

# Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 54(5) (2022) 217-220 DOI: 10.22060/mej.2022.20472.7237

# Simulation of Steady Incompressible Flow around a NACA0015 Airfoil Using Actuator Surface Method and Mass Corrected Interpolation Technique

H. Ettehadi, M. Tebyan, H. Alisadeghi\*

Department of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

ABSTRACT: In recent years, actuator methods in aerodynamic simulations have been favored by researchers. These methods can significantly reduce the computational effort compared to full-scale body resolving simulations. They are also more accurate than conventional methods that use simplified models. In this study, an actuator surface model is used to simulate flow around an airfoil in a steady twodimensional incompressible flow. In these models, the geometry of the airfoil is represented by volume forces distributed along the airfoil chord. For this purpose, the collocated method of mass corrected interpolation method is coupled with the Actuator Surface Model. To determine the accuracy of the results, the actuator surface method is compared with the full- computational fluid dynamics simulation method. Besides, a new study is presented to investigate the effect of changing different parameters of the actuator surface model on the accuracy of results. Finally, pressure and vorticity contours are plotted, and obtained results are compared with full- computational fluid dynamics results. The obtained results show that although the actuator surface has a moderate accuracy in calculating parameters such as velocity and pressure, it can predict aerodynamic forces and flow structures with acceptable accuracy. The method presented in this article can be used as an efficient tool in studying more complex cases.

#### **Review History:**

Received: Aug. 26, 2021 Revised: Jan. 09, 2021 Accepted: Feb. 21, 2022 Available Online: Mar. 17, 2022

#### **Keywords:**

Actuator surface Airfoil Steady flow 2D flow Incompressible flow

#### **1-Introduction**

A range of methods for performing airfoil simulations is available which are different in their capability to predict different aspects of aerodynamics behavior. Navier-Stokes simulations with fully-resolved boundaries are now precipitant. However, fully-resolved simulations come at great expense in terms of computational effort, and simulation time especially when multiple airfoils and structures are present in the flow field and complex meshes must be generated. Alternative, less expensive, non-Navier-Stokes models are available, such as momentum theory methods, panel methods, and free wake models. These models suffer from assumptions in their formulation that limit their applicability [1]. It is here that the actuator concept offers the potential for simulating at a less computational cost. In these models, the geometry of blades is represented by volume forces distributed along with disks or lines, or surfaces. In fact, for all actuator disk, surface, or line formulations used in the analysis of airfoil aerodynamics, the surfaces or volumes modeling the airfoil are allowed to be porous to the flow. The purpose of this paper is to investigate the main parameter of the actuator surface technique in airfoil simulation. In this article, the collocated method of Mass Corrected Interpolation Method (MCIM) is utilized for solving two-dimensional unsteady incompressible flow at low Reynolds number [2, 3]. Therefore, the Actuator Surface

technique has to be placed in the developed Computational Fluid Dynamics (CFD) solver to be able to predict all parameters quantitatively.

#### 2- Methodology

The two-dimensional Navier-Stokes solver used here is the collocated method of MCIM. The code is based on a controlvolume-based finite element method. AS model is included in the CFD solver, as shown in Fig. 1. But before combining this model and CFD solver, it was necessary to develop a CFD solver to add source terms to the momentum equation. The CFD-AS solver described here is applied on unstructured triangular grids. The computational mesh extends 14 chord lengths downstream and 10 chord lengths upstream, above, and below. To determine the accuracy of results, the Actuator Surface method is compared with the Full-CFD simulation method. Besides, a new study is presented to investigate the effect of changing different parameters of the Actuator Surface model on the accuracy of results.

#### **3- Results and Discussion**

As mentioned previously, in this study, for the first time, the effects of changing the effective parameters on the Actuator Surface technique and how to select their optimal values are investigated. These parameters include

\*Corresponding author's email: alisadeghi@kntu.ac.ir



Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.



Fig. 1. Process diagram of the Flow solver (combination of MCIM solver and AS).



Fig. 2. Comparison of pressure coefficient of CFD-AS for different Gaussian filters for Re=1100 and AOA=8 deg.



Fig. 3. Comparison of x-velocity of CFD-AS for different density of the sources terms for Re=1100 and AOA=8 deg.

the Gaussian filter, the density of the source terms applied in cells, and the location of the control point. All of these observations are shown in Figs. 2 to 4.

Based on the results, the optimal values for the studied parameters are presented in Table 1.

In Fig. 5, pressure contours and streamlines are shown for both full-CFD and CFD-AS methods. As seen, the streamlines and pressure contours are very similar. It should be noticed that the CFD-AS method does not need a body-fitted mesh. because The geometry of airfoil is represented by volume forces. However, the streamlines do not cross the chord line which the forces are distributed along it.

#### **4-** Conclusion

In the present work, an actuator surface model is proposed for the CFD calculation of the flow around an airfoil. This method, called the CFD-AS method requires less computation effort than the full-CFD methods. The obtained results were encouraging. It can be said that the Actuator Surface method, while drastically reducing the computational cost, has



Fig. 4. Comparison of y-velocity of CFD-AS for different locations of control point for Re=1100 and AOA=8 deg.

Table 1. Selected values for examined parameters

Parameter	Value
Gaussian filter ( <b>ɛ</b> )	0.06
The density of the source terms	100
Location of control point	- <i>C</i>
Number of cells	13054

acceptable accuracy in calculating the flow around the airfoil.

#### References

- D. Linton, G. Barakos, R. Widjaja, B. Thornbern, A new actuator surface model with improved wake model for CFD simulations of rotorcraft, (2017).
- [2] H. Alisadeghi, S. Karimian, Comparison of different solution algorithms for collocated method of MCIM to



Fig. 5. Streamlines and pressure contours with a)Full-CFD and b)CFD-AS; NACA0015, Re=1100 , Angle of attack of 8 deg.

calculate steady and unsteady incompressible flows on unstructured grids, Computers & fluids, 46(1) (2011) 94-100.

[3] H. Alisadeghi, S. Karimian, Different modelings of cell-face velocities and their effects on the pressure– velocity coupling, accuracy and convergence of solution, International Journal for numerical methods in fluids, 65(8) (2011) 969-988.



HOW TO CITE THIS ARTICLE

H. Ettehadi, M. Tebyan, H. Alisadeghi, Simulation of Steady Incompressible Flow around a NACA0015 Airfoil Using Actuator Surface Method and Mass Corrected Interpolation Technique , Amirkabir J. Mech Eng., 54(5) (2022) 217-220.

DOI: 10.22060/mej.2022.20472.7237

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر



نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۴، شماره ۵، سال ۱۴۰۱، صفحات ۱۰۴۷ تا ۱۰۸۰ DOI: 10.22060/mej.2022.20472.7237

شبیهسازی جریان تراکمناپذیر دائم پیرامون ایرفویل ناکا ۱۰++ با استفاده از روش صفحه عملگر و تکنیک میانیابی اصلاح جرمی

حسين اتحادى، مسعود تبيان جهرمى، حامد عليصادقى\*

دانشكده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجهنصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

خلاصه: در سالهای اخیر، روشهای عملگر در شبیه سازی های آیرودینامیکی مورد اقبال پژوه شگران قرار گرفته اند. این روشها نا نسبت به روش هایی که در آن جسم صلب به صورت کامل مدل می شوند، سرعت محاسباتی بیشتری دارند، همچنین نسبت به روش های مرسومی که در آن از مدل های ساده شده، استفاده می کنند از دقت بیشتری بر خوردار است. در این تحقیق روش صفحه ی عملگر برای شبیه سازی دو بعدی جریان حول ایرفویل در جریان پایا و تراکم ناپذیر به کار گرفته شده است. برای این منظور یک حلگر جریان به روش میانیابی اصلاح جرمی با مدل صفحه ی عملگر جفت شده است. به منظور ارزیابی دقت نتایج، روش صفحه ی عملگر برا می شبیه سازی کامل ایرفویل، مقایسه شده است. همچنین برای اولین بار تأثیر پارامترهای مختلف روش صفحه ی عملگر بر دقت شبیه سازی جریان موردبررسی قرار گرفته است. درنهایت نیز کانتورهای فشار و ور تیسیته با روش صفحه ی عملگر محاسبه شده و نتایج آن با نتایج حل عددی کامل ایرفویل مقایسه شده است. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که اگر چه روش صفحه ی عملگر در محاسبه ی پارامترهایی چون سرعت و فشار، دقت متوسطی دارد، ولی قادر است نیروهای آیرودینامیکی و ساختار جریان را با دقت قابل محاسبه ی پارامترهایی چون سرعت و فشار، دقت متوسطی دارد، ولی قادر است نیروهای آیرودینامیکی و ساختار جریان را با دقت قابل قبولی پیش بینی کند. از روش ارائه شده دراین تحقیق، می توان به عنوان ابزاری کارامد در مطالعه نمونه های پیچیده تر استفاده نمود.

