Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 54(10) (2023) 447-450
DOI: 10.22060/mej.2022.21234.7407

Nonlocal Vibration of Nanobeam Embedded in Viscoelastic Pasternak Foundation with Longitudinal and Rotational Motions with Surface Effects

O. Koochakianfard, A. Alibeigloo*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

ABSTRACT: This paper analyzes the size-dependent vibration of nanoscale beams with simultaneously longitudinal and rotational motions based on nonlocal theory for the optimum design of nanoscale surgical robots. Also, for the first time, a parametric study is performed to explain the surface effects, viscoelastic-Pasternak foundations characteristics, thermal loads, geometric properties, symmetric and asymmetric cross-sections, axial and follower loads on the dynamics and stability of the system. Adopting the Galerkin discretization approach, the reduced-order dynamic model of the system is acquired. Also, analytical and numerical methods are exploited. To ensure the accuracy of the proposed model and method, the present study results are compared and validated with those of published articles. Stability maps and Campbell diagrams are drawn for different working conditions. The results showed that increasing the surface elastic modulus and residual stress improves the vibration frequencies and dynamic instability threshold. It is also found that with increasing system thickness/length, the axial velocity of static instability decreases/increases. In addition, it is observed that the system performance improves with increasing the elastic and shear coefficients of the foundation. The results of the present study significantly help designers and engineers control the vibration of bi-gyroscopic nanoscale robots.

Review History:

Received: Mar. 19, 2022
Revised: Jul. 02, 2022
Accepted: Sep. 10, 2022
Available Online: Sep. 23, 2022

Keywords:

Nanobeam
longitudinal and rotational motions
Vibration frequency
Nanoscale surgical robots
Surface effects

1- Introduction

Bi-gyroscopic structures play substantial roles in diverse engineering fields such as surgical robots, offshore, and electro-mechanics [1, 2]. Due to size reduction in engineering nano-devices, considering the surface effects plays an essential role in the dynamic modeling of nano-systems [3]. It is widely known that by miniaturizing the scale of structures, classical continuum theories cannot correctly estimate the dynamic characteristics of micro/nanoscale systems [4, 5]. The size-dependent vibrations and stability of rotating with axially moving nanobeams with symmetric and asymmetric cross-sections enclosed in a viscoelastic-Pasternak foundation under axial and follower forces by considering surface effects are studied.

2- Problem Formulation

A schematic view of a nanobeam simply-supported beam with axial and spinning motion is given in Fig. 1.

The beam moves along its axial direction with constant velocity, U, and spins simultaneously with constant spin velocity, Ω. The beam is under an axial force, P, and distributed tangential force, q. It is assumed that the system is rested on a viscoelastic-Pasternak foundation with Coefficients of k_w and k_p, respectively. Also, the nanobeam is embedded in a viscous medium with a Coefficient of c. The strain energy of the nanobeam is given by [6]:

$$E_e = -\int_0^L \left(M_z^{\text{local}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + M_y^{\text{local}} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \mathrm{d}x \tag{1}$$

where M_z^{local}, and M_y^{local} are the bending momentum of the nanobeam and defined as follows:

$$\begin{aligned} M_z - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} &= M_z^{\text{local}} \\ M_y - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} &= M_y^{\text{local}} \end{aligned} \tag{2}$$

where e_0 and a are nonlocal parameters. Also, the kinetic energy of the system can be expressed as:

$$\begin{aligned} T_K &= \frac{1}{2}\int_0^L \rho A (\mathbf{V}.\mathbf{V})\,\mathrm{d}x = \\ &(\frac{1}{2}\rho A \int_0^L U^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} + U\frac{\partial v}{\partial x} - \Omega w \right)^2 \\ &+ \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x} + \Omega v \right)^2)dx \end{aligned} \tag{3}$$

*Corresponding author's email: abeigloo@modares.ac.ir

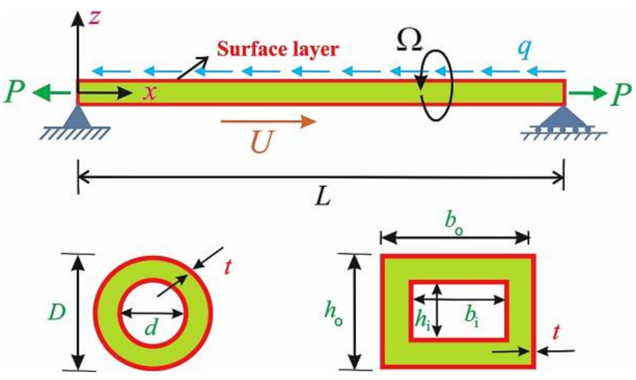


Fig. 1. Schematic view of a nanobeam with axial and spinning motions under axial and distributed forces

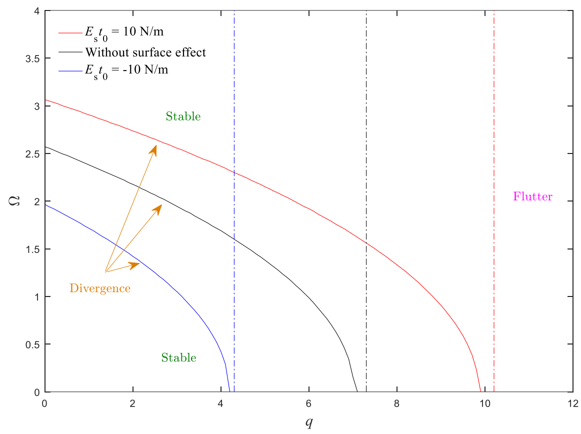


Fig. 2. Stability diagram in the q-Ω plane

Furthermore, the work done by the effects of surface tension can be obtained as:

$$W_{\mathrm{S}} = -\frac{1}{2}\int_0^L \left(H\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right] \right) \mathrm{d}x \tag{4}$$

in which H is different for rectangular and circular cross-sections. The work done by the foundation can be obtained as follows:

$$W_{\mathrm{WP}} = -\frac{1}{2}\int_0^L (k_{\mathrm{W}}\left[v^2 + w^2\right] + k_{\mathrm{P}}\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right])dx \tag{5}$$

The dynamic governing equations of the system are obtained by exploiting Hamilton's principle. To derive the dimensionless governing equations, the dimensionless parameters are defined, and we introduce two essential parameters of them:

$$\lambda = \frac{I_{\mathrm{z}}}{I_{\mathrm{y}}},\ \eta = \frac{e_0 a}{L} \tag{6}$$

in which η is the nonlocal parameter and λ is the inertial ratio in two transverse directions. By adopting the Laplace transform and Galerkin method, discretization of the system equations is given as:

$$\zeta(\chi,t) = \sum_{j=1}^{N} q_j(t)\varphi_j(\chi) \tag{7}$$

where $q_j(t)$ is the generalized dimensional coordinate, N is the number of essential functions, φ_j is the mode for the transverse displacement. The roots of the determinant of the coefficient matrix are system eigenvalues and can be computed in terms of influential factors of the system. The

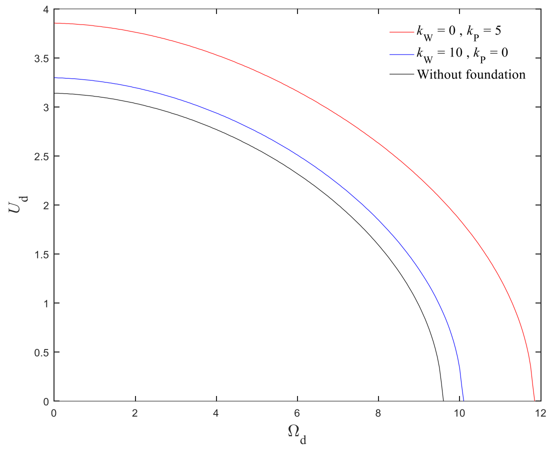


Fig. 3. Winkler-Pasternak foundation effect on the stability of the system in the Ud-Ωd plane

imaginary parts of system eigenvalues are considered as frequencies. If a vibration frequency becomes zero, static instability (divergence) happens. In addition, if the imaginary part of the eigenvalue and the system damping is nonzero and positive, respectively, the structure experiences dynamic instability.

3- Results and Discussion

Fig. 2 depicts the stability diagram of the system in the q-Ω plane. As shown in Fig. 3, surface elastic modulus due to the stiffness-hardening effect can improve the system's stability. Fig. 3 depicts Winkler-Pasternak foundation effects in the U_{d}-Ω_{d} plane (divergence axial and rotational speeds). According to Fig. 4, the foundation has a practical impact on the system stability, but, compared to Winkler (elastic) foundation, Pasternak (shear) foundation has more impact on the stability of nanobeam due to stiffness-hardening.

Fig. 4 depicts different asymmetric cross-sections of the nanobeam effect on the stability in the Campbell diagram.

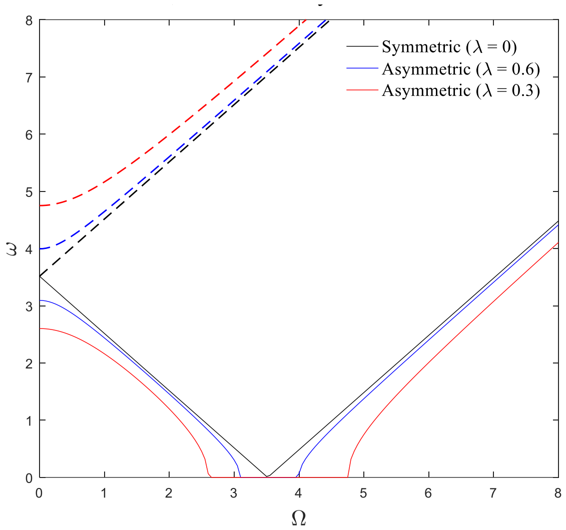


Fig. 4. Asymmetry cross-section and inertial ratio effect

According to Fig. 4, in asymmetric cross-sections, instead of a border of divergence instability, we have an instability area that, with a decrement of inertia ratio this instability area will increase.

4- Conclusions

For the optimum design of nano surgical robots, a detailed analysis of the dynamical configuration and structural stability of nanobeams with axial and spinning motions subjected to external axial and distributed tangential forces with asymmetric and symmetric rectangular and circular cross-sections is performed. Numerical and analytical procedures are applied to investigate the divergence and flutter instability conditions. It is found that when the system is rested on a foundation, the stiffness-hardening stability of the system enhances. It is demonstrated that when surface effects are considered, they induce a stabilizing effect on the system. The results showed that the asymmetric cross-section has an area of divergence instability compared to a symmetric cross-section. With a decrease in the inertia ratio, the instability area will increase.

References

[1] Z.-X. Zhou, O. Koochakianfard, Dynamics of spinning functionally graded Rayleigh tubes subjected to axial and follower forces in varying environmental conditions, The European Physical Journal Plus, 137(1) (2022) 1-35.

[2] Ebrahimi-Mamaghani, Ali, Navid Mostoufi, Rahmat Sotudeh-Gharebagh, and Reza Zarghami. "Vibrational analysis of pipes based on the drift-flux two-phase flow model." Ocean Engineering 249 (2022): 110917.

[3] H. Sarparast, A. Alibeigloo, V. Borjalilou, O. Koochakianfard, Forced and free vibrational analysis of viscoelastic nanotubes conveying fluid subjected to moving load in hygro-thermo-magnetic environments with surface effects, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 22(4) (2022) 1-28.

[4] W. Xu, G. Pan, M.A. Khadimallah, O. Koochakianfard, Nonlocal vibration analysis of spinning nanotubes conveying fluid in complex environments, Waves in Random and Complex Media, (2021) 1-33.

[5] L. Lingling, M. Ruonan, O. Koochakianfard, Size-dependent vibrational behavior of embedded spinning tubes under gravitational load in hygro-thermo-magnetic fields, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, (2022) 09544062211068730.

[6] A. Ebrahimi-Mamaghani, A. Forooghi, H. Sarparast, A. Alibeigloo, M. Friswell, Vibration of viscoelastic axially graded beams with simultaneous axial and spinning motions under an axial load, Applied Mathematical Modelling, 90 (2021) 131-150

HOW TO CITE THIS ARTICLE

O. Koochakianfard, A. Alibeigloo, Nonlocal Vibration of Nanobeam Embedded in Viscoelastic Pasternak Foundation with Longitudinal and Rotational Motions with Surface Effects, Amirkabir J. Mech Eng., 54(10) (2023) 447-450.

DOI: 10.22060/mej.2022.21234.7407

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۴، شماره ۱۰، سال ۱۴۰۱، صفحات ۲۲۱۵ تا ۲۲۳۸
DOI: 10.22060/mej.2022.21234.7407

ارتعاشات غیرمحلی نانوتیر محاط شده در بستر ویسکوالاستیک-پاسترناک با حرکات طولی و چرخشی با درنظرگیری اثرات سطحی

امید کوچکیان‌فرد، اکبر علی‌بیگلو*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۲۸
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۴/۱۱
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۷/۰۱

کلمات کلیدی:
نانوتیر
حرکات طولی و چرخشی
فرکانس ارتعاشات
نانوربات جراح
اثرات سطحی

خلاصه: در این پژوهش، ارتعاشات وابسته به‌اندازه تیرهای نانومقیاس که به‌صورت هم‌زمان دارای حرکات طولی و چرخشی هستند، براساس تئوری غیرمحلی ارینگن تحلیل شده است. همچنین، برای اولین بار، یک مطالعه پارامتریک برای توضیح اثرات سطحی، مشخصات بسترهای ویسکوالاستیک-پاسترناک، ویژگی‌های هندسی، بارهای حرارتی، سطح مقطع‌های متقارن و نامتقارن، نیروهای محوری و پیرو بر دینامیک و پایداری سیستم بررسی شده است. ابتدا معادلات دینامیکی سیستم با به‌کارگیری اصل همیلتون استخراج می‌شوند. سپس با کمک روش گسسته‌سازی گالرکین، فرکانس‌های طبیعی سیستم تعیین می‌شوند. برای اطمینان از صحت مدل و روش حل ارائه‌شده، نتایج پژوهش حاضر با نتایج مقالات منتشرشده مقایسه و اعتبارسنجی شدند. نقشه‌های پایداری و دیاگرام کمپل به ازای شرایط مختلف کاری رسم شدند. نتایج نشان دادند که با افزایش مدول الاستیسیته و تنش پسماند سطحی، فرکانس‌های ارتعاشاتی و آستانه ناپایداری دینامیکی سیستم افزایش می‌یابند. همچنین، با افزایش ضخامت/طول سیستم، سرعت محوری ناپایداری استاتیکی کاهش/افزایش می‌یابد. ضمناً، مشاهده شده است که برعکس اثرات غیرمحلیت، با افزایش ضرایب الاستیک و برشی بستر عملکرد سیستم بهبود می‌یابد. نتایج تحقیق حاضر کمک قابل‌توجهی به طراحان و مهندسان در کنترل ارتعاشات نانوسازه‌های بایژیروسکوپیک خواهند کرد.

