



برهمکنش موج ضربه‌ای با حباب و تأثیر ابعاد شبکه محاسباتی بر روی شبیه‌سازی مسئله با الگوریتم مبتنی بر فشار کاملاً متصل

محمد پیرانی، آریا رحمانی، محمدرضا انصاری*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۱۵
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۴/۲۰
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۲۱
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۵/۰۵

کلمات کلیدی:

جریان دوفازی
جریان تراکم‌پذیر
الگوریتم مبتنی بر فشار
موج ضربه‌ای
جریان حبابی

خلاصه: با انتشار موج ضربه‌ای درون میدان جریانی که خواص ترمودینامیکی غیرخطی دارد، فرایندهای مختلفی به‌طور هم‌زمان رخ می‌دهد. تراکم موج ضربه‌ای، شکست موج و تولید گردابه، نمونه‌ای از این فرایندهاست که سبب می‌شود شکل موج و خواص سیال تغییر کنند. برخورد موج ضربه‌ای به حباب استوانه‌ای، مثال ساده‌ای از مسئله تقابل موج با حباب است که تمام فرایندهای مذکور در آن مشاهده می‌شود. با توجه به هزینه محاسباتی بالای الگوریتم‌های مبتنی بر چگالی در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌پذیر سطحی مانند برهم‌کنش موج ضربه‌ای با جریان دوفازی، استفاده از الگوریتم مبتنی بر فشار کاملاً متصل راهکار مناسبی است که ضمن کاهش زمان محاسبات، مسئله را با دقت مناسبی حل خواهد کرد. در این مقاله با استفاده از این الگوریتم، پدیده برهم‌کنش موج ضربه‌ای با حباب بررسی شده و ضمن اعتبارسنجی نتایج، تأثیر اندازه شبکه محاسباتی و نیز روش گسسته‌سازی ترم‌های موجود در معادلات حاکم، بر نتایج مشخص شده است. مشاهده شد که با افزایش تعداد المان‌های شبکه‌های محاسباتی به ازای روش بالادست مرتبه اول، نتایج شبیه‌سازی دقیق‌تر شده و میزان پخش عددی کمتر می‌گردد. همچنین با تغییر روش گسسته‌سازی به بالادست مرتبه دوم، ناپایداری‌های روی سطح مشترک دو فاز به دلیل نوسانات غیرواقعی بیشتر شده و شکل سطح مشترک به‌دست‌آمده از حل عددی، از نتایج تجربی فاصله می‌گیرد.

۱- مقدمه

با بقایای ابرنواخترها [۷] و استفاده از سیستم‌های پرنرژژی همانند دستگاه همجوشی محصورکننده انرژژی جنبشی^۲ [۸] نمونه‌هایی از کاربرد مسئله برخورد موج ضربه‌ای با حباب ناهمگن تراکم‌پذیر است. در جریان‌های تراکم‌پذیر، متغیرهای هیدرودینامیکی جریان به متغیرهای ترمودینامیکی وابسته بوده و به علت این وابستگی، شبیه‌سازی عددی چنین جریان‌هایی با مشکلات فراوانی روبرو است. علاوه بر سختی‌هایی همچون چگونگی مرتبط کردن متغیرهای ترمودینامیکی به متغیرهای هیدرودینامیکی در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌پذیر تک فاز، در جریان‌های تراکم‌پذیر سطحی^۳ که دو یا چند فاز غیرقابل امتزاج باهم در تماس هستند، در سطح مشترک این فازها به دلیل اینکه خواص سیال به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند و چون با عبور از سطح مشترک بین فازی، هر فاز رفتار آکوستیکی متفاوتی از خود نشان می‌دهد (به دلیل تغییر در سرعت صوت)، شبیه‌سازی عددی و نیز پایداری در حل برای این جریان‌ها دشوار خواهد بود [۹].

میدان جریان تولیدشده توسط برهم‌کنش موج ضربه‌ای^۱ با یک هندسه غیر واکنشی تراکم‌پذیر به خاصیت‌های مختلف دینامیکی سیال وابستگی شدیدی دارد. با برخورد موج ضربه‌ای به یک محیط ناهمگن غیر واکنشی پدیده‌های مختلفی چون شکست و بازتاب موج، تولید گردابه و ایجاد آشفتگی بر فیزیک مسئله تأثیر دارند. این برهم‌کنش‌ها سبب می‌شود که الگوهای پیچیده‌ای از موج ضربه‌ای در محیط جریان پدیدار شود [۱]. پدیده برخورد موج ضربه‌ای با حباب ناهمگن تراکم‌پذیر یک مسئله پایه برای مطالعه نمونه‌های کلی مسائل شتاب‌دهی جریان سیال‌های ناهمگن توسط موج ضربه‌ای است [۲]. شتاب‌دهی جریان ناهمگن توسط موج ضربه‌ای در گستره وسیعی از کاربردهای علمی، صنعتی و پزشکی استفاده می‌شود. سیستم‌های احتراق مافوق صوت [۳ و ۴]، تکه‌تکه کردن سنگ‌های کلیه و صفرا با استفاده از موج ضربه‌ای [۵ و ۶]، برخورد ابرهای بین ستاره‌ای

1 Shock wave

- 2 Inertial confinement fusion device
- 3 Compressible interfacial flows

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mra_1330@modares.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمایید.



دارد [۳۳-۳۱]. هنگام برخورد یک موج ضربه‌ای به حباب به دلیل تغییر در خواص مواد، مقداری از موج ضربه‌ای در حباب نفوذ کرده، مقداری بازتاب شده و درصدی نیز از قسمت‌های خارجی محل قرارگیری حباب عبور خواهد کرد [۳۴]. باتوجه به نوع سیال به کاررفته شده در حباب، موج بازتابی می‌تواند تراکمی و یا انبساطی باشد [۱۵].

رودینگر و سومرز [۳۵] در سال ۱۹۶۰، از اولین افرادی بودند که تقابل موج ضربه‌ای و حباب را به صورت تجربی در یک لوله شاک بررسی کردند. آن‌ها ضمن ارائه یک مدل ساده برای سرعت نسبی حباب شتاب داده شده، نشان دادند که سرعت نسبی، شکل و حجم حباب در دو حالت حضور و عدم حضور موج ضربه‌ای در لوله شاک متفاوت است. هاس و استورتون [۳۴] در سال ۱۹۸۶، برخورد موج ضربه‌ای با حباب‌های کروی و استوانه‌ای شکل را به صورت تجربی بررسی کردند به طوری که نتایج حاصل از کار آن‌ها تا به امروز به عنوان منبع مناسبی جهت صحت سنجی کارهای عددی به حساب می‌آید. در پژوهش آن‌ها موج شاک واقع در هوا به هنگام عبور از مقطع جریان به صورت جداگانه در تقابل با حباب‌های هلیوم و R_{22} قرار گرفت و به علت متفاوت بودن رفتار آکوستیکی دو سیال، موج برخوردی، در هر حالت پیکربندی متفاوتی داشت. رانجان و همکاران [۳۶] در سال‌های ۲۰۰۵ و ۲۰۰۷، نحوه رفتار حباب پس از برخورد با موج ضربه‌ای با عدد ماخ بالا را به صورت تجربی بررسی کردند. آن‌ها مشاهده کردند که در زمان طولانی پس از برخورد موج با حباب، سرعت انتقالی حباب به مقدار ثابتی خواهد رسید و در زمان‌های طولانی‌تر بعد از برخورد، حلقه‌های گردابه‌ای که باعث اختلاط بیشتر در میدان جریان می‌شود توسط موج ضربه‌ای ثانویه تشکیل خواهند شد.

انصاری و دارمی زاده [۱۵] در سال ۲۰۱۳، با استفاده از نتایج حاصل از آزمایش تجربی هاس و استورتون [۳۴] مدل دو سیالی تراکم‌پذیر پیشنهادی خود را که برای طیف وسیعی از جریان‌های دوفازی قابل استفاده است اعتبارسنجی کرده و مشاهده کردند که برای اعداد ماخ بالا نتایج حاصل از کار آن‌ها با دقت بالایی با نتایج تجربی همخوانی دارد. مایکل و نیکی فراکیس [۳۱] در سال ۲۰۱۹، نحوه تغییرات دمای میدان جریان به هنگام ترکیدن حباب‌های ناشی از پدیده کاویتاسیون در سیال نیترو متان در اثر تقابل با موج ضربه‌ای را بررسی کردند، آن‌ها پس از اعتبارسنجی پژوهش خود با نتایج تجربی، تحلیلی و عددی موجود، نحوه تأثیر جهت انتشار موج و همچنین مقدار شدت موج ضربه‌ای را بر روی تشکیل مکان‌هایی با درجه حرارت بالا در خارج از حباب، بررسی کردند. هدف اصلی کار آن‌ها درک

باتوجه به مطالعات انجام شده، در روش‌های عددی به هنگام شبیه‌سازی تقابل موج ضربه‌ای با سطح مشترک دو فاز، مشکل اصلی نحوه گسسته سازی متغیرهای معادلات در سطح مشترک است. یک روش عددی برای حل جریان‌های سطحی تراکم‌پذیر، زمانی مناسب است و به پایداری حل کمک خواهد کرد که بتواند معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی را به صورت پایستار گسسته سازی کرده و در سطح مشترک دو فاز از ایجاد نوسانات غیرواقعی جلوگیری کند [۱۰]. تا به امروز بیشتر مطالعات صورت گرفته در زمینه تقابل موج ضربه‌ای با جریان‌های سطحی تراکم‌پذیر به وسیله الگوریتم‌های مبتنی بر چگالی^۱ انجام شده است [۱۷-۱۰]. در الگوریتم مبتنی بر چگالی معادلات بقای حاکم بر مسئله برای جرم، مومنتوم و انرژی کل حل شده [۱۰ و ۲۰-۱۸] و برای تعیین شار، معمولاً از یک حلگر دقیق یا تقریبی ریمان بخصوص برای جریان‌های سطحی، استفاده می‌شود [۲۳-۲۱]. درحالی که الگوریتم‌های مبتنی بر چگالی به طور طبیعی برای جریان‌های تراکم‌پذیر مناسب هستند، در عددهای ماخ کوچک که وابستگی مقدار چگالی به فشار پایین است، استفاده از این الگوریتم‌ها پیشنهاد نمی‌شود. به دلیل هزینه بالای الگوریتم مبتنی بر چگالی با حلگر ریمان امروزه برای کاهش هزینه محاسباتی از الگوریتم‌های مبتنی بر چگالی به همراه روش‌های تصحیح فشار استفاده می‌شود [۲۴].

در الگوریتم‌های مبتنی بر فشار، از معادله پیوستگی برای تصحیح مقدار فشار استفاده شده [۲۵] و به همین دلیل، این الگوریتم‌ها نسبت به الگوریتم‌های مبتنی بر چگالی در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌پذیر کمتر استفاده می‌شوند. با این حال از آنجایی که در عددهای ماخ پایین ارتباط بین سرعت و فشار نسبت به ارتباط بین چگالی و فشار قوی‌تر است [۲۶]، استفاده از الگوریتم‌های مبتنی بر فشار باعث شده، که در حین حفظ پایداری مسئله این الگوریتم‌ها برای گستره وسیعی از اعداد ماخ جواب مناسبی را ارائه دهند. اگرچه، با شروع اصلی کار توسط هارلو و آمسدن [۲۷]، الگوریتم‌های مختلف مبتنی بر فشار برای جریان‌های تراکم‌پذیر تک فاز به ویژه توسط دورمال و همکاران [۲۸] پیشنهاد شده است، اخیراً دنر و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۸، یک الگوریتم مبتنی بر فشار پایستاری را برای جریان‌های سطحی تراکم‌پذیر در همه محدوده‌های سرعت پیشنهاد دادند.

