نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۴، شماره ۶، سال ۱۴۰۱، صفحات ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۸
DOI: 10.22060/mej.2022.20811.7318

تحلیل تئوری اثر قوانین کارسختی، تنش‌های نرمال فشاری و برشی بین ضخامتی بر منحنی‌های حدشکل‌دهی ورق ۶۰۱۶AA - T ۴

سهیلا سجودی، علی باستی*، سید رضا فلاحتگر، سیده مریم میرفلاح نصیری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

خلاصه: منحنی‌های حد شکل دهی یکی از متداولترین ابزارها، در پیش‌بینی وقوع گلویی در فرایندهای مختلف شکل دهی است. در این پژوهش، تئوری ناپایداری مارسینیاک–کوزینسکی با بکارگیری تابع تسلیم Gotoh برای تخمین حد شکل دهی ورق آلومینیومی ۶۰۱۶AA-۴T در شرایط تنش صفحه‌ای، مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین، اثر سه مدل کارسختی مختلف شامل سوئیفت، وس و یک ترکیب خطی از مدل‌های سوئیفت و وس در تعیین منحنی‌های حدی بررسی می‌شود. مقایسه منحنی‌های حد شکل دهی تئوری با نتایج تجربی حاصل از آزمون ناکازیما، دقت مدل‌های سخت شوندگی را در پیش‌بینی کرنش‌های حدی تعیین می‌کند. از آنجا که در بسیاری ازفرایندهای جدید شکل دهی همچون هیدروفرمینگ و شکل دهی تدریجی، بررسی فرایند در حالت تنش صفحه‌ای، فرض دقیقی نیست، در ادامه این مقاله نمودارهای حد شکل دهی در شرایط جامع تنش، براساس مدل توسعه یافته‌ی مارسینیاک–کوزینسکی و گسترش تابع تسلیم دوبعدی Gotoh رسم می‌شوند و در آن اثر تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی بر حد شکل دهی ورق بررسی می‌شود. نمودارهای رسم شده نشان می‌دهد که با اعمال تنش نرمال فشاری و تنش‌های برشی در راستای ضخامت، کرنش‌های حدی افزایش و شکل پذیری ورق بهبود می‌یابد و در مقابل، تنش‌های حدی به سمت پایین نمودار حرکت می‌کنند.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۰۱
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۲۱
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۲۲
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۲/۲۴

کلمات کلیدی:
منحنی حد شکل‌دهی
تابع تسلیم Gotoh
مدل توسعه یافته مارسینیاک–کوزینسکی
تنش نرمال فشاری
تنش برشی بین ضخامتی

۱- مقدمه

در فرایندهای مختلف شکل دهی فلزات، تعیین حد مجاز کرنش قبل از شروع گلویی در ورق بسیار حائز اهمیت است. برای این منظور نمودار حد شکل دهی توسط کیلر و بکهوفن [۱] معرفی شد که در طول سالیان گذشته بسیار مورد توجه پژوهشگران و صنعتگران قرار گرفته است. در این نمودار حدود کرنش‌های اصلی در لحظه گلویی شدن ورق مشخص شده است. تعیین منحنی حد شکل دهی بصورت تئوری و تجربی انجام می‌شود که اغلب روش تجربی مستلزم صرف هزینه و زمان می‌باشد. بنابراین مدل‌های تحلیلی مختلفی در تعیین نمودارهای حد شکل دهی پیشنهاد شده است که یکی از پرکاربردترین روش‌ها، مدل مارسینیاک–کوزینسکی[1] است که بطور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفت [۲].

یکی از مهم‌ترین فاکتورها در بالابردن دقت نمودارهای پیش‌بینی شده، استفاده از روابط ساختاری دقیق و مناسب برای توصیف رفتار پلاستیک ورق می‌باشد. معیارهای تسلیم و روابط سخت شوندگی مختلفی برای پیش‌بینی رفتار تسلیم و بعد از تسلیم آلیاژ جهت تعیین حد شکل دهی ورق پیشنهاد شده است. گنجیانی و عاصم پور [۳] با استفاده از تئوری ناپایداری مارسینیاک–کوزینسکی و بکاربردن تابع تسلیم هاسفورد[2] و ۲۰۰۰ BBC به بررسی اثر معیارهای تسلیم در تعیین حد شکل دهی آلیاژهای فولاد AK و آلومینیوم XXX۵AA پرداختند. وانگ و همکاران [۴] با اصلاح مدل کارسختی سوئیفت[3] به مقایسه کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده با روابط کارسختی مختلف برای آلیاژ آلومینیوم AA ۵۷۵۴-O پرداخت و ثابت کردند که مدل اصلاح شده سوئیفت، منحنی‌های حد شکل دهی دقیق‌تری را برای ورق آلومینیومی بدست می‌آورد. فام و همکاران [۵] با بکارگیری روابط کارسختی متداول و مدل کیم–توان[4] که ترکیبی جدید از دو مدل سوئیفت و وس[5] است، کرنش‌های حدی را برای آلیاژهای آلومینیوم پیش‌بینی کردند.

1 Marciniak-Kuczynski model (M-K model)

2 Hosford yield function
3 Swift work hardening model
4 Kim-Tuan model
5 Voce model

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: basti@guilan.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

همچنین کیم و همکاران [۶] نیز همین مدل سخت شوندگی را برای ورق تیتانیومی بکار گرفتند و هر دو گروه نشان دادند که الگوی کیم-توان، مدلی دقیق برای پیش‌بینی شروع گلویی در ورق است.

تعیین کرنش‌های حدی در شرایط تنش صفحه‌ای بسیار حائز اهمیت است، اما در بسیاری از فرایندهای شکل دهی همچون هیدروفرمینگ وجود تنش نرمال فشاری، قابل چشم پوشی نیست. همچنین در فرایندهایی مانند شکل دهی تدریجی ورق تماس بین ابزار و قطعه کار سبب تولید کرنش‌های برشی قابل توجه‌ای در راستای ضخامت می‌شود که فرض صفحه‌ای بودن تنش در اینگونه فرایندها مناسب نیست [۷]. بنابراین لازم است که در اینگونه موارد از نمودارهای حد شکل دهی توسعه یافته استفاده شود. بانابیک و سوآر [۸] مدل ناپایداری M-K را گسترش دادند تا به بررسی اثر تنش نرمال بر حد شکل دهی بپردازند. براساس محاسبات آنها با افزایش تنش نرمال فشاری، شکل پذیری ورق افزایش یافت. آلوود و شولر [۹] نمودار حد شکل دهی جامع[1] را پیشنهاد دادند که در آن می‌توان اثر هر ۶ مؤلفه تانسور تنش را مورد بررسی قرار داد. نمودار حد شکل دهی جامع نشان داد که هر دو نوع تنش‌های نرمال فشاری و برشی در راستای ضخامت که به قطعه وارد می‌شود، شکل پذیری را افزایش می‌دهد. ایکنز و همکاران [۱۰] تنش‌های برشی بین ضخامتی را با بکارگیری تئوری ناپایداری M-K، بر ورق فلزی اعمال کردند و گلویی شدن موضعی را در فرایند شکل دهی پیش‌بینی کردند و نشان دادند که تنش‌های برشی با به تأخیر انداختن وقوع پدیده گلویی شدن، قابلیت شکل پذیری آلیاژ را افزایش می‌دهد و در نتیجه حدود شکل دهی را بالا می‌برد. عاصم پور و همکاران [۱۱] مدل اصلاح شده ناپایداری M-K را برای بررسی حالت تنش سه بعدی پیشنهاد دادند و نشان دادند که تنش نرمال فشاری حد شکل دهی ورق را به سمت بالا هدایت می‌کند. نورچشمه و گرین [۱۲] در بررسی اثر تنش نرمال بر حد شکل دهی ورق عواملی همچون مسیر کرنش، ضخامت اولیه ورق مدل‌های کارسختی و نرخ کرنش را نیز مورد بررسی قرار دادند. هاشمی و ابری نیا [۱۳] اثر تنش نرمال را بر حد کرنش و تنش شکل دهی برای فولاد ST ۱۲ بررسی نمودند. آن‌ها همچنین تأثیر مسیر کرنش را بر حد شکل دهی آلیاژ با پیش کرنش گذاری در دو راستای کشش تک‌محوره و دو محوری نشان دادند. ژانگ و همکاران [۱۴] با فرض بی اثر بودن تنش‌های هیدرواستاتیک بر تغییر شکل پلاستیک، با استفاده از معیارهای تسلیم دو بعدی به بررسی حد شکل دهی ورق درحالت سه بعدی پرداختند و بدین ترتیب آنها با بکارگیری حالت دوبعدی توابع تسلیم بارلات[2] ۱۹۸۹، هیل[3] ۱۹۴۸ و Yld ۲۰۰۳ اثر تنش نرمال را مورد بررسی قرار دادند. فاطمی و داریانی [۱۵] با فرض برقراری تمام شرایط بارگذاری ممکن در شکل دهی ورق فلزی، مدل مارسینیاک-کوزینسکی را اصلاح کردند و منحنی حد شکل دهی را برای آلیاژ آلومینیوم تخمین زدند. نصیری و همکاران [۱۶] با بکارگیری تابع تسلیم پیشرفته و سه بعدی Yld ۲۰۱۱-۱۷ P به بررسی حد شکل دهی ورق آلومینیوم با درنظر گرفتن تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی پرداختند آنها در تحقیق خود اعلام کردند که اثر تنش نرمال فشاری بر حد شکل دهی بیش از تنش برشی بین ضخامتی است [۱۷]. هو و همکاران [۱۸] با مقایسه دو روش پرتوبیشن و تئوری M-K به بررسی اثر تنش نرمال بر حد شکل دهی پرداختند، آن‌ها با تبدیل حالت تنش سه بعدی به حالت تنش صفحه‌ای با استفاده از تابع تسلیم دو بعدی نشان دادند که افزایش مقدار تنش نرمال باعث افزایش شکل پذیری ورق می‌شود. سجودی و همکاران [۱۹] نیز با همین روش و بکارگیری تابع تسلیم دوبعدی Yld ۲۰۰۰-۲ d به بررسی حالت تنش سه بعدی پرداختند و نشان دادند که روابط کارسختی مختلف بر افزایش شکل پذیری ورق با اعمال تنش نرمال فشاری مؤثر است و در بررسی همزمان تنش نرمال و پیش کرنش گذاری بر حد شکل دهی ثابت کردند که پیش کرنش گذاری اثر تنش نرمال را بر کرنش‌های حدی کاهش می‌دهد.