۱- مقدمه

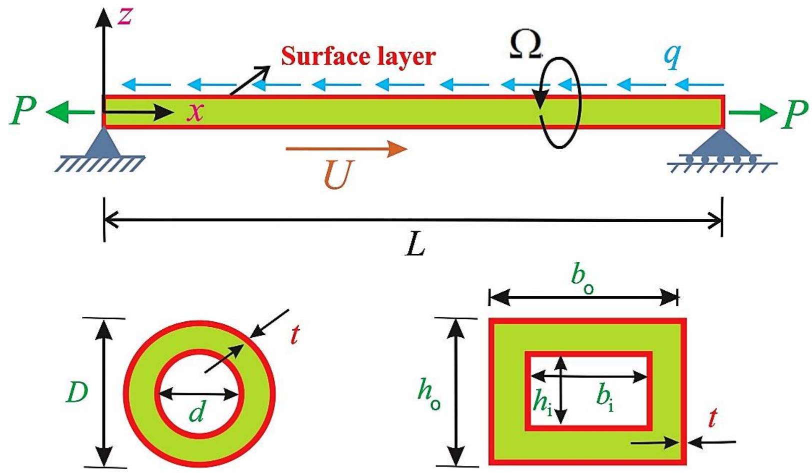
یکی از مهم‌ترین المان‌ها در تجهیزات صنعتی، تیرهای چرخان متحرک محوری هستند. این سازه‌ها، به دلیل داشتن حرکت‌های محوری و چرخشی به‌طور هم‌زمان، رفتار دینامیکی متمایزی در میان سیستم‌های ژیروسکوپیک دارند [۱ و ۲]. با توجه به این که تیرهای چرخان متحرک محوری در سازه‌های مهندسی مانند لوله‌های حفاری و ماشین‌های حفاری بسیار کارآمد هستند، مطالعه مدل‌سازی ریاضی و تحلیل رفتار دینامیکی آن‌ها بسیار حائز اهمیت است. در این زمینه ژو و چانگ [۳] ارتعاشات تیرهای دارای تکیه‌گاه ساده را که تحت حرکت‌های هم‌زمان چرخشی و محوری هستند، بررسی کردند. اثر پارامتر اینرسی چرخشی بر نواحی پایداری سیستم نیز توسط آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. یانگ و همکاران [۴] رفتار دینامیکی یک سیستم بایژیروسکوپیک را که هم‌زمان تحت حرکت‌های محوری و چرخان است، بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که فرکانس‌های ارتعاشاتی فرد و زوج به ترتیب مربوط به حرکت‌های چرخشی پس‌رو و پیشرو می‌باشند. مشخصه‌های ارتعاشی کوپل‌شده تیرهای جدار نازک کامپوزیتی چرخان متحرک محوری توسط لی و همکاران [۵] مطالعه شد. آن‌ها فرکانس‌های طبیعی و مرزهای پایداری را برحسب مشخصات مادی سازه بیان کردند. صاحب‌کار و همکاران [۶] پاسخ ارتعاشات غیرخطی یک رشته حفاری متحرک با حرکت محوری متغیر با زمان را در یک چاه اریب بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که فرکانس‌های غیرخطی ارتعاشی سازه با افزایش دامنه نوسانات و اثرات غیرخطی در سیستم، افزایش می‌یابند. قایش و همکاران [۷] پایداری ارتعاشاتی غیرخطی یک روتور متحرک محوری را مدل کردند. آن‌ها چگونگی تأثیر ضریب ویسکوالاستیک، سرعت‌های چرخشی و محوری را بر مودهای ارتعاشی، فرکانس‌های خطی و غیرخطی سیستم مطالعه کردند.

توسعه‌های روزافزون در صنایع مهندسی و ضرورت استفاده از نانوسازه‌ها در پیشبرد اهداف، پژوهش در علم نانو را، به موضوعی جذاب برای دانشمندان تبدیل کرده است. آزمایش‌های انجام‌شده و شبیه‌سازی‌های عددی، ثابت کرده‌اند که رفتار مکانیکی سیستم‌های کوچک‌مقیاس باید قبل از طراحی

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: abeigloo@modares.ac.ir

به‌صورت دقیق مورد تحلیل قرار گیرند. با توجه به اینکه اثرات اندازه در تئوری الاستیسیته کلاسیک نادیده گرفته می‌شود، از تئوری‌های مرتبه بالای پیوسته غیرکلاسیک که دربرگیرنده اثرات اندازه هستند، برای مدل‌سازی نانوسازه‌ها استفاده می‌شود [۸ و ۹]. به‌منظور غلبه بر کمبود نظریه‌های کلاسیک سنتی، ارینگن نظریه الاستیسیته مرتبه بالاتر غیرمحلی را برای تفسیر دقیق رفتار مکانیکی ساختارهای با ابعاد نانو معرفی کرد [۱۰]. در همین راستا، تأثیر پارامتر غیر محلی بر رفتار ارتعاشی سیستم‌های چرخان و متحرک محوری به‌طور گسترده توسط محققین متعددی مطالعه شده است. لیم و همکاران [۱۱] ارتعاشات آزاد عرضی نانوتیرهای متحرک محوری تحت کشش طولی را بر اساس تئوری الاستیسیته غیرمحلی مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها اثرات غیرمحلی، سرعت محوری، چگالی و کشش محوری را بر فرکانس‌های طبیعی نشان می‌دهد. آن‌ها نشان دادند که در مقایسه با نتایج به‌دست‌آمده از نظریه ارتعاش کلاسیک، اثرات غیرمحلی، فرکانس‌های ارتعاشی بالاتری را القا می‌کند. حسینی و رحمانی [۱۲] به تجزیه و تحلیل ارتعاشات طولی و عرضی یک نانوتیر مدرج تابعی تحت یک بار ثابت متحرک بر اساس تئوری الاستیسیته غیر محلی پرداختند. آن‌ها اثرات پارامترهای غیرمحلی مانند شاخص توانی مواد مدرج تابعی، نسبت ابعاد و سرعت بار ثابت متحرک را بر انحراف محوری و عرضی بررسی کردند. بخشی خانیکی [۱۳] به مطالعه رفتار ارتعاشی عرضی تیرهای وابسته به‌اندازه چرخان بر اساس تئوری الاستیسیته غیرمحلی پرداخته است. نتایج مطالعه او نشان داده است که افزایش پارامتر غیرمحلی منجر به کاهش فرکانس طبیعی به‌ویژه برای فرکانس پایه نانوتیرهای یکسرگیردار می‌شود. علاوه بر این، او نشان داد که سرعت چرخش و شعاع توپی تأثیر قابل‌توجهی در رفتار مکانیکی نانوتیرهای یکسرگیردار چرخان دارند. قدیری و شفیعی [۱۴] به مطالعه اثرات اندازه بر ارتعاش خمشی غیرخطی یک نانوتیر یکسرگیردار دوار براساس نظریه الاستیسیته غیرمحلی پرداختند. نتایج آن‌ها به تحلیل اثر سرعت زاویه‌ای، شعاع توپی و دامنه غیرخطی سیستم می‌پردازد.

یکی از خصوصیات قابل‌توجه که در اثر کاهش اندازه در نانوتجهیزات مهندسی رخ می دهد، نسبت بالای مساحت سطح به حجم و درنتیجه افزایش انرژی سطحی سیستم است. بنابراین درنظرگیری اثرات سطحی نقش مهمی در مدل‌سازی دینامیکی نانوسیستم‌ها ایفا می‌کند. در همین راستا، وانگ [۱۵] پاسخ دینامیکی نانولوله‌های حامل سیال را با درنظرگرفتن اثرات سطحی بررسی کرد. او نشان داد که افزایش ضخامت نانولوله، سرعت بحرانی سیستم را کاهش می‌دهد. امیری و همکاران [۱۶] انتشار موج در نانولوله‌های پیزوالکتریکی حامل سیال ویسکوز را براساس مدل تیر رایلی مطالعه کردند. نتایج آن‌ها حاکی از آن است که سرعت فاز با افزایش انرژی سطحی و کاهش ولتاژ در سیستم، افزایش می‌یابد. آتش‌افروز و همکاران [۱۷] پایداری استاتیکی و دینامیکی نانولوله‌های حامل سیال دوسربسته را با اثرات سطحی براساس تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی مطالعه کردند. آن‌ها نشان دادند که آستانه ناپایداری با افزایش انرژی سطحی سیستم، افزایش می‌یابد. وانگ و همکاران [۱۸] به مدل‌سازی ارتعاشات غیرخطی نانوپوسته‌های حامل سیال مدرج تابعی ساندویچی با در نظرگیری اثرات انرژی سطحی پرداختند. آن‌ها اثرات سرعت سیال، کشش سطحی اولیه را بر ویژگی‌های ارتعاشاتی سیستم مطالعه کردند. دینامیک نانولوله‌های خمیده حامل سیال و نانوذره با در نظرگیری اثرات سطحی توسط رحیمی [۱۹]، مدل شد. همچنین او اثر زاویه بازشدگی، نسبت جرمی سیال، پارامتر اثر سطحی و پارامتر غیرمحلی را بر پاسخ ارتعاشاتی سیستم بررسی کرد. در این زمینه ژو و همکاران [۹] به تحلیل ارتعاشات لوله‌های ویسکوالاستیک چرخان حامل سیال در مقیاس نانو تحت تحریک نیروهای گرانشی و مماسی با در نظرگرفتن اثرات سطحی پرداختند. آن‌ها با استفاده از نظریه الاستیسیته غیرمحلی، تأثیر پارامترهایی مانند فاکتور اینرسی دورانی، پارامتر مقیاس، مواد ویسکوالاستیک، بارهای گرانشی و مماسی، سرعت جریان و چرخش، خواص هندسی و شرایط محیطی را بر پایداری سازه مورد بررسی قرار دادند. پورکیایی و همکاران [۲۰] اثرات انرژی سطحی را بر دینامیک غیرخطی و رزونانس داخلی یک نانوتیر پیزوالکتریک دوسرگیردار تحت ولتاژ متناوب و مستقیم مطالعه کردند. نتایج آن‌ها به بررسی ویژگی‌های غیرخطی دینامیکی مانند دوشاخگی هاپف، حرکت تناوبی و شبه تناوبی در هر دو حالت تحریک مستقیم و غیرمستقیم پرداخت. قدیری و همکاران [۲۱] با درنظرگرفتن اثرات الاستیسیته سطحی و حرارتی به مطالعه ارتعاشات آزاد نانوتیر تیموشنکو دوار بر اساس تئوری غیرمحلی پرداختند. آن‌ها تأثیر پارامترهای غیرمحلی، سرعت زاویه‌ای، ضخامت و اثرات کشسانی حرارتی و سطحی را بر ارتعاش آزاد نانوتیر دوار به ازای شرایط مرزی مختلف تحلیل کردند. آن‌ها نشان دادند که اثر سطحی و پارامتر غیرمحلی و تغییرات دما نقش مهمی در مطالعه ارتعاشی نانوتیرهای دوار دارند. در تحقیقی دیگر، قدیری و همکاران [۲۲] به مطالعه ارتعاشات آزاد نانوتیرهای چرخان مدرج تابعی وابسته به‌اندازه با اثرات سطحی بر اساس تئوری غیرمحلی پرداختند. مطالعه آن‌ها به اثرات انرژی سطحی، پارامتر غیرمحلی، سرعت زاویه‌ای، شاخص کسر حجمی و شرایط مرزی بر نسبت فرکانس طبیعی نانوتیرهای مدرج تابعی دوار می‌پردازد.



شکل ۱. شماتیک یک نانوتیر با لایه‌های سطحی داخلی و خارجی تحت حرکت‌های دورانی و محوری

Fig. 1. Schematic of a nanobeam with internal and external surface layers under rotational and axial movements.

براساس مرور ادبیات فنی می‌توان فهمید که مقالات محدودی به تحلیل ارتعاشات نانوتیرهای متحرک محوری چرخان در شرایط مختلف کاری پرداخته‌اند. در مقاله حاضر، برای اولین بار، ارتعاشات و پایداری وابسته به اندازه نانوتیرهای چرخان متحرک محوری با سطح مقطع‌های متقارن و نامتقارن محاط شده در بستر ویسکوالاستیک-پاسترناک تحت نیروهای محوری و پیرو با درنظرگیری اثرات سطحی و تغییرات دمای محیط مطالعه شده است. ابتدا معادلات دینامیکی سیستم براساس تئوری غیرمحلی ارینگن استخراج می‌شوند. سپس مقادیر ویژه سیستم و آستانه‌های ناپایداری استاتیکی و دینامیکی سیستم به دست می‌آیند. باهدف اعتبارسنجی مدل و نتایج ارائه‌شده، مطالعات مقایسه‌ای با گزارش‌های علمی منتشرشده انجام می‌شوند. درنهایت اثرات فاکتورهای کلیدی مختلف مانند پارامترهای بستر، نیروهای خارجی و مشخصه‌های هندسی سیستم بر سرعت‌های بحرانی محوری و چرخشی آزموده می‌شوند. نتایج پژوهش حاضر در طراحی ربات‌های جراحی کوچک‌مقیاس، ماشین‌های سوراخ‌کاری کوچک‌مقیاس، قطعات ریز الکترونیکی دوار و میکرولوله‌های حفاری می‌توانند مفید باشند. همچنین، با بهره‌گیری از نتایج ارائه‌شده می‌توان شناخت دقیق‌تری از ابزار نانوتکنولوژی، نانومهندسی و نانوپزشکی که در محیط‌هایی قرار دارند که حرکات محوری یا دورانی و یا همزمان هر دو حرکت را دارند، مانند اجسام غوطه‌ور در سیال، داشت.

۲- مدل‌سازی ریاضی

در شکل ۱، یک نانوتیر دو سر مفصل که همزمان تحت حرکت‌های دورانی و محوری است نمایش داده شده است. طول نانوتیر L، چگالی آن ρ هستند. نانوتیر بر روی یک بستر ویسکو-وینکلر-پاسترناک با ضرایب الاستیک k_W و k_P و ضریب میرایی c قرار دارد. همچنین، سرعت محوری و چرخشی سیستم به ترتیب با U و Ω نشان داده می‌شود. ضمناً سیستم تحت نیروی محوری کششی P و نیروی توزیع‌شده مماسی فشاری q است. ضخامت لایه سطحی نیز با t نشان داده می‌شود. برای سطح مقطع دایروی، قطرهای داخلی و خارجی به ترتیب D و d نشان داده می‌شوند. همچنین، برای سطح مقطع مستطیلی، مشخصات هندسی سیستم در شکل نشان داده شده‌اند.