مطابق آنچه ذکر شد، تقابل موج ضربه‌ای با حباب علاوه بر کاربرد علمی که برای بررسی صحت نتایج حاصل از یک روش عددی جدید به کار گرفته می‌شود [۹ و ۱۵ و ۱۶ و ۲۹ و ۳۰]، کاربردهای مهندسی و پزشکی فراوانی

1 Density based algorithm

با رویکرد سلول بریده شده^۷، جریان‌های دوفازی تراکم‌پذیر با سطح مشترک آزاد را شبیه‌سازی کردند. آن‌ها با استفاده از روش سطح تراز^۸ و با تعریف یک خط برش، سطح مشترک دو فاز را به صورت صریح تسخیر کردند. بایا و لی [۳۸] با استفاده از فناوری پالایش شبکه محاسباتی همراه با الگوریتم مبتنی بر چگالی، مسائل مختلف فیزیکی را به منظور بررسی پایداری روش ارائه شده، شبیه‌سازی کردند. آن‌ها با بررسی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب، مشاهده کردند که ضمن استفاده از حلگر ریمان هارتن، لکس و ون لیر^۹، هزینه محاسباتی شبیه‌سازی به دلیل استفاده از رویکرد سلول بریده شده کاهش یافته و نتایج به دست آمده از این روش با نتایج پژوهش‌های پیشین مطابقت دارند. موارد فوق، تنها نمونه‌ای از کارهای انجام شده در زمینه مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب است. مطالعات پیشین به خوبی نشان می‌دهند، مسئله برهمکنش موج ضربه‌ای با حباب در جریان‌های تراکم‌پذیر دو و یا چند فازی بسیار کاربردی بوده و اهمیت بالایی دارد. همان‌طور که ذکر شد، تاکنون کلیه کارهای صورت گرفته در مورد برهم‌کنش بین موج ضربه‌ای با حباب به وسیله برنامه‌نویسی یک روش عددی جدید، همراه با استفاده از الگوریتم مبتنی بر چگالی بوده که هم‌زمان با افزایش هزینه محاسباتی، نیاز به استفاده از حل‌گرهایی همچون حلگر ریمان داشته است.

در این پژوهش سعی بر آن شد تا با استفاده از نرم‌افزار دینامیک سیالات محاسباتی فلوئنت^{۱۰} نسخه ۲۰۲۱ و همچنین با استفاده از الگوریتم فشار مبنای کاملاً متصل، این مسئله کلاسیک شبیه‌سازی شده، تا تأثیر اندازه شبکه محاسباتی و روش گسسته سازی ترم‌های جابه‌جایی در معادلات حاکم، بر نتایج تعیین شود. در الگوریتم مبتنی بر فشار کاملاً متصل در جریان‌های دوفازی، سیستم معادلات کوپل شده پیوستگی، مومنتوم، انرژی و انتقال کسر حجمی باهم، در یک حلگر فشار مینا حل خواهند شد. در این الگوریتم معادلات تصحیح فشار و مومنتوم به‌طور هم‌زمان باهم حل شده و در نهایت با تعیین مشخصات اصلی جریان، مقادیر باقی متغیرها میدان جریان تعیین می‌شوند. به منظور شبیه‌سازی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب در جریان دوفازی هوا - هوا - هلیوم، از روش حجم سیال برای تسخیر سطح مشترک دو فاز استفاده شده است. علت استفاده از روش حجم سیال این است که ضمن دقت بالای آن در حفظ بقای جرم، این روش نسبت به سایر روش‌های شبیه‌سازی جریان چند فازی، هزینه محاسباتی کمتری

چگونگی ایجاد مکان‌های بسیار داغ به هنگام مراحل اولیه اشتعال مواد منفجره بوده و اینکه این نقاط (دمابالا) چه نقشی را به هنگام انفجار ایفا می‌کنند. آن‌ها با بررسی نحوه کاهش و یا افزایش دما توسط هر موج (اعم از عبوری، بازتابی و برخوردکننده) مشاهده کردند که میدان دمای ایجاد شده در مطالعه آن‌ها بسیار پیچیده‌تر از کارهای گذشته بوده و علت آن نیز عدد ماخ بالا به هنگام برخورد جت سیال به حباب است. پن و همکاران [۳۳] در ۲۰۱۸، به شناسایی نحوه نفوذ حباب در سطح مشترک مایع - مایع زیست جایگزین^۱ به کمک موج ضربه‌ای پرداختند. آن‌ها با توجه به کارهای تجربی انجام شده در زمینه سوراخ کردن سلول زنده از طریق ترکیدن میکرو حباب، با در نظر گرفتن یک سطح مشترک صفحه‌ای و کروی یک‌لایه و دولایه بین آب و ژلاتین، مدل عددی خود را اعمال کردند. پن و همکاران مشاهده کردند که پارامتر حداکثر فشار ایجاد شده توسط موج ضربه‌ای نه تنها عمق نفوذ در سطح مشترک بلکه اندازه آن را نیز کنترل می‌کند. دنر و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۸، ضمن ارائه یک الگوریتم مبتنی بر فشار کاملاً متصل^۲ برای جریان‌های تراکم‌پذیر، نشان دادند که بدون استفاده از حلگر ریمان و تنها با یک روش گسسته سازی جدید سطح مشترک، هم‌زمان با حفظ ویژگی‌های آکوستیکی جریان نتایج به دست آمده با نتایج تجربی [۳۴] با دقت خوبی همخوانی دارند. آن‌ها مشاهده کردند که به هنگام برخورد موج شاک با حباب‌های هلیوم و R_{pp} میزان نوسانات روی سطح مشترک به روش گسسته سازی ترم‌های موجود در معادلات وابسته بوده و باتوجه به نوع روش گسسته سازی، این نوسانات کم‌تر خواهد شد. مظاهری و خدادادی آزادبنی [۳۷] در سال ۲۰۱۲، مسئله برخورد موج شاک با حباب را در دو حالت هندسه همگرا و واگرا (اعداد اتوود مثبت و منفی) شبیه‌سازی کردند. ایشان با بررسی دوبعدی آزمایش هاس و استورتونت به صورت عددی، تأثیر لزجت فیزیکی بر روی رفتار حباب در زمان‌های بعد از برخورد موج ضربه‌ای به حباب و تفاوت بین نتایج حاصل از حل معادلات ناویر استوکس با نتایج حاصل از حل معادلات اوپلر را به خوبی نشان دادند. آن‌ها برای این شبیه‌سازی یک حلگر تراکم‌پذیر دوفازی همراه با روش حجم سیال^۳ را در نرم‌افزار اوپن‌فوم^۴ توسعه دادند. بایا و لی [۳۸] در سال ۲۰۲۲، با استفاده از روش گالرکین^۵ ترکیب شده با روش سیال شیخ^۶، همراه

- 1 Biomaterial- surrogate
- 2 Fully Coupled Pressure Based Algorithm
- 3 VOF method
- 4 OpenFoam
- 5 Galerkin method
- 6 Ghost fluid

- 7 Cut cell
- 8 Level set method
- 9 Harten, Lax and van Leer Riemann Solver (HLL)
- 10 FLUENT

این موج با سرعت u_s به سمت راست حرکت کرده و به حبابی که مرکز آن در موقعیت $x=4/4d$ قرار دارد برخورد خواهد کرد. همان طور که در شکل ۱ مشخص است، موج ضربه‌ای در ابتدای حل، میدان محاسباتی را به دو بخش قبل از موج و بعد از موج تقسیم کرده که شرایط هیدرودینامیکی هر قسمت، باتوجه به روابط رانکین-هیوگونیوت^۱ در جدول ۱ بیان شده است. خواص ترموفیزیکی گازهای هوا، R_{22} و هلیوم به همراه شرایط مرزی مسئله در جداول شماره ۲ و ۳ ارائه شده است. در حل مسئله تراکم‌پذیر بودن جریان لحاظ گردیده و از روش حجم سیال برای دنبال کردن سطح مشترک دو فاز به همراه الگوریتم مبتنی بر فشار کاملاً متصل استفاده شده است. به منظور پایداری در حل، برای تعیین گام زمانی مسئله، از عدد کورانت آکوستیکی مطابق رابطه (۲) استفاده شده است.

$$Co = \frac{a_{II\ air} \Delta t}{\Delta x} = 0.35 \quad (2)$$

۳- معادلات حاکم

به دلیل کوچک بودن لزجت فیزیکی فازها و باتوجه به اینکه مقیاس زمانی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب به مراتب از مقیاس زمانی مسئله‌های مرسوم (که در حدود چند ثانیه یا چند دقیقه است)، کوچک‌تر است [۹]، می‌توان از ترم‌های لزجی واقع در معادلات حاکم بر حرکت سیال (تنش‌های ویسکوز در معادله مومنتوم و اتلاف حرارتی ناشی از ویسکوزیته در معادله انرژی) صرف‌نظر کرد. به همین ترتیب ترم هدایت حرارتی نیز بر روند حل مسئله تأثیر چشمگیری نداشته و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. لذا معادلات بقای حاکم بر جریان سیال در تمام سرعت‌ها با فرض عدم وجود تنش‌های ویسکوز و هدایت حرارتی معادلات اوپلر هستند که شامل:

بقای جرم:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

بقای مومنتوم:

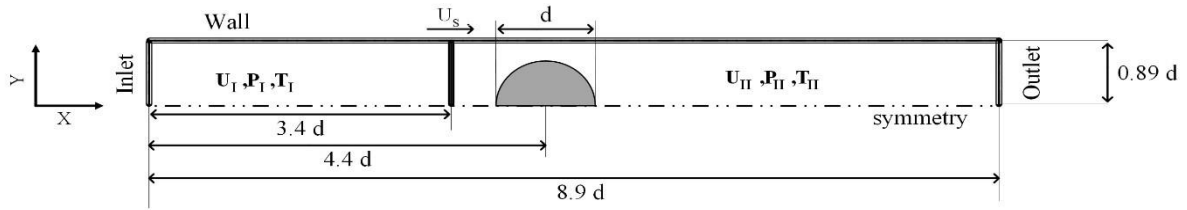
دارد. مشاهده شد که، استفاده از روش حجم سیال باعث خواهد شد نتایج به‌دست‌آمده با داده‌های تجربی و عددی همخوانی بسیار خوبی داشته باشند. در ادامه ضمن ارائه معادلات حاکم، مسئله برهمکنش موج ضربه‌ای با حباب توضیح داده شده و صحت نتایج به‌دست‌آمده در مقایسه با نتایج تجربی و عددی موجود بررسی شده است.

