



تأثیر خروج از مرکز پره حلقوی در دسته پره‌های در معرض جریان بر روی تنش‌های حرارتی آن

محمد عباسی شیرگ^۱، سمیرا پایان^{۲*}، مجتبی حسینی^۲

۱-دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران
۲-دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر، سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۷/۱۶
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۲۵
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۹/۲۱

کلمات کلیدی:

روش المان محدود
روش حجم محدود
خروج مرکز پره
تنش حرارتی
جریان متلاطم

خلاصه: در این مقاله، تأثیر جریان سیال گذرنده از روی یک دسته پره حلقوی با خروج از مرکزهای مختلف بر روی تنش‌های حرارتی ایجاد شده در پره‌ها بررسی می‌شود. برای حل معادلات جریان متلاطم در سیال و تنش حرارتی در جامد به ترتیب از روش حجم محدود و المان محدود استفاده می‌شود. در این مطالعه تأثیر ۲ گام و ۴ ارتفاع پره بر روی میزان تنش حرارتی پره‌ها بررسی می‌گردد. سپس در هر ارتفاع پره، اثر ۵ خروج از مرکز به منظور کاهش تنش‌های حرارتی ایجاد شده در پره‌ها در نظر گرفته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد در هر ارتفاع پره، یک خروج از مرکز بهینه وجود دارد که میزان تنش حرارتی در پره در آن حالت از بقیه حالات کمتر است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که بیشترین درصد کاهش تنش در پره نسبت به حالت بدون خروج از مرکز در هر دو گام ۴ و ۸ میلی‌متر مربوط به ارتفاع ۴ میلی‌متری پره و به ترتیب بیش از ۳۰٪ و ۳۵٪ می‌باشد. بعلاوه، در خروج از مرکز بهینه پره‌ها، اگرچه کاهش تنش حرارتی قابل ملاحظه است اما افت فشار و انتقال حرارت به نسبت حالت بدون خروج از مرکز تفاوت ناچیزی دارد.

۱- مقدمه

پره‌ها یک ابزار مهندسی هستند که در صنایع مختلف کاربرد دارند و برای افزایش انتقال حرارت از سطح، مناسب می‌باشند. تحقیقات انجام شده در زمینه حرارت و تنش حرارتی دسته پره‌ها حلقوی را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم‌بندی کرد. دسته اول کارهایی که بدون حضور جریان و بدون خروج از مرکز انجام شده‌اند. دسته دوم کارهایی که انتقال حرارت در پره را با حضور جریان در حالت‌های با و بدون خروج از مرکز بررسی کرده‌اند. در ادامه به چندین مطالعه انجام شده در زمینه انتقال حرارت در پره و دسته پره‌ها پرداخته می‌شود.

می‌ساندر مون [۱] در سال ۲۰۰۴ به بررسی عددی اثرات گام پره در مبدل‌های حرارتی لوله-پره حلقوی پرداخت و اثرات گام پره بر روی یک مجموعه چهار ردیفه لوله-پره حلقوی را به صورت خطی و غیرخطی مورد بررسی قرار داد. او از مدل آشفتگی برای پیش‌بینی جریان ناپایدار و انتقال حرارت مزدوج استفاده کرد. او نشان داد که پیشرفت لایه مرزی و گردابه‌های نعل اسبی بین پره‌ها به طور قابل توجهی وابسته به نسبت گام پره، ارتفاع

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s_payan_usb@eng.usb.ac.ir

پره و همچنین عدد رینولدز است. اریک و همکاران [۲] در سال ۲۰۰۵ به بررسی تأثیر تغییرات پارامترهای هندسی لوله و پره مبدل‌های حرارتی بر انتقال حرارت و افت فشار پرداختند. به دلیل شرایط متقارن حاکم بر مدل به کار رفته در پژوهش، یک دهم پره را برای مطالعه در نظر گرفتند. آن‌ها نتایج انتقال حرارت و افت فشار کل را برای ۱۰ پره مختلف بررسی و مقایسه کردند. آن‌ها نشان دادند که گام پره به نسبت سایر پارامترهای هندسی دیگر بیشترین تأثیر را بر روی افت فشار دارد و با افزایش ارتفاع پره مقادیر انتقال حرارت افزایش می‌یابد که این افزایش به دلیل افزایش سطح انتقال حرارت می‌باشد. مهمت ساهین و همکاران [۳] در سال ۲۰۰۷ یک مطالعه سه بعدی بر روی همبستگی بین زوایا و رفتار گرمایی در مبدل‌های حرارتی لوله-پره انجام دادند. آن‌ها در این مطالعه، افزایش انتقال حرارت و افت فشار هفت زاویه مختلف پره در مبدل حرارتی لوله-پره را مقایسه کردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش θ ، مقادیر دما برای همه نمونه‌ها، روی سطح پره ۲ از سطح پره ۱ بیشتر است. همچنین نشان داده شد، هنگامی که فاصله بین دو پره کاهش پیدا می‌کند، سرعت مایع در سطح مقطع افزایش می‌یابد که

باعث بهتر شدن خصوصیات انتقال حرارت می‌شود. هرچند، فاصله بین پره‌ها تأثیر به‌سزایی بر افت فشار دارد و کاهش فاصله بین دو پره باعث تأثیرات منفی روی افت فشار، و افزایش آن می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که برای زاویه $\theta=30^\circ$ ، که زاویه بهینه است بیشترین بهبود انتقال حرارت $1/W_{42}$ به وجود می‌آید. همچنین نتایج آنها نشان می‌دهد که هر افزایشی در افت فشار ناشی از ضریب تراکم بزرگتر، مزیتی برای انتقال حرارت به ارمغان می‌آورد. بنابراین طراحی مبدل حرارتی باید بزرگترین فاکتور فشردگی را که افت فشار مجاز می‌تواند تحمل کند، هدف قرار دهد. آن‌ها همچنین نشان دادند که افزایش انتقال حرارت در هندسه پره‌های سوزنی، بیشتر از پره صفحه‌ای و حلقوی است.