برای استخراج معادلات حاکم بر حرکت سیستم با به‌کارگیری اصل همیلتون، ابتدا انرژی‌های پتانسیل و جنبشی محاسبه می‌شوند. انرژی پتانسیل کرنشی سیستم نیز این‌چنین بیان می‌شود [۲۳]:

$$E_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\int_0^L \sigma_{\mathrm{x}} \varepsilon_{\mathrm{x}} \mathrm{d}V \tag{۱}$$

که σ_x تنش محوری، ε_x کرنش طولی و V حجم اشغال‌شده توسط

نانوتیر است.

در این پژوهش، به دلیل کوچکی جابجایی سیستم در راستای محور طولی در مقابل جابجایی‌های عرضی، جابجایی طولی در نظر گرفته نمی‌شود [۲۸-۲۴]. بردار موقعیت یک نقطه از سیستم این‌چنین بیان می‌شود [۳ و ۵]:

$$\mathbf{r}=\left(x-y\frac{\partial v}{\partial x}-z\frac{\partial w}{\partial x}\right)\mathbf{i}+\left(y+v\right)\mathbf{j}+\left(z+w\right)\mathbf{k} \quad (۲)$$

که در آن $\mathbf{i}$ ، $\mathbf{j}$ و $\mathbf{k}$ به ترتیب بردارهای یکه در راستاهای x ، y و z هستند. همچنین، v و w به ترتیب جابجایی‌های عرضی سیستم در راستای محورهای y و z هستند.

با نادیده‌گیری مشتق‌های مرتبه بالاتر، بردار سرعت برای یک نقطه دلخواه سیستم نیز این‌چنین محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{v}=\dot{\mathbf{r}}+\Omega\times\mathbf{r}=U\mathbf{i}+\left(\frac{\partial v}{\partial t}+U\frac{\partial v}{\partial x}-\Omega w\right)\mathbf{j}+\left(\frac{\partial w}{\partial t}+U\frac{\partial w}{\partial x}+\Omega v\right)\mathbf{k} \quad (۳)$$

انرژی جنبشی تحت حرکت‌های دورانی و محوری براساس مدل تیر اویلر-برنولی نیز این‌چنین بیان می‌شود [۴]:

$$T_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}\int_0^L\rho A\left(\mathbf{V}.\mathbf{V}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\rho A\int_0^L(U^2+\left(\frac{\partial v}{\partial t}+U\frac{\partial v}{\partial x}-\Omega w\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial t}+U\frac{\partial w}{\partial x}+\Omega v\right)^2)\mathrm{d}x \quad (۴)$$

که در آن A مساحت سطح مقطع نانوتیر است.

کرنش طولی سیستم این‌چنین محاسبه می‌شود [۲۳]:

$$\varepsilon_{\mathrm{x}}=-y\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}-z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۵)$$

روابط اساسی تنش-کرنش برای نانوتیر و لایه سطحی به ترتیب عبارت هستند از [۲۷ و ۲۸]:

$$\sigma_{\mathrm{x}}=E\varepsilon_{\mathrm{x}} \quad (۶)$$

$$\sigma_{\mathrm{x}}^{\mathrm{s}}=\tau+E_{\mathrm{S}}\varepsilon_{\mathrm{x}} \quad (۷)$$

که در آن τ تنش سطحی پسماند است. همچنین، E و E_S نیز به ترتیب مدول یانگ نانوتیر و لایه سطحی هستند.

ممان خمشی محلی ایجاد شده بر اثر تنش‌های نرمال در نانوتیر و سطوح این‌چنین تعریف می‌شوند [۲۹]:

$$M_{\mathrm{z}}^{\mathrm{local}}=\int_A y\,\sigma_{\mathrm{x}}\mathrm{d}x+\int_S y\,\sigma_{\mathrm{x}}^{\mathrm{s}}\mathrm{d}x=-\left(EI\right)_z^{\mathrm{eff}}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (۸)$$

$$M_{\mathrm{y}}^{\mathrm{local}}=\int_A z\,\sigma_{\mathrm{x}}\mathrm{d}x+\int_S z\,\sigma_{\mathrm{x}}^{\mathrm{s}}\mathrm{d}x=-\left(EI\right)_z^{\mathrm{eff}}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۹)$$

که در آن EI^{eff} صلبیت خمشی معادل است.

صلبیت خمشی معادل برای مقاطع متقارن دایروی این‌چنین بیان می‌شود [۱۵ و ۳۰]:

$$\left(EI\right)_z^{\mathrm{eff}}=\left(EI\right)_y^{\mathrm{eff}}=EI+E_{\mathrm{s}}Q_{\mathrm{s}}t=\frac{\pi E\left(D^4-d^4\right)}{64}+\frac{\pi E_{\mathrm{s}}t\left(D^3-d^3\right)}{8} \quad (۱۰)$$

صلبیت خمشی معادل برای مقاطع نامتقارن مستطیلی این‌چنین بیان

می‌شود:

$$(EI)_z^{\text{eff}} = \left(EI + E_{\text{s}} Q_{\text{s}} t\right)_z = \frac{\left(h_o b_o^3 - h_i b_i^3\right)}{12} + \frac{E_{\text{s}} t\left(h_o b_o^2 + h_i b_i^2\right)}{2} + \frac{E_{\text{s}} t\left(b_i^3 + b_o^3\right)}{6} \tag{۱۱}$$

$$(EI)_y^{\text{eff}} = \left(EI + E_{\text{s}} Q_{\text{s}} t\right)_y = \frac{\left(b_o h_o^3 - b_i h_i^3\right)}{12} + \frac{E_{\text{s}} t\left(b_o h_o^2 + b_i h_i^2\right)}{2} + \frac{E_{\text{s}} t\left(h_i^3 + h_o^3\right)}{6} \tag{۱۲}$$

با جایگذاری معادلات (۶) و (۷) در روابط (۸) و (۹) می‌توان نوشت [۳۱]:

$$E_{\text{e}} = -\int_0^L \left(M_{\text{z}}^{\text{local}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + M_{\text{y}}^{\text{local}} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \mathrm{d}x \tag{۱۳}$$

لازم به ذکر است که معادله اساسی غیرمحلی ممان خمشی سیستم این‌چنین بیان می‌شود [۳۲]:

$$M_{\text{z}} - (ea)^2 \frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} = M_{\text{z}}^{\text{local}} \tag{۱۴}$$

$$M_{\text{y}} - (ea)^2 \frac{\partial^2 M_{\text{y}}}{\partial x^2} = M_{\text{y}}^{\text{local}} \tag{۱۵}$$

که در آن e و a به ترتیب ثابت ماده و مشخصه طولی داخلی سیستم هستند.

کار خارجی نیروی عرضی ناشی از اثرات کشش سطحی در سیستم طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود [۳۳]:

$$W_{\text{S}} = -\frac{1}{2}\int_0^L \left(H\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right] \right) \mathrm{d}x \tag{۱۶}$$

که در آن برای مقاطع دایروی $H = ۲\tau(D+d)$ و برای مقاطع مستطیلی $H = ۲\tau(b_i + b_o)$ و τ تنش پسماند سطحی است [۱۵].

کار ناشی از بستر وینکلر-پاسترناک در راستاهای عرضی سیستم طبق رابطه زیر بیان می‌شود [۳۲]:

$$W_{\text{WP}} = -\frac{1}{2}\int_0^L \left(k_{\text{W}}\left[v^2 + w^2\right] + k_{\text{P}}\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]\right)\mathrm{d}x \tag{۱۷}$$

اگر برای بستر نیز اثرات میرایی در نظر گرفته شود، تغییرات کار انجام‌شده توسط بستر ویسکوز این‌چنین محاسبه می‌شود [۹]:

$$\delta W_{\text{e}} = c\int_0^L \left[\left(\frac{\partial v}{\partial t} + U\frac{\partial v}{\partial x}\right)\delta v + \left(\frac{\partial W}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x}\right)\delta w \right]\mathrm{d}x \tag{۱۸}$$

تغییرات کار انجام‌شده توسط نیروی محوری نیز این‌چنین بیان می‌شود [۳۲]:

$$\delta W_{\text{P}} = -P\int_0^L \left[\frac{\partial v}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial w}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \right]\mathrm{d}x \tag{۱۹}$$

تغییرات پایستار و ناپایستار ناشی از نیروی توزیع‌شده مماسی در سیستم به ترتیب در روابط ذیل بیان شده‌اند [۳۲]:

$$\delta W_{\text{q}}^{\text{c}} = q\int_0^L (L - x) \times \left[\frac{\partial v}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial w}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \right]\mathrm{d}x \tag{۲۰}$$

$$\delta W_{\text{q}}^{\text{nc}} = -q\int_0^L \left[\frac{\partial v}{\partial x}\delta v + \frac{\partial w}{\partial x}\delta w \right]\mathrm{d}x \tag{۲۱}$$

تغییرات کار ناشی از تنش‌های فشاری تغییرات حرارتی محیط بر سیستم این‌چنین محاسبه می‌شود [۳۳]:

$$\delta W_{\mathrm{T}} = \int_0^L \left(N_{\mathrm{T}}\right)\left[\frac{\partial v}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial w}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]\mathrm{d}x \quad (۲۲)$$

که در آن برای مقاطع متقارن دایروی و نامتقارن مستطیلی به ترتیب می‌توان نوشت [۱۵ و ۳۴]:

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{T}} &= E_{\mathrm{t}}A_{\mathrm{t}}\alpha_{\mathrm{t}}\Delta T + \\ &\pi E_{\mathrm{s}} t\left(D+d\right)\alpha_{\mathrm{s}}\Delta T \end{aligned} \quad (۲۳)$$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{T}} &= E_{\mathrm{t}}A_{\mathrm{t}}\alpha_{\mathrm{t}}\Delta T + \\ &2E_{\mathrm{s}} t\left(b_o+h_o+b_i+h_{\mathrm{i}}\right)\alpha_{\mathrm{s}}\Delta T \end{aligned} \quad (۲۴)$$

که در آن α_t و α_s به ترتیب ضرایب انبساط حرارتی نانوتیر و لایه سطحی هستند و ΔT تغییرات دمایی محیط است.

برای استخراج معادلات حاکم بر حرکت سیستم، از اصل همیلتون مطابق رابطه ذیل استفاده می‌شود:

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(T_{\mathrm{K}}+W-E_{\mathrm{e}}\right)\mathrm{d}t = 0 \quad (۲۵)$$

با جایگذاری انرژی‌های پتانسیل و جنبشی بعلاوه کار نیروهای خارجی در اصل همیلتون، معادلات دینامیکی سیستم را می‌توان این‌چنین به دست آورد:

$$\begin{aligned} &\left(EI+E_{\mathrm{s}}Q_{\mathrm{s}}t\right)_z v'''' + \\ &\rho A\left(\ddot{v}-2\Omega\dot{w}+2U\dot{v}'-2U\Omega w'\right)+ \\ &\left(U^2-P+N_{\mathrm{T}}+q\left(1-x\right)-H-k_{\mathrm{P}}\right)v''+ \\ &\left(k_{\mathrm{W}}-\Omega^2\right)v+c\left(\dot{v}+Uv'\right)-\left(e_0a\right)^2\times \\ &[\rho A\left(\ddot{v}''-2\Omega\dot{w}''+2U\dot{v}'''+2U\Omega w'''\right)+ \\ &\left(U^2-P+N_{\mathrm{T}}+q\left(1-x\right)-H-k_{\mathrm{P}}\right)v''''+ \\ &\left(k_{\mathrm{W}}-\Omega^2\right)v''-2qv'''+c\left(\dot{v}''+Uv'''\right)]=0 \end{aligned} \quad (۲۶)$$

$$\begin{aligned} &\left(EI+E_{\mathrm{s}}Q_{\mathrm{s}}t\right)_y w'''' + \\ &\rho A\left(\ddot{w}+2\Omega\dot{v}+2U\dot{w}'+2U\Omega v'\right)+ \\ &\left(U^2-P+N_{\mathrm{T}}++q\left(1-x\right)-H-k_{\mathrm{P}}\right)w''+ \\ &\left(k_{\mathrm{W}}-\Omega^2\right)w+c\left(\dot{w}+Uw'\right)-\left(e_0a\right)^2 \\ &[\rho A\left(\ddot{w}''-2\Omega\dot{v}''+2U\dot{w}'''+2U\Omega v'''\right)+ \\ &\left(U^2-P+N_{\mathrm{T}}+q\left(1-x\right)-H-k_{\mathrm{P}}\right)w''''+ \\ &\left(k_{\mathrm{W}}-\Omega^2\right)w''-2qw'''+c\left(\dot{w}''+Uw'''\right)]=0 \end{aligned} \quad (۲۷)$$

برای استخراج معادلات حاکم بی‌بعد، پارامترهای بی‌بعد ذیل تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} &x^*=\frac{x}{L},\ v^*=\frac{v}{L},\ w^*=\frac{w}{L}, \\ &\delta_{\mathrm{S}}=\frac{HL}{EI_y},\ t^*=\frac{t}{L^2}\sqrt{\frac{EI_y}{\rho A}},\ U^*=UL\sqrt{\frac{\rho A}{EI_y}} \\ &S_z=\frac{\left(E_{\mathrm{s}}Q_{\mathrm{s}}t\right)_z}{EI_y},\ S_y=\frac{\left(E_{\mathrm{s}}Q_{\mathrm{s}}t\right)_y}{EI_y}, \\ &\eta=\frac{e_0a}{L},\ \Omega^*=\Omega L^2\sqrt{\frac{\rho A}{EI_y}},\ P^*=\frac{PL^2}{EI_y} \\ &q^*=\frac{qL^3}{EI_y},\ N_{\mathrm{T}}^*=\frac{N_{\mathrm{T}}L^2}{EI_y},\ k_{\mathrm{W}}^*=\frac{k_{\mathrm{W}}L^4}{EI_y}, \\ &k_{\mathrm{P}}^*=\frac{k_{\mathrm{P}}L^2}{EI_y},\ \lambda=\frac{I_z}{I_{\mathrm{y}}},\ c^*=\frac{cL^3}{\sqrt{EI_y\rho A}} \end{aligned} \quad (۲۸)$$

که در آن η پارامتر غیرمحلی است. همچنین، λ برابر نسبت ممان اینرسی در دو راستای عرضی سیستم است.

