



Modeling and Optimization of Vibration Absorber Beam Combined with Magneto-Electro-Elastic Energy Harvester

Z. Rajaei, A. Shooshtari*

Department of Mechanical Engineering, Faculty of engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

ABSTRACT: Mechanical structures are always exposed to unwanted vibrations and this can greatly affect system performance. The energy from this vibration can be used as a source to generate voltage. Therefore, the use of a vibration absorber that can minimize the vibrations of the structure and at the same time be used as an energy harvesting has been very important. In recent years, the use of intelligent materials capable of generating voltage has made significant progress in various fields. In the present study, a continuous beam with a layer of magneto-electro-elastic materials has been used as a dynamic absorber. This absorber helps to reduce the vibrations of the system by one degree of freedom and extracts energy from it. The best performance of this absorber will occur at the resonant frequency. The general absorber equations were extracted and the effect of different beam parameters on energy harvesting was investigated. Using the optimization method, appropriate values were obtained to achieve both goals. The studies were performed in the first three modes of the Bernoulli Euler beam. the highest energy harvesting occurred in the first mode and in the frequency range of 10 to 40 Hz. The vibrations of the main structure also decreased by about 65%.

Review History:

Received: Oct. 13, 2021
Revised: May, 10, 2022
Accepted: May, 10, 2022
Available Online: May, 20, 2022

Keywords:

Dynamic absorber
Energy harvesting
Magneto-electro-elastic materials
Genetic algorithm

1- Introduction

The initial idea of a dynamic absorber, which consisted of a mass, a spring, and a damper, was invented by Farham in 1911 [1] to reduce the vibrations of the ship's cabin. Over time, energy harvesting from the dynamic absorber was also considered and many studies were conducted in the field of intelligent materials for energy harvesting from mechanical systems. Piezoelectric materials have the most development and study among intelligent materials. These materials deform in the presence of an electric field and conversely, produce an electric charge when they are deformed [2]. Recently, in the field of materials science, there has been a great deal of interest in intelligent materials with piezoelectric and piezomagnetic properties. A special feature of these materials, called Magneto-Electro-Elastic (MEE), is the relationship between electric polarization and magnetic field [3]. MEE materials possess a coupled field behavior between the elastic, electric, and magnetic field variables. This interaction provides new possibilities for electronic devices.

In energy harvesting research, this device has only been used to generate electrical energy or only piezoelectric materials have been used in the absorber. In this research, the mechanism of the energy harvesting device is combined with the dynamic absorber, and magneto-electro-elastic materials are used as the main material in energy harvesting.

In this case, the energy harvester acts as a dynamic vibration absorber and in addition to generating electrical energy, the unwanted vibrations of the system can be reduced.

In the present study, by combining the energy harvesting device and the dynamic absorber in the form of a Bernoulli Euler beam containing a layer of magneto-electro-elastic material, a system has been designed to reduce the vibration of a single degree of freedom system under force excitation.

2- Configuration for MEE Energy Harvesting Systems And Mathematical Model

To begin this process, a mathematical model for generating voltage was provided by a cantilevered beam with MEE layers based on the assumptions of a Bernoulli Euler beam. This beam is connected to the main structure of a single degree of freedom consisting of a mass, spring, and damper which is excited by force, as schematically shown in Fig 1. The MEE material is used for energy harvesting in the 31 modes; meaning that the mechanical stress or strain acts in the 1 direction and the electrical and magnetic fields act in the 3 direction (i.e. the material is poled in the 3 direction).

The governing differential equation of motion for the transverse vibrations of a cantilever beam within the framework of the Euler- Bernoulli theory with tip mass is:

*Corresponding author's email: shooshta@basu.ac.ir



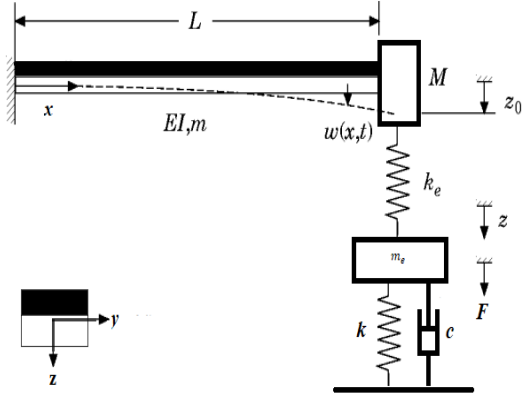


Fig. 1. The main structure with a vibration absorber.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m + M\delta(x-L)) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_h \frac{\partial w}{\partial t} + \alpha_r^{EM} V_E(t) + \alpha_r^{MM} V_M(t) = 0 \quad (1)$$

For an anisotropic and three-dimensional linear MEE solid, the MeM coupled constitutive equations can be written as [4]:

$$\sigma_i^M = C_{ik}^M \varepsilon_k^M - e_{ik}^M E_k^M - f_{ik}^M H_k^M \quad (2)$$

$$D_i^M = e_{ik}^M \varepsilon_k^M - h_{ik}^M E_k^M - g_{ik}^M H_k^M \quad (3)$$

$$B_i^M = f_{ik}^M \varepsilon_k^M - g_{ik}^M E_k^M - \mu_{ik}^M H_k^M \quad (4)$$

According to Eqs. (1) to (4), and Gauss and Faraday's law obtain the generated voltage.

The beam has a layer of magneto-electro-elastic so it will be affected by both electric and magnetic fields. Resistance R_1 is located in the electric field and resistance R_2 in the magnetic field. V_E is the amount of voltage generated in the electric field and V_M is the amount of voltage generated in the magnetic field. By changing the beam parameters, the amount of voltage generated in these two fields was investigated. Also, the effects of Beam Geometry Parameters on its natural frequency are investigated. The effect of these changes on the first natural frequency is considered because the highest displacement and output voltage is generated at this frequency.

Therefore, to optimize, we went to the genetic algorithm and used an appropriate cost function to achieve this goal. The two-objective cost function became a one-objective cost function. Thus, the problem became the minimization of the new objective function.

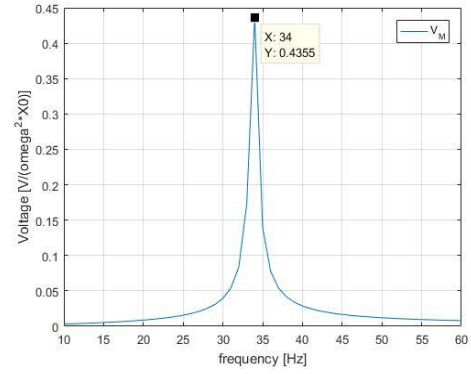


Fig. 2. The voltage generated in the magnetic field with optimized values.

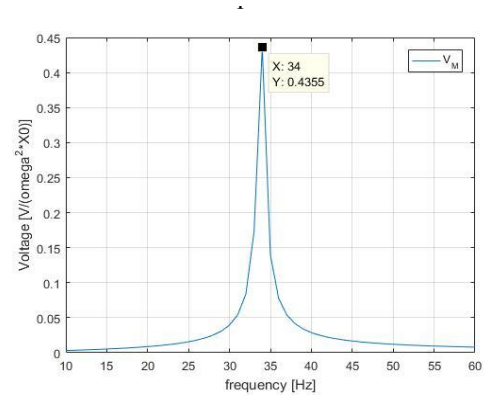


Fig. 3. The voltage generated in the electric field with optimized values.

The response surface methodology is used to design the experimental space and find the relationship between the variables and the objective functions. The type of RSM considered in this paper is Box-Behnken with 5 factors which generated 46 experiments.

3- Results and Discussion

In the sensitivity analysis, the effect of several different parameters on the output voltage was investigated and the five parameters that had the most impact were selected for optimization. The parameters considered for optimization are R_1 , t_m , L , M , and b , and other beam parameters were considered fixed. The values of the output voltage in the first mode with the optimal parameters are shown in Figs. 2 and 3.

4- Conclusion

In the present study, a vibration absorber with the ability to harvest energy from motion was presented. This absorber is composed of intelligent materials with piezoelectric and

piezomagnetic properties. First, the equations of motion of the primary system with the harmonic excitation force, connected to a two-layer Bernoulli Euler beam, with a layer of intelligent material and tip mass at the end were extracted. The Bernoulli Euler beam acts as an energy harvester, and if its resonant frequency is equal to the excitation frequency, the energy harvester will act as an absorber. The results showed that the maximum power is in the first mode. Therefore, the analysis of the beam energy harvesting system was performed in the first mode and the main frequency of the beam. Sensitivity analysis was performed for different beam parameters and the results showed that the length and thickness of the beam layers have the greatest effect on its natural frequency while the changes in beam width on the frequency are very imperceptible. Also, increasing the tip mass on the beam also reduced the frequency. The voltage and power generated were also evaluated by sensitivity analysis. Parameters whose increase was directly related to the increase in voltage and power included the length of the beam, the tip mass, the number of coil turns, the density of the layers, and the resistance of the electric field. However, by increasing the resistance of the electric field to the range of 10^5 ohms, the voltage also increased and then decreased. The highest voltage with a resistance of 10^5 ohms was recorded

in the electric field equal to $71.41 \text{ Vs}^2/\text{m}$ and in the magnetic field $1.2 \text{ Vs}^2/\text{m}$. Placing a mass at the free end of the beam significantly increases the amount of strain created, which in turn increases the output power. After examining the sensitivity analysis, to achieve the final goal, optimization was performed and the desired parameters were obtained based on the genetic algorithm.

References

- [1] H. Farham, Patent and Trademark Office, in, Washington, DC: US, 1911.
- [2] X. Shan, J. Deng, R. Song, T. Xie, A piezoelectric energy harvester with bending-torsion vibration in low-speed water, *Applied Sciences*, 7(2) (2017) 116.
- [3] M. Shishesaz, M.M. Shirbani, H.M. Sedighi, A. Hajnayeb, Design and analytical modeling of magneto-electro-mechanical characteristics of a novel magneto-electro-elastic vibration-based energy harvesting system, *Journal of Sound and Vibration*, 425 (2018) 149-169.
- [4] M. Vaezi, M. Moory-Shirbani, A. Hajnayeb, Free vibration analysis of magneto-electro-elastic microbeams subjected to magneto-electric Loads, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 75 (2015).

HOW TO CITE THIS ARTICLE

Z. Rajaei, A. Shooshtari, *Modeling and Optimization of Vibration Absorber Beam Combined with Magneto-Electro-Elastic Energy Harvester*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(6) (2022) 251-254.

DOI: [10.22060/mej.2022.20669.7291](https://doi.org/10.22060/mej.2022.20669.7291)





تحلیل و بهینه‌سازی تیر ترکیبی جاذب ارتعاشات و برداشت‌کننده انرژی با لایه مگنتوالکترو الاستیک

زهرا رجائی، علیرضا شوشتری*

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۷/۲۱

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۲۰

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۲۰

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۲/۳۰

کلمات کلیدی:

جاذب دینامیکی

برداشت انرژی

مواد مگنتوالکتروالاستیک

الگوریتم ژنتیک

خلاصه: به کارگیری یک جاذب ارتعاشی که بتواند ارتعاشات سازه را به حداقل برساند و در عین حال به عنوان برداشت‌کننده انرژی نیز مورد استفاده قرار گیرد بسیار مورد توجه بوده است. در پژوهش حاضر از یک تیر پیوسته حاوی لایه‌ای از مواد هوشمند مگنتوالکتروالاستیک به عنوان جاذب دینامیکی استفاده شده است. این جاذب با داشتن مواد دارای خاصیت پیزوالکتریک و پیزومغناطیس توانمند هم به کاهش ارتعاشات سیستم یک درجه آزادی کمک کرده و هم از آن انرژی برداشت می‌کند. بهترین عملکرد این جاذب در فرکانس تشدید اتفاق خواهد افتاد. با در نظر گرفتن یک نیروی تحریک هارمونیک اعمالی به سیستم اصلی، معادلات کلی جاذب استخراج گردید و تأثیر پارامترهای مختلف تیر بر برداشت انرژی مورد بررسی قرار گرفت. به کمک روش بهینه‌سازی و استفاده از الگوریتم ژنتیک مقادیر مناسب برای رسیدن به هر دو هدف به دست آمد. برای یافتن تابع هزینه از روش تجربی سطح پاسخ استفاده شد. بررسی‌ها در سه مود اول تیر انجام گرفت و مشخص شد که مدهای بعدی تأثیر چندانی در توان تولید شده ندارند. بیشترین میزان برداشت انرژی در مود اول و در محدوده‌ی فرکانسی ۱۰ تا ۴۰ هرتز اتفاق افتاده و میزان ارتعاشات سازه اصلی نیز حدود ۶۵ درصد کاهش یافت.

۱- مقدمه

که نقش یک جاذب را هم ایفا کرده و تحت تحریک تصادفی قرار گرفته است، مورد بررسی قرار دادند. در تحقیق آن‌ها نشان داده شد که وقتی تحریک پایه تصادفی باشد، می‌توان با استفاده از جاذب برداشت‌کننده انرژی، ارتعاشات سازه را کنترل کرد و از این ارتعاشات ناخواسته برای تولید انرژی استفاده کرد. انرژی تولید شده با جرم کلی ساختار رابطه‌ی مستقیم داشته و با افزایش جرم انرژی هم زیاد خواهد شد. لی و لین [۵] آزمایشی را با یک تیر آلومینیومی تحت تحریک هارمونیک و یک مبدل پیزوالکتریک به منظور برداشت انرژی و کاهش ارتعاشات آن انجام دادند. آن‌ها در انتهای تیر، جرمی را برای تنظیم خصوصیات دینامیکی جاذب قرار دادند. هنگامی که فرکانس طبیعی جاذب با فرکانس تحریک یکسان باشد، انرژی ارتعاشی بیشتری به جاذب منتقل می‌شود. اگرچه عملکرد این سیستم در کاهش ارتعاشات کمی تحت تأثیر قرار گرفت (۶ درصد)، اما توان برداشت‌شده بازده بسیار خوبی داشت.