در این مقاله با استفاده از تئوری ناپایداری M-K به بررسی اثر روابط کارسختی بر حد شکل دهی آلیاژ آلومینیوم ۶۰۱۶-T ۴ AA پرداخته می‌شود. همچنین تابع تسلیم تنش صفحه‌ای و درجه چهارم Gotoh برای پیش‌بینی رفتار تسلیم ورق در نظر گرفته شده است که پارامترهای ثابت آن با فرمولبندی مستقیم برای آلیاژ آلومینیومی تعیین می‌شوند. الگوهای کارسختی سوئیفت، وس و ترکیب خطی سوئیفت و وس[4] در تعیین شکل پذیری ورق مورد بررسی قرار می‌گیرد. از آنجا که در بسیاری از فرایندهای شکل دهی ورق‌های فلزی، فرض شرایط تنش دو بعدی قابل قبول نمی‌باشد، در ادامه این مقاله، با استفاده از تئوری توسعه یافته M-K، نمودارهای حد شکل دهی در حالت جامع با بکارگیری تابع تسلیم دوبعدی Gotoh رسم می‌شوند که اثر تنش‌های نرمال فشاری و برشی بین ضخامتی بر کرنش و تنش‌های حدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این ترتیب می‌توان این منحنی‌ها را به عنوان معیاری برای پیش‌بینی وقوع گلویی در فرایندهایی

1 Generalized Forming Limit Diagram (GFLD)

2 Barlat1989

3 Hill1948

4 Linear combination of Swift and Voce models (LSV)

همچون هیدروفرمینگ و شکل دهی تدریجی، استفاده کرد.

۲- مدل ساختاری ماده

رفتار تسلیم و پسا تسلیم یک ماده، از ویژگی‌های مهم ماده در طی تغییر شکل آن آلیاژ است. همچنین یک مدل ساختاری دقیق و مناسب، یک گام مهم در پیش‌بینی دقیق منحنی حد شکل دهی است. در این مطالعه از معیار تسلیم Gotoh برای پیش‌بینی رفتار تسلیم ماده و از مدل‌های کارسختی سوئیفت، وس و LSV برای توصیف رفتار پلاستیک ماده استفاده شده است. که در بخش بعدی، اثر این روابط در پیش‌بینی حد شکل دهی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- ۱- معیار تسلیم

بررسی رفتار تسلیم آلیاژ آلومینیوم، به دلیل خصوصیات ناهمسانگردی که در اثر فرایند نورد سرد در ورق رخ می‌دهد، بسیار حائز اهمیت است و این ناهمسانگردی تأثیر مهمی در شکل پذیری ورق دارد. معیار تسلیم چندجمله‌ای Gotoh توسط محقق ژاپنی، Gotoh، ارائه شد که این معیار در حالت کلی برای پیش‌بینی رفتار تسلیم در شرایط تنش صفحه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد و به صورت زیر بیان می‌شود [۲۰]:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^4 &= A_1\sigma_1^{\,4} + A_2\sigma_1^{\,3}\sigma_2 + A_3\sigma_1^{\,2}\sigma_2^{\,2} + \\ &A_4\sigma_1\sigma_2^{\,3} + A_5\sigma_2^{\,4} + \\ &\left(A_6\sigma_1^{\,2} + A_7\sigma_1\sigma_2 + A_8\sigma_2^{\,2}\right)\sigma_{12}^{\,2} + A_9\sigma_{12}^{\,4}\end{aligned} \quad (۱)$$

در رابطه بالا، زیرنویس ۱ و ۲ بترتیب بر راستاهای طولی و عرضی نورد منطبق هستند. $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر و ضرایب A_1 تا A_9، پارامترهای ثابت معیار تسلیم Gotoh هستند که با استفاده از نتایج حاصل از تست کشش ساده در جهت‌های ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه نسبت به راستای نورد $(\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, r_0, r_{45}, r_{90})$ و مقدار تنش دومحوره حاصل از تست بالج[1] (σ_b) تعیین می‌شوند [۲۱]:

$$A_1 = 1 \quad (۲)$$

$$A_2 = -\frac{4r_0}{1+r_0} \quad (۳)$$

$$A_4 = -\frac{4r_{90}}{1+r_{90}}\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}}\right)^4 \quad (۴)$$

$$A_5 = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}}\right)^4 \quad (۵)$$

$$A_3 = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_b}\right)^4 - \left(A_1 + A_2 + A_4 + A_5\right) \quad (۶)$$

$$A_9 = \frac{16r_{45}}{1+r_{45}}\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}}\right)^4 + \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_b}\right)^4 \quad (۷)$$

$$A_6 = \frac{1+5r_0}{1+r_0} + 4\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}}\right)^4 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}}\right)^4 \quad (۸)$$

$$A_8 = \frac{1+5r_{90}}{1+r_{90}}\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}}\right)^4 + 4\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}}\right)^4 - 1 \quad (۹)$$

$$A_7 = \frac{16}{1+r_{45}}\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}}\right)^4 - 2\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_b}\right)^4 - A_6 - A_8 \quad (۱۰)$$

σ_θ و r_θ مقادیر تنش و ضریب ناهمسانگردی ورق در جهت‌های مختلف نسبت به راستای نورد هستند که در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند. ضرایب ثابت تابع تسلیم Gotoh، مقادیر A_1 تا A_9 بدست آمده با روابط بالا، برای آلیاژ آلومینیوم ۴ T-۶۰۱۶ AA در جدول ۲ آورده شده است.

بعد از تعیین ضرایب ثابت معیار تسلیم، صحت این پارامترها در ادامه این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. روابط بین مولفه‌های کرنش و مقدار تنش تک‌محوره در جهت θ که با σ_θ نمایش داده می‌شود، بصورت زیر می‌باشد [۲۱]:

1 Bulge test

جدول ۱ . پارامترهای مربوط به خواص ناهمسانگرد آلیاژ آلومینیومی ۴ T-۶۰۱۶ AA [۵]

Table 1. The parameters to describe the anisotropic properties of the AA6016-T4 aluminum alloy [5]

σ_{0} Mpa	σ_{45} Mpa	σ_{90} Mpa	σ_b Mpa	r_{0}	r_{45}	r_{90}
۱۶۱/۵	۱۵۷	۱۵۸	۱۶۵	۰/۸۳	۰/۴۵	۰/۹۵

جدول ۲. ضرایب تابع تسلیم Gotoh برای ورق آلومینیومی ۴ T-۶۰۱۶ AA

Table 2. The coefficients of the Gotoh yield function for AA6016-T4 alloy

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
۱	-۱/۶۷۴۴	۲/۶۰۸۶	-۱/۹۳۶۰	۱/۰۶۰۲	۶/۱۳۱۰	-۵/۲۵۱۷	۶/۵۱۲۸	۹/۶۱۶۴

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_\theta \cos^2\theta,\\ \sigma_y &= \sigma_\theta \sin^2\theta,\\ \sigma_{xy} &= \sigma_\theta \cos\theta \sin\theta\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

با جایگذاری روابط بالا در رابطه تنش تسلیم و دو رابطه زیر می‌توان نتایج پیش بیش شده برای سطح تسلیم، ضریب ناهمسانگردی r و تنش تسلیم نرمالیته شده معیار تسلیم Gotoh را با مقادیرتجربی مقایسه نمود [۲۲].

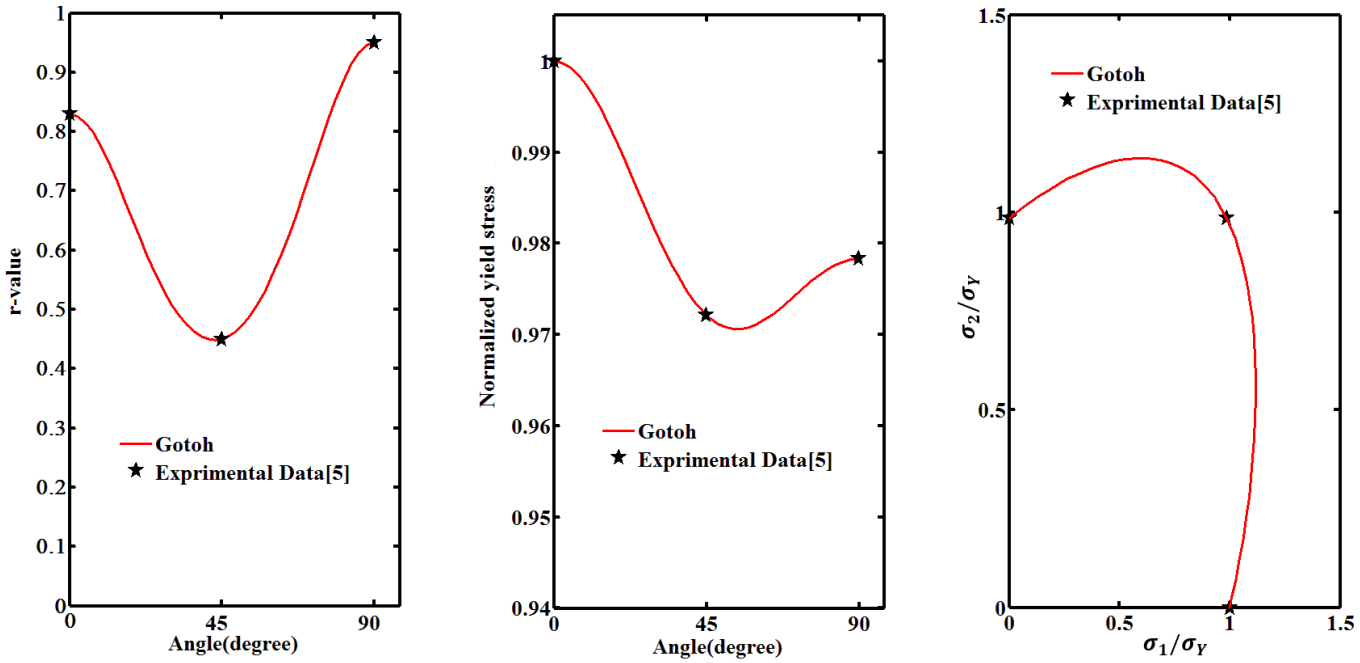
$$\frac{\sigma_\theta}{Y} = \frac{1}{\bar{\sigma}(1,\theta)} \qquad (۱۲)$$

$$r_\theta = -\frac{\sin^2\theta\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_1} - \frac{1}{2}\sin 2\theta\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{12}} + \cos^2\theta\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_2}}{\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_1} + \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_2}} \qquad (۱۳)$$

مقایسه نمودارهای پیش‌بینی شده حاصل از تابع تسلیم Gotoh و داده‌های تجربی، که در مرجع [۵] در دسترس است، در شکل ۱ آورده شده است. مطابق شکل ۱، سطح تسلیم، ضریب ناهمسانگردی r_θ و تنش تسلیم نرماله پیش‌بینی شده، منطبق بر داده‌های تجربی در سه جهت ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه نسبت به راستای نورد می‌باشد. بنابر نتایج حاصل، مطابقت خوبی بین داده‌های تجربی و نمودارهای تئوری وجود دارد که این موضوع نشان دهنده صحت روابط (۲) تا (۱۰) در تعیین ضرایب ثابت معیار تسلیم Gotoh است.