۲- توضیح مسئله

همان‌طور که گفته شد مسئله برخورد موج ضربه‌ای با حباب علاوه بر استفاده در صحت سنجی الگوریتم‌ها و روش‌های عددی جدید، در علوم پزشکی و صنعتی در مواردی چون سیستم‌های احتراق مافوق صوت، انفجار مواد با انرژی بالا و متلاشی نمودن سلول‌های سرطانی و سنگ کلیه کاربرد فراوانی دارد. از آنجایی که در برخورد موج ضربه‌ای با حباب، چگالی و سرعت صوت در دو فاز پیوسته و ثانویه نقش مهمی را در تحلیل مسئله ایفا می‌کنند، نحوه انتشار موج ضربه‌ای پس از برخورد با حباب و نیز نحوه تغییر شکل حباب به خواص مذکور که از آن‌ها به‌عنوان اثر آکوستیکی غیرخطی یاد می‌شود، وابسته است. حاصل ضرب سرعت صوت در هر فاز در چگالی آن، پارامتر اثر آکوستیکی آن فاز می‌باشد، باتوجه به اینکه اختلاف اثر آکوستیکی فاز پیوسته با فاز ثانویه ($\Delta\Delta$)، مقدار مثبت و یا منفی داشته باشد، نحوه انتشار موج ضربه‌ای و نیز تغییر شکل حباب در اثر برخورد با موج ضربه‌ای متفاوت خواهد بود.

$$A_k = \rho_k a_k \quad (1)$$

در این مقاله برهم‌کنش بین موج ضربه‌ای واقع در هوا با حباب‌های R_{pp} و هلیوم به‌صورت دوبعدی شبیه‌سازی شده است. این مسئله پیش‌ازاین توسط هاس و استرووانت [۳۴] به‌صورت تجربی و توسط دنر و همکاران [۳۹] به‌صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. به‌منظور شبیه‌سازی مسئله، شماتیک میدان محاسباتی در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق با این شکل، جبهه موج با عدد ماخ $1/22$ از سمت چپ به‌سوی حبابی با قطر ۵۰ میلی‌متر حرکت کرده و پس از برخورد با آن ضمن عبور از حباب، شکل سطح مشترک حباب و هوا را تغییر می‌دهد. به دلیل متقارن بودن مسئله، برای آنکه هزینه محاسباتی حل کاهش یابد تنها نیمی از میدان محاسباتی به‌صورت عددی حل شده و نتایج به‌دست‌آمده به نیمی دیگر مسئله تعمیم داده شده است. با قرارگیری موج ضربه‌ای (ناحیه پرفشار) در $x=3/4d$ ،



شکل ۱. میدان محاسباتی مسئله برهم‌کنش موج ضربه‌ای با حباب. موج ضربه‌ای با $M=1/22$ در موقعیت $x=3/4d$ قرار گرفته است. ناحیه سایه خورده نشان‌دهنده حباب با قطر ۵۰ میلی‌متر بوده و مرکز آن در موقعیت $x=4/4d$ قرار دارد.

Fig. 1. Computational domain of shock-bubble interaction problem. The shock wave is located at the $x=3.4d$ position with $M=1.22$. The shadowed area represents the bubble with a 50 mm diameter and its center is located at the position $x=4.4d$.

جدول ۱. شرایط هیدرودینامیکی قبل و بعد موج ضربه‌ای در حالت اولیه مسئله برهم‌کنش موج ضربه‌ای با حباب

Table 1. Hydrodynamic conditions before and after the shock wave in the initial state of the Shock Bubble Interaction problem.

کمیت				ناحیه
P [Pa]	U [m/s]	V [m/s]	T [K]	
۱۵۹۰۶۰	۱۲۵/۶۵	۰	۴۰۲/۶۷	ناحیه پرفشار (I)
۱۰۱۳۲۵	۰	۰	۳۵۱/۸۲	ناحیه کم‌فشار (II)

جدول ۲. خواص ترمودینامیکی گازهای به کار گرفته‌شده در شبیه‌سازی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب

Table 2. Thermodynamic properties of gases used in the simulation of the Shock-Bubble Interaction problem.

R_{γ}	He	Air	خواص ترمودینامیکی
۱/۲۴	۱/۶۴	۱/۴۰	γ .
۹۰/۸۸۵	۱۵۸۱/۱۲	۲۸۸/۰	R .
۰	۰	۰	π .

جدول ۳. شرایط مرزی استفاده‌شده در شبیه‌سازی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب

Table 3. Boundary conditions used for the Shock Bubble Interaction problem simulation.

P [MPa]	U [$\frac{m}{s}$]	T [K]	α [-]	شرط مرزی
***	U_I	T_I	۰	ورودی جریان
P_{II}	***	T_{II}	۰	خروجی جریان
***	$\frac{dU}{dx} = ۰$	$\frac{dT}{dy} = ۰$	***	دیوار
	$\frac{d\phi}{dy} = ۰$		***	تقارن
	$\phi =$ متغیر میدان جریان			

تبدیل شده و $C_p = C_p$ است. در این مطالعه با به‌کارگیری روش حجم سیال برای تسخیر سطح مشترک بین دو سیال غیرقابل اختلاط، از یک میدان تابع رنگ ψ استفاده کرده که در رابطه (۱۰) ارائه شده است.

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & , x \in \Omega_a \\ 1 & , x \in \Omega_b \end{cases} \quad (10)$$

جایی که Ω_a و Ω_b زیر دامنه‌هایی از دامنه مخلوط هستند که توسط فازهای a و b پر شده‌اند. واضح است که اجتماع این دو زیر دامنه، میدان حل مسئله است. سطح مشترک بین دو فاز جایی است که در هر سلول مقدار $0 < \psi < 1$ قرار دارد. به دلیل اینکه سطح مشترک، یک انتشار روبه‌جلوی مادی توسط جریان سیال است، تابع رنگ ψ از طریق سرعت جریان سیال توسط رابطه (۱۱) جابجا می‌شود.

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \psi}{\partial x_i} = 0 \quad (11)$$

در یک میدان جریان دوفازی برای تعیین خواص مخلوط از رابطه (۱۲) استفاده می‌شود.

$$\phi = \psi \phi_b + (1 - \psi) \phi_a \quad (12)$$

به‌منظور تعیین دقت حل مسئله توسط نرم‌افزار فلوئنت، معیارهای همگرایی در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب، در جدول ۴ ارائه شده است.

۴- نتایج

همان‌طور که در بخش مقدمه توضیح داده شد، در سال‌های اخیر به دلیل دشواری بررسی آزمایشگاهی پدیده برهمکنش موج ضربه‌ای با حباب، این مسئله به روش‌های گوناگونی شبیه‌سازی شده است. در این بخش از مقاله نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب با استفاده از الگوریتم مبتنی بر فشار کاملاً متصل در نرم‌افزار فلوئنت بررسی شده و صحت نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش حاضر، با استناد به نتایج پژوهش تجربی هاس و استرووانت [۳۳] و نیز نتایج پژوهش عددی دنر و همکاران [۳۹] تأیید شده است. باتوجه به تصاویر ۴ و ۵ که نتایج به‌دست‌آمده از

$$\frac{\partial \rho u_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_i} = - \frac{\partial P}{\partial x_j} \quad (4)$$

بقای انرژی:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i h}{\partial x_i} = \frac{\partial P}{\partial t} \quad (5)$$

که

$$h = c_p T + \frac{u^2}{2} \quad (6)$$

با توجه به معادلات بالا از نیروی جاذبه در شبیه‌سازی مسئله صرف‌نظر شده و ترم کشش سطحی بین دو فاز نیز به دلیل استفاده از مدل دوفازی تک فشار، در معادلات مومنتوم لحاظ نشده است. در این مطالعه از معادله حالت استیفند^۱ برای تعریف خواص ترمودینامیکی جریان سیال استفاده شده است. ارتباط بین چگالی و فشار مطابق با این معادله در رابطه (۷) نشان داده شده است.

$$\rho = \frac{P + \gamma_0 \pi_0}{R_0 T} \quad (7)$$

جایی که π_0 ثابت فشار وابسته به نوع سیال است. برای محاسبه سرعت صوت، مطابق با رابطه (۸) می‌توان این سرعت را به‌صورت تابعی از دما و یا تابعی از فشار در نظر گرفت.

$$a = \sqrt{(\gamma_0 - 1) c_p T}, a = \sqrt{\gamma_0 \frac{P + \pi_0}{\rho}} \quad (8)$$

ظرفیت گرمای ویژه در فشار ثابت با استفاده از رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$c_p = c_{p0} \frac{P + \pi_0}{P + \gamma_0 \pi_0} \quad (9)$$

برای $\pi_0 = 0$ ، معادله حالت استیفند به معادله حالت گاز ایده آل

1 Stiffened State Eq

جدول ۴. معیارهای همگرایی در شبیه‌سازی مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت

Table 4. Convergence criteria in simulating the problem of the Shock-Bubble Interaction by using Fluent software.

باقیمانده	معادله
1×10^{-4}	پیوستگی
1×10^{-6}	مومنتوم
1×10^{-8}	انرژی
1×10^{-6}	انتقال کسر حجمی

جدول ۵. میزان خطای ماکزیمم نتایج پژوهش حاضر در مقایسه با نتایج عددی دنر و همکاران [۹] برای حباب R_{22}

Table 5. The maximum error rate of the results of the present study compared to the numerical results of Denner et al. [9] for the R22 bubble.

محققین	سرعت $\left[\frac{m}{s}\right]$	فشار [MPa]	چگالی $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	طرح گسسته سازی معادلات حاکم
دنر و همکاران [۹]	۱۹۰/۷۵	۰/۲۲۰۲	۴/۶۴	مین‌مود
شبیه‌سازی حاضر	۱۷۵/۰۶	۰/۲۱۱۳	۴/۸۱	آپویند مرتبه اول
درصد خطا٪	۸/۲	۴/۰	۳/۶	

این روش مشابه با روش‌های دارای دقت مرتبه بالاتر، در دنبال کردن امواج بازتابی و عبوری به‌خوبی عمل کرده، به‌طوری‌که نتایج پژوهش حاضر با نتایج پژوهش‌های عددی دیگر [۱۵ و ۴۰ و ۴۱] که از الگوریتم مبتنی بر چگالی برای بررسی مسئله خود استفاده کرده‌اند، تطابق بالایی دارند.

همان‌طور که ذکر شد در این مقاله به بررسی تأثیر ابعاد شبکه محاسباتی و نیز تأثیر روش گسسته سازی ترم‌های موجود در معادلات حاکم، بر نتایج حاصل از حل مسئله تقابل موج ضربه‌ای با حباب پرداخته شده است. در ادامه برای دو حباب هلیوم و R_{22} که رفتار آکوستیکی متفاوتی به هنگام برخورد با موج ضربه‌ای موجود در هوا دارند، تأثیر پارامترهای مشخص شده بررسی گردیده و نتایج ارائه شده است. عدد بی بعد اتوود^۳ $(A = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1})$ در مکانیک سیالات برای بررسی ناپایداری‌های هیدرودینامیکی استفاده می‌شود، می‌توان از این عدد در مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب نیز به دلیل ایجاد ناپایداری‌های کلونین-هلمهولتز^۴ و ریچتمایر مشکوو^۵ استفاده کرد. مطابق آنچه گفته شد، در تقابل موج ضربه‌ای با حباب میزان اختلاف

روش گسسته سازی بالادست^۱ مرتبه اول به ازای اندازه شبکه محاسباتی $(\Delta x = \frac{d}{300 \cdot cell})$ را نشان می‌دهند، مشخص است که در زمان‌های طولانی پس از برخورد موج ضربه‌ای به حباب، پیکربندی موج‌های بازتابی و عبوری به‌گونه‌ای است که باعث می‌شود شکل سطح مشترک حباب در زمان‌های مختلف متفاوت باشد. در این مقاله با استفاده از روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول که حداقل دقت ممکن را دارد، مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب با نرم‌افزار فلوئنت شبیه‌سازی شده و نتایج به‌دست آمده مطابق با تصاویر ۲-۵ با نتایج تجربی و عددی تطابق بالایی دارند. همچنین میزان بیشینه خطای نتایج پژوهش حاضر در مقایسه با نتایج گزارش شده توسط دنر و همکاران [۹]، در جدول ۵ نشان داده شده است.