یان و حاج [۶] در سال ۲۰۱۵ به بررسی یک جاذب ارتعاشی متشکل از یک تیر با جرم متمرکز و در معرض نیروی خارجی پرداختند. در مدل آن‌ها

ایده‌ی اولیه‌ی جاذب دینامیکی که شامل یک جرم، فنر و میراگر بود توسط فرام [۱] برای کاهش ارتعاشات سالن کشتی داده شد. با گذشت زمان برداشت انرژی از جاذب دینامیکی نیز مورد توجه قرار گرفت و مطالعات زیادی در زمینه‌ی مواد هوشمند برای استحصال انرژی از سیستم‌های مکانیکی صورت گرفت. مواد پیزوالکتریک بیشترین توسعه و مطالعه را از میان مواد هوشمند به خود اختصاص داده است. این گونه مواد در حضور میدان الکتریکی دچار تغییر شکل شده و برعکس هنگامی که دچار تغییر شکل می‌شوند، بار الکتریکی تولید می‌کنند [۲]. اخیراً در زمینه علوم مواد علاقه زیادی به مواد هوشمندی که دارای ویژگی‌های پیزوالکتریک و پیزومغناطیس هستند به وجود آمده است. ویژگی خاص این مواد که مگنتوالکتروالاستیک نامیده می‌شوند، ارتباط بین قطبش الکتریکی و میدان مغناطیسی می‌باشد [۳]. این تعامل، امکانات جدیدی را برای دستگاه‌های الکترونیکی فراهم می‌کند. مدهو و علی [۴] در سال ۲۰۱۶ یک سیستم گسسته‌ی برداشت انرژی

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: shooshta@basu.ac.ir



ورق‌های پیزوالکتریک به تیر متصل شده تا ارتعاشات ساختار پایه را به انرژی الکتریکی تبدیل کنند. این مدل غیرخطی با استفاده از اصل همپلتن توسعه یافته است. در این پژوهش اثرات مقاومت الکتریکی بر روی فرکانس و نسبت میرایی تیر مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد که شرایط اولیه تأثیر مهمی در پاسخ سیستم داشته و سطح نسبتاً بالای برداشت انرژی لزوماً با حداقل تغییر مکان ساختار پایه همراه نیست. چالا و همکاران [۷]، یک دستگاه برداشت‌کننده انرژی بر اساس تئوری ارتعاشات تیر طراحی کردند. در این دستگاه آهنربا بر روی یک تیر پیزوالکتریک نصب شده است. با ارتعاش تیر، به طور همزمان هم از سیستم پیزوالکتریک و هم از سیستم الکترومگنتی، انرژی دریافت می‌شود. یه‌ژانک و همکاران [۸] پژوهش خود را روی یک جاذب ارتعاش غیرخطی و برداشت‌کننده‌ی انرژی مگنتوالکتریک برای سیستم‌های فضایی بررسی کردند. اثرات فرکانس تحریک، مقدار مقاومت و پارامترهای غیرخطی در پاسخ ارتعاش سیستم و برداشت انرژی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. طبق نتایج کار آن‌ها تغییر در قدرت میدان مغناطیسی کمترین تأثیر را روی ولتاژ خروجی داشت. شرکائی و شوشتری [۹] برداشت انرژی از ارتعاشات غیرخطی یک صفحه مستطیل شکل با لایه پیزو الکتریک را مورد تحقیق قرار دادند. شرکائی و همکاران [۱۰] همچنین در ادامه با استفاده از روش تحلیلی برداشت انرژی از ارتعاشات جانبی غیرخطی از یک صفحه مستطیل شکل با مواد مگنتو الکتریک الاستیک را بررسی نمودند و با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی این امر را جهت حصول بیشترین توان برداشتی را به سر انجام رساندند. مک‌نیل و عبدل [۱۱] مدلسازی و برداشت انرژی از یک جاذب ارتعاشات ناشی از گردابه‌های سیال را مورد بررسی قرار دادند. این تحقیق بر اساس استفاده از ارتعاشات غیرخطی یک جاذب ارتعاش بنا شده است که انرژی جذب شده از ارتعاش ریزش گردابه‌های سیال را به انرژی سودمند الکتریکی تبدیل می‌نماید.

در تحقیقات صورت گرفته در زمینه برداشت انرژی، این دستگاه فقط برای تولید انرژی الکتریکی به کار گرفته شده و یا تنها از مواد پیزوالکتریک در جاذب استفاده شده است. در این پژوهش، مکانیزم دستگاه برداشت‌کننده انرژی، با جاذب دینامیکی ارتعاشات تلفیق شده و از مواد مگنتوالکتریک الاستیک به عنوان ماده‌ی اصلی در برداشت انرژی استفاده شده است. در این صورت برداشت‌کننده انرژی، به شکل یک جاذب دینامیکی ارتعاشات عمل کرده و می‌توان علاوه بر تولید انرژی الکتریکی، ارتعاشات ناخواسته یک سیستم ارتعاشی را کاهش داد.

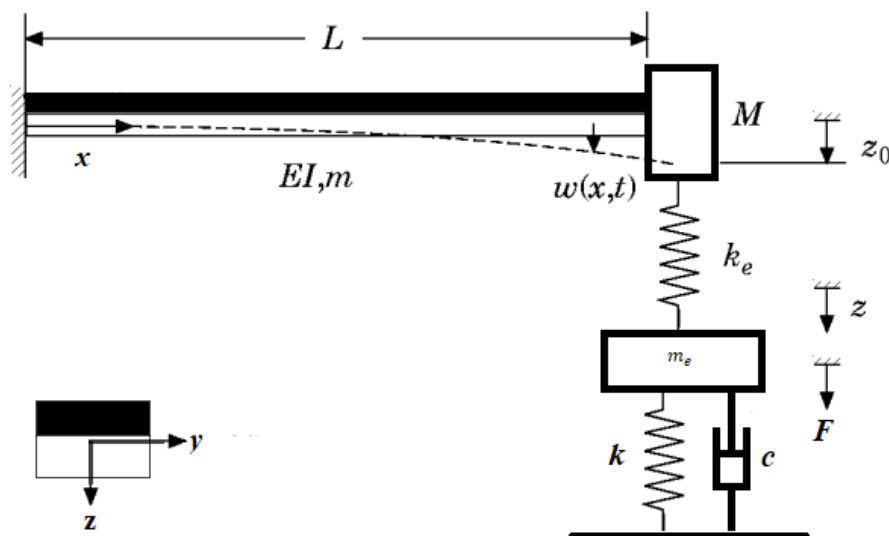
با توجه به تحقیقات ذکر شده مشاهده می‌گردد تیر یکسر گیردار با

لایه مگنتو الکتریک الاستیک تاکنون تنها به عنوان برداشت‌کننده انرژی مورد استفاده قرار گرفته است. اما در تحقیق حاضر این تیر هم به عنوان یک سیستم جاذب ارتعاش از یک سیستم یک درجه آزادی و توامان با آن یک سیستم برداشت‌کننده انرژی که انرژی جذب شده را به انرژی مفید الکتریکی تبدیل کند در نظر گرفته شده است که این امر اصلی‌ترین نوآوری این پژوهش می‌باشد. به عبارت دیگر در تحقیق حاضر، با تلفیق دستگاه برداشت انرژی و جاذب دینامیکی به صورت یک تیر اوپلر برنولی حاوی لایه‌ای از مواد مگنتوالکتریک الاستیک، سیستمی برای کاهش نوسانات یک سیستم یک درجه آزادی، که تحت تحریک نیرویی بوده طراحی شده است. در این حالت سیستم طراحی شده، علاوه بر جذب ارتعاشات سیستم اصلی، نیروی ارتعاشی در حال اتلاف را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. با تنظیم پارامترهای تیر، این سیستم به عنوان یک جاذب دینامیکی ارتعاشاتی عمل خواهد کرد. معادلات حاکم بر جاذب استخراج و با توجه به آن، پارامترهای بهینه برای کاهش نوسانات سیستم اصلی و همچنین تولید انرژی الکتریکی تنظیم گردیده است. کاربرد اصلی برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی در تأمین ولتاژ لازم میکروسورها و سیستم‌های میکروالکترومکانیکی بوده و کاربرد جاذب‌های ارتعاشی نیز در بسیاری از سیستم‌های مکانیکی که هدف کاهش ارتعاشات است مانند خطوط انتقال نفت و گاز، فونداسیون پمپ‌ها، کمپرسورها و سایر ماشین‌های دوار می‌باشد. بنابراین در این نوع سیستم می‌توان از انرژی مخرب ارتعاشی در جهت تأمین ولتاژ مفید سنسورها بهره برد.

۲- مدل‌سازی ریاضی

به منظور پیشبرد تحقیق حاضر، یک مدل ریاضی برای تولید ولتاژ به وسیله‌ی تیر یک سر گیردار با لایه‌ی مگنتوالکتریک بر پایه‌ی فرضیات تیر اوپلر برنولی متصل شده به یک ساختار اصلی یک درجه آزادی شامل جرم و فنر و دمپر که مورد تحریک نیرویی قرار گرفته است، در نظر گرفته شد. در شکل ۱ مدل ساختار اصلی به همراه جاذب ارتعاشی و برداشت‌کننده انرژی دو لایه نشان داده شده است. مدل استفاده شده در این تحقیق به صورت مود ۳۱ در نظر گرفته شده است، به این معنا که در مدل سه بعدی تنش یا کرنش مکانیکی در جهت ۱ (X) و میدان الکتریکی و مغناطیسی در جهت ۳ (Z) ایجاد خواهند شد.

در مواد مگنتوالکتریک الاستیک بین متغیرهای الاستیک، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی همبستگی وجود داشته و دارای رفتاری مشترک



شکل ۱. ساختار اصلی به همراه جاذب ارتعاشی

Fig. 1. The main structure with vibration absorber.

تعریف می‌شوند. اگر پتانسیل الکتریکی را با ϕ و پتانسیل مغناطیسی را با ψ نشان دهیم معادلات (۴) تا (۶) بیان‌کننده‌ی این روابط هستند [۱۲].

$$\varepsilon_{ij} = 0.5 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (۴)$$

$$E_i = -\frac{\partial \phi}{\partial x_i} = -\phi_{,i} \quad (۵)$$

$$H_i = -\frac{\partial \psi}{\partial x_i} = -\psi_{,i} \quad (۶)$$

میدان جابجایی و کرنش با توجه به اینکه در جهت محور y جابجایی و میدان الکتریکی و مغناطیسی ثابت هستند به صورت معادلات (۷) و (۸) خواهند بود [۱۲].

$$u_1 = -z \frac{\partial w(x,t)}{\partial x}, u_2 = 0, u_3 = w(x,t) \quad (۷)$$

بین حوزه‌های الاستیک، الکتریک و مغناطیس هستند. ساختار این مواد به‌گونه‌ای است که کرنش ایجاد شده به دلیل تغییر شکل را به صورت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی آزاد می‌کنند. بنابراین برای یک ماده‌ی جامد ناهمسانگرد خطی در حالت سه بعدی معادله تشکیل‌دهنده مواد مگنتوالکتروالاستیک به صورت روابط (۱) تا (۳) تعریف می‌شود [۱۲].

$$\sigma_i^M = C_{ik}^M \varepsilon_k^M - e_{ik}^M E_k^M - f_{ik}^M H_k^M \quad (۱)$$

$$D_i^M = e_{ik}^M \varepsilon_k^M - h_{ik}^M E_k^M - g_{ik}^M H_k^M \quad (۲)$$

$$B_i^M = f_{ik}^M \varepsilon_k^M - g_{ik}^M E_k^M - \mu_{ik}^M H_k^M \quad (۳)$$

در این روابط B_i^M و D_i^M ، σ_i^M به ترتیب تنش مکانیکی، جابجایی الکتریکی و چگالی شار مغناطیسی؛ E_k^M و H_k^M ، به ترتیب کرنش، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی؛ C_{ik}^M و h_{ik}^M و μ_{ik}^M به ترتیب ضریب الاستیک، ضریب دی‌الکتریک و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی؛ f_{ik}^M و e_{ik}^M و g_{ik}^M نیز به ترتیب ضریب پیزوالکتریک، ضریب پیزومغناطیس و ضریب مگنتوالکتریک می‌باشند. اجزای تانسور کرنش به کمک میدان جابجایی

$$w|_{x=0} = \frac{\partial w}{\partial x}|_{x=0} = 0$$

$$EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(L, t) = 0 \quad (13)$$

$$EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(L, t) = k_e(z_0 - z), z_0 = w(L, t)$$

با جایگذاری معادله (۱۲) در (۹) معادله‌ی زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} & EI \sum_{i=1}^n W_i(x) T_i(t) + \\ & (m + M \delta(x - L)) \sum_{i=1}^n W_i(x) \ddot{T}_i(t) + \\ & C_h \sum_{i=1}^n W_i(x) \dot{T}_i(t) + \alpha_r^{EM} V_E(t) + \\ & \alpha_r^{MM} V_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

جواب کلی $W(x)$ با اعمال شرایط مرزی به صورت معادله‌ی زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} W(x) = & \sqrt{\frac{1}{(m+M)l}} \left[\left(\cos \frac{\beta_r}{l} x - \cosh \frac{\beta_r}{l} x \right) - \right. \\ & \left. \left(\frac{\sin \beta_r + \sinh \beta_r}{\cos \beta_r + \cosh \beta_r} \right) \left(\sin \frac{\beta_r}{l} x - \sin \frac{\beta_r}{l} x \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

و در نهایت فرکانس طبیعی تیر به صورت زیر خواهد بود:

$$\omega_r = \beta_r^2 \sqrt{\frac{CI}{(M+m)l^4}} \quad (16)$$

تیر مورد بررسی از دو لایه با جنس‌های متفاوت تشکیل گردیده است بنابراین برای بررسی روابط ممان خمشی برای آن ابتدا لازم است مرکز سطح آن مشخص گردد. شکل ۲- الف سطح مقطع تیر و ضخامت هر یک از لایه‌ها را نشان می‌دهد. در این شکل $\bar{z}$ محور خنثی بوده و t_a ، t_b و t_c

$$\varepsilon_1 = -z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}, \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0 \quad (8)$$

تحت فرض تئوری تیر اوپلر برنولی معادله‌ی تیر دو لایه‌ی در نظر گرفته شده برای جاذب با جرم متمرکز در انتهای آن و با فرض ثابت ماندن ممان اینرسی سطح مقطع عرضی و چگالی واحد جرمی طول به صورت معادله‌ی (۹) بدست خواهد آمد α_r^{EM} و α_r^{MM} نیز نیروهای هستند که خاصیت پیزوالکتریک و پیزومغناطیس در خلاف جهت نیروی تحریک به تیر وارد می‌کند.

$$\begin{aligned} & EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m + M \delta(x - L)) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \\ & C_h \frac{\partial w}{\partial t} + \alpha_r^{EM} V_E(t) + \alpha_r^{MM} V_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

پارامترهای m ، M ، C_h و EI به ترتیب جرم تیر، جرم متمرکز انتهای تیر، ضریب میرایی و صلیبیت خمشی تیر هستند. معادلات سازه اصلی نیز تحت تحریک هارمونیک F به صورت رابطه‌ی (۱۲) و (۱۳) بدست خواهد آمد [۱۳].