ماو یو ون و هو [۴] در سال ۲۰۰۹ به مطالعه انتقال حرارت در مبدل‌های حرارتی لوله و پره با طراحی پره بهبود یافته پرداختند. این پژوهش اطلاعاتی یک طرح آزمایشی را بر روی عناصر مبدل حرارتی لوله و پره نشان می‌دهد. در این مطالعه سه پره (پره تخت، پره موجی و پره‌های مرکب) در یک تونل باد مورد بررسی قرار گرفتند. ضریب انتقال حرارت، افت فشار جانبی، ضریب کولبرن و ضریب اصطکاک در سرعت هوا ۱ تا ۳ متر بر ثانیه و رینولدز ۲۰۰ تا ۶۰۰ مورد محاسبه و بررسی قرار گرفت. نتایج پره موجی در مقایسه با پره تخت نشان می‌دهد که افت فشار، ضریب انتقال حرارت، ضریب اصطکاک و ضریب کولبرن به ترتیب در حدود $10/9\%$ تا $31/9\%$ ، $11/8\%$ تا $24/0\%$ ، $2/2\%$ تا $27/5\%$ و $0/5\%$ تا $27/7\%$ افزایش می‌یابد. هارون بیلیرگن و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۳ یک بررسی عددی از دسته پره‌های حلقوی با استفاده از نرم افزار انسیس فلونت انجام دادند. آن‌ها تأثیر فاصله پره، ارتفاع پره، ضخامت پره و جنس پره بر روی انتقال حرارت کلی و افت فشار را برای نمونه‌های مختلف تجزیه و تحلیل کردند. بررسی‌های ایشان نشان داد که با افزایش ارتفاع پره، انتقال حرارت کلی و افت فشار افزایش می‌یابد که برای فاصله بین پره کمتر، این افزایش انتقال حرارت کلی و افزایش افت فشار، مقدار بزرگتری دارد. چی جان وانگ و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۵ یک مطالعه تجربی از عملکرد مبدل‌های حرارتی لوله-پره که دارای آرایش پره ساده، پنجره‌ای و نیمه گود بودند انجام دادند و مقایسه‌ای بر روی ۱۸ نمونه متفاوت و با تعداد ردیف لوله $N=1$ و $N=2,4$ انجام دادند و نشان دادند که در حالت $N=1$ با گام پره کمتر از $1\text{mm}/6$ ، ضریب انتقال حرارت برای هندسه پره پنجره‌ای به نسبت هندسه پره ساده و هندسه پره نیمه گود، مقداری بیشتری است. ایوانو پترچی و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۶ به بررسی شبیه‌سازی عددی فضای بهینه برای یک سیلندر پره‌دار که به وسیله یک جت مستطیلی سرد

می‌شود، پرداختند. متوسط انتقال حرارت بر روی این سیلندر پره‌دار که توسط یک جت مستطیلی از ارتفاع مشخصی سرد می‌شود را با دو مدل آشفتگی $k-\epsilon$ و $k-\omega$ (RNG و SST) به منظور ارزیابی فاصله بهینه بین پره‌ها مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که پیکربندی بهینه، وقتی نسبت گام پره به ارتفاع پره (s/l) بیشینه باشد، بدست می‌آید. حکیم بن مشیشه و همکاران [۸] سال ۲۰۱۷ یک مطالعه دینامیک سیالاتی سه بعدی را برای مقایسه ویژگی‌های انتقال حرارت و افت فشار دسته لوله‌های با پره دایروی هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز انجام دادند. آن‌ها برای تعیین موقعیت بهینه لوله و پره از مدل آشفتگی $k-\epsilon$ RNG استفاده کردند.

در زمینه پژوهش‌های انجام شده در رابطه با تنش‌های حرارتی در پره و دسته پره می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

شانگ سنگ وو [۹] در سال ۱۹۹۷ به مطالعه تنش‌های حرارتی گذرا در یک پره حلقوی که پایه آن در معرض شار حرارتی که به صورت نمایی بر حسب زمان تغییر می‌کند، پرداخت. در این مطالعه فرض شد که ماده ایزوتروپیک است و تمام خصوصیات حرارتی آن ثابت هستند. او با تجزیه و تحلیل توزیع دما و توزیع تنش در این پره حلقوی نشان داد که دمای پره با افزایش زمان، افزایش می‌یابد. با این حال وقتی دمای پره به بالاترین نقطه خود می‌رسد، دمای آن شروع به کاهش می‌کند و سرانجام به حالت پایدار می‌رسد. همچنین نتایج او نشان داد که با افزایش فاصله از پایه پره، دمای پره کاهش می‌یابد. چیو و چن [۱۰] در سال ۲۰۰۲ به تجزیه و تحلیل یک میدان تنش در یک پره حلقوی با ضریب هدایت حرارتی وابسته به دما است، پرداختند. آن‌ها مسئله خود را با شرط مرزی انتقال حرارت پرئودیک مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. آن‌ها با انتگرال‌گیری مستقیم از توزیع دما، توزیع تنش حرارتی گذرا را بدست آوردند. کونال ادیکاری و مالیک [۱۱] در سال ۲۰۱۸ تنش‌های حرارتی ایجاد شده توسط انتقال حرارت همرفت و تابشی را در پره‌های حلقوی سوراخ شده با هدایت حرارتی ثابت، مورد مطالعه قرار دادند و نشان دادند که سوراخ کردن پره می‌تواند تنش حرارتی و کرنش حرارتی را تحت تأثیر قرار دهد. آن‌ها بررسی‌های خود را برای پره سوراخ‌دار و پره بدون سوراخ انجام دادند و نشان دادند که تنش حرارتی پس از سوراخ کردن پره به میزان قابل توجهی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. آن‌ها همچنین نشان دادند که می‌توان با ایجاد سوراخ‌هایی در نزدیکی نوک پره، تنش حرارتی را به حداقل رساند. همچنین، مطالعات آنها نشان می‌دهد که دما در نوک پره در حالت سوراخ شده مقدار بسیار کمتری نسبت به حالت پره بدون سوراخ است. اوکلن و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۲۱ ورودی مبدل حرارتی