با به‌کارگیری پارامترهای بدون بعد و حذف علامت ستاره، معادلات دینامیکی سیستم این‌چنین به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}&(\lambda+S_z)v'''' + \ddot{v} - 2\Omega\dot{w} + 2U\dot{v}' - \\ &2U\Omega w' + (U^2 - P + N_{\mathrm{T}} + \\ &q(1-x) - \delta_{\mathrm{S}} - k_{\mathrm{P}})v'' + \\ &(\Omega^2 + k_{\mathrm{W}})v + c(\dot{v} + Uv') - \eta^2 \times \\ &[\ddot{v}'' - 2\Omega\dot{w}'' + 2U\dot{v}''' + 2U\Omega w''' + \\ &(U^2 - P + N_{\mathrm{T}} + q(1-x) - \delta_{\mathrm{S}} - k_{\mathrm{P}})v'''' + \\ &(k_{\mathrm{W}} - \Omega^2)v'' - 2qv''' + c(\dot{v}'' + Uv''')] = 0\end{aligned} \tag{۲۹}$$

$$\begin{aligned}&(1+S_y)w'''' + \ddot{w} + 2\Omega\dot{v} + 2U\dot{w}' + 2U\Omega v' + \\ &(U^2 - P + N_{\mathrm{T}} + q(1-x) - \delta_{\mathrm{S}} - k_{\mathrm{P}})w'' + \\ &(\Omega^2 + k_{\mathrm{W}})w + c(\dot{w} + Uw') - \eta^2 \times \\ &[\ddot{w}'' - 2\Omega\dot{v}'' + 2U\dot{w}''' + 2U\Omega v''' + \\ &(U^2 - P + N_{\mathrm{T}} + q(1-x) - \delta_{\mathrm{S}} - k_{\mathrm{P}})w'''' + \\ &(k_{\mathrm{W}} - \Omega^2)w'' - 2qw''' + c(\dot{w}'' + Uw''')] = 0\end{aligned} \tag{۳۰}$$

۳- روش حل

برای جداسازی فضای زمان و مکان سیستم و همچنین تبدیل معادلات مشتق جزئی سیستم به معادلات دیفرانسیل معمولی، از روش گالرکین استفاده می‌شود [۴]. در این روش جابجایی‌های عرضی سیستم با روابط زیر تقریب زده می‌شوند:

$$v(x,t) = \sum_{j=1}^{N} q_j(t)\varphi_j(x) \tag{۳۱}$$

$$w(x,t) = \sum_{k=1}^{N} p_k(t)\varphi_k(x) \tag{۳۲}$$

که در آن $q_j(t)$ و $p_j(t)$ مختصات تعمیم‌یافته سیستم هستند. همچنین $\varphi(x)$ تابع مود ارتعاشاتی سیستم دوسرمفصل است. همچنین N تعداد مودهای ارتعاشاتی سیستم می‌باشد.

با ضرب طرفین معادلات دینامیکی سیستم در توابع شکل مود ارتعاشاتی، انتگرال‌گیری بر روی طول نانوتیر و بهره‌گیری از خاصیت تعامد مودهای ارتعاشاتی، معادلات دینامیکی سیستم در حالت ماتریسی به شکل ذیل بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathbf{M}_1 & 0\\ 0 & \mathbf{M}_1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{\mathbf{Q}}\\ \ddot{\mathbf{P}}\end{Bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix}\mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2\\ -\mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{\mathbf{Q}}\\ \dot{\mathbf{P}}\end{Bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{21}\\ -\mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathbf{Q}\\ \mathbf{P}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}0\\ 0\end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{۳۳}$$

که در آن

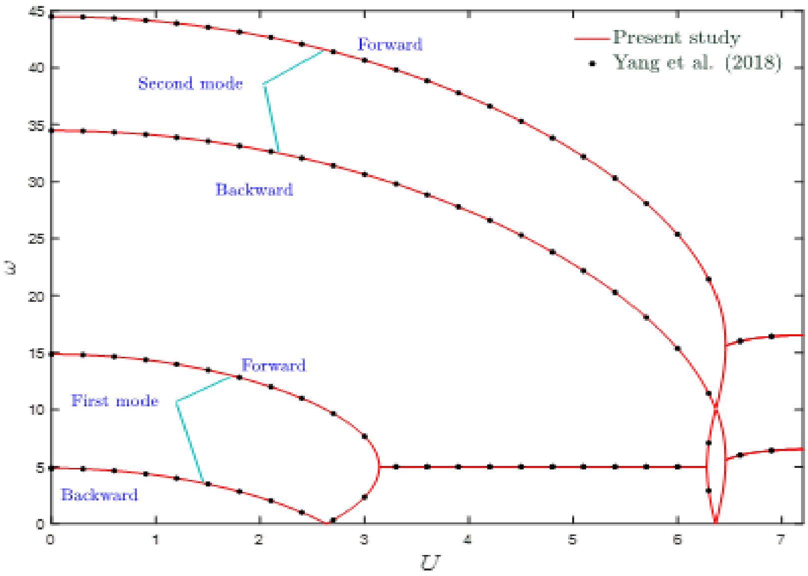
$$\mathbf{Q} = \left[q_1(t), q_2(t), \ldots, q_n(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{۳۴}$$

$$\mathbf{P} = \left[p_1(t), p_2(t), \ldots, p_n(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{۳۵}$$

$$(\mathbf{M}_1)_{sr} = \int_0^1 \left(\phi_s(x)\phi_r(x) - \eta^2\phi_s(x)\phi_r''(x)\right)\mathrm{d}x \tag{۳۶}$$

$$\begin{aligned}&(\mathbf{G}_1)_{sr} = 2U\Big(\int_0^1 (\phi_s(x)\phi_r'(x) - \\ &\eta^2\phi_s(x)\phi_r'''(x))\mathrm{d}x\Big) + \\ &c\int_0^1 \left(\phi_s(x)\phi_r(x) - \eta^2\phi_s(x)\phi_r''(x)\right)\mathrm{d}x\end{aligned} \tag{۳۷}$$

$$\begin{aligned}&(\mathbf{G}_2)_{sr} = -2\Omega\Big(\int_0^1 (\phi_s(x)\phi_r(x) - \\ &\quad \eta^2\phi_s(x)\phi_r''(x))\mathrm{d}x\Big)\end{aligned} \tag{۳۸}$$



شکل ۲. فرکانس‌های ارتعاشاتی ماکروتیر چرخان متحرک محوری با سطح مقطع متقارن برحسب سرعت محوری بدون اثرات سطحی، بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو برای Ω=۵

Fig. 2. Vibration frequencies of an axially moving rotating macrobeam with a symmetrical cross-section in terms of axial velocity without surface effects, bed, temperature changes, axial and follower forces for Ω=5

$$\begin{aligned}(\mathbf{K}_{11})_{sr} &= (\lambda+S_z)\int_0^1 \phi_s(x)\phi_r''''(x)\,\mathrm{d}x + \\ &(U^2-P+N_\mathrm{T}+q-\delta_\mathrm{S}-k_\mathrm{P})\times \\ &\int_0^1(\phi_s(x)\phi_r''(x)-\eta^2\phi_s(x)\phi_r''''(x))\mathrm{d}x + \\ &q\int_0^1 x(\phi_s(x)\phi_r''(x)- \\ &\eta^2\phi_s(x)\phi_r'''(x))\mathrm{d}x + \\ &(k_\mathrm{W}-\Omega^2)\int_0^1(\phi_s(x)\phi_r(x)- \\ &\eta^2\phi_s(x)\phi_r''(x))\mathrm{d}x + 2q\eta^2\int_0^1\phi_s(x)\phi_r'''(x)\mathrm{d}x + \\ &cU\int_0^1(\phi_s(x)\phi_r'(x)-\eta^2\phi_s(x)\phi_r'''(x))\mathrm{d}x\end{aligned} \quad (۳۹)$$

$$\begin{aligned}(\mathbf{K}_{22})_{sr} &= (1+S_y)\int_0^1 \phi_s(x)\phi_r''''(x)\,\mathrm{d}x + \\ &(U^2-P+N_\mathrm{T}+q-\delta_\mathrm{S}-k_\mathrm{P})\times \\ &\int_0^1(\phi_s(x)\phi_r''(x)-\eta^2\phi_s(x)\phi_r''''(x))\mathrm{d}x + \\ &q\int_0^1 x(\phi_s(x)\phi_r''(x)-\eta^2\phi_s(x)\phi_r'''(x))\mathrm{d}x + \\ &(k_\mathrm{W}-\Omega^2)\int_0^1(\phi_s(x)\phi_r(x)- \\ &\eta^2\phi_s(x)\phi_r''(x))\mathrm{d}x + 2q\eta^2\times \\ &\int_0^1\phi_s(x)\phi_r'''(x)\mathrm{d}x + \\ &cU\int_0^1(\phi_s(x)\phi_r'(x)-\eta^2\phi_s(x)\phi_r'''(x))\mathrm{d}x\end{aligned} \quad (۴۰)$$

$$(\mathbf{K}_{21})_{sr} = -2u\Omega\int_0^1(\phi_s(x)\phi_r'(x)-\eta^2\phi_s(x)\phi_r'''(x))\,\mathrm{d}x \quad (۴۱)$$

با حل مسئله مقدار ویژه معادله (۳۲) در نرم‌افزار متلب[1]، مقادیر ویژه مختلط سیستم را می‌توان برحسب فاکتورهای کلیدی سیستم به دست آورد. لازم به ذکر است که قسمت‌های موهومی و حقیقی مقادیر ویژه سیستم به ترتیب به فرکانس‌های ارتعاشاتی و میرایی سیستم مربوط هستند. زمانی که فرکانس ارتعاشاتی سیستم صفر شود، سیستم دچار ناپایداری استاتیکی (کمانش) می‌شود. در این شرایط سیستم دیگر ارتعاش نمی‌کند و دریک وضعیت استاتیکی ثابت می‌ماند. ضمناً در حالتی که قسمت حقیقی مقدار ویژه سیستم مثبت شود درحالی‌که قسمت موهومی مقداری مثبت دارد، سیستم ناپایداری دینامیکی (فلاتر) را تجربه می‌کند. در این شرایط، سیستم با دامنه متغیر نوسان می‌کند [۳۵ و ۳۶].

۴- نتایج و بحث

برای اطمینان از درستی راه‌حل ارائه‌شده، دو مثال عددی برای مقایسه نتایج مقاله حاضر با مقالات موجود در ادبیات ارائه‌شده است. در شکل ۲، چهار فرکانس ارتعاشاتی یک تیر با حرکت‌های همزمان طولی و چرخشی برحسب سرعت محوری نمایش داده شده است. مطابق شکل، با افزایش

1 MATLAB

جدول ۱. مشخصات هندسی و فیزیکی سیستم [۱۵ و ۳۵]

Table 1. Geometrical and physical characteristics of the system [15, 35]

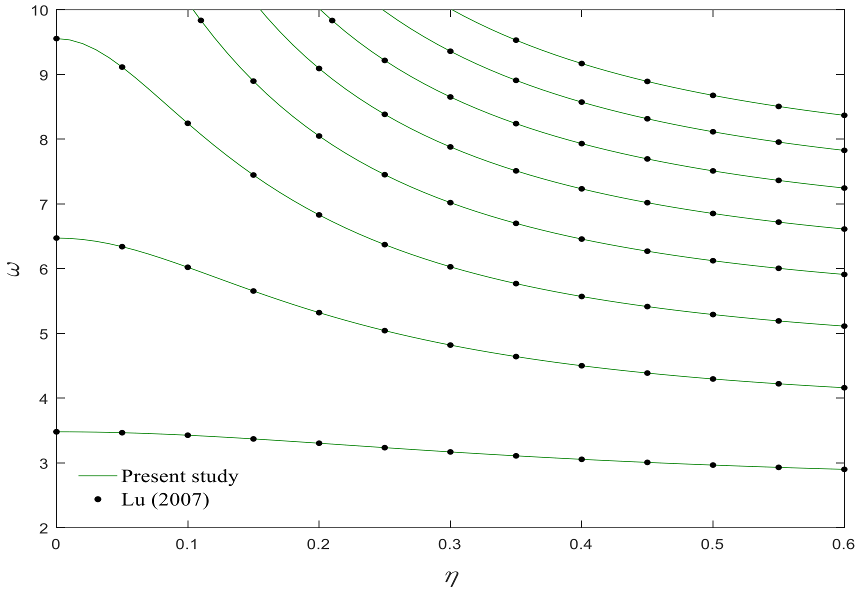
مقدار	پارامتر
۷۰ گیگاپاسکال	E
۲۷۰۷ کیلوگرم بر مترمکعب	ρ
۰/۹۱۰۸ نیوتون بر متر	τ
۱۰۹ × ۵/۱۸۸۲ نیوتن بر مترمربع	E_s
۱۰۹ × ۲۰ متر	d
۱۰۹- × ۱ متر	t
۱۰۹ ×۲۲ متر	L
۱۰۶- × ۱/۶- کلوین	$\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{L}}$
۱۰۶- × ۱/۱ کلوین	$\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{H}}$

سرعت محوری، فرکانس‌های طبیعی سیستم کاهش می‌یابند تا در سرعت محوری ناپایداری استاتیکی، اولین فرکانس ارتعاشاتی پس‌روی سیستم صفر شود. با افزایش بیشتر سرعت، سیستم مجدداً پایدار می‌شود تا در سرعت محوری ناپایداری دینامیکی، شاخه‌های فرکانسی اول پس‌رو و پیش‌رو باهم تلاقی می‌کنند و سیستم ناپایداری دینامیکی را تجربه می‌کند. بعدازآن با افزایش بیشتر سرعت محوری، سیستم دیگر پایدار نخواهد شد. دقت شود که تغییرات فرکانس‌های ارتعاشاتی مودهای بالاتر سیستم به‌صورت کیفی مشابه فرکانس اول سیستم می‌باشد، یعنی روند تکامل پایداری سیستم به ازای فرکانس‌های مودهای بالاتر نیز پایدار، کمانش، پایدار، کوپل-مود فلاتر می‌باشد. همان‌طور که مشخص است نتایج پژوهش حاضر با آنچه توسط یانگ و همکاران [۴] گزارش شده است مطابقت دارند.

