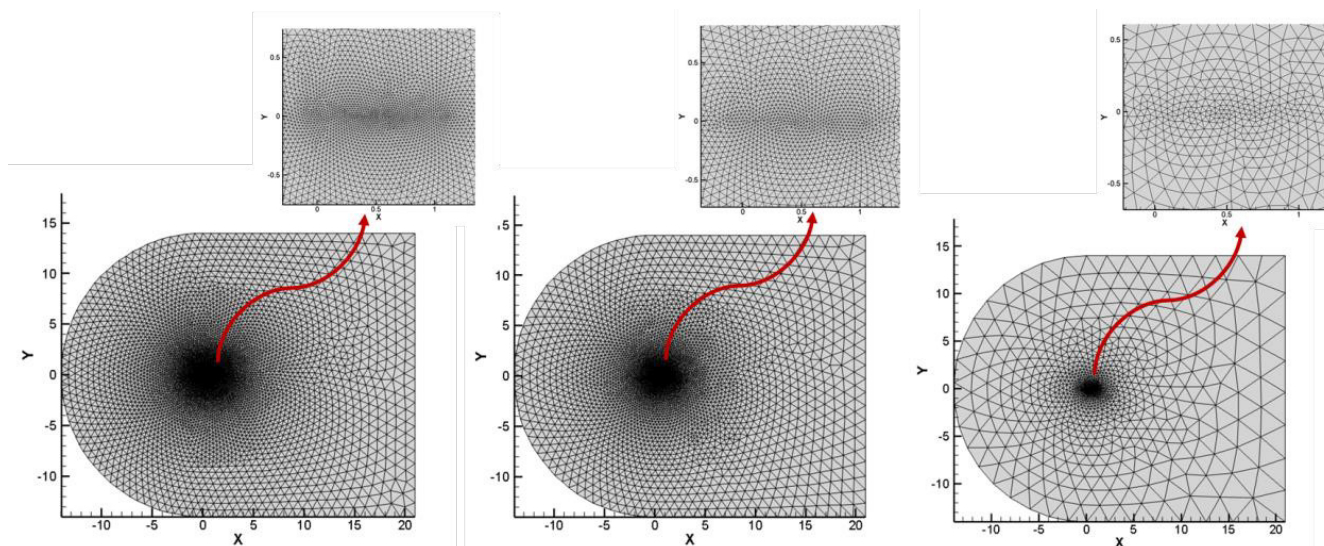
شکل ۸. اختلاف ضریب فشار برای جریان عبوری از ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ در رینولدز ۱۱۰۰ در زوایای حمله‌ی الف) ۱۰ درجه، ب) ۲۵ درجه، ج) ۴۵ درجه، د) ۸۵ درجه

Fig. 8. Pressure coefficient difference for flows past a NACA 0015 airfoil at a Reynolds number of 1100 and angles of attack of a) 10 deg, b) 25 deg, c) 45 deg, d) 85 deg



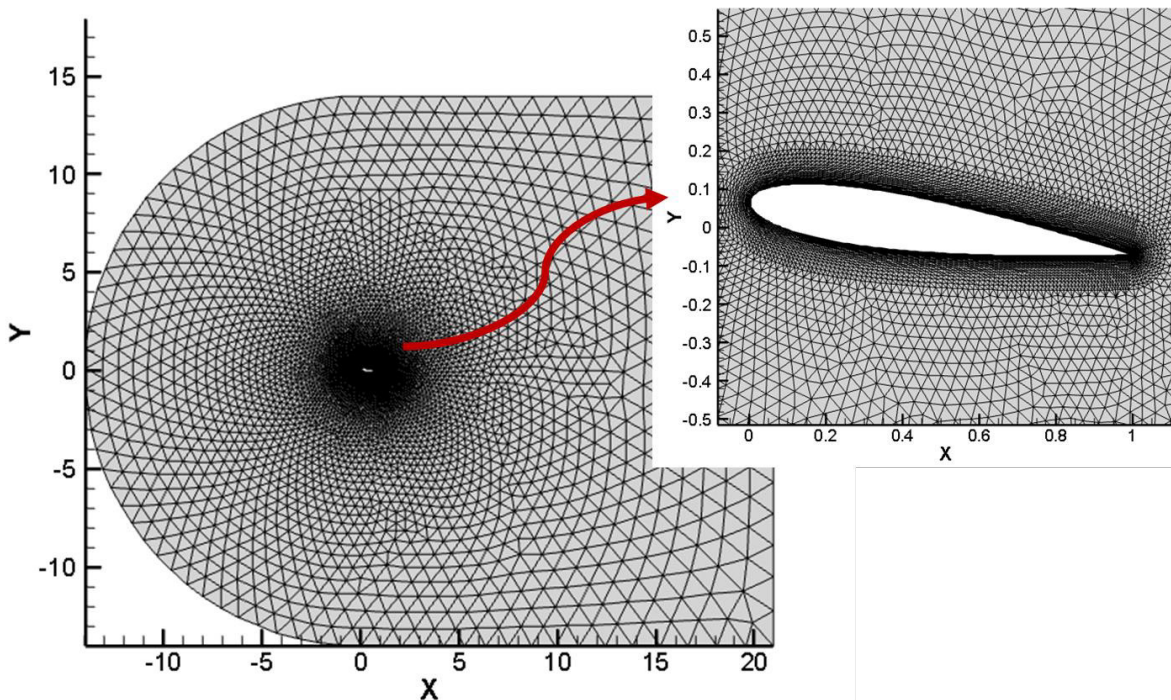
شکل ۹. شماتیک مکان هندسی نقاط محل محاسبه پارامترها، بیضی اول با اقطار کوچک و بزرگ $(a,b)=(2/1, 0/6)$ بیضی دوم با مشخصات $(a,b)=(3/5, 1)$ ، بیضی سوم با مشخصات $(a,b)=(7, 2)$

Fig. 9. Schematic of Locus of the points where parameters are calculated. Lengths of major and minor radii for first ellipse is $(a,b)=(2.1,0.6)$, second ellipse $(a,b)=(3.5,1)$, third ellipse $(a,b)=(7,2)$



شکل ۱۰. شبکه‌های محاسباتی روش صفحه‌ی عملگر با تعداد سلول‌های ۱۶۸۱۴، ۱۱۲۱۰، ۲۳۴۲ در مطالعه CFD-AS

Fig. 10. Mesh-grids of CFD-AS study for NACA 0015 with total number of mesh cells 16814, 11210, and 2342



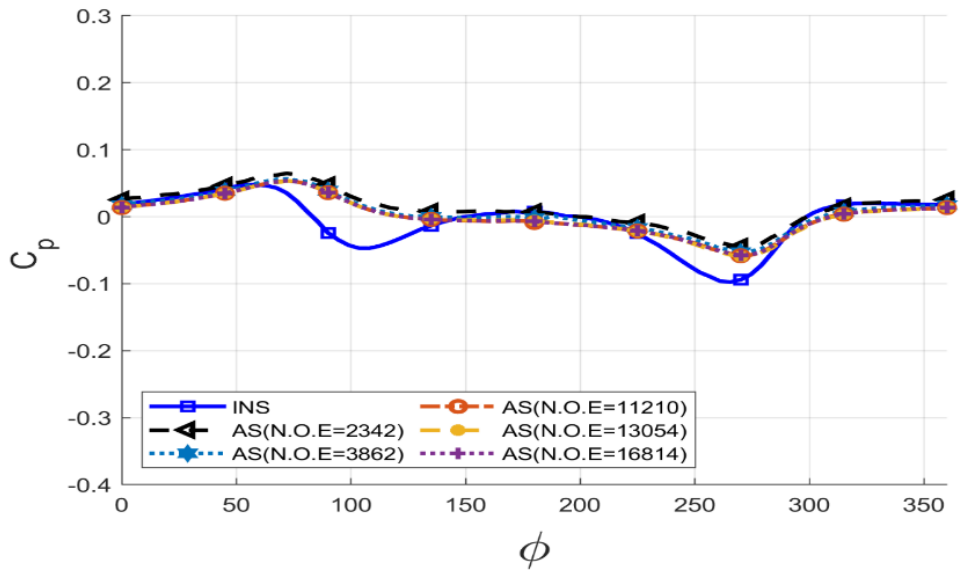
شکل ۱۱. شبکه محاسباتی ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ در مطالعه‌ی Full-CFD

Fig. 11. Mesh grids of Full-CFD study for NACA 0015 with total number of mesh cells 23076

۵-۲- نتایج بررسی پارامتر پهنای تابع فیلتر گوسی (ε)
 اولین پارامتر مورد بررسی پهنای تابع فیلتر گوسی ε می‌باشد. اساس استفاده از این تابع گوسی بر این پایه است که اعمال چشمه‌ها به صورت مستقیم در میدان باعث عدم همگرایی و ایجاد اغتشاش در حلگر می‌شود، لذا با استفاده از تابع گوسی از این عدم همگرایی جلوگیری می‌شود. هرچه پارامتر ε مقدار کوچک‌تری داشته باشد چشمه‌های اعمال شده در میدان جریان به صورت متمرکزتر مقداری می‌شوند و سلول‌های کمتری شامل تأثیر نیروی آن چشمه می‌شوند. در نتیجه، احتمال عدم همگرایی بیشتر می‌شود. بر این اساس در کوچک کردن مقدار ε همواره محدودیت وجود خواهد داشت. نتایج برای مقادیر متفاوت ε در نمودارهای شکل‌های ۱۴ تا ۱۷ که در مقایسه با حل ایرفویل با دینامیک سیالات محاسباتی^۲ می‌باشد آورده شده است؛ و نتایج آن به صورت نمودارهای ضریب فشار و سرعت در فواصل مختلف از صفحه‌ی عملگر، بررسی گردیده است. این نمودارها برای