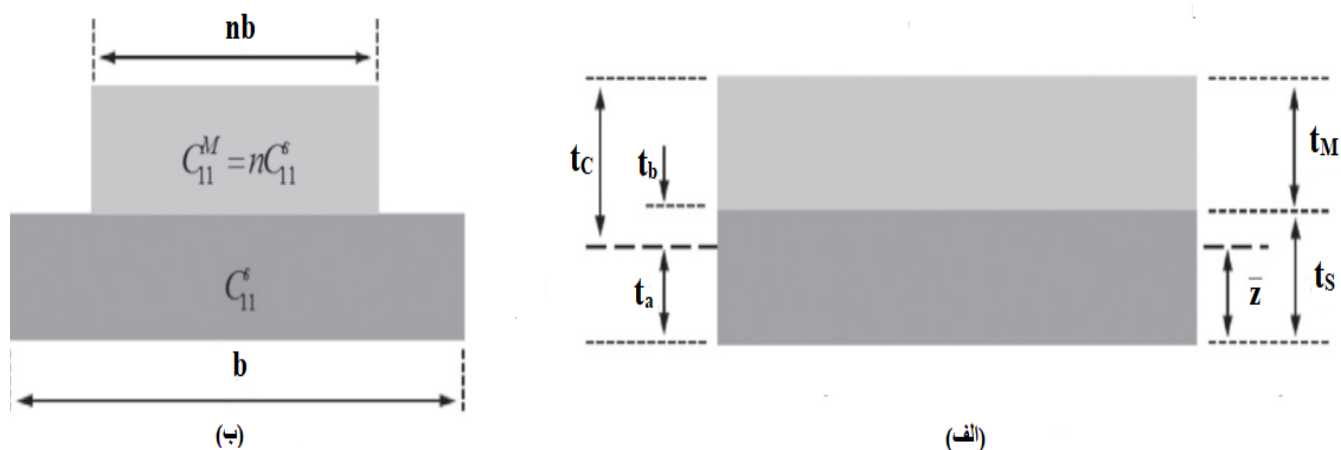
$$-k_e(z_0 - z) - kz - c\dot{z} + F = m_e \ddot{z} \quad (10)$$

$$m_e \ddot{z} + k_e(z_0 - z) + kz + c\dot{z} = F \quad (11)$$

برای حل معادله‌ی (۹) از روش جداسازی استفاده شده است:

$$w(x, t) = \sum_{r=0}^{\infty} W_r(x) T_r(t) \quad (12)$$

شرایط مرزی تیر یکسر گیردار در نظر گرفته شده و به صورت روابط زیر خواهد بود [۱۳]:



شکل ۲. الف: سطح مقطع تیر جاذب و برداشت کننده. ب: سطح مقطع تبدیل شده برای یافتن مرکز سطح

Fig. 2. (a): Cross-sectional view of the unimorph harvester (b): View of the transformed cross-section.

$$\begin{aligned}
 M(x, t) = & \left[\int_{t_b}^{t_c} \frac{e_{31}^M}{t_M} b z dz \right] \times \\
 & V_E(t) [H(x) - H(x-l)] - \\
 & \left[\int_{t_b}^{t_c} \frac{f_{31}^M}{t_M} \cdot \frac{N}{R_2} b z dz \right] V_M(t) [H(x) - H(x-l)] \\
 & + \left[\int_{-t_a}^{t_b} C_{11}^S b z^2 dz + \int_{t_b}^{t_c} C_{11}^M b z^2 dz \right] \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \\
 & CI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \theta_{EM} V_E(t) \times \\
 & [H(x) - H(x-l)] + \\
 & \theta_{MM} V_M(t) [H(x) - H(x-l)]
 \end{aligned} \quad (19)$$

در معادله (۱۹)، $H(x)$ تابع پله‌ای بازه‌ای^۱ بوده و پارامترهای θ_{EM} ، θ_{MM} و CI به صورت روابط (۲۷) تا (۲۹) تعریف می‌شوند که ضریب الکترومکانیکی و θ_{MM} ضریب مگنتومکانیکی می‌باشند [۳]:

نسبت به آن سنجیده می‌شوند. t_a فاصله‌ی لایه‌ی اصلی تا محور خنثی، t_c فاصله‌ی لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک تا محور خنثی و n نیز نسبت مدول یانگ لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک به لایه‌ی زیرین می‌باشد. t_m نیز ضخامت لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک و t_s ضخامت لایه‌ی اصلی است. با توجه به شکل ۲ و رابطه‌ی $\bar{z} = \frac{\sum AY}{\sum Y}$ محل قرار گرفتن محور خنثی به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{z} = \frac{t_s^2 + t_M^2 n + 2t_s t_m}{2(t_s + nt_m)} \quad (17)$$

رابطه‌ی ممان خمشی در تیر به صورت معادله‌ی (۱۸) تعریف می‌شود و با توجه به اینکه تیر از دو بخش با جنس متفاوت تشکیل شده است و به کمک رابطه‌ی (۱) که مربوط به تنش در لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک است، معادله‌ی (۱۹) از آن استخراج خواهد شد [۱۴]:

$$\begin{aligned}
 M(x, t) = & - \int_{-t_a}^{t_c} \sigma b z dz = \\
 & - \int_{-t_a}^{t_b} \sigma^s b z dz - \int_{t_b}^{t_c} \sigma^m b z dz
 \end{aligned} \quad (18)$$

1 Heaviside step function

$$\tan \varphi = \frac{-\omega c}{(k - m\omega^2)} \quad (26)$$

با در نظر گرفتن $x(t=0) = x_0$ و $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ به عنوان شرایط اولیه، معادله (۲۷) بدست می‌آید:

$$X_0 = [(x_0 - Z \cos \phi)^2 + \frac{1}{\omega_d^2} (\xi \omega_n x_0 + \dot{x}_0 - \xi \omega_n Z \cos \phi - \omega Z \sin \phi)^2]^{1/2} \quad (27)$$

۳- استخراج معادلات ولتاژ و توان

در این قسمت معادلات مربوط به ولتاژ تولیدی، استخراج خواهد شد [۱۴]. با توجه به قانون گاوس می‌توان شار الکتریکی ایجاد شده روی الکترودهای لایه‌ی مگنتوالکترولاستیک را به کمک رابطه‌ی (۲۸) به‌دست آورد:

$$Q_E = \int_S D \cdot dA \quad (28)$$

که D همان جابجایی میدان الکتریکی است که از معادله‌ی (۲) جایگذاری می‌شود:

$$Q_E = \int_0^L \int_0^b [-e_{31}^M t_{Mc} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) - \frac{h_{33}^M}{t_M} V_E(t) + \quad (29)$$

$$\frac{g_{33}^M}{t_M} i_M(t)] dy dx = -e_{31}^M t_{Mc} b \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l} - \frac{h_{33}^M b l}{t_M} V_E(t) + \frac{g_{33}^M N b l}{t_M} i_M(t)$$

در معادله‌ی فوق، t_{Mc} فاصله‌ی محور خنثی تا مرکز لایه‌ی مگنتوالکترولاستیک می‌باشد. جریان ایجاد شده نیز با مشتق شار الکتریکی به صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \theta_{EM} &= \frac{be_{31}^M}{2t_M} [(t_M + t_s - \bar{z})^2 - (t_s - \bar{z})^2] \\ \theta_{MM} &= \frac{bf_{31}^M}{2t_M} \cdot \frac{N}{R_2} [(t_M + t_s - \bar{z})^2 - (t_s - \bar{z})^2] \\ CI &= C_{11}^S b \left[\frac{t_s^3}{12} + t_s \left(\bar{z} - \frac{t_s}{2} \right)^2 \right] + \\ &C_{11}^M b \left[\frac{t_M^3}{12} + t_M \left(\frac{t_M}{2} + t_s - \bar{z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (20)$$

مقادیر α_r^{EM} و α_r^{MM} در معادله‌ی حرکت تیر اویلر برنولی نیز به صورت معادلات (۲۱) و (۲۲) تعریف می‌شوند [۳]:

$$\alpha_r^{EM} = \theta_{EM} \frac{dW_r(x)}{dx} \Big|_{x=l} \quad (21)$$

$$\alpha_r^{MM} = \theta_{MM} \frac{dW_r(x)}{dx} \Big|_{x=l} \quad (22)$$

با داشتن معادله‌ی حرکت تیر پیوسته اکنون می‌توان پاسخ سیستم اصلی را نیز طبق معادله‌ی (۱۱) به دست آورد:

$$\begin{aligned} m_e \ddot{z} - k_e z + k z + c \dot{z} &= \\ F - k_e z_0, z_0 = w(L, t) &= Z_0 e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (23)$$

پاسخ خصوصی معادله (۲۳) و نهایتاً مقدار Z مطابق روابط زیر به دست خواهد آمد:

$$z_p(t) = Z e^{-j\varphi} e^{j\omega t}, F = F_0 e^{j\omega t} \quad (24)$$

$$Z = \frac{(F_0 - k_e Z_0)}{\left[(k - m\omega^2)^2 + c^2 \omega^2 \right]^{1/2}} \quad (25)$$

$$\frac{\mu_{33}^M b l N^2}{t_M} \frac{dV_M}{dt} + R_2 V_M(t) =$$

$$f_{31}^M t_{Mc} b N R_2 \frac{dW_r(x)}{dx} \Big|_{x=l} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{dT_r(t)}{dt} + \quad (34)$$

$$\frac{g_{33}^M b l N R_2}{t_M} \frac{dV_E}{dt}$$

$$i_E(t) = \frac{dQ_E(t)}{dt} =$$

$$-e_{31}^M t_{Mc} b \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} - \quad (30)$$

$$\frac{h_{33}^M b l}{t_M} \frac{dV_E(t)}{dt} + \frac{g_{33}^M N b l}{t_M} \frac{di_M(t)}{dt}$$

برای تابع زمانی از معادله حرکت (۹) و با اعمال روش گلرکین، معادله

با اعمال قانون اهم به معادله‌ی (۳۰)، معادله (۳۱) استخراج خواهد شد:

بدست خواهد آمد:

$$\frac{d^2 T_r(t)}{dt^2} + 2\xi \omega_r \frac{dT_r(t)}{dt} + \omega_r^2 T_r(t) +$$

$$\alpha_r^{EM} V_E(t) + \alpha_r^{MM} V_M(t) = F_r(t) \quad (35)$$

$$\frac{h_{33}^M b l}{t_M} \frac{dV_E(t)}{dt} + \frac{V_E(t)}{R_1} =$$

$$-e_{31}^M t_{Mc} b \frac{dW_r(x)}{dx} \Big|_{x=l} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{dT_r}{dt} + \quad (31)$$

$$\frac{g_{33}^M N b l}{t_M R_2} \frac{dV_M(t)}{dt}$$

$$\xi = \frac{C_h}{2m\omega_r} \quad (36)$$

برای محاسبه‌ی ولتاژ تولید شده در هسته‌ی داخلی با N دور از رابطه‌ی

(۳۲) کمک گرفته که در آن $\frac{d\phi}{dt}$ آهنگ تغییر شار مغناطیسی بوده و B نیز میدان مغناطیسی می‌باشد:

$$F_r(t) = k_e X e^{i\omega t} \quad (37)$$

$$V_M(t) = -N \frac{d\phi}{dt}, \phi = \sum_{i=1}^N \int B \cdot dA \quad (32)$$

در نهایت با حل همزمان معادلات (۳۱)، (۳۴) و (۳۵) معادلات ولتاژ

با جایگذاری B در معادله‌ی (۳۲) معادله (۳۳) حاصل می‌شود:

تولید شده در میدان الکتریکی و مغناطیسی به صورت روابط (۳۸) و (۳۹)

به‌دست خواهد آمد.

$$\phi = \int_0^L \int_0^b \left[-f_{31}^M t_{Mc} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) - \frac{g_{33}^M}{t_M} V_E(t) + \right. \quad (33)$$

$$\left. \frac{\mu_{33}^M}{t_M} \frac{N}{R_2} V_M(t) \right] dy dx =$$

$$-f_{31}^M t_{Mc} b \frac{\partial w}{\partial x}(x,t) \Big|_{x=l} -$$

$$\frac{g_{33}^M b l}{t_M} V_E(t) + \frac{\mu_{33}^M b l}{t_M} \frac{N}{R_2} V_M(t)$$

و در نتیجه:

$$V_E(t) =$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \omega g_r^{ME} k_e X}{[(\omega_r^2 - \omega^2) + j(2\xi \omega_r \omega)]} e^{j\omega t}$$

$$\left[\left(\frac{1}{R_1} + j \omega C_M \right) + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \omega g_r^{ME} \alpha_r^{EM}}{[(\omega_r^2 - \omega^2) + j(2\xi \omega_r \omega)]} \right] + \quad (38)$$

$$\frac{V_M^A}{V_E^A} \left[\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \omega g_r^{ME} \alpha_r^{MM}}{[(\omega_r^2 - \omega^2) + j(2\xi \omega_r \omega)]} - \chi_{ME} \right]$$

جدول ۱. پارامترهای هندسی و مکانیکی [۳]

Table 1. Material properties and geometric dimensions of the beam [3].

