



Numerical Investigation of Internal Flow Transition Using Modified γ - Re_{θ} Model

M. A. Modaresi¹, G. Heidarinejad¹, R. Maddahian^{1*}, B. Firoozabadi²

¹ Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

² Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: The numerical investigation of Transition is one of the challenging issues in turbulence modeling. In the present study, the coefficients of the γ - Re_{θ} model are modified based on the physics of internal flow transition to capture the entrance length properly. To validate the model, the internal flow is simulated using six test cases. A 3D duct, two smooth axisymmetric pipes, a 3D stenosis pipe, two parallel plates, and the backward-facing step configurations are considered at different Reynolds numbers from 2×10^3 to 3×10^5 . The flow variables, including the average velocity field, friction factor, fully developed friction factor, and the reattachment length are compared against the experimental, theoretical and large eddy simulation results. By comparing the results of average velocity against the semi-empirical relations and experimental data using new coefficients, it is observed the model can estimate the entrance length in accordance with experiments. The earlier coefficients lead to a reduction of entrance length by increasing the Reynolds number. Furthermore, the error percentages reduce by more than 7.6 and 26.7 percent using new coefficients rather than earlier models for fully developed friction factor and reattachment length, respectively.

Review History:

Received: Feb. 22, 2022

Revised: May, 31, 2022

Accepted: Jun. 02, 2022

Available Online: Jun. 09, 2022

Keywords:

Internal flow

γ - Re_{θ} transitional model

Reynolds-averaged

Navier–Stokes equations

Numerical simulation

1- Introduction

The process of changing from laminar to turbulent (turbulentization) flow and vice versa (laminarization) is called transition. There are three different transition mechanisms such as separation-induced transition, natural transition, and bypass transition. The first one occurs due to the exponential growth of Tollmien–Schlichting waves and leads to nonlinear breakage to turbulent [1]. The second is affected by a high turbulence intensity of the free stream and is called bypass transition [2]. The last transition mechanism is separation-induced transition and appears where the laminar boundary layer is separated by the adverse pressure gradient and transition expands inside the separated shear layer [3]. The correlation-based model, γ - Re_{θ} , was developed by Menter et al. [4] to cover the deficiencies of the earlier correlation-based models. The new model uses two transport equations based on local variables (e.g. local pressure gradient, local vorticity, local distance to the wall, and so on) and therefore is compatible with modern Computational Fluid Dynamics (CFD) codes. The model was validated against the basic test cases, such as a two-dimensional turbine blade, and good agreement was achieved against experimental data. Further validation of the model was conducted by Langtry and Menter [5] for a wide variety of test cases such as 2D airfoils, a 3D element flap, a 3D transonic wing, and a full helicopter

configuration. Investigation of transition for external flow received heightened attention and different models including, the e^N method, experimental correlation, and physical-based models developed to predict external transition characteristics. However, minimal attention is given to analyzing internal transition. The lack of an appropriate transition model for internal flows along with necessary experimental correlations leads to modification of the external transition model. Abraham et al. [6] modified two tunable coefficients c_{e2} and $c_{\theta t}$ of the external model based on the fully developed friction factor inside a pipe. c_{e2} and $c_{\theta t}$ are multipliers of E_{γ_2} and $P_{\theta t}$ terms for the external model.

In the present paper in contrast to Abraham, the tunable constants of Menter's model (c_{e2} and $c_{\theta t}$) are modified based on the developing region characteristics such as the entrance length of flow inside a pipe at a variety of Re numbers. To validate the new coefficients and proves they are independent of geometry, the flow inside six different test cases is simulated. Each test case covers one aspect of the transition phenomenon. Therefore, the universality of new coefficients is proved. Some flow variables, including the average velocity field, the Turbulent Kinetic Energy (TKE), the length of the entrance region, the reattachment length, the friction factor, and the fully developed friction factor are investigated at different Reynolds numbers from 2×10^3 to 3×10^5 . The results

*Corresponding author's email: maddahian@modares.ac.ir



are compared against available data, including experimental, theoretical, and Large Eddy Simulation (LES).

2- Methodology

The flow is incompressible and unsteady. The governing equations of the unsteady flow including the continuity, momentum, transition, and additional equations for turbulence closure are given in Eqs. (1) to (6):

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}((\mu + \mu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho \gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho Re_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j Re_\alpha)}{\partial x_j} = P_\alpha + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_\alpha (\mu + \mu_t) \frac{\partial Re_\alpha}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \alpha_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] + P_k - D_k \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \alpha_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + \alpha \frac{P_k}{\nu_t} - D_\omega + Cd_\omega \quad (6)$$

Six different Test Cases (TC) are considered to evaluate the modified model capabilities including two axisymmetric pipes, a 3D duct, a 3D stenosis pipe, a backward-facing step, and parallel plates.

3- Results and Discussion

An axisymmetric pipe is used to replace the original coefficients with the suitable ones for internal flows. Figs. 1(a) and 1(b) show the variations of centreline velocity in terms of axial location for two different sets of coefficients. The growth of boundary layers leads to an acceleration of the flow core and concurrent with the flow recovery, the value of the centerline velocity reduces and becomes constant in the fully developed region. By increasing Reynolds number, the location of a fully developed region moves downstream due to thinning of boundary layers. However, the original model shows the reverse movement of the fully developed region by increasing the Reynolds number which is in contrast to experiments. Replacing the original coefficients with the new ones modifies the unsuitable behavior of the original models and follows the trend of experiments. The high value of c_{e2} causes an imbalance between transition and destruction sources to prevent the growth of transition sources artificially. Therefore, a lag arises while switching

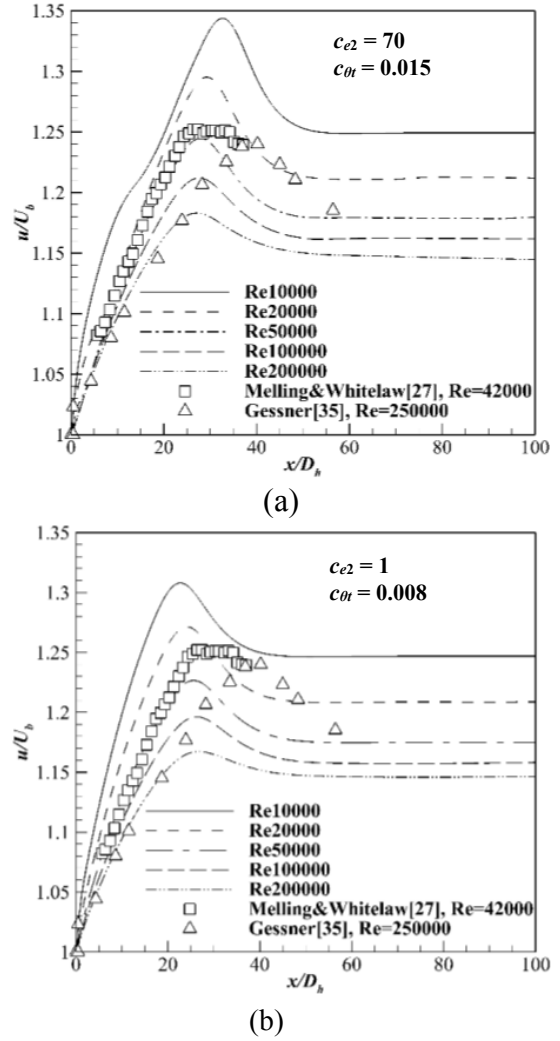


Fig. 1. Centerline pipe velocity profile along the longitudinal axis at different Reynolds numbers for the turbulence intensity ranges from 0.03 to 0.05 (a) Abraham's model (b) New modified model

from one regime to another. The proof of this claim is the disappearance of the imbalance by increasing Reynolds number, due to decay of destruction and growth of transition sources. By increasing Reynolds number, F_{turb} decreases by an exponential rate and overcomes the value of c_{e2} and destruction sources fall-down. The new coefficient creates a suitable balance between transition and destruction sources both at high and low turbulent Reynolds numbers. Therefore, the predicted entrance length using the new modified model is in accordance with the experiments [7]. Promotion of transition source leads to the inclination of flow to bypass transition under the influence of high turbulent Reynolds number, however, the original model shows a delay to bypass transition. The original model predicts natural transition instead of bypass transition at high turbulent Reynolds numbers ($10^4 \leq Re < 2 \times 10^5$) in contrast to experiments [8] and the new modified model. Both unsuitable predictions of

the entrance length and delay to bypass transition are related to the high value of c_{e2} in the original model. At $Re \geq 2 \times 10^5$ along with a range of turbulence intensity (I) from 0.03 to 0.05, laminar and transition regions disappear and the original model operates as a fully turbulent model. However, the fully turbulent flow inside a pipe occurs at $Re \geq 1.3 \times 10^4$ [8], where the slug structures form completely. The difference between the two Reynolds numbers 1.3×10^4 and 2×10^5 is too much and implies the existence of a large lag in the original model.

4- Conclusions

In this paper, the original coefficients were replaced by the new ones, and the procedures of coefficient adjustment were performed according to the physical characteristics of the internal flow such as entrance length. The ability of the new modified transitional SST model was evaluated for six computational domains. The error percentages of the new modified model in all simulations were lower than those of the others.

References

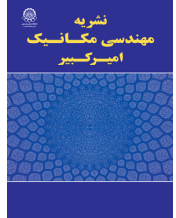
- [1] H. Schlichting, K. Gersten, *Boundary-layer theory*, Springer, 2016.
- [2] M.V. Morkovin, On the many faces of transition, in: *Viscous drag reduction*, Springer, 1969, pp. 1-31.
- [3] E. Malkiel, R. Mayle, Transition in a separation bubble, in: *ASME 1995 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, American Society of Mechanical Engineers, 1995, pp. V001T001A003-V001T001A003.
- [4] F.R. Menter, R.B. Langtry, S. Likki, Y. Suzen, P. Huang, S. Volker, A correlation-based transition model using local variables—part I: model formulation, *Journal of turbomachinery*, 128(3) (2006) 413-422.
- [5] R. Langtry, F. Menter, Transition modeling for general CFD applications in aeronautics, in: *43rd AIAA aerospace sciences meeting and exhibit*, 2005, pp. 522.
- [6] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, Breakdown of laminar pipe flow into transitional intermittency and subsequent attainment of fully developed intermittent or turbulent flow, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 54(2) (2008) 103-115.
- [7] E. Kahramanoglu, S. Sezen, S. Bayraktar, Computational fluid dynamics analyses on the hydrodynamic entry length in internal flows, *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 23(4) (2017).
- [8] F. Durst, B. Ünsal, Forced laminar-to-turbulent transition of pipe flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 560 (2006) 449-464.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. A. Modaresi, G. Heidarinejad, R. Maddahian, B. Firoozabadi, *Numerical Investigation of Internal Flow Transition Using Modified γ - Re_{θ} Model*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(7) (2022) 313-316.

DOI: 10.22060/mej.2022.21138.7383





شبیه‌سازی عددی پدیده گذار داخلی با استفاده از مدل اصلاح شده γ - Re_θ

محمدعلی مدرس^۱، قاسم حیدری نژاد^۱، رضا مداحیان^{۱*}، بهار فیروزآبادی^۲

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شریف، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۰۳

بازنگری: ۱۴۰۱/۰۳/۱۰

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۱۲

ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۳/۱۹

کلمات کلیدی:

جریان داخلی

مدل گذار γ - Re_θ

متوسط‌گیری رینولدز

شبیه‌سازی عددی

خلاصه: شبیه‌سازی عددی پدیده گذار یکی از چالش‌ها در شبیه‌سازی جریان‌های آشفته در هر دو نوع از جریان‌های داخلی و خارجی است. در مطالعه حاضر، ضرایب مدل گذار چهار معادله‌ای γ - Re_θ بر اساس فیزیک گذار در جریان داخلی به نحوی اصلاح می‌شود که طول ورودی در جریان داخلی بدرستی پیش‌بینی شود. برای اعتبارسنجی، جریان داخلی در شش هندسه متفاوت شبیه‌سازی شد تا جامعیت مدل در پیش‌بینی پدیده گذار در فیزیک‌های مختلف مشخص شود. جریان درون مجرای سه بعدی، دو لوله متقارن محوری، یک لوله تنگ شونده-بازشونده، دو صفحه موازی و پله معکوس در محدوده اعداد رینولدز 2×10^3 تا 3×10^5 شبیه‌سازی گردید. متغیرهای جریان نظیر سرعت متوسط، ضریب اصطکاک پوسته‌ای، ضریب اصطکاک در ناحیه توسعه یافته و طول بازچسبانی با نتایج تجربی، تئوری و نتایج حاصل از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مقایسه شد. با مقایسه نتایج سرعت متوسط با روابط نیمه تجربی و داده‌های تجربی، مشاهده شد که مدل اصلاح شده توانایی تخمین مناسبی از طول ورودی در جریان داخلی را در مقایسه با داده‌های تجربی دارد. علاوه بر این، مقدار خطا در پیش‌بینی ضریب اصطکاک در ناحیه توسعه یافته و طول بازچسبانی با استفاده از ضرایب اصلاح شده به ترتیب بیش از $7/6\%$ و $26/7\%$ درصد در مقایسه با مدل‌های پیشین کاهش یافت.

۱- مقدمه

پدیده گذار، فرآیند تغییر جریان آرام به آشفته و بالعکس است. پدیده گذار در مسائل بسیار متنوعی از جمله، طراحی دستگاه‌های هوافضا [۱] و توربوماشین^۱ [۲]، طراحی سیستم فلومتر^۲ و تونل‌های باد^۳ که در آن تنش برشی دیوار یا انتقال حرارت دیوار مورد توجه است، تأثیر بسزایی دارد. پدیده گذار همچنین می‌تواند جداسازی لایه مرزی را به شدت تحت تأثیر قرار دهد. لذا، طراحی ایرفویل‌ها^۴ و هندسه اجسام پخ تحت تأثیر شدید پدیده گذار قرار دارند [۱]. علاوه بر این، طراحی یک سیستم ایمنی حرارتی وابستگی قابل توجهی به پدیده گذار برای هر وسیله نقلیه مافوق صوت^۵ دارد [۴]. در نتیجه، نوع مأموریت، وزن وسیله نقلیه و ظرفیت بار به طور مستقیم تحت تأثیر قرار می‌گیرند. بنابراین، تجزیه و تحلیل جزئیات پدیده گذار مانند محل

شروع گذار و طول ناحیه گذار می‌تواند تأثیر زیادی بر عملکرد، وزن و هزینه دستگاه‌های مختلف داشته باشد.