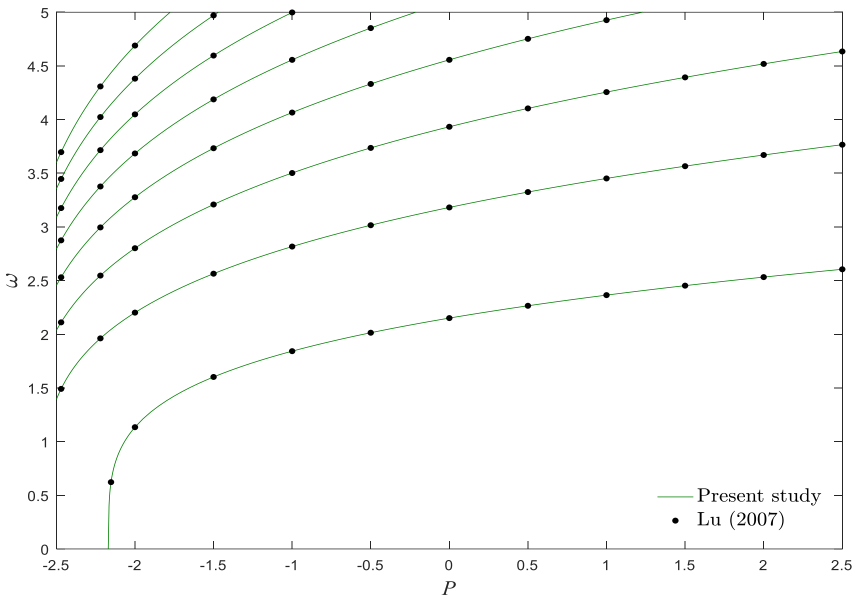
در شکل‌های ۳ (الف و ب) نیز فرکانس‌های ارتعاشاتی یک نانوتیر بدون حرکات چرخشی و طولی به ترتیب برحسب پارامتر غیرمحلی و نیروی محوری کششی رسم شده و با نتایج پژوهش لو [۳۷] مقایسه شده است. مطابق شکل، با افزایش پارامتر غیرمحلی و نیروی محوری کششی، فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم به ترتیب کاهش و افزایش پیدا می‌کنند. همان‌طور که مشخص است، نتایج پژوهش حاضر تطابق قابل قبولی با مرجع ذکرشده دارد.

لازم به ذکر است که پارامترهای متعددی مانند نسبت ابعاد، شکل مودهای ارتعاشاتی و شرایط مرزی تأثیرات قابل‌توجهی بر مقدار مناسب پارامترهای وابسته به اندازه دارند [۳۸ و ۳۹]. درنتیجه، انتخاب مقادیر مناسب برای پارامترهای مقیاس برای کالیبره کردن اثرات اندازه در سیستم حیاتی است. علاوه بر این، ازآنجایی‌که هیچ آزمایشی برای تعیین مقدار دقیق پارامترهای مقیاس انجام نشده است [۴۰ و ۴۱]، می‌توان از دینامیک مولکولی برای استخراج مقادیر مناسب پارامترهای وابسته به اندازه استفاده کرد [۱۷]. بنابراین، در مطالعه حاضر، برای نشان دادن بهتر اثرات اندازه، طیفی از پارامترهای غیرمحلی بدون بعد استفاده شده است. برای به دست آوردن مثال‌های عددی، مشخصات فیزیکی و هندسی سیستم در جدول ۱ بیان شده‌اند. دقت شود که مقادیر $\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{H}}$ و $\alpha_{\mathrm{T}}^{\mathrm{L}}$ ضرایب انبساط حرارتی سیستم‌های کوچک‌مقیاس در شرایط محیطی دما-بالا و دما-پایین هستند. طبق مطالعات آزمایشگاهی، در دمای اتاق و شرایط دما-بالا، مشخصه‌های حرارتی سیستم‌های کوچک‌مقیاس باهم متفاوت هستند.

در شکل ۴ (الف و ب) فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم برحسب سرعت محوری نمایش داده شده است و اثرات مدول الاستیسیته و تنش پسماند سطحی بر رفتار دینامیکی سیستم نشان داده شده است. مطابق شکل ۴، با بالا رفتن سرعت محوری، سفتی مؤثر سیستم کاهش می‌یابد و فرکانس‌های



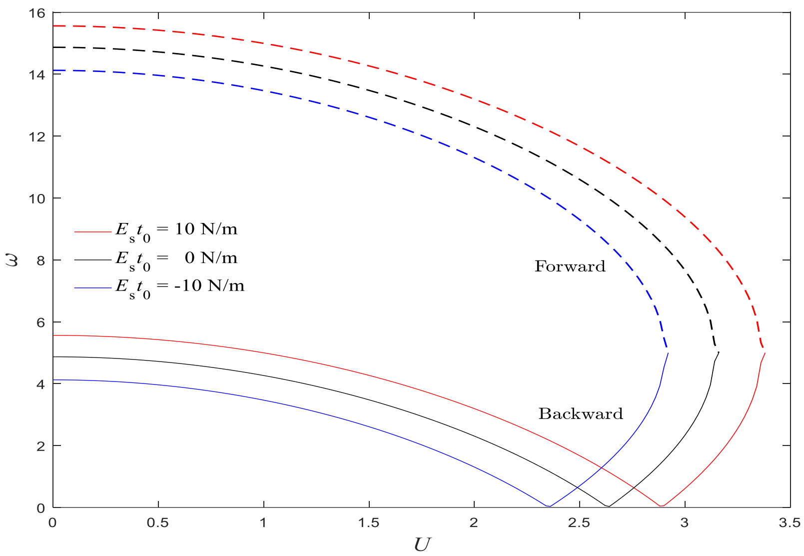
(الف)



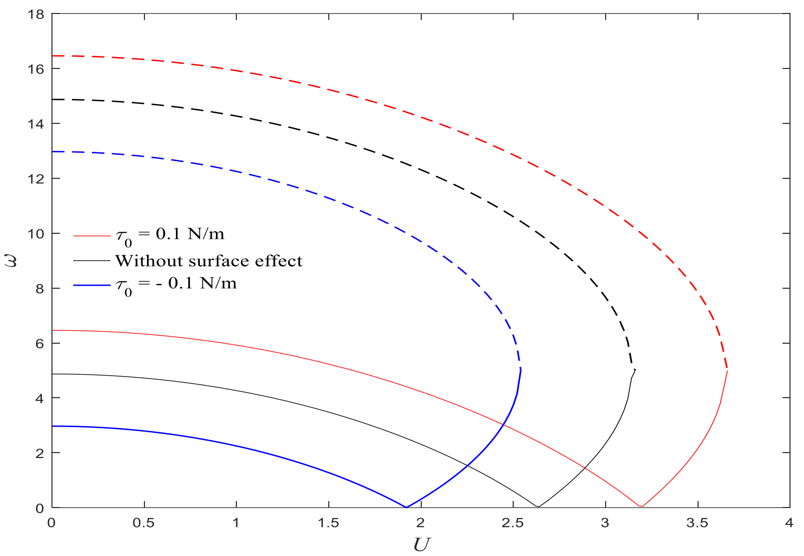
(ب)

شکل ۳. فرکانس‌های ارتعاشات عرضی نانوتیر با سطح مقطع متقارن بدون حرکات چرخشی و طولی، اثرات سطحی، بستر، تغییرات حرارتی و نیروی پیرو برحسب (الف) پارامتر غیرمحلی برای P=۵ و (ب) نیروی محوری کششی برای $\eta=۰/۶$

Fig. 3. Transverse vibration frequencies of a nanobeam with a symmetrical cross-section without rotational and longitudinal movements, surface effects, substrate, thermal changes and follower force in terms of (a) non-local parameter for P=5 and (b) tensile axial force for η=0.6



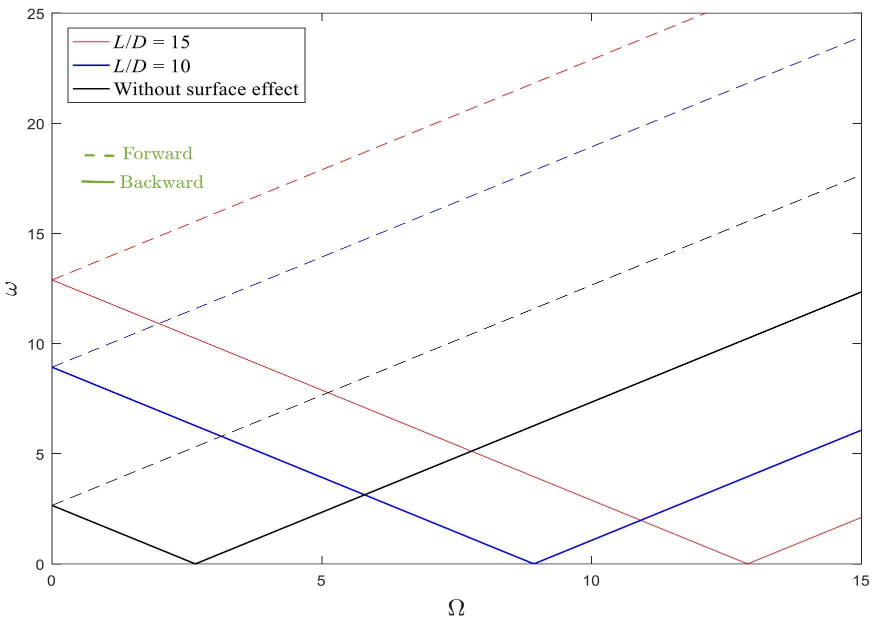
(الف)



(ب)

شکل ۴. اثرات (الف) مدول الاستیسیته و (ب) تنش پسماند سطحی بر فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم با سطح مقطع متقارن بدون اثرات اندازه، بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو برای Ω=۵

Fig. 4. The effects of (a) modulus of elasticity and (b) surface residual stress on the vibration frequencies of the system with a symmetrical cross-section without the effects of size, bed, temperature changes, axial and follower forces for Ω=5



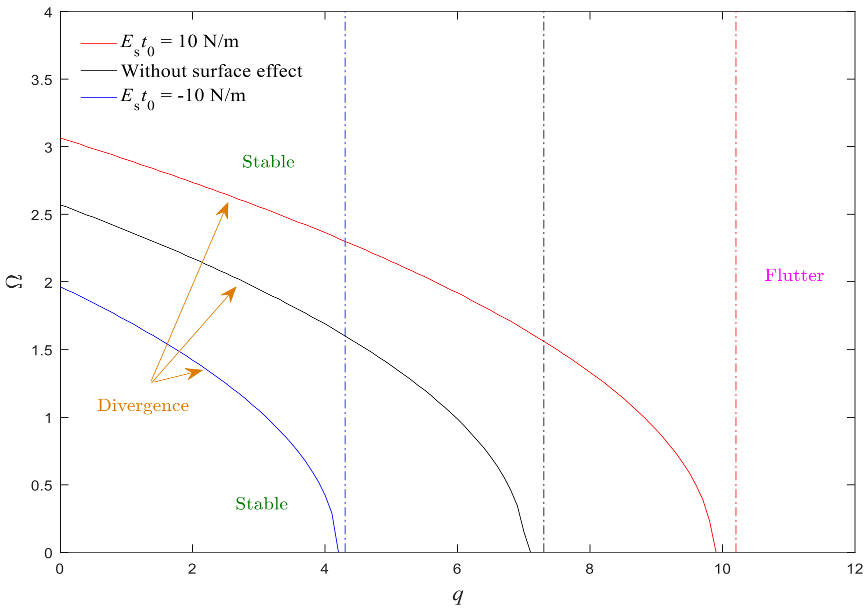
شکل ۵. نمودار کمپل سیستم با سطح مقطع متقارن بدون اثرات اندازه، بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو برای U=۳

Fig. 5. Complete diagram of the system with a symmetrical cross-section without the effects of size, substrate, temperature changes, axial and follower forces for U=3

سیستم نیز کاهش می‌یابند. با افزایش سرعت محوری، اولین فرکانس پس‌روی سیستم صفر می‌شود و سیستم متحمل ناپایداری استاتیکی می‌شود. با افزایش بیشتر سرعت محوری سیستم، فرکانس پس‌رو افزایش می‌یابد درحالی‌که فرکانس پیشرو همچنان روند نزولی دارد، تا شاخه‌های فرکانسی با یکدیگر تلاقی پیدا می‌کنند و سیستم ناپایداری دینامیکی را تجربه می‌کند. همان‌طور که مشخص است در مقایسه با حالتی که اثرات سطحی برای سیستم در نظر گرفته نمی‌شود، مقادیر مثبت مدول الاستیسیته و تنش پسماند سطحی منجر به افزایش فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم می‌شوند. همچنین مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر مثبت مدول الاستیسیته و تنش پسماند سطحی، سرعت‌های متناظر با پدیده‌های کمانش (هنگامی‌که فرکانس صفر می‌شود) و فلاتر (هنگامی‌که شاخه‌های فرکانسی باهم ادغام می‌شوند) در سیستم مقادیر بیشتری دارند. درنتیجه می‌توان نتیجه گرفت که افزایش مدول الاستیسیته و تنش پسماند سطحی منجر به یک سیستم سفت‌تر می‌شود و پایداری سازه و فرکانس‌های ارتعاشاتی افزایش می‌یابند.

در شکل ۵، نمودار کمپل سیستم، یعنی فرکانس ارتعاشاتی سیستم برحسب سرعت چرخش سیستم رسم شده است. همچنین اثر مشخصات هندسی و انرژی سطحی در شکل نمایش داده شده است. بخش‌هایی از نمودار که دارای شیب منفی هستند، اشاره به فرکانس طبیعی پس‌رو یا مد فرکانسی فرد و قسمت‌های دارای شیب مثبت مربوط به فرکانس طبیعی پیش‌رو یا مود فرکانسی زوج می‌باشد [۹]. مطابق شکل، با افزایش سرعت چرخشی سیستم، فرکانس‌های ارتعاشاتی پس‌رو و پیشرو به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند تا اینکه فرکانس پس‌رو صفر می‌شود و در سیستم پدیده کمانش رخ می‌دهد. پس‌ازآن با افزایش بیشتر سرعت چرخشی، فرکانس پس‌رو روند افزایشی پیدا می‌کند. در این حالت، شاخه‌های فرکانسی سیستم با افزایش سرعت چرخشی به‌صورت موازی افزایش پیدا می‌کنند. همان‌طور که مشخص است، با درنظرگیری اثرات سطحی، فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم افزایش می‌یابند. همچنین، در حضور اثرات سطحی، با افزایش نسبت طول به قطر، فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم بهبود می‌یابند و سرعت مربوط به ناپایداری استاتیکی نیز متعاقباً افزایش می‌یابد.