۲- ۲- الگوهای سخت شوندگی

علاوه بر معیار تسلیم، روابط کارسختی دقیق که رفتار پلاستیک آلیاژ را بخوبی پیش‌بینی کنند، حائز اهمیت است که در این بخش، هدف مقایسه منحنی‌های حد شکل دهی پیش‌بینی شده براساس مدل‌های کارسختی مختلفی است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود. سه رابطه کارسختی سوئیفت، وس و ترکیب خطی مدل‌های سوئیفت و وس برای بررسی حد شکل دهی آلیاژ ۴ T-۶۰۱۶ AA با استفاده از تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۱. مقایسه ضریب ناهمسانگردی، تنش تسلیم نرماله شده و سطح تسلیم پیش‌بینی شده براساس تابع تسلیم Gotoh با نتایج تجربی

Fig. 1. The comparsion between experimental results and predicted r-value, normalized yield stress and yield surface based on the Gotoh yield function

۲- ۲- ۱- مدل کارسختی سوئیفت

مدل کارسختی سوئیفت، یکی از معمول‌ترین و ساده‌ترین الگوها در پیش‌بینی رفتار آلیاژ در ناحیه پلاستیک می‌باشد که بصورت زیر بیان می‌شود[۱۹]:

$$\bar{\sigma} = S_1 \left(\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0\right)^{S_2} \qquad (۱۴)$$

در رابطه بالا $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر، $\bar{\varepsilon}$ کرنش موثرپلاستیک، ε_0 مقدارکرنش قبل تسلیم، S_1 و S_2 ثابت‌های ماده در مدل کارسختی سوئیفت است که مقادیر مربوط به آن‌ها برای آلیاژ آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T در جدول ۳ آورده شده است.

۲- ۲- ۲- مدل کارسختی وس

رابطه مربوط به کارسختی وس بصورت زیر است [۱۹]:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + V_1\left(1 - e^{-V_2\bar{\varepsilon}}\right) \qquad (۱۵)$$

که در رابطه بالا V_1 و V_2، پارامترهای ثابت الگوی سخت شوندگی وس می‌باشند. ضرایب ثابت رابطه تنش-کرنش وس برای آلیاژ آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T در جدول ۳ آورده شده است.

۲- ۲- ۳- مدل کارسختی LSV

رابطه کار سختی LSV که ترکیبی خطی از مدل سخت شوندگی توانی سوئیفت و الگوی نمایی وس است، در زیر آورده شده است [۵].

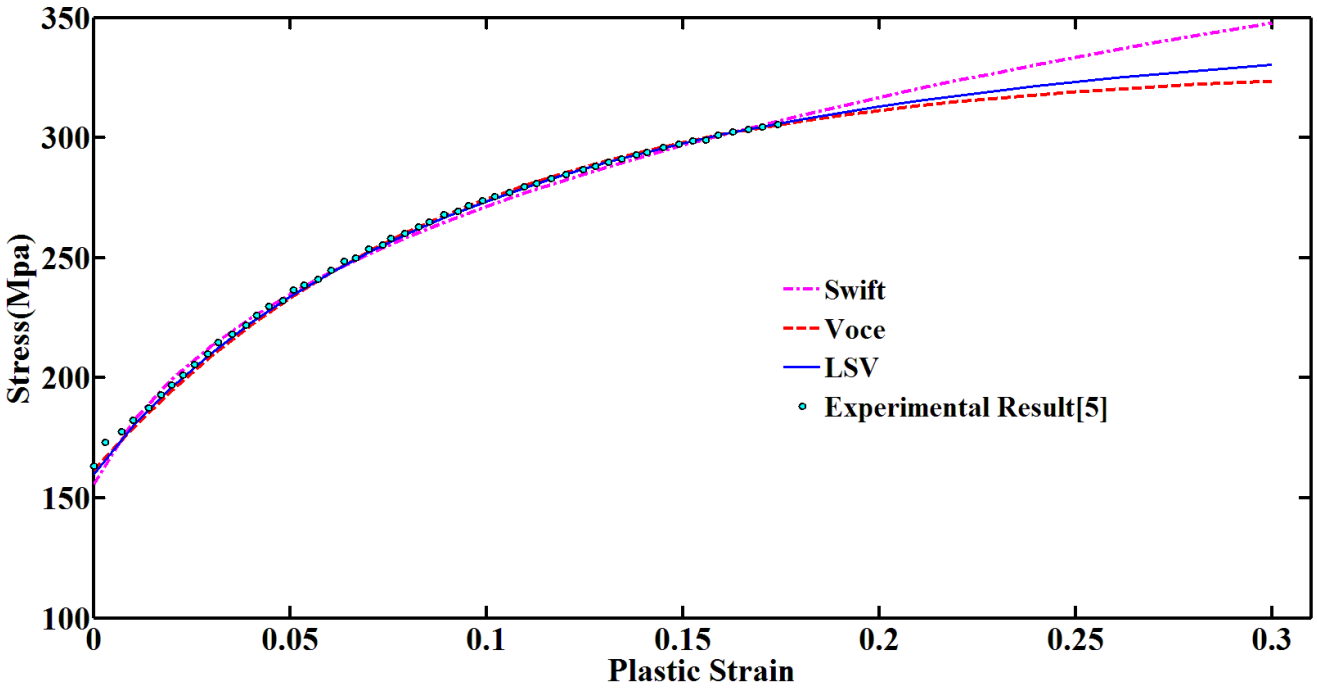
$$\bar{\sigma} = X\left(S_1\left(\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0\right)^{S_2}\right) + \left(1 - X\right)\left(\sigma_0 + V_1\left(1 - e^{-V_2\bar{\varepsilon}}\right)\right) \qquad (۱۶)$$

ضرایب S_1، S_2، V_1 و V_2 در رابطه بالا مشابه پارامترهای ثابت روابط سوئیفت و وس برای آلیاژ مورد نظر هستند و تنها ضریب مستقل این رابطه، X است که در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳ . پارامترهای ثابت مدل‌های کارسختی مختلف برای ورق آلومینیومی AA ۶۰۱۶-۴T [۵]

Table 3. The constant parameters of different hardening models for AA6016-T4 alloy [5]

سوئیفت			وس		LSV
S_1	$\varepsilon_.$	S_2	V_1	V_2	X
Mpa			Mpa		
۴۶۰/۸۷	۰/۰۱۱۱	۰/۲۴۱	۱۶۷/۹۳	۱۱/۱۶	۰/۲۸۲



شکل ۲. مقایسه رفتار سخت شوندگی آلیاژ آلومینیوم AA ۶۰۱۶-T ۴ با روابط کارسختی مختلف و داده‌های تجربی

Fig. 2. Comparison between the behavior of various hardening models and experimental data for AA6016-T4 aluminum alloy

آورده شده‌اند، نمودار تنش–کرنش حاصل از هر سه تابع سخت شوندگی در شکل ۲ آورده شده است. مقایسه تنش سیلان پیش‌بینی شده براساس روابط کارسختی مختلف با داده‌های تجربی در دسترس، مطابقت خوبی را بین هر سه نمودار و نتایج آزمایشگاهی، تا بازه حاصل از تست کشش ساده، نشان می‌دهد. ولی با ادامه منحنی‌ها، در بازه فراتر از تست تجربی، مشاهده می‌شود که منحنی‌های تنش–کرنش حاصل از هر یک از روابط کارسختی از یکدیگر دور می‌شوند و مقادیر تنش سیلان متفاوتی را تولید می‌کنند. مطابق شکل ۲ در بازه‌ی کرنش بالاتر از ۰/۱۸ الگوی سوئیفت بالاترین سطح تنش و الگوی وس سطح پایین‌تری را در مقایسه با مدل‌های دیگر نشان می‌دهد. رابطه کارسختی LSV که ترکیب خطی از دو رابطه سوئیفت و وس است، تنش سیلان را بالاتر از مدل وس و پایین‌تر از مدل سوئیفت پیش‌بینی می‌کند. در بخش‌های بعدی اثرات این رفتار الگوهای کارسختی بر حد شکل دهی ورق آلومینیوم AA ۶۰۱۶-T ۴ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳- تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی

تئوری ناپایداری مارسنیاک-کوزینسکی، یکی از پرکاربردترین روش‌های تئوری جهت تعیین شروع گلویی در ورق است که توسط مارسیناک و کوزینسکی با فرض وجود یک شیار، که در واقع نوعی تغییر ضخامت ورق است، ارائه شد. در این مقاله، ابتدا، محاسبات حد شکل دهی در شرایط تنش صفحه‌ای و با استفاده از مدل ناپایداری M-K انجام می‌شود و سپس مدل M-K توسعه می‌یابد و از آن برای تعیین منحنی حد شکل دهی در حالت سه بعدی استفاده می‌شود.

۳- ۱- مدل مارسینیاک-کوزینسکی در حالت تنش صفحه‌ای

در مدل مارسینیاک-کوزینسکی، ناهمگنی اولیه تحت عنوان ضریب ناهمگنی اولیه f. بصورت نسبت ضخامت شیار (b) به ضخامت ناحیه سالم (a) تعریف می‌شود.

$$f_0 = \frac{t_0^b}{t_0^a} \qquad (۱۷)$$

در این مدل محاسبات ابتدا با فرض یک مقدار کوچک برای $d\bar{\varepsilon}$. در ناحیه خارج شیار، آغاز می‌شود. با جایگذاری این مقدار و در نظر گرفتن نسبت تنش‌های مختلف $(0 \le \alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \le 1)$ در روابط کارسختی و استفاده از تابع تسلیم و قوانین شارش، مولفه‌های تنش و نموکرنش در راستای اصلی برای ناحیه سالم، تعیین می‌شود و سپس با استفاده از ماتریس دوران T، مقادیر تنش و نمو کرنش در سیستم مختصات شیار، محاسبه می‌شود:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \qquad (۱۸)$$

$$\left[\sigma^a\right]_{nt} = \begin{bmatrix} \sigma_{nn}{}^a & \sigma_{nt}{}^a \\ \sigma_{nt}{}^a & \sigma_{tt}{}^a \end{bmatrix} = T\left[\sigma^a\right]_{12} T^T \qquad (۱۹)$$

$$\left[d\varepsilon^a\right]_{nt} = T\left[d\varepsilon^a\right]_{12} T^T \qquad (۲۰)$$

برای تعیین مجهولات در ناحیه شیار، روابط تعادل نیرو را در راستای عمود (n) و مماس (t)بر شیار، می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} F_{nn}^a = F_{nn}^b \\ F_{nt}^a = F_{nt}^b \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \sigma_{nn}^a t^a = \sigma_{nn}^b t^b \\ \sigma_{nt}^a t^a = \sigma_{nt}^b t^b \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{nn}^b = \sigma_{nn}^a / f \\ \sigma_{nt}^b = \sigma_{nt}^a / f \end{cases} \qquad (۲۱)$$

با استفاده از معادله سازگاری با در نظر گرفتن کشیدگی یکسان ورق در راستای شیار، خواهیم داشت:

$$d\varepsilon_{tt}^a = d\varepsilon_{tt}^b \qquad (۲۲)$$

رابطه چهارم برای تعیین مجهولات ناحیه شیار، استفاده از معادله انرژی بصورت زیر است:

$$\sigma_{nn}^b \; d\varepsilon_{nn}^b + \sigma_{tt}^b \; d\varepsilon_{tt}^a + \sigma_{nt}^b \; d\varepsilon_{nt}^a = \bar{\sigma}^b d\bar{\varepsilon}^b \qquad (۲۳)$$

با استفاده از روابط بالا دستگاه معادلات چهار مجهولی تشکیل می‌شود و از روش عددی نیوتن-رافسون مقادیر مجهول ناحیه شیار بدست می‌آید. براساس مدل M-K گلویی زمانی در ورق رخ می‌دهد که شرط $(d\bar{\varepsilon}^b / d\bar{\varepsilon}^a \ge 10)$ در ورق برقرار شود. مقادیر کرنش که در ناحیه سالم در این شرایط بدست می‌آید، کرنش‌های حدی هستند که این کرنش‌ها برای زاویه شیارهای مختلف باید تعیین شوند و در نهایت مقدار کرنش حدی کوچکتر در نمودار، بعنوان حد شکل دهی آلیاژ مربوطه ثبت می‌شود [۲۲].