با اینکه مدل‌های آشفتگی بسیاری برای شبیه‌سازی طیف گسترده‌ای از جریان‌های آشفته توسعه داده شده است، اثر گذار در اکثر شبیه‌سازی‌های آشفته نادیده گرفته می‌شود. پدیده‌های گذار بسته به تعدادی از عوامل مختلف از جمله جزئیات هندسه، سطح آشفتگی جریان آزاد، گرادیان فشار و زبری سطح به سه مکانیزم مجزا طبقه‌بندی می‌شوند. اولی گذار طبیعی است که به دلیل رشد تصاعدی امواج تولمین-شلیختینگ^۶ رخ می‌دهد و در نهایت منجر به شکست غیرخطی ساختارهای جریان و تبدیل به جریان کاملاً آشفته می‌شود [۵]. مکانیزم دوم به دلیل شدت آشفتگی زیاد جریان آزاد بوجود می‌آید و گذار بای‌پس^۷ نامیده می‌شود [۶]. این نوع گذار، مکانیزم پایه بوجود آمدن گذار در توربوماشین‌ها است که به دلیل نفوذ سطوح بالای آشفتگی به لایه مرزی رخ می‌دهد. مکانیزم سوم نیز گذار القا شده در اثر جدایی جریان است [۷] که در آن لایه مرزی آرام به دلیل گرادیان فشار جدا می‌شود و گذار

- 1 Turbomachinery
- 2 Flowmeter
- 3 Wind tunnel
- 4 Airfoils
- 5 Supersonic

6 Tollmien-Schlichting

7 Bypass

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: maddahian@modares.ac.ir



در داخل لایه برشی جدا شده گسترش می‌یابد.

مدل مبتنی بر همبستگی $\gamma-Re_0$ که توسط منتر و همکاران [۸] توسعه یافته است برای پیش‌بینی گذار خارجی از معادله انتقال دو متغیر محلی استفاده می‌کند و با کدهای دینامیک سیالات محاسباتی^۱ مدرن سازگار است. اعتبارسنجی اولیه این مدل با استفاده از پره دوبعدی توربین انجام شد و تطابق خوبی در مقایسه با داده‌های تجربی به دست آمد. اعتبارسنجی‌های بعدی مدل بوسیله لانگتری و منتر [۱] برای طیف گسترده‌ای از هندسه‌ها مانند، ایرفویل‌های دوبعدی، یک فلپ سه‌بعدی، یک بال گذر صوتی سه‌بعدی، و یک پیکربندی کامل هلیکوپتر^۲ انجام شد. به طور همزمان، مدل‌هایی نظیر $k-kI-\omega$ که به جای استفاده از همبستگی تجربی، مبتنی بر فیزیک هستند بوسیله والترز و کوکلیجات [۹] توسعه داده شد. اعتبارسنجی مدل با استفاده از لایه‌مرزی صفحه تخت با/بدون گرادین فشار و تعدادی ایرفویل با شرایط مختلف انجام شد. از جمله معایب مدل‌های مبتنی بر فیزیک، دشواری نرخ همگرایی^۳ در آن‌ها است. مقایسه مدل مبتنی بر همبستگی تجربی $\gamma-Re_0$ با مدل مبتنی بر فیزیک $k-kI-\omega$ بر روی ایرفویل ناکا^۴ ۴۴۱۵ در زوایای مختلف حمله مورد بررسی قرار گرفت [۱۰]. نتایج نشان داد که مدل مبتنی بر همبستگی تجربی $\gamma-Re_0$ با داده‌های تجربی تطابق نزدیک‌تری دارد.

بررسی گذار برای جریان خارجی توجه زیادی را به خود جلب کرده است و مدل‌های مختلفی نظیر، روش e^N ، همبستگی تجربی و مدل‌های مبتنی بر فیزیک برای پیش‌بینی مشخصه‌های گذار خارجی توسعه یافتند [۸ و ۱۵-۱۱]. اما بررسی پدیده گذار داخلی نسبت به گذار خارجی کمتر مورد توجه بوده است. عدم قطعیت‌های زیاد متغیرهای جریان مانند ضرایب اصطکاک و انتقال حرارت نسبت به روابطی که برای این متغیرها در جریان‌های آشفتنه و آرام وجود دارند، مدل‌سازی گذار داخلی را دشوار می‌کند. علاوه بر این، تفاوت در اعداد رینولدز گذار داخلی بین کاربردهای صنعتی (از ۲۱۰۰ تا ۲۳۰۰) و عدد رینولدز گزارش شده در مراجع [۱۶ و ۱۷] (۶۰۰۰۰)، موضوع مهم دیگری برای رژیم گذار داخلی است (گرچه این نوع اختلاف در اعداد رینولدز گذار خارجی نیز وجود دارد). به دلیل ماهیت محدود جریان‌های داخلی به دیواره، همه مکانیزم‌های گذار ذکر شده در بالا می‌توانند به‌طور نامحدود به صورت یک رژیم کاملاً توسعه‌یافته باقی بمانند [۱۸]. در هر دو جریان داخلی و خارجی در سطح مشترک جامد-سیال لایه مرزی وجود

دارد که به تدریج با عبور جریان ضخامت آن افزایش می‌یابد. اما رشد لایه مرزی در جریان‌های داخلی بر خلاف جریان‌های خارجی در انتهای ناحیه در حال توسعه (ابتدای ناحیه توسعه یافته) متوقف می‌شود. بنابراین در نقطه ورود به ناحیه توسعه یافته (نقطه بهم رسیدن لایه‌های مرزی) به دلیل صفر شدن گرادین متغیرهای جریان در راستای جریان (بجز گرادین فشار) رژیم جریان تا انتهای دامنه حل یکسان باقی خواهد ماند. به همین دلیل در جریان داخلی سه نوع جریان وجود دارد که عبارتند: کاملاً آرام، کاملاً گذار و کاملاً آشفتنه. اما در جریان خارجی تا انتهای دامنه حل عدد رینولدز همواره در حال افزایش است.

فقدان مدل گذار مناسب برای جریان‌های داخلی همراه با همبستگی‌های تجربی لازم، منجر به اصلاح مدل گذار خارجی شده است [۱۸]. آبراهام و همکاران [۱۸] دو ضریب قابل تنظیم C_{e2} و C_{ot} مدل خارجی را بر اساس ضریب اصطکاک جریان داخل لوله در ناحیه کاملاً توسعه‌یافته اصلاح کردند. C_{e2} و C_{ot} تقویت‌کننده‌های عبارات E_{γ} و P_{ot} هستند. E_{γ} و P_{ot} به ترتیب عبارات تخریب و منبع معادلات اینترمیتنسی^۵ و عدد رینولدز ضخامت مومنتوم گذار (P_{ot}) هستند. مقدار عددی را با مقدار تجربی آن مطابقت می‌دهد. اعتبارسنجی مدل اصلاح شده با استفاده از شبیه‌سازی جریان بین دو صفحه موازی [۱۹] و داخل یک دیفیوزر [۲۰]، جریان ضربانی با دوره تناوب طولانی (شبه-پایا) [۲۱] انجام شد و پیش‌بینی مناسب ضریب اصطکاک دیواره مشاهده شد.

آبراهام و همکاران اثرات ناحیه در حال توسعه جریان داخلی را نادیده گرفتند و ضرایب مدل گذار خارجی $\gamma-Re_0$ را بر اساس مشخصه‌های ناحیه کاملاً توسعه یافته مانند ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته اصلاح کردند. بررسی ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته، از شروع گذار و گسترش آن در ناحیه در حال توسعه اطلاعی نمی‌دهد. لذا، استفاده از ضریب اصطکاک کاملاً توسعه‌یافته برای اصلاح مدل گذار خارجی نه تنها کافی نیست، بلکه منجر به پیش‌بینی نامطلوب متغیرهای جریان [۲۲ و ۲۳] (به عنوان مثال، طول ورودی برای جریان داخلی) می‌شود. همانطور که ذکر شد محل شروع گذار برای طراحی دستگاه‌هایی که با ضریب اصطکاک و انتقال حرارت دیواره سروکار دارند مهم است [۱]. اهمیت گذار برای جریان‌های متناوب نظیر جریان‌های ضربانی و نوسانی دو چندان می‌شود [۲۴]. به عنوان مثال، بررسی جریان تنفسی یا جریان خون تحت تأثیر جریان نوسانی ارتباط نزدیکی با مشخصه‌های دیواره دارد [۲۵ و ۲۶].

- 1 Computational fluid dynamic
- 2 Helicopter
- 3 Convergence rate
- 4 NACA4415

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\begin{cases} P_{\gamma 1} = c_{a1} F_{length} \rho S [\gamma F_{onset}]^{c_{\gamma 3}} \\ E_{\gamma 1} = c_{e1} P_{\gamma 1} \gamma \\ P_{\gamma 2} = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} \\ E_{\gamma 2} = c_{e2} P_{\gamma 2} \gamma \end{cases}$$

$$c_{a1} = 1, c_{e1} = 1, c_{\gamma 3} = 0.5, c_{a2} = 0.03, c_{e2} = 1$$

معادله (۳) انتقال اینترمیتسی را نشان می‌دهد که چهار منبع گذار و تخریب آن را در برمی‌گیرد. دو عبارت اول سمت راست معادله (۳) $P_{\gamma 1}$ و $E_{\gamma 1}$ منابع گذار هستند و دو عبارت دیگر $P_{\gamma 2}$ و $E_{\gamma 2}$ منابع تخریب گذار را نشان می‌دهند [۱۵]. F_{length} یک تابع تجربی است و طول ناحیه گذار را کنترل می‌کند. F_{onset} تابعی از چرخش است و باعث تولید اینترمیتسی می‌شود. علاوه بر این، F_{turb} منابع تخریب گذار را در زیر لایه لزج یا خارج از لایه مرزی آرام غیرفعال می‌کند. S و Ω نیز به ترتیب نشان دهنده مقدار نرخ کرنش و چرخش هستند.

$$\frac{\partial(\rho Re_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j Re_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial Re_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - Re_{\theta t}) (1 - F_{\theta t})$$

معادله (۴) انتقال عدد رینولدز ضخامت مومنتوم گذار $(\widetilde{Re}_{\theta t})$ را نشان می‌دهد که شامل عبارت منبع $P_{\theta t}$ برای تطابق با مقدار محلی $Re_{\theta t}$ است. $F_{\theta t}$ یک تابع ترکیبی برای غیرفعال کردن عبارت منبع در لایه مرزی است و به $Re_{\theta t}$ اجازه انتشار از جریان آزاد را می‌دهد [۱۵]. $c_{\theta t}$ و $\sigma_{\theta t}$ به ترتیب ثابت‌های کنترل عبارت منبع و ضریب انتشار هستند.

در مقاله حاضر بر خلاف روند انجام شده بوسیله آبراهام و همکاران، دو ضریب قابل تنظیم c_{e2} و $c_{\theta t}$ مدل منتر و همکاران [۱۵] بر اساس مشخصه‌های جریان در ناحیه در حال توسعه مانند طول ورودی جریان داخل لوله در محدوده‌ای از اعداد رینولدز اصلاح می‌شوند. برای اعتبارسنجی ضرایب جدید و اثبات مستقل بودن ضرایب جدید از هندسه و قابلیت پیاده‌سازی آن برای هر جریانی، شبیه‌سازی جریان با استفاده از شش مسئله مختلف بررسی شد. هر یک از مسائل یک جنبه از پدیده گذار را پوشش می‌دهد. بنابراین، عمومی بودن ضرایب جدید ثابت می‌شود. برخی از متغیرهای جریان، از جمله میدان سرعت متوسط، طول بازچسبانی، ضریب اصطکاک پوسته‌ای و ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته در اعداد رینولدز مختلف از 2×10^2 تا 3×10^5 بررسی می‌شوند. در نهایت نتایج بدست آمده از مدل اصلاح شده جدید با داده‌های تجربی، تئوری و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مقایسه می‌شود.

۲- مدل‌های فیزیکی و ریاضی

۲-۱- معادلات حاکم

برای شبیه‌سازی پدیده گذار در جریان داخلی از مجموعه معادلات تراکم‌ناپذیر و ناپایا استفاده می‌شود که در ادامه آورده شده‌اند.

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} ((\mu + \mu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) \quad (2)$$

معادلات (۱) و (۲) معادلات پیوستگی و مومنتوم را توصیف می‌کنند. متغیر μ_t ویسکوزیته آشفتگی است و بر اساس متغیرهای مدل آشفتگی محاسبه می‌شود که در ادامه آورده شده‌اند. برای شبیه‌سازی پدیده گذار نیز به دو معادله انتقال اینترمیتسی (γ) و عدد رینولدز ضخامت مومنتوم گذار $(\widetilde{Re}_{\theta t})$ نیاز است.