پارامتر	مقدار
مدول یانگ لایه اصلی ($\text{Nm}^{-۲}$)	۹۷×۱۰^۹
مدول یانگ لایه MEE ($\text{Nm}^{-۲}$)	۲۱۵×۱۰^۹
ضریب پیزوالکتریک ($\text{cm}^{-۲}$)	$-۲/۸$
ضریب پیزومغناطیس ($\text{NA}^{-۱}$)	۲۲۰
ضریب دی‌الکتریک ($\text{C}^{\text{T}}\text{N}^{-۱}\text{m}^{-۲}$)	$۶/۳ \times ۱۰^{-۹}$
ضریب مگنتوالکتریک ($\text{NsV}^{-۱}\text{C}^{-۱}$)	۲۷۵۰×۱۰^{-۱۲}
نفوذپذیری مغناطیسی ($\text{Ns}^{\text{T}}\text{C}^{-۲}$)	$۸۳/۵ \times ۱۰^{-۶}$
چگالی لایه اصلی ($\text{kgm}^{-۳}$)	۸۴۹۰
چگالی لایه MEE ($\text{kgm}^{-۳}$)	۵۵۵۰

از آنجایی که رابطه‌ی بین ولتاژ و توان مطابق معادله‌ی (۴۲) تعریف می‌شود، بنابراین توان تولید شده نیز به راحتی قابل محاسبه است.

$$P(t) = \frac{1}{2R} |V|^2 \quad (۴۲)$$

۴- اعتبار سنجی مدل و معادلات

برای بررسی و تأیید روابط استخراج شده از حل معادلات مدل پیشنهادی، ابتدا به بررسی نتایج حاصل از مقاله‌ی [۳] پرداخته و سپس نمودارهای پژوهش حاضر ارائه خواهد شد و در واقع مقایسه‌ای برای ولتاژ تولید شده انجام خواهد گرفت. در جدول ۱ مقادیر پارامترهای مرجع [۳] آورده شده است.

نمودارهای مقاله مرجع [۳] و پژوهش حاضر برای اعتبارسنجی در شکل‌های ۳ تا ۶ نشان داده شده‌اند. در شکل ۳ نمودار میزان ولتاژ تولیدی در مقاله مرجع با تغییر فرکانس تحریک در میدان الکتریکی و مغناطیسی با مقادیر $R_1 = ۱۰^۴$ و $R_2 = ۱۰^۲$ مشخص شده است. در شکل ۴ نیز اعتبارسنجی صورت گرفته و مقادیر با اختلاف ناچیزی نسبت به نمودار اصلی حاصل شده است که این اختلاف به دلیل دقیق نبودن دامنه‌ی نیروی تحریک و روند محاسباتی در نرم‌افزار متلب می‌باشد.

با مقایسه نمودارهای این بخش مشاهده می‌گردد تطابق خوبی در روند

$$V_M(t) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \omega g_r^{MM} k_e X}{[(\omega_r^2 - \omega^2) + j(2\xi \omega_r \omega)]} e^{j\omega t}}{\left[(R_2 + j\omega L_C) + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \omega g_r^{MM} \alpha_r^{MM}}{[(\omega_r^2 - \omega^2) + j(2\xi \omega_r \omega)]} \right] + \frac{V_E^A}{V_M^A} \left[\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \omega g_r^{MM} \alpha_r^{EM}}{[(\omega_r^2 - \omega^2) + j(2\xi \omega_r \omega)]} - \chi_{EM} \right]} \quad (۳۹)$$

که در آن‌ها:

$$C_M = \frac{h_{33}^M b l}{t_M} \quad (۴۰)$$

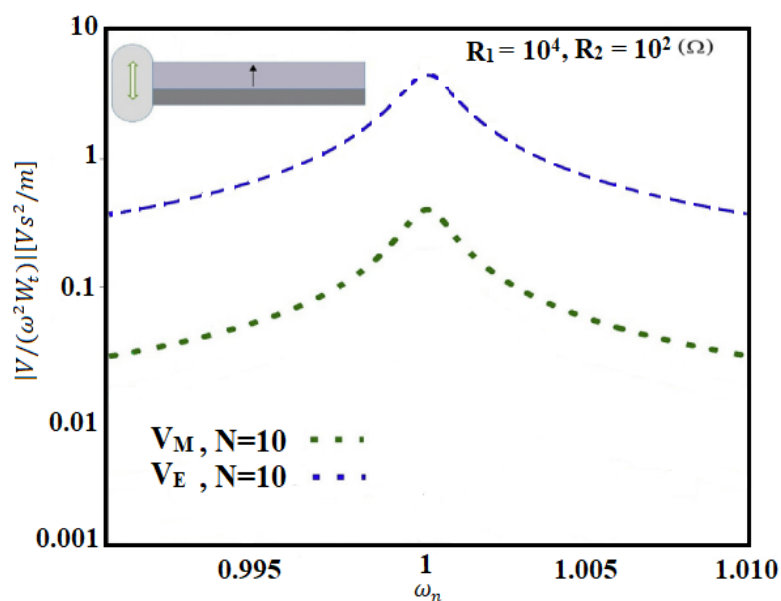
$$g_r^{ME} = -e_{31}^M t_{Mc} b \frac{dW_r(x)}{dx} \Big|_{x=l}$$

$$\chi_{ME} = \frac{g_{33}^M N}{R_2 t_M} b l$$

$$L_C = \frac{\mu_{33}^M}{t_M} N^2 b l$$

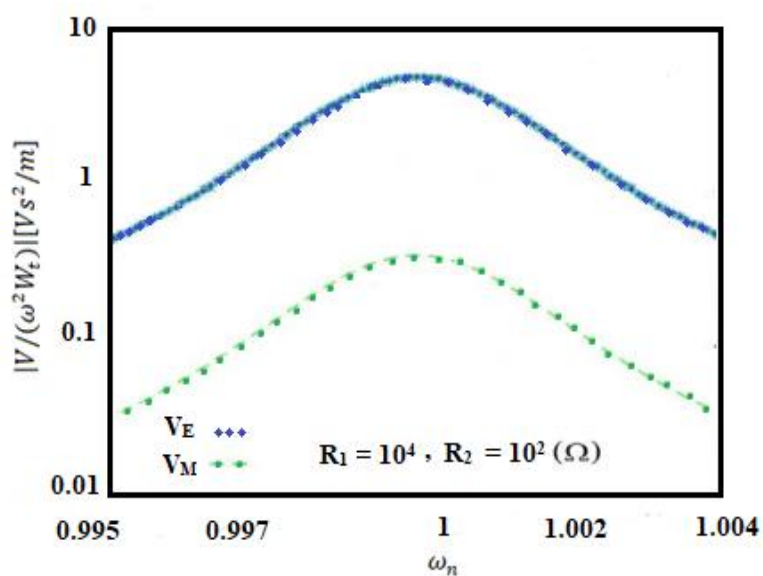
$$g_r^{MM} = f_{31}^M N R_2 b t_{Mc} \frac{dW_r(x)}{dx} \Big|_{x=l} \quad (۴۱)$$

$$\chi_{EM} = \frac{g_{33}^M N R_2 b l}{t_M}$$



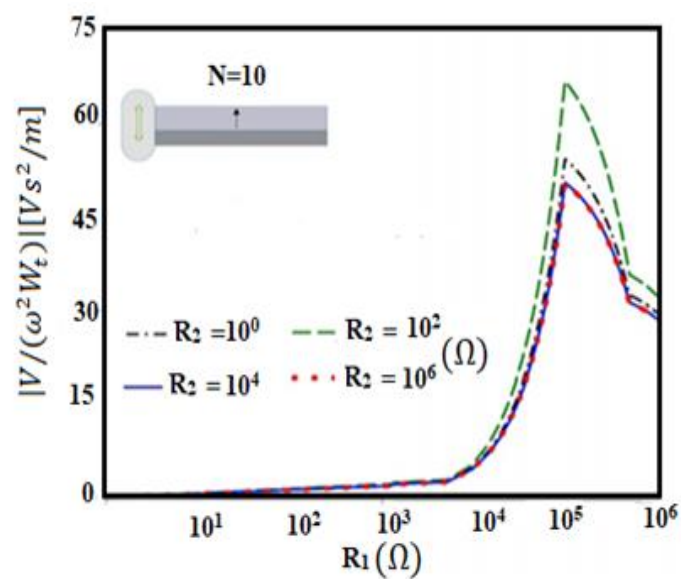
شکل ۳. ولتاژهای تولیدشده در میدان الکتریکی و مغناطیسی در مقاله‌ی [۳]

Fig. 3. The generated voltage from electric and magnetic field in reference[3].



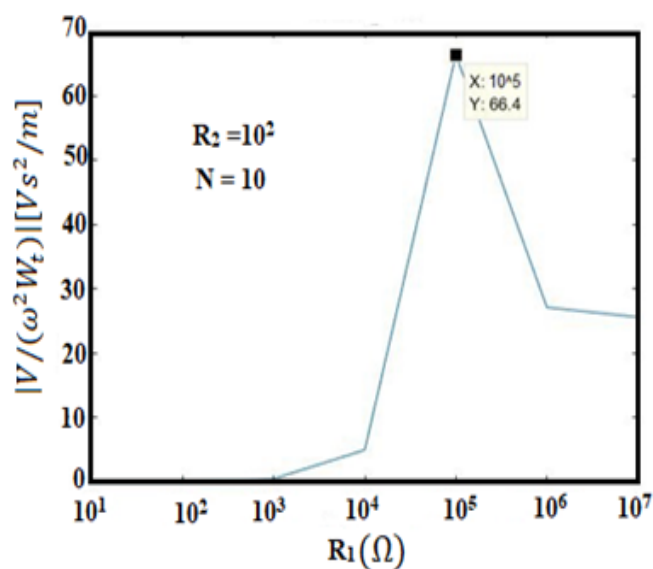
شکل ۴. ولتاژهای تولیدشده در میدان الکتریکی و مغناطیسی در پژوهش حاضر

Fig. 4. The generated voltage from electric and magnetic field in the present study.



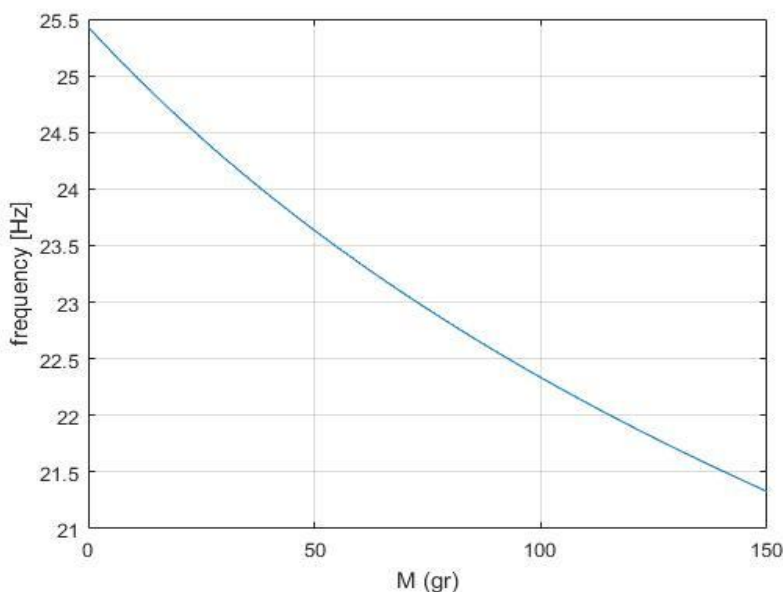
شکل ۵. ولتاژ تولید شده در میدان الکتریکی با تغییر مقاومت آن در مقاله‌ی [۳]

Fig. 5. Effect of resistance R_1 on the generated voltage in reference [3].



شکل ۶. ولتاژ تولید شده در میدان الکتریکی با تغییر مقاومت آن در پژوهش حاضر

Fig. 6. Effect of resistance R_1 on the generated voltage in the present study.



شکل ۷. تأثیر افزایش جرم متمرکز متصل به تیر بر فرکانس طبیعی آن

Fig. 7. Effect of the tip mass attached to the beam on natural frequency.

نقش مهمی ایفا می‌سازد. همانطور که در شکل ۸ قابل مشاهده است تغییرات عرض تیر، اثر بسیار ناچیزی در افزایش فرکانس طبیعی اول آن دارد. به عبارت دیگر با افزایش عرض تیر سختی آن به مقدار ناچیزی افزایش می‌یابد و در نتیجه فرکانس طبیعی را افزایش می‌دهد.

با توجه به شکل ۹ نیز مشخص است فرکانس طبیعی با افزایش طول تیر به صورت غیرخطی کاهش یافته است که این امر ناشی از کاهش سختی تیر یک سر گیردار به علت افزایش طول آن است. با تغییر ضخامت لایه‌های تیر، فرکانس طبیعی به شدت تحت تأثیر قرار گرفته و در واقع تغییر ضخامت اثر بسیار بیشتری نسبت به تغییرات عرض تیر در افزایش سختی تیر و در نتیجه افزایش فرکانس طبیعی اصلی آن دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت بیشترین تأثیر در تغییرات ضخامت و کمترین تأثیر در تغییرات عرضی تیر اتفاق خواهد افتاد.