بدون جریان سیال و با جریان سیال اطراف پره را حل کردند. در حالت با جریان سیال نیز دو حالت در نظر گرفتند و ابتدا یک پره در جریان آزاد مورد تحلیل قرار دادند و سپس به منظور کاربردی کردن بیشتر مسئله، جریان حول یک پره در بین یک دسته پره را با فرض شرایط پربودیک مطالعه کردند. آن‌ها نشان دادند که تنش‌های حرارتی ایجاد شده در حالت بدون جریان و با جریان (جریان خارجی) در پره در لحظه‌های اولیه تفاوت زیادی با هم ندارد. همچنین نتایج آن‌ها نشان داد که مکان بدترین تنش مماسی در دو حالت با جریان خارجی و بدون جریان تغییر نمی‌کند اما مقدار آن در حالت با جریان بیشتر است. آن‌ها همچنین نشان دادند که تنش مماسی در حالت با جریان متقارن نبوده و مکان بدترین تنش در پایه پره در ناحیه جبهه جریان اتفاق می‌افتد. حسینی و همکاران [۱۷] همچنین در سال ۲۰۲۰ به مقایسه اثر دو رژیم جریان آرام و آشفته بر روی تنش‌ها و کرنش‌های حرارتی در یک پره حلقوی پرداختند. آن‌ها با مقایسه این دو رژیم جریان نشان دادند که در جریان آشفته مقدار تنش و کرنش مؤثر بیشتر شده اما همچنان مکان بدترین مقدار تنش و کرنش مؤثر همانند جریان آرام می‌باشد. تنش مماسی نیز در هر دو رژیم جریان آرام و آشفته متقارن نبوده و بیشترین مقدار قدر مطلق خود را در پایه پره و در ناحیه جبهه جریان دارد. همچنین در هر دو رژیم جریان، توزیع دمای پره دو بعدی می‌باشد که این امر سبب شده است که در پره، کرنش‌های حرارتی نامتقارن و در نتیجه تنش‌های حرارتی نامتقارن با مقادیر قابل ملاحظه ایجاد شود.

با توجه به پژوهش‌های بیان شده، مشخص شد که تا به حال تأثیر جریان بر روی تنش‌های ایجاد شده در دسته پره‌های حلقوی با خروج از مرکز بررسی نشده‌است. در این مقاله، یک پره حلقوی در دسته پره‌ها با خروج از مرکز $L=1, 2, 3, 4, 5$ مورد بررسی قرار می‌گیرد تا تأثیر خروج از مرکز بر روی تنش‌های حرارتی ایجاد شده در دسته پره‌ها مشخص گردد و مقدار بهینه خروج از مرکز که کمترین تنش حرارتی را در دسته پره‌ها ایجاد می‌کند بدست آید. تأثیر ارتفاع و گام پره‌ها بر روی بهترین خروج از مرکز که منجر به کمترین مقدار تنش حرارتی بیشینه در پره می‌شود، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

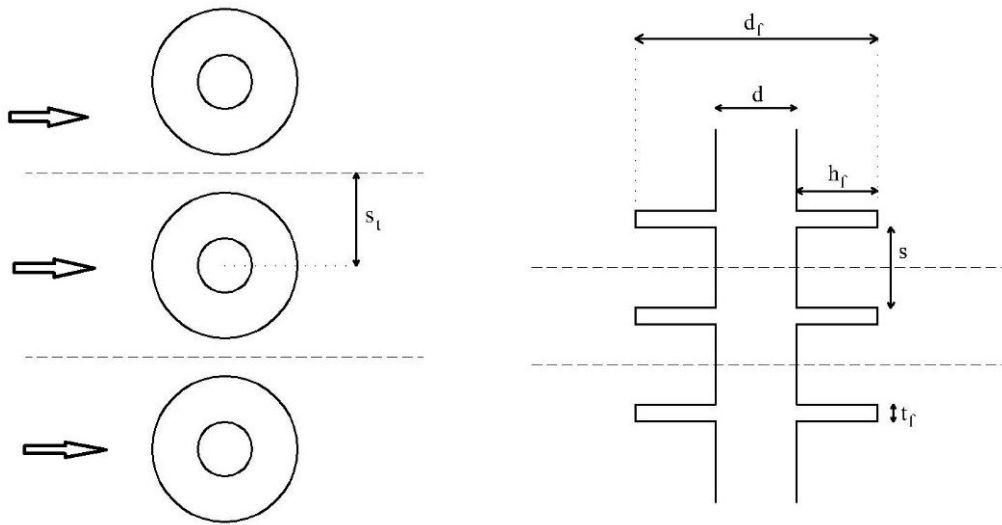
۲- شرح مسئله و معادلات حاکم

۲-۱- شرح مسئله

شکل ۱ نمای برش خورده‌ای از دسته پره مورد بررسی بدون خروج از مرکز را نشان می‌دهد. از ابعاد دسته پره مرجع [۵] برای کار حاضر