جدول ۱. هندسه‌های مختلف برای اعتبارسنجی مدل گذار اصلاح شده

Table 1. Geometries of different test cases for validation of modified transition model

هندسه‌ها	محدوده اعداد رینولدز
لوله متقارن محوری	2×10^5 تا 5×10^3
مجرای سه‌بعدی	$4/2 \times 10^4$
لوله متقارن محوری	$1/2 \times 10^5$ تا $3/2 \times 10^4$
لوله دارای تنگ شونده‌گی-باز شونده‌گی	2×10^3
پله معکوس	$6/4 \times 10^4$
دو صفحه موازی	3×10^5 تا 2×10^4

جریان کاملاً متلاطم و آرام را نشان می‌دهد. اگرچه بر اساس مدل توسعه داده شده بوسیله منتر و همکاران، مقدار $\gamma = 1$ برای پیش‌بینی پدیده گذار در جریان‌های خارجی مناسب است [۱۲ و ۱۵]، برای جریان‌های داخلی مناسب نیست. بنابراین، مدل منتر باید با اصلاح دو ضریب $C_{e\tau}$ و $C_{\theta t}$ (این دو ضریب طبق ادعای توسعه دهنده مدل انتخاب شده‌اند) بگونه‌ای اصلاح گردد که برای پیش‌بینی پدیده گذار در جریان‌های داخلی مناسب شود. اولین بار آبراهام و همکاران این دو ضریب را -با نادیده‌گیری تغییرات جریان در ناحیه در حال توسعه- بر اساس ضریب اصطکاک در ناحیه توسعه یافته اصلاح کردند. به همین دلیل مدل آن‌ها همچون مدل منتر، پیش‌بینی افزایش طول توسعه یافتگی با کاهش عدد رینولدز را دارد که بر خلاف روابط ارائه شده تجربی است [۲۳]. در مطالعه حاضر، مدل گذار منتر بر اساس طول ورودی جریان داخل لوله اصلاح شده و دو ضریب $C_{e\tau}$ و $C_{\theta t}$ به ترتیب از ۵۰ به ۱ و از 0.03 به 0.08 تغییر یافته‌اند. علت این تغییرات بزرگ بودن هر دو ضریب $C_{e\tau}$ و $C_{\theta t}$ برای جریان داخلی است که منجر به عدم تعادل ترم‌های تولید و میرایی گذار در هنگام تغییر رژیم جریان از آرام به آشفتگی می‌شود. اعتبارسنجی مدل گذار اصلاح شده با استفاده از شبیه‌سازی جریان در شش هندسه مرجع در ادامه ارائه شده است.

۲-۲- مدل‌های فیزیکی

برای ارزیابی ضرایب اصلاح شده جدید، شبیه‌سازی جریان درون شش هندسه مرجع داده شده در جدول ۱ مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. مراحل ارزیابی ضرایب اصلاح شده به شرح زیر است:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \alpha_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] + P_k - D_k \quad (5)$$

$$P_k = \gamma_{eff} P_k$$

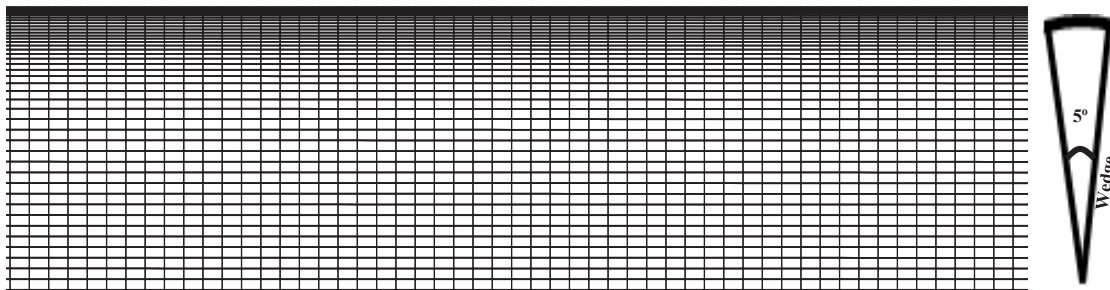
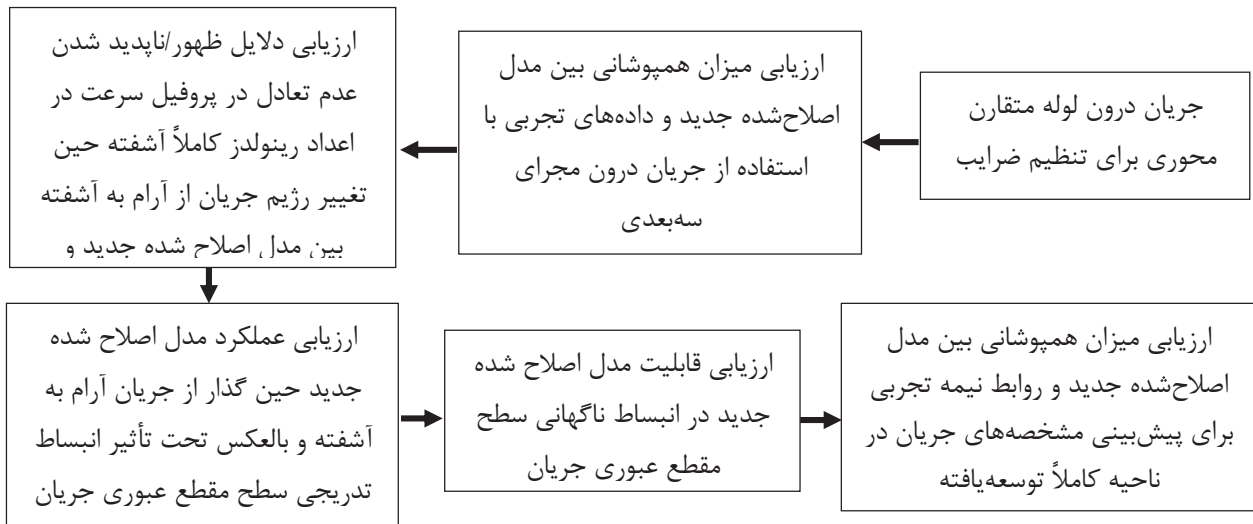
$$D_k = \min[\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1.0] D_k$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \alpha_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + \alpha \frac{P_k}{v_t} - D_\omega + Cd_\omega \quad (6)$$

معادلات انتقال (۵) و (۶) نیز به ترتیب معادلات حاکم بر انرژی جنبشی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف ویژه (ω) را نشان می‌دهند. عبارات \bar{D}_k و \bar{P}_k به ترتیب مربوط به تولید و اضمحلال آشفتگی هستند. شرح مفصل‌تری از معادلات حاکم را می‌توان در مرجع [۸] یافت. α_k و α_ω به ترتیب اعداد پراختل برای انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ اتلاف مخصوص هستند. همچنین μ_t و γ_{eff} به ترتیب اینترمیتنسی مؤثر و لزجت دینامیکی گردابی هستند.

مدل گذار اولیه انتقال تنش برشی^۱ از فاکتورهای محلی γ و $Re_{\theta t}$ برای پیش‌بینی شروع و طول گذار استفاده می‌کند. مطابق با مطالعات پیشین در حوزه جریان خارجی، مقدار اینترمیتنسی برای جریان آزاد و ورودی دامنه محاسباتی برابر یک قرار داده می‌شود. مقادیر γ برابر با یک و صفر به ترتیب

1 Shear stress transport



شکل ۱. هندسه لوله متقارن محوری به همراه توزیع شبکه

Fig. 1. Axisymmetric pipe geometry along with mesh

۲-۲-۲- مجرای سه‌بعدی

با استفاده از شبیه‌سازی جریان درون یک مجرای سه‌بعدی با نسبت طول به قطر هیدرولیک (L/D_H) ۴۴/۵، نتایج حاصل از مدل اصلاح شده با داده‌های تجربی [۲۷] مقایسه می‌شود. عدد رینولدز جریان 4×10^4 است.

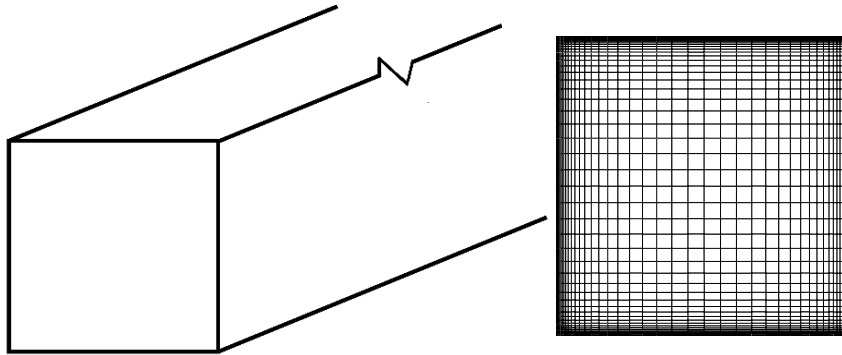
۲-۲-۳- لوله متقارن محوری

مورد سوم، شبیه‌سازی جریان درون لوله متقارن محوری با نسبت طول به قطر هیدرولیک (L/D_H) ۲۵۰ و مقایسه با نتایج بدست آمده بوسیله انسلمت [۲۸] است. مدل‌های گذار موجود مانند مدل منتر و همکاران و مدل اصلاح شده آبراهام و همکاران، نوعی عدم تعادل در پروفیل سرعت در اعداد رینولدز کاملاً آشفته را نشان می‌دهند. بنابراین، برای ارزیابی وجود عدم تعادل بر حسب تغییرات عدد رینولدز و شدت آشفتگی، رفتار جریان داخل لوله در محدوده اعداد رینولدز 10^4 تا $1/2 \times 10^5$ با استفاده از مدل گذار

برای تمام شبیه‌سازی‌ها، از هوا به عنوان سیال عامل با چگالی (kg m^{-3}) ۱ و ویسکوزیته (Pa s) 10^{-5} استفاده می‌شود.

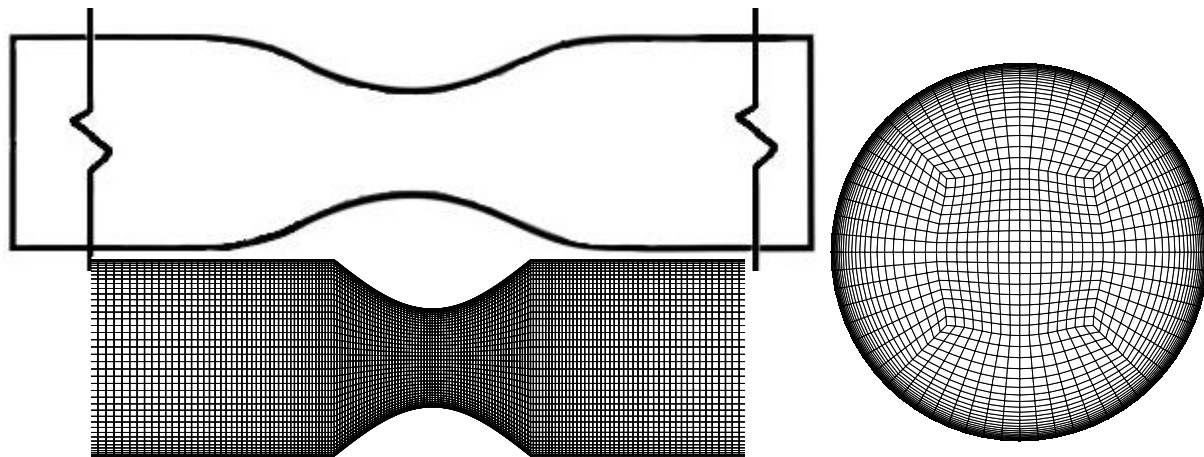
۲-۲-۱- لوله متقارن محوری

به عنوان اولین مورد، جریان درون یک لوله متقارن محوری با نسبت طول به قطر هیدرولیک (L/D_H) ۱۰۰ مورد بررسی قرار می‌گیرد. طول لوله به اندازه کافی بلند در نظر گرفته شده است تا از شرایط کاملاً توسعه یافته در خروجی اطمینان حاصل شود [۲۳]. مدل گذار منتر و همکاران افزایش طول ورودی را با کاهش عدد رینولدز پیش‌بینی می‌کند که در مغایرت با روابط و نتایج تجربی است. لذا ضرایب قابل تنظیم این مدل باید با ضرایب مناسب جایگزین شوند. برای اصلاح ضرایب مدل از تغییرات طول ورودی جریان داخل لوله در محدوده اعداد رینولدز 10^4 تا 2×10^5 استفاده می‌شود.



شکل ۲. هندسه مجرای سه بعدی به همراه توزیع شبکه

Fig. 2. 3D duct geometry along with mesh



شکل ۳. هندسه لوله تنگ شونده-باز شونده به همراه توزیع شبکه

Fig. 3. 3D stenosis pipe geometry along with mesh

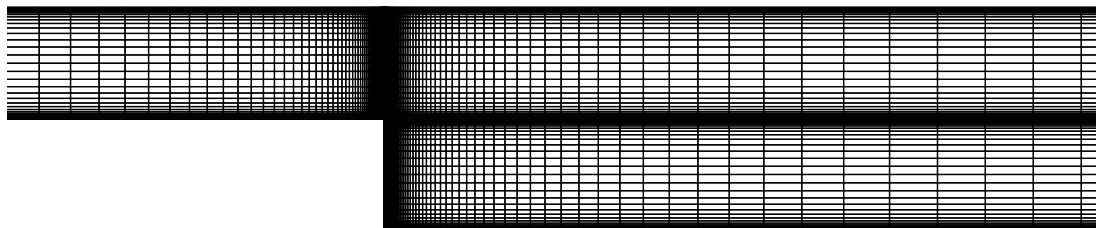
۲-۲-۵- پله معکوس

ارزیابی تأثیر مدل اصلاح شده جدید بر متغیرهای جریان در هنگام مواجهه با انبساط ناگهانی سطح مقطع، درستی ضرایب جدید را تأیید می‌کند. بنابراین، جریان در پله معکوس با نسبت انبساط ۲^۱ به عنوان پنجمین مسئله در نظر گرفته می‌شود. نسبت طول به قطر هیدرولیک (L/D_h) در هر دو سمت بالادست و پایین دست پله ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود تا از شرایط کاملاً توسعه یافته اطمینان حاصل شود. طول بازچسبانی با داده‌های تجربی [۳۱] برای زوایای پله مختلف از ۱۰ تا ۹۰ درجه و در عدد رینولدز 10^4 $6/4$ مقایسه می‌شود.

پیشین و مدل اصلاح شده جدید مورد بررسی قرار گرفت.