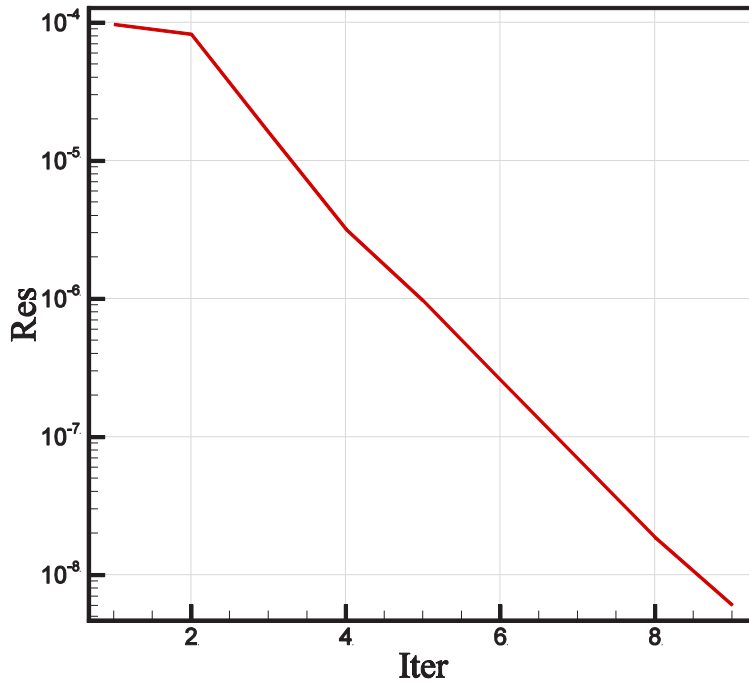
مدل کامل ایرفویل یا Full-CFD از تعداد ۲۳۰۷۶ سلول در شبکه‌ی محاسباتی استفاده گردیده است. در شکل ۱۲ نمودار مربوط به استقلال حل از شبکه نشان داده شده است. همان‌گونه که از نمودارها مشخص می‌باشد شبکه‌های اول و دوم با شبکه‌های سوم و چهارم و پنجم اختلاف بیشتری داشته و از دقت کافی برخوردار نمی‌باشند. اختلاف ضریب فشار در شبکه‌های سوم و چهارم و پنجم ناچیز می‌باشد از این رو شبکه‌ی چهارم با تعداد سلول‌های ۱۳۰۵۴ به عنوان شبکه‌ی مطلوب برای ادامه‌ی شبیه‌سازی روش صفحه‌ی عملگر مورد استفاده قرار گرفته است. ضمناً نتایج حاصل از مطالعه‌ی مدل کامل ایرفویل با عنوان نویر استوکس غیر تراکم پذیر^۱ جهت مقایسه آورده شده است. در شکل ۱۳ روند همگرایی متوسط خطاها ارائه شده است. سطح خطا در حلگر میانبایی جرمی - صفحه عملگر^۲، 10^{-8} در نظر گرفته شده است.

- 1 INS
- 2 CFD-AS



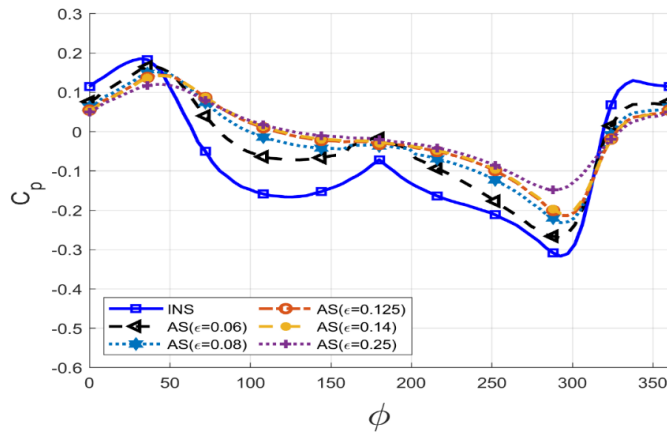
شکل ۱۲. مطالعه‌ی استقلال حل از شبکه‌ی روش CFD-AS در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه

Fig. 12. Mesh-independence analysis of CFD-AS for Re=1100 and AOA=8 deg

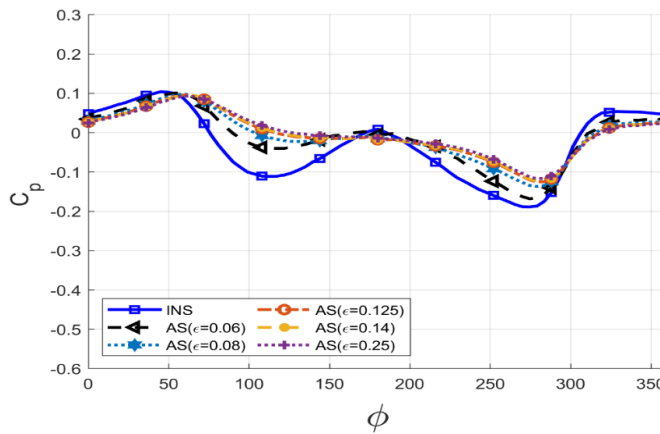


شکل ۱۳. نمودار همگرایی روش CFD-AS

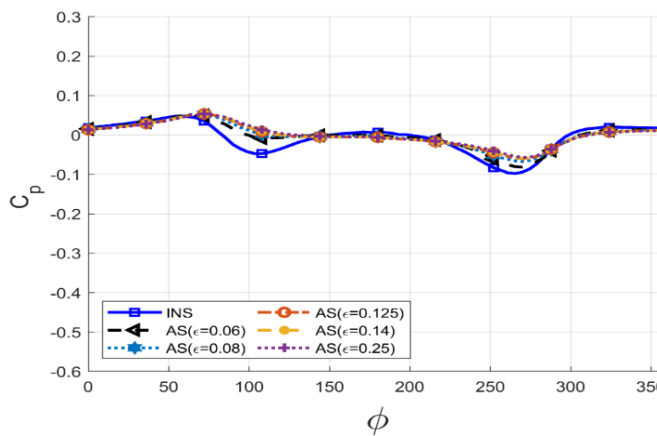
Fig. 13. convergence plot of CFD-AS



(الف)



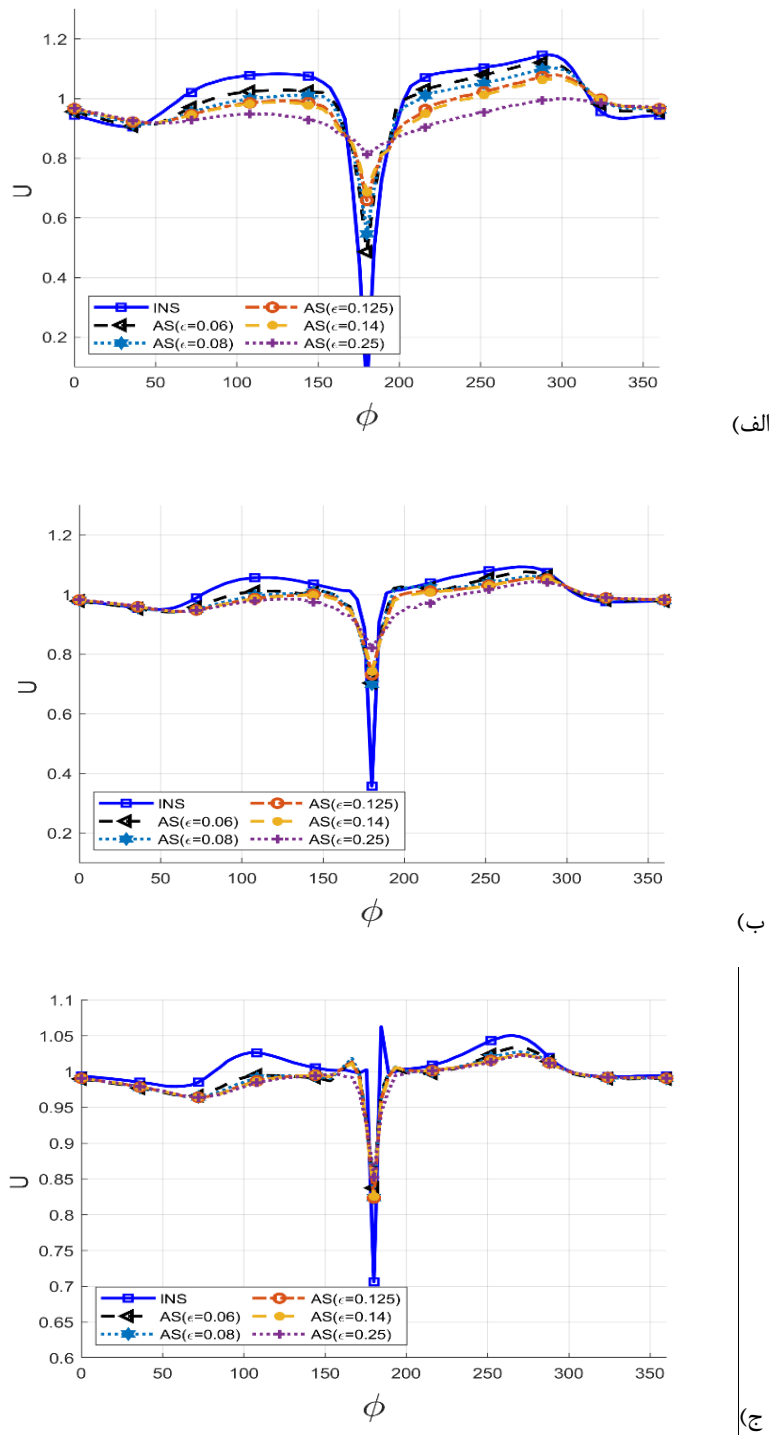
(ب)



(ج)

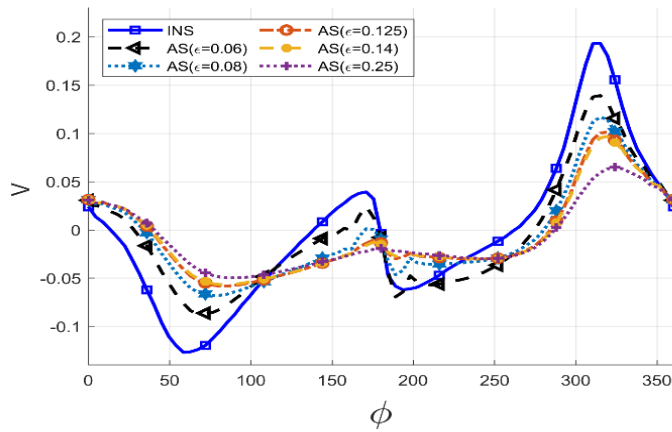
شکل ۱۴. مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار روش CFD-AS با های متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

Fig. 14. Comparison of pressure coefficient of CFD-AS for different for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse

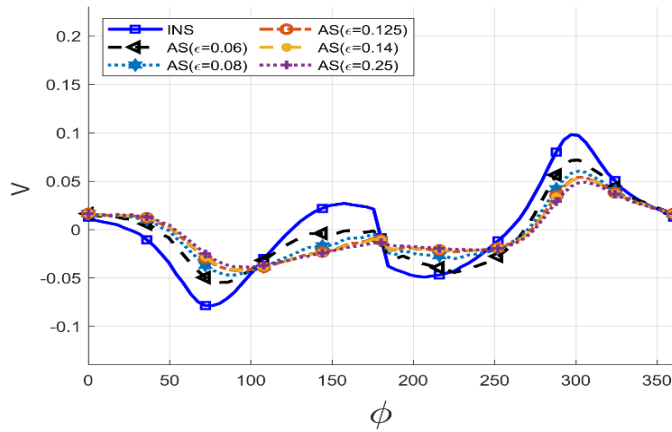


شکل ۱۵. مقایسه‌ی توزیع سرعت در راستای x روش CFD-AS با های متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

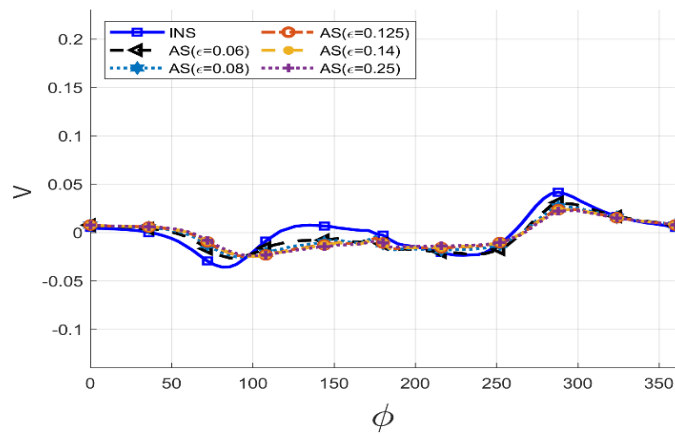
Fig. 15. Comparison of x-velocity of CFD-AS for different for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



(الف)



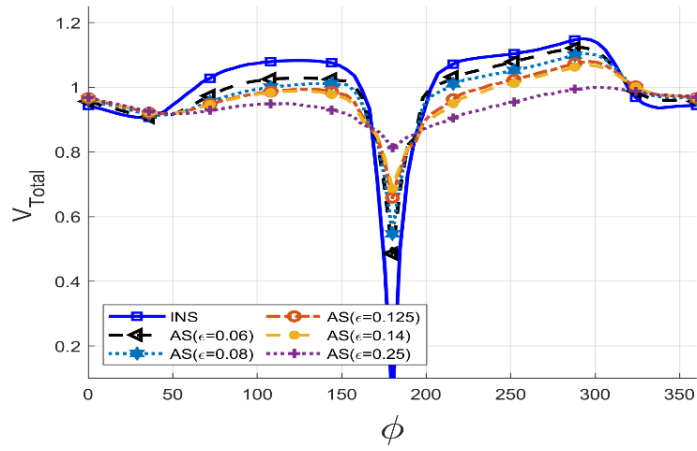
(ب)



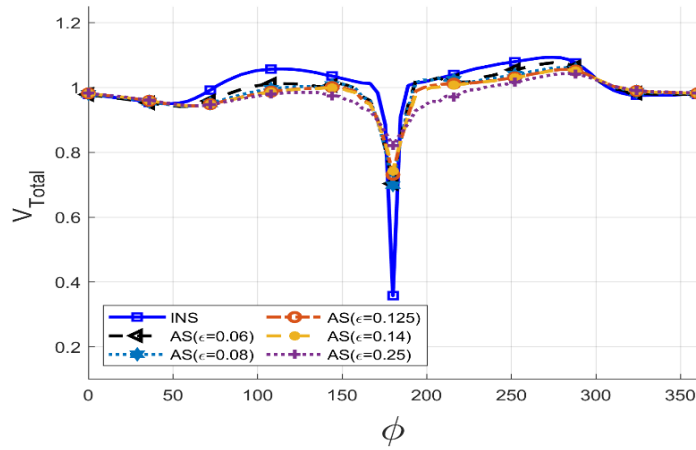
(ج)

شکل ۱۶. مقایسه‌ی توزیع سرعت در راستای y روش CFD-AS با های متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی 8° درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

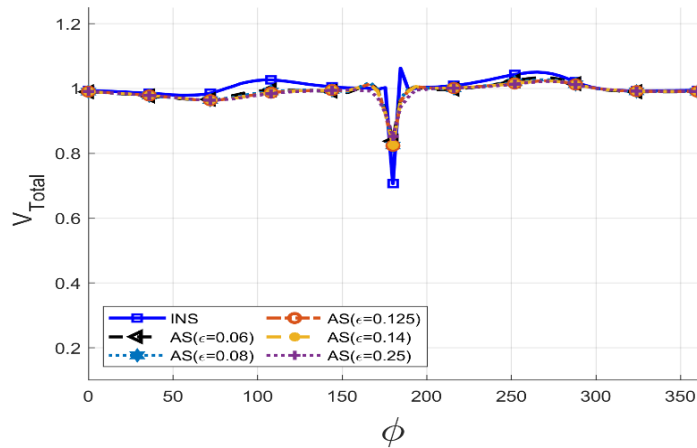
Fig. 16. Comparison of y -velocity of CFD-AS for different ϵ for $Re=1100$ and $AOA=8^\circ$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۷. مقایسه‌ی توزیع سرعت کلی روش CFD-AS با ε های متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی 8 درجه برای (الف) بیضی اول، (ب) بیضی دوم و (ج) بیضی سوم

Fig. 17. Comparison of total velocity of CFD-AS for different ε for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse

شود. پس می‌توان این پارامتر را در شبکه‌های مختلف متناسب با آن شبکه قرار داد. البته طبق نمودارهای ارائه‌شده، روش صفحه‌ی عملگر از شبکه‌ی محاسباتی نیز مستقل بوده که این یک مزیت می‌باشد.

۵-۴- نتایج بررسی پارامتر مکان نقطه‌ی کنترلی

در این قسمت به بررسی پارامتر مکان نقطه‌ی کنترلی از میدان دینامیک سیالات محاسباتی پرداخته می‌شود. این پارامتر که به اختصار $X_{C.P}$ بیان می‌شود، نقطه‌ای است که روش صفحه‌ی عملگر از آن نقطه در میدان دینامیک سیالات محاسباتی داده‌های سرعت و زاویه‌ی جریان را می‌خواند و با توجه به زاویه و سرعت جریان در آن نقطه، زاویه حمله‌ی مؤثر بر روی ایرفویل را محاسبه می‌کند. جهت انتخاب زاویه‌ی صحیح، لازم است که با چشمه‌های اعمال‌شده فاصله‌ی محدودی داشته باشد. طبق مرجع [۳۶] این فاصله معمولاً باید در یک تا دو برابر وتر در بالادست چشمه‌های صفحه‌ی عملگر قرار داشته باشد. بر این اساس در این بازه تعدادی $X_{C.P}$ مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین مکان $X_{C.P}$ در مرکز آیرودینامیکی برای حالت بدون اعمال قانون بایوساوار مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای مشاهده تفاوت‌ها، در یک برابر وتر بالادست جریان نیز بدون اعمال قانون بایوساوار هم در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در همه‌ی حالات دیگر، قانون بایوساوار، پیاده‌سازی شده است. در جدول ۱ به اختصار، موقعیت‌ها ذکر شده‌اند. منظور از دو ردیف انتهایی جدول، پیاده‌سازی روش صفحه‌ی عملگر بدون اعمال قانون بایوساوار است. در شکل ۲۳ محل قرار گرفتن نقطه‌ی کنترلی به صورت شماتیک نشان داده شده است. همچنین نتایج مربوط به این مطالعه پارامتریک در شکل‌های ۲۴ الی ۲۷ آورده شده است.

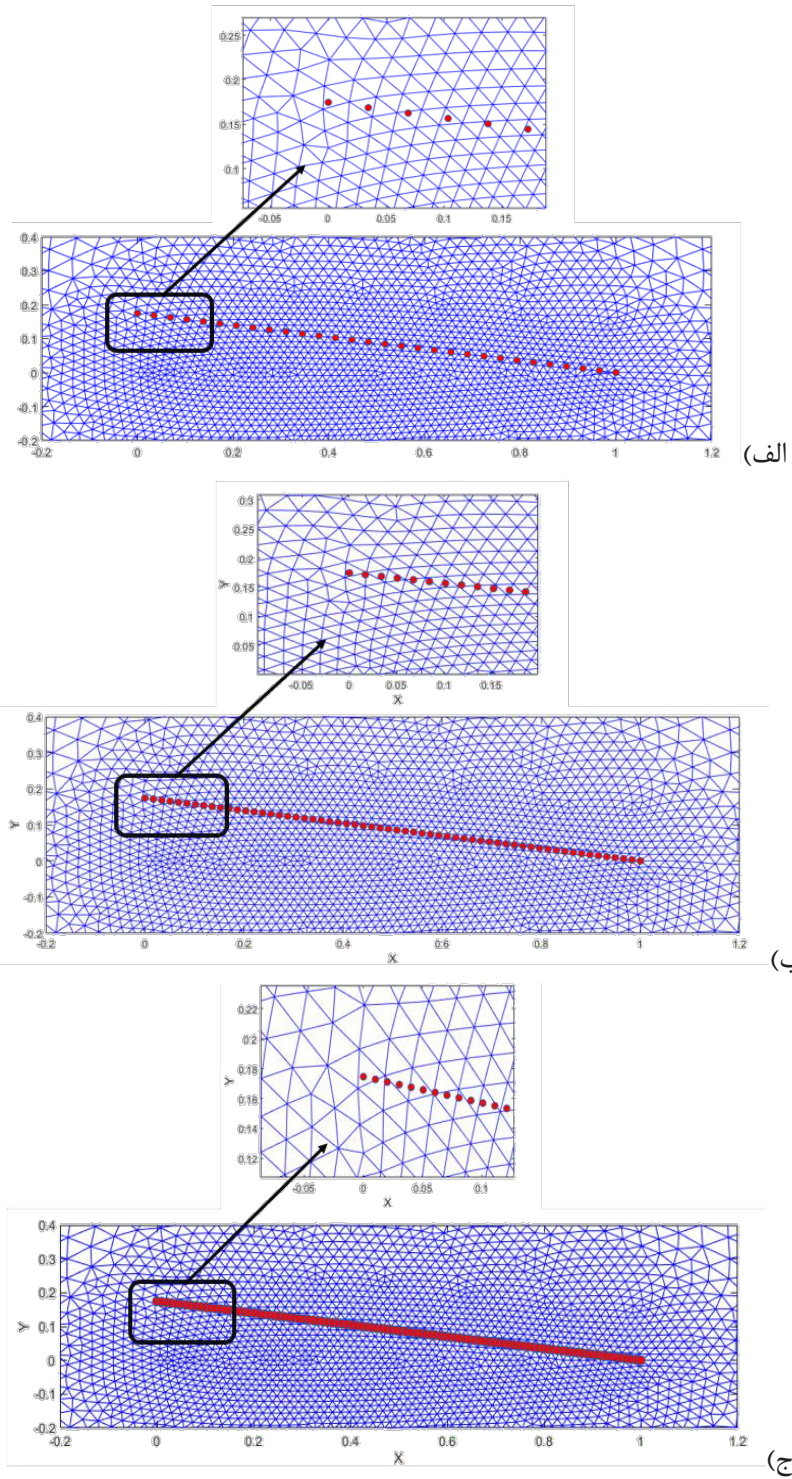
با توجه به تصاویر، نمودارهای اختلاف فشار برای دو مکان $X_{C.P}$ یک برابر وتر در بالادست صفحه‌ی عملگر (-C) و در مکان یک‌چهارم وتر (C/۴) تطابق بهتری با نمودار جریان حل‌شده با حضور ایرفویل دارد. از طرفی پیک‌های پروفیل سرعت کل V_{total} در یک برابر وتر بالادست (-C) تطابق بهتری دارند. لذا مقدار متناسب برای این پارامتر یک برابر کرد در بالادست صفحه‌ی عملگر (-C) انتخاب می‌شود. در انتها مقادیر برگزیده برای پارامترهای مورد مطالعه در پیاده‌سازی روش صفحه‌ی عملگر برای ایرفویل ساکن در جریان تراکم‌ناپذیر لزج و با عدد رینولدز کم در حالت جریان آرام، در جدول ۲ نشان داده شده است.