۳- ۲- مدل مارسینیاک-کوزینسکی توسعه یافته

از آنجا که در تعیین حد شکل دهی ورق فلزی در فرایندهایی همچون شکل‌دهی تدریجی ورق و هیدروفرمینگ، بررسی حالت‌های خارج از تنش صفحه‌ای نقش مهمی را ایفا می‌کنند، تلاش‌های زیادی برای گسترش مدل M-K، جهت اندازه‌گیری کرنش‌های حدی در حالت سه بعدی وجود دارد. حالت کلی تعیین حد شکل دهی در حالت جامع، استفاده از توابع تسلیم سه بعدی است، اما پیشنهادات و مطالعاتی نیز جهت گسترش تابع تسلیم دوبعدی

و تبدیل آن به حالت سه بعدی وجود دارد. در این مقاله، با تبدیل حالت سه بعدی تنش به حالت دو بعدی، با این فرض که تنش هیدرواستاتیک تاثیری بر تغییر شکل پلاستیک ندارد، اثر تنش نرمال و تنش برشی بین ضخامتی بر حد شکل دهی، با استفاده از تابع تسلیم تنش صفحه‌ای Gotoh، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این دستاورد که بسیار کاربردی و مورد پسند است و یک تابع تسلیم مستقل از فشار تولید می‌کند [۲۱] بصورت زیر است:

$$P_4^{3D}\left(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_{12},\sigma_{23},\sigma_{13}\right)= P_3^{2D}\left(\sigma_1-\sigma_3,\sigma_2-\sigma_3,\sqrt{{\sigma_{12}}^2+{\sigma_{23}}^2+{\sigma_{13}}^2}\right) \quad (۲۴)$$

بنابراین در این دستاورد برای بررسی حالت سه بعدی تنش عبارت $(\sigma_۱-\sigma_۳,\sigma_۲-\sigma_۳,\sqrt{{\sigma_{۱۲}}^۲+{\sigma_{۲۳}}^۲+{\sigma_{۱۳}}^۲})$ جایگزین عبارت $(\sigma_۱,\sigma_۲,\sigma_{۱۲})$ در تابع تسلیم مربوطه می‌شود که در این حالت معیار تسلیم Gotoh که یک تابع تسلیم دوبعدی بصورت زیر در می‌آید [۲۳]:

$$\begin{aligned} &P_4^{3D}\left(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_{12},\sigma_{23},\sigma_{13}\right)= P_3^{2D}\left(\sigma_1-\sigma_3,\sigma_2-\sigma_3,\sqrt{{\sigma_{12}}^2+{\sigma_{23}}^2+{\sigma_{13}}^2}\right)\\ &\bar{\sigma}^4=A_1\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^4+A_2\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^3\left(\sigma_2-\sigma_3\right)+\\ &A_3\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^2\left(\sigma_2-\sigma_3\right)^2+A_4\left(\sigma_1-\sigma_3\right)\left(\sigma_2-\sigma_3\right)^3\\ &+A_5\left(\sigma_y-\sigma_3\right)^4+\begin{pmatrix}A_6\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^2+A_7\left(\sigma_1-\sigma_3\right)\\ \left(\sigma_2-\sigma_3\right)+A_8\left(\sigma_2-\sigma_3\right)^2\end{pmatrix}\\ &\times({\sigma_{12}}^2+{\sigma_{23}}^2+{\sigma_{13}}^2)+A_9\left({\sigma_{12}}^2+{\sigma_{23}}^2+{\sigma_{13}}^2\right)^2 \end{aligned} \quad (۲۵)$$

بنابر رابطه بالا، امکان بررسی رفتار ورق با وجود تنش نرمال و برشی بین ضخامتی، با بکارگیری تابع تسلیم Gotoh، نیز وجود دارد. ضرایب $A_۱$ تا $A_۹$ نیز همانند بخش قبل محاسبه می‌شود که این مقادیر در جدول ۲ آورده شده است. در تعیین حد شکل دهی ورق در حالت جامع با استفاده مدل گسترش یافته مارسینیاک-کوزینسکی، محاسبات در نسبت تنش $۰\le\alpha=\frac{\sigma_۲-\sigma_۳}{\sigma_۱-\sigma_۳}\le۱$ انجام می‌شود و همچنین قوانین شارش نیز بصورت زیر تغییر می‌کند [۱۸]:

$$d\,\varepsilon_1^a=d\,\bar{\varepsilon}^a\frac{\partial\bar{\sigma}^a}{\partial\left(\sigma_1^a-\sigma_3^a\right)} \quad (۲۶)$$

$$d\,\varepsilon_2^a=d\,\bar{\varepsilon}^a\frac{\partial\bar{\sigma}^a}{\partial\left(\sigma_2^a-\sigma_3^a\right)} \quad (۲۷)$$

بعد از تعیین مولفه‌های تنش و کرنش در جهات اصلی، از تانسور دوران زیر برای انتقال مؤلفه‌ها به مختصات شیار استفاده می‌شود [۱۶]:

$$T=\begin{bmatrix}cos\theta & sin\theta & 0\\ -sin\theta & cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (۲۸)$$

$$\left[\sigma^a\right]_{nt3}=\begin{bmatrix}{\sigma_{nn}}^a & {\sigma_{nt}}^a & {\sigma_{n3}}^a\\ {\sigma_{nt}}^a & {\sigma_{tt}}^a & {\sigma_{t3}}^a\\ {\sigma_{n3}}^a & {\sigma_{t3}}^a & \sigma_3^a\end{bmatrix}=T\left[\sigma^a\right]_{123}T^T \quad (۲۹)$$

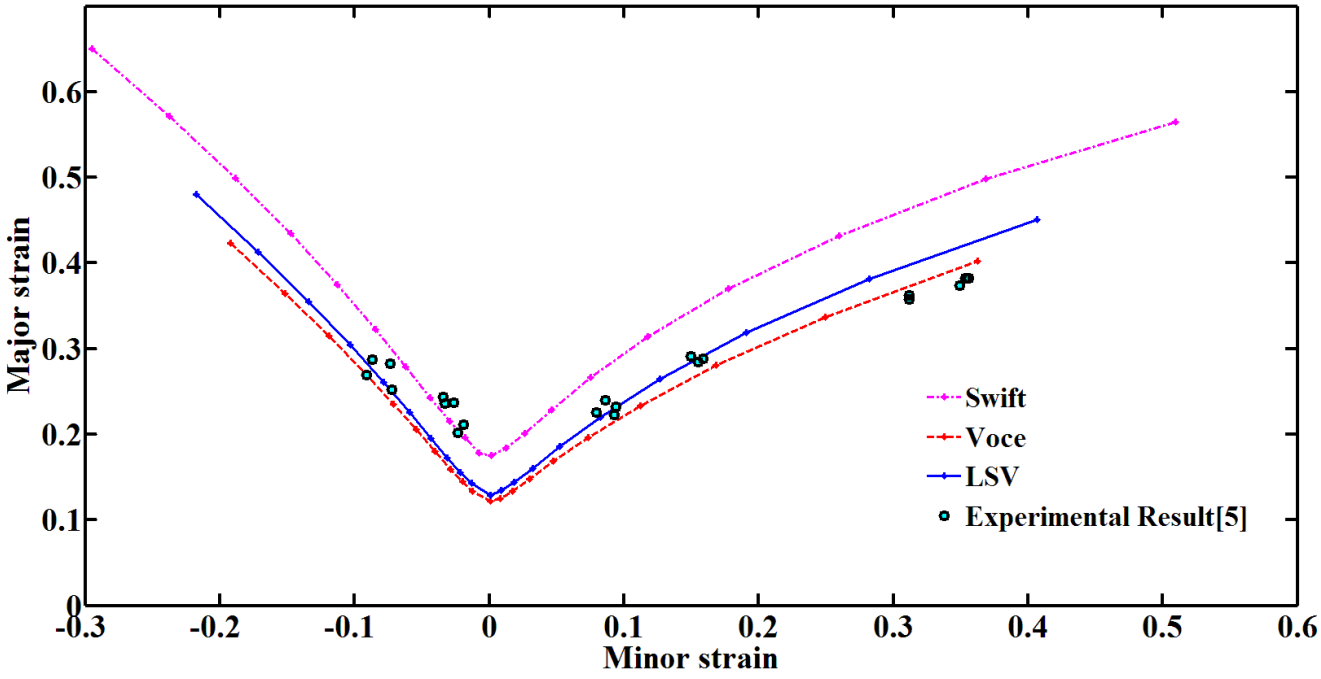
$$\left[d\,\varepsilon^a\right]_{nt3}=T\left[d\,\varepsilon^a\right]_{123}T^T \quad (۳۰)$$

در تعیین مؤلفه‌های تنش و نمو کرنش در ناحیه شیار، به روابط مربوط به تعادل نیرو و معادله سازگاری در بخش قبل، روابط زیر نیز اضافه می‌شوند [۱۷ و ۲۴]:

$$\sigma_3^b=\sigma_3^a\ ,\quad \sigma_{t3}^b=\sigma_{t3}^a\ ,\quad \sigma_{n3}^b=\sigma_{n3}^a/f \quad (۳۱)$$

و سرانجام رابطه انرژی در حالت سه بعدی نیز بصورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned}&\sigma_{nn}^b\ \mathrm{d}\varepsilon_{nn}^b+\sigma_{tt}^b\ \mathrm{d}\varepsilon_{tt}^b+\sigma_3^b\ \mathrm{d}\varepsilon_3^b+\sigma_{nt}^b\ \mathrm{d}\varepsilon_{nt}^b\\ &+\sigma_{t3}^b\ \mathrm{d}\varepsilon_{t3}^b+\sigma_{n3}^b\ \mathrm{d}\varepsilon_{n3}^b=\bar{\sigma}^b d\,\bar{\varepsilon}^b\end{aligned} \quad (۳۲)$$



شکل ۳. مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده براساس روابط کارسختی مختلف با نتایج تجربی

Fig. 3. Comparison between experimental results and predicted forming limit diagrams based on the different hardening models

با اضافه شدن معادلات و مجهولات و استفاده از روش نیوتن–رافسون، مقادیر مجهول در ناحیه شیار تعیین می‌شوند و بقیه مراحل حل، همچون حالت تنش صفحه‌ای انجام می‌شود. به این ترتیب کرنش‌های حدی در حالت تنش سه بعدی با اعمال مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی بدست می‌آیند [۱۹].