نهایتاً با بررسی تأثیر طول، ضخامت و پهنای تیر می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش ضخامت، ممان اینرسی سطح مقطع عرضی تیر حول محور Y افزایش یافته و هر چه ممان اینرسی یک مقطع بیشتر باشد میزان جابجایی عمودی تیر و شیب آن کمتر خواهد بود. بنابراین با تغییر شرایط مرزی، معادله‌ی مشخصه و به دنبال آن مقادیر ویژه سیستم تغییر خواهد کرد و تیر در فرکانس بالاتری برانگیخته خواهد شد که این اتفاق به این معناست که افزایش ضخامت رابطه‌ای مستقیم با فرکانس دارد. با افزایش پهنای

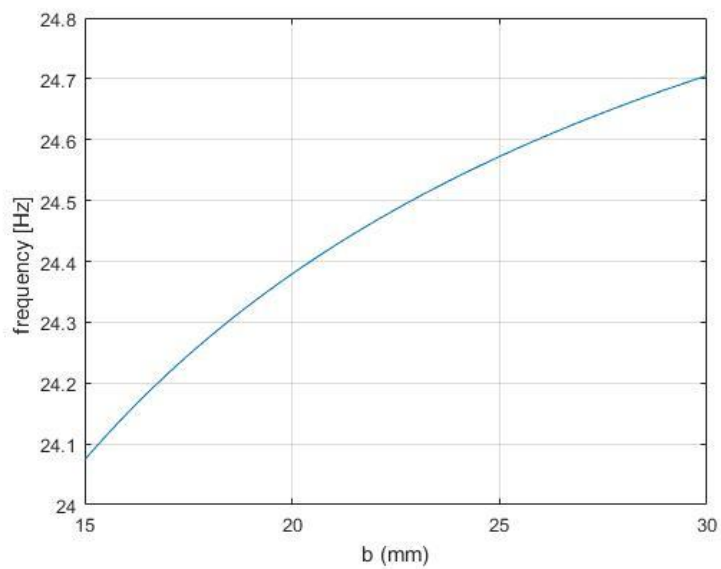
ولتاژ تولید شده در مقاله مرجع و پژوهش حاضر وجود دارد. البته ذکر این نکته لازم است در مقاله مرجع تیر بدون جرم متمرکز در انتها می‌باشد.

۵- تأثیر تغییر پارامترهای تیر بر فرکانس طبیعی

در این بخش به بررسی پارامترهای مختلف بر رفتار ارتعاشی و میزان انرژی برداشت شده و همچنین میزان کاهش دامنه ارتعاشات در سیستم اصلی پرداخته می‌شود. هدف از مطالعه پارامتری تعیین اثرگذارترین پارامترها بر فرکانس طبیعی و مقدار ولتاژ برداشت شده و در نتیجه انتخاب مهم‌ترین و موثرترین پارامترها در عملیات بهینه‌سازی است.

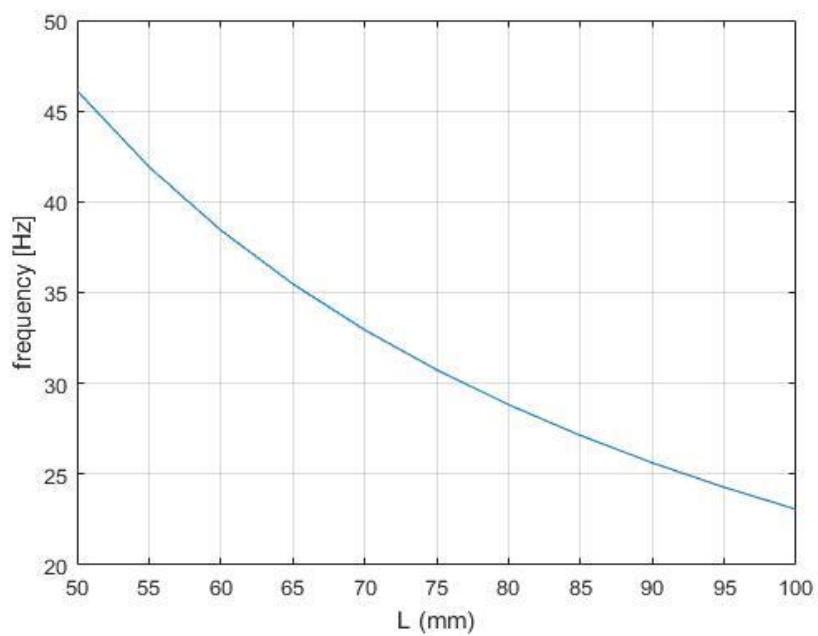
در شکل‌های ۷ تا ۱۱ تأثیر تغییرات ابعاد تیر اولیه برنولی بر فرکانس طبیعی آن مورد بررسی قرار گرفته است. این کمیت، تابعی از اینرسی جرم، الاستیسیته آن و میزان استهلاک مدل در سیستم تحت ارتعاش می‌باشد. اثر این تغییرات در فرکانس طبیعی اول در نظر گرفته شده است زیرا بیش‌ترین جابجایی و ولتاژ تولیدی در این فرکانس ایجاد می‌شود.

با توجه به اینکه فرکانس طبیعی با سختی سازه رابطه مستقیم و با جرم سازه رابطه معکوس دارد، بنابراین همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌گردد با افزایش جرم متمرکز روی تیر، فرکانس طبیعی آن کاهش می‌یابد. افزایش جرم به صورت نقطه‌ای و یا توزیع جرم در یک ناحیه محدود، در معادله دینامیکی سیستم تحت ارتعاش اثرگذار بوده و در تعیین مود شیب ارتعاشی



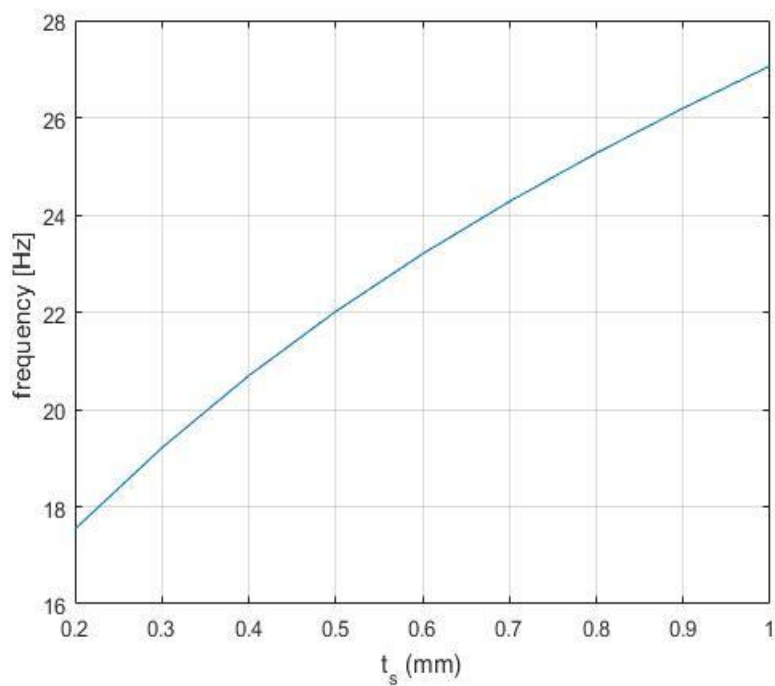
شکل ۸. تأثیر افزایش عرض تیر بر فرکانس طبیعی آن

Fig. 8. Effect of width on natural frequency.



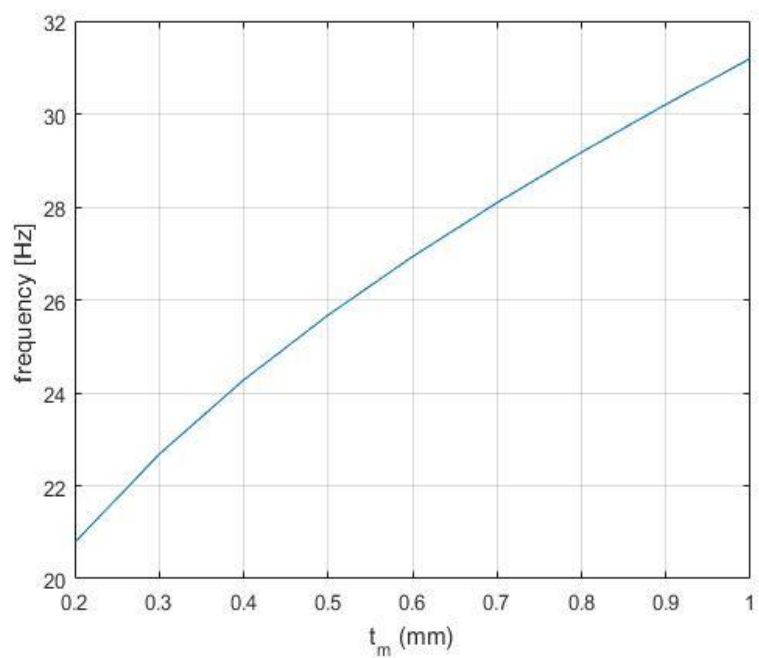
شکل ۹. تأثیر افزایش طول تیر بر فرکانس طبیعی آن

Fig. 9. Effect of beam length on natural frequency.



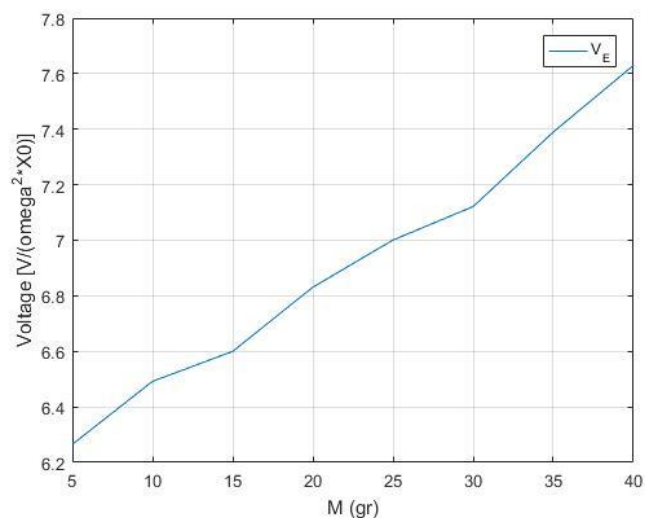
شکل ۱۰. تأثیر افزایش ضخامت لایه‌ی اصلی تیر بر فرکانس طبیعی آن

Fig. 10. Effect of Thickness of the substrate layer on natural frequency.



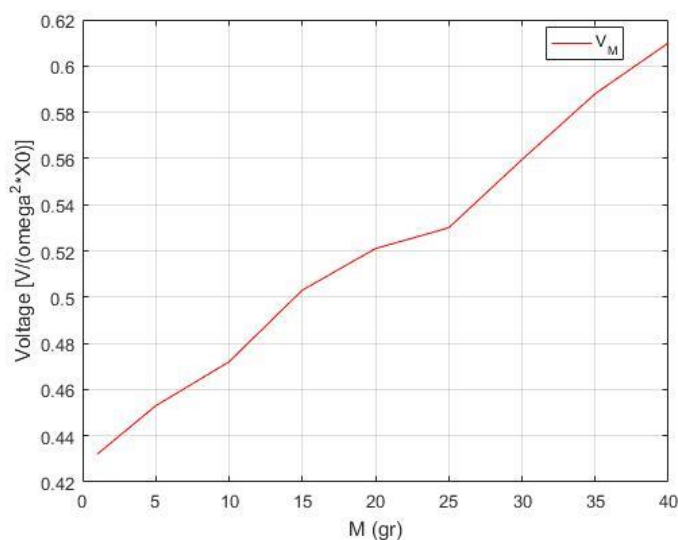
شکل ۱۱. تأثیر افزایش ضخامت لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک بر فرکانس طبیعی آن

Fig. 11. Effect of Thickness of the MEE layer on natural frequency.



شکل ۱۲. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان الکتریکی با تغییر جرم متمرکز روی تیر

Fig. 12. The harvested voltage from the electric field by changing the tip mass of the beam.



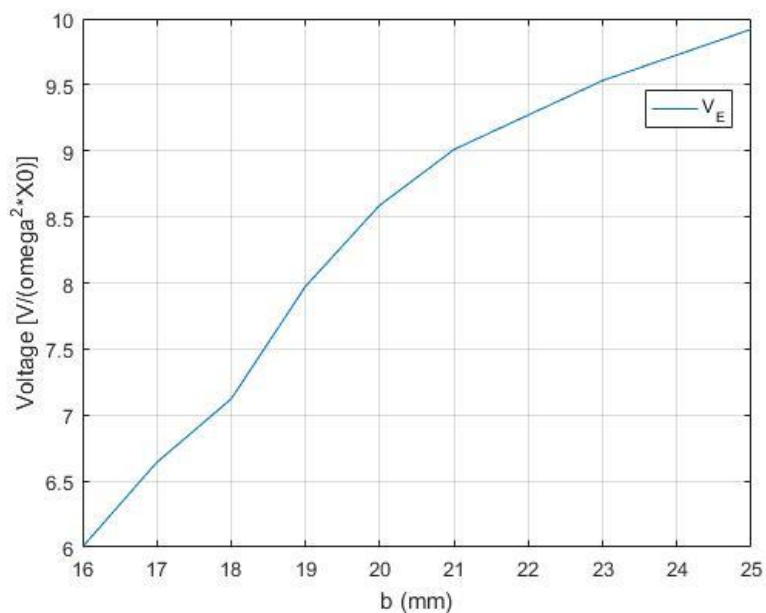
شکل ۱۳. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان مغناطیسی با تغییر جرم متمرکز روی تیر

Fig. 13. The harvested voltage from the magnetic field by changing the tip mass of the beam.