**تاریخچه داوری:** دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۰۴ بازنگری: ۱۴۰۰/۱۲/۰۲ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۰۲ ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۲/۲۶

> کلمات کلیدی: صفحهی عملگر ایرفویل جریان پایا جریان دوبعدی

#### ۱ – مقدمه

در شبیه سازی های آیرودینامیکی مربوط به ایرفویل ها، طیف وسیعی از تکنیک های محاسباتی وجود دارد که توانایی هر یک در پیش بینی جنبه های مختلف عملکرد آن ها متفاوت است. روش هایی که در آن ها، ایرفویل به صورت کامل مدل می شوند هزینه ی محاسباتی گزافی دارند، علی الخصوص زمانی که چندین ساختار متفاوت و متحرک در میدان حل وجود دارد. چراکه این مسائل، نیازمند استفاده از شبکه بندی های پیچیده و متحرک می باشند. گردابه ها به دلیل فرضیات ساده کننده ی زیاد، محدودیت کارایی و عدم توانایی یا توانایی ضعیف در پیش بینی دنباله ها چندان قابل اعتماد نیستند [۱]. لذا در بسیاری از شبیه سازی های آیرودینامیکی، از روش های عملگر استفاده می کنند. این روش ها باوجود کاهش شدید هزینه های محاسباتی، استفاده می کنند. این روش ها باوجود کاهش شدید هزینه های محاسباتی، اعمال اثر نیروهای آیرودینامیکی به صورت جملات چاه و چشمه به معادلت

روش ها به علت عدم مدل سازی هندسه جسم صلب، به یک شبکهبندی با سلول های کمتر برای شبیه سازی جریان احتیاج است. این روش ها قابلیت مدل سازی گردابه های نوک اجسام، دنباله جریان و لحاظ کردن اثرات سه بعدی و ناپایایی جریان ورودی را دارند. برای حل جریان های پیچیده، میتوان نیروهای جسمی منتج شده از داده های جدول بندی شده ایرفویل را در حلگر نویراستوکس تولید نمود. حلگر نویراستوکس میتواند مشخصات جریان را، با توجه به زوایای حمله مختلف و سرعت های نسبی متفاوت در هر مقطع محاسبه کند. روش های عملگر به سه دسته یدیسک، خط و صفحه عملگر تقسیم میشوند که عموماً در شبیه سازی های توربین های و میکن [۲] به صورت ناپایا و تقارن محوری توسعه داده شده است. در روش دیسک عملگر یک دیسک مجازی جایگزین روتور در میدان جریان میشود و عکس العمل توزیع نیروهای آیرودینامیکی وارد بر پره به معادلات ناویر استوکس اضافه میشوند. مدل خط عملگر، برای اولین بار در سال

ناویر-استوکس، رفتار جریان پیرامون جسم صلب شبیه سازی می شود. در این

د مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode درسن فرمائید.

<sup>\*</sup> نویسنده عهدهدار مکاتبات: alisadeghi@kntu.ac.ir

۲۰۰۲ توسط شن و سورنسن [۳] تحت نرمافزار الپسیس ارائه شد. این روش، شامل خطوط عملگری به صورت شعاعی است که به نمایندگی از پرههای توربین بادی بر سیال عبوری از توربین اثر میکنند. شبیهسازی جریان عبوری از روی یک ایرفویل یا یک جسم صلب، توسط یک نقطه نیرو کمی مشکل است. به همین خاطر شن و سورنسن [۴] مدل دقیق تری از روشهای عملگر را به نام صفحهی عملگر توسعه دادند. نیروها در این روش علاوه برجهت دهانه پره در راستای وتر آن نیز توزیع می شوند؛ بنابراین دقت بهتری نسبت به روش خط عملگر که نیروها فقط در راستای دهانه توزیع می شوند؛ داراست. آنها در این تحقیق، برای شبیه سازی توربین باد، نیروهای حجمی را توسط توابع توزیع تخمینی، بر سطح پره اعمال کردند. این توابع تخمینی توسط نرمافزار ایکس-فویل محاسبه میشد. نتایج بهدست آمده، حاکی از این بود که، این روش نسبت به روش های قبلی (خط و دیسک عملگر)، بهخصوص در پیشبینی ساختار جریان انتهای پره روتور، دارای دقت بیشتری است. مرور مقالات، نشان میدهد که صفحهی عملگر همواره به یک حلگر نویراستوکس کوپل شده است. در مقاله حال حاضر از یک حلگر جریان تراکمنایذیر به روش میانیابی اصلاح جرمی<sup>۳</sup> در قالب حجم محدود بر مبنای المان محدود استفاده شده است [۵]. این روش، از شبکههای هممکان<sup>۴</sup> استفاده نموده و ازاینرو با محدودیتهای روش شبکهی جابجاشده مواجه نمی باشد. از طرف دیگر به علت ارضای مستقیم و بلاواسطهی معادلهی پیوستگی، نسبت به روشهایی چون پواسون فشار<sup>ه</sup> و تراکم پذیری مصنوعی<sup>2</sup> از مزیت نسبی بالاتری برخوردار است. ضمن آن که روند همگرایی آن نسبتاً بهتر از سایر روشها میباشد. پاراکاش و پاتانکار<sup>۷</sup> برای محاسبهی سرعتها در وجوه حجم کنترل معادلهی بقای جرم، از میدان سرعتی به نام سرعت جرمی استفاده نمودند. در ادامه علیصادقی و همکاران خواص و ویژگیهای این روش و حساسیتهای آن در مدلسازی ترمها و اثرات ترمها در كوپلينگ و دقت نتايج را مورد بررسي قرار دادند. وی همچنین با بازنگری در ایدهی اولیه، روشی ساده با دقت و کارایی بالا به نام میانیابی اصلاح جرمی <sup>۸</sup> را مطرح کرد بهنحوی که توسعهی روش برای شبکههای بیسازمان و سهبعدی نیز با کمترین دشواری همراه باشد [۵ و ۶].

1 ELLIPSYS

2 XFOIL

- 3 Mass corrected interpolation method
- 4 Collocated grid
- 5 Poisson equation
- 6 Artificial compressibility
- 7 Prakash & Patankar
- 8 Mass corrected interpolation method

با توجه بهدقت و سرعت بالای این روش و امکان توسعهی آن برای انواع مسائل سیالاتی، در تحقیق حاضر از حلگر مذکور استفاده گردیده است. مرور مقالات نشان میدهد در روشهای عملگر، چندین پارامتر اساسی وجود دارد که بر اساس مدل انتخابی، نوع شبیه سازی، میدان حل و ابعاد شبیه سازی انتخاب می شوند. تحقیق حاضر با هدف بررسی این پارامترها و چگونگی کویل کردن روش صفحه ی عملگر با حلگر نویراستوکس میانیایی اصلاح جرمی به شبیهسازی جریان تراکمناپذیر حول یک ایرفویل ساکن می پردازد. در گذشته پژوهشگران متعددی، به شبیهسازی جریان حول ایرفویل به کمک روشهای عملگر پرداختهاند اما هیچ کدام از آنها، اثرات پارامترهای مهم این روش را بررسی نکردهاند. و صرفا از این روش در بررسی نمونههای متفاوت سیالاتی استفاده کردهاند. برای مثال، بابا احمدی و دونگ [۷] از روشهای عملگر برای شبیهسازی عددی جریان در توربینهای جزر و مدی استفاده نمودند. یو و همکاران [۸] از روش خط عملگر برای مطالعهی دنبالههای جریان در توربینهای بادی محور افقی استفاده نمودند. وترهانس و میکلنسن [۹] با استفاده همزمان از خط عملگر و مدل های واماندگی دینامیکی به محاسبهی ضریب توان و ضرایب آیرودینامیکی یک توربین بادی محور افقی پرداختند.در این تحقیق، برای اولین بار به جای استفاده از مدل صفحهی عملگر در شبیهسازی نمونههای جدید، صرفاً به بررسی اثرات یارامترهای تاثیر گذار بر شبیه سازی پرداخته شده است.

در قسمت اول توضیحات مختصری در رابطه با حلگر میانیابی اصلاح جرمی آورده شده است. در بخش دوم مدل صفحه یعملگر و پارامترهای مؤثر آن شرح داده شده است. در بخش سوم نتایج شبیه سازی جریان حول ایرفویل به کمک حلگر میانیابی اصلاح جرمی توسعه یافته با صفحه یعملگر ارائه شده است. در این نتایج ضمن بررسی اثر تمامی پارامترهای مؤثر بر دقت نتایج، کلیه یپاسخها با نتایج حاصل از مدل کامل ایرفویل<sup>\*</sup> مقایسه گردیده است. نتایج نشان می دهد، در صورت استفاده از پارامترهای بهینه ی صفحه یعملگر، ترکیب این تکنیک با یک حلگر مناسب دینامیک سیالات محاسباتی <sup>۲۰</sup> موجب کاهش شدید هزینه های محاسباتی می گردد، به علاوه

# ۲- حلگر میانیابی اصلاح جرمی

روشهای حجم محدود بر مبنای المان محدود" از روشهایی هستند

<sup>9</sup> Full-CFD

<sup>10</sup> CFD-AS

<sup>11</sup> Control-volume-based finite element



شکل ۱. شماتیک حجم کنترلها و زیرحجمهای کنترل هر المان.