بیضی‌هایی با ابعاد مختلف و مختصات مرکز سطح عملگر رسم شده‌اند. بیضی‌های مذکور در شکل ۹ به صورت شماتیک نمایش داده شده‌اند. برای مقایسه علاوه بر ضریب فشار از سرعت در راستاهای موازی جریان U و عمود بر جریان V و حالت سرعت کلی V_{total} استفاده شده است.

با توجه به نمودارها مشخص می‌شود که بهترین انتخاب برای ε مقدار $0/06$ می‌باشد. شاید این تصور ایجاد شود که ممکن است با مقدار کمتری برای ε نتایج بهتری حاصل شود. این فرضیه ممکن است صحیح باشد اما در اینجا به دلیل عدم همگرا شدن حلگر دینامیک سیالات محاسباتی برای مقادیر کمتر ε محدودیت ایجاد می‌شود. از طرفی مرجع [۱۵] بیان کرده است که حداقل مقدار پارامتر ε باید بیشتر از دو تا سه برابر عرض شبکه محاسباتی در محل قرارگیری صفحه‌ی عملگر باشد که این شرط در مقدار انتخاب‌شده برای ε صادق است. همچنین مرجع [۱۶] بیان کرده است که بیشترین اندازه ε باید از یک‌چهارم وتر همواره کوچک‌تر باشد.

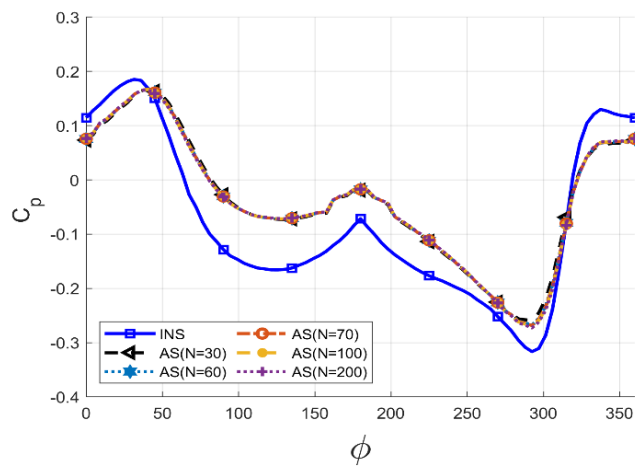
۵-۳- نتایج بررسی پارامتر تعداد چشمه‌ها

دومین پارامتر مورد بررسی در پیاده‌سازی روش صفحه‌ی عملگر، پارامتر تعداد چشمه‌های اعمال‌شده برای شبیه‌سازی ایرفویل می‌باشد. در روش خط عملگر این تعداد برای شبیه‌سازی ایرفویل دوبعدی برابر عدد یک می‌باشد. برای صفحه‌ی عملگر به منظور افزایش دقت شبیه‌سازی، تعداد این نقاط افزایش داده شده است. از این رو برای یافتن مقدار کارآمد این تعداد از چشمه‌ها و همچنین پرهیز از افزایش تعداد چشمه‌ها (چراکه با افزایش بیشتر چشمه هزینه‌ی پردازشی بیشتر می‌شود) مجموعه‌ای از نقاط مورد بررسی قرار می‌گیرد. طبق مرجع [۱۷] بهتر است تعداد نقاط چشمه با تعداد نقاط موجود در مکان پیاده‌سازی صفحه‌ی عملگر برابر باشد. مرجع [۴] هم تعداد نقاط متناسب برای شبیه‌سازی را 30 نقطه و در حالت بهینه 60 نقطه پیشنهاد کرده است. همان‌طور که در تصویر ۲۱ مشخص است با زیاد شدن تعداد چشمه‌ها در طول صفحه‌ی عملگر در هر سلول شبکه بیش از یک چشمه قرار می‌گیرد که با توجه به نحوه‌ی عملکرد صفحه‌ی عملگر تعداد چشمه‌های بیشتر از واحد در سلول بی‌فایده خواهد بود و تأثیری در فرایند توزیع نیرو در شبکه نخواهد داشت. در شکل ۱۸ شماتیک مربوط به تراکم چشمه‌ها در میدان حل نشان داده شده است. در شکل‌های ۱۹ الی ۲۲ نتایج مربوط به تغییر پارامتر تراکم چشمه‌ها بر سرعت و ضریب فشار نشان داده شده‌اند. مطابق نمودارها می‌توان این‌گونه برداشت نمود که تعداد چشمه‌ها بر میدان جریان تأثیر قابل توجهی ندارد و می‌تواند با توجه به دیگر پارامترهای جریان مشخص

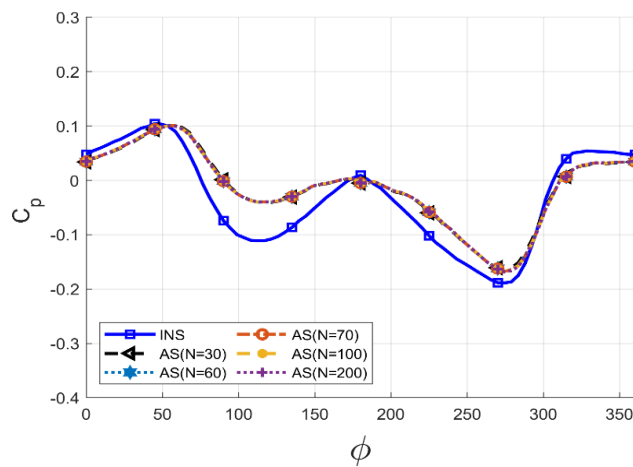


شکل ۱۸. تراکم چشمه‌های اعمال‌شده در سلول‌ها، الف) ۳۰ چشمه، ب) ۶۰ چشمه و ج) ۱۰۰ چشمه

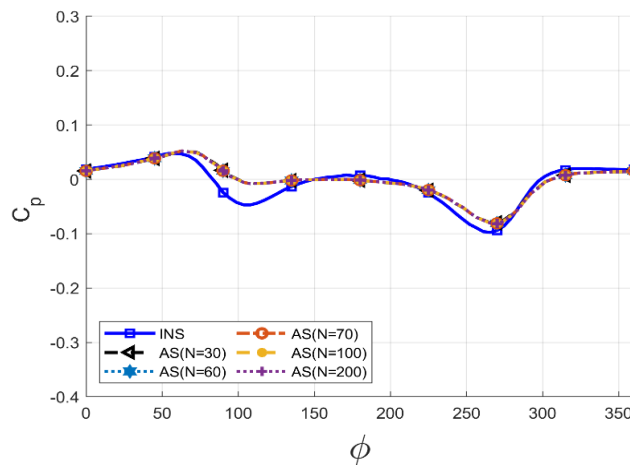
Fig. 18. Density of the sources terms applied in cells, a) 30 sources, b) 60 sources and c) 100 sources



(الف)



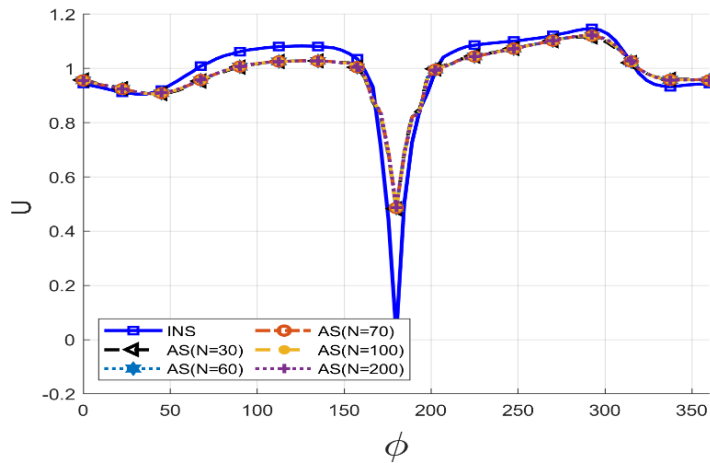
(ب)



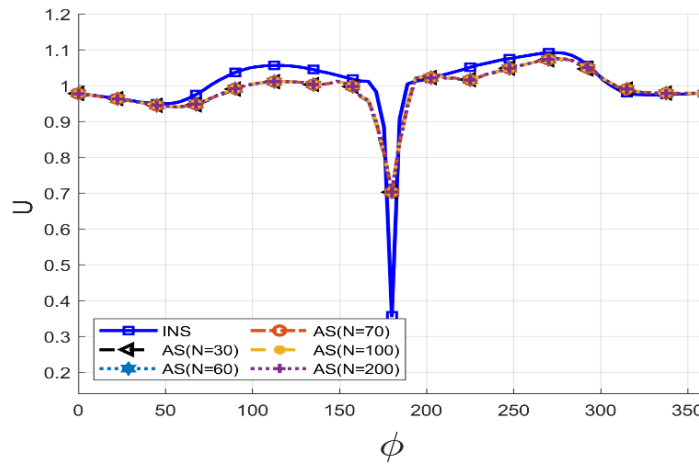
(ج)