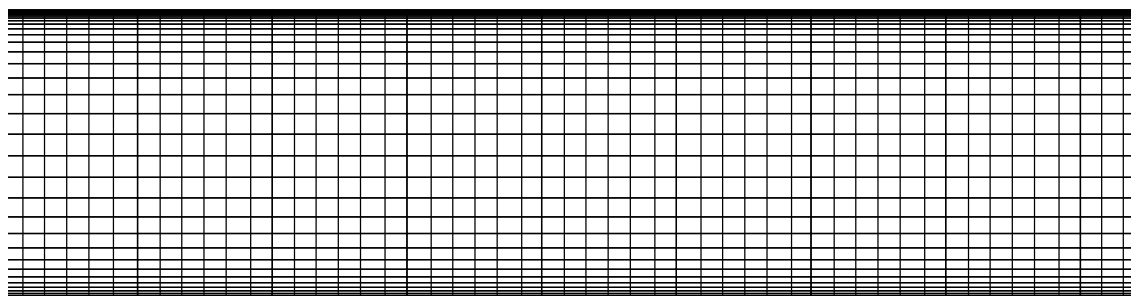
۲-۲-۴- لوله تنگ شونده-بازشونده

بررسی متغیرهای جریان در هنگام گذار از جریان آرام به آشفتگی و بالعکس با تغییر تدریجی سطح مقطع موضوع مهم دیگری است. بنابراین برای اعتبارسنجی قابلیت‌های مدل گذار اصلاح شده جدید تحت تأثیر انبساط و انقباض تدریجی سطح مقطع، شبیه‌سازی جریان درون یک لوله تنگ شونده-بازشونده سه بعدی به عنوان چهارمین مسئله بررسی می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده با داده‌های تجربی ارائه شده به وسیله احمد و گیدنز [۲۹] و الکنر و همکاران [۳۰] و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در عدد رینولدز 2×10^3 مقایسه می‌شود.



شکل ۴. هندسه پله به همراه توزیع شبکه

Fig. 4. Step geometry along with mesh



شکل ۵. هندسه دو صفحه موازی به همراه توزیع شبکه

Fig. 5. Parallel plates geometry along with mesh

۲-۲-۶ دو صفحه موازی

در مسئله ششم عملکرد ضرایب جدید برای پیش‌بینی مشخصه‌های جریان در نزدیک دیواره با استفاده از دو صفحه موازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. نسبت طول به قطر هیدرولیک (L/D_h) ۲۰۰ در نظر گرفته می‌شود تا از شرایط کاملاً توسعه یافته در خروجی اطمینان حاصل شود. ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته با داده‌های تجربی موجود [۳۲] در اعداد رینولدز 2×10^4 تا 3×10^5 مقایسه می‌شود.

۳- شرایط مرزی

نسبت طول به قطر هیدرولیک (L/D_h) دامنه‌های محاسباتی به اندازه کافی طولانی در نظر گرفته می‌شود (۱۰۰، ۲۰۰) تا از شرایط کاملاً توسعه یافته در خروجی اطمینان حاصل شود. در مرز ورودی بر اساس عدد رینولدز از پیش تعریف شده از پروفیل سرعت یکنواخت و در دیواره‌ها از شرط مرزی عدم لغزش استفاده می‌شود. شرایط مرزی برای مقادیر دیگر، مانند انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ اتلاف مخصوص، به ترتیب با استفاده از روابط (۷) و (۸) محاسبه می‌شوند [۳۳].

$$k = 1.5 (IU)^2 \quad (7)$$

$$\omega = \sqrt{k}/C_\mu l \quad (8)$$

که در آن مقیاس طول آشفتگی l و شدت آشفتگی I به ترتیب بر اساس روابط (۹) و (۱۰) محاسبه می‌شود [۳۳].

$$l = 0.07 D_h / C_\mu^{3/4} \quad (9)$$

$$I = 0.16 (\text{Re}_{D_h})^{-1/8} \quad (10)$$

شرایط مرزی ورودی برای اینترمیتنسی و عدد رینولدز ضخامت مومنتوم

- 1 Turbulence length scale
- 2 Turbulence intensity

جدول ۲. شبکه مناسب با استفاده از شاخص همگرایی شبکه برای شبیه‌سازی‌های عددی

Table 2. Appropriate grid using GCI factor for numerical simulations

GCI(%)		شبکه	هندسه‌ها
انرژی جنبشی آشفتگی	سرعت بی‌بعد		
بی‌بعد			
۲/۸	۰/۱۲	۱۹۱۰۰۰	لوله متقارن محوری
۲/۲	۲/۱	۲۰۵۰۰۴۰	مجرای سه‌بعدی
۲/۲	۰/۱	۷۱۴۲۰۰	لوله متقارن محوری
۲/۳	۰/۱۳۴	۲۲۱۳۵۴۷	لوله تنگ شونده- بازشونده
۲/۵	۳	۸۲۵۰۰۰	پله معکوس
۲/۶	۰/۰۹	۱۷۵۴۰۰	دو صفحه موازی

۵- نتایج و بحث

هر جریانی (چه داخلی یا خارجی) بر اساس عدد رینولدز (چه آرام یا آشفته) در ناحیه ابتدایی دامنه حل کاملاً آرام است و سپس براساس عدد رینولدز و شدت آشفتگی به رژیم آرام، گذار یا آشفته متمایل می‌شود. به همین دلیل منتر و همکاران مقدار ضریب C_{e2} را برای جلوگیری از آشفتگی جریان در ابتدای ناحیه ورودی و شبیه‌سازی جریان آرام برابر مقدار بزرگ ۵۰ قرار دادند. بدین ترتیب، به سرعت مقدار اینترمیتنسی بقدری کاهش می‌یابد که جریان در ابتدای دامنه حل بصورت آرام شبیه‌سازی شود. سپس اگر عدد رینولدز جریان و شدت آشفتگی متناظر با جریان گذار یا آشفته باشد به سمت آنها متمایل گردد. با انجام ۳۰ شبیه‌سازی در اعداد رینولدز آرام، گذار و آشفته درون لوله متقارن محوری و بررسی تغییرات سرعت مرکزی، مشاهده شد طول توسعه یافتگی با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد. این روند بر خلاف نتایج تجربی موجود و روابط ارائه شده در کتب سیالات مرجع است. سپس با انجام بیش از ۱۵۰ شبیه‌سازی درون لوله با مقادیر مختلف برای دو ضریب قابل تغییر C_{e2} و $C_{\theta1}$ ، به ترتیب مقادیر ۱ و ۰/۰۰۸ بدست آمد که موجب افزایش طول توسعه یافتگی با افزایش عدد رینولدز می‌شود.

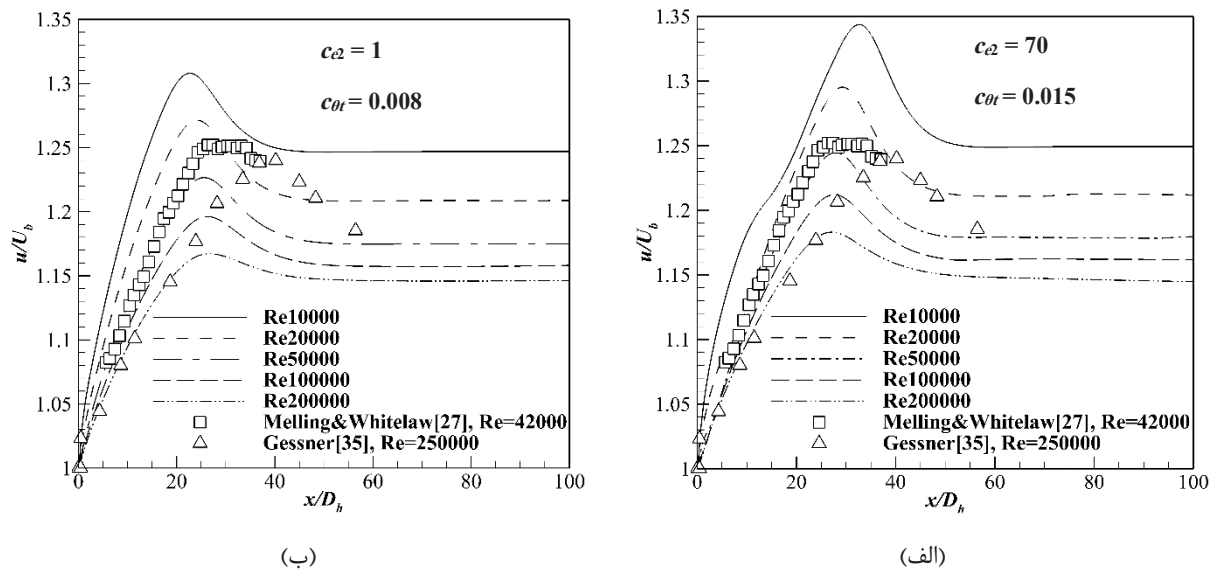
از جریان درون یک لوله متقارن محوری برای جایگزینی ضرایب مدل گذار پایه با ضرایب مناسب جدید استفاده می‌شود. شکل‌های ۶ (الف) و ۶ (ب) تغییرات سرعت خط مرکزی را بر حسب موقعیت محوری برای دو مجموعه مختلف از ضرایب نشان می‌دهند. رشد لایه‌های مرزی منجر به شتابگیری هسته جریان می‌شود و همزمان با بازیابی جریان، مقدار سرعت

گذار به ترتیب برابر با ۱ و ۱۲۲/۰۳ تنظیم می‌شود [۱۲]. علاوه بر این، در دیواره‌ها گرادیان صفر برای هر دو کمیت اعمال می‌شود [۸].

۴- روش حل عددی

با توجه به حساسیت بالای محل شروع گذار به روش گسسته‌سازی عبارت جابه‌جایی، در همه معادلات عبارت جابه‌جایی با استفاده از روش مرتبه دوم بالادستی محدود شده گسسته می‌شوند [۱۵]. از آرایش شبکه هم‌مکان نیز برای ذخیره‌سازی متغیرهای جریان استفاده می‌شود. همبستگی سرعت-فشار نیز با استفاده از الگوریتم پیمپل^۱ اعمال می‌شود [۳۴] و برای تسریع نرخ همگرایی از روش چندشبکه‌ای استفاده می‌شود. علاوه بر این، برای کنترل عدد کورانت کوچکتر از یک در طول شبیه‌سازی، اندازه گام زمانی 10^{-6} تنظیم شده است و مقدار فاصله بی‌بعد دیواره (y^+) نیز کمتر از یک است. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از مدل گذار $\gamma-Re_{\theta}$ تا رسیدن به حالت پایا ادامه پیدا می‌کنند و مقادیر باقیمانده‌ها برای همه متغیرها کمتر از 10^{-11} است. تمامی شبیه‌سازی‌ها با استفاده از بسته‌های کد متن‌باز این‌فوم^۲ انجام شده است. برای مطالعه شبکه نیز از شاخص همگرایی شبکه^۳ استفاده می‌شود [۳۵]. حداکثر مقدار عدم قطعیت گسسته‌سازی برای هندسه‌های ذکر شده در بالا با استفاده از سرعت و انرژی جنبشی آشفتگی بی‌بعد در جدول ۲ ارائه شده است.

- 1 PIMPLE
- 2 OpenFOAM7
- 3 Grid Convergence Index



شکل ۶. پروفیل سرعت در خط مرکزی لوله در امتداد محور طولی در اعداد رینولدز مختلف برای محدوده شدت آشفتگی‌های ۰/۰۳ تا ۰/۰۵ (الف) مدل اصلاح شده آبراهام (ب) مدل اصلاح شده جدید

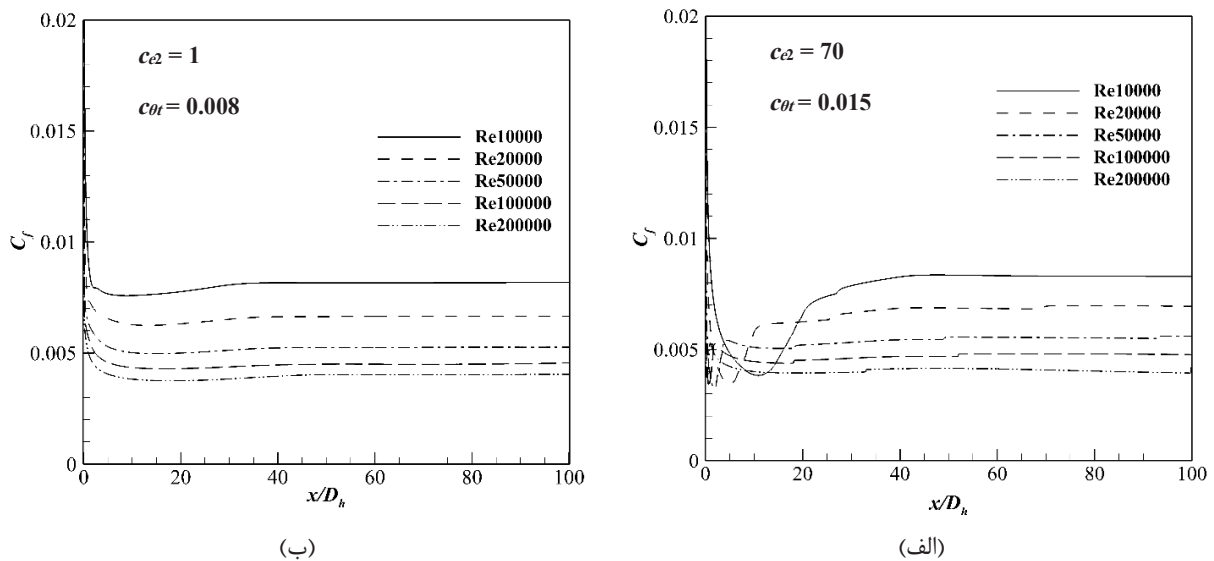
Fig. 6. Centerline pipe velocity profile along the longitudinal axis at different Reynolds numbers for the turbulence intensity ranges from 0.03 to 0.05 (a) Abraham's model (b) New modified model

و مدل گذار اصلاح شده جدید، گذار طبیعی را به جای گذار بای پس در اعداد رینولدز کاملاً آشفته (10^4 تا 2×10^5) نشان می‌دهد (شکل ۶ الف)). پیش‌بینی نامناسب طول ورودی و تأخیر در گذار بای پس با استفاده از مدل گذار پایه به مقدار عددی C_{e2} مرتبط هستند. در اعداد رینولدز بزرگتر از 2×10^5 همراه با شدت آشفتگی متوسط از ۰/۰۳ تا ۰/۰۵، لایه مرزی آرام و ناحیه گذار ناپدید می‌شود و مدل گذار پایه به عنوان یک مدل کاملاً آشفته عمل می‌کند. اما، جریان کاملاً متلاطم در داخل یک لوله در عدد رینولدز بزرگتر از $1/3 \times 10^4$ [۳۷] اتفاق می‌افتد، که ساختارهای اسلاگ جریان تشکیل می‌شوند. تفاوت بین دو عدد رینولدز $1/3 \times 10^4$ و 2×10^5 بسیار زیاد است و حاکی از وجود تأخیر زیاد در مدل گذار پایه است.