۶- بررسی پارامترهای تیر بر ولتاژ تولیدی

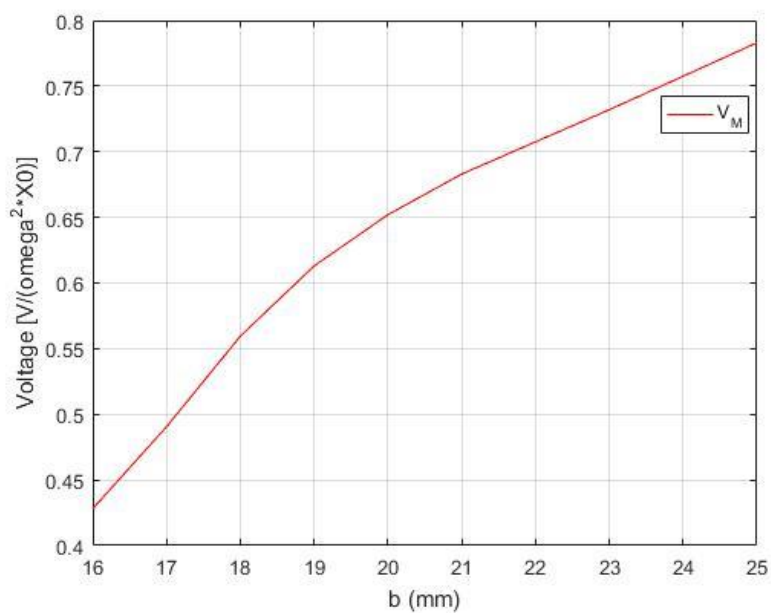
به دلیل اینکه تیر دارای لایه‌ای از جنس مگنتوالکتروالاستیک است بنابراین تحت تأثیر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی خواهد بود. مقاومت R_1 در میدان الکتریکی و مقاوت R_2 در میدان مغناطیسی قرار گرفته است. V_E مقدار ولتاژ تولید شده در میدان الکتریکی و V_M نیز ولتاژ تولیدشده در میدان مغناطیسی هستند. با تغییر پارامترهای تیر میزان ولتاژ تولید شده در این دو میدان بررسی گردید. در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان الکتریکی و مغناطیسی با تغییر جرم متمرکز روی

فرکانس طبیعی ارتعاشات در صفحه‌ی X-Z با شیب بسیار کمی افزایش می‌یابد. علت این اتفاق افزایش مساحت سطح مقطع تیر با ثابت نگه‌داشتن ضخامت می‌باشد و به این ترتیب میزان افزایش ممان اینرسی نیز چندان محسوس نیست. با افزایش طول تیر، سختی یا صلبیت خمشی تیر کاهش می‌یابد. دیمانسیون سختی برابر واحد نیرو تقسیم بر واحد طول است. برای یک نیروی مشخص، هر چقدر تغییر شکل سازه کمتر باشد، سختی آن سازه بیشتر خواهد بود. بنابراین با افزایش طول، سختی کاهش یافته و به دنبال آن فرکانس نیز دچار کاهش خواهد شد.



شکل ۱۴. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان الکتریکی با تغییر عرض تیر

Fig. 14. The harvested voltage from the electric field by changing the width of the beam.

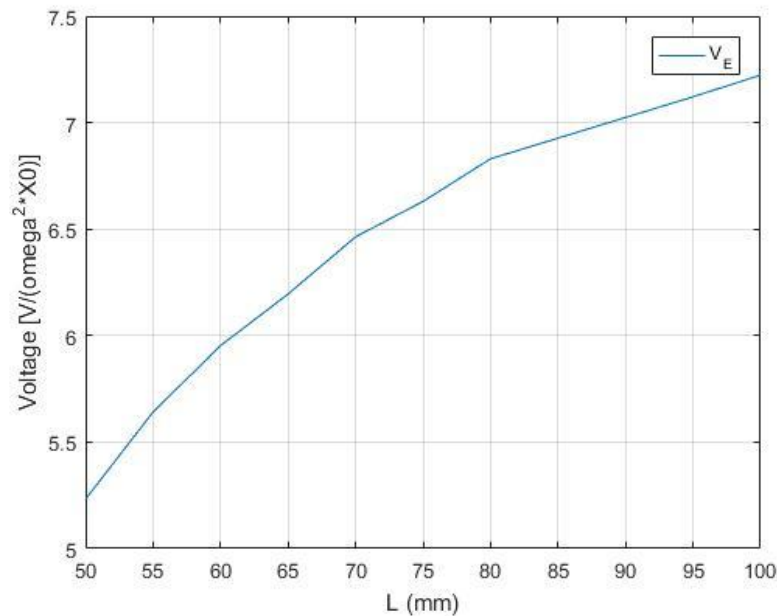


شکل ۱۵. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان مغناطیسی با تغییر عرض تیر

Fig. 15. The harvested voltage from the magnetic field by changing the width of the beam.

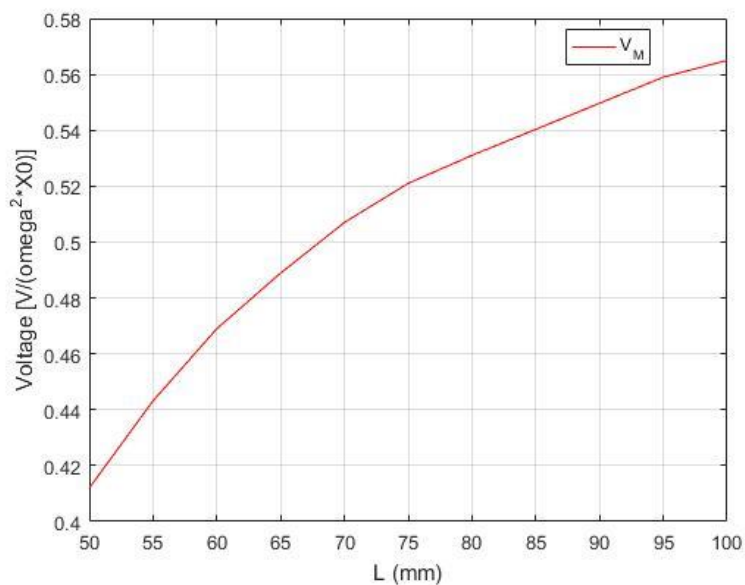
در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ تأثیر تغییرات عرض تیر بر ولتاژ قابل مشاهده است. با توجه به نتایج به دست آمده، افزایش عرض تیر روند تولید ولتاژ را به شکل قابل ملاحظه‌ای افزایش داده است. میزان این تغییرات در محدوده‌ی

تیر نشان داده شده است. با افزایش جرم متمرکز از ۵ تا ۴۰ گرم حدود $1/5 \text{ Vs}^2 \text{m}^{-1}$ افزایش ولتاژ در میدان الکتریکی مشاهده شد. این افزایش در میدان مغناطیسی حدود $0/2 \text{ Vs}^2 \text{m}^{-1}$ بود.



شکل ۱۶. میزان ولتاژ برداشت شده از میدان الکتریکی با تغییر طول تیر

Fig. 16. The harvested voltage from the electric field by changing the length of the beam.

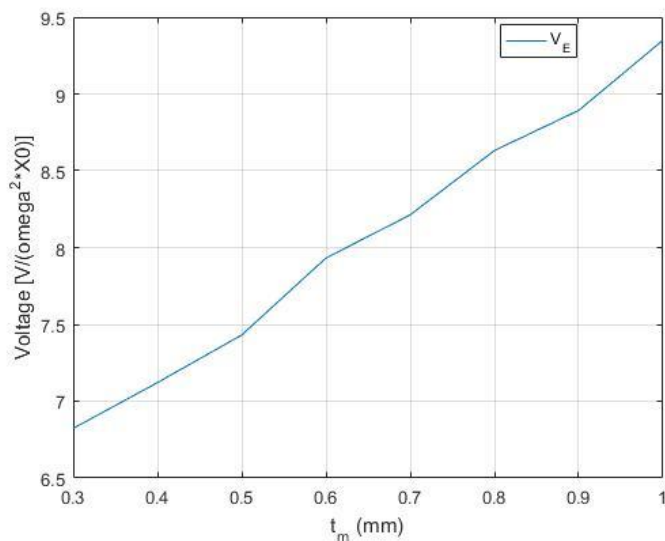


شکل ۱۷. میزان ولتاژ برداشت شده از میدان مغناطیسی با تغییر طول تیر

Fig. 17. The harvested voltage from the magnetic field by changing the length of the beam.

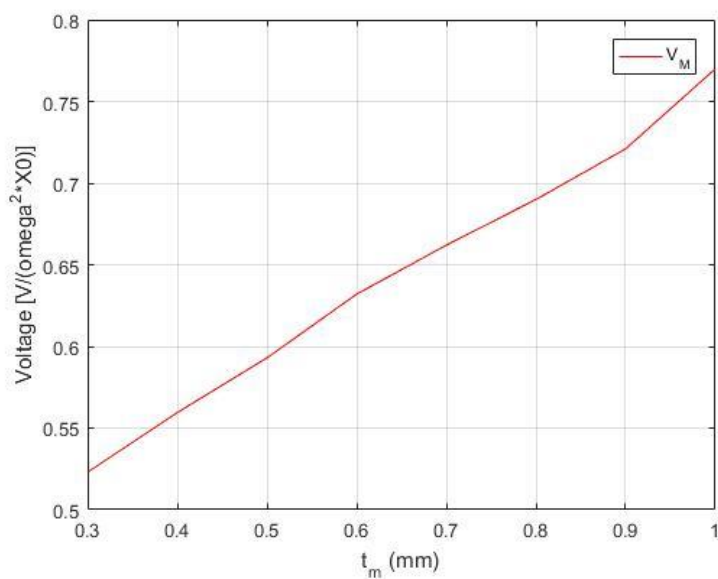
کرده که حاکی از وابستگی میزان ولتاژ تولید شده به عرض تیر می باشد. با توجه به شکل های ۱۶ و ۱۷ با افزایش طول تیر میزان ولتاژ برداشت شده افزایش داشته است. با اینکه تغییرات ولتاژ در میدان مغناطیسی نیز

مشخص شده برای عرض تیر در میدان الکتریکی، بین $6Vs^{-1}m^{-1}$ تا $10Vs^{-1}m^{-1}$ است که مقدار بسیار قابل توجهی می باشد. در میدان مغناطیسی نیز میزان ولتاژ بین $0/42Vs^{-1}m^{-1}$ تا $0/78Vs^{-1}m^{-1}$ تغییر



شکل ۱۸. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان الکتریکی با تغییر ضخامت لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک

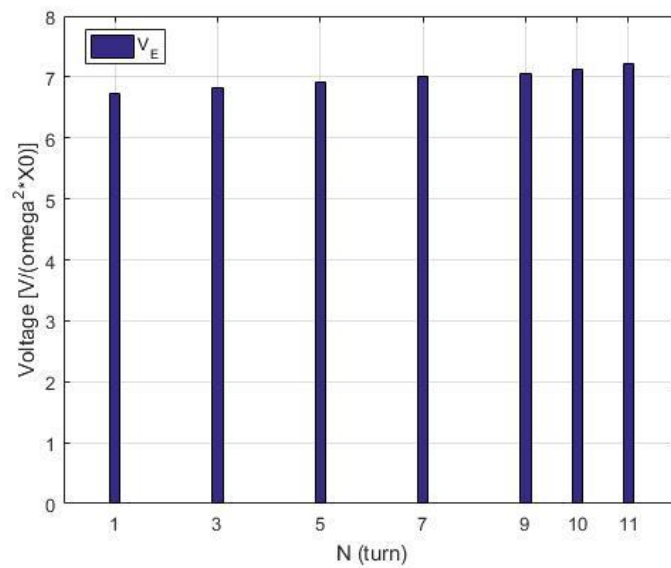
Fig. 18. The harvested voltage from the electric field by changing the thickness of MEE layer.



شکل ۱۹. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان مغناطیسی با تغییر ضخامت لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک

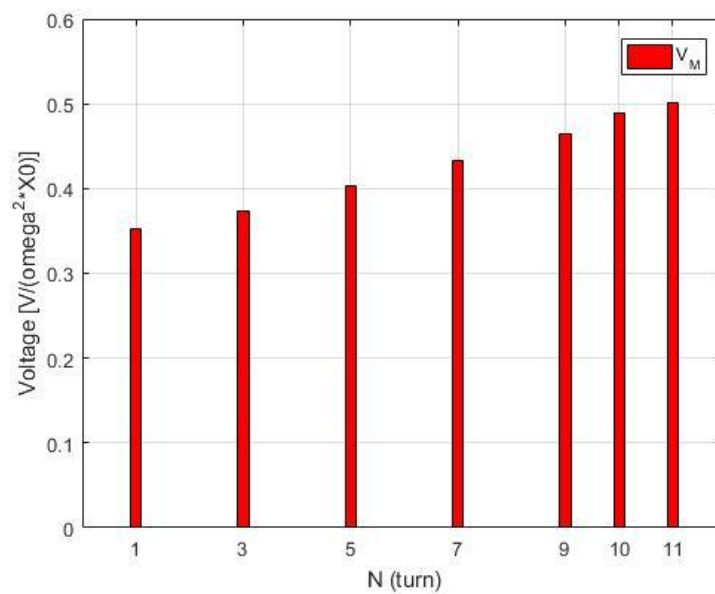
Fig. 19. The harvested voltage from the magnetic field by changing the thickness of MEE layer.

افزایشی است اما میزان افزایش چندان محسوس نیست. در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ تأثیر تغییر ضخامت لایه‌ی مگنتوالکتروالاستیک در ولتاژهای تولیدی نشان داده شده است. با افزایش ضخامت میزان ولتاژ برداشت‌شده افزایش یافته است. در شکل‌های ۲۰ و ۲۱ تأثیر تغییرات دور سیم پیچ موجود در میدان مغناطیسی مشخص شده که در هر دو حالت با افزایش تعداد دور سیم‌پیچ، ولتاژ نیز افزایش داشته است.