شکل ۱۹. مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار روش CFD-AS با تراکم چشمه‌های متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

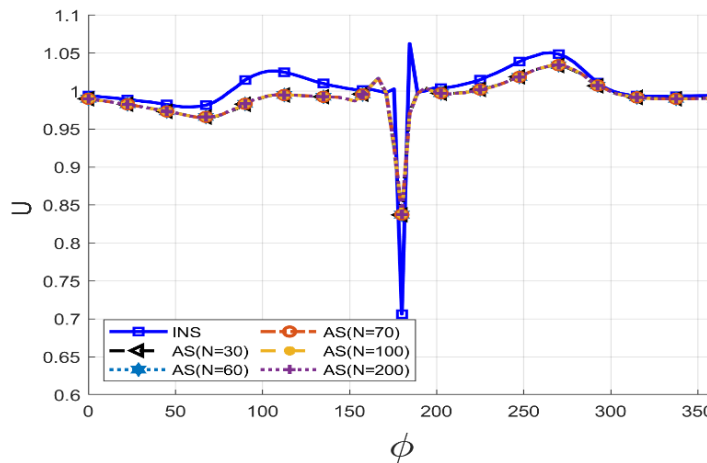
Fig. 19. Comparison of pressure coefficient of CFD-AS for different density of the sources terms for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



(الف)



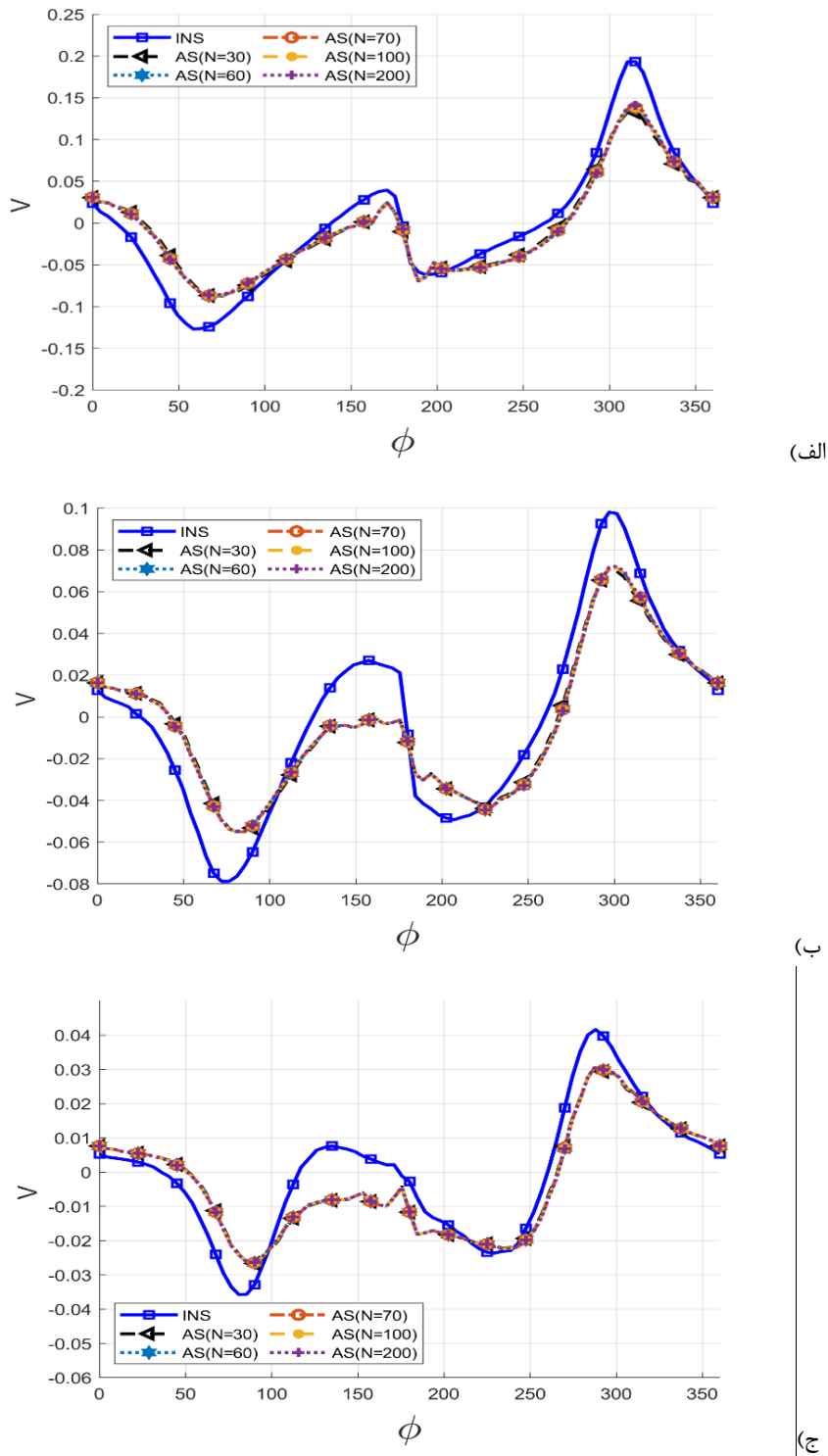
(ب)



(ج)

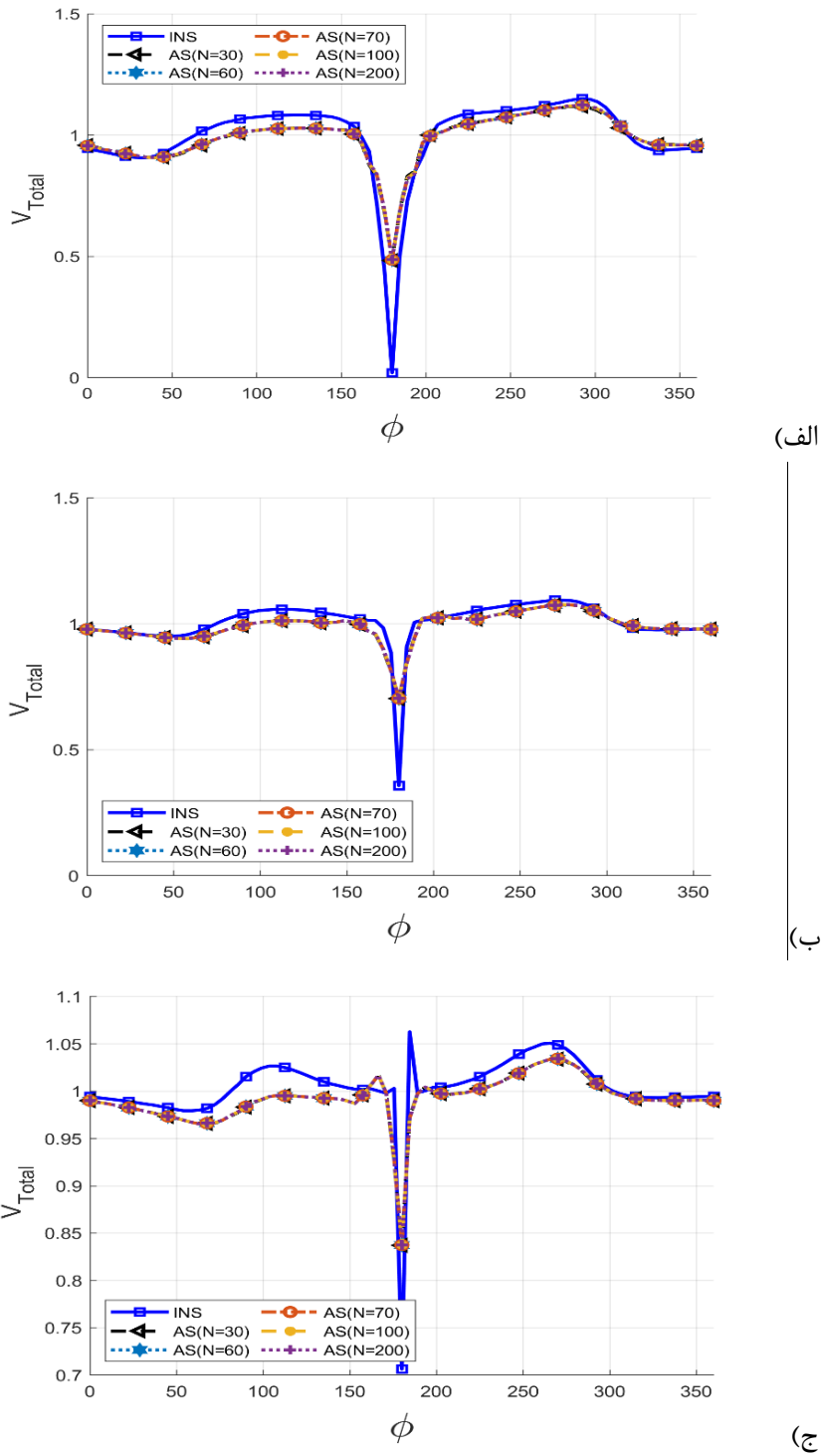
شکل ۲۰. مقایسه‌ی توزیع سرعت در راستای x روش CFD-AS برای تراکم چشمه‌های متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

Fig. 20. Comparison of x-velocity of CFD-AS for different density of the sources terms for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۲۱. مقایسه‌ی توزیع سرعت در راستای y روش CFD-AS با تراکم چشمه‌های متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

Fig. 21. Comparison of y -velocity of CFD-AS for different density of the sources terms for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