از طرف دیگر، در جریان توسعه یافته کاملاً آرام سرعت بیشینه دو برابر سرعت متوسط است و در جریان توسعه یافته کاملاً آشفته سرعت بیشینه $1/2$ الی $1/3$ برابر سرعت متوسط است. بنابراین هر نسبتی از این دو کمیت (سرعت بیشینه و متوسط) که بین ۲ و $1/3$ قرار گیرد مبین رژیم گذار است. هر چه نسبت مذکور به عدد ۲ نزدیک‌تر باشد نشان دهنده تمایل رژیم گذار به جریان آرام است و هرچه به عدد $1/3$ نزدیک باشد نشان دهنده تمایل گذار به رژیم آشفته است [۱۸ و ۲۲ و ۲۳].

با بررسی تغییرات ضریب اصطکاک موضعی به درک بهتری از حضور

خط مرکزی کاهش می‌یابد و در ناحیه کاملاً توسعه یافته ثابت می‌گردد. افزایش عدد رینولدز، مکان ناحیه کاملاً توسعه یافته به دلیل نازک شدن بیشتر لایه‌های مرزی به سمت پایین دست جریان متمایل می‌گردد. اما، مدل گذار پایه عکس این روند را نشان می‌دهد بطوریکه طول ناحیه ورودی با افزایش عدد رینولدز، افزایش می‌یابد، که برخلاف داده‌های تجربی [۲۷ و ۳۶] است (شکل ۶ الف)). جابجینی ضرایب پایه با ضرایب جدید، رفتار نامناسب مدل گذار پایه را اصلاح می‌کند و از روند داده‌های تجربی پیروی می‌کند [۲۳] (شکل ۶ ب)). مقدار بزرگ C_{e2} باعث عدم تعادل بین عبارات تخریب و تولید گذار می‌شود و بصورت مصنوعی جلوی رشد گذار را می‌گیرد. بنابراین، هنگام تغییر جریان از یک رژیم به رژیم دیگر، موجب ایجاد تأخیر می‌شود. اثبات این مدعا از بین رفتن عدم تعادل با افزایش عدد رینولدز (به دلیل زوال عبارات تخریب و رشد گذار) است. با افزایش عدد رینولدز، عبارت F_{turb} با یک نرخ نمایی کاهش می‌یابد و بر مقدار C_{e2} غلبه می‌کند و منابع تخریب گذار کاهش می‌یابند. ضرایب جدید تعادل مناسبی بین منابع تولید و تخریب گذار در هر دو جریان آرام و آشفته ایجاد می‌کند. بنابراین طول ورودی پیش‌بینی شده با استفاده از مدل اصلاح شده جدید مطابق با داده‌های تجربی [۲۳] است. با افزایش عدد رینولدز (جریان آشفته)، نوع گذار به گذار بای پس تغییر می‌یابد. اما مدل گذار پایه در مقایسه با داده‌های تجربی [۳۷]



شکل ۷. ضریب اصطکاک لوله در امتداد محور طولی در اعداد رینولدز مختلف برای محدوده شدت آشفتگی‌های ۰/۰۳ تا ۰/۰۵ (الف) مدل اصلاح شده آبراهام (ب) مدل اصلاح شده جدید

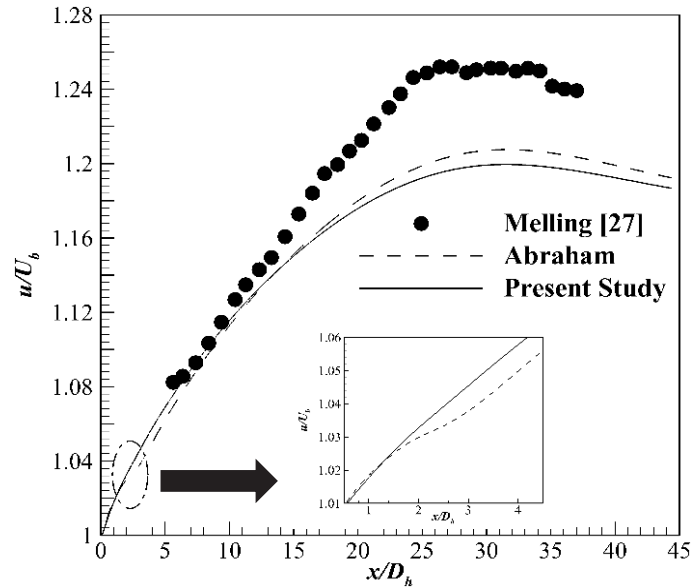
Fig. 7. Wall friction factor profile along the longitudinal axis at different Reynolds numbers for the turbulence intensity ranges from 0.03 to 0.05 (a) Abraham's model (b) New modified model

نمی‌یابد. بلکه در هنگام عبور از ناحیه گذار مقداری افزایش پیدا می‌کند و سپس ثابت می‌گردد. با توجه به اینکه عدد رینولدز جریان کاملاً آشفته در لوله حدود ۱۳۰۰۰ است [۳۷]، ناحیه گذار بسیار کوچک است و جریان تمایل به آشفتگی شدن دارد. به همین دلیل مقدار افزایش ضریب اصطکاک در مدل اصلاح شده جدید بر خلاف مدل اصلاح شده آبراهام بسیار کمتر است و با ادبیات تحقیق موجود همخوانی مناسب‌تری دارد. بنابراین، مدل اصلاح شده جدید رفتار مناسبی را در اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. به طوری که در اعداد رینولدز کوچک‌تر از $10^4 \times 1/3$ هر دو ناحیه آرام و گذار را مطابق با نتایج ارائه شده بوسیله توسط دورست و اونسال [۳۷] پیش‌بینی می‌کند (شکل ۷ (ب)).

پس از انجام مراحل اصلاح ضرایب، ضرایب جدید باید بر روی پیکربندی‌های مختلف ارزیابی شوند تا نشان داده شود که نه تنها مستقل از پیکربندی‌ها هستند، بلکه می‌توانند بر روی هر فیزیک جریان نیز پیاده‌سازی شوند. یک مجرای سه‌بعدی، یک لوله متقارن محوری، یک لوله تنگ شونده-باز شونده سه‌بعدی، پله معکوس و دو صفحه موازی برای تأیید قابلیت‌های مدل اصلاح‌شده جدید انتخاب شده‌اند. نتایج مدل اصلاح شده جدید به ترتیب با داده‌های تجربی به دست آمده به وسیله ملینگ و وایتلاو

گذار می‌توان دست پیدا نمود. تغییرات ضریب اصطکاک در حالتی که جریان کاملاً آشفته یا کاملاً آرام باشد بصورت یکنوا کاهشی است. اما در جریان‌هایی که ناحیه گذار قابل توجه باشد ابتدا به دلیل جریان کاملاً آرام، کاهشی و سپس یک افزایش ناگهانی را به دلیل پدیده گذار تجربه می‌کند و سپس ثابت می‌گردد. شکل ۷ (الف) و (ب) تغییرات ضریب اصطکاک را برای مدل اصلاح شده جدید و مدل گذار پایه در اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. تغییرات ضریب اصطکاک، تغییرات طول ناحیه گذار را نشان می‌دهد بطوریکه با افزایش عدد رینولدز طول ناحیه گذار کوچکتر می‌شود. مقدار عددی C_{e2} منجر به پیش‌بینی بزرگ ناحیه گذار با استفاده از مدل گذار پایه (شکل ۷ (الف)) می‌شود، در حالی که جایگزینی ضرایب پایه با ضرایب جدید باعث بهبود عملکرد مدل گذار برای پیش‌بینی طول گذار می‌شود. علاوه بر این، پیش‌بینی بزرگ طول گذار منجر به پیش‌بینی نامناسب طول ورودی می‌شود که برخلاف داده‌های تجربی [۲۷ و ۳۶ و ۳۸] است.

همانطور که گفته شد در رژیم کاملاً آرام یا آشفتگی (اعداد رینولدز بزرگتر از ۱۳۰۰۰) ضریب اصطکاک بصورت یکنوا کاهش می‌یابد. اما در اعداد رینولدز نه چندان بالا مانند عدد رینولدز ۵۰۰۰ یا ۱۰۰۰۰ (عدد رینولدز ۱۰۰۰۰ در شکل ۷ داده شده است) ضریب اصطکاک بصورت یکنوا کاهش



شکل ۸. پروفیل سرعت در خط مرکزی مجرای سه‌بعدی در امتداد محور طولی در عدد رینولدز 4.2×10^4

Fig. 8. Centerline 3D duct velocity profile along the longitudinal axis at $Re = 4.2 \times 10^4$

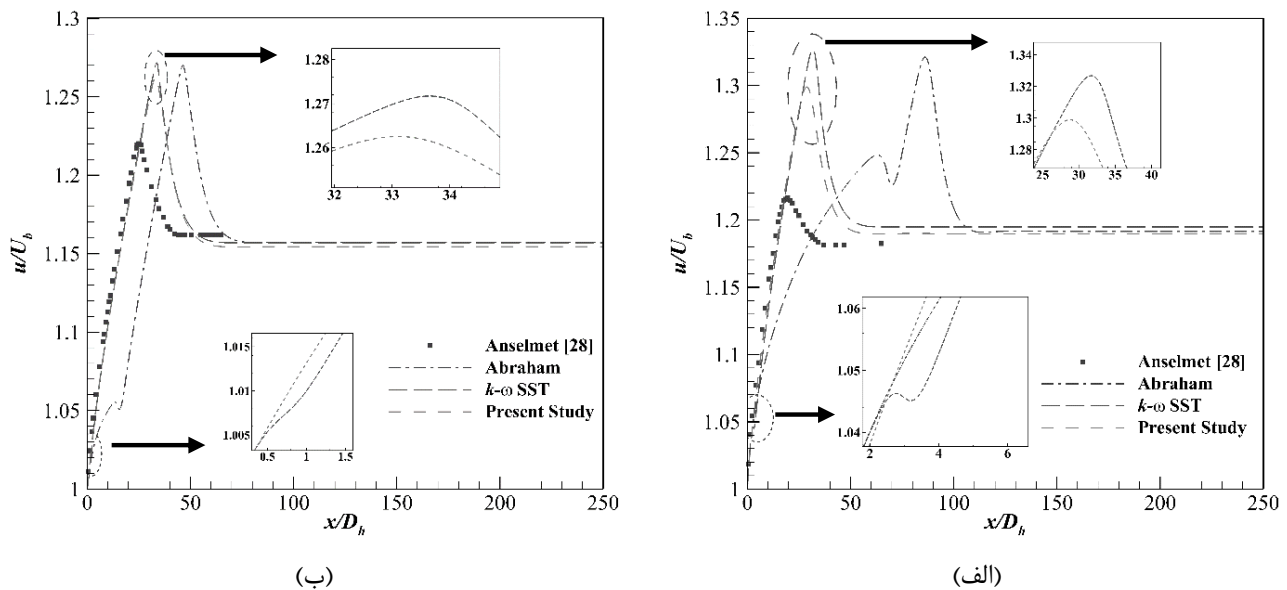
سرعت آشفته می‌گردد.

انحراف نتایج از داده‌های تجربی در $x/D_h > 15$ به دلیل حذف ترم‌های نوسان تحت تأثیر متوسط‌گیری زمانی و اثرات پراکندگی کلی غیر قابل اغماض است. برخی کمیت‌ها نظیر سطح آشفتگی اولیه و طراحی سطح مقطع ورودی بر پراکندگی تأثیر می‌گذارد [۲۸]. پیکربندی بعدی، لوله متقارن محوری انسلمت برای اعتبار بخشیدن به ضرایب جدید است (شکل ۹). برای مشخص کردن کاستی‌های نسخه‌های قبلی مدل‌های گذار انتقال تنش برشی در برابر مدل جدید، نتایج با نتایج ارائه بوسیله انسلمت مقایسه می‌شوند [۲۸].

مطابق شکل ۹، شتاب جریان تا نقطه ادغام لایه‌های مرزی ادامه می‌یابد، سپس کاهش سرعت جریان به دلیل بازیابی جریان رخ می‌دهد و به مقدار ثابت در ناحیه توسعه یافته متمایل می‌شود. نتایج حاصل از مدل اصلاح شده جدید تطابق بهتری با نتایج انسلمت در مقایسه با سایرین نشان می‌دهد (شکل ۹). تأخیر تغییر بین جریان‌های گذار و آشفته برای مدل $k-\omega$ SST و مدل گذار پایه در ابتدای ناحیه ورودی به ترتیب به دلیل تابع میرایی [۱۵] و عدم تعادل بین منابع تخریب و تولید گذار است. تأخیر مدل گذار پایه در مقایسه با مدل $k-\omega$ SST، به دلیل تقابل منابع تخریب و تولید گذار در برابر یکدیگر بسیار زیاد است. این تأخیر با افزایش عدد رینولدز و با شدت

[۲۷]، انسلمت و همکاران [۲۸]، احمد و گیدنز [۲۹]، راک و ماکویلا [۳۱] و روابط تجربی مقایسه می‌شود.

