



Investigation of Different Internal Flows Using Different Transitional Models

M. A. Modaresi, A. Yousefi, G. Heidarinejad*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

ABSTRACT: Prediction of flow behavior in the transition region is the key issue in many scientific problems. Many attempts have been made by researchers to propose and modify the models estimating the flow behavior in this region. In these flows, the governing equations, including the continuity, the Navier-Stokes, and the transmittance along with the Shear Stress Transport models are solved simultaneously to predict the flow behavior. There are several coefficients in the governing equations which affect the flow simulation. In this study, the transitional shear stress transport model is modified by altering two coefficients in the intermittency equation. A combination of these coefficients is implemented, and the effects are studied. To assess the accuracy of the proposed coefficients in simulation, they are applied to three individual internal flows, including a smooth axisymmetric pipe, two parallel plates, and a backward-facing step. Different variables such as the friction factor coefficient, fully developed friction factor, and the reattachment length are explored. A comparison between the results and both analytical and experimental data confirms a good accuracy in the predictions. Furthermore, using the presented models the entrance length is well predicted in turbulent and transitional flows.

Review History:

Received: Jan. 21, 2022

Revised: Jun. 28, 2022

Accepted: Aug. 21, 2022

Available Online: Aug. 24, 2022

Keywords:

Internal flows

Turbulence model

Transitional shear stress transport

Numerical simulation

1- Introduction

The transition phenomenon and its simulation play a key role in science and engineering applications. The phenomenon occurs through three different mechanisms including natural transition [1], bypass transition [2], and separation-induced transition [3]. Abraham et al. [4] in their study, developed the main $\gamma-Re_\theta$ model for internal flows. They investigated the transition from laminar to turbulent flow in a pipe. Abraham et al., in another research [5], studied the $\gamma-Re_\theta$ model for internal flow with varying cross-section area. Menter et al. [6] in their study implemented some improvements to the $\gamma-Re_\theta$ model. It was a transition model based on local correlations. In the present study, the transition phenomenon in internal flows has been investigated. In this manner, a range of turbulence coefficients has been studied to propose the best combination. The improvements have been implemented on c_{e2} and $c_{\theta t}$ which are the coefficients of dissipation (E_{γ^2}) and production ($P_{\theta t}$) terms.

2- Methodology

The flow is considered incompressible and unsteady. Hence the governing equations of the unsteady flow including the continuity, momentum, transition, and additional equations for turbulent closures are given in Eqs. (1) to (6):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\rho \partial}{\partial t}(u_i) + \frac{\rho \partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_j}(\tau_{ij}) \quad (2)$$

$$\frac{\rho \partial(\gamma)}{\partial t} + \frac{\rho \partial(u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\rho \partial(Re_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\rho \partial(u_j Re_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial Re_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\rho \partial(k)}{\partial t} + \frac{\rho \partial(u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] + P_k - D_k \quad (5)$$

$$\frac{\rho \partial(\omega)}{\partial t} + \frac{\rho \partial(u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \alpha_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + \alpha \frac{P_k}{v_t} - D_\omega + Cd_\omega \quad (6)$$

Three different Test Cases (TC) are considered to evaluate the modified model capabilities including flow in an axisymmetric pipe, flow between two parallel plates, and flow in a backward-facing step.

3- Results and Discussion

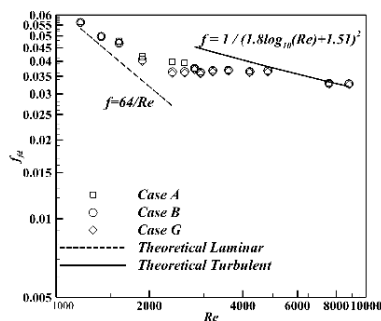
The model presented by Menter et al. [7] is modified to simulate the internal flows. It was stated that two coefficients

*Corresponding author's email: gheidari@modares.ac.ir

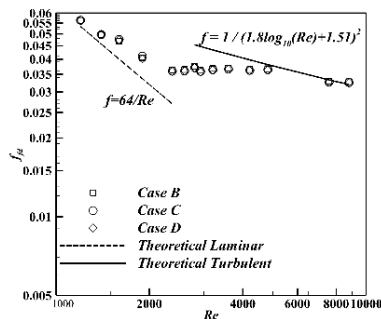


Table 1. Implemented turbulence coefficients

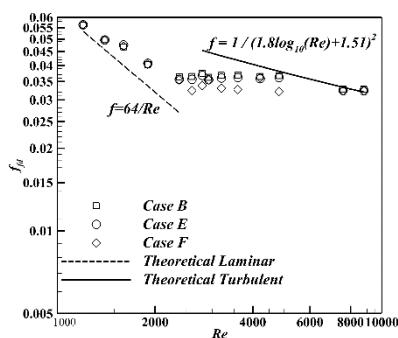
Combination	C_{e2}	$C_{\theta t}$
A	70	0.008
B	70	0.015
C	80	0.008
D	80	0.015
E	90	0.008
F	90	0.015
G	90	0.0115



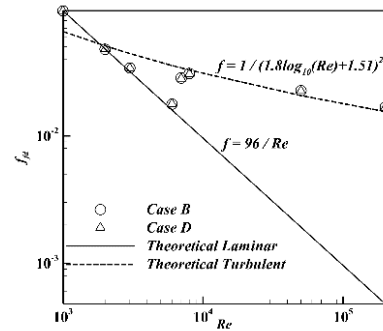
(a)



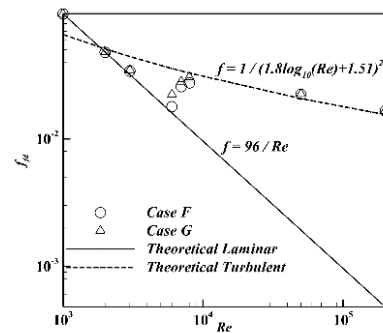
(b)



(c)

Fig. 1. Fully developed friction factor in an axisymmetric pipe

(a)



(b)

Fig. 2. Fully developed friction factor in the flow between two parallel plates

including C_{e2} and $C_{\theta 2}$ can be modified in the model. Therefore, in the present study 7 different combinations of these coefficients are proposed.

3- 1- Flow in an axisymmetric pipe

Flow inside an axisymmetric pipe was studied as the first TC. Fully developed friction factors using the proposed combination of coefficients were studied in this geometry. The results are presented in Fig. 1.

As can be observed, the results tend to theoretical laminar and turbulent flow values for Reynolds numbers less than 1900 and greater than 4000 respectively. Reynolds numbers between 1900 and 4000 are referred to as transition regions where no sufficient theoretical values are available.

3- 2- The flow between two parallel plates

The flow between two parallel plates is considered the second TC. The fully developed friction factor can also be examined as it was performed in flow inside an axisymmetric pipe.

The results can be divided into three different regions including laminar, transition, and turbulent flows. The results for Reynolds numbers between 10^3 to 3×10^3 and 8×10^3 to 2×10^5 are in good agreement with previous results [8]. Maximum error reported for laminar and turbulent flows are equal at 8.566 and 9.4 respectively.

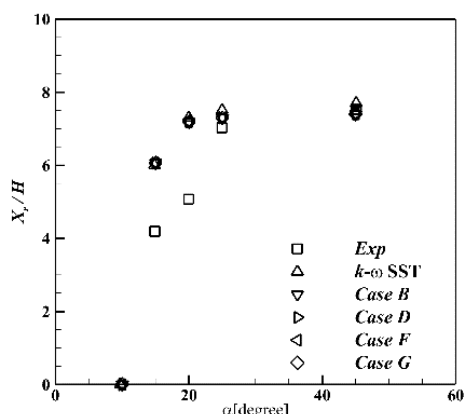


Fig. 3. Comparing reattachment length for different expansion angles in a backward-facing step with a Reynolds number equal to 6.4×10^4

3- 3- Flow in a backward-facing step

In this TC the capability of the proposed turbulence coefficients is investigated in geometry with varying cross-section area. The inlet Reynolds number considering the geometry is set to 6.4×10^4 to validate the results with previous experimental results [9]. The reattachment length for different inclination angles is displayed in Fig. 3.

4- Conclusions

In this paper capability of different combinations of turbulence coefficients in the simulation of various flow, regimes were studied. Three different test cases, including flow in an axisymmetric pipe, flow between two parallel plates, and flow in a backward-facing step, were selected to assess the proposed models. The results were compared with the results reported in previous studies and theoretical data. Finally, the best combinations were reported as follows:

C_{e2} equal to 70, and $C_{\theta t}$ equal to 0.015
 C_{e2} equal to 90, and $C_{\theta t}$ equal to 0.015

References

- [1] R.B. Langtry, F.R. Menter, Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes, AIAA journal, 47(12) (2009) 2894-2906.
- [2] M.V. Morkovin, On the many faces of transition, in: Viscous drag reduction, Springer, 1969, pp. 1-31.
- [3] E. Malkiel, R. Mayle, Transition in a separation bubble, (1996).
- [4] J. Abraham, E.M. Sparrow, J. Tong, Breakdown of laminar pipe flow into transitional intermittency and subsequent attainment of fully developed intermittent or turbulent flow, Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, 54(2) (2008) 103-115.
- [5] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, W. Minkowycz, Intermittent Flow Modeling: Part 2—Time-Varying Flows and Flows in Variable Area Ducts, in: International Heat Transfer Conference, 2010, pp. 625-633.
- [6] F.R. Menter, P.E. Smirnov, T. Liu, R. Avancha, A one-equation local correlation-based transition model, Flow, Turbulence and Combustion, 95(4) (2015) 583-619.
- [7] F.R. Menter, R.B. Langtry, S. Likki, Y. Suzen, P. Huang, S. Volker, A correlation-based transition model using local variables—part I: model formulation, Journal of turbomachinery, 128(3) (2006) 413-422.
- [8] W. Minkowycz, J. Abraham, E.M. Sparrow, Numerical simulation of laminar breakdown and subsequent intermittent and turbulent flow in parallel-plate channels: Effects of inlet velocity profile and turbulence intensity, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52(17-18) (2009) 4040-4046.
- [9] B. Ruck, B. Makiola, Flow separation over the inclined step, Physics of Separated Flows—Numerical, Experimental, and Theoretical Aspects, (1993) 47-55.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. A. Modaresi, A. Yousefi, G. Heidarinejad, Investigation of Different Internal Flows Using Different Transitional Models, Amirkabir J. Mech Eng., 54(9) (2022) 401-404.

DOI: 10.22060/mej.2022.20999.7361





بررسی رژیم‌های مختلف جریان با استفاده از گستره‌ای از مدل‌های گذار در جریان‌های داخلی

محمدعلی مدرسی، امیر یوسفی، قاسم حیدری نژاد*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۰۱

بازنگری: ۱۴۰۱/۰۴/۰۷

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۳۰

ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۶/۰۲

کلمات کلیدی:

جریان داخلی

مدل آشفتگی

مدل گذار انتقال تنش برشی

شبیه‌سازی عددی

خلاصه: پیش‌بینی رفتار جریان سیال در ناحیه گذار، کلید حل بسیاری از مسائل علمی است. محققین تلاش‌های بسیاری در زمینه ارائه و بهبود مدل‌هایی برای تخمین رفتار جریان سیال در این ناحیه انجام داده‌اند. در این جریان‌ها معادلات حاکم، شامل ناویر-استوکس در کنار مدل‌های انتقال تنش برشی به‌صورت هم‌زمان برای شبیه‌سازی جریان حل می‌شوند. ضرایب بسیاری در معادلات حاکم وجود دارند که شبیه‌سازی جریان سیال را تحت تأثیر قرار می‌دهند. در این پژوهش، مدل گذار انتقال تنش برشی با تغییر دو ضریب در معادلات گذار مورد ارزیابی قرار گرفت و با اعمال ترکیبی از این ضرایب، شبیه‌سازی گذار انجام شد. به منظور ارزیابی دقت ضرایب مدل ارائه شده در شبیه‌سازی، این ضرایب برای شبیه‌سازی سه مسأله جریان داخلی مختلف شامل لوله با سطح داخلی صاف، دو صفحه موازی و یک پله مورد استفاده قرار گرفت. پارامترهای مختلف همچون ضرایب اصطکاک در ناحیه ورودی و توسعه یافته و طول جدایش مورد بررسی قرار گرفتند. یک مقایسه میان نتایج حاصله از ضرایب مدل ارائه شده و داده‌های تحلیلی و تجربی حکایت از دقت خوب این ضرایب در پیش‌بینی جریان سیال دارد. علاوه بر این، در نتایج حاصله از اعمال ضرایب در مدل ارائه شده، طول ورودی جریان در جریان‌های آشفتگی و گذار به‌خوبی پیش‌بینی شده است.