در شکل ۶، محدوده‌های پایداری سیستم در فضای $q-\Omega$ نشان داده شده است و اثر مدول الاستیسیته بر مرزها و محدوده‌های ناپایداری سیستم نمایش داده شده است. مطابق شکل به ازای مقادیر کم نیروی فشاری پیرو، به ازای یک مقدار ثابت q، با افزایش سرعت چرخشی، سیستم ابتدا پایدار است تا در یک سرعت چرخشی مشخص (سرعت چرخشی کمانش)، سیستم ناپایداری کمانش را تجربه می‌کند. ذکر این نکته حائز اهمیت است که ناپایداری استاتیکی تنها بر روی این مرز مشخص رخ خواهد داد و در



شکل ۶. نقشه پایداری با سطح مقطع متقارن در صفحه q-Ω بدون اثرات اندازه، بستر، تغییرات دمایی، نیروی محوری هنگامی‌که U=۱

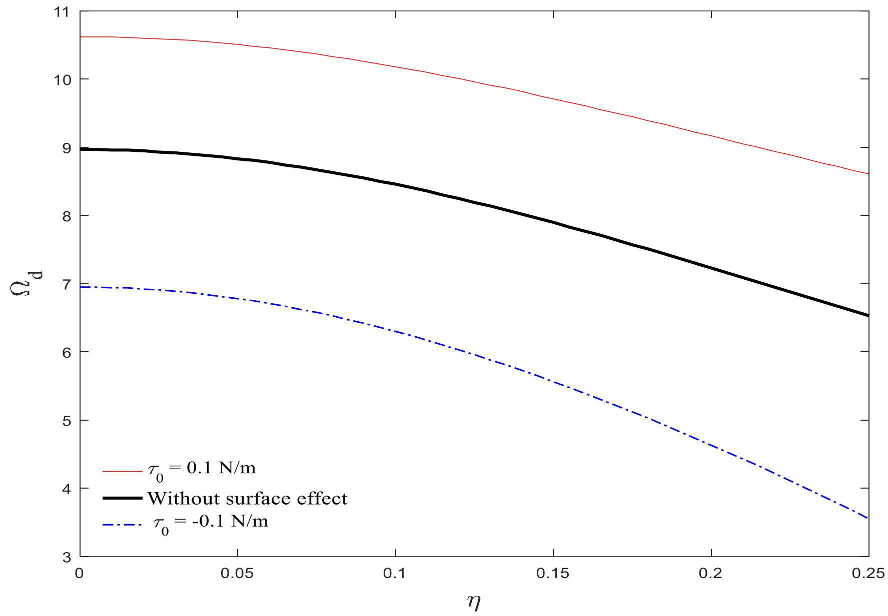
Fig. 6. Stability map of the system with a symmetrical cross-section in the q-Ω plane without the effects of size, substrate, temperature changes, and axial force when U=1

نقشه پایداری سیستم، برای این نوع ناپایداری ناحیه‌ای وجود ندارد. سپس با افزایش سرعت چرخشی دوباره پایداری خود را به دست می‌آورد و با افزایش بیشتر سرعت چرخشی همیشه پایدار می‌ماند. لازم به ذکر است که برای مقادیر زیاد نیروی فشاری پیرو، سیستم به ازای همه سرعت‌های چرخشی، دچار ناپایداری دینامیکی می‌شود و پایدار نخواهد بود. همچنین، به ازای مقادیر کم سرعت چرخشی، به ازای یک مقدار ثابت Ω، با افزایش نیروی فشاری پیرو، سیستم روند تکاملی پایدار–کمانش–پایدار–فلاتر را تجربه می‌کند. درحالی‌که به ازای مقادیر بالای Ω، دیگر دچار ناپایداری استاتیکی نمی‌شود. براساس این شکل، به دلیل اثرات سخت‌شوندگی مدول الاستیسیته، سفتی مؤثر سیستم افزایش می‌یابد و مرزهای ناپایداری استاتیکی و محدوده‌های ناپایداری دینامیکی به سمت مقادیر بزرگ‌تر q و Ω جابجا می‌شوند.

در شکل ۷، سرعت چرخشی مربوط به ناپایداری استاتیکی نانوتیر برحسب پارامتر غیرمحلی به ازای مقادیر مختلف تنش پسماند سطحی نشان داده شده است. مشخص است که با افزایش غیرمحلیت در سیستم، پایداری سیستم کاهش می‌یابد. دلیل رخداد این پدیده را می‌توان به اثرات نرم شوندگی پارامتر غیرمحلی ارجاع داد. با افزایش پارامتر غیرمحلی، سیستم نرم‌تر می‌شود، فرکانس‌های ارتعاشاتی کاهش می‌یابند و درنتیجه پایداری سیستم کاهش می‌یابد. همچنین مطابق شکل با افزایش تنش پسماند سطحی، پایداری سیستم بهبود می‌یابد. به‌بیان‌دیگر، در مقایسه با حالت بدون اثرات سطحی، با درنظرگیری مقدار مثبت تنش پسماند سطحی، سرعت چرخشی مربوط به ناپایداری استاتیکی مقدار بیشتری دارد.

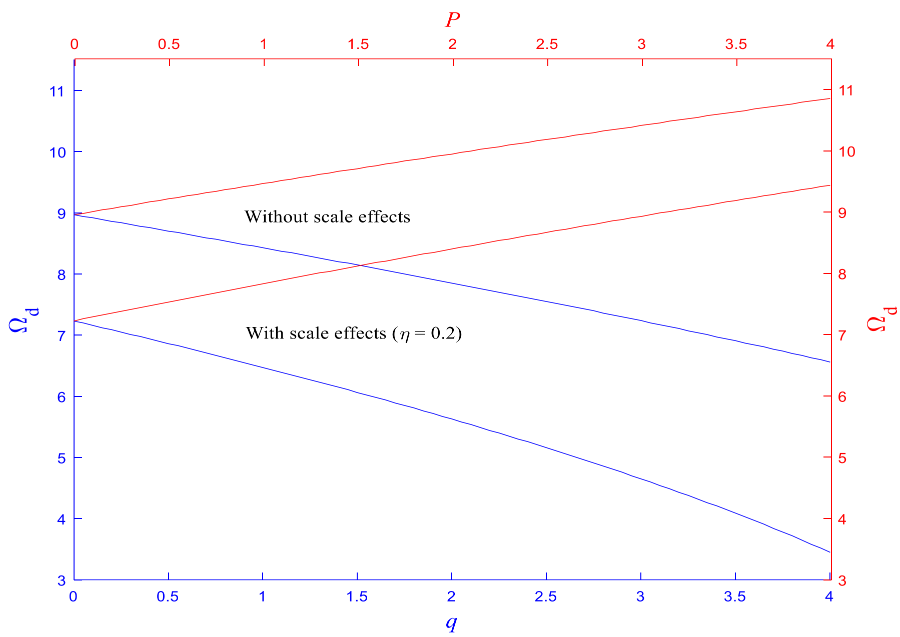
در شکل ۸، سرعت چرخشی مربوط به ناپایداری استاتیکی سیستم برحسب نیروهای محوری و پیرو ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نیروهای محوری و پیرو اثرات معکوس بر پایداری سیستم دارند. به‌طوری‌که با افزایش نیروی کششی محوری، سفتی مؤثر سیستم بهبود می‌یابد و درنتیجه، سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، این روند برای نیروی فشاری پیرو معکوس می‌شود. لازم به ذکر است که اثرات نیروی فشاری پیرو بر دینامیک و پایداری سیستم مشهودتر است.

در شکل ۹، سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی برحسب ضخامت نانوتیر با درنظرگیری اثرات سطحی نمایش داده شده است. همچنین اثر مشخصات هندسی نیز بر مرزهای ناپایداری استاتیکی در این شکل نشان داده شده است. مطابق شکل، با درنظرگیری اثرات سطحی، ناپایداری



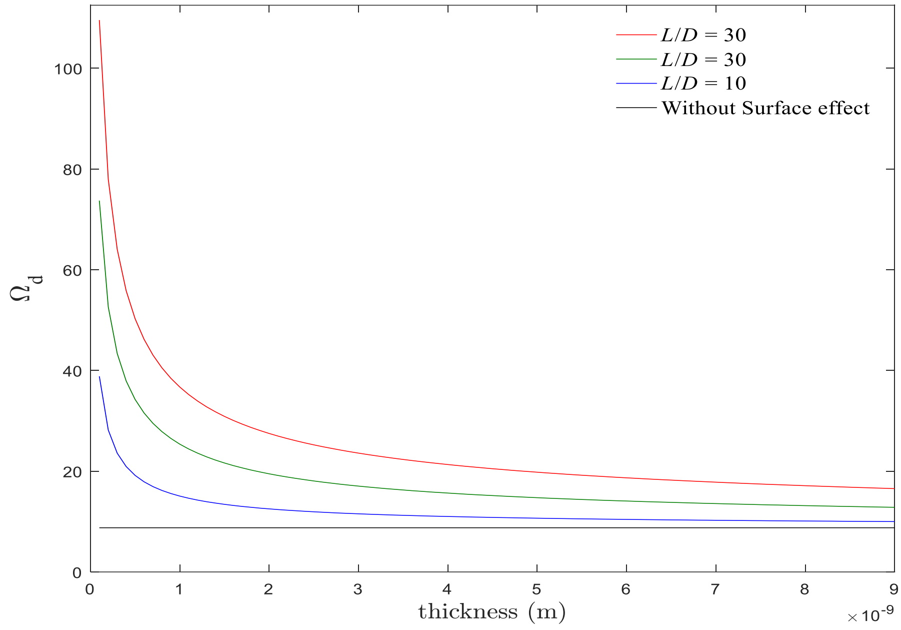
شکل ۷. سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی سیستم با سطح مقطع متقارن برحسب پارامتر غیرمحلی بدون اثرات بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو هنگامی‌که U=۱

Fig. 7. Rotation speed of static instability of the system with symmetrical cross-section in terms of non-local parameter without bed effects, temperature changes, axial and follower forces when U=1



شکل ۸. سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی سیستم با سطح مقطع متقارن برحسب نیروهای محوری و پیرو بدون اثرات بستر، تغییرات دمایی و انرژی سطحی هنگامی‌که U=۱

Fig. 8. Rotation speed of static instability of the system with symmetrical cross-section in terms of axial and follower forces without bed effects, temperature changes and surface energy when U=1



شکل ۹. سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی سیستم با سطح مقطع متقارن برحسب ضخامت بدون اثرات اندازه، بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو هنگامی‌که U=1

Fig. 9. Rotational speed of static instability of the system with a symmetrical cross-section in terms of thickness without the effects of size, substrate, temperature changes, axial and follower forces when U=1

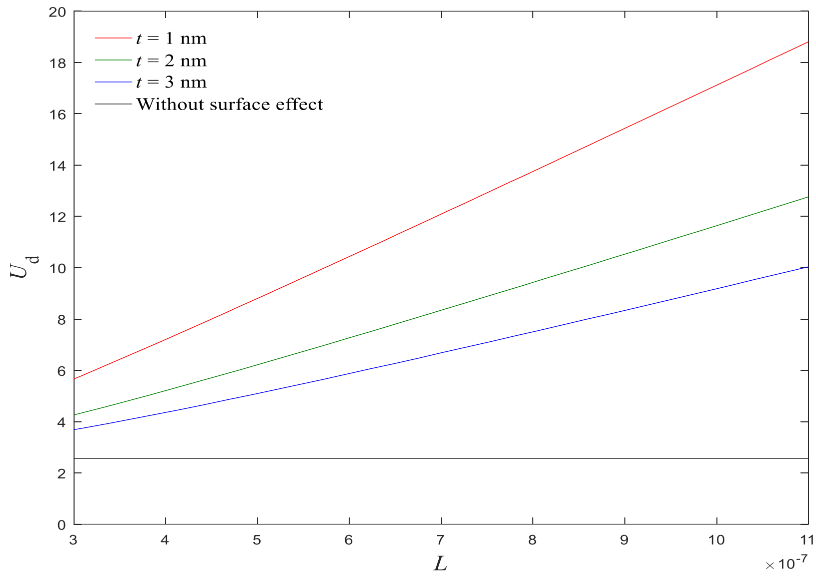
استاتیکی در سرعت چرخشی بالاتری رخ خواهد داد. همچنین، با افزایش ضخامت نانوتیر، سرعت چرخشی ناپایداری استاتیکی سیستم کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که این کاهش در ضخامت‌های کم نانوتیر مشهودتر است. ضمناً در ضخامت‌های بالای سیستم، تغییرات ضخامت نانوتیر تأثیر کمی بر مرز ناپایداری استاتیکی سیستم دارد. درحالی‌که در یک ضخامت ثابت با افزایش نسبت طول به قطر پایداری سیستم بهبود پیدا می‌کند. لازم به ذکر است که این نتایج با نتایج گزارش شده در مرجع [۱۵] همخوانی دارد.

در شکل ۱۰، سرعت محوری ناپایداری استاتیکی برحسب طول سیستم به ازای ضخامت‌های مختلف با درنظرگیری اثرات سطحی نمایش داده شده است. همان‌طور که مشخص است، با درنظرگیری اثرات سطحی پایداری سیستم بهبود می‌یابد. همچنین، با افزایش طول سیستم، سرعت محوری ناپایداری استاتیکی افزایش می‌یابد. ضمناً، در یک طول مشخص از سیستم، افزایش ضخامت منجر به کاهش سرعت محوری ناپایداری استاتیکی می‌شود.

در شکل ۱۱، اثرات ضرایب بستر بر مرزهای ناپایداری استاتیکی در صفحه $U-\Omega$ نشان داده شده است. ازآنجاکه به‌کارگیری بستر برای سیستم منجر به بهبود سفتی مؤثر سیستم می‌شود، درنتیجه می‌توان انتظار داشت، هنگامی‌که سیستم بر روی بستر قرار دارد، پایداری بیشتری در مقایسه با سیستم بدون بستر دارد. همچنین، قابل مشاهده است که در مقایسه با بستر وینکلر (الاستیک)، اثر بستر پاسترناک (برشی) بر پایداری سیستم مشهودتر است. دلیل این پدیده را می‌توان به ضرایب ماتریس سفتی سیستم نسبت داد.