شکل ۸ تغییرات پروفیل سرعت را بر روی خط مرکزی مجرای سه‌بعدی نشان می‌دهد که به دلیل توسعه لایه‌های مرزی شتاب گرفته و به حداکثر مقدار می‌رسد. با بازیابی جریان، سرعت کاهش می‌یابد و در ناحیه کاملاً توسعه یافته ثابت می‌شود. نتایج مدل اصلاح‌شده جدید در برابر داده‌های تجربی ارائه شده بوسیله ملینگ [۲۷] و مدل گذار پایه در شکل ۸ نشان داده شده است. نتایج تأیید می‌کنند که مدل اصلاح‌شده جدید می‌تواند روند نتایج تجربی را با دقت قابل قبولی دنبال کند. حداکثر درصد خطای مدل گذار پایه و جدید در مقایسه با داده‌های تجربی به ترتیب ۴ و ۴/۷ است. بر اساس شکل ۸ (قسمت برجسته)، عدم تعادل بین منابع تخریب و تولید گذار با استفاده از مدل گذار پایه منجر به تأخیر در تغییر رژیم جریان بین دو رژیم گذار و آشفته می‌شود. بنابراین ایجاد تعادل مناسب با جایگزینی ضرایب پایه با ضرایب جدید منجر به کاهش عدم تعادل می‌شود. شایان ذکر است، هر دو مدل اصلاح‌شده جدید و مدل اصلاح‌شده آبراهام در عدد رینولدز 4.2×10^4 (جریان کاملاً آشفته) به مدل $k-\omega$ SST تبدیل می‌شوند و به همین دلیل است که اختلاف بین مدل‌ها ناچیز است. در این عدد رینولدز ناحیه گذار وجود ندارد و بای‌پس گذار رخ می‌دهد به طوری که جریان به



شکل ۹. پروفیل سرعت روی خط مرکزی لوله با شدت آشفتگی ۰/۰۱ (الف) عدد رینولدز $3/2 \times 10^4$ (ب) عدد رینولدز $1/2 \times 10^5$

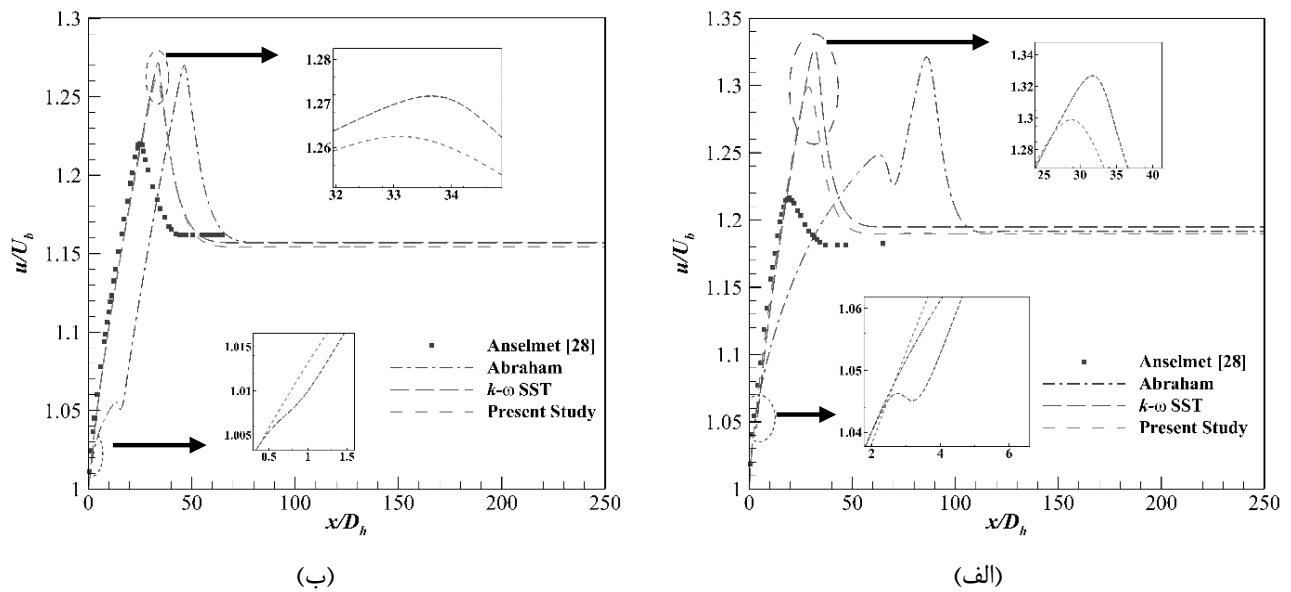
Fig. 9. Centerline pipe velocity profile for the turbulence intensity 0.01 (a) $Re = 3.2 \times 10^4$ (b) $Re = 1.2 \times 10^5$

است که در شکل ۶ (الف) $0/04$ و در شکل ۹ (ب) $0/01$ است. اما، مدل اصلاح شده جدید مشخصه‌های جریان را طبق مرجع [۳۷] پیش‌بینی می‌کند، و ناحیه گذار همراه با لایه مرزی آرام در عدد رینولدز بزرگتر از $1/3 \times 10^4$ ناپدید می‌شود. نتایج نشان می‌دهد مدل اصلاح شده جدید وابستگی کمتری به سطوح آشفتگی دارد که منجر به پایداری و ثبات بیشتر مدل در شدت‌های مختلف آشفتگی می‌شود.

علاوه بر این، نوع پدیده گذار، همانطور که در ادبیات ذکر شده، موضوع قابل توجه دیگری است. در سطوح پایین تلاطم، گذار طبیعی به دلیل تغییرات تدریجی ساختارهای جریان اتفاق می‌افتد، اما در سطوح بالای تلاطم، جریان گذار را تجربه نمی‌کند و مستقیماً تلاطم می‌شود که به آن گذار بای‌پس می‌گویند [۱۲ و ۳۹]. با توجه به اشکال ۹ و ۶ (ب)، مدل اصلاح شده جدید می‌تواند پدیده‌های گذار طبیعی و بای‌پس را با توجه به عدد رینولدز و سطوح تلاطم پیش‌بینی کند.

وقوع گذار به دلیل تغییر عدد رینولدز تحت تأثیر تغییرات سطح مقطع، چالش جدیدی را برای مدل اصلاح شده جدید ایجاد می‌کند. بنابراین، مسئله لوله تنگ شونده-باز شونده ارائه شده بوسیله احمد و گیدنز [۲۹] برای ارزیابی قابلیت‌های مدل اصلاح شده جدید بررسی گردید. مشخصه‌های جریان برای گذار از حالت آشفتگی به آرام با توجه به داده‌های موجود در عدد رینولدز 2×10^3

آشفتگی یکسان به سمت بالادست جریان حرکت می‌کند (شکل ۹). افزایش عدد رینولدز به ترتیب منجر به برجسته شدن و کاهش منابع تولید و تخریب گذار می‌شود، بنابراین روند تبدیل از یک رژیم به رژیم دیگر در نزدیکی ورودی دامنه محاسباتی اتفاق می‌افتد. در جریان‌های بسیار متلاطم همراه با شدت آشفتگی بالا، عدم تعادل به دلیل مقادیر بالای منابع تولید گذار در برابر منابع تخریب آن ناپدید می‌شود و جریان به جریان کاملاً آشفتگی تبدیل می‌شود. دورست و اونسال [۳۷] نشان دادند که شروع رژیم آشفتگی در داخل یک لوله در عدد رینولدز بزرگتر از $1/3 \times 10^4$ اتفاق می‌افتد. بنابراین، عدم تعادل باید در اعداد رینولدز کوچکتر از $1/3 \times 10^4$ ناپدید شود، اما، مدل‌های گذار پایه و $k-\omega$ SST وجود عدم تعادل را تا عدد رینولدز $1/2 \times 10^5$ نشان می‌دهند. علاوه بر این، مقدار شدت آشفتگی جریان آزاد نیز عامل مهمی است که افزایش آن باعث پیش‌بینی بهتر متغیرهای جریان می‌شود. زیرا پیش‌بینی پدیده گذار با استفاده از مدل گذار پایه، وابستگی بالایی به شدت آشفتگی دارد. نتایج مدل گذار پایه در اعداد رینولدز مشابه اما با سطوح مختلف شدت آشفتگی جریان آزاد متفاوت است (مقایسه اشکال ۶ (الف) و ۹ (ب) در عدد رینولدز 10^5). اگرچه عدد رینولدز جریان در شکل ۹ (ب) $(1/2 \times 10^5)$ بزرگتر از عدد رینولدز در شکل ۶ (الف) (10^5) است، مرتبه عدم تعادل در شکل ۶ (الف) کمتر از شکل ۹ (ب) است. این تفاوت به دلیل تفاوت در شدت آشفتگی



شکل ۱۰. مقایسه پروفیل سرعت در برابر داده‌های تجربی در لوله تنگ شونده- باز شونده در عدد رینولدز 2×10^3 (الف) امتداد طولی لوله (ب) امتداد شعاعی لوله

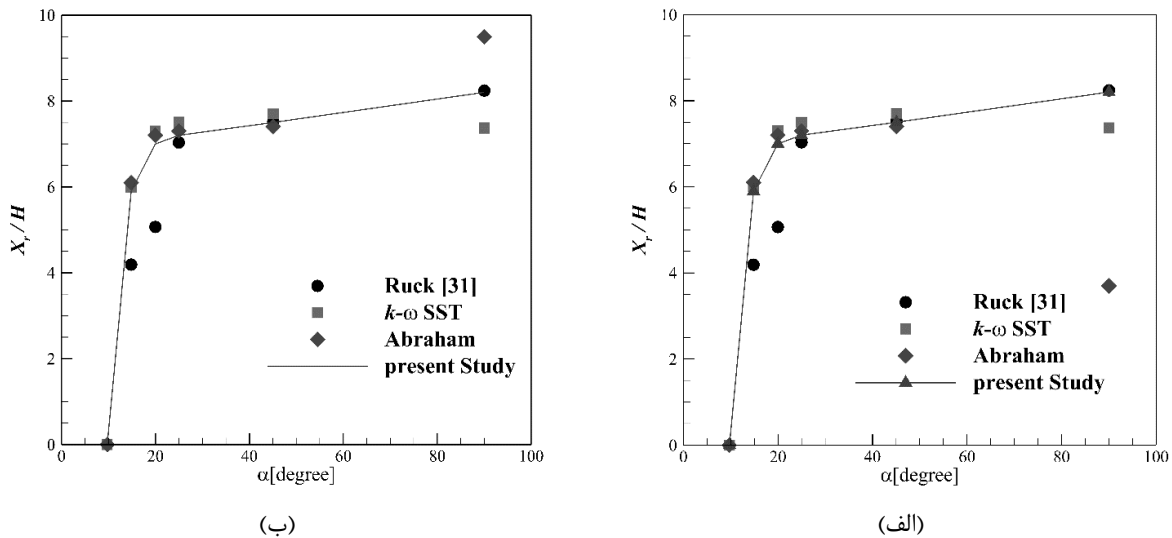
Fig. 10. Comparison of velocity profiles against experimental data inside the stenosis pipe at $Re = 2 \times 10^3$ (a) longitudinal (b) radial

می‌دهند و نسبت به مدل $k-\omega$ SST مطابقت بهتری در برابر داده‌های تجربی و مدل ویل دارند. در بخش‌های دیگر ($x/D_h > 4/4$) تفاوت مدل آبراهام و مدل اصلاح‌شده جدید در برابر داده‌های تجربی بیشتر از $k-\omega$ SST است که به دلیل وجود معادلات گذار است. وجود عبارات گذار منجر به تأخیر بین تطبیق جریان در برابر داده‌های تجربی در بخش‌های پایین دست می‌شود [۳۱].

علاوه بر این، برای تشخیص تفاوت بین مدل آبراهام و مدل اصلاح شده جدید، پروفیل سرعت در مقطع ($x/D_h = 6$) نشان داده شده است. با توجه به داده‌های تجربی موجود، نیمی از مقطع در شکل ۱۰ (ب) ارائه شده است. شکل ۱۰ (ب) نشان می‌دهد که دو ناحیه متمایز وجود دارد: ۱) ناحیه گردشی از $1 \leq x/D_h \leq 0.6$ ، و ۲) هسته جریان. اگرچه هر سه مدل از روند داده‌های تجربی و نتایج ویل پیروی می‌کنند، اما نتیجه مدل اصلاح‌شده جدید در تطابق بهتری با داده‌های تجربی است. استفاده از ضرایب اصلاح شده جدید به دلیل ایجاد تعادل بهتر بین منابع تولید و تخریب گذار، عملکرد مدل گذار پایه را بهبود بخشید. بنابراین، اصلاحات جدید برای پیش‌بینی مشخصه‌های جریان برای گذار جریان از حالت آشفته به آرام مناسب است. مسئله پله معکوس با نسبت انبساط ۲ در زوایای مختلف از ۱۰ تا ۹۰ بعنوان مسئله پنجم برای اعتبارسنجی بررسی می‌شود و نتایج با داده تجربی

استخراج می‌شوند و با نتایج به‌دست‌آمده با هر دو پژوهش تجربی [۲۹] و مدل ویل [۳۰] مقایسه می‌شوند.