۱- مقدمه

اهمیت ویژگی‌های جریان آشفتگی در کاربردهای علوم و مهندسی توجهات بسیاری را در طیف وسیعی از پژوهش‌ها را به خود اختصاص داده است. در این دسته از مسائل اثر گذار در شبیه‌سازی جریان از موارد حائز اهمیت بوده و نقشی کلیدی در شبیه‌سازی را ایفا می‌کند. در جریان‌های گذار سه مکانیسم عمده شامل گذار طبیعی [۱]، گذار جانبی [۲] و گذار ناشی از جدایش [۳] موجب رخ دادن پدیده‌ی گذار می‌شوند. پدیده گذار در دو مکانیسم طبیعی و جانبی به ترتیب به دلیل رشد غیرخطی امواج تولمین شیلیختینگ^۱ [۴] و شدت آشفتگی بالا در جریان آزاد [۲] رخ می‌دهند. پدیده گذار ناشی از جدایش نیز در جاهایی که گرادیان فشار موجب جدایش لایه مرزی آرام شده و گذار در لایه برشی نفوذ می‌کند رخ می‌دهد. پژوهشگران مدل‌های گذار متفاوتی را برای پیش‌بینی رفتار جریان در جریان‌های گذار خارجی [۱] و [۵-۹] ارائه کرده‌اند. آن‌ها همچنین چارچوب‌هایی برای اعمال این مدل‌ها

در کدهای عددی ارائه نموده‌اند. اگرچه این مطالعات دستاوردهای بزرگی برای پیش‌بینی جریان‌های خارجی داشته‌اند، ولی همچنان چالش‌هایی برای پیش‌بینی رفتار جریان‌های داخلی در جریان‌های گذار وجود داشت. آبراهام و همکاران در پژوهش‌هایی به توسعه مدل اصلی $\gamma-Re_\theta$ برای جریان داخلی پرداختند. آن‌ها در پژوهشی [۱۰] گذار از جریان آرام به گذار و سپس آشفتگی را در جریان داخل یک لوله مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش ضرایب اصطکاک به صورت توابعی از عدد رینولدز در تمامی ناحیه گذار و نیز کاملاً آشفتگی تخمین زده شد. آبراهام و همکاران همچنین در تحقیقی [۱۱] به تخمین ضریب انتقال حرارت در نواحی در حال توسعه و نیز توسعه یافته پرداختند. در پژوهشی دیگر [۱۲] انتقال حرارت در ناحیه گذار در جریان‌های داخلی با سطح مقطع عرضی ثابت پرداخته شد. توانایی مدل ارائه شده در تخمین جریان از آرام به آشفتگی و در طی ناحیه گذار را می‌توان به عنوان دستاوردی مهم در این پژوهش ذکر کرد. با توسعه مدل ارائه شده برای ناحیه گذار، آبراهام و همکاران به ارائه نتایج برای جریان داخلی با سطح مقطع عرضی متغیر [۱۳] مبادرت نمودند. آبراهام و همکاران [۱۴]

1 Tollmien-Schlichti

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: gheidari@modares.ac.ir



قابل توجه میان ضرایب اصطکاک محاسبه شده و مقادیر متناظر حاصل از جریان های نیمه پایا داشتند.

اخیراً منتر و همکاران [۱۸] تغییرات جدیدی را بر روی مدل کلی $\gamma\text{-Re}_\theta$ اعمال نمودند. مدل بهبودیافته عضوی از خانواده مدل سازی گذار بر مبنای همبستگی محلی بود و تعداد معادلات حل شونده برای شبیه سازی گذار به یک معادله کاهش یافته بود؛ که متعاقباً زمان اجرا را کاهش می داد. آن ها از این مدل برای حل مسائل کاربردی بسیاری شامل ایرفول ناکا ۰۰۲۱ استفاده نمودند در ادامه آبراهام و همکاران [۱۹] مدل آشفتگی بهبودیافته گذار بر اساس مدل ارائه شده توسط منتر و همکاران [۱۸] ارائه نمودند. این مدل برای شبیه سازی جریان در سه هندسه متفاوت با گستره عدد رینولدز وسیع از 10^2 تا 10^5 و با شدت آشفتگی متفاوت در ورودی جریان مورد استفاده قرار گرفت. نتایج این شبیه سازی ها نشان داد که این مدل قادر است متغیرهای جریان در نواحی تبدیل جریان از آرام به آشفتگی و بالعکس را شبیه سازی کند. آن ها دریافتند که ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته در رژیم های گذار به شدت به شرایط بالادست جریان وابسته است. نرینگ و راپ [۲۰] در پژوهشی با اصلاح ضرایب مورد استفاده در معادلات آشفتگی [۲۱] که پیش تر برای توربوماشین ها ارائه شده بود، به شبیه سازی جریان داخل لوله و کانال پرداختند. در این پژوهش ضریب اصطکاک در نواحی مختلف جریان مورد بررسی قرار گرفت و نقاط تبدیل جریان به کاملاً آشفتگی مشخص گردید. در پژوهش حاضر، پدیده گذار در جریان های داخلی مورد بررسی و مدل سازی قرار گرفته است. برای این منظور گستره ای از ضرایب گذار اعمال شده اند تا بهترین ترکیب تعیین شود. این ضرایب در معادله آشفتگی SST برای شبیه سازی ناحیه گذار مورد استفاده قرار گرفته اند. بهبودهای اعمال شده بر روی دو ضریب C_{e2} و $C_{\theta t}$ که به ترتیب به عنوان ضرایب جمله های اضمحلال ($E_{\gamma2}$) و جمله تولید ($P_{\theta t}$) اعمال شده اند. بازه های مناسب برای این ضرایب با شبیه سازی جریان در سه هندسه جریان داخلی مینا به دست آمده اند. با مقایسه ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته و طول جدایش به دست آمده از اعمال ضرایب جدید با مقادیر تحلیلی و داده های تجربی بهترین ترکیب ضرایب گذار به دست آمده اند.

۲- معادلات حاکم

با در نظر گرفتن جریان به صورت سه بعدی، تراکم ناپذیر، ناپایا و آشفتگی، معادلات حاکم بر جریان سیال به صورت معادلات (۱) تا (۶) نوشته می شود. توضیحات بیشتر در رابطه با این معادلات را می توان در مرجع [۵] یافت.

در پژوهش دیگر به بررسی ضرایب مدل آشفتگی $\gamma\text{-Re}_\theta$ در جریان های داخلی با سطح مقطع عرضی با شکل های مختلف پرداختند. آن ها مدل اصلی $\gamma\text{-Re}_\theta$ که پیش تر برای جریان های خارجی توسعه داده شده بودند [۱ و ۵] برای شبیه سازی جریان داخلی بهبود بخشیدند. آن ها جریان های داخلی مختلفی را با تغییر دو ضریب C_{e2} و $C_{\theta t}$ که به ترتیب به عنوان ضرایب جمله های منبع ($P_{\theta t}$) و اضمحلال ($E_{\gamma2}$) در مدل آشفتگی مذکور تعریف می شوند مورد ارزیابی قرار دادند. بررسی نتایج به دست آمده از این تغییرات در محاسبه مقادیر گرادیان فشار و نسبت ضریب اصطکاک محلی به ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته نشان دهنده موفقیت مدل ارائه شده در پیش بینی ویژگی های جریان داخلی بود. با استفاده از ضرایب بهبود یافته در پژوهش های پیشین آبراهام و همکاران [۱۲] انتقال حرارت در جریان داخل یک لوله برای رژیم های مختلف را مورد مطالعه قرار دادند. آن ها عدد ناسلت محلی و عدد ناسلت کاملاً توسعه یافته را مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج حاکی از اختلاف ۲۵ درصدی میان نتایج به دست آمده از شبیه سازی و داده های تجربی در رژیم های اینترمیتمنت داشت. نتایج به دست آمده در این پژوهش پیشرفت بزرگ در مقایسه با مقادیر گزارش شده در پژوهش حاصل از همبستگی نیلینسکی [۱۵] به حساب می آمد. به علاوه آن ها تلاش کردند تا خلاً موجود در جریان های اینترمیتمنت را پر کرده و متغیرهای جریان در ناحیه کاملاً توسعه یافته برای این دسته از جریان ها را تخمین بزنند [۱۱]. نتایج این تحقیق نشان داد که ضریب انتقال حرارت کاملاً توسعه یافته در مسأله با شرط مرزی شار حرارتی ثابت دارای انطباق خوبی با نتایج تجربی و پیش بینی های جبری داشت؛ بنابراین مدل توسعه داده شده برای کاربردهای زیر در اعداد رینولدز متفاوت مناسب بود:

- ۱- جریان داخل یک لوله با پروفیل سرعت و شدت آشفتگی ثابت
 - ۲- جریان بین دو صفحه موازی برای پروفیل های سرعت و شدت آشفتگی مختلف
 - ۳- جریان درون یک دیفیوزر اتصال دهنده دو لوله
 - ۴- جریان های وابسته به زمان هارمونیک
- در مطالعه ای دیگر برای تعیین ویژگی های جریان در طی تبدیل از جریان آرام به آشفتگی و بالعکس، نرخ تولید آشفتگی به اضمحلال آشفتگی به عنوان کمیتی برای تبدیل جریان آشفتگی به جریان آرام به کار برده شد [۱۶]. گبریگزابر و همکاران [۱۷] در تحقیقی از گذار از جریان آرام به آشفتگی و بالعکس در جریان های ضربانی با فرکانس بالا با استفاده از مدل های گذار بهبود یافته مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج این پژوهش نشان از تفاوت

معادله پیوستگی:

است.

$$\frac{\rho \partial (Re_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\rho \partial (u_j Re_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial Re_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (۵)$$

معادلات ناویر-استوکس:

جمله منبع در معادله (۵) به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - Re_{\theta t}) (1 - F_{\theta t}) \quad (۶)$$

$$\frac{\rho \partial}{\partial t} (u_i) + \frac{\rho \partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) \quad (۲)$$

که در این معادله پارامترهای ρ ، u_i و τ_{ij} به ترتیب نشان‌دهنده تنش برشی، چگالی سیال و مؤلفه‌های سرعت هستند. برای مدل‌سازی گذار، دو معادله انتقال دیگر شامل معادله اینترمیتنسی (۷) و معادله ضخامت مومنتوم گذار عدد رینولدز (Re_{θ}) به عنوان متغیرهای محلی مورد نیاز هستند [۵ و ۲۴-۲۲]. منبع انتقال و جمله‌های اضمحلال به ترتیب با ($P_{\gamma 1}$ و $E_{\gamma 1}$) و ($P_{\gamma 2}$ و $E_{\gamma 2}$) نمایش داده می‌شوند. معادله اینترمیتنسی:

$$\frac{\rho \partial (\gamma)}{\partial t} + \frac{\rho \partial (u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (۳)$$