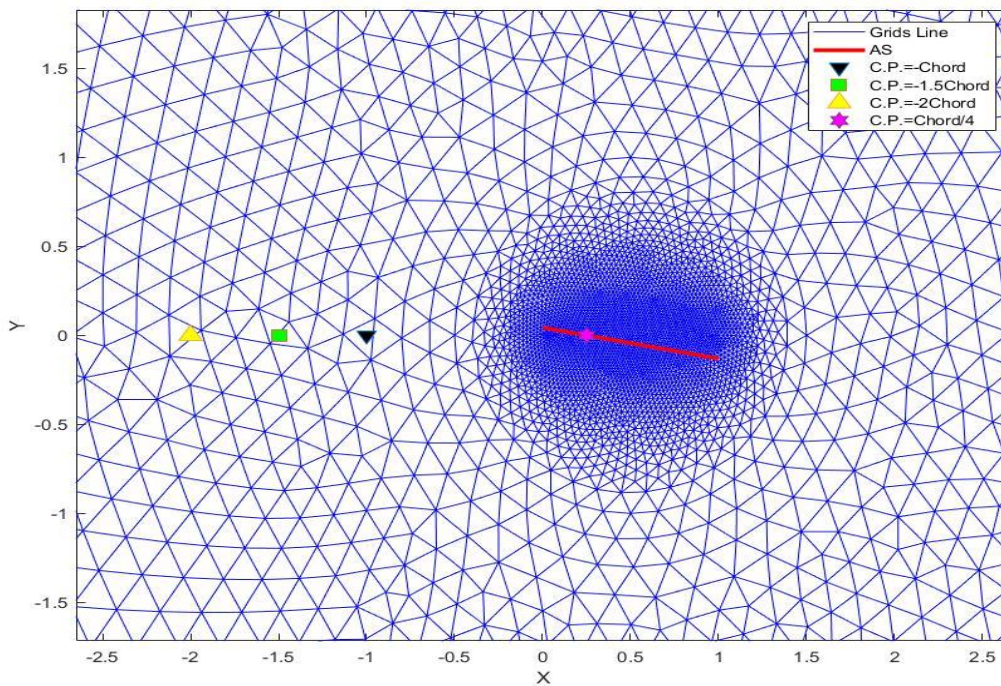
شکل ۲۲. مقایسه‌ی توزیع سرعت کلی روش CFD-AS با تراکم چشمه‌های متفاوت در عدد رینولدز $110+$ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

Fig. 22. Comparison of total velocity of CFD-AS for different density of sources terms for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse

جدول ۱. موقعیت نقطه‌ی کنترلی در نمونه‌های متفاوت

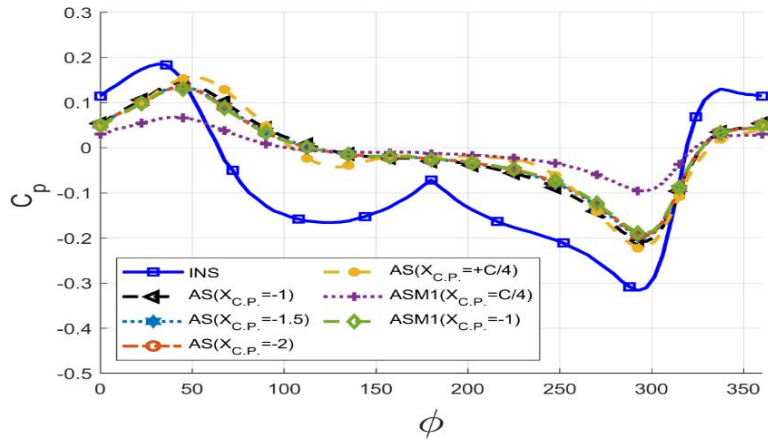
Table 1. Location of control point for different cases

نام روش	مختصات نقطه‌ی کنترلی	اعمال بایوساوار
AS	$-C$	✓
AS	$-1/5C$	✓
AS	$-2C$	✓
AS	$C/4$	✓
ASM ₁	$C/4$	×
ASM ₁	$-C$	×

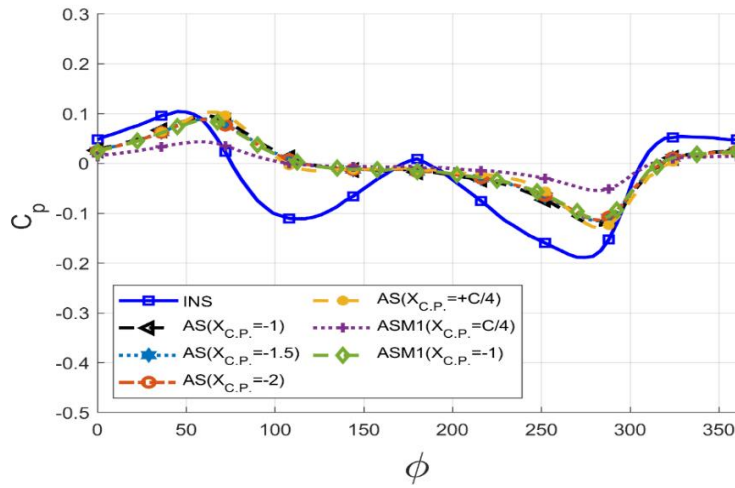


شکل ۲۳. نمایش شماتیک موقعیت‌های متفاوت نقطه‌ی کنترلی

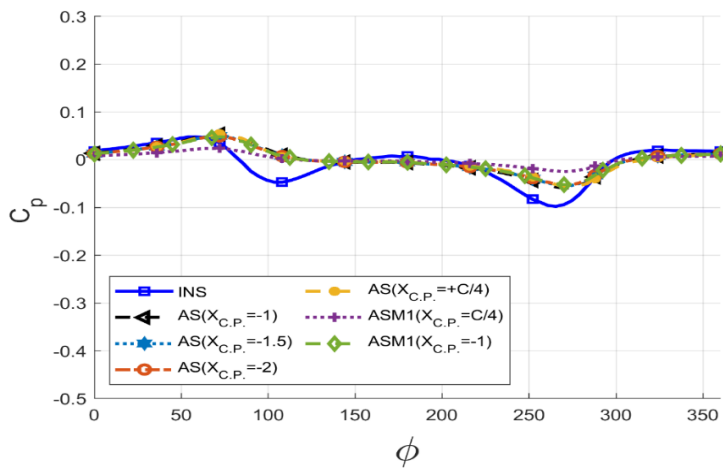
Fig. 23. Schematic of different locations of control points



(الف)



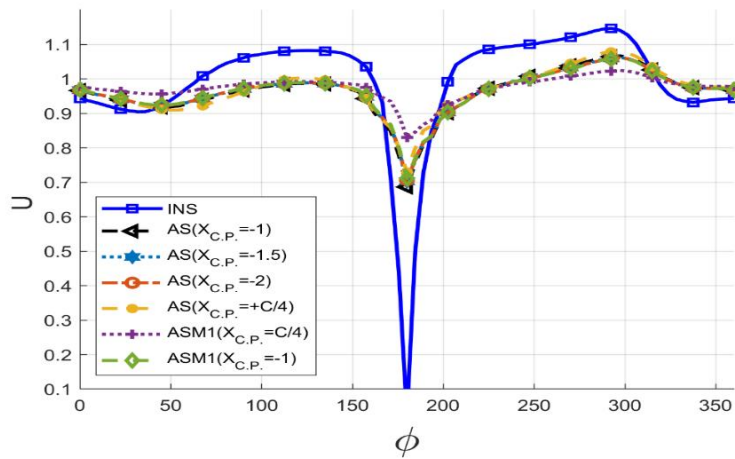
(ب)



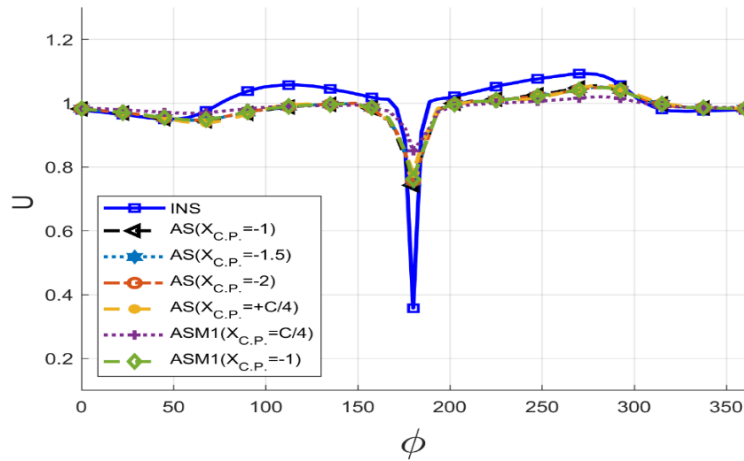
(ج) =

شکل ۲۴. مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار روش CFD-AS با مکان نقطه‌ی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز $110+$ و زاویه‌ی حمله‌ی 8° درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

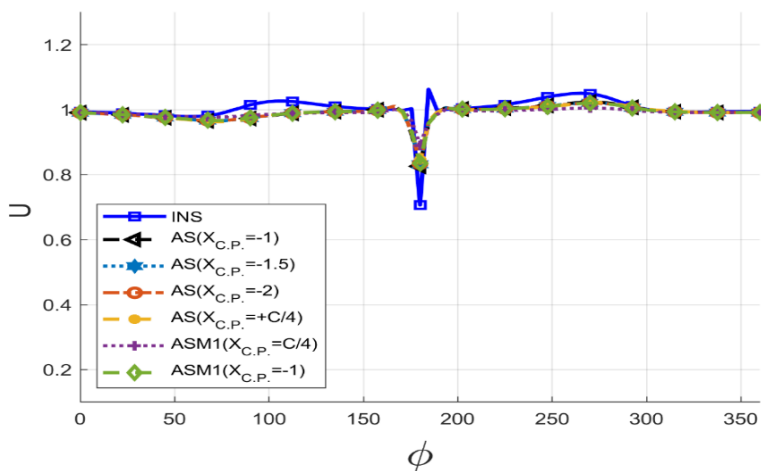
Fig. 24. Comparison of pressure coefficient of CFD-AS for different location of control point for $Re=1100$ and $AOA=8^\circ$ at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



(الف)



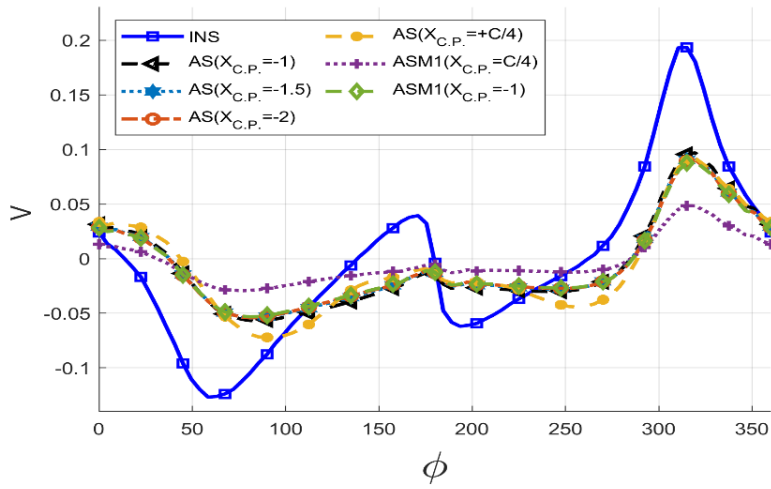
(ب)