شکل ۱۰ مقایسه بین نتایج سه مدل $k-\omega$ SST، مدل آبراهام و مدل اصلاح‌شده جدید را در برابر داده‌های تجربی و مدل ویل نشان می‌دهد. بر اساس داده‌های تجربی، نتایج ارائه شده مربوط به قسمت تنگ شده تا فاصله محوری شش برابر قطر هیدرولیک ($x/D_h = 6$) است (شکل ۱۰ الف). با فاصله گرفتن از بخش تنگ شده، سرعت شروع به کاهش می‌کند، اما نرخ تغییر سرعت به میزان تغییرات سطح مقطع بستگی دارد. در مقاطع نزدیک به قسمت تنگ شده ($0 < x/D_h < 1/5$)، میزان تغییرات سطح مقطع کم است و سرعت به تدریج کاهش می‌یابد و هر سه مدل داده‌های تجربی را به خوبی دنبال می‌کنند. در $x/D_h > 1/5$ ، میزان تغییرات سطح مقطع افزایش می‌یابد (ناحیه پس از قسمت تنگ شده چهار برابر ناحیه تنگ شده است)، و سرعت با نرخ بیشتری کاهش می‌یابد. کاهش سرعت یا افزایش سطح مقطع به ترتیب منجر به کاهش عدد رینولدز می‌شود. بنابراین، ظهور پدیده گذار در لایه برشی نزدیک به قسمت تنگ شده رخ می‌دهد و هسته جریان با کمی تأخیر تحت تأثیر گذار قرار می‌گیرد [۳۰]. در ناحیه گذار ($4/4 < x/D_h < 1/5$)، هر دو مدل اصلاح‌شده جدید و مدل آبراهام رفتار مشابهی را نشان

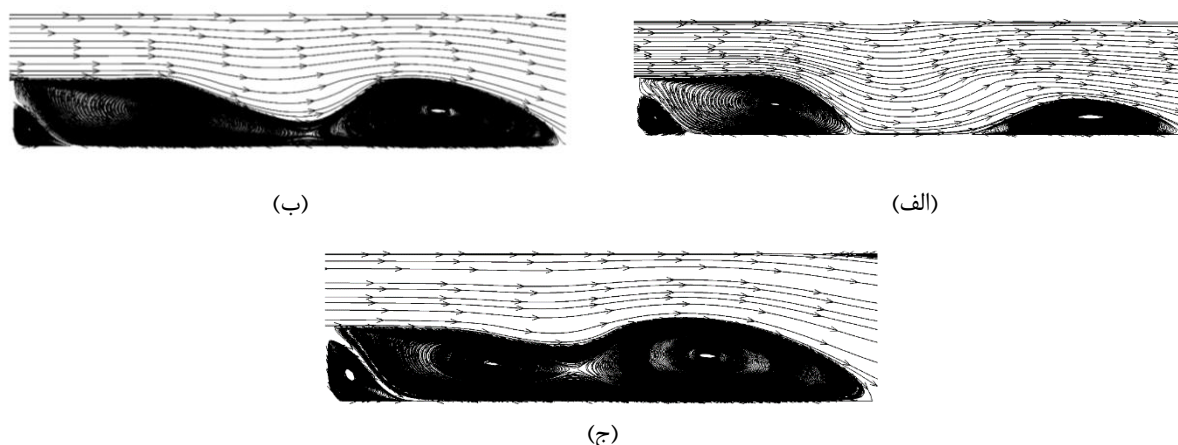


شکل ۱۱. مقایسه طول بازچسبانی با داده‌های تجربی در زوایای مختلف پله در عدد رینولدز $6/4 \times 10^4$ (الف) طول بازچسبانی با احتساب طول یک گردابه با استفاده از مدل آبراهام (ب) طول بازچسبانی با احتساب طول دو گردابه با استفاده از مدل آبراهام

Fig. 11. Comparison of reattachment lengths for different step angles at axis at $Re = 6.4 \times 10^4$ against experimental data (a) reattachment length of one vortex using Abraham's model (b) reattachment length of two vortices using Abraham's model

نسبت انبساط نسبتاً تند است و جریان انحراف بیشتری از راستای اصلی خود می‌گیرد. بنابراین سرعت و عدد رینولدز محلی با شدت بیشتری نسبت به حالت $\alpha < 10^\circ$ کاهش می‌یابد و عبارات گذار متعاقباً بر تشکیل گردابه در پایین دست پله تأثیر می‌گذارند. در زوایای پله کمتر از 20° نسبت به زوایای بزرگتر، جریان مسیر طولانی‌تری را طی می‌کند تا به پایین دست جریان با سطح مقطع ثابت برسد، لذا عبارات گذار فرصت کافی برای تأثیرگذاری بر مشخصه‌های جریان را دارند. با افزایش زوایای پله ($\alpha > 20^\circ$) علی‌رغم کاهش عدد رینولدز محلی، عبارات گذار نمی‌توانند بر مشخصه‌های جریان تأثیر بگذارند و لذا جریان کاملاً آشفته شبیه‌سازی می‌گردد. مشاهده می‌شود که در $\alpha > 20^\circ$ عملکرد همه مدل‌های مختلف بهتر می‌شود، به طوری که تفاوت آن‌ها به کمترین مرتبه می‌رسد (شکل‌های ۱۱ و ۱۲ و جدول ۳). پیش‌بینی‌های مناسب‌تر متعلق به مدل اصلاح‌شده جدید، با بیشترین تطابق با داده‌های تجربی و کمترین درصد خطا است (شکل ۱۱ و جدول ۳). تفاوت‌ها بین شکل‌های ۱۱ (الف) و ۱۱ (ب) مربوط به نتایج مدل گذار پایه در $\alpha = 90^\circ$ هستند. در این زاویه پله، مدل گذار پایه نمی‌تواند به درستی طول بازچسبانی پایین دست را پیش‌بینی کند و به جای یک طول بازچسبانی، دو طول بازچسبانی مجزا را پیش‌بینی می‌کند (شکل ۱۲ الف). در شکل‌های ۱۱ (الف) و ۱۱ (ب)، طول بازچسبانی مدل گذار پایه، با طول یک و دو گردابه، به

ارائه شده به وسیله راک و ماکولیا [۳۱] و مدل آبراهام و همکاران [۱۹] مقایسه می‌شوند. شکل ۱۱ مقایسه بین نتایج مدل‌های مختلف را در مقابل داده‌های تجربی، در زوایای پله مختلف در عدد رینولدز ورودی $6/4 \times 10^4$ نشان می‌دهد. با افزایش زاویه پله تا $\alpha = 25^\circ$ ، طول بازچسبانی با شیب زیادی افزایش می‌یابد و سپس شدت افزایش آن کاهش می‌یابد (داده‌های تجربی در شکل ۶). افزایش تدریجی زاویه پله منجر به کاهش طول زاویه‌ای پله می‌شود و جریان با شدت بیشتری از راستای اصلی خود منحرف می‌شود، بنابراین، طول بازچسبانی بزرگ‌تر می‌شود. در زوایای پله کوچک ($\alpha < 10^\circ$)، همه مدل‌ها مشخصه‌های جریان را به درستی پیش‌بینی می‌کنند. اما، در زوایای پله در محدوده $(10^\circ - 20^\circ)$ ، نتایج مدل‌های مختلف از داده‌های تجربی منحرف می‌شوند (شکل ۱۱). کمترین انحراف مربوط به مدل اصلاح‌شده جدید است و تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. این انحراف به دلیل وجود عبارات گذار است [۴۰]. در زوایای پله کوچک ($10^\circ < \alpha$)، که در آن تغییرات نسبت انبساط ناچیز است، جریان از هندسه پیروی می‌کند و انحراف قابل توجهی از راستای اصلی خود ندارد. بنابراین کاهش عدد رینولدز محلی به دلیل تغییرات سطح مقطع بسیار کم است بطوریکه عبارات گذار اثرات قابل توجهی ندارد و جریان کاملاً آشفته شبیه‌سازی می‌شود. هنگامی که زوایای پله در محدوده $[10^\circ - 20^\circ]$ قرار دارد، تغییرات



شکل ۱۲. خطوط جریان در پایین دست پله (الف) مدل آبراهام (ب) مدل اصلاح شده جدید (ج) مدل $k-\omega$ SST

Fig. 12. Streamlines downstream of the step (a) Abraham's model (b) New modified model (c) $k-\omega$ SST model

جدول ۳. درصد خطای مدل‌ها در جریان پله معکوس

Table 3. Error percentages using different models for backward step flow

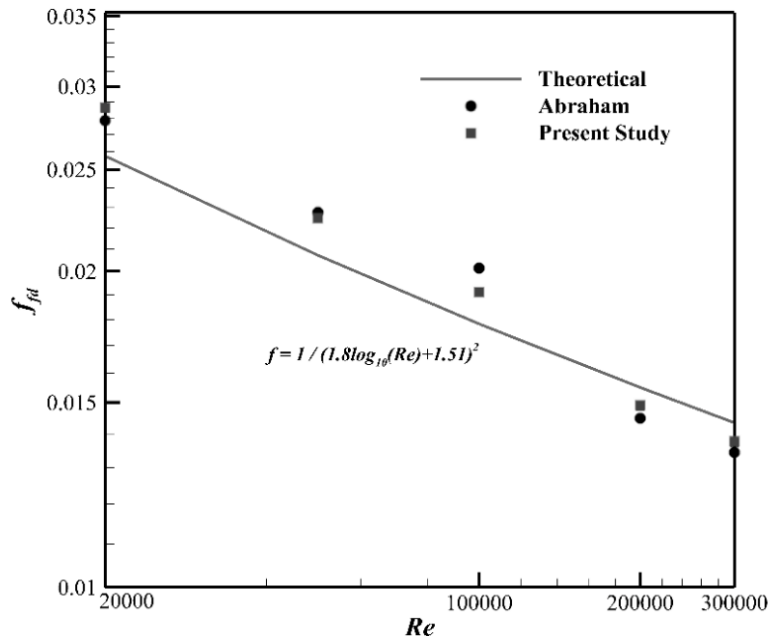
خطای مدل $k-\omega$ SST (%)	خطای مدل اصلاح شده جدید (%)	خطای مدل آبراهام (%)	مدل $k-\omega$ SST	مدل اصلاح شده جدید	مدل آبراهام	داده تجربی [۳۱]	زاویه پله
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰
۴۳	۴۰	۴۵	۶	۵/۹	۶/۱	۴/۲	۱۵
۴۳/۱	۳۷	۴۱/۲	۷/۳	۷	۷/۲	۵/۱	۲۰
۶/۷	۲/۴	۳/۸۴	۷/۵	۷/۲	۷/۳	۷/۰۳	۲۵
۲/۴	۰/۳	۱/۶	۷/۷	۷/۵	۷/۴	۷/۵۲	۴۵
۱۰/۵۶	۰/۵	۱۵/۳ یا ۵۵/۱	۷/۳۷	۸/۲	۹/۵ یا ۳/۷	۸/۲۴	۹۰

شکل ۱۲ نشان داده شده است. علت پیش‌بینی نامناسب طول گردابه پایین دست پله با استفاده از مدل گذار پایه در $\alpha = 90$ وجود عدم تعادل بین منابع تولید و تخریب گذار در معادله اینترمیتنسی هنگام مواجهه با یک انبساط ناگهانی است. عدد رینولدز $6/4 \times 10^4$ حاکی از جریان کاملاً آشفته است و حتی با وجود نسبت انبساط ۲، عدد رینولدز در پایین دست پله $1/6 \times 10^4$ خواهد بود که باز هم نشان دهنده جریان کاملاً آشفته است. لذا مدل اصلاح شده باید همانند مدل $k-\omega$ SST مشخصه‌های جریان را پیش‌بینی کند. اما استفاده از مدل گذار پایه منجر به پیش‌بینی بزرگ ناحیه گذار می‌شود

ترتیب در زاویه پله ۹۰ نشان داده شده است. اما، دو مدل دیگر می‌توانند طول بازچسبانی یکتا را در پایین دست پله پیش‌بینی کنند. درصد خطا با استفاده از رابطه (۱۱) محاسبه شده است.

$$\text{Error} = \frac{|\varphi_{\text{Experimental}} - \varphi_{\text{Numerical}}|}{\varphi_{\text{Experimental}}} \quad (11)$$

خطوط جریان در پایین دست پله با استفاده از مدل‌های مختلف، در



شکل ۱۳. مقایسه ضریب اصطکاک در ناحیه کاملاً توسعه یافته

Fig. 13. Comparison of fully developed friction factor

جدول ۴. درصد خطای مدل‌ها در جریان بین دو صفحه موازی

Table 4. Error percentages using different models for flow between parallel plates

خطای مدل اصلاح شده جدید (%)	خطای مدل آبراهام (%)	مدل اصلاح شده جدید	مدل آبراهام	نتایج تئوری [۳۲]	عدد رینولدز
۱۱/۱	۸	۰/۰۲۸۶۰۱	۰/۰۲۷۸۴۱	۰/۰۲۵۷۴۹	۲۰۰۰۰
۸/۷	۹/۴	۰/۰۲۲۵۰۹	۰/۰۲۲۶۵۹	۰/۰۲۰۷۱۴	۵۰۰۰۰
۷/۲۴	۱۳	۰/۰۱۹۱۱۶	۰/۰۲۰۱۴۸	۰/۰۱۷۸۲۵	۱۰۰۰۰۰
۴/۱۵	۶/۵	۰/۰۱۴۸۵۸	۰/۰۱۴۴۹۹	۰/۰۱۵۵۰۱	۲۰۰۰۰۰
۴/۳	۶/۲	۰/۰۱۳۷۳۵	۰/۰۱۳۴۵۶	۰/۰۱۴۳۴۷	۳۰۰۰۰۰

رینولدز در محدوده 2×10^4 تا 3×10^5 انجام می‌شود و ضریب اصطکاک کاملاً توسعه‌یافته در برابر داده‌های تئوری ارزیابی می‌شود. مطابق شکل ۱۳، مدل اصلاح شده جدید تطابق بهتری با داده‌های تئوری دارد که صحت اصلاحات جدید را نشان می‌دهد. تفاوت بین نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از مدل گذار پایه و داده‌های تئوری بیشتر از مدل اصلاح شده جدید در اعداد رینولدز مختلف است. بنابراین، اصلاحات جدید اعمال شده در مدل گذار پایه عملکرد مناسبی دارد. مقایسه نتایج با داده‌های تئوری در جدول ۴ آورده شده است. تفاوت بین مدل اصلاح شده جدید در برابر داده‌های تئوری کمتر از

که باعث تأخیر مدل در واکنش به تغییرات موجود می‌شود. با این وجود، نتایج مدل اصلاح‌شده جدید تطابق بهتری با داده‌های تجربی دارد، که ثابت می‌کند اصلاحات جدید مناسب جریان داخلی هستند.