منابع گذار در معادله (۳) نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} P_{\gamma 1} &= c_{a1} F_{length} \rho S [\gamma F_{onset}]^{C_{\gamma 3}} \\ E_{\gamma 1} &= c_{e1} P_{\gamma 1} \gamma \\ P_{\gamma 2} &= c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} \\ E_{\gamma 2} &= c_{e2} P_{\gamma 2} \gamma \end{aligned} \quad (۴)$$

معادله انتقال برای عدد رینولدز ضخامت مومنتوم گذار به شکل زیر

1 intermittency

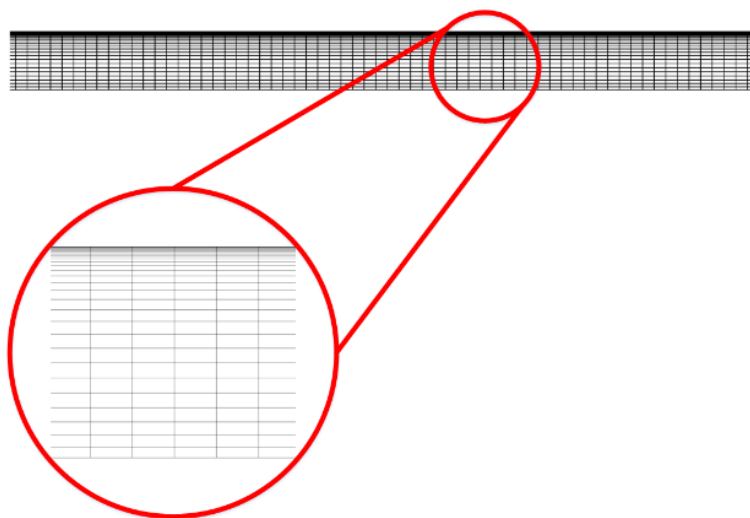
جمله F_{length} مقدار طول ناحیه گذار را کنترل می‌کند، از طرفی پارامتر F_{turb} نیز ماهیت آشفتگی منابع موجود در زیرلایه لزج و نیز در خارج لایه مرزی آرام را کاهش می‌دهد. همچنین جمله‌های Ω و S به ترتیب نشان‌دهنده مقدار ورتیسیته و نرخ کرنش هستند. جمله $P_{\theta t}$ به منظور انطباق با $\tilde{Re}_{\theta t}$ به کار برده شده است. پارامترهای $Re_{\theta t}$ و $F_{\theta t}$ اثر جمله‌های منبع در لایه مرزی را خنثی می‌کنند. در این معادلات جمله‌های $\dot{c}_{\theta t}$ و $\dot{c}_{\theta t}$ ثوابتی هستند که به ترتیب ضریب نفوذ و جمله منبع را کنترل می‌کنند. به علاوه، معادلات انرژی جنبشی آشفتگی (k) و نرخ اضمحلال ($\dot{u}$) نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} \frac{\rho \partial (k)}{\partial t} + \frac{\rho \partial (u_j k)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_k \mu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - D_k \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن:

$$P_k = \gamma_{eff} P_k \quad (۸)$$

$$D_k = \min [\max (\gamma_{eff}, 0.1), 1.0] D_k \quad (۹)$$



شکل ۱. نمایی از جریان داخل لوله متقارن محوری

Fig. 1. A view of the flow inside an axisymmetric pipe

داخلی برای اعمال مدل‌های ارائه‌شده در نظر گرفته شد.

معادله انتقال برای نرخ اتلاف ویژه نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

۳- ارائه مدل‌های عددی در هندسه‌های مختلف

برای اعتبارسنجی ضرایب گذار ارائه‌شده سه هندسه متفاوت (جریان در یک لوله متقارن محوری، جریان بین دو صفحه موازی و جریان در پله رو به عقب) مورد استفاده قرار گرفت. خلاصه‌ای از این سه هندسه در بخش‌های بعدی ارائه‌شده است.

$$\frac{\rho \partial(\omega)}{\partial t} + \frac{\rho \partial(\bar{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + a_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + \alpha \frac{P_k}{v_t} - D_\omega + Cd_\omega \quad (10)$$

در این معادلات پارامترهای $\tilde{a}_{eff}$ ، $\dot{a}_k$ و $\dot{a}_{ii}$ به ترتیب بیانگر اینترمیتنسی مؤثر، عدد پراتل برای انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ اضمحلال هستند.

با در نظر گرفتن هوا به عنوان سیال کاری، ویژگی‌های آن به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \rho_{air} &= 1 \text{ kg} / \text{m}^3 \\ \mu_{air} &= 10^{-5} \text{ pa.s} \end{aligned} \quad (11)$$

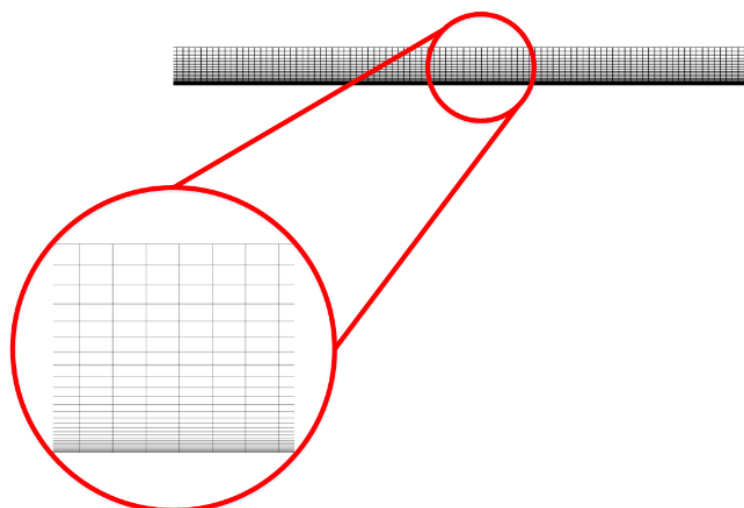
۳-۱- جریان داخل لوله متقارن محوری

در این هندسه، جریان در داخل یک لوله متقارن محوری با سطح مقطع عرضی ثابت بررسی شد. شرایط مرزی اعمال‌شده برای این هندسه نیز مطابق آنچه در بخش بعدی توضیح داده‌شده اعمال گردید. از طرفی، به منظور ارضای شرط کاملاً توسعه‌یافته در شرط مرزی خروجی این هندسه، نسبت طول محوری به قطر لوله برابر ۲۰۰ در نظر گرفته شد. همچنین لازم به ذکر است که جهت کاهش حجم محاسبات شبیه‌سازی جریان در این هندسه به صورت متقارن محوری انجام شد.

در ادامه عملکرد مدل ارائه‌شده در رژیم‌های مختلف جریان شامل جریان آرام، جریان گذار و جریان آشفته بررسی شد. به علاوه، سه هندسه جریان

۳-۲- جریان بین دو صفحه موازی

در این هندسه، جریان سیال بین دو صفحه موازی شبیه‌سازی شد. با



شکل ۲. نمایی از جریان بین دو صفحه موازی

Fig. 2. A view of the flow between two parallel plates

با ۱۰۰ و ۲۰۰ اعمال گردید. شرایط مرزی نیز همانند هندسه‌های قبلی اعمال شده‌اند.

۴- شرایط مرزی

برای صحت‌سنجی هندسه‌های مورد بررسی، برای شرط مرزی ورودی یک پروفیل سرعت یکنواخت با توجه به عدد رینولدز تعیین شده اعمال گردید. برای شرط مرزی خروجی نیز با توجه به طول دامنه محاسباتی، شرط کاملاً توسعه‌یافتگی اعمال شد [۲۵ و ۲۶]. به‌علاوه برای دیواره‌های جریان نیز شرط مرزی عدم لغزش در نظر گرفته شد. مقادیر مربوط به کمیت‌های آشفتگی نیز با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳) به‌دست آمده‌اند.

$$k = 1.5(IU)^2 \quad (12)$$

$$\omega = \sqrt{k} / C_{\mu}^{0.25} l \quad (13)$$

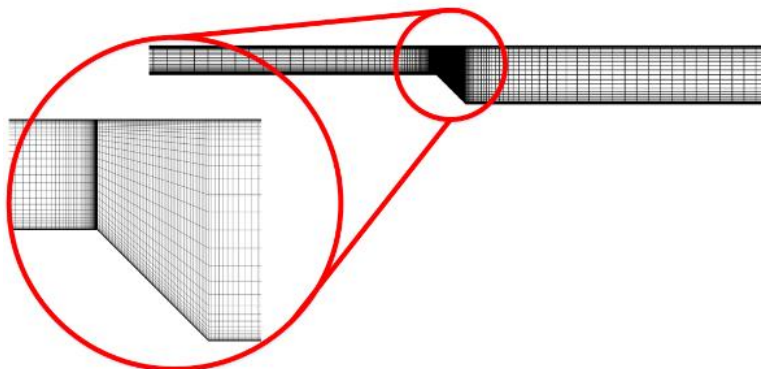
که در این روابط پارامترهای l و I به ترتیب طول معیار و شدت آشفتگی^۱ هستند که با توجه به روابط (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شوند.

توجه به اندازه سلول‌ها در شبکه‌بندی‌های استفاده شده و به منظور کاهش حجم محاسبات، در این جریان با فرض یکسان بودن پارامترها در بعد سوم، جریان سیال به صورت دوبعدی حل شد. شرایط مرزی اعمال شده نیز مطابق با آنچه در بخش بعدی اشاره شده اعمال گردید. از طرفی ابعاد کلی این هندسه با در نظر گرفتن برقراری شرط کاملاً توسعه‌یافتگی در مرز خروجی انتخاب شد؛ به طوری که نسبت طول جریان به قطر هیدرولیکی (L/D_h) برای این هندسه برابر با ۱۰۰ اعمال گردید. در پایان با شبیه‌سازی جریان سیال، نتایج به‌دست آمده با نتایج ارائه شده در پژوهش پیشین [۲۵] مقایسه گردید تا از صحت عملکرد مدل اطمینان حاصل گردد.

۳-۳- جریان در یک پله رو به عقب

درنهایت، جریان سیال در یک پله رو به عقب برای شبیه‌سازی شد. در این هندسه برخلاف دو هندسه قبل، سیال با حرکت در راستای جریان با یک انبساط مواجه بوده و نرخ انبساط نیز برابر با ۲ است. البته زاویه انبساط در این هندسه متغیر در نظر گرفته شده است. در این هندسه نیز همانند جریان بین دو صفحه موازی جهت کاهش حجم محاسبات شبیه‌سازی به صورت دوبعدی انجام شد و از تغییرات در راستای سوم چشم‌پوشی گردید. در این هندسه نیز جهت اطمینان از برقراری شرط توسعه‌یافتگی مقادیر نسبت طول به قطر هیدرولیکی (L/D_h) برای بالادست و پایین دست پله به ترتیب برابر

1 Turbulence intensity



شکل ۳. نمایشی از جریان در پله رو به عقب

Fig. 3. A view of the flow in a backward-facing step

گردید. به علاوه برای افزایش نرخ همگرایی از روش چندشبکه‌بندی^۲ اعمال شد. از طرفی برای اطمینان از اینکه عدد کورانت در طی حل کمتر از ۱ باقی می‌ماند، گام زمانی نیز برابر با 10^{-6} اعمال شد. شبیه‌سازی در هر گام زمانی تا جایی ادامه یافته است که باقیمانده متغیرها به کمتر از 10^{-12} برسد. برای شبیه‌سازی نیز از بسته‌های اوپن‌فوم بهره برده شده‌است.