۴- نتایج و بحث

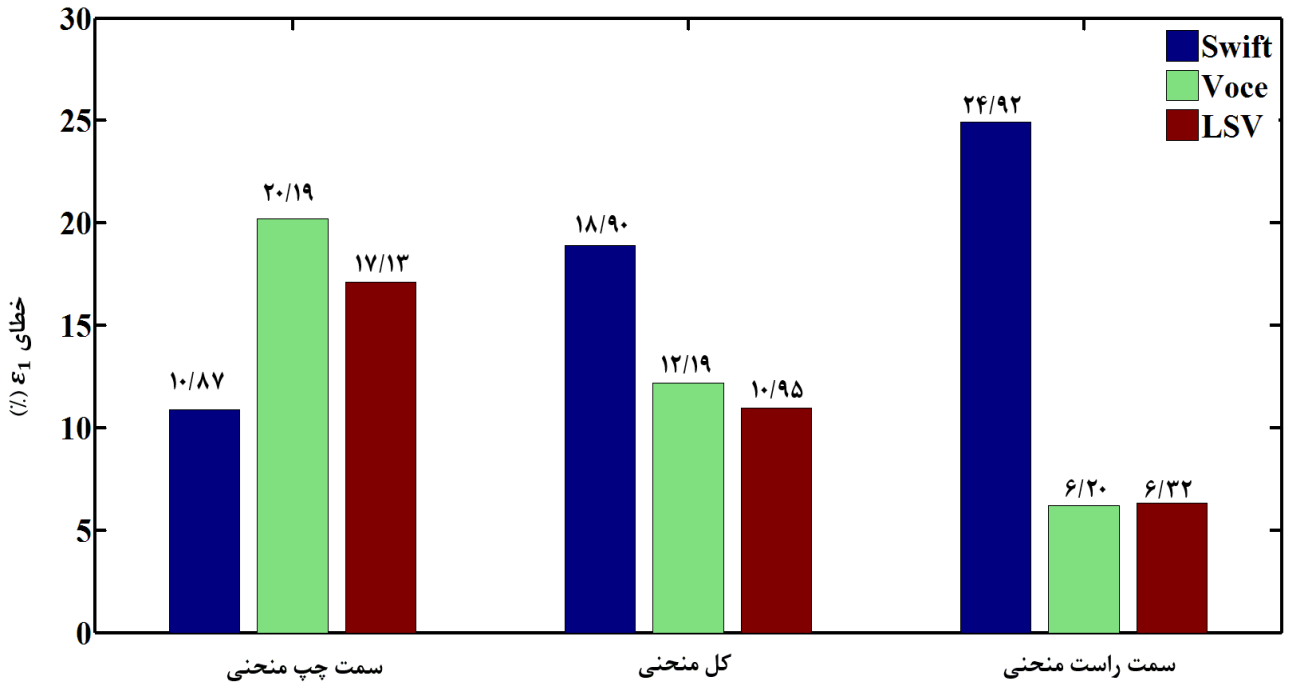
در فرایندهای مختلف شکل‌دهی، تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی با هدف بررسی حد تحمل ورق در برابر کرنش‌های مختلف، بسیار حائز اهمیت است. در این تحقیق ابتدا اثر روابط کارسختی مختلف بر حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T در شرایط تنش صفحه‌ای بررسی می‌شود و سپس کرنش‌ها و تنش‌های حدی با در نظر گرفتن تنش نرمال فشاری محاسبه می‌شوند و در نهایت منحنی‌های حد شکل دهی ورق آلومینیومی با حضور تنش برشی بین ضخامتی رسم می‌شوند.

۴- ۱- تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی ورق در شرایط تنش صفحه‌ای

در این بخش، مدل M-K با بکارگیری تابع تسلیم چند جمله‌ای Gotoh، جهت تعیین نمودار حد شکل دهی ورق ۴ AA ۶۰۱۶-T در شرایط تنش صفحه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل‌های کارسختی سوئیفت، وس و ترکیب خطی از سوئیفت و وس، در بررسی اثر روابط سخت شوندگی در تعیین حد شکل دهی انتخاب شده‌اند. شکل ۳، مقایسه نتایج پیش‌بینی شده با الگوهای مختلف کارسختی و نتایج تجربی حاصل از تست ناکازیما[1] را نشان می‌دهد.

مطابق شکل ۳، نمودارهای رسم شده با مدل سوئیفت، حد شکل دهی ورق را در سطح بالاتری نسبت به دو مدل دیگر پیش‌بینی کرده است. همچنین، حد شکل دهی بدست آمده با مدل وس نیز نسبت به دو مدل دیگر در سطح پایین‌تری قرار دارد و مدل LSV، که ترکیب خطی از دو مدل سوئیفت و وس است، نموداری بین دو مدل دیگر تولید کرده است که دقت قابل قبولی با نتایج تجربی دارد. این رفتار منحنی حد شکل دهی براساس

1 Nakazima test



شکل ۴. درصد خطای کرنش حدی ε_1 پیش‌بینی شده با روابط کارسختی مختلف در نواحی مختلف منحنی حد شکل دهی

Fig. 4. Percentage of the error for predicted limit strain ε_1 based on different hardening models in various regions of the diagram

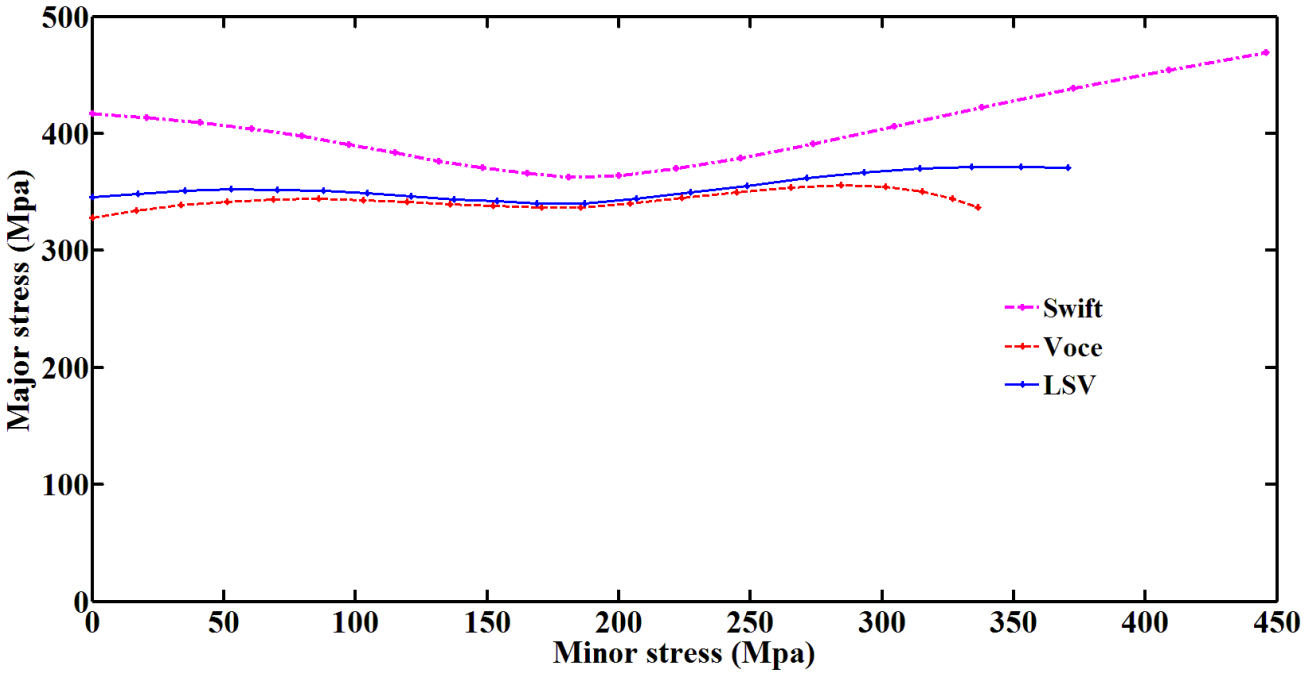
روابط کارسختی مختلف، مشابه رفتار منحنی تنش–کرنش شکل ۲ در بازه کرنش بالاتر از ۰/۱۸ است که نشان دهنده تأثیر مقدار تنش سیالان الگوهای کارسختی در بازه کرنش‌های بالاتر از گلویی بر حد شکل دهی است.

همچنین مطابق شکل ۳ مشاهده می‌شود، نمودارهای حد شکل دهی تعیین شده توسط هر سه مدل کارسختی در سمت چپ، تقریباً از دقت قابل قبولی برخوردار است، ولی در سمت راست نمودار، کرنش‌های حدی حاصل از مدل‌های وس و LSV نسبت به مدل سوئیفت مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارند. جهت بیان دقیق‌تر، به بررسی کمی دقت این کرنش‌های حدی با تعیین میانگین درصد خطای مقدار کرنش حدی بیشینه ε_1 با استفاده از رابطه زیر پرداخته می‌شود:

$$err\,(\%) = \frac{\left|\varepsilon_1^{predicted} - \varepsilon_1^{experimental}\right|}{\varepsilon_1^{experimental}} \times 100 \qquad (۳۳)$$

در رابطه بالا $\varepsilon_1^{predicted}$ و $\varepsilon_1^{experimental}$ ترتیب معرف مقادیر کرنش بیشینه پیش‌بینی شده با استفاده از روابط کارسختی مختلف ومقدار کرنش حاصل از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۵] هستند. مقادیر خطای کرنش‌های حدی حاصل از الگوهای سخت شوندگی مختلف در شکل ۴ نمایش داده شده است که نتایج نشان می‌دهد که مدل سخت شوندگی وس سمت راست و مدل سوئیفت سمت چپ منحنی را با دقت بالاتری پیش‌بینی می‌کند. در پیش‌بینی کل منحنی نیز مشاهده می‌شود که الگوی LSV با درصد خطای ۱۰/۹۵ درصد، بیشترین دقت را در پیش‌بینی کرنش‌های حدی دارد.

در ادامه این بخش، تنش‌های حد شکل دهی برای آلیاژ ۴ T–۶۰۱۶ AA محاسبه می‌شود که این منحنی‌ها براساس روابط سخت شوندگی مختلف، در شکل ۵ دیده می‌شود. همچون کرنش‌های حد شکل دهی ، تنش‌های حدی پیش‌بینی شده با مدل سوئیفت در بالاترین سطح و با مدل وس در پایین‌ترین سطح قرار دارد. مطابق شکل ۵، تنش‌های حدی نیز تحت تأثیر مدل سخت شوندگی انتخابی برای توصیف رفتار پلاستیک ماده قرار دارند، پس روابط تنش–کرنش مختلف برای آلیاژ می‌تواند نمودارهای حد تنش شکل دهی متفاوتی را تعیین کنند.