بررسی مشخصه‌های جریان در نزدیکی دیوار، از جمله ضریب اصطکاک دیواره در ناحیه توسعه یافته (f_{fit})، همانطور که در ادبیات ذکر شده است [۳]، نیاز به توجه ویژه دارد. بنابراین، برای ارزیابی عملکرد مدل اصلاح‌شده جدید برای پیش‌بینی مشخصه‌های جریان در نزدیکی دیواره جریان بین دو صفحه موازی بررسی می‌شود (شکل ۱۳). شبیه‌سازی جریان در عدد

اصلاحات انجام شده بوسیله آبراهام و همکاران، تأثیر ناحیه در حال توسعه جریان در نظر گرفته شده است. به همین دلیل هیچگونه انحرافی ناشی از عدم تعادل بین منابع تولید و تخریب گذار در نتایج مشاهده نشد. همچنین نشان داده شد که عدم تعادل بین منابع تولید و تخریب گذار در مدل اصلاح شده آبراهام به دلیل بزرگ بودن ضریب C_{e2} است. در مواردی هم که نتایج دو مدل اصلاح شده اختلاف اندکی با یکدیگر داشتند، علت تبدیل شدن هر دو مدل به مدل $k-\omega$ SST به دلیل آشفته بودن عدد رینولدز جریان بود. گرچه در این موارد هم نتایج حاصل شده از مدل اصلاح شده جدید با نتایج تجربی همخوانی مناسب‌تری داشت. مقایسه نتایج و درصد خطای کمتر مدل اصلاح شده جدید نسبت به دو مدل اصلاح شده آبراهام و $k-\omega$ SST، نشان داد که مدل اصلاح شده کنونی قابلیت پیش‌بینی مشخصه‌های جریان آرام، گذار و آشفته را دارد. بنابراین، ضرایب جدید را می‌توان بر روی فیزیک‌های مختلف جریان همراه با پیکربندی‌های مختلف مورد استفاده قرار داد.

۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

C_{e2}	ثابت مدل گذار
$c_{\theta t}$	ثابت مدل گذار
C_f	ضریب اصطکاک
D_h	قطر، m
ER	ضریب انبساط
f_{fd}	ضریب اصطکاک
h	ارتفاع پله، m
H	ارتفاع پله
I	شدت توربولانس
k	انرژی جنبشی توربولانسی، $m^2 s^{-2}$
l	مقیاس طول مشخصه، m
L	طول دامنه، m
Re	عدد رینولدز
u	سرعت، ms^{-1}
U	سرعت میانگین در مقطع عرضی، ms^{-1}
x	دستگاه مختصات کارتزین، m
X	طول جدایش، m

علائم یونانی

α	زاویه پله، deg
γ	اینترمیتنسی

مدل گذار پایه است. درصد خطای مدل‌های مختلف با استفاده از رابطه (۱۲) محاسبه شده است.

$$Error = \frac{|\varphi_{Theoretical} - \varphi_{Numerical}|}{\varphi_{Theoretical}} \quad (12)$$

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ضرایب مدل گذار پایه با ضرایب جدید جایگزین شدند و روند اصلاح ضرایب با توجه به ویژگی‌های فیزیکی جریان داخلی مانند طول ورودی انجام شد. توانایی مدل گذار اصلاح شده جدید با استفاده از شش مسئله مرجع مورد ارزیابی قرار گرفت و روند اعتبارسنجی در گام‌های زیر برای پوشش تمام رژیم‌های جریان انجام شد.

(۱) جایگزینی ضرایب مدل گذار پایه با ضرایب جدید برای بهبود عملکرد مدل گذار پایه.

(۲) ارزیابی دقت مدل اصلاح شده جدید در برابر داده‌های و مدل گذار پایه در مجرای سه‌بعدی.

(۳) ارزیابی کاستی‌های مدل گذار پایه در حین تغییر جریان از رژیم آرام به آشفته در برابر مدل اصلاح شده جدید.

(۴) ارزیابی عملکرد مدل اصلاح شده جدید حین ظهور گذار تحت تأثیر تغییرات تدریجی سطح مقطع.

(۵) ارزیابی قابلیت‌های مدل اصلاح شده جدید هنگام مواجهه با تغییرات ناگهانی سطح مقطع.

(۶) ارزیابی مشخصه‌های جریان در نزدیکی دیوار با استفاده از مدل اصلاح شده جدید در برابر روابط نیمه تجربی.

مشخصه‌های جریان در محدوده‌ای از اعداد رینولدزهای [۲۰۰۰-۳۰۰۰۰۰] با استفاده از سه مدل اصلاح شده جدید، مدل اصلاح شده آبراهام و مدل $k-\omega$ SST مورد بررسی قرار گرفت. به منظور اطمینان از شرایط کاملاً توسعه یافته، طول دامنه‌های محاسباتی به اندازه کافی طولانی در نظر گرفته شد. پس از انجام مراحل اصلاح ضرایب مدل گذار پایه با استفاده از شبیه‌سازی جریان درون لوله، از ۵ هندسه مرجع دیگر برای اعتبارسنجی اصلاحات جدید به کار گرفته شد. مقایسه متغیرهای مختلف جریان از جمله سرعت، ضریب اصطکاک، طول بازچسبانی و ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته، در ۶ هندسه مرجع نشان داد که اصلاحات جدید دقت مناسب‌تری نسبت به مدل اصلاح شده آبراهام دارند. زیرا در اصلاحات جدید بر خلاف

for general purpose CFD codes, Flow, turbulence and combustion, 77(1-4) (2006) 303-277.

- [9] D.K. Walters, D. Cokljat, A three-equation eddy-viscosity model for Reynolds-averaged Navier–Stokes simulations of transitional flow, *Journal of fluids engineering*, 130(12) (2008) 121401.
- [10] S. Aftab, A.M. Rafie, N. Razak, K. Ahmad, Turbulence model selection for low reynolds number flows, *PloS one*, 11(4) (2016) e0153755.
- [11] A. Hellsten, Some improvements in Menter’s k-omega SST turbulence model, in: 29th AIAA, Fluid Dynamics Conference, 1998, pp. 2554.
- [12] R.B. Langtry, F.R. Menter, Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes, *AIAA journal*, 47(12) (2009) 2894-2906.
- [13] F. Menter, T. Esch, Elements of industrial heat transfer predictions, in: 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM), sn, 2001.
- [14] F.R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, *Turbulence, heat and mass transfer*, 4(1) (2003) 625-632.
- [15] F.R. Menter, R.B. Langtry, S. Likki, Y. Suzen, P. Huang, S. Volker, A correlation-based transition model using local variables—part I: model formulation, *Journal of turbomachinery*, 128(3) (2006) 413-422.
- [16] A. Draad, F. Nieuwstadt, The Earth’s rotation and laminar pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 361 (1998) 297-308.
- [17] A.A. Draad, G. Kuiken, F. Nieuwstadt, Laminar–turbulent transition in pipe flow for Newtonian and non-Newtonian fluids, *Journal of Fluid Mechanics*, 377 (1998) 267-312.
- [18] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, Breakdown of laminar pipe flow into transitional intermittency and subsequent attainment of fully developed intermittent or turbulent flow, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 54(2) (2008) 103-115.
- [19] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, W. Minkowycz,

m^2/s^{-1}	ویسکوزیته سینماتیک،	ν
S^{-1}	نرخ اضمحلال ویژه،	ω
	ثابت مدل گذار	σ
		زیر نویس
		$e2$
	اصطکاک	f
	کاملاً توسعه یافته	fd
	هیدرولیک بالادست	h_1
	هیدرولیک پایین دست	h_2
	ارتفاع پله	H
	ورود	i
	خروج	o
	ضخامت مومنتوم گذار	θ_t

منابع

- [1] R. Langtry, F. Menter, Transition modeling for general CFD applications in aeronautics, in: 43rd AIAA aerospace sciences meeting and exhibit, 2005, pp. 522.
- [2] R.B. Langtry, F. Menter, S. Likki, Y. Suzen, P. Huang, S. Völker, A correlation-based transition model using local variables—part II: test cases and industrial applications, *Journal of Turbomachinery*, 128(3) (2006) 423-434.
- [3] C. Farell, S. Youssef, Experiments on turbulence management using screens and honeycombs, *Journal of fluids engineering*, 118(1) (1996) 26-32.
- [4] R. Thompson, I. Hamilton, Harris, S. Berry, T. Horvath, R. Nowak, Hypersonic boundary layer transition for X-33 phase II vehicle, in: 36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 1997, pp. 867.
- [5] H. Schlichting, K. Gersten, *Boundary-layer theory*, Springer, 2016.
- [6] M.V. Morkovin, On the many faces of transition, in: *Viscous drag reduction*, Springer, 1969, pp. 1-31.
- [7] E. Malkiel, R. Mayle, Transition in a separation bubble, in: ASME 1995 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers, 1995, pp. V001T001A003-V001T001A003.
- [8] F. Menter, R. Langtry, S. Volker, Transition modelling

- Comptes Rendus Mecanique, 337(8) (2009) 573.
- [29] S.A. Ahmed, D.P. Giddens, Velocity measurements in steady flow through axisymmetric stenoses at moderate Reynolds numbers, *Journal of biomechanics*, 16(7) (1983) 505-516.
- [30] J. Elcner, F. Lizal, J. Jedelsky, J. Tuhovcak, M. Jicha, Laminar-turbulent transition in a constricted tube: Comparison of Reynolds-averaged Navier–Stokes turbulence models and large eddy simulation with experiments, *Advances in Mechanical Engineering*, 11(5) (2019) 1687814019852261.
- [31] B. Ruck, B. Makiola, Flow separation over the inclined step, in: *Physics of Separated Flows—Numerical, Experimental, and Theoretical Aspects*, Springer, 1993, pp. 47-55.
- [32] G. Round, An explicit approximation for the friction factor–Reynolds number relation for rough and smooth pipes, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 58(1) (1980) 122-123.
- [33] D. Flórez-Orrego, W. Arias, D. López, H. Velásquez, Experimental and CFD study of a single phase cone-shaped helical coiled heat exchanger: an empirical correlation, in: *Proceedings of the 25th International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems*, 2012, pp. 375-394.
- [34] C. Habchi, S. Russeil, D. Bougeard, J.-L. Harion, T. Lemenand, A. Ghanem, D. Della Valle, H. Peerhossaini, Partitioned solver for strongly coupled fluid–structure interaction, *Computers & Fluids*, 71 (2013) 306-319.
- [35] I.B. Celik, U. Ghia, P.J. Roache, Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in {CFD} applications, *Journal of fluids engineering*, 130(7) (2008).
- [36] F. Gessner, J. Po, A. Emery, Measurements of developing turbulent flow in a square duct, in: *Turbulent Shear Flows I*, Springer, 1979, pp. 119-136.
- [37] F. Durst, B. Ünsal, Forced laminar-to-turbulent transition of pipe flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 560 (2006) 449-464.
- Intermittent Flow Modeling: Part I—Hydrodynamic and Thermal Modeling of Steady, Intermittent Flows in Constant Area Ducts, in: *2010 14th International Heat Transfer Conference*, American Society of Mechanical Engineers, 2010, pp. 659-667.
- [20] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, W. Minkowycz, Intermittent Flow Modeling: Part 2—Time-Varying Flows and Flows in Variable Area Ducts, in: *2010 14th International Heat Transfer Conference*, American Society of Mechanical Engineers, 2010, pp. 625-633.
- [21] R. Lovik, J. Abraham, W. Minkowycz, E. Sparrow, Laminarization and turbulentization in a pulsatile pipe flow, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 56(11) (2009) 861-879.
- [22] J. Abraham, E. Sparrow, W. Minkowycz, R. Ramazani-Rend, J. Tong, Modeling internal flows by an extended menter transition model, *Turbulence: Theory, Types, and Simulation* (Nova, New York, 2011), (2011).
- [23] E. Kahramanoglu, S. Sezen, S. Bayraktar, Computational fluid dynamics analyses on the hydrodynamic entry length in internal flows, *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 23(4) (2017).
- [24] S.S. Varghese, S.H. Frankel, P.F. Fischer, Modeling transition to turbulence in eccentric stenotic flows, *Journal of biomechanical engineering*, 130(1) (2008) 014503.
- [25] S.S. Varghese, S.H. Frankel, Numerical modeling of pulsatile turbulent flow in stenotic vessels, *Journal of biomechanical engineering*, 125(4) (2003) 445-460.
- [26] F. Tan, G. Soloperto, S. Bashford, N. Wood, S. Thom, A. Hughes, X. Xu, Analysis of flow disturbance in a stenosed carotid artery bifurcation using two-equation transitional and turbulence models, *Journal of biomechanical engineering*, 130(6) (2008).
- [27] A. Melling, J. Whitelaw, Turbulent flow in a rectangular duct, *Journal of Fluid Mechanics*, 78(2) (1976) 289-315.
- [28] F. Anselmet, F. Ternat, M. Amielh, O. Boiron, P. Boyer, L. Pietri, Axial development of the mean flow in the entrance region of turbulent pipe and duct flows,

- to cross-flow instabilities, *Acta mechanica*, 140(1-2) (2000) 17-30.
- [40] H.H. Choi, V.T. Nguyen, J. Nguyen, Numerical investigation of backward facing step flow over various step angles, *Procedia Engineering*, 154 (2016) 420-425.
- [38] D. Drikakis, G. Papadopoulos, Experimental and numerical investigation of laminar-to-transitional pipe flow past a sudden expansion, in: American Society of Mechanical Engineers, Fluids Engineering Division (Publication) FED, 1996, pp. 679-684.
- [39] M. Wimmer, J. Zierep, Transition from Taylor vortices

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. A. Modaresi, G. Heidarinejad, R. Maddahian, B. Firoozabadi, Numerical Investigation of Internal Flow Transition Using Modified γ - $Re\theta$ Model, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(7) (2022) 1533-1552.

DOI: 10.22060/mej.2022.21138.7383