نظر گرفته می شوند و اطلاعات و مقادیر کمیتهای جریان اعم از متغیرهای اولیه فشار و مؤلفه های سرعت در این نقاط گوشه ذخیره می گردند. مختصات محلی  $(\pi, \overline{z})$  در مرکز هر المان تعریف می گردد. محورهای مختصات محلی هر یک از المانها را به سه زیر حجم کنترل تقسیم می نماید. هر زیر حجم کنترل تنها با یک گره در ارتباط بوده و قسمتی از حجم کنترل آن گره را تشکیل می دهد؛ بنابراین هر گره را تعدادی زیر حجم کنترل از المان همسایه و مجاور احاطه می کند که حجم کنترل مربوط به آن گره را به وجود می آورد. برای محاسبهی مقادیر کمیتها در نقاط انتگرال گیری از تابع میانیابی خطی المان های مثلثی به صورت زیر می توان استفاده نمود.

$$\varphi = \sum_{n=1}^{3} N_{ip,n} \Phi_n \tag{1}$$

که  $\varphi_i \quad \alpha_{ip,n}$  مقادیر کمیت در گرههای المان بوده و  $N_{ip,n}$  تابع شکل المان مثلثی هستند. لازم به ذکر است که تمامی مختصات به کار گرفته شده در روابط فوق، مختصات عمومی بوده و از مختصات محلی استفاده نشده است. با مشتق گیری از رابطهٔ (۲) مشتق هر کمیت دلخواه در داخل المان به صورت زیر قابل محاسبه است.

که از مزایای حجم محدود و المان محدود به صورت توأمان بهره می برند. این ویژگی ها توسط بالیگا<sup>(</sup> و پاتانکار<sup>۲</sup> [۱۰]، برای المان های مثلثی به خوبی نشان داده شده است. استفاده از این متدها، توسعه ی حلگر را برای شبکه های بی سازمان به راحتی امکان پذیر می نماید. حلگر استفاده شده، یک حلگر جریان تراکم ناپذیر دوبعدی با روش میانیابی جرمی اصلاح شده است که در قالب روش های حجم محدود بر مبنای المان محدود قرار دارد [۵ و ۶]. در ادامه نحوه ی گسسته سازی معادلات و پیاده سازی این الگوریتم به صورت مختصر توضیح داده شده است.

# ۲- ۱- گسسته سازی میدان به روش حجم کنترل بر مبنای المان محدود

برای حل معادلات جریان، میدان حل میبایست گسسته گردد تا معادلات مزبور روی هر یک از المانها، گسسته شده و پس از محاسبهی شارهای عبوری و انتگرالگیری روی سطوح المان، دستگاه معادلات جبری تشکیل گردد. در شکل ۱ نمونهای از این شبکه، به همراه المانها و زیر حجمهای کنترل آن نشان داده شده است.

در این شبکه گرههای محاسباتی، همان نقاط تشکیل دهندهی المان ها در

l Baliga

<sup>2</sup> Patankar

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \sum_{n=1}^{3} \frac{\partial N_{ip,n}}{\partial x} \Phi_n = \sum_{n=1}^{3} D_{x,n} \Phi_n \tag{(Y)}$$

## ۲- ۲- گسسته سازی معادلات حاکم

فرم انتگرالی معادلات حاکم بر جریان تراکمناپذیر غیردائم لزج آرام، اعم از معادلات بقای جرم و ممنتوم در جهات مختصات دوبعدی را میتوان بهصورت زیر نمایش داد.

$$\int_{V} \frac{\partial Q}{\partial t} d \, \vartheta + \int_{S} \left( E \, ds_{x} + F \, ds_{y} \right) = \int_{S} \left( G \, ds_{x} + H \, ds_{y} \right) + \int_{V} I dv \tag{7}$$

در روابط فوق <sub>x</sub> وds<sub>y</sub> مؤلفههای بردار نرمال سطح بوده و سایر پارامترها بهصورت زیر تعریف میگردند.

$$Q = \begin{pmatrix} 0\\ \rho u\\ \rho v \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u\\ (\rho u)u + p\\ (\rho u)v \end{pmatrix},$$
$$F = \begin{pmatrix} \rho v\\ (\rho v)u\\ (\rho v)v + p \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy} \end{pmatrix},$$
$$H = \begin{pmatrix} 0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy} \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 0\\ s_u\\ s_v \end{pmatrix}$$

در روابط فوق، u و v مؤلفههای سرعت در جهات x و v، P فشار،  $\rho$  چگالی و  $\tau_{xx}$ ،  $\tau_{xy}$  و  $v_{yy}$  مؤلفههای تنسور تنش برشی می باشند. به منظور تشکیل دستگاه معادلات روی هر یک از المانها، معادلهی (۵) می باید روی هر یک از زیر حجم کنترل ها اعمال گردد. در رابطهی زیر، این کار به صورت نمونه برای زیر حجم کنترل شماره i انجام شده است.

$$\int_{SCV_i} \frac{\partial Q}{\partial t} d\, \vartheta + \int_{SS1\&2,i} (E\, ds_x + F\, ds_y) = \int_{SS1\&2,i} (G\, ds_x + H\, ds_y) + \int_{SCV,i} I\, dv$$
(a)

که در رابطهی فوق SS۱&۲,i نشان دهندهی دو سطح داخلی (SS۱ ) و SS۱ ) زیرحجم کنترل i المان می باشند. لازم به ذکر است که سطوح خارجی در فرآیند گردآوری زیرحجمهای کنترل هر گره، یکدیگر را حذف می نمایند؛ بنابراین نیازی به محاسبهی شارهای گذرنده از آنها نمی باشد.

# ۲- ۳- کوپلینگ میدان سرعت و فشار

نوسانات صفحه شطرنجی، ناشی از منفک بودن میدان سرعت و فشار میباشند که در بیان علل آن نیز، دلایلی چون مدلسازی نامناسب سرعتهای وجهی و در نظر نگرفتن فیزیک جریان در محاسبهی این سرعتها مطرح گردید. برای حل مشکل نوسانات میبایست در معادلهٔ پیوستگی از سرعتهای وجهی دیگری استفاده شود که از ترکیب معادلهٔ ممنتوم و جرم به دست میآیند. این سرعتهای وجهی را سرعتهای جابجا کننده مینامند و برای محاسبهی آن رابطهی زیر معرفی شده است:

$$Mom.Eq. - u(Mass.Eq.) = 0 \tag{(\%)}$$

همان گونه که در رابطهٔ فوق مشاهده می شود، در روش ارائه شده توسط کریمیان و اشنایدر خطای معادلهٔ جرم با ضریبی از سرعت به انتهای معادلهٔ ممنتوم افزوده شده است. بدین ترتیب سرعت محاسبه شده به صورت ضمنی بقای جرم را نیز در بر دارد. کریمیان و اشنایدر نشان دادند که فرمولاسیون ارائه شده توسط آنها، رفتاری مشابه با معادلهٔ پواسون فشار را نتیجه می دهد.

### ۲- ۴- مدلسازی ترمها در سرعتهای جرمی و جابجاشونده

در این بخش روشهای مختلف مدلسازی ترمهای حاضر در سرعت جابجاشونده و سرعت جرمی یا جابجاکننده برحسب مقادیر گرهی موردبررسی قرار می گیرد.

# ۲- ۴- ۱- ترم گذرا

در بررسیهای عددی انجامشده برای هر دو مدلسازی، اثرات این ترم درروند همگرایی و دقت محاسبات بسیار ناچیز و حتی در مواردی نامطلوب مشاهده شده است. بااینوجود، نتایج نشان میدهند که وجود ترم زمانی در مدلسازی سرعتهای جابجاکننده و جابجاشونده ضمن افزایش پیچیدگیهای روش و حجم محاسبات آن، درروند همگرایی و دقت محاسبات

<sup>1</sup> Convecting velocity

خصوصاً در گامهای زمانی کوچک اختلال ایجاد مینماید؛ بنابراین، حذف این ترم از معادلهٔ ممنتوم مدلسازی سرعت انتگرال گیری انجام شده است.