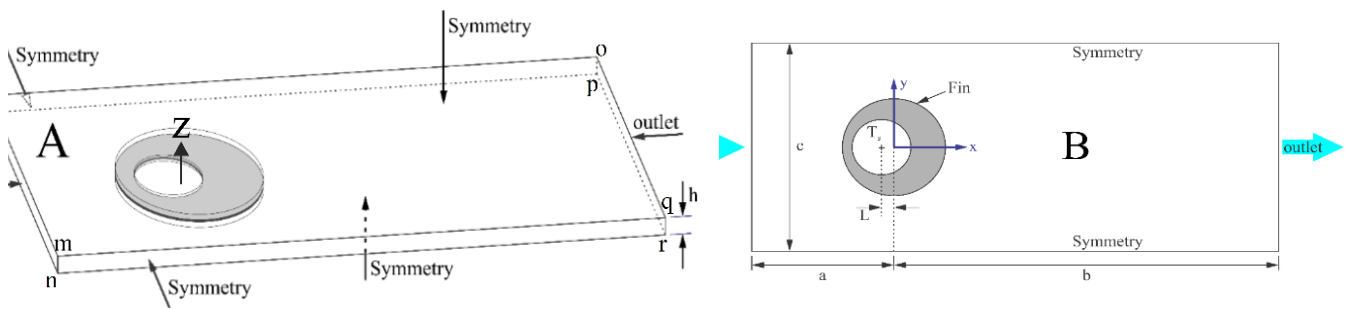
لوله‌های فین دار که در دمای بالا کار می‌کردند را طراحی و بهینه سازی کردند. علت این موضوع اطمینان از توزیع یکنواخت سرعت در لوله‌ها بود تا از ایجاد گرادیانهای دمای بالا جلوگیری نموده و تنش حرارتی را به حداقل رسانند و از شکست مبدل حرارتی جلوگیری نمایند. عملکرد قابل انعطاف یک واحد مثل جداساز هوا ممکن است منجر به افزایش تنش حرارتی در یک واحد اصلی آن مثل مبدل حرارتی شود. فریچ و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۲۱ در راستای پروژه کوپرنیکوس برای گذار از استفاده از سوخت‌های فسیلی به سمت سوخت‌های پاک، یک دکل اندازه گیری کرایونیک که در گستره دمایی -۱۷۵ تا ۵۰ درجه سانتیگراد کار می‌کند، ساختند تا اثرات خستگی ناشی از تنش حرارتی را که در اثر اعمال بار دینامیکی ایجاد می‌گردد اندازه بگیرد و از داده‌های آن برای بهبود عملکرد وسایل تخمین طول عمر قطعات استفاده گردد. مرادی کازرونی [۱۴] در سال ۲۰۲۲ به بررسی تجربی و عددی تنش حرارتی و تغییر شکل یک کلکتور لوله موج دار متحرک پرداختند. در این سیستم، منبع دمای بالا، ژنراتور الکترونی می‌باشد و هدف یافتن تعداد مناسب میکرو کانالهای جریان داخل کلکتور و همچنین دمای ورودی سیال خنک کن به منظور مدیریت هزینه انرژی و کاهش تنش حرارتی می‌باشد. با در نظر گرفتن شمار کانال‌ها (از ۲۰۰ به ۴۰۰) دمای سیال کاری در ۳۰۰ فوت مکعب بر دقیقه، طول و عرض کانال‌ها، عدد رینولدز و ناسلت، توان پمپ مورد نیاز، افت فشار، تغییر شکل و تنش حرارتی مطالعه شدند. نتایج بدست آمده نشان داد که مس، آلومینیوم و آلیاژ کوار برای کلکتور و دمای ۲۵ درجه برای سیال مناسب است. زونکوان لیو و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۲۲ روی نوسانات تنش حرارتی در یک قطعه تحت جت جریان در سیستم راکتور هسته‌ای بررسی عددی انجام دادند. نوسانات دما در قطعه منجر به نوسانات تنش حرارتی می‌شود و نهایتاً ممکن است منجر به خستگی و شکست قطعه شود. آن‌ها برای بدست آوردن تنش حرارتی از یک مدل ساده استفاده کردند. آن‌ها تنش حرارتی در سطح قطعه و عمق‌های متفاوت در جهت جریان را بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد با پیشروی در جهت عمق، تنش حرارتی کاهش می‌یابد و در سرعت جریان بالا، فرکانس نوسانات تنش حرارتی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش اختلاف دما نیز شدت نوسانات تنش حرارتی افزایش می‌یابد.

حسینی و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۸ به بررسی اثر جریان بر تنش‌ها و کرنش‌های حرارتی در پره حلقوی پرداختند. آن‌ها از روش حجم محدود برای حل معادلات جریان و از روش المان محدود برای حل معادلات تنش حرارتی در جامد استفاده کردند. آن‌ها تنش حرارتی پره در دو حالت کلی



شکل ۱. دو نمای برش خورده از دسته پره حلقوی

Fig. 1. Two cut views of annular fin bundle



شکل ۲. الف) نمایی از پره حلقوی با خروج از مرکز داخل دامنه حل از نمای بالا

Fig. 2. A) The view of the annular fin with eccentricity in the solution domain, B) top view of the annular fin with eccentricity in the solution domain

استفاده می‌شود. در شکل ۲ الف و ب به ترتیب یک نمای دو بعدی و یک نمای سه بعدی از پره حلقوی مورد بررسی با اعمال خروج از مرکز دیده می‌شود. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود یک دامنه حل مکعب مستطیلی اطراف پره مورد مطالعه در نظر گرفته می‌شود تا محیط سیال در آن شبیه‌سازی شود. فاصله مرکز پره از خروجی ($b=1/\Delta m$) و از ورودی ($a=0.7m$)، ارتفاع دامنه حل ($h=0.04m$) و عرض دامنه حل ($h=0.048m$) در نظر گرفته می‌شود. همچنین مبدأ دستگاه مختصات در نقطه $(a, c/2, h/2)$ در نظر گرفته شده است. جدول ۱ برخی از مشخصات پره و دما و سرعت ورودی را نشان می‌دهد.

شکل ۲ الف و ب به ترتیب یک نمای دو بعدی و یک نمای سه بعدی از پره حلقوی مورد بررسی با اعمال خروج از مرکز دیده می‌شود. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود یک دامنه حل مکعب مستطیلی اطراف پره مورد مطالعه در نظر گرفته می‌شود تا محیط سیال در آن شبیه‌سازی شود. فاصله مرکز پره از خروجی ($b=1/\Delta m$) و از ورودی ($a=0.7m$)، ارتفاع دامنه حل ($h=0.04m$) و عرض دامنه حل ($h=0.048m$) در نظر گرفته می‌شود. همچنین مبدأ دستگاه مختصات در نقطه $(a, c/2, h/2)$ در نظر گرفته شده است. جدول ۱ برخی از مشخصات پره و دما و سرعت ورودی را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مشخصات هندسی و خواص جنس پره

Table 1. Fin geometry parameters and its properties

خواص جنس پره	ابعاد پره	سرعت و دماهای مشخص
$\rho^S = 2700 \text{ kg/m}^3$	$s_t = 40 / 8 \text{ mm}$	$T_{in} = 308 / 15 \text{ K}$
$E_s = 71 \times 10^9$	$d = 24 \text{ mm}$	$T_{bf} = 283 / 15 \text{ K}$
$C_p^S = 925 \text{ J/kg.K}$	$s = 4 / 8 \text{ mm}$	$V_{in} = 4 / 5 \text{ K}$
$\alpha^* = 2/3 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$	$h_f = 2, 4, 6, 8$	-
-	$t_f = 0 / 5 \text{ mm}$	-
-	$L = 1, 2, 3, 4, 5$	-