۵- استقلال حل از شبکه

در ابتدا استقلال حل از شبکه برای هر هندسه به صورت مجزا بررسی گردید تا اطمینان حاصل شود که نتایج وابسته به اندازه شبکه‌بندی نیستند. برای این منظور معیار ضریب همگرایی شبکه‌بندی^۳ محاسبه شد که عدم قطعیت در گسسته‌سازی شبکه‌بندی را تعیین می‌کند. مقادیر این ضریب برای سرعت و انرژی جنبشی آشفتگی در هر کدام از سه هندسه در جدول ۱ ارائه شده‌است:

مقادیر محاسبه شده برای شبکه‌بندی‌های مختلف در هر هندسه نیز در شکل‌های ۴ تا ۶ ارائه شده‌است. این نتایج نشان‌دهنده مستقل شدن نتایج حاصله از اندازه شبکه به ازای تعداد سلول‌های مورد اشاره در جدول

$$l = 0.07 D_h / C_\mu^{3/4} \quad (14)$$

$$I = 0.16 (Re_{D_h})^{-1/8} \quad (15)$$

برای هردوی این پارامترها مقدار گرادیان صفر بر روی دیواره‌ها تنظیم شده است [۶]. مقدار پارامتر شدت آشفتگی برای شرط مرزی ورودی در مسائل نیز با استفاده از رابطه (۱۵) محاسبه و اعمال گردید. با توجه به قطر هیدرولیک ورودی مسائل برابر با ۱ متر مقدار شدت آشفتگی اعمال شده برای مسائل حدوداً برابر با ۵ درصد اعمال شد که به عنوان تخمین اولیه برای شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفت. به علاوه، پارامتر اینترمیتنسی و عدد رینولدز ضخامت مومنتوم گذرا به ترتیب برابر با ۱/۰ و ۱۲۲/۰۳ بر روی شرط مرزی ورودی اعمال شده‌اند [۱].

در ادامه برای پیش‌بینی شروع گذار به صورت عددی، گسسته‌سازی جمله‌های جابه‌جایی به صورت بالادست مرتبه دو انجام شد [۵]؛ کوپلینگ سرعت-فشار نیز با استفاده از الگوریتم پیپل^۱ در شبکه‌بندی یک‌جا اعمال

2 Multi-grid method

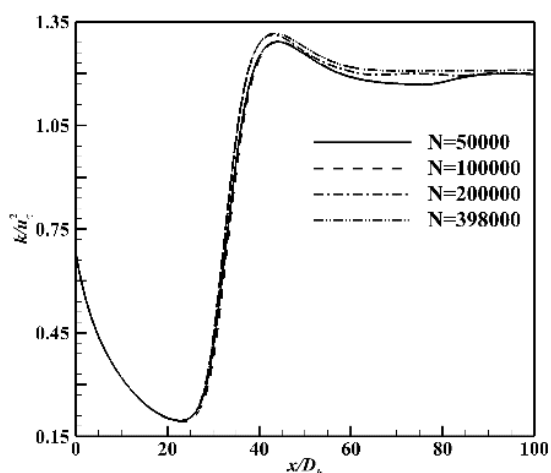
3 Grid convergence index

1 PimpleFoam

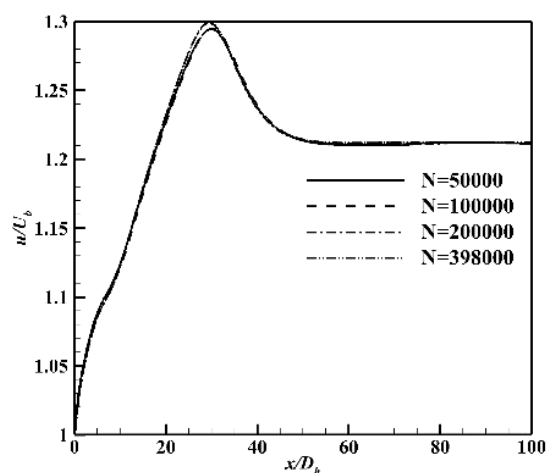
جدول ۱. اندازه شبکه مناسب برای هندسه‌های مختلف با استفاده از ضریب همگرایی شبکه‌بندی

Table 1. Suitable grid size in different geometries using Grid Convergence Index

هندسه	ضریب همگرایی شبکه‌بندی سرعت	ضریب همگرایی شبکه‌بندی انرژی جنبشی آشفتگی	تعداد شبکه‌بندی نهایی
لوله متقارن محوری	٪۰/۲	٪۳/۲	۲۰۰۰۰۰
دو صفحه موازی	٪۰/۲۵	٪۳/۴۵	۱۸۰۰۰۰
پله رو به عقب	٪۲/۸۵	٪۳/۶	۷۵۰۰۰۰



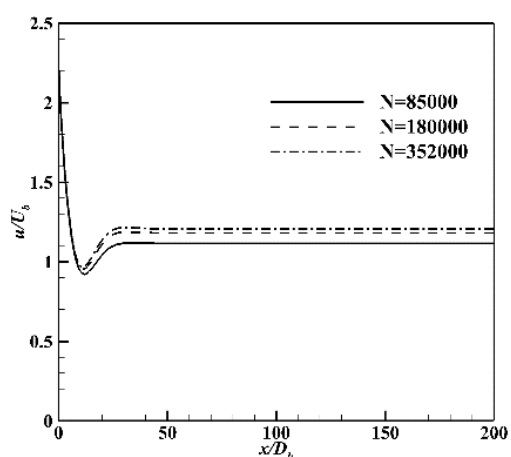
(ب)



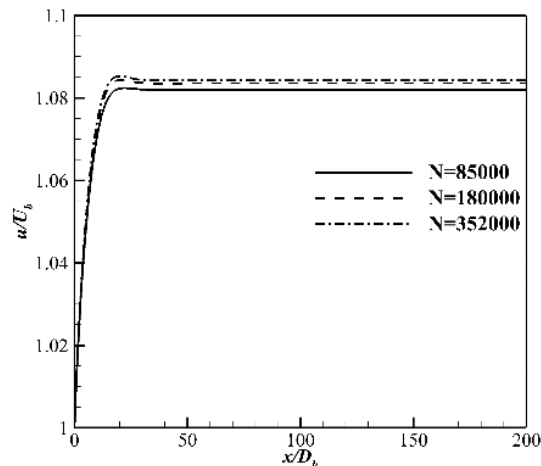
(الف)

شکل ۴. نتایج استقلال حل از شبکه برای جریان داخل لوله (الف) سرعت در خط مرکزی (ب) انرژی جنبشی آشفتگی

Fig. 4. Results of grid independency for the flow in a pipe a) centerline velocity b) Turbulent Kinetic Energy



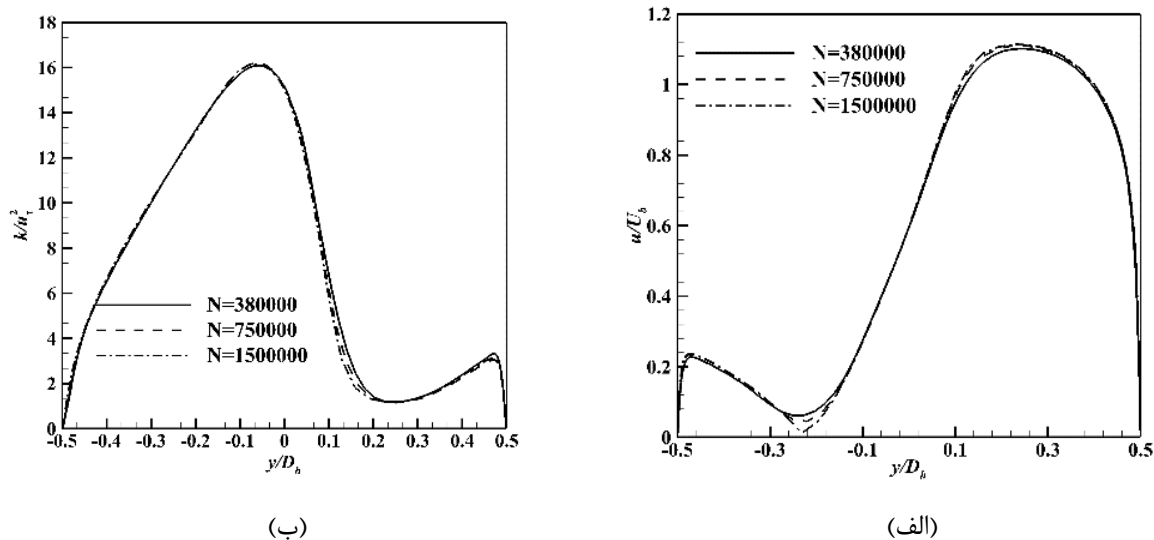
(ب)



(الف)

شکل ۵. نتایج استقلال حل از شبکه برای جریان بین دو صفحه موازی

Fig. 5. Results of grid independency for the flow between two parallel plates



شکل ۶. نتایج استقلال حل از شبکه برای جریان در پله رو به عقب (الف) سرعت در خط مرکزی (ب) انرژی جنبشی آشفتگی

Fig. 6. Results of grid independency for the flow in a backward-facing step a) centerline velocity b) Turbulent Kinetic Energy

۶-۱- نتایج اعتبارسنجی

۱ هستند.

۶-۱-۱- جریان داخل لوله متقارن محوری

به منظور بررسی جریان در داخل لوله متقارن محوری، ترکیب‌های عنوان‌شده در جدول ۲ در مدل آشفتگی اعمال شد و با استفاده از این ضرایب جریان سیال در داخل لوله برای طیف گسترده‌ای از اعداد رینولدز شامل رژیم‌های آرام تا آشفته شبیه‌سازی گردید. مقادیر تخمین زده‌شده برای ضریب اصطکاک کاملاً توسعه‌یافته برحسب عدد رینولدز در شکل ۷ نمایش داده شده‌است:

استقلال حل از شبکه ارائه شده در شکل‌های ۴ تا ۶ برای بیشترین عدد رینولدز شبیه‌سازی شده برای هر هندسه می‌باشد. عدد رینولدز برای جریان در لوله متقارن محوری، جریان بین دو صفحه موازی و جریان در یک پله رو به عقب به ترتیب برابر با ۸۸۰۰، ۲۰۰۰۰ و ۶۴۰۰۰۰ در این شکل‌ها می‌باشد. در این هندسه‌ها مقدار طول هندسه به قطر آن برای اطمینان از شرط کاملاً توسعه‌یافتگی به مقدار کافی بزرگ در نظر گرفته شده‌است. این پارامتر برای سه هندسه مورد اشاره به ترتیب برابر با ۲۰۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ اعمال گردید.

همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، رژیم‌های مختلف جریان شامل آرام، گذار و آشفته برای گستره‌ای از اعداد رینولدز از ۱۲۰۰ تا ۸۸۰۰ مورد بررسی قرار گرفتند. با در نظر گرفتن نتایج می‌توان گفت که طبیعت جریان برای اعداد رینولدز در محدوده ۱۲۰۰ تا ۱۹۰۰ به داده‌های تحلیلی در جریان آرام میل می‌کند. این درحالی است که طبیعت جریان برای اعداد رینولدز بیشتر از ۴۰۰۰ به جریان نیمه‌تحلیلی میل می‌کند. درعین حال طبیعت جریان در بازه اعداد رینولدز بین ۱۹۰۰ تا ۴۰۰۰ نه آرام و نه آشفته است. این بازه از اعداد رینولدز تحت عنوان ناحیه گذار شناخته می‌شود و داده تحلیلی کافی برای مقایسه با نتایج شبیه‌سازی وجود ندارد؛ بنابراین برای اطمینان از

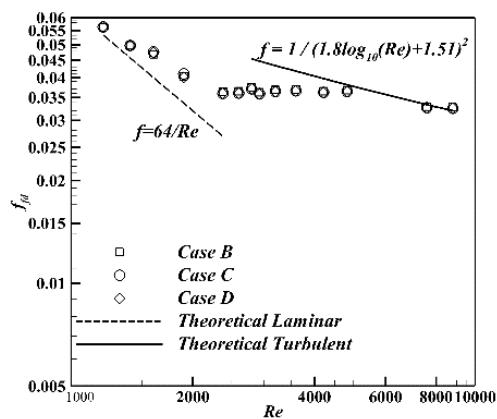
۶-۲ بحث و نتایج

در ادامه جهت بررسی مدل آشفتگی بهینه از پژوهش صورت گرفته توسط منتر [۵] بهره برده شد. در این پژوهش [۵] مدل ارائه شده برای جریان‌های خارجی مورد استفاده قرار گرفته بود. از طرفی عنوان شده بود که تنها دو ضریب $C_{e\tau}$ و C_{et} در مدل قابل تغییر هستند. برای این منظور در پژوهش حاضر ترکیب‌های مختلفی از این دو ضریب در شبیه‌سازی‌های اولیه مورد بررسی قرار گرفتند که از این بین ترکیب‌هایی که در جدول ۲ ارائه شده‌اند جهت بررسی نهایی انتخاب شدند.