۲- ۴- ۲- ترم جابجایی

مقدار مشتق سرعت در راستای جریان نیز با استفاده از مقدار بالادستی و مقدار نقطهٔ انتگرال گیری به صورت کاملاً ضمنی به صورت زیر مدل سازی می گردد.

$$\rho q \frac{\partial u}{\partial s} \approx \rho \overline{q}_{ip} \frac{u_{ip} - u_{up}}{\Delta s_{up}} \tag{Y}$$

در رابطهٔ فوق  $u_{up}$  مقدار سرعت در نقطهٔ بالادست و  $\Delta s_{up}$  فاصلهٔ این نقطه تا نقطهٔ انتگرال گیری می باشد. برای محاسبهٔ نقطهٔ بالادست از رابطه ی ذیل استفاده می گردد.

$$u_{up} = \sum_{n=1}^{4} N_{up,n} U_n \tag{A}$$

## ۲– ۴– ۳– ترم فشار

ماهیت پخشی فشار مستلزم مدلسازی این ترم بهصورت اختلاف مرکزی و میان یابی دوخطی می باشد؛ بنابراین با استفاده از توابع شکلی مقدار این مشتق در نقاط انتگرال گیری محاسبه می گردد.

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \sum_{n=1}^{4} D_{x,n} P_n \tag{9}$$

### ۲ – ۴ – ۴ – ترم لزجت

برای مدلسازی این ترم لاپلاس سرعت بهصورت زیر تقریب زده میشود.

$$\mu \nabla^2 u \approx \mu \frac{u_d - u_{ip}}{\ell^2} \tag{1}$$

که در رابطهٔ فوق f مقیاس طول پخشی یا نفوذی i بوده و نحوهٔ محاسبهٔ  $u_d$  آن برای المانهای چهاروجهی و سهوجهی در مرجع [۵] ارائه شده است.  $u_d$  نیز از میان یابی دوخطی سرعت در نقطهٔ انتگرال گیری موردنظر، به صورت زیر به دست میآید.

$$u_{d,ip} = \sum_{n=1}^{4} N_{ip,n} U_n$$
 (11)

در این روش سرعتهای نقاط گرهی و نقطهٔ انتگرالگیری به صورت کاملاً ضمنی در محاسبات وارد می شوند.

#### ۲ – ۴ – ۵ – ترم خطا یا باقیمانده

ترم خطا یا باقیماندهی جرمی در رابطهٔ (۶) باید در راستای جریان و بهصورت زیر بازنویسی گردد.

$$u\left(\rho\frac{\partial u}{\partial x} + \rho\frac{\partial v}{\partial y}\right) = \rho q \frac{\partial u}{\partial s} - \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho u \frac{\partial v}{\partial y}$$
(17)

$$\rho q \frac{\partial u}{\partial s} \approx \rho \overline{q}_{ip} \frac{u_{dn} - u_{up}}{\Delta s_{dn} + \Delta s_{up}} \tag{17}$$

که در رابطهٔ فوق زیرنویس dn نشان دهندهٔ سرعت پاییندستی جریان میباشد و به همان روشی که سرعت بالادست محاسبه می گردد، قابل محاسبه است. سایر ترمهای رابطهٔ (۱۲) نیز با استفاده از مشتقات تابع شکل معرفی شده در رابطه (۲) از تکرار قبل قابل محاسبه است.

# ۳- تکنیک صفحهی عملگر

ایده اصلی نظریه صفحهی عملگر بدینصورت است که ایرفویل، توسط نیروهای حجمی بیان میشود و این نیروها، جایگزین ایرفویل واقعی هستند.

<sup>1</sup> Diffusion length scale



شکل ۲. شماتیک مدل صفحهی عملگر (ایرفویل)

Fig. 2. A schematic of the Actuator Surface model (airfoil).

در مقاله حال حاضر، این روش بر اساس مطالعات شن و همکاران [۱۱] پیادهسازی شده است.

#### ۳- ۱- معادلات حاکم

میتوان رفتار جریان حول ایرفویل را با فرض چگالی ثابت و با حل صورت تراکمناپذیر معادلات ناویر –استوکس با دقت بالایی توسط معادله (۵) پیش بینی نمود. این معادله با استفاده ازروش میانیابی تصحیح جرمی <sup>۱</sup> [۵] حل میشوند. نیروهای حجمی، با بهرهگیری از جدول مشخصات دوبعدی توزیع ضرایب برا و پسا در زاویههای مختلف حمله تعیین میشوند. برای جریانی که از ایرفویل عبور میکند، یک مرجع دوبعدی (OXy) انتخاب شده است. به طوری که جریان آزاد بر محور x آن منطبق شده و مقطع ایرفویل، حول مبدأ مرجع (O)، با سرعت زاویه ای  $\Omega$  میچرخد. نیروی حجمی که بر یک ایرفویل دوبعدی وارد میشود، توسط جدول دادههای ایرفویل مفروض، به دست میآید [۲]. در شکل ۲، تصویر شماتیک صفحهی عملگر با خط قرمز نمایش داده شده است.

ترم نیروی حجمی موجود در معادلهی نویراستوکس توسطِ رابطهی (۱۴) محاسبه می شود:

$$f_{2D}(x) = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 c (C_L e_L + C_D e_D) F_{dist}(x)$$
 (14)

در رابطه ی (۱۴)،  $C_L$  ضریب لیفت،  $C_D$  ضریب درگ، c وتر ایرفویل و  $F_{dist}$  توزیع نیروی حجمی در طول ایرفویل میباشد که از فرمولهای تجربی محاسبه میشود. نحوه ی تأثیر  $F_{dist}$ ، در توزیع نیرو در راستای صفحه ی عملگر، به صورت شماتیک در تصویر ۳ نشان داده شده است. در رابطه ی (۱۴)،  $V_{rel}$  سرعت نسبی است که در ایرفویل توسط رابطه ی (۱۵) محاسبه می شود.

$$V_{rel} = (u_c - u_{in} - u_0, v_c - v_{in} - v_0)$$
(10)

در رابطهی (۱۵)،  $(\mathbf{u}_c, \mathbf{v}_c) = \mathbf{u}_c$ ، سرعت در نقطه ی کنترلی است که این نقطه روی وتر (نقطهای بین جلو و دنباله یوتر) یا خارج از آن، انتخاب می شود.  $(.,v_.) = .\mathbf{u}$  سرعت ایرفویل در مختصات مرجع می باشد و  $(\mathbf{u}_{in}, \mathbf{v}_{in}) = .\mathbf{u}$  سرعت القاشده توسط گردش محدود حول ایرفویل، در نقطه ی کنترلی می باشد. سرعت القایی توسط رابطه ی بیوساورات از رابطه ی (۱۶) محاسبه می شود. نحوه ی محاسبه ی سرعت القایی به صورت شماتیک در تصویر ۴ نشان داده شده است.

$$\mathbf{u}_{in} = \frac{1}{2\Pi} \int_{l_i}^{l_i} \frac{\Gamma(l)\mathbf{k} \times (x-l)}{2} dl \tag{18}$$

<sup>1</sup> Mass corrected interpolation method



شکل ۳. شماتیک توزیع نیروی حجمی در راستای ایرفویل



کنترلی باید در یکفاصله محدود از ایرفویل انتخاب شود. معمولاً این فاصله را برابر با طول وتر ایرفویل در نظر می گیرند. از آنجاکه نیروها مستقیم بر وتر اثر می کنند، ممکن است در نزدیکی لبه یحمله تغییرات ناگهانی و شدید باشد. این تغییرات ممکن است باعث ناپایا شدن حل و واگرا شدن جواب شود. جهت جلوگیری از ایجاد چنین مشکلی، تابع توزیع نیرو توسط رابطه (۲۰) تعریف می شود [۱۲].

$$f_{b}(x) = f_{2D} \otimes \eta_{\varepsilon} = \int_{0}^{c} f_{2D}(l) \eta_{\varepsilon}(|x-l|) dl$$
(Y•)

که در آن  $\eta$  تابع توزیع گوسین میباشد:

در رابطهی (۱۶)، x یک نقطهی اختیاری در دامنه،  $\mathbf{k}$ بردار یکه عمود بر سطح،  $l_1$  مختصات محلی لبه حمله،  $l_1$  مختصات محلی لبه فرار، میباشند. همچنین رابطهی بین گردش و لیفت ایرفویل، توسط قانون کوتاژوکوفسکی محاسبه می گردد.

$$L(l)e_l = \rho V_{rel} \times \Gamma(l)\mathbf{k} \tag{1Y}$$

$$lpha$$
 هنگامی که سرعت نسبی معلوم شد. زاویه جریان  $\phi$  و زاویه حمله  $\pi$  توسط روابط (۱۸) تا (۱۹) مشخص می شوند.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{v_c - v_{in} - v_0}{u_c - u_{in} - u_0} \tag{1A}$$

$$\eta_{\varepsilon}(r) = \frac{1}{\varepsilon^2 \pi} \exp[-(r/\varepsilon)^2]$$
(Y1)

بر اساس مرجع [۱۳] پارامتر  $\varepsilon$  به ابعاد شبکه وابسته است. بهترین انتخاب  $\varepsilon$  برای میدان های دوبعدی به اندازه % الی % الی %

$$\alpha = \phi - \beta \tag{19}$$

در رابطهی (۱۹)،  $\beta$  جمع دو زاویهی پیچ<sup>۲</sup> و تاب<sup>۲</sup> میباشد. نقطهی 19 میباشد. نقطه 2 در رابطه 2 Twist



شکل ۴. شماتیک نحوهی محاسبهی سرعت در نقطهی کنترلی که به فاصلهی یک برابر وتر از لبهی حمله میباشد.