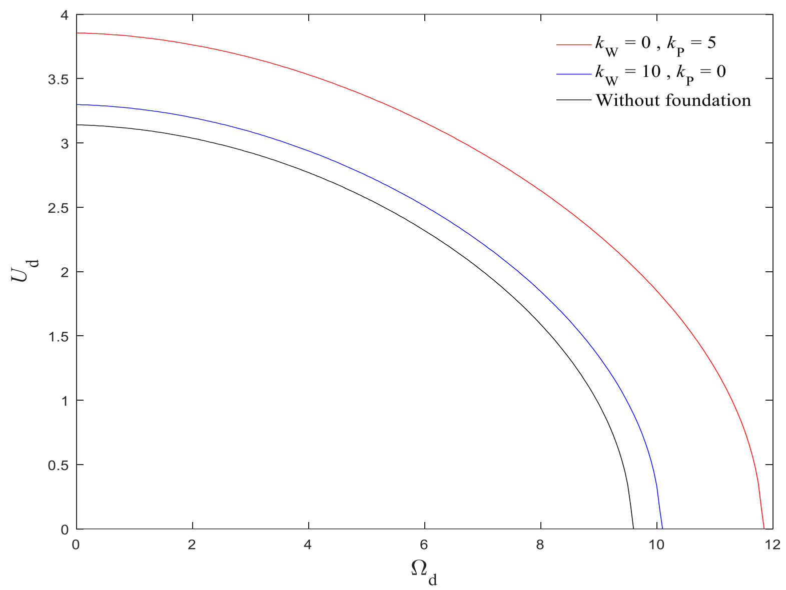
در شکل ۱۲، چهار فرکانس اول یک تیر یکسرگیردار چرخان با سطح مقطع مستطیلی برحسب سرعت چرخشی نمایش داده شده است. مطابق شکل، نتایج پژوهش حاضر با آنچه توسط بانارجی و سو [۴۲] با به‌کارگیری روش ماتریس سختی دینامیکی محاسبه و ارائه‌شده است، تطابق مناسبی دارد. با مقایسه شکل ۱۲ با دیاگرام کمپل شکل ۵ می‌توان نتیجه گرفت که رفتار دینامیکی سیستم‌های دوار با سطح مقطع غیرمتقارن با رفتار دینامیکی سیستم‌های دوار با سطح مقطع متقارن بسیار متفاوت است.

در شکل ۱۳، اثرات سطح مقطع غیرمتقارن بر دینامیک و ارتعاشات سیستم نشان داده شده است. همان‌طور که در این نمودار کمپل مشاهده می‌شود، به ازای سرعت دورانی صفر، سیستم دیگر نقطه انشعاب فرکانسی



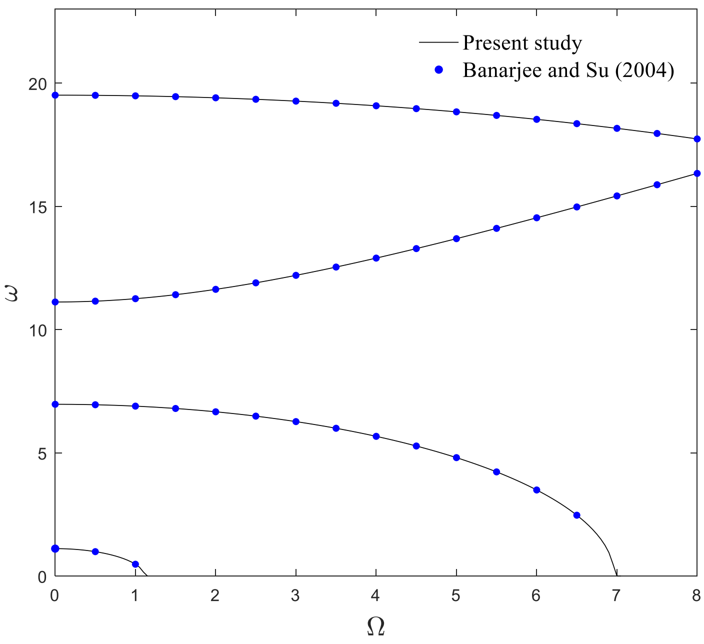
شکل ۱۰. سرعت محوری ناپایداری استاتیکی سیستم با سطح مقطع متقارن برحسب طول سیستم با نادیده‌گیری اثرات اندازه، بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو هنگامی‌که Ω=۵

Fig. 10. Rotational speed of static instability of the system with a symmetrical cross-section in terms of thickness without the effects of size, substrate, temperature changes, axial and follower forces when Ω=5



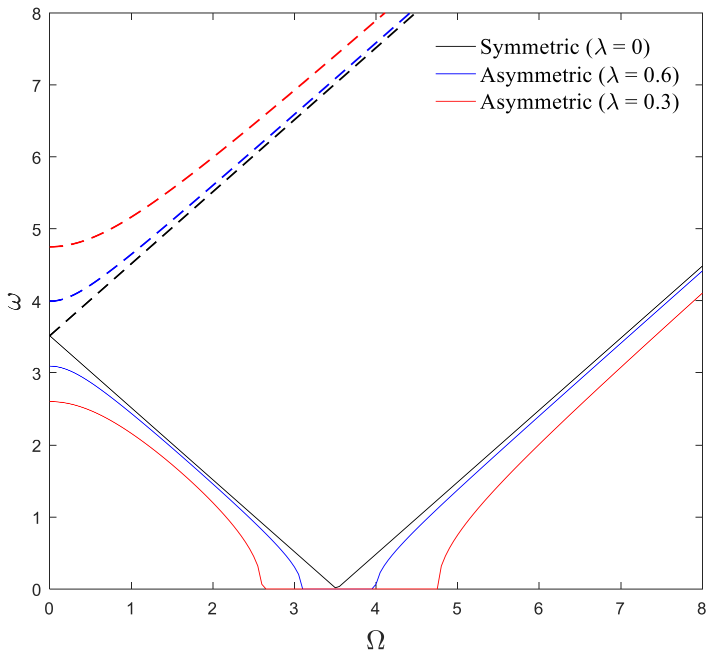
شکل ۱۱. اثر مشخصه‌های بستر وینکلر-پاسترناک بر مرز ناپایداری استاتیکی سیستم با سطح مقطع متقارن با نادیده‌گیری اثرات اندازه، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو

Fig. 11. The effect of Winkler-Pasternak bed characteristics on the static instability boundary of the system with a symmetrical cross-section, ignoring the effects of size, temperature changes, axial and follower forces



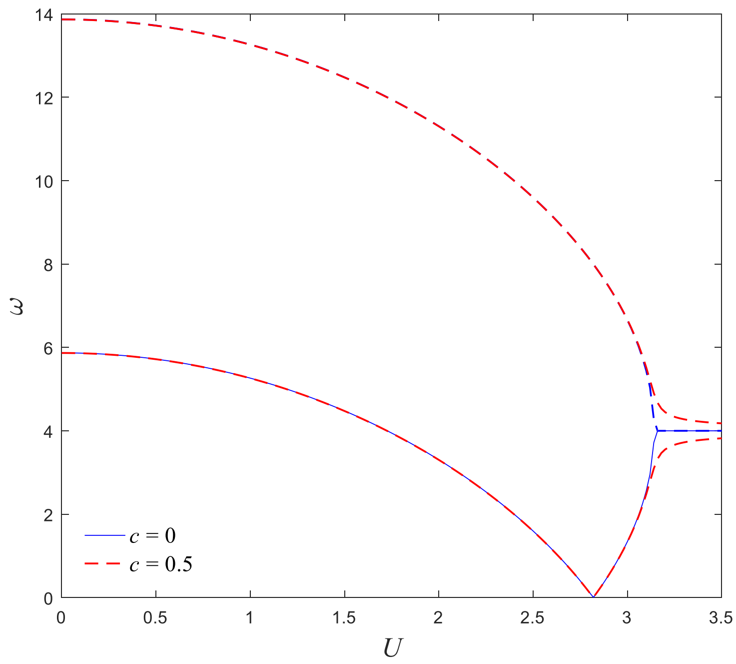
شکل ۱۲. نمودار کمپل سیستم یکسرگیردار با سطح مقطع غیرمتقارن بدون اثرات اندازه، بستر، حرکت محوری، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو برای $\lambda = ۰/۰۱$

Fig. 12. Completion diagram of a monocoque system with an asymmetric cross-section without the effects of size, bed, axial movement, temperature changes, axial and follower forces for λ=0.01



شکل ۱۳. اثر نسبت ممان اینرسی بر فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم با نادیده‌گیری اثرات اندازه، بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو برای U=۱

Fig. 13. The effect of the ratio of the moment of inertia on the vibration frequencies of the system by ignoring the effects of size, substrate, temperature changes, axial and follower forces for U=1



شکل ۱۴. اثر میرایی بستر بر فرکانس ارتعاشاتی سیستم با سطح مقطع متقارن با نادیده‌گیری اثرات اندازه، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو برای Ω=۴

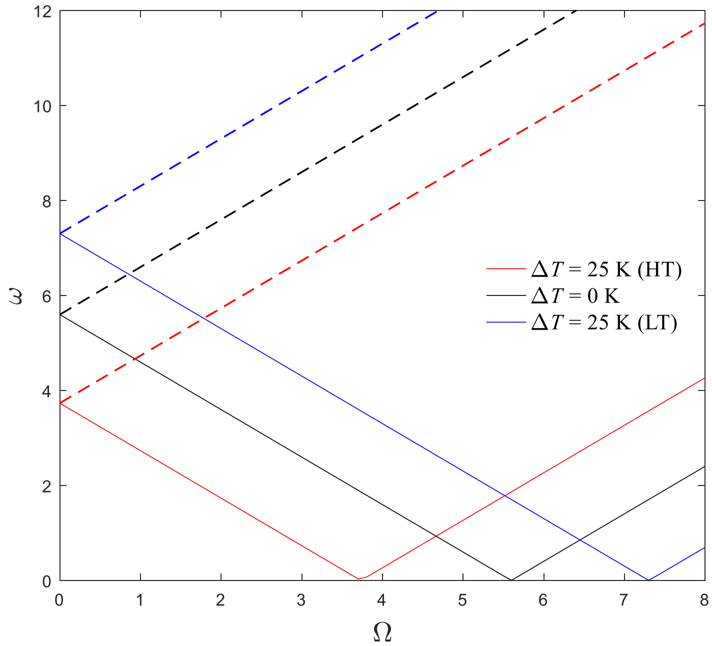
Fig. 14. The effect of bed damping on the vibration frequency of the system with a symmetrical cross-section, ignoring the effects of size, temperature changes, axial and follower forces for Ω=4

بین فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو ندارد و شاخه‌های فرکانسی با افزایش سرعت دورانی دیگر نسبت به هم موازی نیستند. با کاهش نسبت ممان اینرسی، شاخه‌های فرکانسی از هم دورتر می‌شوند و مطابق شکل ۱۲، در نسبت‌های ممان اینرسی کوچک، فرکانس پیش‌رو نیز با افزایش سرعت دورانی کاهش می‌یابند. یک نکته مهم دیگر در این شکل این است که در مقایسه با حالت سطح مقطع متقارن، هنگامی‌که سیستم سطح مقطع متقارن دارد، بجای یک مرز ناپایداری استاتیکی، سیستم متحمل یک ناحیه ناپایداری استاتیکی می‌شود که با کاهش نسبت ممان اینرسی این ناحیه بزرگ‌تر می‌شود.

در شکل ۱۴، اثر میرایی بستر بر دینامیک سیستم متحرک محوری نشان داده شده است. مطابق شکل، هنگامی‌که بستر خاصیت میرایی دارد، در رفتار ارتعاشاتی سیستم پدیده کوپل–مود فلاتر (یکی شدن شاخه‌های فرکانسی به هنگام رخداد ناپایداری دینامیکی) رخ نمی‌دهد. همچنین، اثر میرایی بستر در سرعت‌های بالاتر حرکت محوری بر رفتار دینامیکی سیستم مشهودتر است.

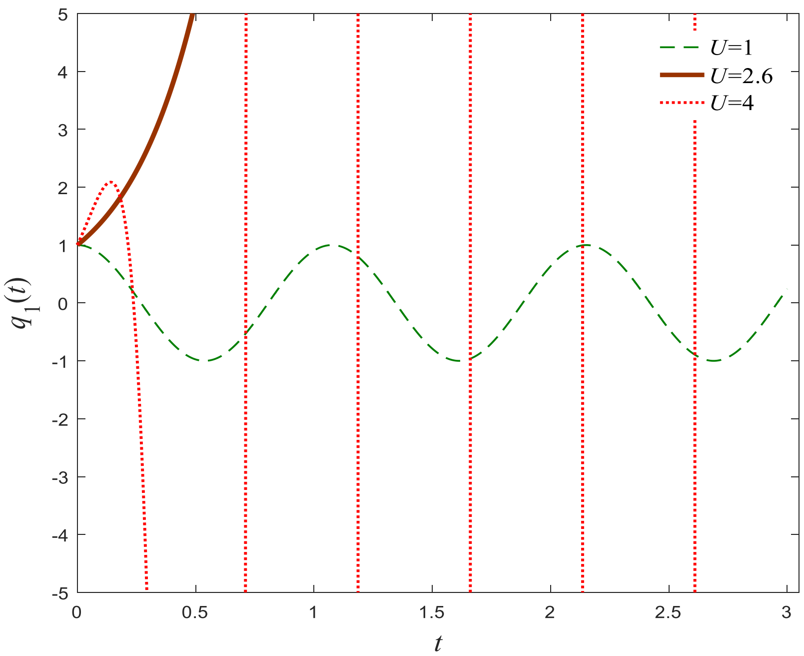
در شکل ۱۵، اثر تغییرات دمایی بر فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم سنجیده شده است. مطابق شکل، در محیطهای دما–بالا، با افزایش دما تنش فشاری در سیستم پدید می‌آید که سفتی مؤثر سیستم را کاهش می‌دهد و درنتیجه، فرکانس‌های ارتعاشاتی و پایداری سیستم کاهش می‌یابند. همچنین، ازآنجاکه علامت ضریب انبساط حرارتی در محیط دما–پایین منفی است، افزایش دما در محیط دما–پایین منجر به بهبود فرکانس‌های ارتعاشاتی و افزایش سرعت دورانی ناپایداری سیستم می‌شود.