باتوجه به دقت پایین روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول، ناپایداری‌های روی سطح مشترک دو فاز در زمان‌های بعد از برخورد که به علت برهمکنش موج ضربه‌ای با حباب ایجاد می‌شوند به‌خوبی مشخص نشده و سطح مشترک به دلیل پخش عددی^۲ بالای روش گسسته سازی، ضخامتی بیش از حد معمول دارد. با این حال همان‌طور که در تصویر ۳ مشخص است،

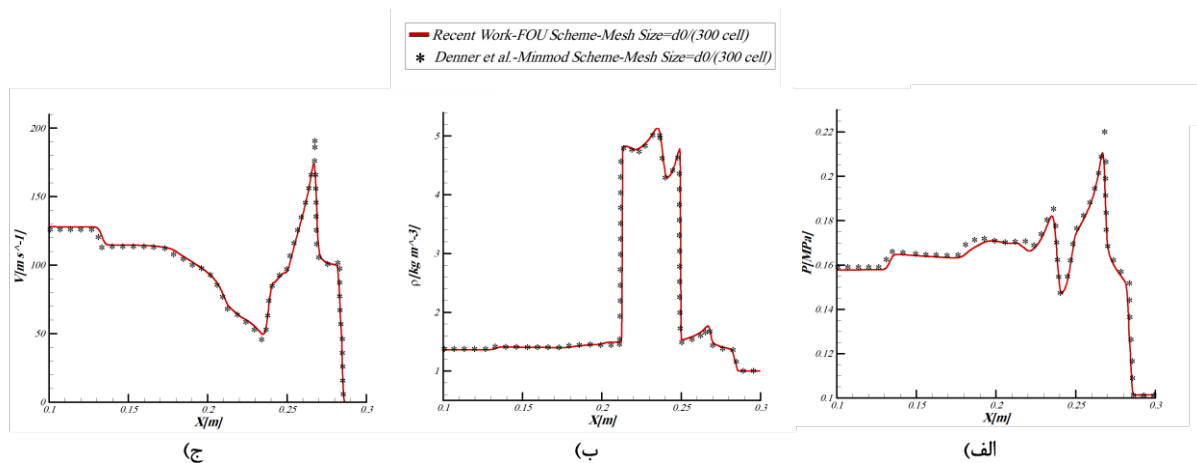
3 Atwood number

4 Kelvin-Helmholtz instability

5 Richtmyer-Meshkov instability

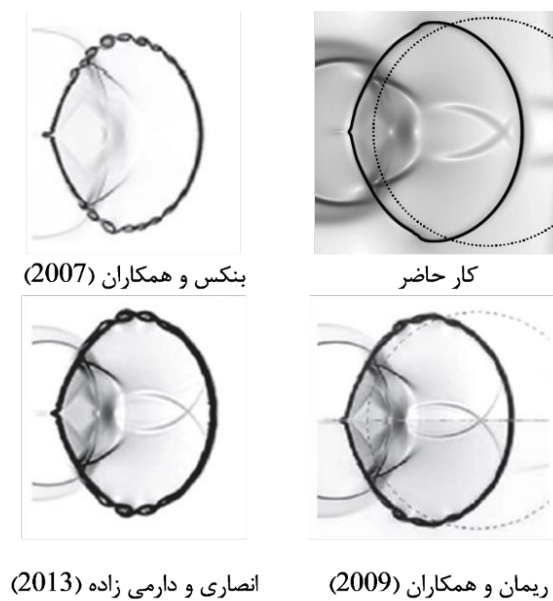
1 Upwind

2 Numerical Diffusion



شکل ۲. الف) نمودار فشار ب) نمودار چگالی ج) نمودار سرعت، حاصل از برخورد موج ضربه‌ای ($M=1.22$) به حباب R_{22} در زمان ۲۴۷ میکروثانیه در راستای طول کانال (محور x) در فاصله عمودی $y=0.002$ متر از محور تقارن و مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از پژوهش عددی دنر و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۸.

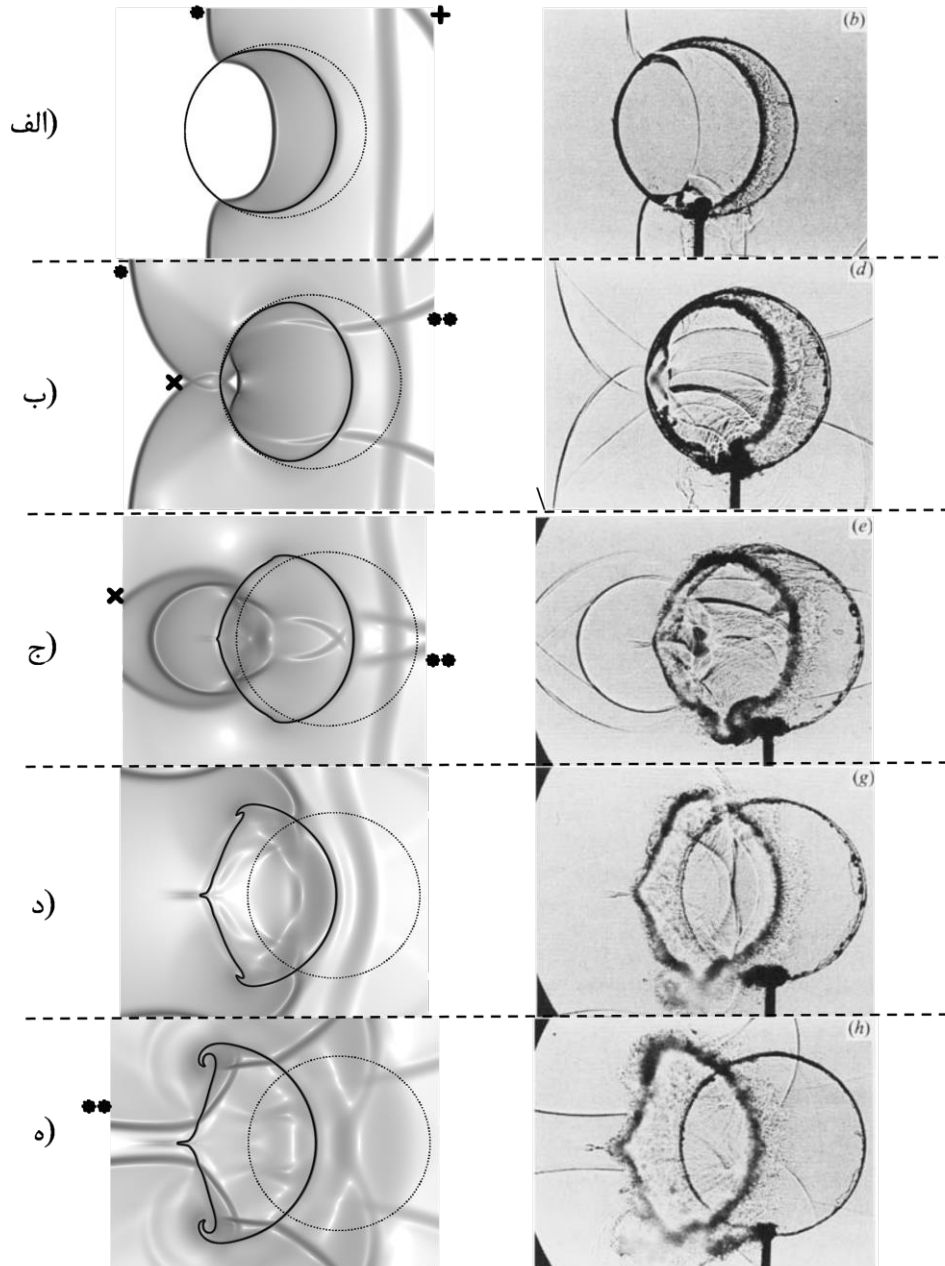
Fig. 2. a) Pressure diagram b) Density diagram c) Velocity diagram, resulting from the interaction of the shock wave ($M=1.22$) with the R22 bubble in 247 microseconds along the length of the channel (x -axis) at a vertical distance of $y=0.002$ meters From the axis of symmetry and comparing the obtained results with the results obtained from the numerical research of Denner et al. [9] in 2018.



شکل ۳. مقایسه کیفی کانتور گرادیان چگالی به دست آمده از پژوهش حاضر (استفاده از الگوریتم مبتنی بر فشار) با پژوهش‌های عددی پیشین (استفاده از الگوریتم مبتنی بر چگالی)، در مسئله برخورد موج شاک به حباب R_{22} به ازای زمان ۲۴۷ میکروثانیه، در این حالت جهت انتشار موج از راست به چپ است.

Fig. 3. Qualitative comparison of the density gradient contour obtained from the present research (using the pressure-based algorithm) with previous numerical researches (using the density-based algorithm), in the problem of the shock wave interaction with the R22 bubble at the time of 247 microseconds, in this case in the direction of propagation wave is from right to left.

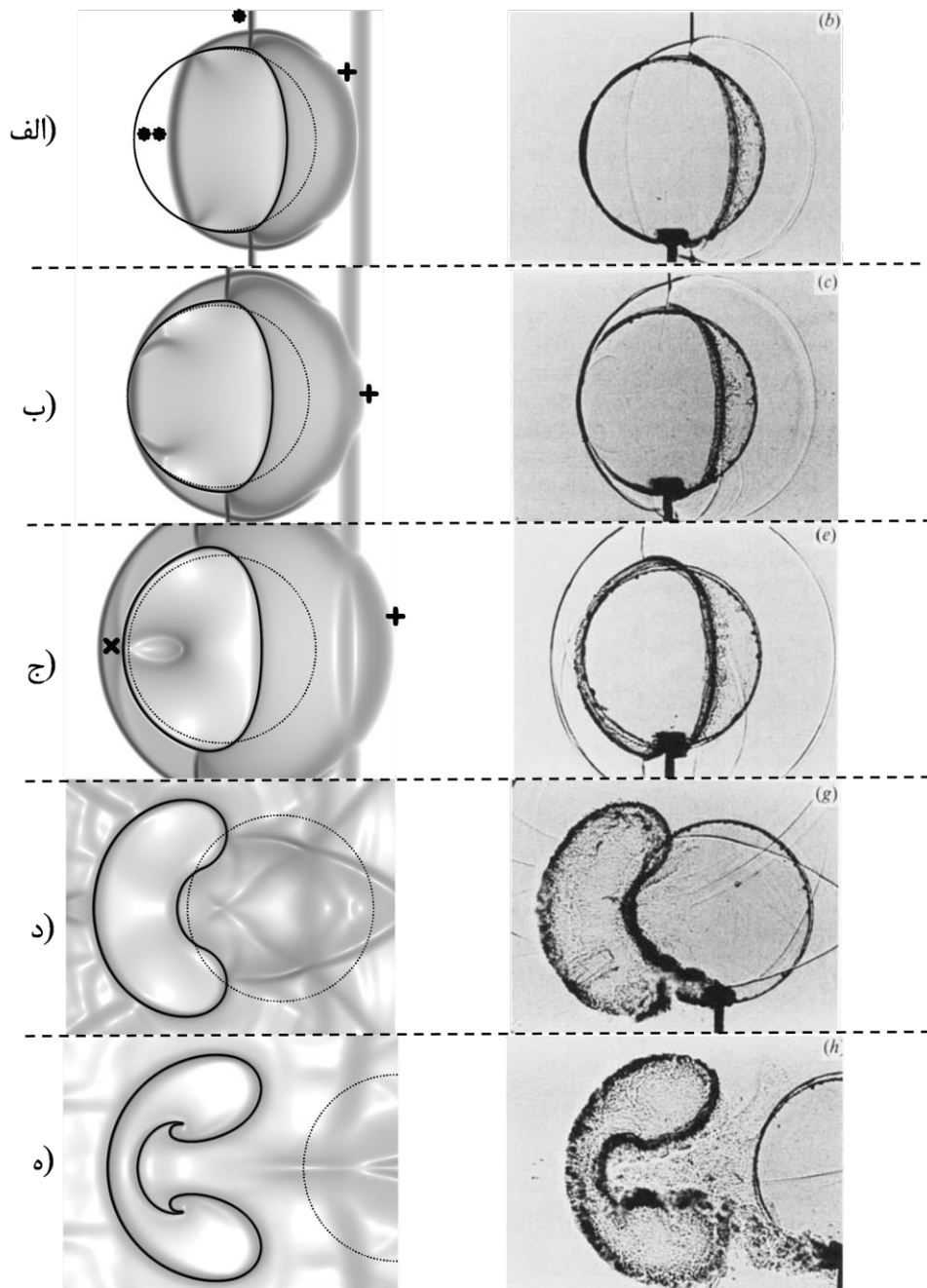
+ موج بازتابی از سطح مشترک دو فاز، ** موج بازتابی از سطح دیواره، × موج عبوری از حباب، * موج برخوردی به حباب