شکل ۵. توزیع نیرو در میدان حل توسط تابع گوسین

Fig. 5. Schematic of Gaussian distribution applied to volume force in field solution

فویل<sup>۱</sup> برای ایرفویل موردنظر استخراج شدهاند. سپس نمودارهای حاصله با استفاده از نرمافزار تجاری تیبل کرو<sup>۲</sup> فرموله شده، و درروش سطح عملگر مورد استفاده قرار می گیرند. ایرفویل می باشد. در شکل ۵ نحوهی تأثیر تابع توزیع گوسین در میدان حل، بهصورت شماتیک نمایش داده شده است.

برای تابع توزیع  $F_{dist}$  میتوان از نمودارهای توزیع فشار ایرفویل در زوایای حملهی متفاوت استفاده نمود. این نمودارها توسط نرمافزار ایکس-

1 Xfoil

<sup>2</sup> TableCurve2D



شكل ۶. الگوريتم حلگر توسعه يافته CFD-AS

Fig. 6. Process diagram of the Flow solver (combination of MCIM solver and AS).

### ۴- شبیهسازیهای عددی

همان طور که قبلاً اشاره شد، هدف مطالعه، توسعه حلگر میانیابی اصلاح جرمی برای شبیه سازی جریان حول ایرفویل به کمک صفحه یعملگر می باشد. در تصویر ۶ الگوریتم توسعه یافته این حلگر به صورت شماتیک نشان داده شده است. ایرفویل مورد استفاده در این تحقیق، ایرفویل ناکا ۲۰۱۵ می باشد. این ایرفویل متقارن در رژیم های رینولدز پایین پرکاربرد می باشد. روند انجام کار به این صورت است که در ابتدا با روش میانیابی اصلاح جرمی و مدل کامل Full-CFD ایرفویل ناکا ۲۰۱۵ در جریان تراکم ناپذیر و لزج با عدد رینولدز ۱۰۰۰ مورد تحلیل قرار می گیرد، سپس نتایج حاصل از این

تحلیل با ایرفویل شبیهسازی شده با روش میانیابی اصلاح جرمی – صفحه ی عملگر CFD-AS مورد مقایسه قرار می گیرند. بررسی روش میانیابی اصلاح جرمی<sup>۱</sup> برای توانایی در مدل سازی ایرفویل ناکا ۲۰۱۵ و دیگر مسائل آیرودینامیکی در مراجع [۵ و ۶] نشان داده شده است و نتایج این بررسیها گویای توانایی مطلوب آن در مدل سازی ایرفویل ناکا ۲۰۱۵ مییاشد. کد پیاده سازی شده و روش مذکور بر اساس معادلات غیردائم بنا شده است و امکان حل مسائل غیردائم را نیز دارا می باشد. اما در تحقیق حاضر تنها مسائل دائم مورد توجه قرار گرفته است تا در قدم نخست تخمین مناسب دنباله دائم

1 MCIM

جریان پیرامون ایروفیل با روش صفحه عملگر و حلگر میانیابی اصلاح جرمی مورد بررسی قرار گرفته و پارامترهای مؤثر در میزان دقت این شبیه سازی مورد بررسی قرار گیرد. برای بررسی پارامترهای تأثیرگذار درروش صفحهی عملگر و بهبود این روش، مجموعهای از شبیهسازیهای گوناگون انجام شده است. این مطالعهی پارامتری مارا در یافتن مؤثرترین پارامترها برای بهترین عملکرد صفحهی عملگر یاری می دهد. پارامترهای موردبررسی شامل محل نقطه کنترلی،پهنای تابع فیلتر گوسی و تعداد چشمههای توزیعشده بر روی صفحهی عملگر می باشد. در ادامه هریک از این پارامترها به تفضیل توضیح داده خواهند شد. در تمامی مطالعات صورت گرفته، زاویه حمله جریان ۸ درجه، عدد رینولدز ۱۱۰۰، و طول وتر ایرفویل برابر با ۱ متر در نظر گرفته شده است.

# ۴– ۱– پارامترهای مهم در روش صفحهی عملگر ۴– ۱– ۱– پارامتر η

طبق توضیحات بخش قبلی، برای اینکه نیروهای وارد بر ایرفویل باعث ایجاد ناپیوستگی در حل نشوند و حل مسئله را واگرا نکند، از تابع توزیع  $\eta$ استفاده می شود [۱۲]. پارامترهای زیادی، مانند نوع شبکهبندی میدان حل، دوبعدی یا سهبعدی بودن میدان حل و ... در انتخاب مدل این تابع توزیع مؤثر هستند. در بیشتر شبیه سازی های دوبعدی از تابع توزیع گوسین استفاده شده است.

می کند. با این کار اندازه نیروی تصویر شده و فاصله محل اعمال نیرو از مرکز المان مربوط به آن نیرو تعیین می شود. این پارامتر باید بهاندازه کافی بزرگ باشد تا از نوسانات و اغتشاشات عددی جلوگیری شود. همچنین باید بهاندازه کافی کوچک باشد تا منجر به تخمین کمتر یا بیشتر از میزان واقعی توان محاسبه شده توربین نشود [۱۴]. برای انتخاب پارامتر ع، چندین روش وجود دارد که در بیشتر مقالات، از یک روش نوین نسبت به سایر روش ها به نام روش توزیع بیضوی استفاده شده است. معادلات مورداستفاده در این روش برای تعیین مقدار ع به صورت روابط (۲۲) تا (۲۴) می باشند:

$$\frac{\mathcal{E}}{c} = f(r, \Delta r, AR) = \frac{\Delta r}{4R} = n_{\max}(\pi AR)$$
(YY)

$$C^{*}(r) = \left(\frac{4}{\pi R} \int_{0}^{R} C(r) dr\right) \sqrt{1 - \left(\frac{2r}{R}\right)^{2}}$$
(YY)

$$AR = R \left(\frac{1}{R} \int_{0}^{R} C(r) dr\right)^{-1}$$
(Y\*)

، اندازه شبکهبندی ، R، در معادلات فوق، AR، نسبت منظری،  $\Delta r$ ، اندازه شبکهبندی ، R، شعاع پره، (r) طول وتر هوابر است. در شکل  $\gamma$ ، اثرات پارامتر  $\sigma$  در تابع توزیع گوسی، به صورت شماتیک نمایش داده شده است.





شکل ۷. تابع توزیع گوسی با چند ٤ متفاوت

Fig. 7. Gaussian distribution function with several different  $\varepsilon$ .

F<sub>dist</sub> پارامتر –۳–۱–۴

همان طور که گفته شد،  $F_{dist}$  توزیع نیروی حجمی در طول ایرفویل میباشد که از فرمولهای تجربی محاسبه می شود. اما سؤالی که مطرح می شود این است که این فرمولهای تجربی چگونه به دست می آیند؟ محققان مختلف توابع توزیع مختلفی را به کار گرفتهاند از توابع توزیع خطی، سهموی تا آخرین آن توسط شن و سورنسن که از توزیع اختلاف فشار بالا و پایین ایرفویل استفاده کردهاند. با توجه به اینکه مقدار نیروهای ایرودینامکی وارد بر ایرفویل تا حد زیادی وابسته به اختلاف فشار بالا و پایین ایرفویل می باشند (و تا حد کمتری به توزیع نیروی اصطکاک سطحی وابسته می باشند) لذا توزیع به دست آمده از اختلاف فشار بالا و پایین ایرفویل می تواند نزدیک ترین توزیع به واقعیت باشد. از این رو می توان رابطه ی زیر را برای محاسبهی اختلاف فشار در سطح ایرفویل به کار برد.

$$\Delta P = P_{upper} - P_{lower} \tag{7a}$$

که ضریب فشار به صورت زیر تعریف می شود:

$$C_{\Delta P} = \Delta P / \left(\frac{1}{2}\right) \rho U_{\infty}^{2} \tag{79}$$