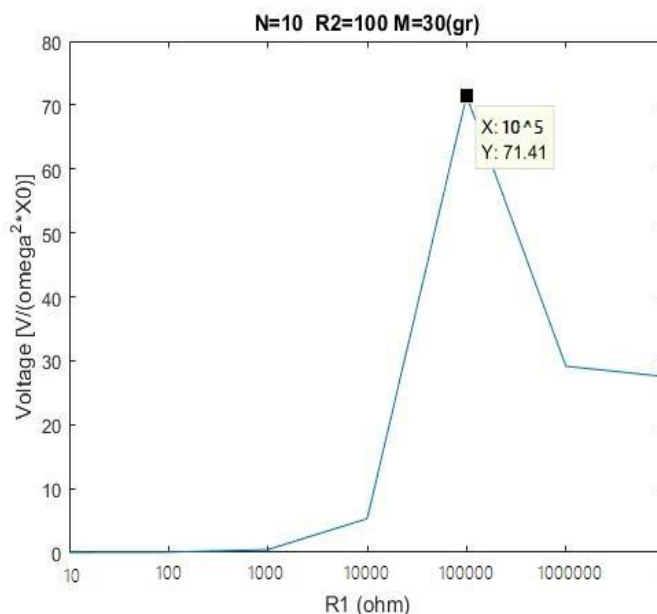
شکل ۲۰. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان الکتریکی با تغییر دور سیم‌پیچ

Fig. 20. The harvested voltage from the electric field by changing the thickness of substrate layer coil turns N.



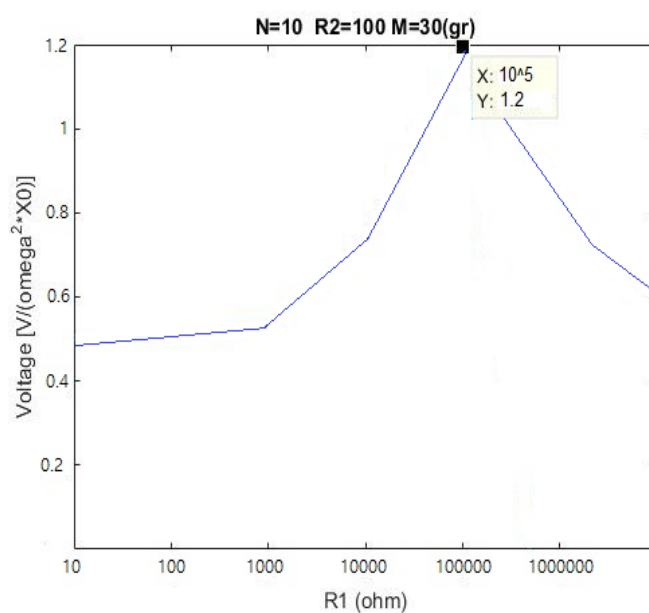
شکل ۲۱. میزان ولتاژ برداشت‌شده از میدان مغناطیسی با تغییر دور سیم‌پیچ

Fig. 21. The harvested voltage from the magnetic field by changing the thickness of substrate layer coil turns N.



شکل ۲۲. میزان ولتاژ برداشت شده قسمت پیزوالکتریک با تغییر مقاومت میدان الکتریکی

Fig. 22. The harvested voltage from the piezoelectric section by changing the resistance of the electric field.

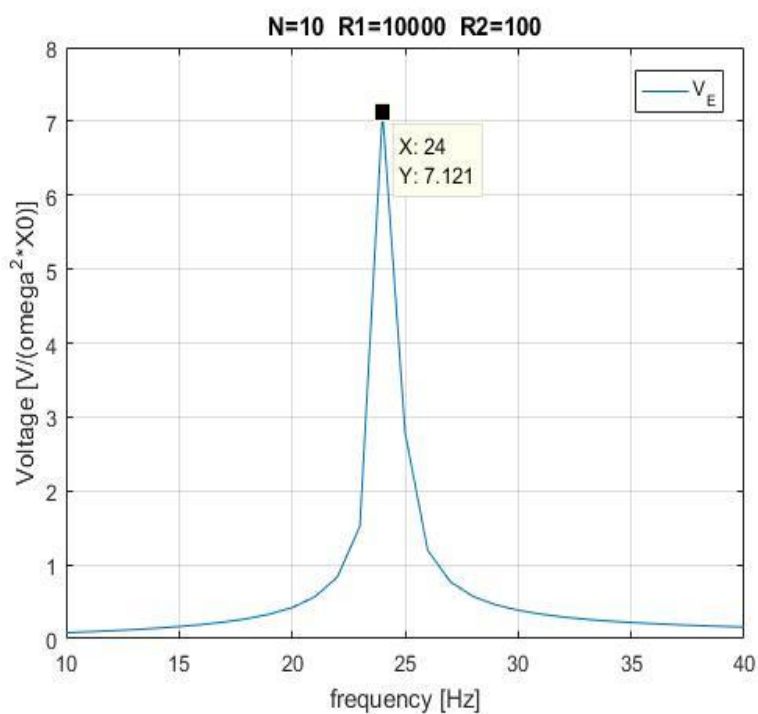


شکل ۲۳. میزان ولتاژ برداشت شده قسمت پیزومغناطیس با تغییر مقاومت میدان الکتریکی

Fig. 23. The harvested voltage from the piezomagnetic section by changing the resistance of the electric field.

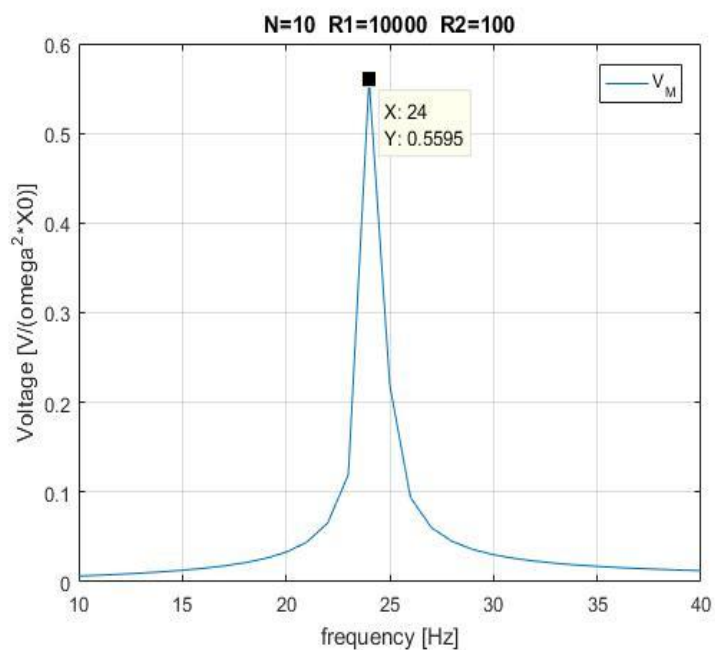
می‌شود. در شکل‌های ۲۲ و ۲۳ این تغییرات قابل مشاهده‌اند. در شکل‌های ۲۴ و ۲۵ میزان ولتاژهای تولید شده در میدان الکتریکی و مغناطیسی در فرکانس اصلی اول با مقدار جرم متمرکز ۳۰ گرم در انتهای تیر قابل مشاهده است. بیشترین ولتاژهای تولید شده در میدان الکتریکی و میدان

در ادامه با افزایش مقاومت میدان الکتریکی و ثابت نگه داشتن مقاومت میدان مغناطیسی تأثیر این تغییرات در ولتاژهای تولیدی بررسی شده است. با افزایش مقاومت تا ۱۰^۵ اهم روند تغییرات ولتاژ، هم در میدان الکتریکی و هم مغناطیسی افزایشی است اما بعد از این مقدار ولتاژ دچار افت محسوسی



شکل ۲۴. مقدار ولتاژ بخش پیزوالکتریک در فرکانس طبیعی اول

Fig. 24. The harvested voltage of the piezoelectric section at the first natural frequency.



شکل ۲۵. مقدار ولتاژ بخش مغناطیسی در فرکانس طبیعی اول

Fig. 25. The harvested voltage of the magnetic section at the first natural frequency.

جدول ۲. اهداف و متغیرهای بهینه‌سازی

Table 2. Optimization variables and goals

متغیرها	اهداف
مقاومت میدان الکتریکی ضخامت لایه‌ی مگنتو الکترولاستیک طول تیر جرم متمرکز انتهای تیر عرض تیر	حد اکثر کاهش در دامنه سازه اصلی و جذب ارتعاش حداکثر ایجاد ولتاژ از میدان الکتریکی و مغناطیسی

جاذب و برداشت‌کننده‌ی ترکیبی و کمترین جابجایی در سیستم اصلی ایجاد شود هدف اصلی این پژوهش است. بنابراین برای بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است و از یک تابع هزینه مناسب برای دستیابی به این هدف بهره برداری گردیده است. برای این کار تابع هزینه‌ی دو هدفه را به یک تابع هزینه‌ی یک هدفه تبدیل خواهیم کرد. بنابراین مساله تبدیل به مینیمم‌سازی تابع هدف جدید خواهد شد.

$$f_1 = \min[X_{norm}] \quad (43)$$

$$f_2 = \max[V_{norm}] \quad (44)$$

$$\min f = f_1 - f_2 \quad (45)$$

از آنجایی که در قسمت آنالیز حساسیت اثر چندین پارامتر مختلف روی میزان ولتاژ تولیدی بررسی گردید، پنج پارامتری که بیشترین تأثیر را داشته برای بهینه‌سازی انتخاب شدند. پارامترهای در نظر گرفته شده برای بهینه‌سازی R_1 مقاومت میدان الکتریکی، t_M ضخامت لایه‌ی مگنتوالکترولاستیک، L طول تیر، M جرم متمرکز روی تیر و b عرض تیر می‌باشند و سایر پارامترهای تیر ثابت در نظر گرفته شدند. برای طراحی فضای آزمایش و پیدا کردن رابطه بین متغیرها و توابع هدف از مدل سطح پاسخ^۱ استفاده شده است. جدول ۲ اهداف و متغیرهای بهینه‌سازی را به صورت مختصر نشان می‌دهد.

مغناطیسی با این پارامترها برای تیر، به ترتیب $V_E = 7/2 \text{ Vs}^2/\text{m}$ و $V_M = 0/5595 \text{ Vs}^2/\text{m}$ هستند.

با بررسی نتایج می‌توان گفت با افزایش ضخامت و پهنای لایه‌ی مگنتوالکترولاستیک، صفحه‌ی خشی در مقطع تیر دچار جابجایی شده و به ناحیه‌ی الاستیک نزدیک خواهد شد. بنابراین میزان تنش در این ناحیه افزایش یافته و به دنبال آن طبق قانون هوک کرنش نیز زیاد می‌شود. افزایش فشار و کرنش، میزان قطبش در ماده را بالا برده و بنابراین ولتاژ نیز افزایش می‌یابد. افزایش طول نیز با کاهش فرکانس همراه بود که این فرکانس پایین منجر به تنش فشاری بیشتر و در نهایت ولتاژ بیشتر خواهد شد. همچنین با افزایش تعداد دور سیم‌پیچ، میدان مغناطیسی تقویت شده و بنابراین نیروی ناشی از این میدان نیز افزایش می‌یابد. پس تنش در ماده زیاد شده و به دنبال آن ولتاژ تولید شده در میدان مغناطیسی نیز افزایش می‌یابد. با افزایش جرم و چگالی کلی تیر، مقدار فرکانس کاهش یافته و به دنبال آن تنش فشاری در تیر زیاد خواهد شد. بنابراین میزان ولتاژ نیز با افزایش تنش، بیشتر می‌شود. از آن جایی که سیستم کوپله می‌باشد و مقدار ولتاژ بر کرنش و بالعکس تأثیر دارد، بنابراین مقدار مقاومت بر روی ولتاژ، جریان و توان الکتریکی تأثیر خواهد داشت. با توجه به نتایج، ولتاژ الکتریکی با افزایش مقاومت زیاد شده در حالی که جریان الکتریکی رفتاری عکس ولتاژ دارد. توان الکتریکی نیز تابعی از هر دو مقدار ولتاژ و جریان می‌باشد. اگر مقاومت الکتریکی از مقدار مشخصی کمتر شود توانی حاصل نخواهد شد و همچنین اگر از حد مشخصی بیشتر شود به منزله‌ی آن است که دو سر الکترودهای روی ماده‌ی مگنتوالکترولاستیک، مدار کوتاه شده و در این صورت نیز توانی حاصل نمی‌شود.

۷- بهینه‌سازی

یافتن بهترین پارامترهای هندسی تیر به گونه‌ای که بیشترین ولتاژ در

1 Response surface methodology

جدول ۳. مقادیر بهینه پارامترها

Table 3. Optimized parameter values.

مقدار بهینه	پارامتر
۱۳۹۰۰۰	مقاومت میدان الکتریکی (Ω)
۷۱	طول تیر (mm)
۱۵	عرض تیر (mm)
۳۷	جرم متمرکز (g)
۰/۵۱	ضخامت لایه ی مگنتوالکتروالاستیک (mm)

همگرایی رخ داده است.

با مقادیر بهینه ی به دست آمده مقادیر ولتاژ تولیدی در مود اول در شکل های ۲۷ و ۲۸ و نشان داده شده است. در شکل ۲۹ نیز میزان جابجایی سیستم اصلی (Z) با مقادیر بهینه مشخص شده است.