شکل ۴. مقایسه کیفی کانتور گرادیان چگالی به دست آمده از پژوهش حاضر (چپ) با نتایج پژوهش تجربی هاس و استرونتوانت (راست) در مسئله برخورد موج ضربه‌ای ($M=1/22$) به حباب R22 در زمان‌های الف) ۱۱۵ میکروثانیه، ب) ۱۸۷ میکروثانیه، ج) ۲۴۷ میکروثانیه، د) ۳۴۲ میکروثانیه، ه) ۴۱۷ میکروثانیه، در این حالت جهت انتشار موج از راست به چپ است.

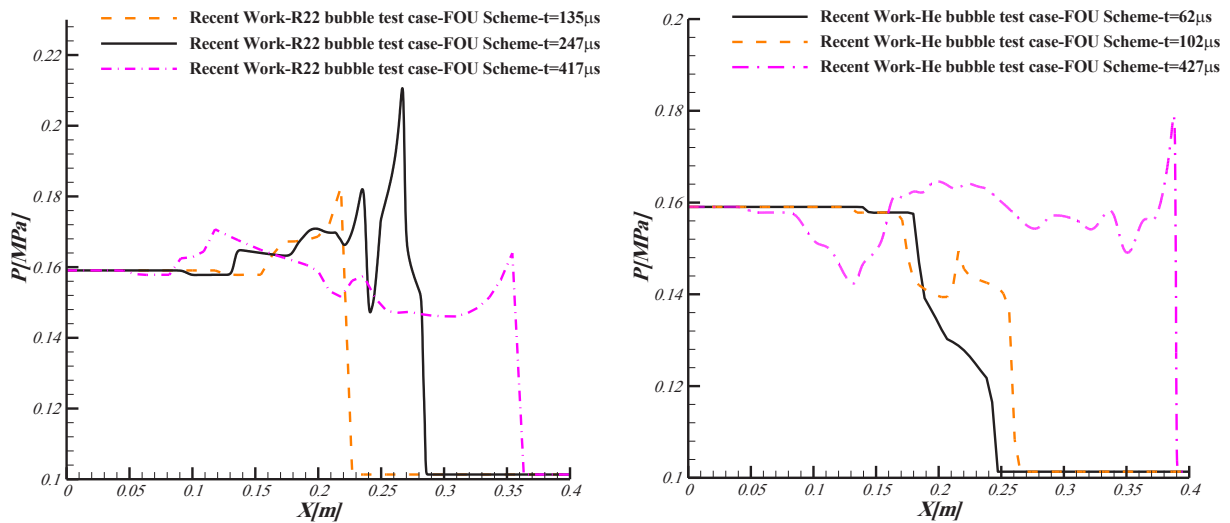
Fig. 4. Qualitative comparison of the density gradient contour obtained from the present research (left) with the experimental research results of Haas and Sturtevant (right) in the problem of the shock wave interaction ($M=1.22$) with R22 bubble at times a) 115 microseconds, b) 187 microseconds, c) 247 microseconds, d) 342 microseconds, e) 417 microseconds, in this case, the wave propagation direction is from right to left.

+ موج بازتابی از سطح مشترک دو فاز، ** موج شکسته شده در حباب، × موج عبوری از حباب، * موج برخوردی به حباب



شکل ۵. مقایسه کیفی کانتور گرادیان چگالی به دست آمده از پژوهش حاضر (چپ) با نتایج پژوهش تجربی هاس و استرووانت (راست) در مسئله برخورد موج ضربه‌ای ($M=1.22$) به حباب He در زمان‌های الف) ۵۲ میکروثانیه، ب) ۶۲ میکروثانیه، ج) ۸۲ میکروثانیه، د) ۲۴۵ میکروثانیه، ه) ۴۲۷ میکروثانیه، در این حالت جهت انتشار موج از راست به چپ است.

Fig. 5. Qualitative comparison of the density gradient contour obtained from the present research (left) with the experimental research results of Haas and Sturtevant (right) in the problem of the shock wave interaction ($M=1.22$) with He bubble at times a) 52 microseconds, b) 62 microseconds, c) 82 microseconds, d) 245 microseconds, e) 427 microseconds, in this case, the wave propagation direction is from right to left.



شکل ۶. نمودار فشار حاصل از حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای ($M=1/22$) به حباب R۲۲ (تصویر چپ) و حباب هلیوم (تصویر راست) با استفاده از روش بالادست مرتبه اول، به ازای زمان‌های مختلف در راستای طول کانال (محور x) و در فاصله عمودی $y=0/0+02$ متر از محور تقارن.

Fig. 6. Pressure diagram resulting from solving the problem of the shock wave interaction ($M=1.22$) with R22 bubble (left image) and helium bubble (right image) using the first-order upwind method, for different times along the length of the channel (x -axis) and at the vertical distance of $y=0.002$ meters from the axis of symmetry.

اولیه، در میدان جریان بازتاب می‌شود برای آنکه تعادل مکانیکی در سطح مشترک دو فاز را ارضا کند یک موج انبساطی بوده (شکل ۶) و باعث منبسط شدن میدان جریان در پشت حباب خواهد شد.

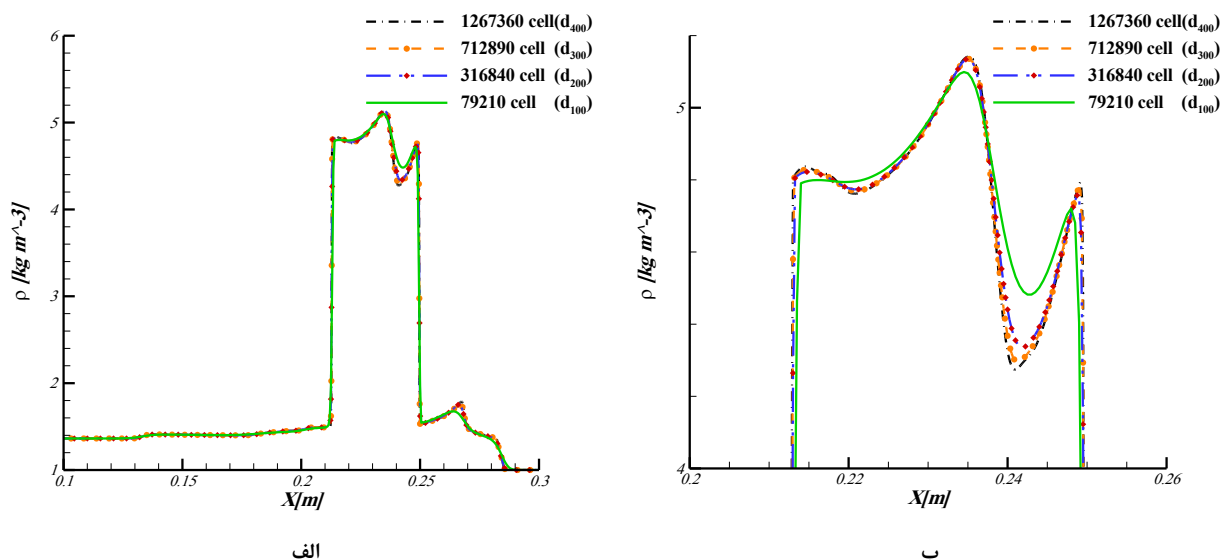
۴-۱- تأثیر ابعاد شبکه محاسباتی

همان‌طور که در بخش معادلات حاکم ذکر شد، در این مقاله برای حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب از معادلات اویلر استفاده شده است. به دلیل وجود ترم‌های جابجایی در معادلات حاکم، نیاز است این ترم‌ها به‌وسیله یک روش کاهش تغییرات کلی^۱ گسسته سازی شوند تا نوسانات غیرواقعی در سطح مشترک دو فاز به وجود نیاید. روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول یک روش کاهش تغییرات کلی است، لذا در این مقاله از این روش برای گسسته سازی ترم‌های جابجایی موجود در معادلات حاکم استفاده شده است. به‌واسطه‌ی اینکه دقت این روش پایین است با به‌کارگیری آن، مقداری پخش عددی در مسئله اضافه شده و عملاً نتایج به‌دست‌آمده همان نتایج حاصل از حل معادلات ناویر استوکس می‌باشند. از آنجایی که ابعاد شبکه محاسباتی استفاده شده در حل مسئله، در میزان پخش عددی تأثیرگذار هستند، می‌توان با کاهش ابعاد شبکه محاسباتی مقدار پخش عددی را تا حد زیادی کاهش داد. از طرفی در مسائل جریان دوفازی برای آنکه بتوان سطح

اثر آکوستیکی فاز پیوسته و ثانویه بر چگونگی رفتار موج پس از برخورد و نیز نحوه تغییر شکل سطح مشترک دو فاز مؤثر است. باتوجه‌به شکل ۴ استفاده از حباب R۲۲ با عدد اتوود مثبت ($A < 0$) و نیز اختلاف اثر آکوستیکی مثبت ($\Delta\Lambda < 0$) به‌عنوان فاز ثانویه، سبب می‌شود که موج ضربه‌ای واقع در هوا پس از برخورد با حباب در آن نفوذ کرده و به دلیل سرعت پایین صوت در محیط حباب R۲۲، موج نفوذی از موج عبوری عقب بماند. همان‌طور که در شکل ۶ در زمان‌های اولیه برخورد موج ضربه‌ای به حباب مشاهده می‌شود، موج بازتابی پس از برخورد با حباب R۲۲ به دلیل بقای تعادل مکانیکی در سطح مشترک دو فاز، یک موج تراکمی بوده و باعث شده فشار میدان جریان در پشت حباب افزایش یابد.