تابع توزیع  $F_{dist}$  همان نمودارهای توزیع ضریب فشار برای ایرفویل در زوایای مختلف حمله و همچنین در اعداد مختلف رینولدز در رژیم جریان تراکمناپذیر میباشد. سورنسن با استفاده از نرمافزار ایکس–فویل<sup>۱</sup> برای تمامی زوایای حمله، این توزیع را به دست آورده و به صورت یک تابع از زاویه حمله استخراج کرده است. این تابع تنها برای رینولدز ۱ میلیون استخراجشده و باید برای سایر رینولدزها نیز تغییر یابد. این موضوع نیاز به بررسی بیشتر را نشان می دهد. استفاده از حلگرهای نویراستوکس اگرچه جوابهای دقیق تری ارائه می دهند ولی هزینهبر هستند. بااین وجود نتایج کد ایکس–فویل حاکی از آن است که اختلاف ناچیزی با حلگرهای نویراستوکس دارند. لذا برای محاسبه ی توزیع نیرو معمولاً از کد ایکس–فویل استفاده می کنند. دادههای تولیدشده توسط ایکس–فویل را میتوان توسط نرمافزارهایی مانند تیبل–

$$F_{dist} = \frac{C_a\left(\alpha_{eff}\right) + C_c\left(\alpha_{eff}\right) x^{0.5} + C_e\left(\alpha_{eff}\right) x + C_g\left(\alpha_{eff}\right) x^{1.5}}{1 + C_b\left(\alpha_{eff}\right) x^{0.5} + C_d\left(\alpha_{eff}\right) x + C_f\left(\alpha_{eff}\right) x^{1.5}} \qquad (\Upsilon\Upsilon)$$

تابعهای  $C_a, C_b, C_c, C_d, C_e, C_f, C_g$ در بازههای زاویه حملههای ۲۵  $\theta \ge 0$  و ۲۵  $\ge \theta \ge 1$  و ۸۵  $\ge \theta \ge 1$  معادلات مختلفی دارند. در تصویر ۸ توزیع اختلاف ضریب فشار حاصل از نرمافزار ایکس فویل با نمودارهای تطابق یافته حاصل از نرمافزار تیبل–کرو در زوایای مختلف نشان داده شده است.

# ۴- ۱- ۴- پارامتر مکان نقطه ی کنترلی

این پارامتر که بهاختصار  $X_{CP}$  بیان می شود، نقطهای است که در آن، دادههای سرعت و زاویهی جریان محاسبه می شود و با توجه به اطلاعات به دست آمده، زاویه حملهی مؤثر بر روی ایرفویل محاسبه می گردد. برای اینکه این زاویه بهدرستی محاسبه شود لازم است که با چشمههای اعمال شده فاصلهی محدودی داشته باشد. برای محاسبهی مکان نقطهی کنترلی معمولاً این فاصله را بهعنوان تابعی از قطر صفحه در نظر می گیرند. این صفحه باید درجایی قرار داشته باشد که سرعتهای اغتشاشی حاصل از حضور ایرفویل در آن نقطه صفر باشد و این اتفاق در یک برابر وتر ایرفویل، قبل از لبهی حمله اتفاق می افتد. این موضوع از لحاظ تأثیر مکش هوا و متعاقباً حضور سرعتهای القایی صحت دارد. به علاوه، سورنسن اظهار نمود که این فاصله معمولاً باید در یک تا دو برابر وتر در بالادست چشمههای

#### ۵- نتایج

#### ۵- ۱- بررسی استقلال حل از شبکهی روش صفحهی عملگر

برای بررسی استقلال از شبکه ی محاسباتی مربوط به صفحه ی عملگر از شبکههایی با تعداد سلولهای متفاوت استفاده شده است. زاویه ی محوری  $\phi$  از لبه ی حمله ی ایرفویل شروع شده و به صورت پادساعت گرد تغییر کرده است. نیمه ی اول بردار  $\phi$  مربوط به سطح زیرین ایرفویل و نیمه ی دوم آن مربوط به سطح بالای ایرفویل می باشد. نحوه ی تغییر بردار  $\phi$  در شکل ۹ نشان داده شده است. در تصاویر ۱۰و۱۱ شبکه بندی استفاده شده برای روش های میانیابی اصلاح جرمی Full-CFD و میانیابی اصلاح جرمی– صفحه عملگر CFD-AS به ترتیب نشان داده شده است. در مطالعه ی

l Xfoil

<sup>2</sup> TableCurve2D



شکل ۸. اختلاف ضریب فشار برای جریان عبوری از ایرفویل ناکا ۰۱۵۵ در رینولدز ۱۱۰۰ در زوایای حملهی الف) ۱۰ درجه ، ب) ۲۵ درجه، ج)۸۵ درجه

Fig. 8. Pressure coefficient difference for flows past a NACA 0015 airfoil at a Reynolds number of 1100 and angles of attack of a) 10 deg, b) 25 deg, c) 45 deg, d) 85 deg



شکل ۹. شماتیک مکان هندسی نقاط محل محاسبه پارامترها، بیضی اول با اقطار کوچک و بزرگ (۲/۱ ۰۰/۶)= (a,b)بیضی دوم با مشخصات (۱، ۵/۵)=(۳/۵)، بیضی سوم با مشخصات(۲/ ۵)(a,b)





شکل ۱۰. شبکههای محاسباتی روش صفحهی عملگر با تعداد سلولهای ۲۳۴۲, ۱۱۲۱۰, ۱۶۸۱۴ در مطالعه CFD-AS

Fig. 10. Mesh-grids of CFD-AS study for NACA 0015 with total number of mesh cells 16814,11210, and 2342



شکل ۱۱. شبکه محاسباتی ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ در مطالعهی Full-CFD



 $(\varepsilon)$  ما تایج بررسی پارامتر پهنای تابع فیلتر گوسی ( $\varepsilon$ 

اولین پارامتر موردبررسی پهنای تابع فیلتر گوسی ٤ میباشد. اساس استفاده از این تابع گوسی بر این پایه است که اعمال چشمهها بهصورت مستقیم در میدان باعث عدم همگرایی و ایجاد اغتشاش در حلگر میشود. لذا با استفاده از تابع گوسی از این عدم همگرایی جلوگیری میشود. هرچه پارامتر ٤ مقدار کوچکتری داشته باشد چشمههای اعمالشده در میدان جریان بهصورت متمرکزتر مقداردهی میشوند و سلولهای کمتری شامل تأثیر نیروی آن چشمه میشوند. در نتیجه، احتمال عدم همگرایی بیشتر میشود. بر این اساس در کوچک کردن مقدار ٤ همواره محدودیت وجود خواهد داشت. نتایج برای مقادیر متفاوت ٤ در نمودارهای شکلهای ۱۴ تا که در مقایسه با حل ایرفویل با دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۳</sup> میباشد آورده شده است؛ و نتایج آن بهصورت نمودارهای ضریب فشار و سرعت در فواصل مختلف از صفحهی عملگر، بررسی گردیده است. این نمودارها برای مدل کامل ایرفویل یا Full-CFD از تعداد ۲۳۰۷۶ سلول در شبکهی محاسباتی استفاده گردیده است. در شکل ۱۲ نمودار مربوط به استقلال حل از شبکه نشان داده شده است. همانگونه که از نمودارها مشخص میباشد شبکههای اول و دوم با شبکههای سوم چهارم و پنجم اختلاف بیشتری داشته و از دقت کافی برخوردار نمیباشند. اختلاف ضریب فشار در شبکههای سوم و چهارم و پنجم ناچیز میباشد ازاینرو شبکهی چهارم با تعداد سلولهای ۱۳۰۵۴ بهعنوان شبکهی مطلوب برای ادامهی شبیهسازی روش صفحهی عملگر مورداستفاده قرارگرفته است. ضمناً نتایج حاصل از مطالعهی مدل کامل ایرفویل با عنوان نویر استوکس غیر تراکم پذیر<sup>۱</sup> جهت مقایسه آورده شده است. در شکل ۱۳ روند همگرایی متوسط خطاها ارائه شده است. سطح خطا در حلگر میانیابی جرمی – صفحه عملگر<sup>۲</sup>، <sup>۸–</sup>۱۰ در نظر گرفته شده است.

1 INS

3 CFD

<sup>2</sup> CFD-AS



شکل ۱۲. مطالعهی استقلال حل از شبکهی روش CFD-AS در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه





شکل ۱۳. نمودار همگرایی روش CFD-AS

Fig. 13. convergence plot of CFD-AS



شکل ۱۴. مقایسهی توزیع ضریب فشار روش CFD-AS با های متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف) بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم





شکل ۱۵. مقایسهی توزیع سرعت در راستای x روش CFD-AS با های متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 15. Comparison of x-velocity of CFD-AS for different for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۱۶. مقایسهی توزیع سرعت در راستای y روش CFD-AS با های متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 16. Comparison of y-velocity of CFD-AS for different for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۱۷. مقایسهی توزیع سرعت کلی روش CFD-AS با ۶ های متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 17. Comparison of total velocity of CFD-AS for different ε for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse

بیضیهایی با ابعاد مختلف و مختصات مرکز سطح عملگر رسم شدهاند. بیضیهای مذکور در شکل ۹ به صورت شماتیک نمایش داده شدهاند. برای مقایسه علاوه بر ضریب فشار از سرعت در راستاهای موازی جریان Uو عمود بر جریان V و حالت سرعت کلی  $V_{total}$  استفاده شده است.