شکل ۵. مقایسه نمودارهای حد تنش شکل‌دهی پیش‌بینی شده براساس روابط کارسختی مختلف

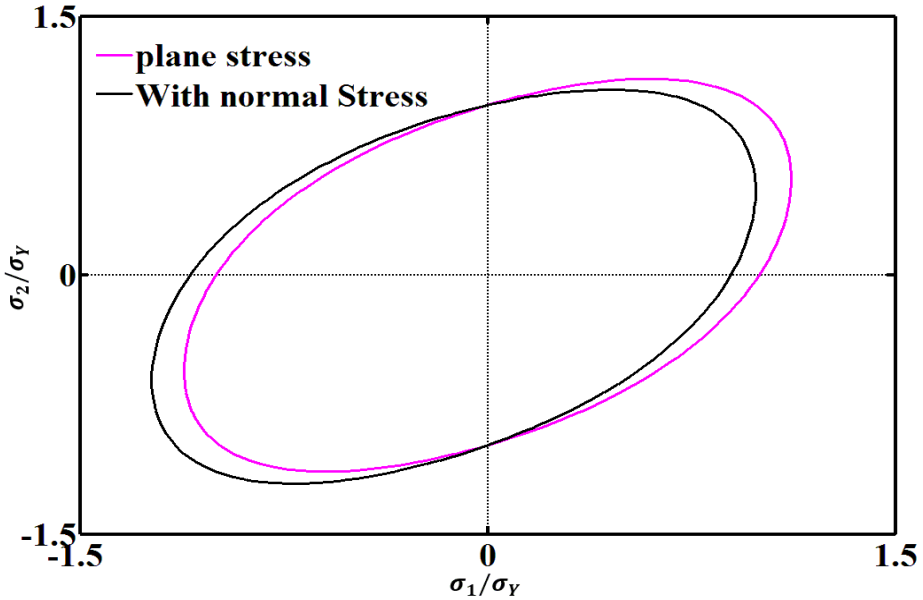
Fig. 5. Comparison between predicted forming limit stress diagrams based on the different hardening models

۴- ۲- تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی ورق با اعمال تنش نرمال فشاری

در این بخش، اثر مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در پیش‌بینی تئوری حد شکل دهی ورق، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بررسی همانطور که در بخش ۲-۳ توضیح داده شد، مدل M-K توسعه می‌یابد و از تابع تسلیم دوبعدی Gotoh، برای تحلیل حالت سه بعدی تنش استفاده می‌شود. در بررسی تغییرات سطح تسلیم، با اعمال تنش نرمال فشاری σ_3، مطابق شکل ۶ مشاهده می‌شود که سطح تسلیم ورق تغییر می‌کند و سطح تسلیم ناحیه ربع اول تنش (ناحیه کشش-کشش)، که در تعیین حد شکل دهی ورق اهمیت دارد، کاهش می‌یابد.

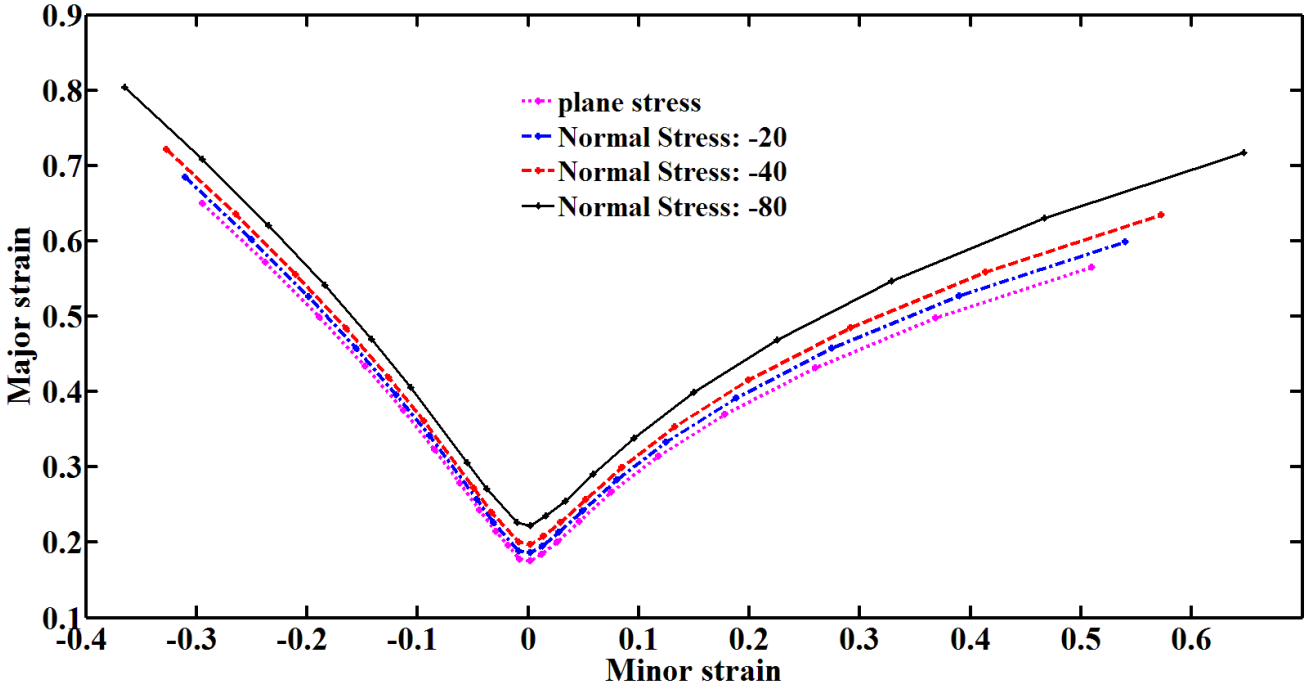
شکل ۷، نمودارهای حد شکل دهی را برای ورق آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T با اعمال مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در نسبت تنش‌های $0 \le \alpha = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \le 1$ نشان می‌دهد. مطابق شکل، با افزایش تنش نرمال فشاری، نمودارهای حد شکل دهی بطور یکنواخت برای نسبت تنش‌های مختلف به سمت بالا حرکت می‌کنند و شکل پذیری ورق افزایش می‌یابد. مقادیر کمی این افزایش شکل پذیری با حضور تنش نرمال فشاری را می‌توان در جدول ۴ نیز مشاهده نمود، این جدول در واقع درصد افزایش مقدار کرنش حدی بیشینه ε_1، برای مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در نسبت تنش‌های $\alpha = 0.0/5.1$ را نشان می‌دهد. مطابق جدول ۴، با اعمال مقدارثابت تنش نرمال، مشاهده می‌شود که افزایش در نسبت تنش‌های مختلف تقریباً یکسان است، که نشان‌دهنده افزایش نسبتاً یکنواخت حد شکل دهی با اعمال تنش نرمال فشاری است.

در ادامه جهت بررسی اثر تنش نرمال بر تنش‌های حدی که در شکل ۸ آورده شده است، دیده می‌شود که برخلاف کرنش‌های حدی که با اعمال تنش نرمال فشاری افزایش می‌یابند، تنش‌های حدی با افزایش مقدار تنش نرمال، کاهش می‌یابند و علت این رفتار را می‌توان در شکل ۶ مشاهده کرد. در شکل ۶ با افزایش تنش نرمال فشاری، سطح تسلیم اولیه و مقادیر تنش‌های اصلی در فضای کشش-کشش کاهش می‌یابد، بنابراین در نمودار حد تنش شکل دهی، با افزایش تنش نرمال اعمالی، نمودارها به سمت پایین حرکت می‌کنند و تنش‌های حدی کوچکتر می‌شوند.



شکل ۶. اثر تنش نرمال فشاری بر سطح تسلیم ورق

Fig. 6. Effect of the compressive normal stress on the yield surface of the sheet



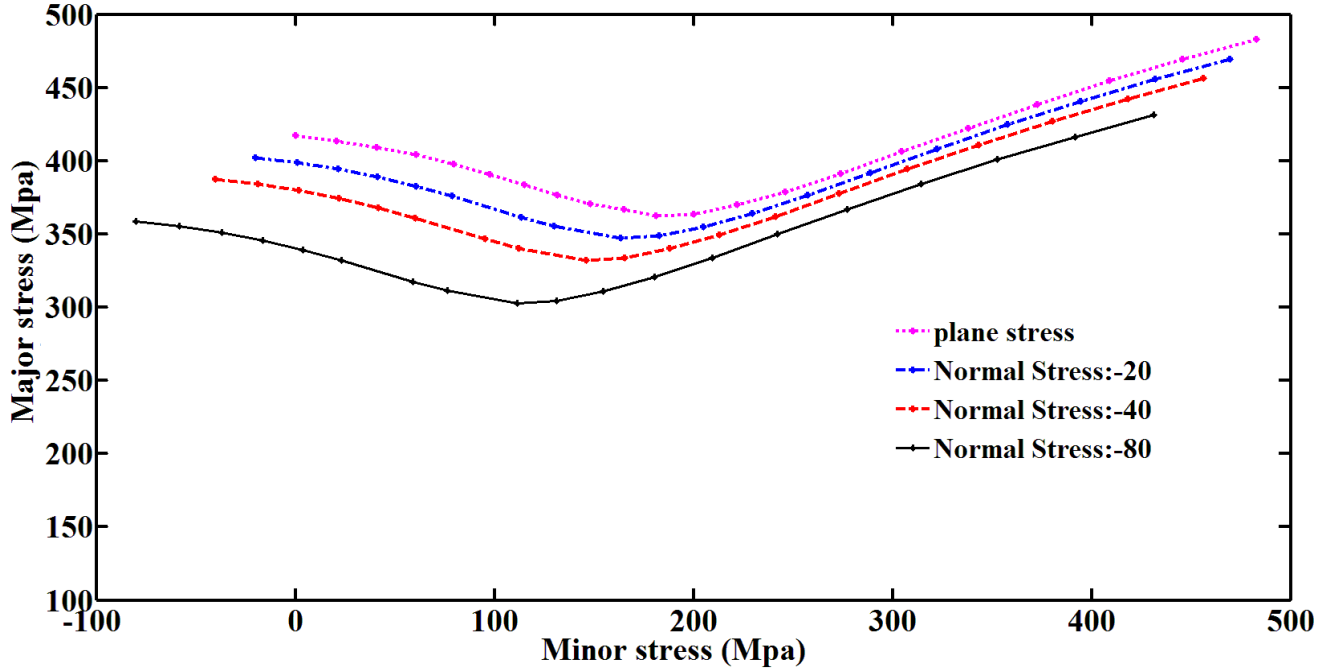
شکل ۷. نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش نرمال فشاری

Fig. 7. Forming limit diagrams by considering the compressive normal stress

جدول ۴ . درصد افزایش کرنش حدی ε_1 با اعمال مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در نسبت تنش‌های مختلف

Table 4. The Percentage of the limit strain ε_1 change by applying normal stress for different stress ratios

$\alpha=1$	$\alpha=0/5$	$\alpha=0$	
۶/۰۱	۵/۹۲	۵/۲۳	$\sigma_3=-20Mpa$
۱۲/۲۳	۱۲/۳۶	۱۰/۹۲	$\sigma_3=-40Mpa$
۲۶/۹۶	۲۶/۷۲	۲۳/۶۹	$\sigma_3=-80Mpa$