در صورتی که از حباب هلیوم به‌عنوان فاز ثانویه در مسئله تقابل موج شاک با حباب استفاده شود، به علت اینکه این ماده در مقایسه با هوا چگالی کمتری دارد، عدد بی‌بعد اتوود منفی شده ($A > 0$) و اختلاف اثر آکوستیکی نیز در این حالت منفی ($\Delta\Lambda > 0$) است. مطابق شکل ۵ به‌هنگام برخورد موج ضربه‌ای به حباب هلیوم، بخشی از موج در آن نفوذ می‌کند. به دلیل اینکه سرعت صوت در محیط حباب هلیوم از سرعت صوت در هوا بیشتر است، موج نفوذی نسبت به موج عبوری پیشروی بیشتری دارد. باتوجه‌به مقدار عدد اتوود در این حالت، بخشی از موج که به‌هنگام برخورد به حباب در زمان‌های

1 Total Variation Diminishing (TVD) method



شکل ۷. نتایج عددی مقدار چگالی در مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب R22 در زمان ۲۴۷ میکروثانیه، در شبکه‌های مختلف محاسباتی، الف) نمای کلی ب) بزرگ‌نمایی شده.

Fig. 7. Numerical results of the density value in the problem of shock wave interaction with the R22 bubble at 247 microseconds, in different computing mesh sizes, a) general view b) magnified view.

شکل ۷ نشان داده شده است. مطابق آنچه انتظار می‌رفت با کاهش ابعاد شبکه محاسباتی میزان پخش عددی کمتر شده و ضخامت سطح مشترک دو فاز باریک‌تر خواهد شد. موج‌های عبوری، بازتابی و نفوذی نیز به دلیل افزایش دقت، علاوه بر واضح‌تر شدن، به نتایج پژوهش تجربی نزدیک‌تر شده‌اند. همچنین افزایش تعداد سلول‌های محاسباتی تا تعداد ۳۰۰ سلول (در قطر اولیه حباب)، بر نتایج حل تأثیر زیادی داشته و با کاهش بیشتر ابعاد شبکه محاسباتی به ازای روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول عملاً در نتایج تغییری حاصل نمی‌شود. باتوجه به کانتور گردایان چگالی برای هر دو حباب هلیوم و R22، مشاهده می‌شود که در زمان‌های بعد از برخورد موج به حباب در سطح مشترک دو فاز، در اثر اختلاف چگالی و سرعت دو فاز ناپایداری کلون هلمهولتز به وجود آمده و این ناپایداری هیدرودینامیکی به ازای شبکه محاسباتی درشت‌تر به دلیل دقت کم روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول به‌خوبی تسخیر نشده است.

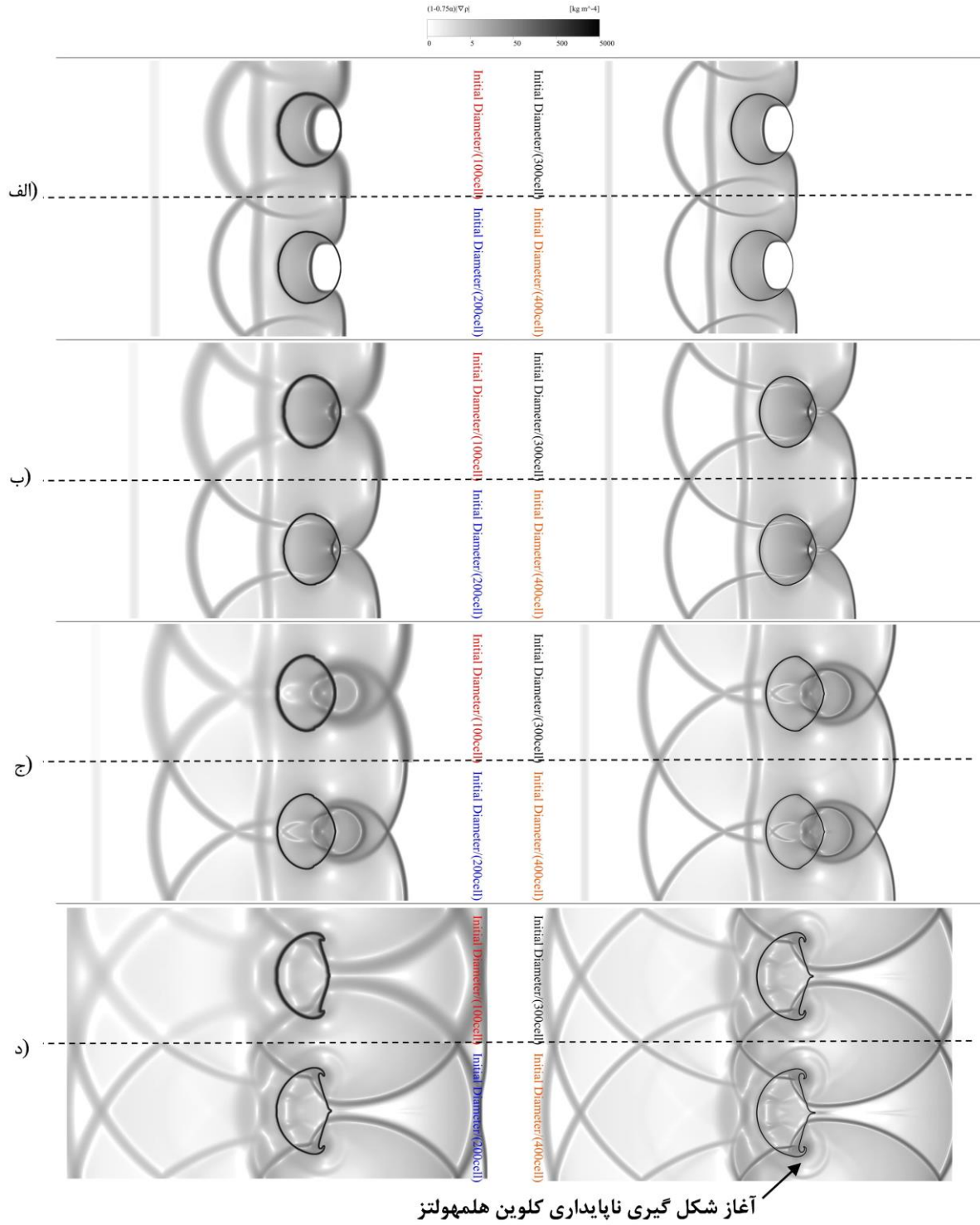
۴-۲- تأثیر روش گسسته سازی

روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول قدیمی‌ترین روش گسسته سازی ترم‌های جابجایی معادلات حاکم است که به دلیل پایداری، استفاده

مشترک دو فاز را به‌خوبی تسخیر کرد، سلول‌های محاسباتی می‌بایست به حد کافی کوچک باشند. در این مقاله ابعاد شبکه محاسباتی برحسب تعداد سلول قرار گرفته شده در قطر اولیه حباب تعیین شده است.

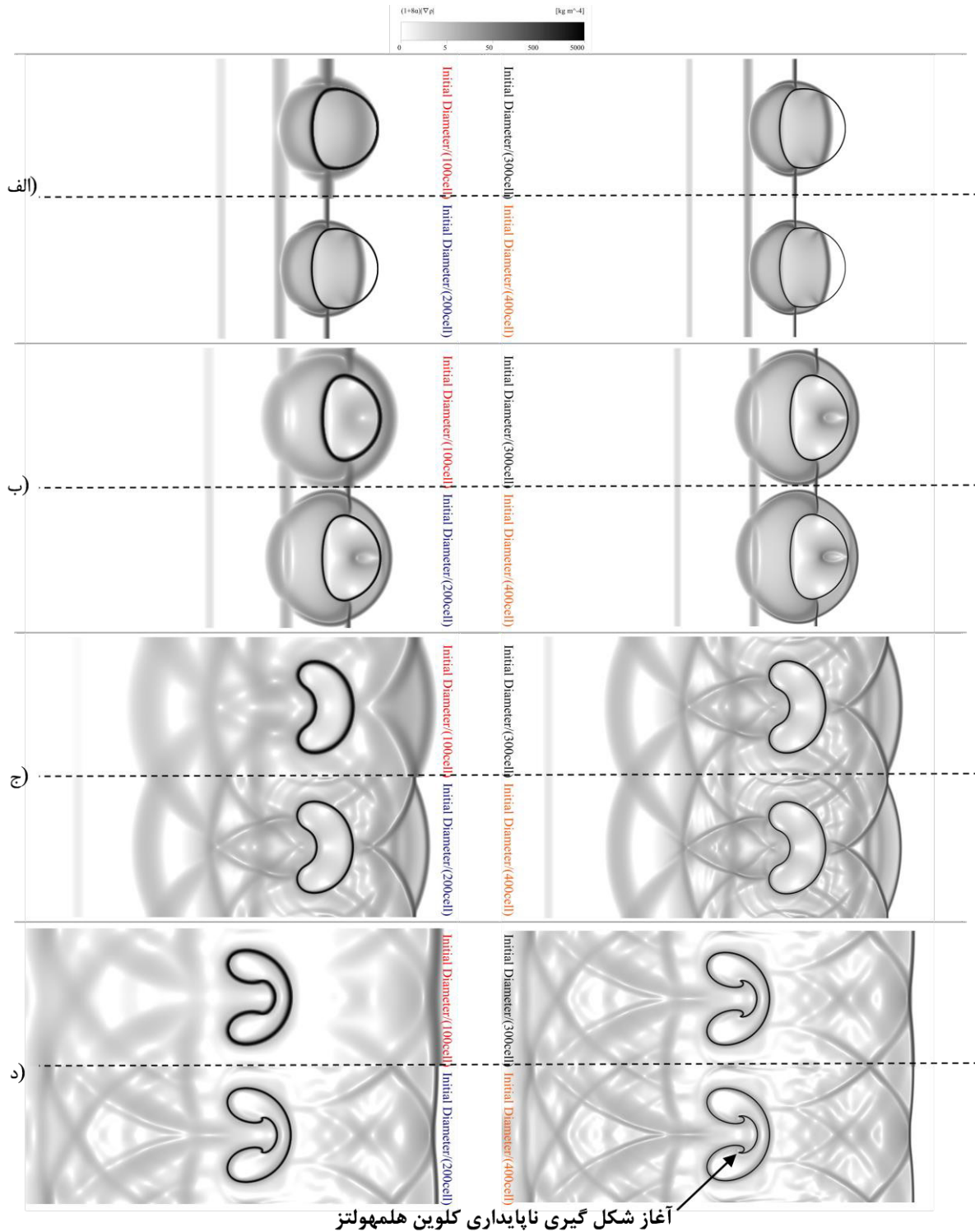
$$\Delta x = \Delta y = \frac{d_0}{\text{cell number}} \quad (13)$$

که d_0 قطر اولیه حباب بوده و برابر ۵۰ میلی‌متر است. به‌منظور بررسی تأثیر ابعاد شبکه محاسباتی بر نتایج حاصل از حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب‌های هلیوم و R22، ابعاد شبکه محاسباتی به ترتیب با قرار دادن تعداد ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ سلول در قطر اولیه حباب مشخص شده است. شکل‌های ۷ تا ۹ نتایج حاصل از این بررسی را به ازای زمان‌های مختلف نشان می‌دهند. در بررسی استقلال حل از شبکه، برای مسئله هوا - R22، مقدار پارامتر چگالی میدان جریان، به ازای ابعاد مختلف شبکه محاسباتی در یک‌زمان معین باهم مقایسه شده است. توزیع متغیر یادشده در امتداد طول لوله شاک در فاصله عمودی $y=0.02$ متر از محور تقارن بررسی شده و نتایج در زمان ۲۴۷ میکروثانیه پس از برخورد موج ضربه‌ای به حباب در



شکل ۸. کانتور اندازه گرادیان چگالی و بررسی تأثیر اندازه شبکه محاسباتی ($\Delta x = \frac{d_o}{\text{cell number}}$) بر نتایج حاصل از حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای ($M=1/22$) به حباب R22 در زمان‌های الف) ۱۳۵ میکروثانیه، ب) ۱۸۷ میکروثانیه، ج) ۲۴۷ میکروثانیه، د) ۴۱۷ میکروثانیه با استفاده از روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول.