با توجه به نمودارها مشخص می شود که بهترین انتخاب برای 3 مقدار  $*/\cdot 7$  می باشد. شاید این تصور ایجاد شود که ممکن است با مقدار کمتری برای 3 نتایج بهتری حاصل شود. این فرضیه ممکن است صحیح باشد اما در اینجا به دلیل عدم همگرا شدن حلگر دینامیک سیالات محاسباتی برای مقادیر کمتر 3 محدودیت ایجاد می شود. از طرفی مرجع [10] بیان کرده است که حداقل مقدار پارامتر 3 باید بیشتر از دو تا سه برابر عرض شبکه محاسباتی در محل قرارگیری صفحه یعملگر باشد که این شرط در مقدار انتخاب شده برای 3 صادق است. همچنین مرجع [17] بیان کرده است که بیشترین اندازه 3 باید از یک چهارم وتر همواره کوچک تر باشد.

# ۵– ۳– نتایج بررسی پارامتر تعداد چشمهها

دومین پارامتر موردبررسی در پیادهسازی روش صفحهی عملگر، پارامتر تعداد چشمههای اعمال شده برای شبیه سازی ایرفویل میباشد. درروش خط عملگر این تعداد برای شبیه سازی ایرفویل دوبعدی برابر عدد یک میباشد. برای صفحهی عملگر بهمنظور افزایش دقت شبیهسازی، تعداد این نقاط افزایش دادهشده است. ازاینرو برای یافتن مقدار کارآمد این تعداد از چشمهها و همچنین پرهیز از افزایش تعداد چشمهها (چراکه با افزایش بیشتر چشمه هزینهی پردازشی بیشتر می شود) مجموعهای از نقاط موردبررسی قرار مى گيرد. طبق مرجع [١٧] بهتر است تعداد نقاط چشمه با تعداد نقاط موجود در مکان پیادهسازی صفحهی عملگر برابر باشد. مرجع [۴] هم تعداد نقاط متناسب برای شبیه سازی را ۳۰ نقطه و در حالت بهینه ۶۰ نقطه پیشنهاد کرده است. همان طور که در تصویر ۲۱ مشخص است با زیادشدن تعداد چشمهها در طول صفحه ی عملگر در هر سلول شبکه بیش از یک چشمه قرار می گیرد که با توجه به نحوهی عملکرد صفحهی عملگر تعداد چشمههای بیشتر از واحد در سلول بیفایده خواهد بود و تأثیری در فرایند توزیع نیرو در شبکه نخواهد داشت. در شکل ۱۸ شماتیک مربوط به تراکم چشمهها در میدان حل نشان داده شده است. در شکلهای ۱۹ الی ۲۲ نتایج مربوط به تغییر پارامتر تراکم چشمهها بر سرعت و ضریب فشار نشان داده شدهاند. مطابق نمودارها می توان این گونه برداشت نمود که تعداد چشمهها بر میدان جریان تأثیر قابل توجهی ندارد و می تواند با توجه به دیگر پارامترهای جریان مشخص

شود. پس می توان این پارامتر را در شبکههای مختلف متناسب با آن شبکه قرار داد. البته طبق نمودارهای ارائهشده، روش صفحهی عملگر از شبکهی محاسباتی نیز مستقل بوده که این یک مزیت می باشد.

# ۵- ۴- نتایج بررسی پارامتر مکان نقطهی کنترلی

در این قسمت به بررسی پارامتر مکان نقطه ی کنترلی از میدان دینامیک سيالات محاسباتی پرداخته می شود. اين پارامتر که به اختصار  $X_{C.P}$  بيان می شود، نقطه ای است که روش صفحه ی عملگر از آن نقطه در میدان دینامیک سیالات محاسباتی دادههای سرعت و زاویهی جریان را میخواند و با توجه به زاویه و سرعت جریان در آن نقطه، زاویه حملهی مؤثر بر روى ايرفويل را محاسبه مىكند. جهت انتخاب زاويهى صحيح، لازم است که با چشمههای اعمال شده فاصلهی محدودی داشته باشد. طبق مرجع [۳۶] این فاصله معمولاً باید در یک تا دو برابر وتر در بالادست چشمههای صفحهی عملگر قرار داشته باشد. بر این اساس در این بازه تعدادی X<sub>C.P</sub> موردبررسی قرارگرفته است. همچنین مکان  $X_{C,P}$  در مرکز آیرودینامیکی برای حالت بدون اعمال قانون بایوساوار موردبررسی قرار می گیرد. برای مشاهده تفاوتها، در یک برابر وتر بالادست جریان نیز بدون اعمال قانون بایوساوار هم در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در همهی حالات دیگر، قانون بایوساوار، پیادهسازی شده است. در جدول ۱ بهاختصار، موقعیتها ذکرشدهاند. منظور از دو ردیف انتهایی جدول، پیادهسازی روش صفحهی عملگر بدون اعمال قانون بایوساوار است. در شکل ۲۳ محل قرار گرفتن نقطهی کنترلی به صورت شماتیک نشان داده شده است. همچنین نتایج مربوط به این مطالعه پارامتریک در شکلهای ۲۴ الی ۲۷ آورده شده است.

 $X_{C.P}$  با توجه به تصاویر، نمودارهای اختلاف فشار برای دو مکان  $X_{C.P}$  یک برابر وتر در بالادست صفحهی عملگر (-) و در مکان یک چهارم وتر ((-)) تطابق بهتری با نمودار جریان حل شده با حضور ایرفویل دارد. از طرفی پیکهای پروفیل سرعت کل  $V_{total}$  در یک برابر وتر بالادست (-) تطابق بهتری دارند. لذا مقدار متناسب برای این پارامتر یک برابر کرد در بالادست صفحهی عملگر (-) انتخاب می شود. در انتها مقادیر برگزیده برای پارامترهای موردمطالعه در پیادهسازی روش صفحهی عملگر برای ایرفویل ساکن در جریان تراکمناپذیر لزج و با عدد رینولدز کم در حالت جریان آرام، در جدول ۲ نشان داده شده است.



شکل ۱۸. تراکم چشمههای اعمالشده در سلولها، الف) ۳۰ چشمه، ب) ۲۰ چشمه و ج) ۱۰۰ چشمه





شکل ۱۹. مقایسهی توزیع ضریب فشار روش CFD-AS با تراکم چشمههای متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 19. Comparison of pressure coefficient of CFD-AS for different density of the sources terms for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۲۰. مقایسهی توزیع سرعت در راستای x روش CFD-AS برای تراکم چشمههای متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 20. Comparison of x-velocity of CFD-AS for different density of the sources terms for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۲۱. مقایسهی توزیع سرعت در راستای y روش CFD-AS با تراکم چشمههای متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 21. Comparison of y-velocity of CFD-AS for different density of the sources terms for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۲۲. مقایسهی توزیع سرعت کلی روش CFD-AS با تراکم چشمههای متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 22. Comparison of total velocity of CFD-AS for different density of sources terms for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse

# جدول ۱. موقعیت نقطهی کنترلی در نمونههای متفاوت

اعمال بايوساوار	مختصات نقطهي كنترلي	نام روش
$\checkmark$	- <i>C</i>	AS
$\checkmark$	$-1/\Delta C$	AS
$\checkmark$	-7 <i>C</i>	AS
$\checkmark$	$C/\mathfrak{k}$	AS
×	$C/\mathfrak{k}$	ASM
×	- <i>C</i>	ASM

#### Table 1. Location of control point for different cases





Fig. 23. Schematic of different locations of control points



شکل ۲۴. مقایسهی توزیع ضریب فشار روش CFD-AS با مکان نقطهی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 24. Comparison of pressure coefficient of CFD-AS for different location of control point for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۲۵. مقایسهی توزیع سرعت در راستای x روش CFD-AS با مکان نقطهی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سومم

Fig. 25. Comparison of x-velocity of CFD-AS for different location of control point for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۲۶. مقایسهی توزیع سرعت در راستای y روش CFD-AS با مکان نقطهی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 26. Comparison of y-velocity of CFD-AS for different location of control point for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipse



شکل ۲۷. مقایسهی توزیع سرعت کلی روش CFD-AS با مکان نقطهی کنترلی متفاوت در عدد رینولدز ۱۱۰۰ و زاویهی حملهی ۸ درجه برای الف)بیضی اول، ب)بیضی دوم و ج)بیضی سوم

Fig. 27. Comparison of total velocity of CFD-AS for different location of control point for Re=1100 and AOA=8 deg at: a) first ellipse, b) second ellipse and c) third ellipsee

جدول ۲. مقادیر برگزیده برای پارامترهای بررسی شده Table 2. Selected values for examined parameters

	_	
مقدار	پارامتر	
• / • ۶	arepsilon پهنای تابع فیلتر گوسی	
۱۰۰	تعداد چشمەھا	
- <i>C</i>	مکان نقطهی دادهبرداری	
18.04	تعداد سلولها	





# Fig. 28. Streamlines and vorticity contours with a)Full-CFD and b)CFD-AS; NACA0015, Re=1100, Angle of attack of 8 deg

#### ۵– ۵– مقایسه کانتورها

با استفاده از مقادیر برگزیده برای پارامترهای صفحهی عملگر، در این ایرفویل، اثرات بخش به مقایسه کانتورهای فشار و سرعت پرداخته می شود. در شکلهای معادله نویراستوک ۲۸ و ۲۹ نتایج مربوط به حل مسئله مذکور به کمک روش صفحه عملگر با دقت بالایی ب (بدون حضور ایرفویل) و حل سی اف دی (حضور ایرفویل) نشان داده شده همخوانی دارند.