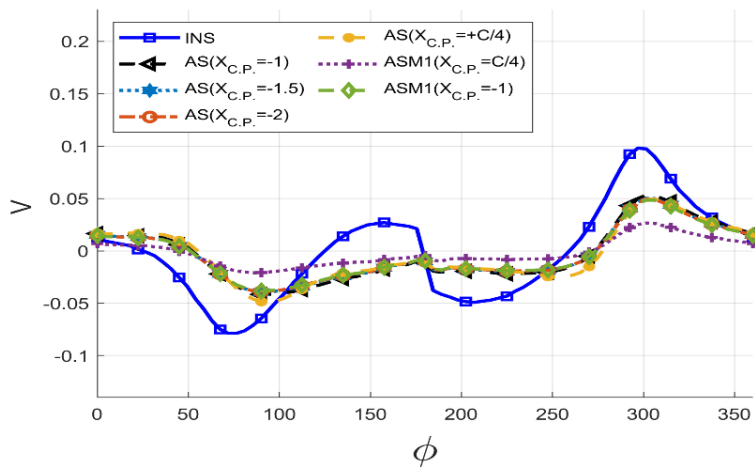
(ج)

شکل ۲۵. مقایسه‌ی توزیع سرعت در راستای x روش CFD-AS با مکان نقطه‌ی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

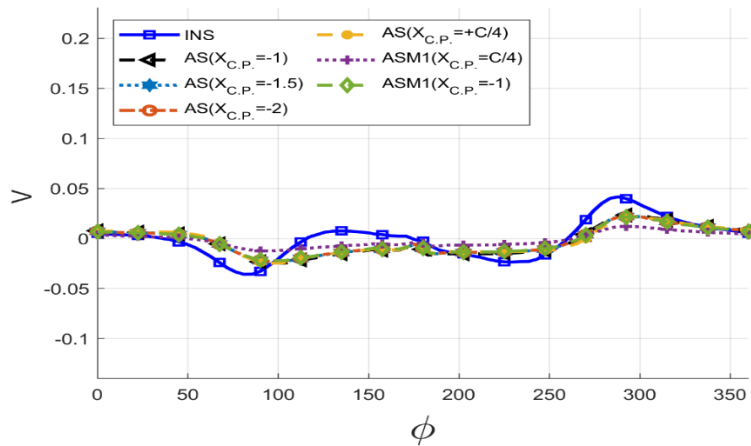
Fig. 25. Comparison of x-velocity of CFD-AS for different location of control point for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



(الف)



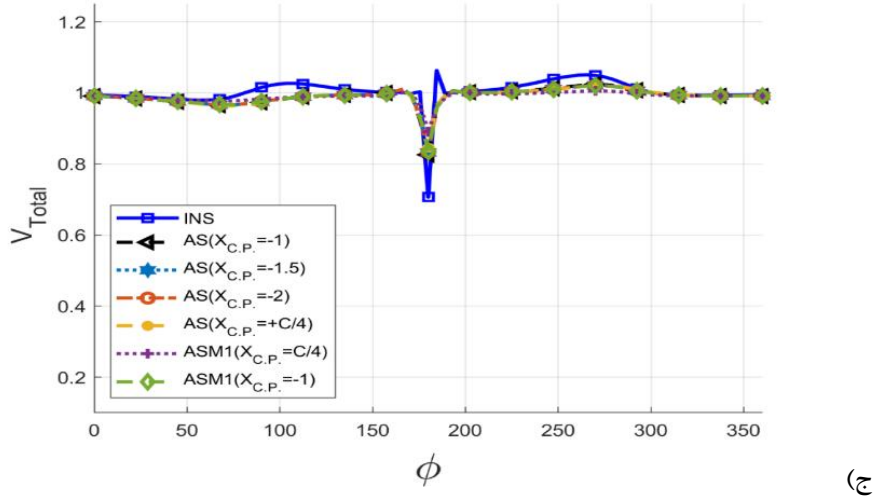
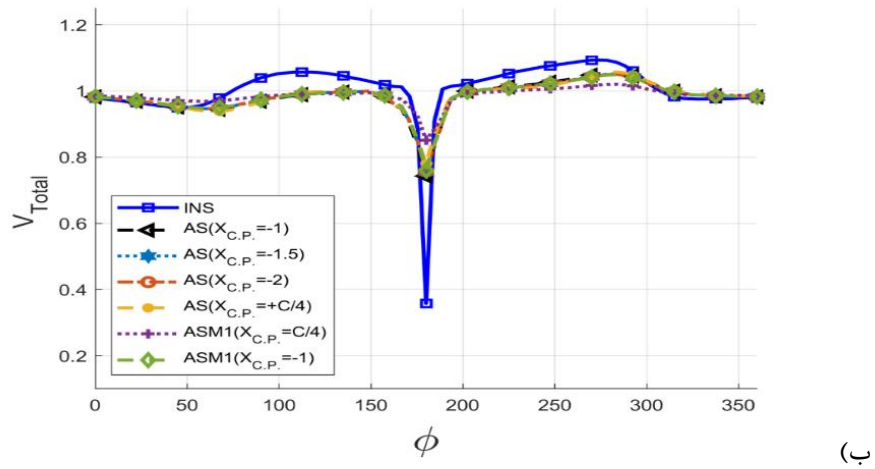
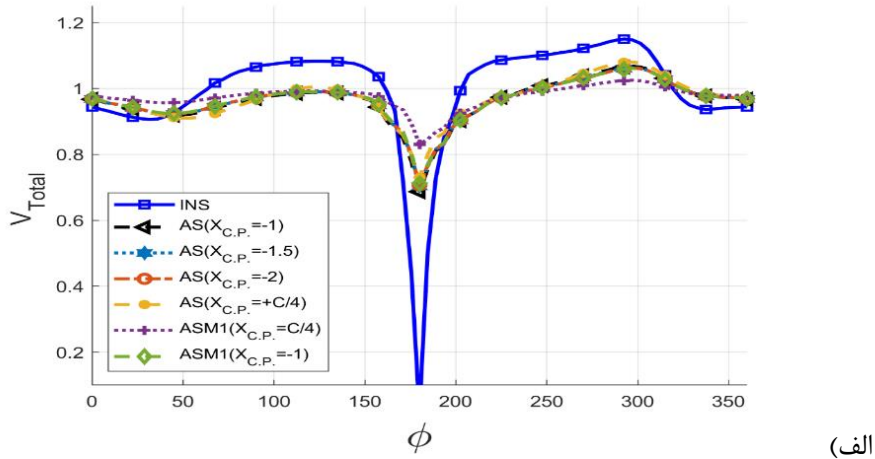
(ب)



(ج) =

شکل ۲۶. مقایسه‌ی توزیع سرعت در راستای y روش CFD-AS با مکان نقطه‌ی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی 8° درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

Fig. 26. Comparison of y -velocity of CFD-AS for different location of control point for $Re=1100$ and $AOA=8^\circ$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



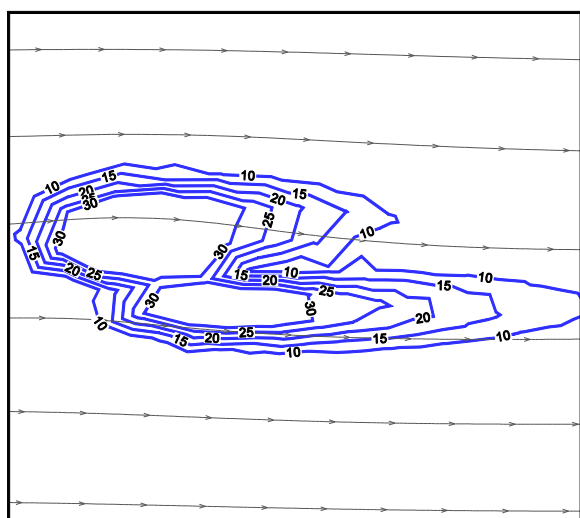
شکل ۲۷. مقایسه‌ی توزیع سرعت کلی روش CFD-AS با مکان نقطه‌ی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز $1100+$ و زاویه‌ی حمله‌ی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب) بیضی دوم و ج) بیضی سوم

Fig. 27. Comparison of total velocity of CFD-AS for different location of control point for $Re=1100$ and $AOA=8$ deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse

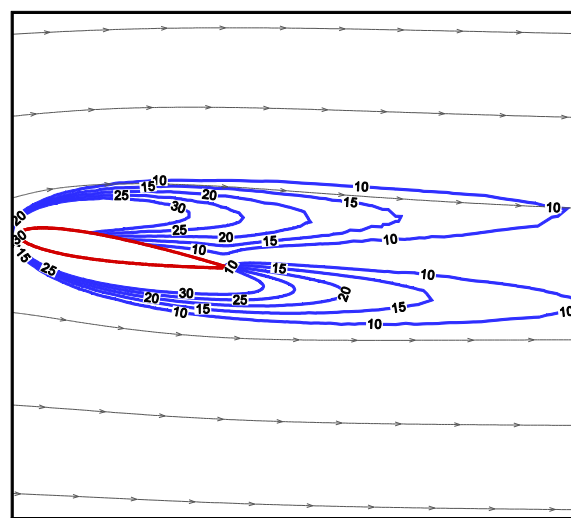
جدول ۲. مقادیر برگزیده برای پارامترهای بررسی شده

Table 2. Selected values for examined parameters

مقدار	پارامتر
۰/۰۶	پهنای تابع فیلتر گوسی ε
۱۰۰	تعداد چشمه‌ها
-C	مکان نقطه‌ی داده‌برداری
۱۳۰۵۴	تعداد سلول‌ها



(ب)



(الف)