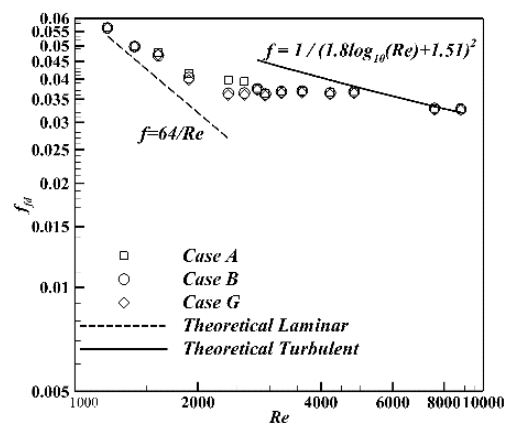
جدول ۲. ضرایب آشفتگی اعمال شده

Table 2. Implemented Turbulence Coefficients

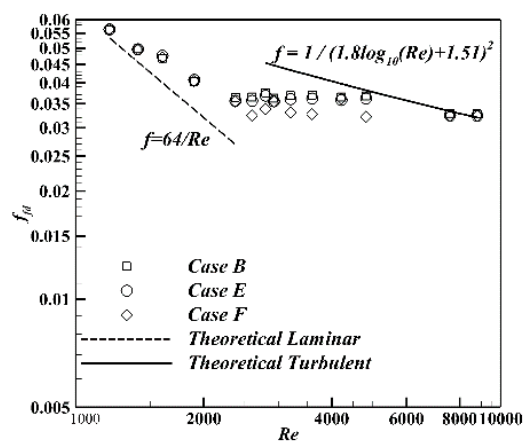
ترکیب	C_{e2}	$C_{\theta t}$
A	۷۰	۰/۰۰۸
B	۷۰	۰/۰۱۵
C	۸۰	۰/۰۰۸
D	۸۰	۰/۰۱۵
E	۹۰	۰/۰۰۸
F	۹۰	۰/۰۱۵
G	۸۰	۰/۰۱۱۵



(ب)



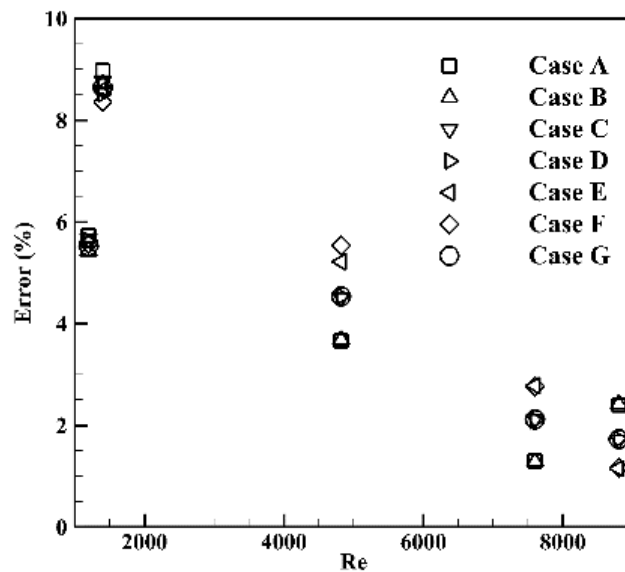
(الف)



(ج)

شکل ۷. ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته در لوله متقارن محوری

Fig. 7. Fully developed friction factor in an axisymmetric pipe



شکل ۸. خطاهای محاسبه شده برای ترکیب‌های مختلف ضرایب آشفتگی درون یک لوله متقارن محوری در جریان‌های آرام تا آشفته

Fig. 8. Estimated errors for different combinations of turbulence coefficients in an axisymmetric pipe in laminar to turbulent

تحلیلی برای ناحیه گذار محاسبه‌ی خطا برای این ناحیه را غیرممکن می‌سازد. آغاز محدوده‌ی گذار در رینولدز ۱۶۰۰ در نظر گرفته می‌شود و اختلاف با داده‌های تحلیلی جریان آرام به‌عنوان خطا محاسبه می‌شود. نتایج برخی از اختلاف‌ها برای محدوده اعداد رینولدز گذار در شکل ۹ به نمایش درآمده است:

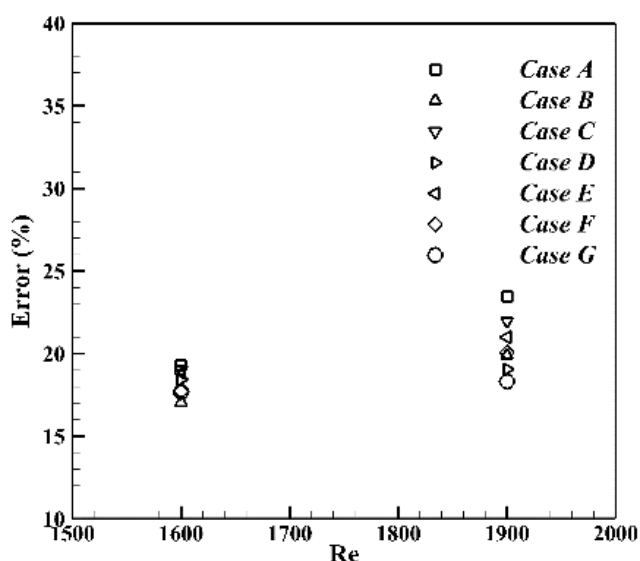
خطاهای محاسبه‌شده میان مقادیر محاسبه‌شده و مقادیر حاصله از روابط تحلیلی جریان آرام برای اعداد رینولدز بین ۱۶۰۰ و ۱۹۰۰ نشان می‌دهد که طبیعت جریان از حالت آرام انحراف پیدا می‌کند [۲۷]. در نتیجه همه ترکیب‌هایی که در شکل‌های ۸ و ۹ نمایش داده‌شده‌اند به‌صورت تدریجی با عبور از ناحیه اعداد رینولدز گذار از طبیعت آرام به آشفتگی تغییر ماهیت می‌دهند. می‌توان گفت که ترکیب‌های B ، D ، F و G دارای دقیق‌ترین نتایج در میان ترکیب‌های ارائه‌شده برای ضرایب آشفتگی هستند. به همین منظور از این چهار ترکیب برای شبیه‌سازی جریان سیال در دو هندسه بعدی استفاده‌شده است.

در این هندسه همچنین ضریب اصطکاک بر روی جداری لوله با اعمال چهار ترکیب برای ضرایب آشفتگی که در قسمت قبل معرفی گردید و در اعداد رینولدز متفاوت نیز مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصله در شکل ۱۰ به نمایش درآمده است:

صحت مقادیر محاسبه‌شده برای ضریب اصطکاک کاملاً توسعه‌یافته، درصد خطا با استفاده از رابطه (۱۶) برای جریان‌های آرام و آشفتگی محاسبه‌شده و در شکل ۸ آورده شده است:

$$Error = \frac{|f_{\text{theoretical}} - f_{\text{numerical}}|}{f_{\text{theoretical}}} \quad (16)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود یک دقت مناسب میان نتایج محاسبه‌شده از اعمال ضرایب آشفتگی و مقادیر تحلیلی برای ضرایب اصطکاک کاملاً توسعه‌یافته در جریان‌های آرام و آشفتگی است. بیشترین مقدار خطا برابر با ۸/۹ درصد و مربوط به عدد رینولدز کمتر از ۱۴۰۰ است و با کاهش عدد رینولدز این خطا نیز کاهش می‌یابد. در عین حال برای مقادیر عدد رینولدز بالاتر از ۴۰۰۰ نیز بیشینه خطا برابر با ۴/۵ درصد است که با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد. نتایج نمایش داده‌شده در شکل ۸ نشان می‌دهند که ترکیب‌های مختلف ضرایب آشفتگی دارای دقت مناسب برای جریان‌های آرام و آشفتگی هستند. اگرچه با افزایش عدد رینولدز، طبیعت جریان از آرام بودن منحرف می‌شود و جریان وارد ناحیه گذار می‌گردد و در ادامه نیز به‌صورت کاملاً آشفتگی درمی‌آید. نبود داده‌های



شکل ۹. خطای محاسبه شده برای ضرایب مختلف آشفتگی در لوله متقارن محوری در محدوده اعداد رینولدز گذار

Fig. 9. Estimated error for different combinations of turbulence coefficients in an axisymmetric pipe in transition region

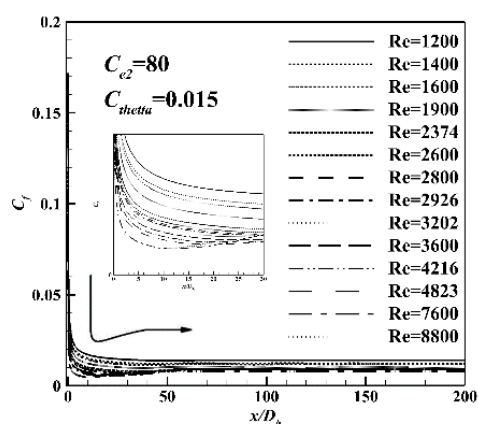
و یا آشفته است. عدد مذکور بر حسب فاصله محوری بی بعد شده در اعداد رینولدز مختلف رسم شده است. اعداد رینولدز به گونه ای هستند که همه رژیم های جریان از آرام تا آشفته رو تحت پوشش قرار می دهند. می بایست به این نکته اشاره نمود که نرخ سرعت محوری به سرعت بالک در جریان آرام کاملاً توسعه یافته بین دو صفحه موازی برابر با $1/5$ است؛ در حالی که هیچ تخمینی برای این نرخ در جریان کاملاً آشفته بین دو صفحه وجود ندارد. هرچند این نرخ را می توان با عدد مربوط به جریان در لوله متقارن محوری محاسبه نمود؛ این عدد حد بالایی برای جریان بین دو صفحه را مشخص می کند. برای عدد رینولدز برابر با ۲۰۰۰، نسبت گفته شده برای جریان داخل لوله برابر با $1/22$ است. بنابراین می توان گفت که مقدار متناظر برای جریان بین دو صفحه موازی می بایست کمتر از این مقدار باشد.