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{k} u_j^f) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_p \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \right] + \mu_t S^2 - \rho \varepsilon$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\varepsilon u_j^f) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_p \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1a} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t S - C_{2a} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R \quad (4)$$

حرارتی در پره می‌گردد، به دست آید. مسئله با میدان جریان متلاطم و با خواص ثابت توسط نرم افزارهای انسیس فلونت و انسیس مکانیکال حل می‌گردد. از مدل مغشوش RNG κ - ε با استفاده از الگوریتم سیمپل برای حل جریان متلاطم استفاده شد. روش اختلاف بالادست مرتبه دوم برای حل معادلات ممنتوم و انرژی برای حل عددی مورد استفاده قرار گرفت.

$$C_{\mu} = 0.0845, C_{1e} = 1.42, C_{2e} = 1.68,$$

$$\left| \frac{\alpha_p - 1.3929}{-0.3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha_p + 2.3929}{3.3929} \right|^{0.3679} = \frac{\mu}{\mu_{\text{eff}}}$$

$$R = \frac{C_{\mu} \rho \eta^3 (1 - \frac{\eta}{\eta_0}) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{S \tilde{k}}{k}, \eta = \frac{S \tilde{k}}{\varepsilon} \quad (5)$$

$$\eta_0 = 4.38, \beta = 0.012, S^2 = 2 S_{ij} S_{ij}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

۲-۲ معادلات حاکم و شرایط مرزی

۲-۲-۱ حوزه سیال

معادلات حاکم برای انتقال حرارت و جریان سیال آشفته و تراکم ناپذیر برای پره در دسته پرها به ترتیب عبارتند از معادله پیوستگی، ممنتوم و انرژی:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i^f) = 0 \quad (1)$$

شرایط مرزی: سطوح بالا imoq و پایین پره njrp و همچنین سطوح

سمت راست و چپ پره nmqr و ijop مطابق شکل ۲ دارای شرط مرزی

تقارن می‌باشند.

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i^f u_j^f) = -\frac{\partial p^f}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i^f}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^f}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k^f}{\partial x_k} \right) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u_i^f u_j^f}) - \overline{u_i^f u_j^f} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i^f}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^f}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} (\rho k + \mu_t) \frac{\partial u_i^f}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i^f}{\partial n} = 0, \frac{\partial T^f}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (u_i^f (\rho E + p^f)) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(k + k_t) \frac{\partial T^f}{\partial x_i} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{(\sigma_r - \sigma_{\theta\theta})}{r} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0$$

۲. شرط عدم لغزش روی لوله و پره را به صورت زیر می‌توان بیان کرد.

$$u_i^f = 0 \quad (7)$$

در معادلات (۹)، تنش شعاعی و تنش مماسی است. لازم به ذکر است که تنش عمودی در راستای z صفر است. این شرط متناسب با فرض تنش صفحه‌ای اعمال شده است.

۳. شرط مرزی دما در ورودی $ijnm$ مشخص و برابر با $308/15$ کلونین و سرعت ورودی برابر با $4/5$ متر بر ثانیه، همانطور که در جدول ۱ بیان شده است، می‌باشد. شرط خروجی در $opqr$ ، شرط فشار صفر است.

د- شرایط مرزی

۲-۲-۲- حوزه جامد (پره)

$$\sigma_r = 0 \quad \text{at } r = r_b \quad (10)$$

a-

$$\sigma_r = 0 \quad \text{at } r = r_c \quad (10)$$

b-

شرط مرزی کوپل در مرزهای تماس سیال و جامد به عنوان شرط مرزی فصل مشترک سیال و پره تعریف می‌شود.

معادلات حاکم حوزه جامد (پره) عبارتند از معادله انرژی، معادلات تعادل و معادلات ساختاری ماده. شرایط مرزی که برای حل معادله انرژی استفاده می‌شود، شرط مرزی حرارتی دمای ثابت در پایه پره و شرط مرزی کوپل شده با سیال، در سطوح بالا و پایین و نوک پره می‌باشد. همچنین برای حل معادلات تعادل و معادلات ساختاری ماده شرط تنش شعاعی صفر در شعاع داخلی و خارجی و تنش محوری صفر در جهت عمود بر پره در جهت z اعمال می‌شود. حال با توجه به توضیحات بیان شده معادلات حاکم حوزه جامد (پره) به صورت زیر می‌باشد.

الف- معادله انرژی

$$k^s \frac{\partial T^s}{\partial n} = k^f \frac{\partial T^f}{\partial n} \quad (11)$$

۳- استقلال شبکه و اعتبارسنجی

۳-۱- استقلال شبکه

برای استقلال شبکه پره حلقوی و حوزه حل محیط سیال از مش ساختار یافته استفاده می‌شود. در شکل ۳ نمایی از شبکه‌بندی پره حلقوی و سیال اطراف آن مشاهده می‌شود.

برای استقلال شبکه پره حلقوی مطابق جدول ۲، ابتدا شبکه‌ای با تعداد ۵۰۰۰۰۰ گره انتخاب می‌شود و با افزایش تعداد گره‌ها شبکه ریزتر می‌شود تا جایی که افزایش تعداد نودها تاثیری بر نتایج نداشته باشد. ابتدا دماها با هم مقایسه گردید و مکانهای با بیشترین تفاوت دما در دو شبکه مشخص گردید سپس خطای نسبی دماها در دو شبکه در آن نواحی با هم مقایسه شد و بیشترین خطاهای نسبی دما در جدول ۲ گزارش گردید.

در شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب نمودار تغییرات دما و سرعت در سه شبکه متفاوت در راستای Y ($z = 0/25\text{mm}, x = 30\text{mm}$) مشاهده می‌شود. نمودار تغییرات دما و سرعت در این سه شبکه بر روی هم منطبق هستند

$$k^s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T^s}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T^s}{\partial z^2} \right) = 0.0$$

$$T^s(r, \theta, z) = T^s(r, \theta + 2\pi, z),$$

$$\frac{\partial T^s(r, \theta, z)}{r \partial \theta} = \frac{\partial T^s(r, \theta + 2\pi, z)}{r \partial \theta},$$

$$T^s(r_b, \theta, z) = 283.15\text{k}, \quad (8)$$

$$k^s \frac{\partial T^s(r_c, \theta, z, t)}{\partial r} = k^f \frac{\partial T^f(r_c, \theta, z, t)}{\partial r}$$

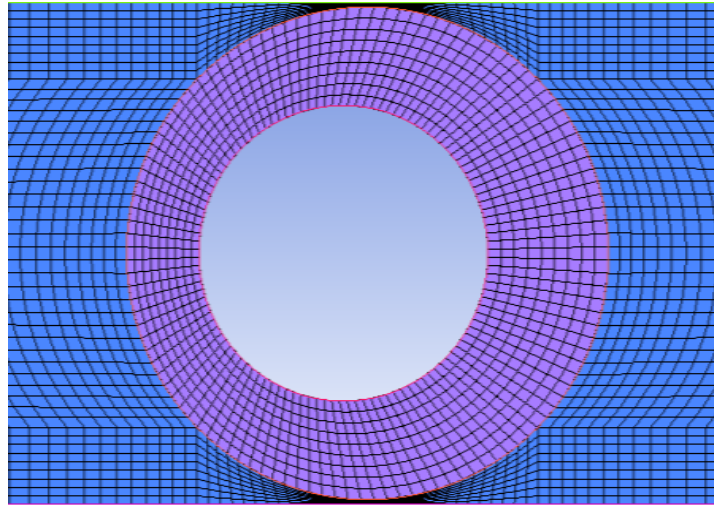
$$k^s \frac{\partial T^s(r, \theta, 0)}{\partial z} = k^f \frac{\partial T^f(r, \theta, 0)}{\partial z},$$

$$k^s \frac{\partial T^s(r, \theta, 0.0005)}{\partial z} = k^f \frac{\partial T^f(r, \theta, 0.0005)}{\partial z}$$

در معادلات (۸)، T^s دما، ρ^s چگالی، k^s رسانندگی گرمایی و c_p^s ظرفیت گرمایی ویژه پره است.

ب- معادلات تعادل

در غیاب نیروهای حجمی معادلات تعادل به صورت زیر است.



شکل ۳. نمایی از شبکه انتخاب شده برای پره

Fig. 3. Type of Mesh for fin

جدول ۲. تعداد نود شبکه‌های مختلف

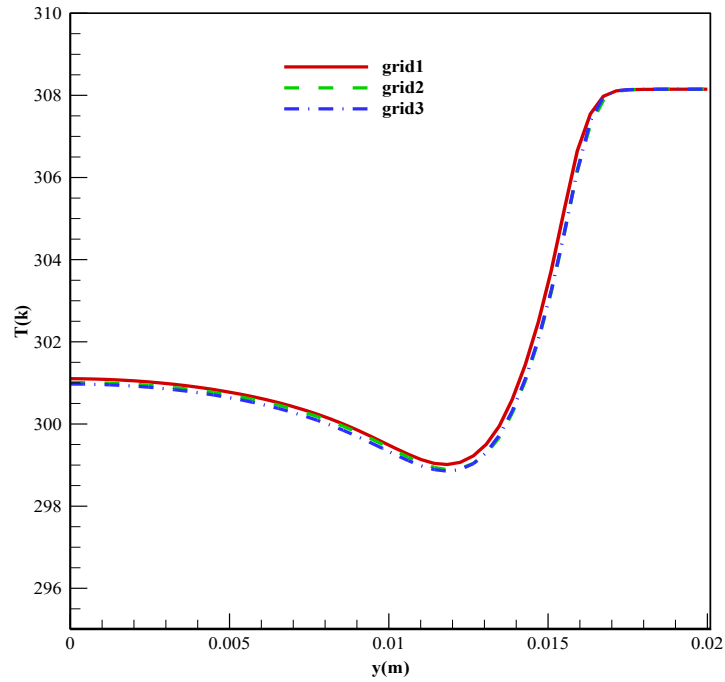
Table 2. No. of nodes

شبهه	تعداد نود	خطای نسبی بیشترین اختلاف دماها در شبکه‌های مختلف
۱	۵۰۰۰۰۰	-
۲	۱۰۰۰۰۰۰	۲٪/۳
۳	۲۰۰۰۰۰۰	۰٪/۱۵

۳-۲- اعتبارسنجی

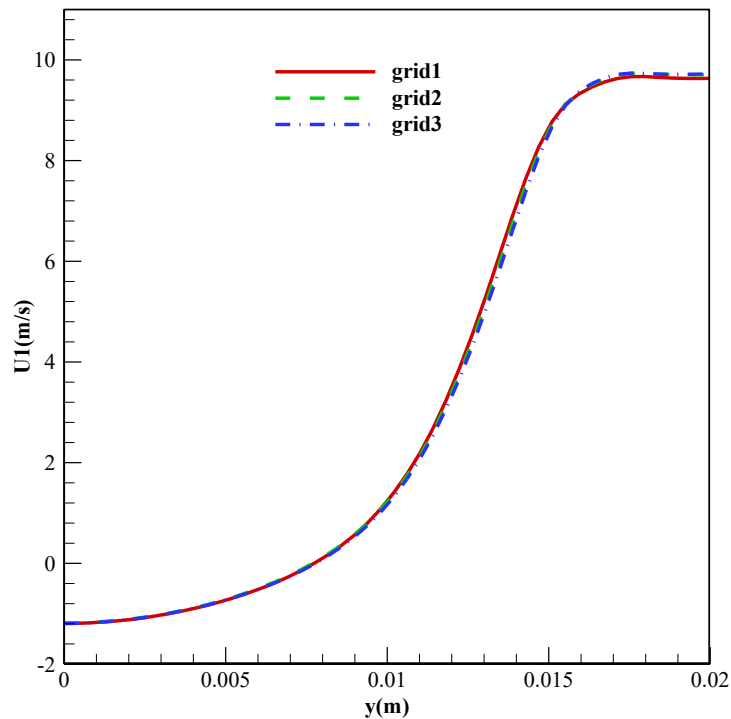
در تمامی موارد جهت اعتبارسنجی از یک مبدل حرارتی با لوله‌های دایروی پره‌دار که دارای سه گام پره مختلف می‌باشد استفاده می‌شود. در این بررسی $d=24\text{mm}$ قطر لوله، $t_f=0/5\text{mm}$ ضخامت پره، $S_f=40/8\text{mm}$ گام عرضی لوله می‌باشد. دمای دیوار و لوله‌ها ثابت و