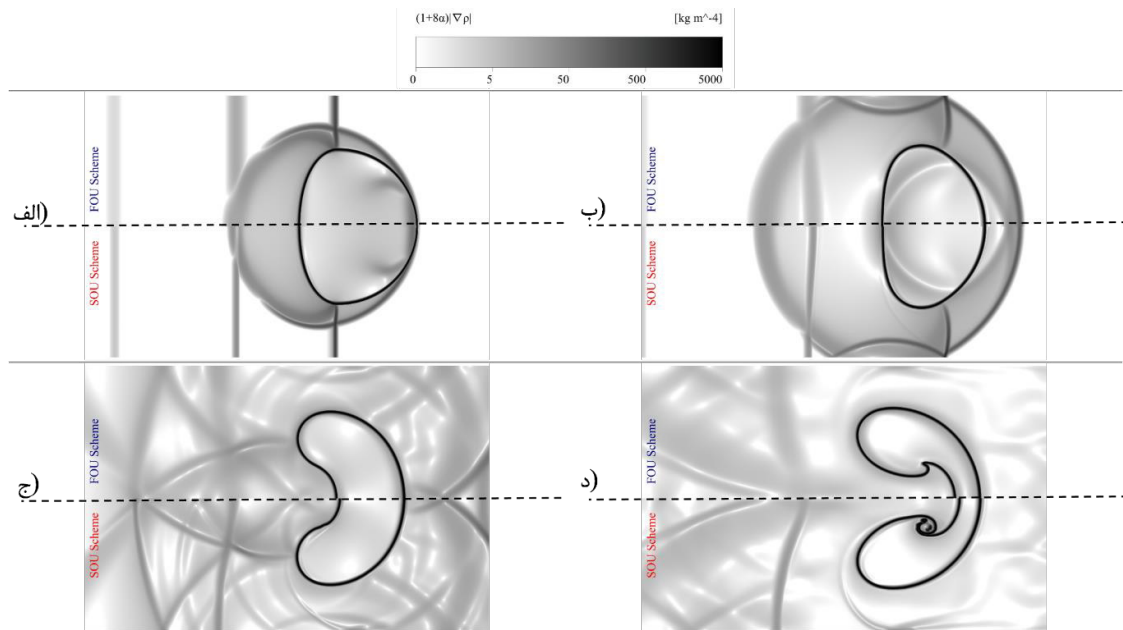
Fig. 8. The contour of density gradient and investigation of the effect of computational grid size ($\Delta x = \frac{d_o}{\text{cell number}}$) on the results of solving the problem of the shock wave interaction ($M=1.22$) with R22 bubble at times a) 135 microseconds, b) 187 microseconds, c) 247 microseconds, d) 417 microseconds using the first-order upwind discretization method.



آغاز شکل گیری ناپایداری کلون هلمهولتز

شکل ۹. کانتور اندازه گرادیان چگالی و بررسی تأثیر اندازه شبکه محاسباتی ($\Delta x = \frac{d_0}{\text{cell number}}$) بر نتایج حاصل از حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای ($M=1/22$) به حباب He در زمان‌های الف) ۵۲ میکروثانیه، ب) ۸۲ میکروثانیه، ج) ۲۴۵ میکروثانیه، د) ۴۲۷ میکروثانیه با استفاده از روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول.

Fig. 9. The contour of density gradient and investigation of the effect of computational grid size ($\Delta x = \frac{d_0}{\text{cell number}}$) on the results of solving the problem of shock wave interaction ($M=1.22$) with He bubble at times a) 52 microseconds, b) 82 microseconds, c) 245 microseconds, d) 427 microseconds using the first-order upwind discretization method.



شکل ۱۰. کانتور اندازه گرادیان چگالی و بررسی تأثیر روش گسسته سازی ترم‌های موجود در معادلات حاکم، بر نتایج حاصل از حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای ($M=1/22$) به حباب هلیوم در زمان‌های الف) ۶۲ میکروثانیه، ب) ۱۰۲ میکروثانیه، ج) ۲۴۵ میکروثانیه، د) ۴۲۷ میکروثانیه.

Fig. 10. The contour of density gradient and the effect of the discretization method of the convective terms in the governing equations on the results of solving the shock wave interaction ($M=1.22$) with the helium bubble problem, at times a) 62 microseconds, b) 102 microseconds, c) 245 microseconds, d) 427 microseconds.

غیرواقعی ایجاد می‌کند، برای شبیه‌سازی عددی چنین مسائلی از آن کمتر استفاده می‌شود. در این روش برای تعیین مقادیر کمیت‌های جریان روی صفحات هر سلول محاسباتی از درون‌یابی استفاده شده و مقدار هر کمیت به مقدار آن کمیت در مرکز دو سلول قبل‌تر وابسته هستند.

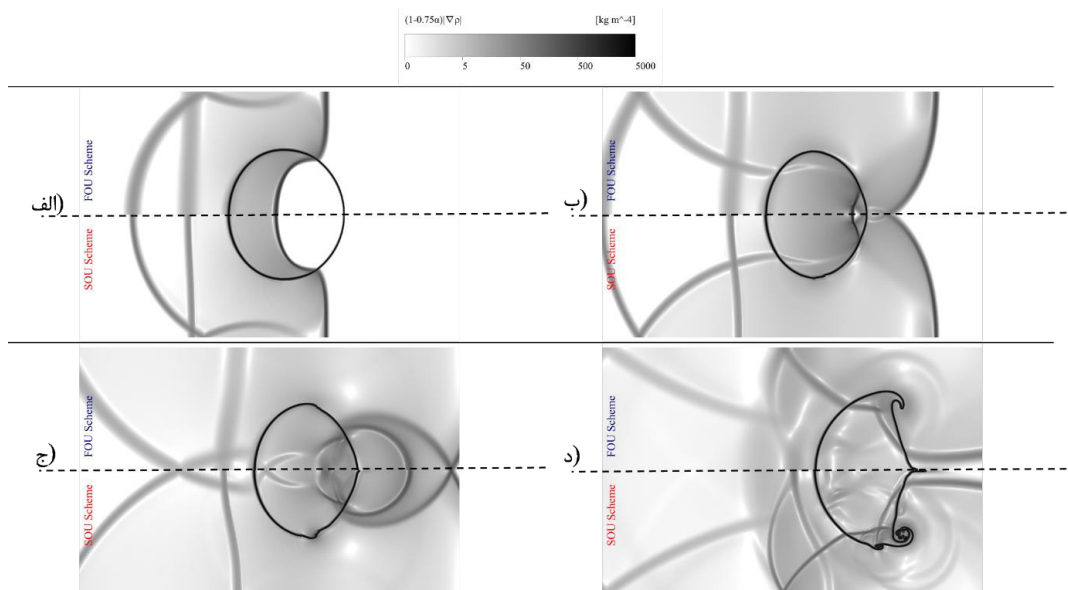
$$\varphi_e = \begin{cases} \frac{3}{2}\varphi_P - \frac{1}{2}\varphi_W, & u > 0 \\ \frac{3}{2}\varphi_E - \frac{1}{2}\varphi_{EE}, & u < 0 \end{cases} \quad (15)$$

در این بخش از مقاله، مقایسه نتایج حاصل از حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب‌های هلیوم و R_{22} به ازای دو روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول و دوم در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با استفاده از شبکه محاسباتی $\Delta x = \frac{d}{300 \text{ cell}}$ ، در زمان‌های ابتدایی برخورد موج به حباب، رفتار دو روش گسسته سازی در حل مسئله تقریباً یکسان بوده و با گذشت زمان در صورت استفاده از روش

بسیاری برای شبیه‌سازی عددی دارد. عمده‌ترین ضعف این روش باتوجه‌به دقت کم آن، افزایش میزان پخش عددی در نتایج حل است. باتوجه‌به اینکه برقراری تعادل بین دقت حل و هزینه محاسباتی دشوار است، مطابق آنچه در بخش قبلی ذکر شد، با کاهش ابعاد شبکه محاسباتی می‌توان میزان پخش عددی را تا حد قابل قبولی کاهش داد. در روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول، مقادیر کمیت‌های جریان روی صفحات هر سلول شبکه محاسباتی بسته به جهت جریان، از مقادیر کمیت‌های محاسبه‌شده برای مرکز آن سلول، به دست می‌آیند.

$$\varphi_e = \begin{cases} \varphi_P, & u > 0 \\ \varphi_E, & u < 0 \end{cases} \quad (14)$$

در مسائل برهم‌کنش موج ضربه‌ای با حباب، با اینکه روش بالادست مرتبه دوم از دقت بالاتری برخوردار است، به دلیل اینکه این روش از دسته روش‌های کاهش تغییرات کلی نبوده و در سطح مشترک دو فاز ناپایداری



شکل ۱۱. کانتور اندازه گرادیان چگالی و بررسی تأثیر روش گسسته سازی ترم‌های موجود در معادلات حاکم، بر نتایج حاصل از حل مسئله برخورد موج ضربه‌ای ($M=1/22$) به حباب (در زمان‌های الف) ۱۱۵ میکروثانیه، ب) ۱۸۷ میکروثانیه، ج) ۲۴۷ میکروثانیه، د) ۴۱۷ میکروثانیه.

Fig. 11. The contour of density gradient and the effect of the discretization method of the convective terms in the governing equations on the results of solving the shock wave interaction ($M=1.22$) with the R22 bubble problem, at times a) 115 microseconds, b) 187 microseconds, c) 247 microseconds, d) 417 microseconds.

محاسباتی شبیه‌سازی تا حد زیادی کاهش می‌یابد. سپس در این پژوهش نحوه تقابل موج ضربه‌ای با حباب‌های هلیوم و R_{22} بررسی گردید و تأثیر ابعاد شبکه محاسباتی و نیز روش گسسته سازی ترم‌های موجود در معادلات حاکم، بر نتایج به‌دست‌آمده از حل مشخص شد. مشاهده شد که با کاهش ابعاد شبکه محاسباتی، میزان پخش عددی ناشی از روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول در نتایج حل کاهش‌یافته و نحوه تعامل موج ضربه‌ای با حباب به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌گردد. با کاهش ابعاد شبکه محاسباتی ناپایداری‌های روی سطح مشترک دو فاز نمایان شده ولی این ناپایداری‌ها، به دلیل دقت کم روش گسسته سازی با نتایج پژوهش‌های پیشین اختلاف دارد. با این حال با استفاده از روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول، تسخیر امواج بازتابی، عبوری و برخوردی در این پژوهش مشابه با نتایج به‌دست‌آمده از روش‌های گسسته سازی با دقت بالا بوده و تنها به دلیل وجود پخش عددی، امواج ضخامت بیشتری دارند. شبیه‌سازی مسئله برهم‌کنش موج ضربه‌ای با حباب با استفاده از روش گسسته سازی بالادست مرتبه دوم (به این دلیل که این روش از دسته روش‌های کاهش تغییرات کلی نیست)، باعث شد در سطح مشترک دو فاز ناپایداری‌های غیرواقعی نمایان شده و نحوه تغییر شکل سطح مشترک با نتایج تجربی متفاوت باشد. با مقایسه نتایج