با مشاهده شکل ۱۱ می توان دریافت که همه منحنی ها از عدد یک آغاز می شوند. این نشان دهنده تخت بودن سرعت اولیه است. در شکل ۱۱ توسعه پروفیل سرعت در راستای جریان را می توان به عنوان معیاری برای رژیم های مختلف جریان در نظر گرفت. دسته اول، شامل منحنی های سرعت تا اعداد رینولدز ۳۰۰۰ هستند. با حرکت در به سمت پایین دست، جریان به صورت کاملاً توسعه یافته درمی آید. با توجه به آنچه در پژوهش های پیشین

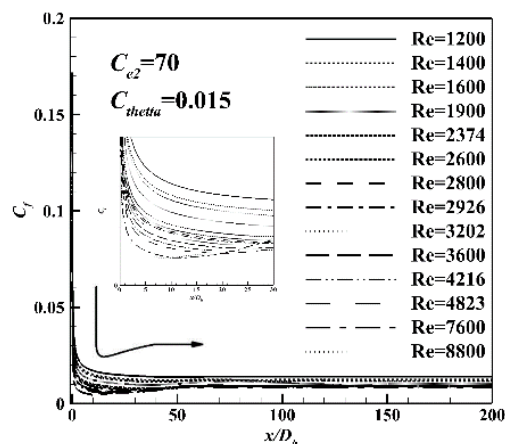
با توجه به شکل ۱۰ می توان گفت که ضرایب ارائه شده برای مدل آشفتگی به خوبی توانایی محاسبه ویژگی های جریان در تمام رژیم های کاری را دارند. در اعداد رینولدز پایین، جریان در نواحی نزدیک به ورودی دارای ماهیت آرام است. با حرکت جریان به سمت پایین دست، جریان وارد ناحیه گذار می شود. این ناحیه با نقطه کمینه در پروفیل های ارائه شده در شکل ۱۰ به نمایش درآمده است. در ادامه با حرکت جریان در راستای لوله، جریان به حالت کاملاً آشفته متمایل می شود. از طرف دیگر، در جریان های با اعداد رینولدز بالا در ورودی لوله هیچ گونه نقطه کمینه ای در پروفیل ها مشاهده نمی شود. با توجه به این موضوع می توان گفت که در این جریان ها هیچ گونه گذار در رژیم کاری مشاهده نمی شود.

۶-۱-۲- جریان بین دو صفحه موازی

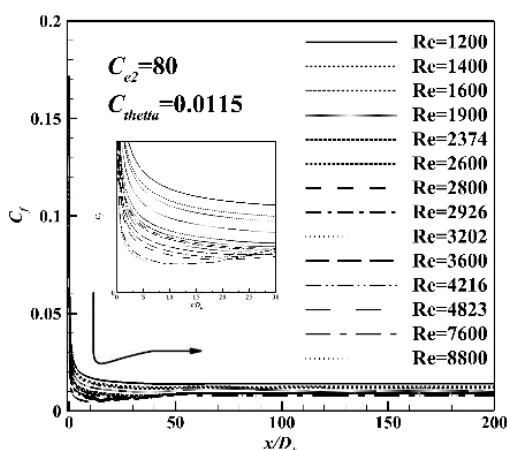
برای اطمینان از جامع بودن ترکیب های ارائه شده برای ضرایب مدل آشفتگی در شبیه سازی جریان های آرام و آشفته در هندسه های مختلف، جریان سیال در بین دو صفحه موازی به عنوان هندسه بعدی در نظر گرفته شد. در این راستا نرخ تغییرات سرعت در خط مرکزی لوله نسبت به سرعت بالک برای ترکیب های مختلف ضرایب محاسبه گردید. این عدد تعیین کننده طبیعت جریان است و مشخص می کند که جریان دارای ماهیت آرام، گذار



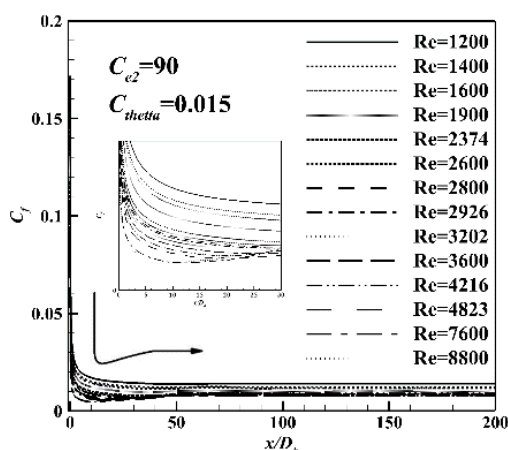
(ب)



(الف)



(د)



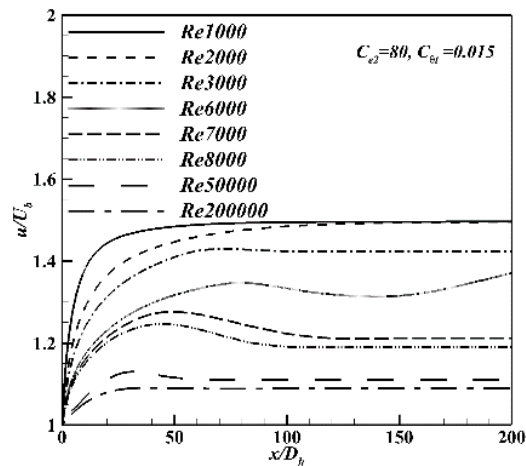
(ج)

شکل ۱۰. ضریب اصطکاک بر روی جداره لوله

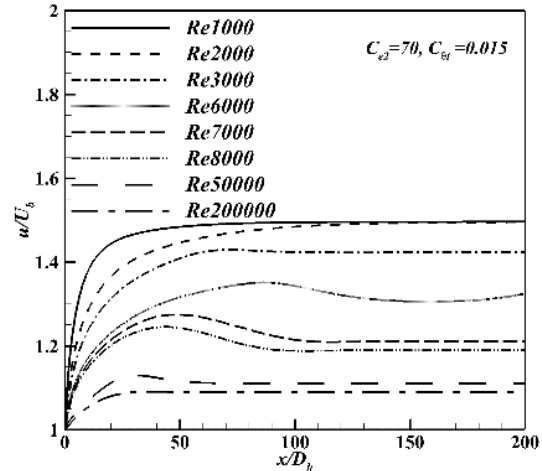
Fig. 10. Friction factor on the pipe's wall

دسته از منحنی‌ها جریان آرام ورودی با حرکت در راستای جریان به جریان کاملاً توسعه یافته و کاملاً آشفته تبدیل می‌شوند. ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته پارامتر دیگری است که می‌توان همانند جریان داخل لوله متقارن محوری در این هندسه بررسی کرد. شکل ۱۲ تغییرات ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته در جریان بین دو صفحه موازی را نمایش می‌دهد. از میان ضرایب آشفتگی انتخاب شده، نتایج حاصل از اعمال دو ترکیب B و D در یک شکل و دو ترکیب F و G در شکل دیگر

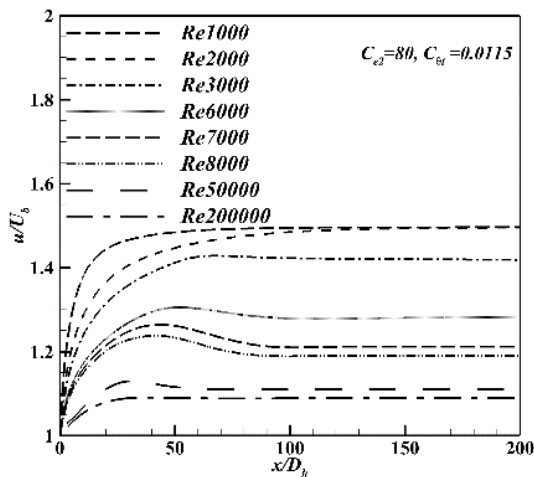
[۲۸] عنوان گردیده برای جریان بین دو صفحه موازی عدد رینولدز ۲۷۰۰ به عنوان عدد رینولدز بحرانی تعریف شده است. این عدد به سومین منحنی در شکل ۱۱ (عدد رینولدز ۳۰۰۰) نزدیک است. دسته بعدی از منحنی‌ها با اعداد رینولدز متوسط هستند. این دسته از منحنی‌ها مربوط به اعداد رینولدز در بازه ۶۰۰۰ تا ۸۰۰۰ را شامل می‌شوند. در این دسته از جریان‌ها، جریان آرام در ورودی هندسه به یک جریان کاملاً توسعه یافته اینترمیتمنت تبدیل می‌شود. دسته آخر از منحنی‌ها شامل اعداد رینولدز بالا می‌شوند. در این



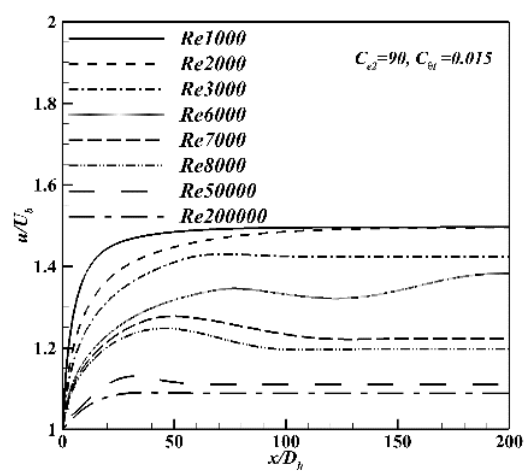
(ب)



(الف)



(د)



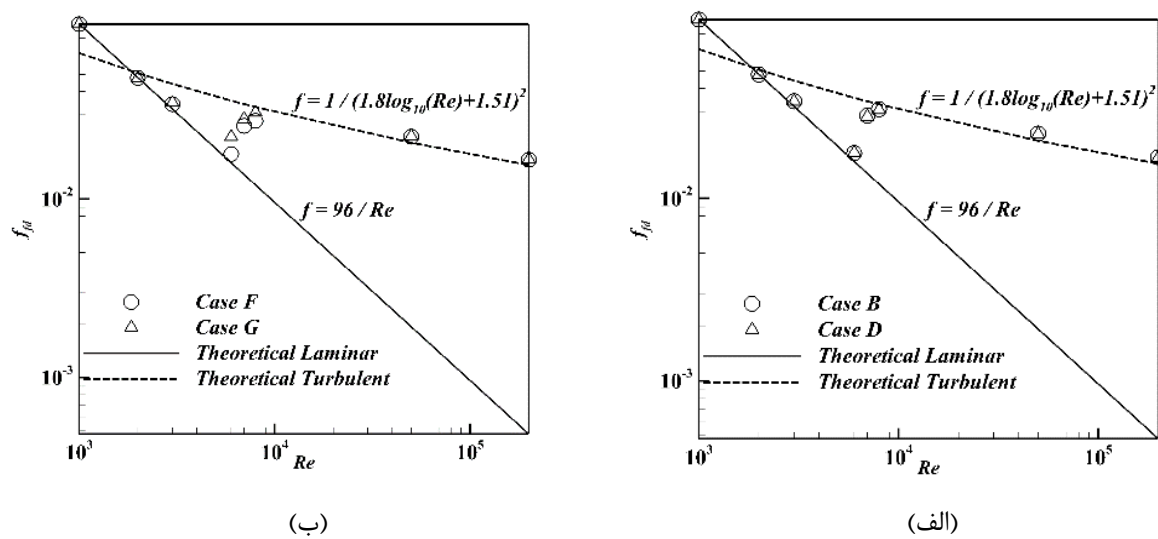
(ج)

شکل ۱۱. سرعت محوری به سرعت بالک در خط مرکزی جریان بین دو صفحه موازی

Fig. 11. Axial velocity to Bulk velocity on the centerline of the flow between two parallel plates