است. برای محاسبه یمیدان فشار در تصویر سمت راست، به جای حضور ایرفویل، اثرات آن به صورت نیروی حجمی به عنوان نیروی حجمی به معادله نویراستوکس اضافه گردیده است. همان طور که مشهود است، نتایج با دقت بالایی با نمودار سمت چپ که حل عددی و کامل مسئله است، همخوانی دارند.



شکل ۲۹. کانتور فشار و خطوط جریان برای ناکا۰۱۵ در زاویه حمله ۸ درجه و رینولدز ۱۱۰۰ الف) Full-CFD ، ب) CFD-AS

# Fig. 29. Streamlines and pressure contours with a)Full-CFD and b)CFD-AS; NACA0015, Re=1100, Angle of attack of 8 deg

#### ۶- جمعبندی

در این مقاله تکنیک صفحه ی عملگر در حلگر جریان تراکم ناپذیر دوبعدی به روش میانیابی جرمی اصلاح شده که در قالب روش حجم محدود برمبنای المان محدود می باشد پیاده سازی شد. این روش برای جریان دائم پیاده سازی شده و تأثیر پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق، برای اولین بار اثرات تغییر پارامترهای مؤثر بر روش صفحه ی عملگر و نحوه ی انتخاب مقادیر بهینه آن ها مورد بررسی قرار گرفت. همچنین، کانتورهای ورتیسیتی و فشار برای جریان حول ایرفویل ارائه شد. نتایج این بخش نشان می دهد که استفاده از روش صفحه ی عملگر در جریان دائم می تواند میدان را تا حد قابل قبولی شبیه سازی نماید. استفاده از این تکنیک، ضمن کاهش هزینه های محاسباتی، نتایج دلگرم کننده ای ارائه می دهد. بنابراین از تکنیک صفحه ی عملگر می توان به عنوان ابزاری برای مطالعه نمونه های متفاوت آیرودینامیکی استفاده نمود. در مواردی که مطالعه سه بعدی باشد و یا به علت متحرک بودن

نمونه مورد مطالعه، نیاز به مشهای پیچیده و متحرک باشد، این تکنیک میتواند کمک شایانی در شبیه سازی های اولیه و ارائه یک دید مهندسی داشته باشد. به طور خلاصه میتوان گفت:

- روش صفحه یعملگر، ضمن کاهش شدید هزینه محاسباتی،
   دقت قابل قبولی در محاسبه یجریان دائم حول ایرفویل دارد.
- دقت نتایج شبیه سازی به نحوه ی توزیع و تعداد چشمه ها، مکان نقطه ی کنترلی، و پهنای تابع گوسی وابسته است. و قبل از انجام هر گونه شبیه سازی استفاده از مقادیر مناسب ضروری است.
- از روش CFD-AS ارائه شده در این تحقیق، میتوان به عنوان ابزاری کارامد در مطالعه نمونههای پیچیدهتر استفاده نمود. علی الخصوص در مواردی که مطالعه یکامل دینامیک سیالات محاسباتی الخصوص در مواردی که مطالعه ی کامل دینامی سیالات محاسباتی متحرک دارد و یا مواردی که نیاز به مطالعه در سه بعد می باشد، استفاده از روش های معرفی شده بسیار کارامد خواهد بود.

۷- فهرست علائم

### منابع

- D. Linton, G. Barakos, R. Widjaja, B. Thornbern, A new actuator surface model with improved wake model for CFD simulations of rotorcraft, (2017).
- [2] J.N. Sørensen, A. Myken, Unsteady actuator disc model for horizontal axis wind turbines, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 39(1-3) (1992) 139-149.
- [3] J.N.r. Sortensen, W.Z. Shen, Numerical modeling of wind turbine wakes, Journal of fluids engineering, 124(2) (2002) 393-399.
- [4] W.Z. Shen, J.N. Sørensen, J.H. Zhang, Actuator surface model for wind turbine flow computations, in: Proceedings of European Wind Energy Conference and Exhibition, 2007, pp. 7-10.
- [5] H. Alisadeghi, S. Karimian, Comparison of different solution algorithms for collocated method of MCIM to calculate steady and unsteady incompressible flows on unstructured grids, Computers & fluids, 46(1) (2011) 94-100.
- [6] H. Alisadeghi, S. Karimian, Different modelings of cell-face velocities and their effects on the pressure– velocity coupling, accuracy and convergence of solution, International Journal for numerical methods in fluids, 65(8) (2011) 969-988.
- [7] M.H. Baba-Ahmadi, P. Dong, Numerical simulations of wake characteristics of a horizontal axis tidal stream turbine using actuator line model, Renewable Energy, 113 (2017) 669-678.
- [8] Z. Yu, X. Zheng, Q. Ma, Study on actuator line modeling of two NREL 5-MW wind turbine wakes, Applied Sciences, 8(3) (2018) 434.
- [9] W. Haans, R. Mikkelsen, Airfoil models in the actuator line code assessed with near-wake measurements on a yawed rotor, in: 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting

$\rho$	چگالی
$V_{ral}$	سرعت نسبى
C	طول وتر ارفویل
C.	ضريب برآ
$C_{\rm D}$	ضريب پسا
$F_{dist}(x)$	توزیع نیروی حجمی در طول ایرفویل
$f_{TD}(x)$	توزیع نیروی حجمی دو بعدی
u <sub>c</sub>	سرعت نقطهی کنترلی در راستای افقی
u <sub>in</sub>	سرعت القا شده در راستای افقی
<i>u</i> .	سرعت ایرفویل در راستای افقی
V <sub>c</sub>	سرعت نقطهی کنترلی در راستای عمودی
$v_{in}$	سرعت القا شده در راستای عمودی
ν.	سرعت ایرفویل در راستای عمودی
Ø	زاویه محوری بیضیهای اطراف ایرفویل
$\phi$	زاویه جریان
α	زاويه حمله
eta	جمع دو زاویه پیچ و تاب ایرفویل
$f_b(x)$	توزیع نیروی حجمی در میدان حل
$\eta$	تابع توزيع گوسين
Е	پهنای توزیع گوسی
AR	نسبت منظری
$\Delta r$	اندازه شبکه بندی
$P_{upper}$	فشار سطح بالای ایرفویل
$P_{lower}$	فشار سطح پايين ايرفويل
$C_{\Delta P}$	ضريب فشار
$U_{\infty}$	سرعت جریان آزاد
$lpha_{\scriptscriptstyle e\!f\!f}$	زاويه حمله مؤثر

مكان نقطه كنترلى

 $X_{C,P}$ 

- [14] M. Boojari, E. Mahmoodi, A.A. Nejad, S. Sarmast, Modeling the Wake of MEXICO Experiment's Wind Turbine Using Elliptic Force Distribution in Actuator-Line Method in OpenFOAM, Modares Mechanical Engineering, 16(9) (2016) 77-86.
- [15] W.Z. Shen, W.J. Zhu, J.N. Sørensen, Actuator line/ Navier–Stokes computations for the MEXICO rotor: comparison with detailed measurements, Wind energy, 15(5) (2012) 811-825.
- [16] M. Shives, C. Crawford, Mesh and load distribution requirements for actuator line CFD simulations, Wind Energy, 16(8) (2013) 1183-1196.
- [17] R. Mikkelsen, Actuator disc methods applied to wind turbines, PhD thesis, Technical University of Denmark, 2003.

and Exhibit, 2007, pp. 424.

- [10] B. Baliga, S. Patankar, A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer, Numerical Heat Transfer, 6(3) (1983) 245-261.
- [11] W.Z. Shen, J.H. Zhang, J.N. Sørensen, The actuator surface model: a new Navier–Stokes based model for rotor computations, Journal of solar energy engineering, 131(1) (2009).
- [12] W.Z. Shen, J.H. Zhang, J.N. Sørensen, The actuator surface model: a new Navier–Stokes based model for rotor computations, Journal of Solar Energy Engineering, 131(1) (2009) 011002.
- [13] Z. Peng, Q. Zhu, Energy harvesting through flowinduced oscillations of a foil, Physics of fluids, 21(12) (2009) 123602.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم H. Ettehadi, M. Tebyan, H. Alisadeghi, Simulation of Steady Incompressible Flow around a NACA0015 Airfoil Using Actuator Surface Method and Mass Corrected Interpolation Technique, Amirkabir J. Mech Eng., 54(5) (2022) 1047-1080.



DOI: 10.22060/mej.2022.20472.7237