گسسته سازی بالادست مرتبه دوم، در سطح مشترک دو فاز ناپایداری‌های کلونین- هلمهولتز افزایش‌یافته و سطح مشترک دو فاز دچار تغییر شکل بیشتری شده است. همچنین مشاهده می‌شود که با تغییر روش گسسته سازی به بالادست مرتبه دوم، پخش عددی حل از بین رفته و ضخامت موج‌های بازتابی، عبوری و برخوردی کمتر شده و این موج‌ها در کانتور گرادیان چگالی واضح‌ترند.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله برخورد موج ضربه‌ای به حباب توسط نرم‌افزار دینامیک سیالات محاسباتی فلوئنت (۲۰۲۱) با استفاده از الگوریتم مبتنی بر فشار کاملاً متصل و نیز روش حجم سیال، شبیه‌سازی شده است. هدف اصلی این پژوهش شبیه‌سازی مسئله جریان دوفازی تراکم‌پذیر بدون استفاده از الگوریتم‌های مبتنی بر چگالی بوده تا هزینه محاسباتی ناشی از شبیه‌سازی چنین مسائلی، ضمن حفظ دقت حل کاهش یابد. مشاهده شد که نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از الگوریتم مبتنی بر فشار با نتایج تجربی و عددی مطابقت بالایی داشته و هم‌زمان ضمن حل مسئله با دقت بالا، به دلیل عدم استفاده از الگوریتم مبتنی بر چگالی به همراه حل گرهای چون ریمان، هزینه

ψ	تابع رنگ
ϕ	خاصیت جریان
	زیرنویس‌ها
s	جبهه موج
I	بعد از شاک
II	قبل از شاک
\cdot	شرایط اتمسفری و اولیه
b	فاز ثانویه
a	فاز اولیه
k	فاز

به‌دست‌آمده از دو روش گسسته سازی بالادست مرتبه اول و دوم مشاهده شد که در زمان‌های ابتدایی پس از برخورد موج با حباب نتایج ناشی از دو روش باهم برابر بوده و باگذشت زمان و نفوذ بیشتر موج‌های عبوری و بازتابی در حباب، نتایج دو روش از هم فاصله می‌گیرند و پیکربندی ناپایداری‌های روی سطح مشترک دو فاز متفاوت خواهند بود. تنها مزیت استفاده از روش گسسته سازی بالادست مرتبه دوم این است که در نواحی دور از سطح مشترک، موج‌های بازتابی و عبوری را با دقت بالاتری و بدون پخش عددی تسخیر می‌کند. باتوجه‌به موارد ذکر شده در مسئله برهم‌کنش موج ضربه‌ای با حباب در صورتی که روش گسسته سازی مورد استفاده به‌گونه‌ای باشد که در سطح مشترک دو فاز از دقت مرتبه اول برخوردار بوده و در نواحی دور از سطح مشترک دقت آن از مرتبه دو و بالاتر باشد، ضمن حفظ پایداری در حل، نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی با چنین روش گسسته سازی، با نتایج

تجربی تطابق بسیار بالایی خواهد داشت.

۶- فهرست علائم

منابع

- [1] D. Ranjan, J. Oakley, R. Bonazza, Shock-bubble interactions, Annual Review of Fluid Mechanics, 43 (2011) 117-140.
- [2] N.J. Zabusky, Vortex paradigm for accelerated inhomogeneous flows: Visiometrics for the Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov environments, Annual review of fluid mechanics, 31(1) (1999) 495-536.
- [3] F. MARBLE, E. ZUKOSKI, J. Jacobs, G. Hendricks, Shock enhancement and control of hypersonic mixing and combustion, in: 26th Joint Propulsion Conference, 1990, pp. 1981.
- [4] J. Yang, T. Kubota, E.E. Zukoski, A model for characterization of a vortex pair formed by shock passage over a light-gas inhomogeneity, Journal of Fluid Mechanics, 258 (1994) 217-244.
- [5] M. Delius, F. Ueberle, W. Eisenmenger, Extracorporeal shock waves act by shock wave-gas bubble interaction, Ultrasound in medicine & biology, 24(7) (1998) 1055-1059.

A	عدد بی‌بعد اتوود
a	سرعت صوت، m/s
Co	عدد بی‌بعد کورانت
c_p	گرمای ویژه در فشار ثابت، J/kgK
d	قطر حباب، m
h	آنتالپی ویژه کل، J/kg
R	ثابت گاز، J/kgK
u	میدان سرعت، m/s
P	فشار میدان جریان، Pa
T	دمای میدان جریان، K
t	زمان، s
x	موقعیت مکانی در راستای افقی، m
y	موقعیت مکانی در راستای عمودی، m
	فهرست علائم یونانی
ρ	چگالی، kg/m ^۳
Λ	پارامتر اثر اکوئستیکی، kg/m ^۳ s
γ	نسبت گرمای ویژه
π	ثابت معادله استیفند وابسته به فشار، Pa

- [17] G. Perigaud, R. Saurel, A compressible flow model with capillary effects, *Journal of Computational Physics*, 209(1) (2005) 139-178.
- [18] M.R. Baer, J.W. Nunziato, A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials, *International journal of multiphase flow*, 12(6) (1986) 861-889.
- [19] A. Murrone, H. Guillard, A five equation reduced model for compressible two phase flow problems, *Journal of Computational Physics*, 202(2) (2005) 664-698.
- [20] G. Allaire, S. Clerc, S. Kokh, A five-equation model for the numerical simulation of interfaces in two-phase flows, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series I-Mathematics*, 331(12) (2000) 1017-1022.
- [21] E.F. Toro, M. Spruce, W. Speares, Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver, *Shock waves*, 4(1) (1994) 25-34.
- [22] E.F. Toro, The Riemann problem for the Euler equations, in: *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer, 2009, pp. 115-162.
- [23] K.-M. Shyue, A volume-fraction based algorithm for hybrid barotropic and non-barotropic two-fluid flow problems, *Shock Waves*, 15(6) (2006) 407-423.
- [24] D.R. van der Heul, C. Vuik, P. Wesseling, A conservative pressure-correction method for flow at all speeds, *Computers & Fluids*, 32(8) (2003) 1113-1132.
- [25] P. Wesseling, *Principles of computational fluid dynamics*, Springer Science & Business Media, 2009.
- [26] F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish, The finite volume method, in: *The finite volume method in computational fluid dynamics*, Springer, 2016, pp. 103-135.
- [27] F.H. Harlow, A.A. Amsden, A numerical fluid dynamics calculation method for all flow speeds, *Journal of Computational Physics*, 8(2) (1971) 197-213.
- [28] J. Van Doormaal, G. Raithby, B. McDonald, The segregated approach to predicting viscous compressible fluid flows, (1987).
- [29] R.R. Nourgaliev, T.-N. Dinh, T.G. Theofanous, Adaptive [6] W. Eisenmenger, The mechanisms of stone fragmentation in ESWL, *Ultrasound in medicine & biology*, 27(5) (2001) 683-693.
- [7] U. Hwang, K.A. Flanagan, R. Petre, CHANDRA X-ray observation of a mature cloud-shock interaction in the bright eastern knot region of Puppis A, *The Astrophysical Journal*, 635(1) (2005) 355.
- [8] J. Lindl, Development of the indirect-drive approach to inertial confinement fusion and the target physics basis for ignition and gain, *Physics of plasmas*, 2(11) (1995) 3933-4024.
- [9] F. Denner, C.-N. Xiao, B.G. van Wachem, Pressure-based algorithm for compressible interfacial flows with acoustically-conservative interface discretisation, *Journal of Computational Physics*, 367 (2018) 192-234.
- [10] V. Coralic, T. Colonius, Finite-volume WENO scheme for viscous compressible multicomponent flows, *Journal of computational physics*, 274 (2014) 95-121.
- [11] R. Abgrall, How to prevent pressure oscillations in multicomponent flow calculations: a quasi conservative approach, *Journal of Computational Physics*, 125(1) (1996) 150-160.
- [12] K.-M. Shyue, An efficient shock-capturing algorithm for compressible multicomponent problems, *Journal of Computational Physics*, 142(1) (1998) 208-242.
- [13] G. Allaire, S. Clerc, S. Kokh, A five-equation model for the simulation of interfaces between compressible fluids, *Journal of Computational Physics*, 181(2) (2002) 577-616.
- [14] A. Marquina, P. Mulet, A flux-split algorithm applied to conservative models for multicomponent compressible flows, *Journal of Computational Physics*, 185(1) (2003) 120-138.
- [15] M. Ansari, A. Daramizadeh, Numerical simulation of compressible two-phase flow using a diffuse interface method, *International journal of heat and fluid flow*, 42 (2013) 209-223.
- [16] X.Y. Hu, B. Khoo, N.A. Adams, F. Huang, A conservative interface method for compressible flows, *Journal of Computational Physics*, 219(2) (2006) 553-578.

- Oakley, R. Bonazza, Experimental investigation of primary and secondary features in high-Mach-number shock-bubble interaction, *Physical review letters*, 98(2) (2007) 024502.
- [37] R.K.A.N, K.Mazaheri, Two-dimensional numerical study of shock collision with non-reactive bubble, Tarbiat Modares University Thesis, Tarbiat Modares University, 2012.(In Persian)
- [38] X. Bai, M. Li, Simulating compressible two-phase flows with sharp-interface discontinuous Galerkin methods based on ghost fluid method and cut cell scheme, *Journal of Computational Physics*, 459 (2022) 111107.
- [39] J.H. Niederhaus, J. Greenough, J. Oakley, D. Ranjan, M. Anderson, R. Bonazza, A computational parameter study for the three-dimensional shock–bubble interaction, *Journal of Fluid Mechanics*, 594 (2008) 85-124.
- [40] J.W. Banks, D.W. Schwendeman, A.K. Kapila, W.D. Henshaw, A high-resolution Godunov method for compressible multi-material flow on overlapping grids, *Journal of Computational Physics*, 223(1) (2007) 262-297.
- [41] B. Reimann, V. Hannemann, K. Hannemann, Computations of shock wave propagation with local mesh adaptation, in: *Shock Waves*, Springer, 2009, pp. 1383-1388.
- characteristics-based matching for compressible multifluid dynamics, *Journal of Computational Physics*, 213(2) (2006) 500-529.
- [30] R. Saurel, R. Abgrall, A multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows, *Journal of Computational Physics*, 150(2) (1999) 425-467.
- [31] L. Michael, N. Nikiforakis, The evolution of the temperature field during cavity collapse in liquid nitromethane. Part I: inert case, *Shock Waves*, 29(1) (2019) 153-172.
- [32] S.-W. Ohl, C.-D. Ohl, Acoustic Cavitation in a Microchannel, in: *Handbook of Ultrasonics and Sonochemistry*, Springer Singapore, Singapore, 2016, pp. 99-135.
- [33] S. Pan, S. Adami, X. Hu, N.A. Adams, Phenomenology of bubble-collapse-driven penetration of biomaterial-surrogate liquid-liquid interfaces, *Physical Review Fluids*, 3(11) (2018) 114005.
- [34] J.-F. Haas, B. Sturtevant, Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical gas inhomogeneities, *Journal of Fluid Mechanics*, 181 (1987) 41-76.
- [35] G. Rudinger, L.M. Somers, Behaviour of small regions of different gases carried in accelerated gas flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 7(2) (1960) 161-176.
- [36] D. Ranjan, J. Niederhaus, B. Motl, M. Anderson, J.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Pirani, A. Rahmani, M. R. Ansari, *The Interaction of the Shock Wave with the Bubble and the Effect of Computational Grid Size on the Problem Simulation with A Fully Coupled Pressure-Based Algorithm*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(9) (2022) 2041-2060.

DOI: 10.22060/mej.2022.21189.7395