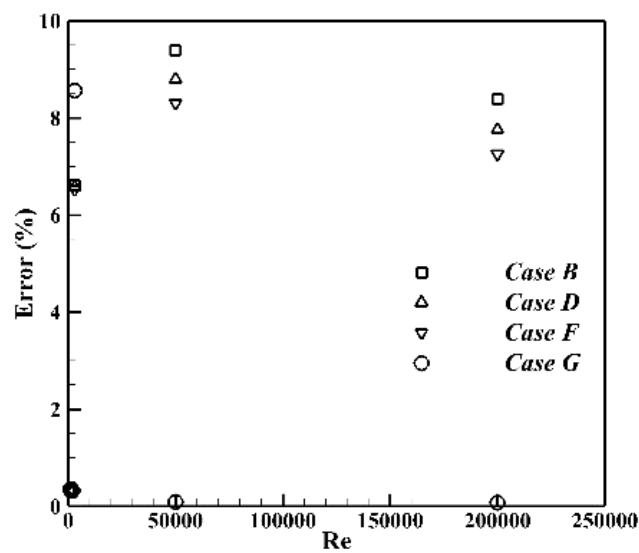
ترتیب برابر با $8/566$ و $9/4$ است (شکل ۱۳). انطباق میان نتایج در ناحیه آرام تقریباً تا عدد رینولدز در حوالی 6×10^3 ادامه دارد. این محدوده را می‌توان به عنوان شروع ناحیه گذار تلقی نمود [۲۹]. در ادامه گذار جریان از حالت آرام به جریان آشفته در اعداد رینولدز در محدوده 6×10^3 تا 8×10^3 که ناحیه آرام را به ناحیه آشفته متصل می‌کند، مشاهده می‌شود. اگرچه با توجه به عدم وجود داده‌های تحلیلی و تجربی کافی برای ناحیه گذار، از مقادیر جریان‌های آرام یا آشفته متناظر با توجه به نزدیک بودن هر کدام به اعداد به‌دست‌آمده از

به نمایش درآمده‌اند تا نمایش بهتری از نتایج به دست دهند. همانند جریان در لوله متقارن محوری، در این هندسه نیز می‌توان نتایج را با توجه به عدد رینولدز به سه ناحیه مختلف تقسیم نمود. یک مقایسه میان مقادیر تخمین زده‌شده نتایج تحلیلی و مقادیر تخمین زده‌شده از روابط نیمه‌تحلیلی نشان می‌دهد که نتایج در بازه اعداد رینولدز در محدوده‌های 10^3 تا 6×10^3 و نیز 8×10^3 تا 2×10^5 انطباق خوبی میان نتایج حاصله با نتایج قبلی برقرار است [۲۹]. بیشینه مقدار خطا برای جریان‌های آرام و آشفته به



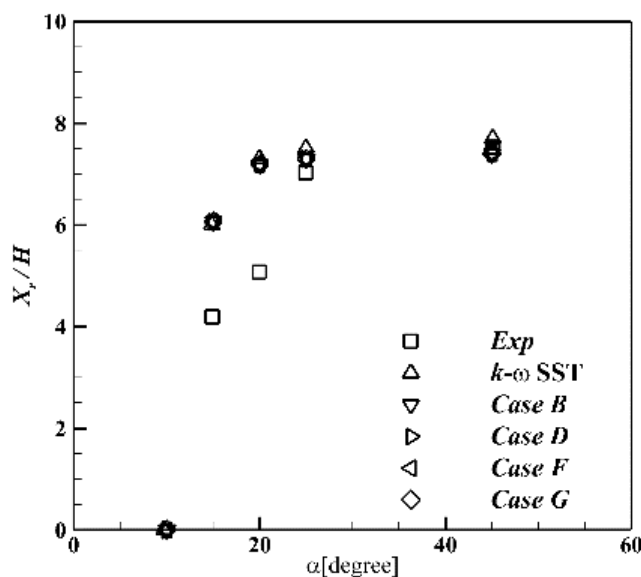
شکل ۱۲. ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته در جریان بین دو صفحه موازی

Fig. 12. Fully developed friction factor in the flow between two parallel plates



شکل ۱۳. خطای محاسبه شده برای ضرایب مختلف آشفتگی در جریان بین دو صفحه موازی در محدوده گذار

Fig. 13. Estimated errors for different combinations of turbulence coefficients in the flow between two parallel plates in transition region



شکل ۱۴. مقایسه طول اتصال دوباره در زوایای انبساط مختلف در یک پله روبه عقب با عدد رینولدز ورودی 6.4×10^4

Fig. 14. Comparing reattachment length for different expansion angles in a backward-facing step with a Reynolds number equal to 6.4×10^4

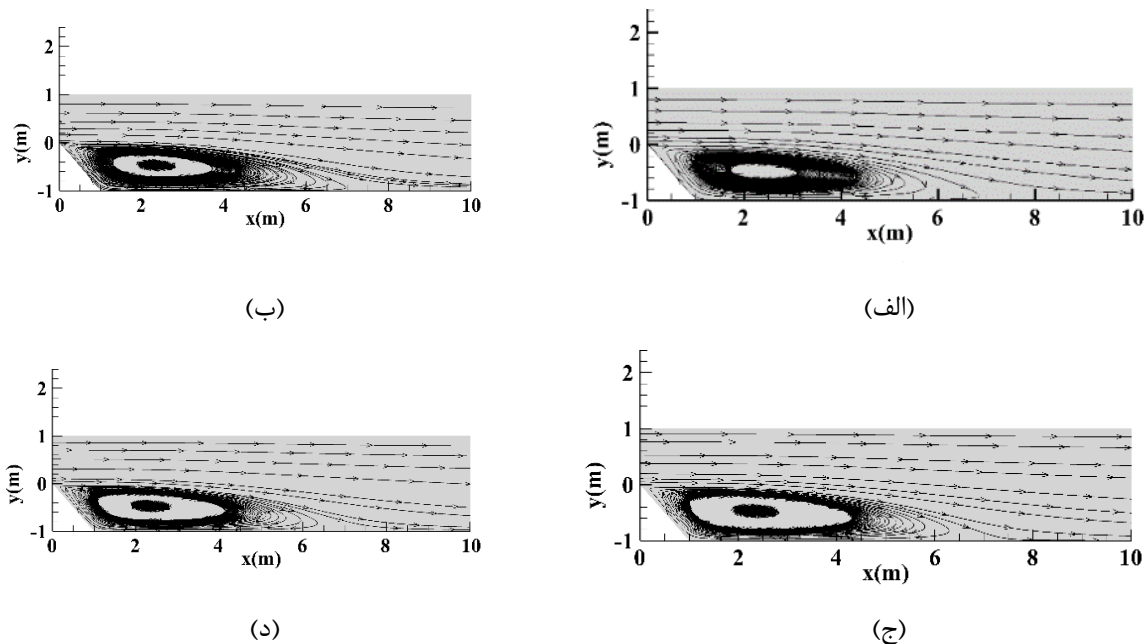
قرار گرفت. در این پژوهش نشان داده شد که با افزایش زاویه انبساط تا ۲۵ درجه طول اتصال دوباره به سرعت افزایش می یابد. برای زوایای انبساط بیشتر نیز این طول با نرخ کمتری افزایش می یابد. ترکیب های پیشنهادی برای ضرایب آشفتگی برای شبیه سازی جریان در این هندسه مورد استفاده قرار گرفتند. برای زوایای انبساط کمتر از ۱۰ درجه انبساط جریان خیلی روان است و جریان قابلیت دنبال کردن هندسه را دارد؛ بنابراین، عدد رینولدز محلی شاهد یک کاهش قابل چشم پوشی خواهد بود و جمله های گذار اثر چندانی روی جریان نخواهند داشت؛ در نتیجه جریان به صورت کاملاً آشفته شبیه سازی می شود. این بدان معناست که انحراف قابل توجهی از مسیر طبیعی مشاهده نمی شود. در نتیجه گردابه ای در تشکیل نمی شود.

در زوایای انبساط بزرگتر و تا ۲۰ درجه، انبساط دامنه سریع تر رخ می دهد و در پی آن انحراف نتایج تخمین زده شده از مقادیر تجربی افزایش می یابد. این انحراف با توجه به حضور جمله های گذار در معادلات حاکم ایجاد می شوند [۳۱]. هرچند با افزایش زاویه انحراف برای مقادیر بیشتر از ۲۰ درجه، جریان از مسیر کوتاه تری برای رسیدن به سطح مقطع ثابت طی می کند. بنابراین، برخلاف کاهش عدد رینولدز محلی، جمله های گذار امکان

شبیه سازی در ناحیه مورد نظر استفاده شده است. نتایج به دست آمده در ناحیه گذار نشان می دهند که ترکیب های B و D یک ماهیت آرام برای جریان در ناحیه گذار پیش بینی می کنند. این دو ترکیب در ادامه یک تغییر سریع به ماهیت آشفته را برای جریان نشان می دهند. این در حالی است که دو ترکیب دیگر یک تغییر آهسته برای ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته را در ناحیه گذار پیش بینی می کنند.

۶-۱-۳- جریان در پله رو به عقب

در دو هندسه بررسی شده در قسمت های قبل، پدیده انتقال در هندسه ای با سطح مقطع عرضی ثابت تحت اعداد رینولدز اولیه متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج شبیه سازی ها نشان دهنده توانایی این ترکیب ها در گذار از جریان آرام به آشفته بود. در هندسه سوم پدیده انتقال در جریان تحت انبساط تدریجی در راستای جریان مورد ارزیابی قرار گرفت. برای اعتبارسنجی نتایج حاصل از اعمال ترکیب های مختلف ضرایب آشفتگی نیز نتایج حاصله با مقادیر تجربی گزارش شده [۳۰] مقایسه گردید. در پژوهش مذکور یک آزمایش تجربی برای بررسی جریان در یک پله رو به عقب طراحی شده بود. جریان در این هندسه با یک عدد رینولدز اولیه ثابت و برابر با 6.4×10^4 که بر اساس ارتفاع پله محاسبه می شد و نیز زوایای انبساط مختلف مورد بررسی



شکل ۱۵. طول اتصال دوباره در هندسه پله رو به عقب با زاویه انبساط ۴۵ درجه برای ترکیب‌های (الف) B (ب) D، (ج) F، (د) G

Fig. 15. Reattachment length in a backward-facing step with an expansion angle of 45 with different combinations a) B b) D c) F d) G

جدول ۳. مختصات گردابه‌های تشکیل شده با ضرایب مختلف

Table 3. Coordinates of formed vortexes formed by different combinations

خطا*	مرکز گردابه	طول اتصال مجدد گردابه	ترکیب
۱/۵۶۹	۲/۳۲۳	۷/۴۹۹۶	B
۰/۸۱۶	۲/۳۲۳	۷/۵۵۶۹	D
۰/۳۱۱	۲/۳۲۳	۷/۵۹۵۵	F
.	۲/۳۲۳	۷/۶۲۲۴	G
.	۲/۲۹۳	۷/۵۲۰۰	تجربی [۳۰]

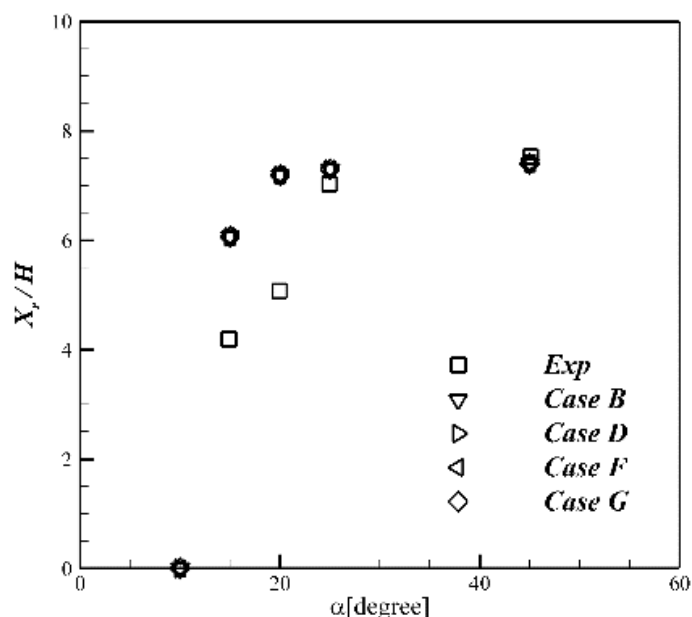
اتصال مجدد و نیز موقعیت مرکز گردابه را برای هر ضریب محاسبه نمود. این مقادیر در جدول زیر (جدول ۳) ارائه شده است.