۸- نتیجه گیری

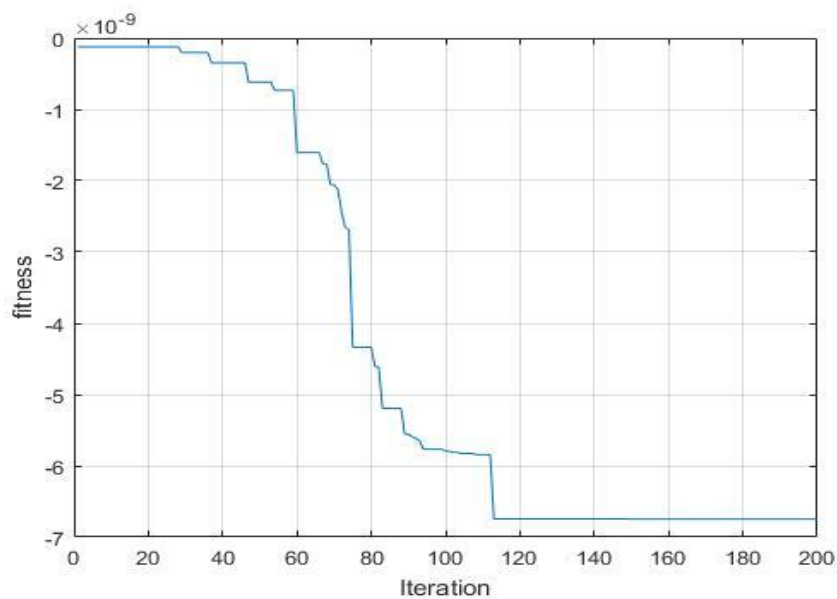
در پژوهش حاضر یک جاذب ارتعاشی با قابلیت برداشت انرژی از حرکت ارائه شد. این جاذب از مواد هوشمند با خاصیت پیزوالکتریک و پیزومغناطیس تشکیل شده است. در ابتدا معادلات حرکت سیستم اصلی به صورت گسسته با نیروی تحریک هارمونیک، متصل به یک تیر اویلر برنولی دو لایه با لایه ای از مواد هوشمند و جرم متمرکز در انتهای آن استخراج گردید. تیر اویلر برنولی نقش برداشت کننده ی انرژی را ایفا کرده و در صورتی که فرکانس تشدید آن با فرکانس تحریک برابر باشد، دستگاه برداشت انرژی همانند جاذب عمل خواهد کرد. ارتعاشات سیستم های پیوسته مجموع مودهای اصلی و طبیعی است و در چنین سیستم هایی فرکانس های اصلی اغلب بیشتر از فرکانس های طبیعی بالاتر مورد توجه است. با در نظر گرفتن سه مود اول تیر، نتایج حاصل نشان داد که بیشترین میزان توان در مود اول بوده و بعد از مود سوم نتایج مطلوب نیستند. بنابراین تحلیل سیستم برداشت انرژی تیر در مود اول ارتعاش و فرکانس اصلی تیر انجام گرفت. آنالیز حساسیت برای پارامترهای مختلف تیر صورت گرفت و نتایج نشان داد که طول و ضخامت لایه های

روش سطح پاسخ شاخه ای مهم از روش های آزمایشی می باشد و در توسعه ی روش های جدید و اجرای بهینه سازی به صورت مؤثر عمل می کند. معادله ی کلی روش سطح پاسخ به صورت یک معادله ی درجه ۲ طبق رابطه ی (۴۶) بیان می شود. در این معادله Y خروجی، x_i ورودی های مسأله و a_{ij} ضرایب مربوط به هر ورودی در تابع هزینه می باشند. یک روش متداول طراحی سطح پاسخ، روش باکس بنکن^۱ می باشد. این روش برای حل مشکل تعدد آزمایش ها در طراحی با متغیرهای مختلف ارائه شده است. تعداد آزمایش ها به گونه ای ثابت نگه داشته می شود که برای تخمین ضرایب معادله درجه دوم نیز کافی باشد. به کمک روش سطح پاسخ و روش باکس بنکن با ۴۶ آزمایش تابع هدف را شناسایی کرده و به کمک نرم افزار متلب بهترین پارامترها شناسایی شدند. برای بدست آوردن تابع هزینه نیز از نرم افزار دیزاین اکسپرت^۲ استفاده شده است. از ویژگی های این نرم افزار طراحی آزمایش جهت بهینه سازی یک فرآیند و یا یک تابع می باشد.

$$Y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ii} x_i^2 + \sum a_{ij} x_i x_j \quad (46)$$

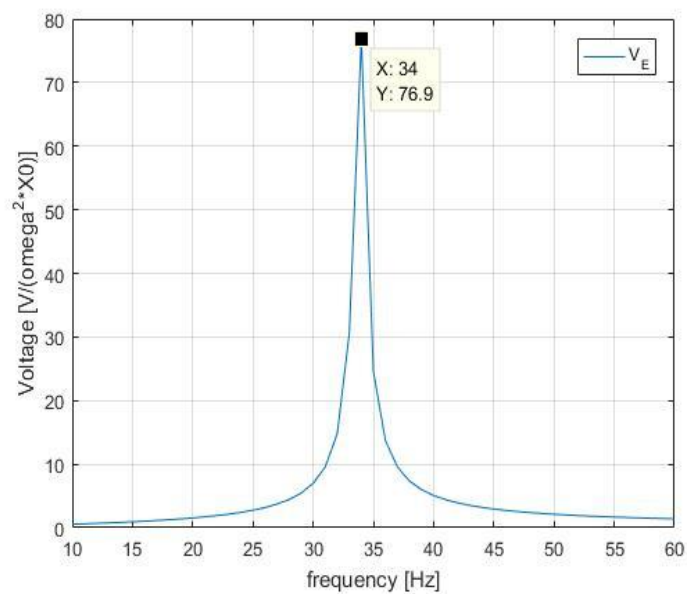
در جدول ۳ مقدار پارامترهای بهینه شده بعد از ۲۰۰ نسل نشان داده شده است. در شکل ۲۶ هم مقادیر تابع هدف مشخص شده که بعد از ۱۱۵ نسل

1 Box Behnken
2 Design Expert



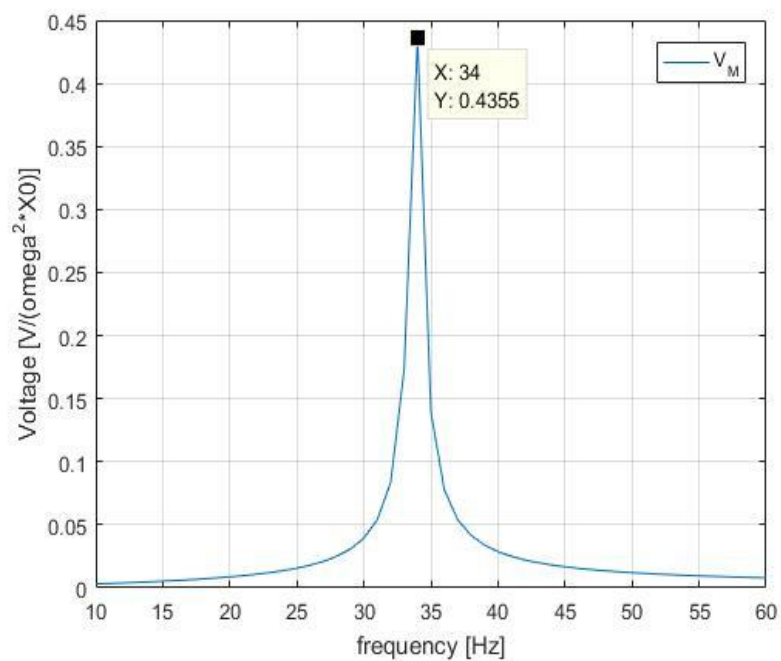
شکل ۲۶. تغییرات تابع هدف در هر نسل

Fig. 26. Fitness function in each generation.



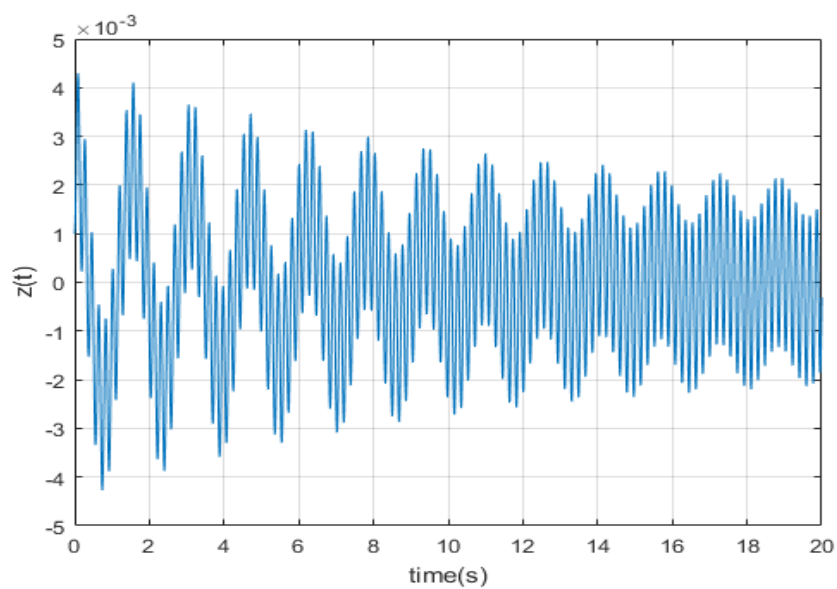
شکل ۲۷. میزان ولتاژ تولید شده در میدان الکتریکی با مقادیر بهینه شده

Fig. 25. The voltage generated in the electric field with optimized values.



شکل ۲۸. میزان ولتاژ تولید شده در میدان مغناطیسی با مقادیر بهینه

Fig. 28. The voltage generated in the magnetic field with optimized values.



شکل ۲۹. میزان جابجایی سیستم اصلی با مقادیر بهینه

Fig. 29. The displacement of the primary system with optimal values.

- platform structure, *Journal of Sound and Vibration*, 389 (2017) 73-88.
- [6] Z. Yan, M.R. Hajj, Energy harvesting from an autoparametric vibration absorber, *Smart materials and structures*, 24(11) (2015) 115012.
- [7] V.R. Challa, M. Prasad, F.T. Fisher, A coupled piezoelectric-electromagnetic energy harvesting technique for achieving increased power output through damping matching, *Smart materials and Structures*, 18(9) (2009) 095029.
- [8] Y.-W. Zhang, S.-L. Wang, Z.-Y. Ni, Z.-W. Fang, J. Zang, B. Fang, Integration of a nonlinear vibration absorber and levitation magnetoelectric energy harvester for whole-spacecraft systems, *Acta Mechanica Solida Sinica*, 32(3) (2019) 298-309.
- [9] H. Shorakaei, A. Shooshtari, Analytical solution and energy harvesting from nonlinear vibration of an asymmetric bimorph piezoelectric plate and optimizing the plate parameters by genetic algorithm, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 29(6) (2018) 1120-1138.
- [10] H. Shorakaei, A.R. Shoshtari, H.R. Karami, Analytical Solution and Optimization for Energy Harvesting from Nonlinear Vibration of Magneto- Electro- Elastic Plate, *AUT Journal of Mechanical Engineering*, 3(1) (2019) 63-76.
- [11] I. McNeil, A. Abdelkefi, Nonlinear modeling and vibration mitigation of combined vortex-induced and base vibrations through energy harvesting absorbers, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 95 (2021) 105655.
- [12] M. Vaezi, M. Moory-Shirbani, A. Hajnayeb, Free vibration analysis of magneto-electro-elastic microbeams subjected to magneto-electric Loads, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 75 (2015).
- [13] S.S. Rao, *Mechanical Vibrations Laboratory Manual*, Edition Addison-Wesley Publishing Company, New York., 1995.
- تیر بیشترین تأثیر را روی فرکانس طبیعی آن دارند و تغییرات عرض تیر روی فرکانس بسیار نامحسوس است. همچنین افزایش جرم متمرکز روی تیر نیز باعث کاهش فرکانس خواهد شد. ولتاژ و توان تولید شده توسط برداشت‌کننده نیز با آنالیز حساسیت مورد بررسی قرار گرفت. پارامترهایی که افزایش آن‌ها با افزایش ولتاژ و توان رابطه‌ی مستقیم داشتند شامل طول تیر، جرم متمرکز انتهای تیر، ضخامت لایه مگنتوالکترولاستیک، تعداد دور سیم‌پیچ میدان مغناطیسی، چگالی لایه‌ها و مقاومت میدان الکتریکی بودند. البته با افزایش مقاومت میدان الکتریکی تا محدوده‌ی ۱۰^۵ اهم ولتاژ نیز با افزایش مواجه شد و بعد از آن دچار افت گردید. بیشترین ولتاژ نیز با مقاومت ۱۰^۵ اهم در میدان الکتریکی برابر با $41\text{Vs}^2/\text{m}$ و در میدان مغناطیسی $1/2\text{Vs}^2/\text{m}$ ثبت شد. قرار دادن یک جرم در انتهای آزاد برداشت‌کننده میزان کرنش ایجاد شده به ازای منبع انرژی ارتعاشی را به میزان قابل توجهی افزایش داده که به دنبال آن توان خروجی نیز افزایش پیدا می‌کند. بعد از بررسی آنالیز حساسیت برای رسیدن به هدف به حداقل رساندن ارتعاشات سیستم اصلی در کنار بیشترین دریافت ولتاژ از جاذب و برداشت‌کننده‌ی ترکیبی به سراغ بهینه‌سازی رفته و پارامترهای مطلوب بر اساس الگوریتم ژنتیک به دست آمد.

منابع

- [1] H. Farham, Patent and Trademark Office, in, Washington, DC: US, 1911.
- [2] X. Shan, J. Deng, R. Song, T. Xie, A piezoelectric energy harvester with bending-torsion vibration in low-speed water, *Applied Sciences*, 7(2) (2017) 116.
- [3] M. Shishesaz, M.M. Shirbani, H.M. Sedighi, A. Hajnayeb, Design and analytical modeling of magneto-electro-mechanical characteristics of a novel magneto-electro-elastic vibration-based energy harvesting system, *Journal of Sound and Vibration*, 425 (2018) 149-169.
- [4] C. Madhav, S.F. Ali, Harvesting energy from vibration absorber under random excitations, *IFAC-PapersOnLine*, 49(1) (2016) 807-812.
- [5] C.-Y. Lee, J.-H. Lin, Incorporating piezoelectric energy harvester in tunable vibration absorber for application in multi-modal vibration reduction of a

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

Z. Rajaei, A. Shooshtari, *Modeling and Optimization of Vibration Absorber Beam Combined with Magneto-Electro-Elastic Energy Harvester*, Amirkabir J. Mech Eng., 54(6) (2022) 1223-1248.

DOI: 10.22060/mej.2022.20669.7291