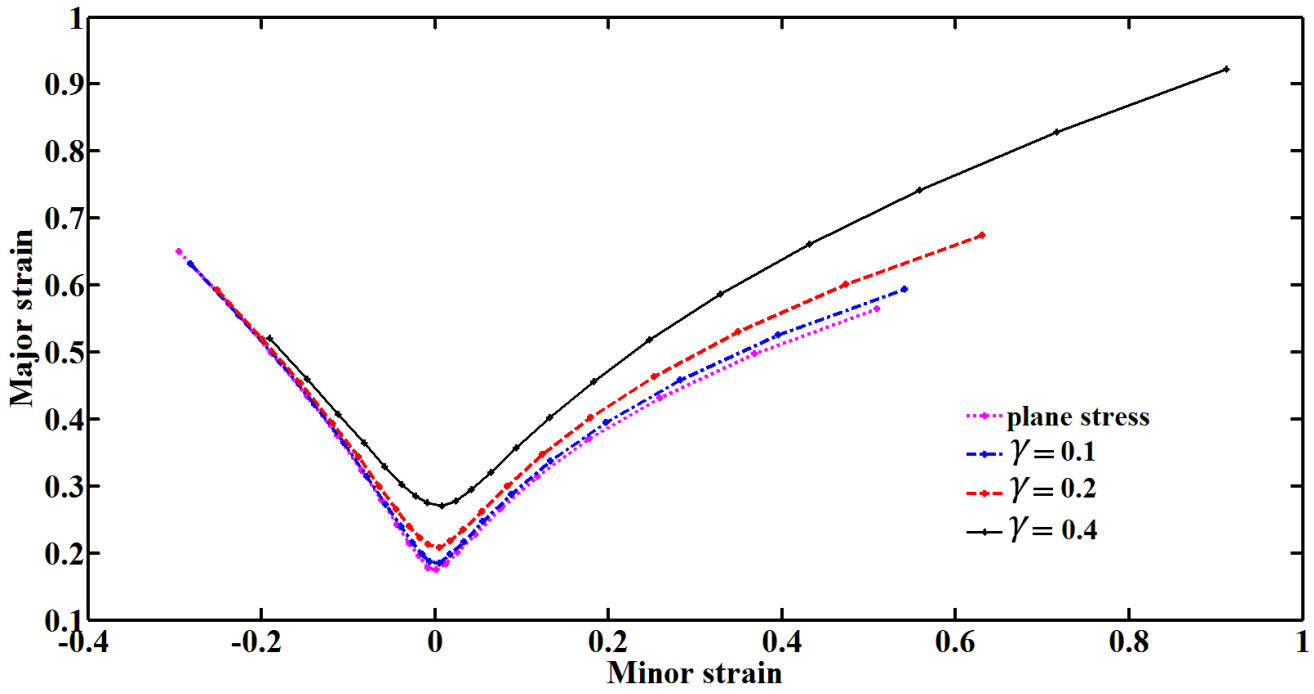


شکل ۸. نمودارهای حد تنش شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش نرمال فشاری

Fig. 8. Forming limit stress diagrams by considering the compressive normal stress

۴- ۳- تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی ورق با اعمال تنش برشی بین ضخامتی

شکل ۹، اثر تنش برشی بین ضخامتی را بر کرنش‌های حد شکل دهی ورق آلومینیوم ۴ T-۶۰۱۶ AA نشان می‌دهد. با توجه به نتایج حاصل از مراجع [۱۰ و ۱۷] که در آنها ثابت شده است که تنش برشی بین ضخامتی σ_{32} نسبت به σ_{31} اثر محسوس‌تری بر حد شکل دهی ورق دارد، در این بخش نیز به بررسی اثر تنش برشی بین ضخامتی σ_{32}، بر حد شکل دهی ورق برای مقادیر مختلف $\gamma=\frac{\sigma_{32}}{\sigma_1}$ پرداخته می‌شود. همانطور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، همانند اثر تنش نرمال، با افزایش مقدار تنش برشی، شکل پذیری ورق افزایش می‌یابد، همچنین نمودارها قدری به سمت راست حرکت می‌کنند. مطابق شکل ۹، افزایش شکل پذیری ورق با اعمال تنش برشی بین ضخامتی در طول مسیر یکنواخت نیست و این افزایش حد شکل



شکل ۹. نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش برشی بین ضخامتی

Fig. 9. Forming limit diagrams by considering the through-thickness shear stress

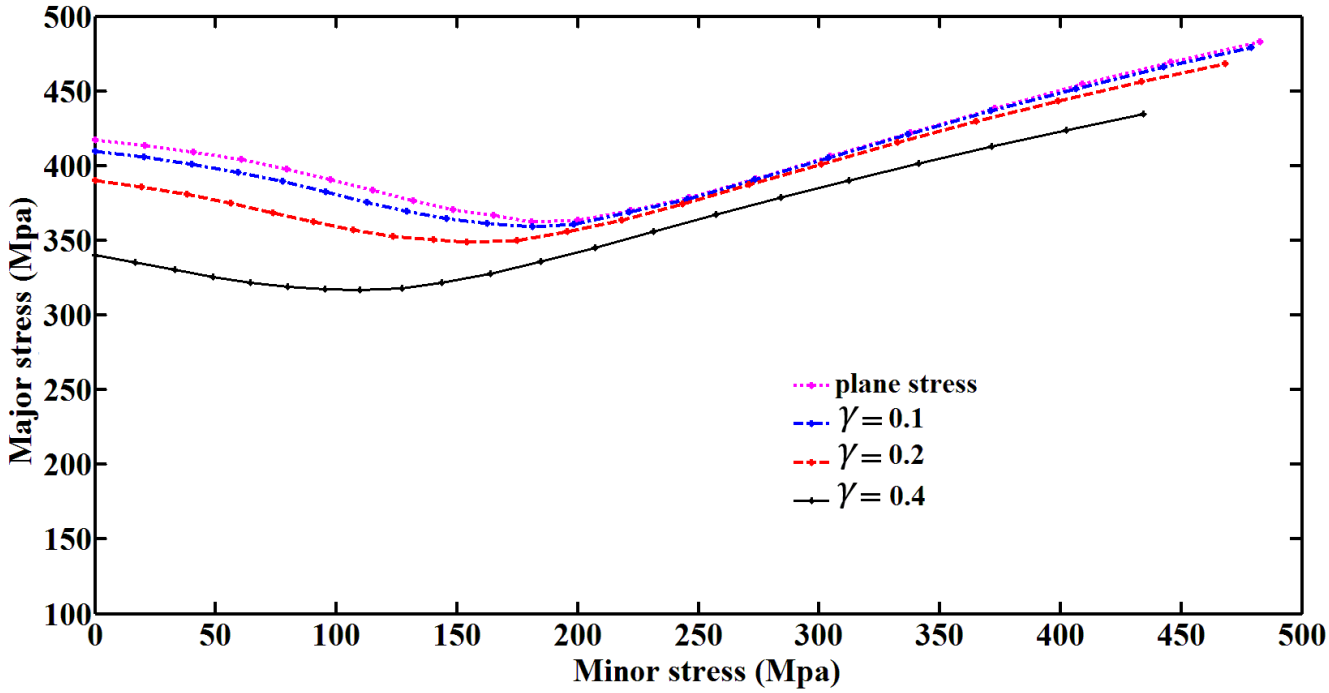
جدول ۵ . درصد تغییرات کرنش حدی ε_1 برای مقادیر مختلف γ در نسبت تنش‌های مختلف

Table 5. The Percentage of the limit strain ε_1 change for different amounts of the

$\alpha = 1$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0$	
۵/۱۴	۵/۲۹	-۲/۷۰	$\gamma = 0.1$
۱۹/۳۹	۱۸/۲۹	-۸/۸۹	$\gamma = 0.2$
۶۳/۲۹	۵۴/۱۸	-۱۹/۹۸	$\gamma = 0.4$

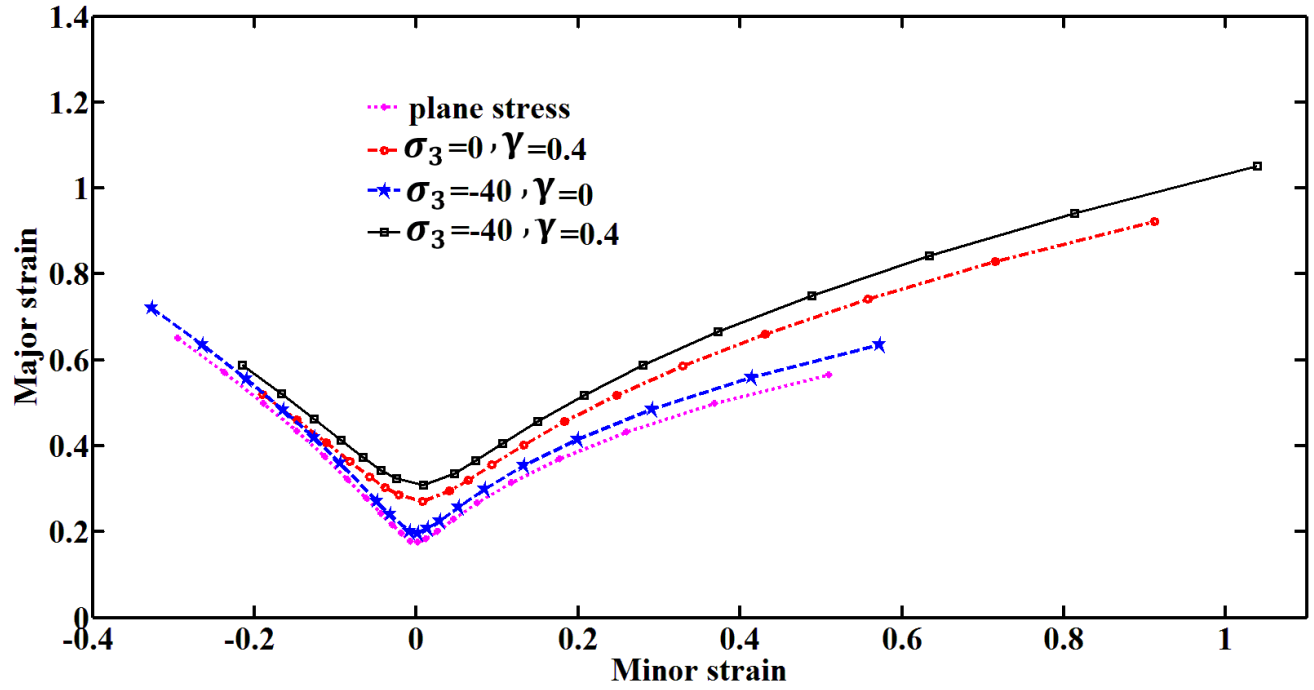
دهی در سمت راست منحنی، بیشتر از سمت چپ آن می‌باشد که مقادیر جدول ۵ نیز این مقدار تغییرات غیر یکنواخت کرنش‌های حدی را نشان می‌دهد. هرچند که منحنی‌های حد شکل دهی با اعمال تنش برشی بین ضخامتی به سمت بالا حرکت می‌کنند، ولی مقدار کرنش حدی برای نسبت تنش $\alpha = 0$، مطابق جدول ۵ کاهش می‌یابد و علامت منفی در مقادیر جدول مشاهده می‌شود.