* مقدار خطا در محاسبه نسبت طول اتصال مجدد به مرکز گردابه در مقایسه با مقدار تجربی بر حسب درصد

دقت هر کدام از ترکیب ضرایب آشفتگی در مقایسه با مقادیر تجربی محاسبه شده و در شکل ۱۶ به نمایش درآمده است. مقادیر انحراف در نتایج

تأثیر بر جریان را نداشته و جریان به صورت کاملاً آشفته شبیه‌سازی می‌شود. شکل ۱۵ خطوط جریان مربوط به چهار مورد از ترکیب‌های ضرایب آشفتگی را نمایش می‌دهند. همان‌طور که از این شکل‌ها می‌توان دریافت، ترکیبات مذکور تشکیل گردابه در پایین دست جریان را به خوبی شبیه‌سازی می‌کنند.

جهت مقایسه بهتر نتایج ضرایب مختلف می‌توان پارامترهای طول



شکل ۱۶. درصد خطای گزارش شده برای جریان در پله رو به عقب

Fig. 16. Reported error for the flow in a backward-facing step

شده همه رژیم‌های جریان شامل جریان آرام، جریان اینترمیتنت و جریان آشفته را دربرمی‌گرفت. به علاوه شبیه‌سازی‌ها در سه هندسه متفاوت شامل جریان درون لوله متقارن محوری، جریان بین دو صفحه موازی و جریان در پله روبه‌عقب صورت گرفت. به منظور بررسی توانایی مدل‌ها در دنبال کردن ماهیت جریان، ضریب اصطکاک کاملاً توسعه‌یافته و طول اتصال مجدد به عنوان معیارهایی جهت اعتبارسنجی مورد استفاده قرار گرفتند. با بررسی نتایج در جریان داخل لوله متقارن محوری در محدوده‌های آرام و کاملاً آشفته مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار خطا برای ضریب اصطکاک کاملاً توسعه یافته برای اعداد رینولدز کمتر از ۱۴۰۰ و بیشتر از ۴۰۰۰ به ترتیب برابر با ۸/۹٪ و ۴/۵٪ بودند. در بین ترکیب‌های ارائه شده می‌توان ترکیب ضرایب ۷۰ برای C_{e2} و ۰/۰۱۵ برای C_{et} (ترکیب B) را به عنوان بهترین ترکیب در دنبال کردن ماهیت جریان در جریان آرام، آشفته و نیز گذار معرفی نمود. بررسی مقادیر خطا برای جریان بین دو صفحه موازی به ترتیب برابر با ۸/۵۶۶٪ و ۹/۴٪ برای نواحی آرام و آشفته را نشان می‌دهند. مقایسه ضرایب مختلف ارائه شده برای این جریان نیز ترکیب ضرایب ۹۰ برای C_{e2} و ۰/۰۱۵ برای C_{et} (ترکیب F) را به عنوان بهترین ترکیب در شبیه‌سازی ماهیت جریان در حالات آرام، گذار و آشفته به دست می‌دهد. علاوه بر این محاسبه

نیز با استفاده از رابطه

$$Error = \frac{|f_{theoretical} - f_{numerical}|}{f_{theoretical}} \quad (17)$$

با توجه به مقادیر ارائه شده در شکل ۱۶، چهار ترکیب مورد نظر انطباق خوبی با داده‌های تجربی برای زوایای انحراف کمتر از ۱۵ درجه و بیشتر از ۲۰ درجه دارند. بیشترین و کمترین خطاهای گزارش شده برای زوایای بیشتر از ۲۰ درجه به ترتیب مربوط به ترکیب‌های D و $F (6/7\%)$ و $F (3/84\%)$ است. این اختلاف‌ها با توجه به مقادیر بیشتر برای C_{e2} برای دو ترکیب اول در مقایسه با ترکیب B هستند که منجر به بزرگ‌تر شدن جمله اضمحلال (E_{a2}) می‌گردد.

۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، چند ترکیب از ضرایب مدل آشفتگی برای پیش‌بینی ویژگی‌های جریان‌های داخلی مورد بررسی قرار گرفت. شبیه‌سازی‌های انجام

منابع

- [1] R.B. Langtry, F.R. Menter, Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes, AIAA journal, 47(12) (2009) 2894-2906.
- [2] M.V. Morkovin, On the many faces of transition, in: Viscous drag reduction, Springer, 1969, pp. 1-31.
- [3] E. Malkiel, R. Mayle, Transition in a separation bubble, (1996).
- [4] H. Schlichting, J. Kestin, Boundary layer theory, Springer, 1961.
- [5] F.R. Menter, R.B. Langtry, S. Likki, Y. Suzen, P. Huang, S. Völker, A correlation-based transition model using local variables—part I: model formulation, (2006) 413-422.
- [6] F. Menter, R. Langtry, S. Völker, Transition modelling for general purpose CFD codes, Flow, turbulence and combustion, 77(1-4) (2006) 277-303.
- [7] F. Menter, T. Esch, Elements of industrial heat transfer predictions, in: 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM), 2001, pp. 650.
- [8] A. Hellsten, Some improvements in Menter's k-omega SST turbulence model, in: 29th AIAA, Fluid Dynamics Conference, 1998, pp. 2554.
- [9] F.R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, Turbulence, heat and mass transfer, 4(1) (2003) 625-632.
- [10] J. Abraham, E.M. Sparrow, J. Tong, Breakdown of laminar pipe flow into transitional intermittency and subsequent attainment of fully developed intermittent or turbulent flow, Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, 54(2) (2008) 103-115.
- [11] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, Heat transfer in all pipe flow regimes: laminar, transitional/intermittent, and turbulent, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52(3-4) (2009) 557-563.
- [12] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, W. Minkowycz,

طول اتصال مجدد در جریان داخل پله رو به عقب نشان داد که برای زوایای انبساط بیشتر از ۲۰ درجه بیشینه خطا برای ترکیب ضرایب ۷۰ برای C_{et} و ۰/۰۱۵ برای C_{et} (ترکیب B) رخ می‌دهد و برابر با ۳/۸۴٪ است. با مقایسه مقادیر خطا در نتایج ارائه شده ضرایب مختلف این جریان نیز می‌توان ترکیب ضرایب ۷۰ برای C_{et} و ۰/۰۱۵ برای C_{et} (ترکیب B) را به عنوان بهترین ترکیب در پیش‌بینی جریان معرفی نمود.

۸- فهرست علائم

علائم انگلیسی

C_{e2}	ثابت مدل گذار
C_f	ضریب اصطکاک
D_h	قطر، m
ER	ضریب انبساط
f_{fd}	ضریب اصطکاک
h	ارتفاع پله، m
H	ارتفاع پله
I	شدت آشفته‌گی
k	انرژی جنبشی آشفته‌گی، $m^2 s^{-2}$
l	مقیاس طول مشخصه، m
L	طول دامنه، m
Re	عدد رینولدز
u	سرعت، ms^{-1}
U_b	سرعت میانگین در مقطع عرضی، ms^{-1}
x	دستگاه مختصات کارتزین، m
X	طول جدایش، m

علائم یونانی

α	زاویه پله، deg
γ	اینترمیتنسی
ν	ویسکوزیته سینماتیک، m^2/s
ω	نرخ اضمحلال ویژه، s^{-1}

زیرنویس

$e2$	
f	اصطکاک
fd	کاملاً توسعه یافته
h_1	هیدرولیک بالادست
h_2	هیدرولیک پایین‌دست
i	ورود
o	خروج

- [21] S. Kubacki, E.J.I.J.o.H. Dick, F. Flow, An algebraic model for bypass transition in turbomachinery boundary layer flows, 58 (2016) 68-83.
- [22] H.W. Emmons, The laminar-turbulent transition in a boundary layer-Part I, Journal of the Aeronautical Sciences, 18(7) (1951) 490-498.
- [23] M. Mitchner, Propagation of turbulence from an instantaneous point disturbance, Journal of the Aeronautical Sciences, 21(5) (1954) 350-351.
- [24] V.C. Patel, G. Scheuerer, Calculation of two-dimensional near and far wakes, AIAA Journal, 20(7) (1982) 900-907.
- [25] A. Melling, J. Whitelaw, Turbulent flow in a rectangular duct, Journal of Fluid Mechanics, 78(2) (1976) 289-315.
- [26] F. Anselmet, F. Ternat, M. Amielh, O. Boiron, P. Boyer, L. Pietri, Axial development of the mean flow in the entrance region of turbulent pipe and duct flows, Comptes Rendus Mécanique, 337(8) (2009) 573-584.
- [27] F. Durst, B. Ünsal, Forced laminar-to-turbulent transition of pipe flows, Journal of Fluid Mechanics, 560 (2006) 449-464.
- [28] G. Whan, R.J.A.J. Rothfus, Characteristics of transition flow between parallel plates, 5(2) (1959) 204-208.
- [29] W. Minkowycz, J. Abraham, E.M. Sparrow, Numerical simulation of laminar breakdown and subsequent intermittent and turbulent flow in parallel-plate channels: Effects of inlet velocity profile and turbulence intensity, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52(17-18) (2009) 4040-4046.
- [30] B. Ruck, B. Makiola, Flow separation over the inclined step, Physics of Separated Flows—Numerical, Experimental, and Theoretical Aspects, (1993) 47-55.
- [31] H.H. Choi, J. Nguyen, Numerical investigation of backward facing step flow over various step angles, Procedia Engineering, 154 (2016) 420-425.
- Intermittent Flow Modeling: Part I—Hydrodynamic and Thermal Modeling of Steady, Intermittent Flows in Constant Area Ducts, in: International Heat Transfer Conference, 2010, pp. 659-667.
- [13] J. Abraham, E. Sparrow, J. Tong, W. Minkowycz, Intermittent Flow Modeling: Part 2—Time-Varying Flows and Flows in Variable Area Ducts, in: International Heat Transfer Conference, 2010, pp. 625-633.
- [14] J. Abraham, E. Sparrow, W. Minkowycz, R. Ramazani-Rend, J. Tong, Modeling internal flows by an extended menter transition model, Turbulence: Theory, Types, and Simulation, Nova Publishers, Hauppauge, NY, (2011) 149-184.
- [15] J. Abraham, E. Sparrow, W. Minkowycz, Internal-flow Nusselt numbers for the low-Reynolds-number end of the laminar-to-turbulent transition regime, International Journal of Heat and Mass Transfer, 54(1-3) (2011) 584-588.
- [16] R. Lovik, J. Abraham, W. Minkowycz, E. Sparrow, Laminarization and turbulentization in a pulsatile pipe flow, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 56(11) (2009) 861-879.
- [17] T. Gebreegziabher, E.M. Sparrow, J. Abraham, E. Ayorinde, T. Singh, High-frequency pulsatile pipe flows encompassing all flow regimes, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 60(10) (2011) 811-826.
- [18] F.R. Menter, P.E. Smirnov, T. Liu, R. Avancha, A one-equation local correlation-based transition model, Flow, Turbulence and Combustion, 95(4) (2015) 583-619.
- [19] J. Abraham, E. Sparrow, J. Gorman, Y. Zhao, W. Minkowycz, Application of an intermittency model for laminar, transitional, and turbulent internal flows, Journal of Fluids Engineering, 141(7) (2019).
- [20] K. Nering, K.J.I.J.o.N.M.f.H. Rup, F. Flow, Modified algebraic model of laminar-turbulent transition for internal flows, 30 (2019) 1743-1753.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. A. Modaresi, A. Yousefi, G. Heidarinejad, *Investigation of Different Internal Flows Using Different Transitional Models*, Amirkabir J. Mech Eng., 54(9) (2022) 1989-2008.

DOI: [10.22060/mej.2022.20999.7361](https://doi.org/10.22060/mej.2022.20999.7361)