که نشان دهنده تعیین تعداد مناسب مش است. با توجه به شکل‌های ۴ و ۵ می‌توان شبکه ۲ از جدول ۲ را با تعداد ۱۰۰۰۰۰۰ گره به عنوان شبکه مناسب انتخاب کرد. به عنوان نمونه برای این تعداد مش زمان حل در یک سیستم با مشخصات حافظه ۳۲ G و ۷ هسته، ۲ ساعت می‌باشد.



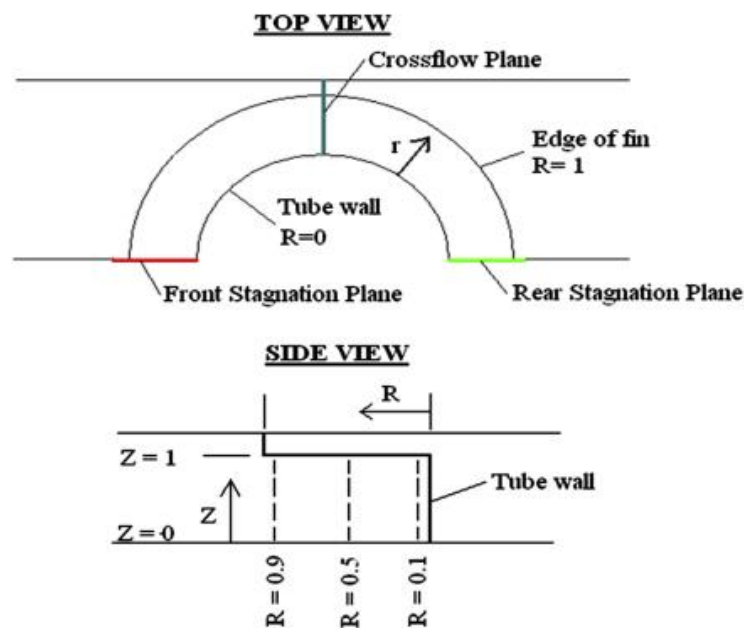
شکل ۴. تغییرات دما در راستای محور y ($x=30\text{ mm}$ و $z=0.25\text{ mm}$)

Fig. 4. Velocity variations in y direction ($x=30\text{mm}$, $z=0.25\text{mm}$)



شکل ۵. تغییرات سرعت در راستای محور y ($x=30\text{ mm}$ و $z=0.25\text{ mm}$)

Fig. 5. Temperature variations in y direction ($x=30\text{mm}$, $z=0.25\text{mm}$)



شکل ۶. محل‌های خاص پروفیل دما و سرعت [۵]

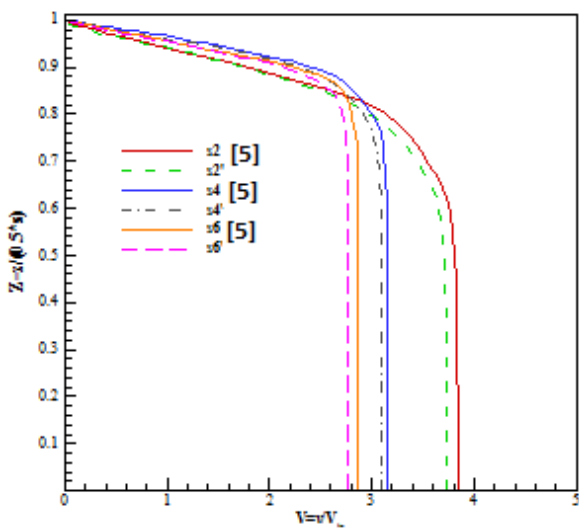
Fig. 6. Specific Places for showing temperature and velocity profiles [5]

دیواره دارد تا پروفیل دمای صفحه عرضی. همچنین نسبت به دو گام ۴ و ۸ میلی‌متر، در گام ۲ میلی‌متر، به علت فاصله کم پره‌ها و کانال جریان ایجاد شده، دمای سیال به دمای دیواره نزدیکتر است که از هر دو شکل ب و ج مشخص می‌شود.

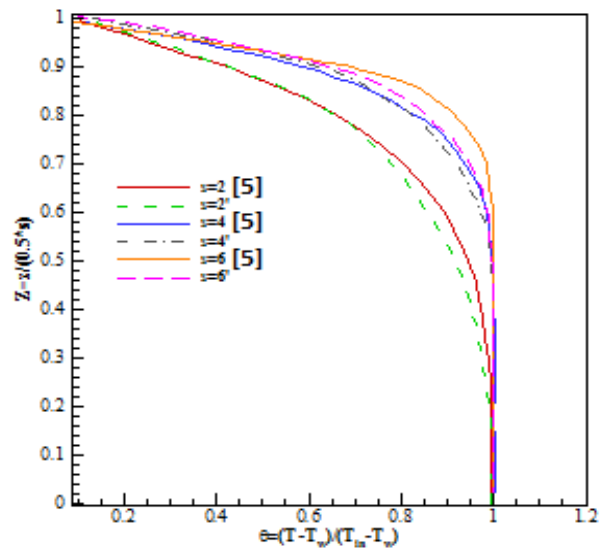
پروفیل سرعت در صفحه عرضی در گام پره ۲ میلی‌متر با خطای نسبی کمتر از ۴ درصد بر همدیگر منطبق هستند. در گام پره ۴ میلی‌متر نیز سرعت در صفحه عرضی بالایی مطالعه حاضر با خطای نسبی کمتر از ۵ درصد بر پروفیل سرعت مطالعه بیلیرگن و همکاران [۵] منطبق است، همچنین در گام پره ۶ میلی‌متر نیز خطای نسبی کمتر از ۵/۵ درصد می‌باشد. با توجه به شکل ۷ نتایج نرم افزار از دقت خوبی برخوردار هستند. پروفیل دما نیز در دو صفحه عرضی بالا و پشت پره در $R=0/5$ برای گام‌های پره ۲ و ۴ و ۶ برای مطالعه بیلیرگن و همکاران [۵] و مطالعه حاضر در شکل ۷ نشان داده می‌شود. پروفیل دما در صفحه عرضی با خطای کمتر از ۶/۵٪ و در صفحه واقع در پشت پره با خطای نسبی کمتر از ۳٪ بر همدیگر منطبق هستند که نشان می‌دهد نتایج نرم افزار از صحت نسبتاً خوبی برخوردار است. لازم به ذکر است در تمامی اشکال خطوط خطچین مربوط به کار حاضر و خط ممتد مربوط به مرجع [۵] هستند.