برای فهم بهتر رفتار ارتعاشاتی سازه، پاسخ زمانی مختصه عمومی اول سیستم در سرعت‌های محوری مختلف در شکل ۱۶ نمایش داده شده است. شرایط اولیه سیستم، جابجایی استاتیکی واحد برای مود اول با سرعت اولیه صفر در نظر گرفته می‌شود. مطابق شکل ۲، به ازای U=۱، درنتیجه سازه به‌صورت دینامیکی پایدار است و متحمل نوسانات هارمونیک پایدار می‌شود. با افزایش سرعت محوری، سفتی معادل سازه به دلیل اثرات گریز از مرکز کاهش می‌یابد. در U=2.6، اولین فرکانس ارتعاشاتی سیستم صفر می‌شود، درنتیجه سازه متحمل ناپایداری استاتیکی می‌شود. در این حالت پاسخ دینامیکی سازه بدون نوسان با زمان به‌شدت بزرگ می‌شود. با افزایش بیشتر سرعت محوری، در U=۵، قسمت حقیقی مقدار موهومی افزایش می‌یابد، درنتیجه دامنه ارتعاشات سازه به‌صورت نمایی با زمان تقویت می‌شود. در



شکل ۱۵. اثر تغییرات دمایی بر فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم با سطح مقطع متقارن با نادیده‌گیری اثرات اندازه، بستر، نیروهای محوری و پیرو برای U=۲

Fig. 15. The effect of temperature changes on the vibration frequencies of the system with a symmetrical cross-section, ignoring the effects of size, bed, axial and follower forces for U=2



شکل ۱۶. پاسخ زمانی سیستم با سطح مقطع متقارن با نادیده‌گیری اثرات اندازه، بستر، تغییرات دمایی، نیروهای محوری و پیرو برای Ω=۵

Fig. 16. Time response of the system with symmetrical cross-section, ignoring the effects of size, substrate, temperature changes, axial and follower forces for Ω=5

چنین سرعتی، سازه ناپایداری فلاتر را که همراه با نوسان است تجربه می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

براساس تئوری غیرمحلی ارینگن، دینامیک تیرهای نانومقیاس با حرکات طولی و چرخشی محاط شده در بستر ویسکوالاستیک-پاسترناک که تحت نیروهای محوری و پیرو هستند، مدل شد. همچنین، اثرات سطح مقطع نامتقارن و تغییرات حرارتی نیز برای سیستم درنظرگرفته شد. معادلات دینامیکی سیستم با درنظرگیری اثرات سطحی به دست آمدند. با کمک روش گسسته سازی گالرکین، معادلات کاهش مرتبه یافته سیستم به دست آمدند و با حل مسئله مقدار ویژه، فرکانس‌های ارتعاشاتی، آستانه ناپایداری‌های استاتیکی و دینامیکی تعیین شدند. باهدف اعتبارسنجی، مطالعات مقایسه‌ای با مقالات علمی موجود انجام شد. اثر پارامترهای کلیدی بر رفتار دینامیکی و پایداری سیستم آزموده شدند. نتایج مهم به‌دست‌آمده در پژوهش حاضر عبارت هستند از:

- ✓ درنظرگیری اثرات سطحی در سیستم منجر به افزایش فرکانس‌های ارتعاشاتی و بهبود پایداری سیستم می‌شود.
- ✓ برعکس نیروی محوری کششی، نیروی فشاری پیرو باعث کاهش سرعت‌های طولی و چرخشی مربوط به ناپایداری استاتیکی می‌شود.
- ✓ در مقایسه با بستر وینکلر، بستر پاسترناک اثر مشهودتری بر بهبود پایداری سیستم دارد.
- ✓ به دلیل اثرات نرم شوندگی پارامتر غیرمحلی، فرکانس‌های ارتعاشاتی و پایداری سیستم با افزایش غیرمحلیت کاهش می‌یابند.
- ✓ افزایش ضخامت/طول/نسبت طول به قطر سیستم منجر به کاهش/افزایش/افزایش آستانه ناپایداری سیستم می‌شود.
- ✓ با افزایش سرعت محوری، سیستم هر دو ناپایداری استاتیکی و دینامیکی را تجربه می‌کند. درحالی‌که با افزایش سرعت چرخشی، سیستم تنها متحمل ناپایداری استاتیکی یا دینامیکی می‌شود.
- ✓ با درنظرگیری سطح مقطع نامتقارن، شاخه‌های فرکانسی در دیاگرام کمپل دیگر موازی نخواهند بود. همچنین، مرز ناپایداری استاتیکی برای سیستم‌های با سطح مقطع نامتقارن تبدیل یک ناحیه ناپایداری می‌شود.
- ✓ برعکس محیط دما-بالا، با افزایش درجه حرارت در محیط دما-پایین، پایداری فرکانس‌های ارتعاشاتی سیستم بهبود می‌یابند.
- ✓ بادرنظرگیری میرایی برای بستر، سیستم دیگر پدیده کوپل-مود فلاتر را تجربه نمی‌کند.

۶- فهرست علائم

A	مشخصه طولی
E	مدول یانگ نانوتیر
E_S	مدول یانگ لایه سطحی
E_e	انرژی پتانسیل کرنشی
EI_{eff}	صلبیت خمشی معادل
$e_.$	ثابت ماده
d	قطر داخلی نانوتیر
D	قطر خارجی نانوتیر
k_W	ضریب الاستیک بستر وینکلر
k_P	ضریب الاستیک بستر پاسترناک
L	طول نانوتیر
M	ممان خمشی
N	تعداد مود ارتعاشاتی
P	نیروی محوری
$P_k(t)$	مختصات تعمیم‌یافته در راستای z
q	نیروی توزیع‌شده مماسی
$q_j(t)$	مختصات تعمیم‌یافته در راستای y
T_k	انرژی جنبشی سیستم
U	سرعت محوری
v	جابجایی عرضی در راستای y
W	کار نیروی خارجی
w	جابجایی عرضی در راستای z
ε_x	کرنش طولی
σ_x	تنش محوری
ρ	چگالی نانوتیر
$\tau_.$	تنش سطحی پسماند
η	پارامتر غیرمحلی
φ	شکل مود ارتعاشاتی سیستم
Ω	سرعت چرخشی

منابع

[1] A. Forooghi, A. Ebrahimi Mamaghani, Vibrational behavior of viscoelastic AFG rotating micro-beam with longitudinal motion under axial load in magnetic field based on the modified couple stress theory, Journal of Solid and Fluid Mechanics, 10(3) (2020) 159-180.

[2] Z.-X. Zhou, O. Koochakianfard, Dynamics of spinning functionally graded Rayleigh tubes subjected to axial and follower forces in varying environmental conditions, The European Physical Journal Plus, 137(1) (2022) 1-35.

[3] K. Zhu, J. Chung, Vibration and stability analysis of a simply-supported Rayleigh beam with spinning and axial motions, Applied Mathematical Modelling, 66 (2019) 362-382.

[4] X.-D. Yang, J.-H. Yang, Y.-J. Qian, W. Zhang, R.V. Melnik, Dynamics of a beam with both axial moving and spinning motion: An example of bi-gyroscopic continua, European Journal of Mechanics-A/Solids, 69 (2018) 231-237.

[5] X. Li, Y. Qin, Y. Li, X. Zhao, The coupled vibration characteristics of a spinning and axially moving composite thin-walled beam, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 25(9) (2018) 722-731.

[6] S. Sahebkar, M. Ghazavi, S. Khadem, M. Ghayesh, Nonlinear vibration analysis of an axially moving drillstring system with time dependent axial load and axial velocity in inclined well, Mechanism and Machine Theory, 46(5) (2011) 743-760.

[7] M.H. Ghayesh, M.R. Ghazavi, S.E. Khadem, Non-linear vibration and stability analysis of an axially moving rotor in sub-critical transporting speed range, Structural engineering and mechanics: An international journal, 34(4) (2010) 507-523.

[8] H. Sarparast, A. Alibeigloo, V. Borjalilou, O. Koochakianfard, Forced and free vibrational analysis of viscoelastic nanotubes conveying fluid subjected to moving load in hygro-thermo-magnetic environments with surface effects, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 22(4) (2022) 1-28.

[9] W. Xu, G. Pan, M.A. Khadimallah, O. Koochakianfard, Nonlocal vibration analysis of spinning nanotubes conveying fluid in complex environments, Waves in Random and Complex Media, 22(5) (2021) 1-33.

[10] L. Lingling, M. Ruonan, O. Koochakianfard, Size-dependent vibrational behavior of embedded spinning tubes under gravitational load in hygro-thermo-magnetic fields, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, (2022) 09544062211068730.

[11] C.W. Lim, C. Li, J.-L. Yu, Dynamic behaviour of axially moving nanobeams based on nonlocal elasticity approach, Acta Mechanica Sinica, 26(5) (2010) 755-765.

[12] S. Hosseini, O. Rahmani, Exact solution for axial and transverse dynamic response of functionally graded nanobeam under moving constant load based on nonlocal elasticity theory, Meccanica, 52(6) (2017) 1441-1457.

[13] H.B. Khaniki, Vibration analysis of rotating nanobeam systems using Eringen's two-phase local/nonlocal model, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 99 (2018) 310-319.

[14] M. Ghadiri, N. Shafiei, Nonlinear bending vibration of a rotating nanobeam based on nonlocal Eringen's theory using differential quadrature method, Microsystem Technologies, 22(12) (2016) 2853-2867.

[15] L. Wang, Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 43(1) (2010) 437-439.

[16] A. Amiri, R. Talebitooti, L. Li, Wave propagation in viscous-fluid-conveying piezoelectric nanotubes considering surface stress effects and Knudsen number based on nonlocal strain gradient theory, The European Physical Journal Plus, 133(7) (2018) 1-17.

[17] M. Atashafrooz, R. Bahaadini, H.R. Sheibani, Nonlocal, strain gradient and surface effects on vibration and instability of nanotubes conveying nanoflow, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 27(7) (2020) 586-598.

[18] Y.Q. Wang, Y.H. Wan, J.W. Zu, Nonlinear dynamic

Mathematical Modelling, 59 (2018) 597-613.

[28] A. Ebrahimi-Mamaghani, A. Forooghi, H. Sarparast, A. Alibeigloo, M. Friswell, Vibration of viscoelastic axially graded beams with simultaneous axial and spinning motions under an axial load, Applied Mathematical Modelling, 90 (2021) 131-150.

[29] M. Hosseini, R. Bahaadini, B. Jamali, Nonlocal instability of cantilever piezoelectric carbon nanotubes by considering surface effects subjected to axial flow, Journal of Vibration and Control, 24(9) (2018) 1809-1825.

[30] L. Li, Y. Hu, Wave propagation in fluid-conveying viscoelastic carbon nanotubes based on nonlocal strain gradient theory, Computational materials science, 112 (2016) 282-288.

[31] Mamaghani, Ali Ebrahimi, S. E. Khadem, Saeed Bab, Vibration control of a pipe conveying fluid under external periodic excitation using a nonlinear energy sink, Nonlinear Dynamics 86(3) (2016) 1761-1795.

[32] R. Bahaadini, M. Hosseini, A. Jamalpoor, Nonlocal and surface effects on the flutter instability of cantilevered nanotubes conveying fluid subjected to follower forces, Physica B: Condensed Matter, 509 (2017) 55-61.

[33] H. Sarparast, A. Alibeigloo, S.S. Kesari, S. Esfahani, Size-dependent dynamical analysis of spinning nanotubes conveying magnetic nanoflow considering surface and environmental effects, Applied Mathematical Modelling, 108 (2022) 92-121.

[34] P. Malekzadeh, M. Shojaee, Surface and nonlocal effects on the nonlinear free vibration of non-uniform nanobeams, Composites Part B: Engineering, 52 (2013) 84-92.

[35] Y. Bai, M. Suhatril, Y. Cao, A. Forooghi, H. Assilzadeh, Hygro–thermo–magnetically induced vibration of nanobeams with simultaneous axial and spinning motions based on nonlocal strain gradient theory, Engineering with Computers, 22(6) (2021) 1-18.

[36] A. Ebrahimi-Mamaghani, R. Sotudeh-Gharebagh, R. Zarghami, N. Mostoufi, Dynamics of two-phase flow in vertical pipes, Journal of Fluids and Structures, 87 (2019)

characteristics of functionally graded sandwich thin nanoshells conveying fluid incorporating surface stress influence, Thin-Walled Structures, 135 (2019) 537-547.

[19] Z. Rahimi, Vibration analysis of curved nanotube conveying fluid and nanoparticle considering surface and non-local effects, Waves in Random and Complex Media, 21(4) (2021) 1-20.

[20] S.M. Pourkiaee, S.E. Khadem, M. Shahgholi, S. Bab, Nonlinear modal interactions and bifurcations of a piezoelectric nanoresonator with three-to-one internal resonances incorporating surface effects and van der Waals dissipation forces, Nonlinear Dynamics, 30(2) (2017) 1-32.

[21] M. Ghadiri, N. Shafiei, A. Akbarshahi, Influence of thermal and surface effects on vibration behavior of nonlocal rotating Timoshenko nanobeam, Applied Physics A, 122(7) (2016) 1-19.

[22] M. Ghadiri, N. Shafiei, H. Safarpour, Influence of surface effects on vibration behavior of a rotary functionally graded nanobeam based on Eringen's nonlocal elasticity, Microsystem Technologies, 23(4) (2017) 1045-1065.

[23] F. Liang, X.-D. Yang, Y.-J. Qian, W. Zhang, Transverse free vibration and stability analysis of spinning pipes conveying fluid, International Journal of Mechanical Sciences, 137 (2018) 195-204.

[24] M.H. Ghayesh, M. Amabili, Post-buckling bifurcations and stability of high-speed axially moving beams, International Journal of Mechanical Sciences, 68 (2013) 76-91.

[25] T. Yan, T. Yang, L. Chen, Direct Multiscale Analysis of Stability of an Axially Moving Functionally Graded Beam with Time-Dependent Velocity, Acta Mechanica Solida Sinica, 34 (2022) 77-91.

[26] M. Banerjee, J. Mazumdar, A review of methods for linear and nonlinear vibration analysis of plates and shells, Procedia Engineering, 144 (2016) 493-503.

[27] R. Bahaadini, M. Hosseini, Flow-induced and mechanical stability of cantilever carbon nanotubes subjected to an axial compressive load, Applied

150-173.

[37] P. Lu, Dynamic analysis of axially prestressed micro/nanobeam structures based on nonlocal beam theory, Journal of Applied Physics, 101(7) (2007) 073504.

[38] Y.-G. Hu, K.M. Liew, Q. Wang, Nonlocal continuum model and molecular dynamics for free vibration of single-walled carbon nanotubes, Journal of nanoscience and nanotechnology, 11(12) (2011) 10401-10407.

[39] W. Duan, C.M. Wang, Y. Zhang, Calibration of nonlocal scaling effect parameter for free vibration of carbon nanotubes by molecular dynamics, Journal of applied physics, 101(2) (2007) 024305.

[40] B. Arash, R. Ansari, Evaluation of nonlocal parameter in the vibrations of single-walled carbon nanotubes with initial strain, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 42(8) (2010) 2058-2064.

[41] C. Lim, G. Zhang, J. Reddy, A higher-order nonlocal elasticity and strain gradient theory and its applications in wave propagation, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 78 (2015) 298-313.

[42] J. Banerjee, H. Su, Dynamic stiffness formulation and free vibration analysis of a spinning composite beam, Computers & structures, 84(19-20) (2006) 1208-1214.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

O. Koochakianfard, A. Alibeigloo, Nonlocal Vibration of Nanobeam Embedded in Viscoelastic Pasternak Foundation with Longitudinal and Rotational Motions with Surface Effects, Amirkabir J. Mech Eng., 54(10) (2023) 2215-2238.

DOI: 10.22060/mej.2022.21234.7407

این صفحه عمداً خالی است