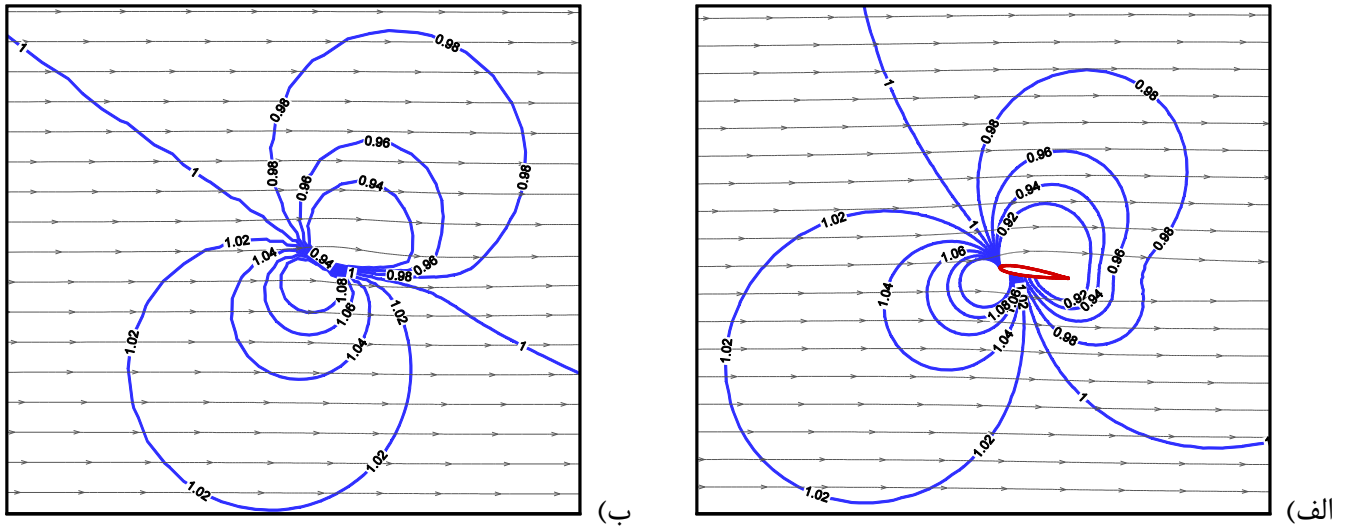
شکل ۲۸. کانتور ورتیسیته و خطوط جریان برای ناکا ۰۰۱۵ در زاویه حمله ۸ درجه و رینولدز ۱۱۰۰ (الف) Full-CFD، (ب) CFD-AS

Fig. 28. Streamlines and vorticity contours with a) Full-CFD and b) CFD-AS; NACA0015, Re=1100, Angle of attack of 8 deg

است. برای محاسبه‌ی میدان فشار در تصویر سمت راست، به‌جای حضور ایرفوایل، اثرات آن به‌صورت نیروی حجمی به‌عنوان نیروی حجمی به معادله نویراستوکس اضافه گردیده است. همان‌طور که مشهود است، نتایج با دقت بالایی با نمودار سمت چپ که حل عددی و کامل مسئله است، همخوانی دارند.

۵-۵- مقایسه کانتورها

با استفاده از مقادیر برگزیده برای پارامترهای صفحه‌ی عملگر، در این بخش به مقایسه کانتورهای فشار و سرعت پرداخته می‌شود. در شکل‌های ۲۸ و ۲۹ نتایج مربوط به حل مسئله مذکور به کمک روش صفحه عملگر (بدون حضور ایرفوایل) و حل سی اف دی (حضور ایرفوایل) نشان داده شده



شکل ۲۹. کانتور فشار و خطوط جریان برای ناکا ۰۰۱۵ در زاویه حمله ۸ درجه و رینولدز $1100+$ (الف) Full-CFD، (ب) CFD-AS

Fig. 29. Streamlines and pressure contours with a) Full-CFD and b) CFD-AS; NACA0015, $Re=1100$, Angle of attack of 8 deg

۶- جمع بندی

در این مقاله تکنیک صفحه‌ی عملگر در حلگر جریان تراکم‌ناپذیر دوبعدی به روش میانبایی جرمی اصلاح‌شده که در قالب روش حجم محدود برمبنای المان محدود می‌باشد پیاده‌سازی شد. این روش برای جریان دائم پیاده‌سازی شده و تأثیر پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق، برای اولین بار اثرات تغییر پارامترهای مؤثر بر روش صفحه‌ی عملگر و نحوه‌ی انتخاب مقادیر بهینه آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. همچنین، کانتورهای ورتیسیته و فشار برای جریان حول ایرفویل ارائه شد. نتایج این بخش نشان می‌دهد که استفاده از روش صفحه‌ی عملگر در جریان دائم می‌تواند میدان را تا حد قابل قبولی شبیه‌سازی نماید. استفاده از این تکنیک، ضمن کاهش هزینه‌های محاسباتی، نتایج دلگرم‌کننده‌ای ارائه می‌دهد. بنابراین از تکنیک صفحه‌ی عملگر می‌توان به‌عنوان ابزاری برای مطالعه نمونه‌های متفاوت آیرودینامیکی استفاده نمود. در مواردی که مطالعه سه‌بعدی باشد و یا به علت متحرک بودن

نمونه مورد مطالعه، نیاز به مش‌های پیچیده و متحرک باشد، این تکنیک می‌تواند کمک شایانی در شبیه‌سازی‌های اولیه و ارائه یک دید مهندسی داشته باشد. به طور خلاصه می‌توان گفت:

- روش صفحه‌ی عملگر، ضمن کاهش شدید هزینه محاسباتی، دقت قابل قبولی در محاسبه‌ی جریان دائم حول ایرفویل دارد.
- دقت نتایج شبیه‌سازی به نحوه‌ی توزیع و تعداد چشمه‌ها، مکان نقطه‌ی کنترلی، و پهنای تابع گوسی وابسته است. و قبل از انجام هرگونه شبیه‌سازی استفاده از مقادیر مناسب ضروری است.
- از روش CFD-AS ارائه شده در این تحقیق، می‌توان به عنوان ابزاری کارآمد در مطالعه نمونه‌های پیچیده‌تر استفاده نمود. علی‌الخصوص در مواردی که مطالعه‌ی کامل دینامیک سیالات محاسباتی Full-CFD به دلیل متحرک جسم صلب در میدان حل، نیاز به شبکه متحرک دارد و یا مواردی که نیاز به مطالعه در سه بعد می‌باشد، استفاده از روش‌های معرفی شده بسیار کارآمد خواهد بود.

۷- فهرست علائم

منابع

- [1] D. Linton, G. Barakos, R. Widjaja, B. Thornbern, A new actuator surface model with improved wake model for CFD simulations of rotorcraft, (2017).
- [2] J.N. Sørensen, A. Myken, Unsteady actuator disc model for horizontal axis wind turbines, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 39(1-3) (1992) 139-149.
- [3] J.N.r. Sørensen, W.Z. Shen, Numerical modeling of wind turbine wakes, Journal of fluids engineering, 124(2) (2002) 393-399.
- [4] W.Z. Shen, J.N. Sørensen, J.H. Zhang, Actuator surface model for wind turbine flow computations, in: Proceedings of European Wind Energy Conference and Exhibition, 2007, pp. 7-10.
- [5] H. Alisadeghi, S. Karimian, Comparison of different solution algorithms for collocated method of MCIM to calculate steady and unsteady incompressible flows on unstructured grids, Computers & fluids, 46(1) (2011) 94-100.
- [6] H. Alisadeghi, S. Karimian, Different modelings of cell-face velocities and their effects on the pressure-velocity coupling, accuracy and convergence of solution, International Journal for numerical methods in fluids, 65(8) (2011) 969-988.
- [7] M.H. Baba-Ahmadi, P. Dong, Numerical simulations of wake characteristics of a horizontal axis tidal stream turbine using actuator line model, Renewable Energy, 113 (2017) 669-678.
- [8] Z. Yu, X. Zheng, Q. Ma, Study on actuator line modeling of two NREL 5-MW wind turbine wakes, Applied Sciences, 8(3) (2018) 434.
- [9] W. Haans, R. Mikkelsen, Airfoil models in the actuator line code assessed with near-wake measurements on a yawed rotor, in: 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting

چگالی	ρ
سرعت نسبی	V_{rel}
طول وتر ایرفویل	c
ضریب برآ	C_L
ضریب پسا	C_D
توزیع نیروی حجمی در طول ایرفویل	$F_{dist}(x)$
توزیع نیروی حجمی دو بعدی	$f_{\nu D}(x)$
سرعت نقطه‌ی کنترلی در راستای افقی	u_c
سرعت القا شده در راستای افقی	u_{in}
سرعت ایرفویل در راستای افقی	$u.$
سرعت نقطه‌ی کنترلی در راستای عمودی	v_c
سرعت القا شده در راستای عمودی	v_{in}
سرعت ایرفویل در راستای عمودی	$v.$
زاویه محوری بیضی‌های اطراف ایرفویل	\emptyset
زاویه جریان	ϕ
زاویه حمله	α
جمع دو زاویه پیچ و تاب ایرفویل	β
توزیع نیروی حجمی در میدان حل	$f_b(x)$
تابع توزیع گوسین	η
پهنای توزیع گوسی	ε
نسبت منظری	AR
اندازه شبکه بندی	Δr
فشار سطح بالای ایرفویل	P_{upper}
فشار سطح پایین ایرفویل	P_{lower}
ضریب فشار	$C_{\Delta P}$
سرعت جریان آزاد	U_{∞}
زاویه حمله مؤثر	α_{eff}
مکان نقطه کنترلی	$X_{C.P}$

- [14] M. Boojari, E. Mahmoodi, A.A. Nejad, S. Sarmast, Modeling the Wake of MEXICO Experiment's Wind Turbine Using Elliptic Force Distribution in Actuator-Line Method in OpenFOAM, *Modares Mechanical Engineering*, 16(9) (2016) 77-86.
- [15] W.Z. Shen, W.J. Zhu, J.N. Sørensen, Actuator line/Navier–Stokes computations for the MEXICO rotor: comparison with detailed measurements, *Wind energy*, 15(5) (2012) 811-825.
- [16] M. Shives, C. Crawford, Mesh and load distribution requirements for actuator line CFD simulations, *Wind Energy*, 16(8) (2013) 1183-1196.
- [17] R. Mikkelsen, Actuator disc methods applied to wind turbines, PhD thesis, Technical University of Denmark, 2003.
- and Exhibit, 2007, pp. 424.
- [10] B. Baliga, S. Patankar, A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer, *Numerical Heat Transfer*, 6(3) (1983) 245-261.
- [11] W.Z. Shen, J.H. Zhang, J.N. Sørensen, The actuator surface model: a new Navier–Stokes based model for rotor computations, *Journal of solar energy engineering*, 131(1) (2009).
- [12] W.Z. Shen, J.H. Zhang, J.N. Sørensen, The actuator surface model: a new Navier–Stokes based model for rotor computations, *Journal of Solar Energy Engineering*, 131(1) (2009) 011002.
- [13] Z. Peng, Q. Zhu, Energy harvesting through flow-induced oscillations of a foil, *Physics of fluids*, 21(12) (2009) 123602.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

H. Etehad, M. Tebyan, H. Alisadeghi, *Simulation of Steady Incompressible Flow around a NACA0015 Airfoil Using Actuator Surface Method and Mass Corrected Interpolation Technique*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(5) (2022) 1047-1080.

DOI: 10.22060/mej.2022.20472.7237