در شکل ۱۰، نمودار حد تنش شکل دهی، با اعمال مقادیر مختلف تنش برشی بین ضخامتی، آورده شده است. مشاهده می‌شود که تنش برشی بین ضخامتی همچون تنش نرمال فشاری باعث کاهش تنش‌های حدی می‌شود که این اثرات در مقادیر تنش کمینه پایین‌تر σ_2، بیشتر و محسوس‌تر است. شکل ۱۱، کرنش‌های حدی را در حالت جامع که تنش‌های نرمال فشاری σ_3 و برشی بین ضخامتی σ_{32} بطور همزمان به قطعه وارد می‌شوند، مورد



شکل ۱۰. نمودارهای حد تنش شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش برشی بین ضخامتی

Fig. 10. Forming limit stress diagrams by considering the through-thickness shear stress



شکل ۱۱. نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی

Fig. 11. Forming limit diagrams by considering the through-thickness compressive normal and shear stresses

بررسی قرار می‌دهد. همچنین در این شکل رفتارهای مختلف منحنی‌های حد شکل دهی را در برابر اعمال بارهای مختلف می‌توان مقایسه کرد. مشاهده می‌شود که کرنش‌های حدی در هنگام اعمال همزمان هر دو تنش، سطح شکل دهی بالاتری را نسبت به بقیه حالت‌های بارگذاری پیش‌بینی می‌کنند.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، منحنی‌های حد شکل‌دهی در شرایط تنش صفحه‌ای، با استفاده از تئوری ناپایداری M-K و تابع تسلیم Gotoh رسم شده‌اند و اثر روابط مختلف تنش-کرنش بر شکل پذیری ورق مورد بررسی قرار گرفت. سپس حد شکل دهی آلیاژ آلومینیوم ۴ T-۶۰۱۶ AA، در حالت سه بعدی تعیین شد که در آن، منحنی‌های حد شکل دهی با اعمال تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی با جزئیات مورد بررسی قرار گرفت. مهم‌ترین نتایج حاصل از تحقیق بشرح زیر می‌باشند:

۱-در بررسی اثر رفتارهای کارسختی مختلف، سه مدل سخت شوندگی سوئیفت، وس و LSV، برای تعیین حد شکل دهی آلیاژ آلومینیوم ۴ T-۶۰۱۶ AA پیشنهاد شده است. هر چند که هر سه مدل، کرنش‌های حدی را در حد قابل قبولی پیش‌بینی کردند ولی نتایج پیش‌بینی شده با الگوی کارسختی LSV با درصد خطای ۱۰/۹۵ از دقت بالاتری برخوردار است. همچنین این بررسی روی تنش‌های حدی نیز انجام شد و مشاهده شد که روابط کارسختی مختلف، منحنی‌های حد تنش شکل دهی متفاوتی را تولید می‌کنند.

۲-با استفاده از تئوری توسعه یافته M-K و بکارگیری تابع تسلیم دوبعدی Gotoh، شرایط تنش سه بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد و در آن اثر مقادیر مختلف تنش‌های نرمال فشاری و برشی بین ضخامتی بر کرنش‌ها و تنش‌های حدی ورق آلومینیومی، اندازه گیری می‌شود. بدین ترتیب تابع تسلیم Gotoh، قادر به بررسی رفتار شکل دهی ورق در فرایندهای غیر تنش صفحه‌ای نیز خواهد بود.

۳-با اعمال تنش نرمال فشاری مشاهده شد که منحنی‌های حد کرنش شکل دهی بطور یکنواختی به سمت بالا حرکت کردند و شکل پذیری ورق افزایش می‌یابد، در حالی‌که مقادیر حد تنش شکل دهی در سراسر مسیر کاهش می‌یابد که این کاهش در مقادیر تنش‌های حدی برای نسبت تنش‌های مختلف ثابت نمی‌باشد.

۴-تنش‌های برشی بین ضخامتی نیز باعث افزایش شکل پذیری ورق می‌شوند، یعنی با اعمال تنش برشی، منحنی‌های حد شکل دهی به سمت بالا و کمی هم به سمت راست حرکت می‌کنند. این تغییر مقدار کرنش‌های حدی، برای نسبت تنش‌های مختلف یکسان نیست و برای مقادیر سمت راست منحنی، بیشتر از کرنش‌های سمت چپ است. اثر تنش برشی بین ضخامتی بر حد تنش شکل دهی هم مشابه تنش نرمال فشاری است، یعنی با اعمال این نوع تنش بر قطعه کار، مقادیر تنش‌های حدی بطور غیریکنواخت کاهش می‌یابد.

۶- فهرست علائم

نماد	تعریف
A_{1-9}	پارامترهای ثابت معیار تسلیم Gotoh
f_0	عامل نقص اولیه
f	عامل نقص
S_1, S_2	پارامترهای ثابت مدل سخت شوندگی سوئیفت
V_1, V_2	پارامترهای ثابت مدل سخت شوندگی وس
X	پارامتر ثابت مدل سخت شوندگی LSV
t_0	ضخامت اولیه
r_θ	ضریب ناهمسانگردی تحت زاویه θ نسبت به راستای نورد
α	نسبت تنش σ_2 به σ_1
γ	نسبت تنش σ_{32} به σ_1
ε_0	کرنش اولیه
$d\bar{\varepsilon}$	نموکرنش مؤثر
ε_3	کرنش در راستای ضخامت ورق
$d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$	مولفه‌های نمو کرنش اصلی
$d\varepsilon_{nn}, d\varepsilon_{tt}, d\varepsilon_{nt}, d\varepsilon_{n3}, d\varepsilon_{t3}$	مولفه‌های نمو کرنش در مختصات شیار
θ	زاویه راستای شیار با راستای تنش اصلی ماکزیمم
ρ	نسبت کرنش‌ها
$\bar{\sigma}$	تنش مؤثر
σ_θ	مقدار تنش تسلیم تحت زاویه θ نسبت به راستای نورد
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	مولفه‌های تنش اصلی
$\sigma_{nn}, \sigma_{tt}, \sigma_{nt}, \sigma_{n3}, \sigma_{t3}$	تنش در راستای شیار

منابع

[1] S.P. Keeler, W.A. Backhofen, Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches, Transactions of American Society of Metals, 56 (1964) 25–48.

[2] Z. Marciniak, K. Kuczyński, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, International journal of mechanical sciences, 9(9) (1967) 609-620.

[3] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, Journal of materials processing technology, 182(1-3) (2007) 598-607.

[4] H.-b. WANG, W. Min, Y. Yu, Effect of flow stress—strain relation on forming limit of 5754O aluminum alloy, Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 22(10) (2012) 2370-2378.

[5] Q.-T. Pham, S.-H. Oh, Y.-S. Kim, An efficient method to estimate the post-necking behavior of sheet metals, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 98(9) (2018) 2563-2578.

[6] K. Young-Suk, L. Bong-Hyun, Y. Seung-Han, Prediction of forming limit curve for pure titanium sheet, Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 28(2) (2018) 319-327.

[7] J. Zhang, R. Wang, Y. Zeng, Hydroforming rules and quality control parameters analysis for metal bipolar plate, Engineering Failure Analysis, 132 (2022) 105919.

[8] D. Banabic, S. Soare, On the effect of the normal pressure upon the forming limit strains, in: Hora P (ed) Proceedings of the 7th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, 2008, pp. 199-204.

[9] J.M. Allwood, D.R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, International journal of Plasticity, 25(7) (2009) 1207-1230.

[10] P. Eyckens, A. Van Bael, P. Van Houtte, Marciniak–Kuczynski type modelling of the effect of through-thickness shear on the forming limits of sheet metal, International Journal of Plasticity, 25(12) (2009) 2249-2268.

[11] A. Assempour, H.K. Nejadkhaki, R. Hashemi, Forming limit diagrams with the existence of through-thickness normal stress, Computational Materials Science, 48(3) (2010) 504-508.

[12] M. Nurcheshmeh, D.E. Green, Influence of out-of-plane compression stress on limit strains in sheet metals, International journal of material forming, 5(3) (2012) 213-226.

[13] R. Hashemi, K. Abrinia, Analysis of the extended stress-based forming limit curve considering the effects of strain path and through-thickness normal stress, Materials & Design (1980-2015), 54 (2014) 670-677.

[14] F. Zhang, J. Chen, J. Chen, X. Zhu, Forming limit model evaluation for anisotropic sheet metals under through-thickness normal stress, International Journal of Mechanical Sciences, 89 (2014) 40-46.

[15] A. Fatemi, B. Mollaei Dariani, Forming limit prediction of anisotropic material subjected to normal and through thickness shear stresses using a modified M–K model, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 80(9) (2015) 1497-1509.

[16] S. Mirfalah-Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Forming limit curves analysis of aluminum alloy considering the through-thickness normal stress, anisotropic yield functions and strain rate, International Journal of Mechanical Sciences, 117 (2016) 93-101.

[17] S.M. Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, A. Darvizeh, Effects of normal and through-thickness shear stresses on the forming limit curves of AA3104-H19 using advanced yield criteria, International Journal of Mechanical Sciences, 137 (2018) 15-23.

[18] Q. Hu, X. Li, J. Chen, Forming limit evaluation by considering through-thickness normal stress: theory and modeling, International Journal of Mechanical Sciences, 155 (2019) 187-196.

[19] S. Sojodi, A. Basti, S.R. Falahatgar, S.M.M. Nasiri, Investigation on the forming limit diagram of AA5754-O alloy by considering strain hardening model, strain path,

and through-thickness normal stress, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 113(9) (2021) 2495-2511.

[20] C. Wang, Y. Yi, S. Huang, F. Dong, H. He, K. Huang, Y. Jia, Experimental and theoretical investigation on the forming limit of 2024-O aluminum alloy sheet at cryogenic temperatures, Metals and Materials International, 27(12) (2021) 5199-5211.

[21] R. Uppaluri, D. Helm, A convex fourth order yield function for orthotropic metal plasticity, European Journal of Mechanics-A/Solids, 87 (2021) 104196.

[22] S.M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Numerical analysis of the effect of advanced yield criterion on prediction of strains and stresses in anisotropic aluminum sheets, Modares mechanical engineering, 15(8) (2015) 393-401(in persian).

[23] W. Hu, An orthotropic yield criterion in a 3-D general stress state, International Journal of Plasticity, 21(9) (2005) 1771-1796.

[24] M. Erfanian, R. Hashemi, A comparative study of the extended forming limit diagrams considering strain path, through-thickness normal and shear stress, International Journal of Mechanical Sciences, 148 (2018) 316-326.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Sojodi, A. Basti , S. R. Falahatgar, S. M. Mirfalah Nasiri, Theoretical Analysis of the Effects of Hardening Laws, Normal and Through Thickness Shear Stresses on Forming Limit Curves of AA6016-T4, Amirkabir J. Mech Eng., 54(6) (2022) 1391-1408.

DOI: 10.22060/mej.2022.20650.7287