برابر $T_w=283/15K$ و دمای ورودی $T_{in}=308/15K$ و سرعت ورودی $V_{in}=4/5m/s$ در نظر گرفته می‌شود. هوای عبوری از روی دسته لوله با چگالی ρ ویسکوزیته μ ، ضریب هدایت حرارتی k ثابت در نظر گرفته می‌شود و سپس به محاسبه میدان سرعت و دما پرداخته می‌شود. برای اعتبارسنجی سرعت و دما در صفحه عرضی و پشت پره حلقوی همانند شکل ۶، از مطالعه بیلیرگن و همکاران [۵] استفاده می‌شود. توزیع سرعت در صفحه عرضی پره و دما در صفحه عرضی و پشت پره در شکل ۷ نشان داده می‌شود. مقایسه پروفیل سرعت در صفحه عرضی پره در $R=0/5$ برای گام‌های پره ۲، ۴ و ۶ برای مطالعه بیلیرگن و همکاران [۵] و مطالعه حاضر در شکل ۷ مشاهده می‌شود. همانطور که از نمودارهای جریان و دما در اشکال ۷ مشخص است، رفتار این نمودارها برای کار حاضر و کار [۵] مشابه یکدیگر هستند و تنها تفاوت در مقدار داده‌ها است که ناشی از مدل عددی متفاوتی است که انتخاب شده‌اند.

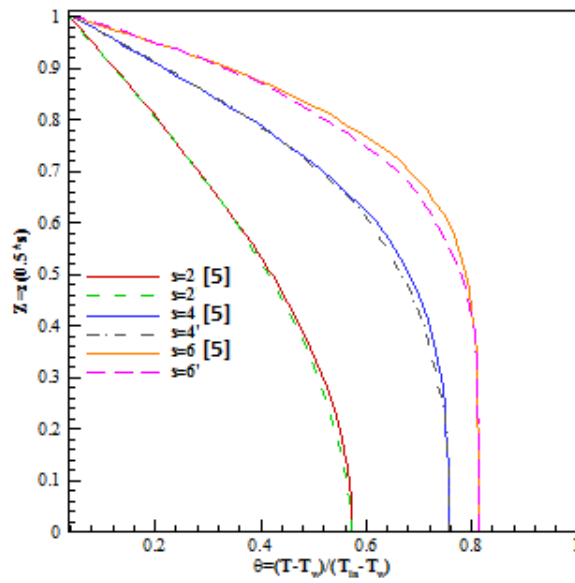
اما تفاوت پروفیل‌ها در گام ۲ میلی‌متر نسبت به دو گام دیگر کوچک بودن کانال جریانی است که بین دو پره ایجاد می‌شود و باعث افزایش سرعت در این حالت می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که به علت تبادل حرارت بین سیال و پره دمای سیال پشت پره نزدیکی بیشتری به دمای



الف



ب



ج

شکل ۷. الف) پروفیل سرعت در صفحه عرضی پره در $R=0.5$ ب) پروفیل دما در صفحه عرضی پره در $R=0.5$ ج) پروفیل دما در صفحه پشت پره در $R=0.5$

Fig. 7. A) Velocity profile in crossflow plane in $R=0.5$ B) Temperature profile in crossflow plane in $R=0.5$ C) Temperature profile in rear stagnation plane in $R=0.5$

جدول ۳. خطای نسبی دمای کار حاضر و مرجع [۵] در صفحه عرضی در یک سری از نقاط مشخص

Table 3. Comparison of relative error between present work and Ref. [5] in cross section area for specific nodes

مکان					$T_s \text{ or } s' / ERR \text{ abs}(T_s - T_{s'}) / T_s \%$
۰/۹	۰/۸	۰/۶	۰/۴	۰/۲	$T_{s=2} [5]$
۰/۵۷	۰/۶۹	۰/۸۲	۰/۹۰	۰/۹۶	$T_{s=2}'$
۰/۵۴	۰/۶۷	۰/۸۳	۰/۹۰	۰/۹۶	$ERR\% = \text{abs}(T_{s=2} - T_{s=2}') / T_{s=2}'$
۵/۲	۲/۸	۱/۲	۰	۰	$T_{s=4} [5]$
۰/۷۳	۰/۸۱	۰/۸۸	۰/۹۲	۰/۹۷	$T_{s=4}'$
۰/۷۲	۰/۸۱	۰/۸۸	۰/۹۳	۰/۹۷	$ERR\% = \text{abs}(T_{s=4} - T_{s=4}') / T_{s=4}'$
۱/۳	۰	۰	۱	۰	$T_{s=6} [5]$
۰/۸۰	۰/۸۵	۰/۹۱	۰/۹۴	۰/۹۷	$T_{s=6}'$
۰/۷۵	۰/۸۳	۰/۹۱	۰/۹۴	۰/۹۷	$ERR\% = \text{abs}(T_{s=6} - T_{s=6}') / T_{s=6}'$
۶/۲	۲/۳	۰	۰	۰	

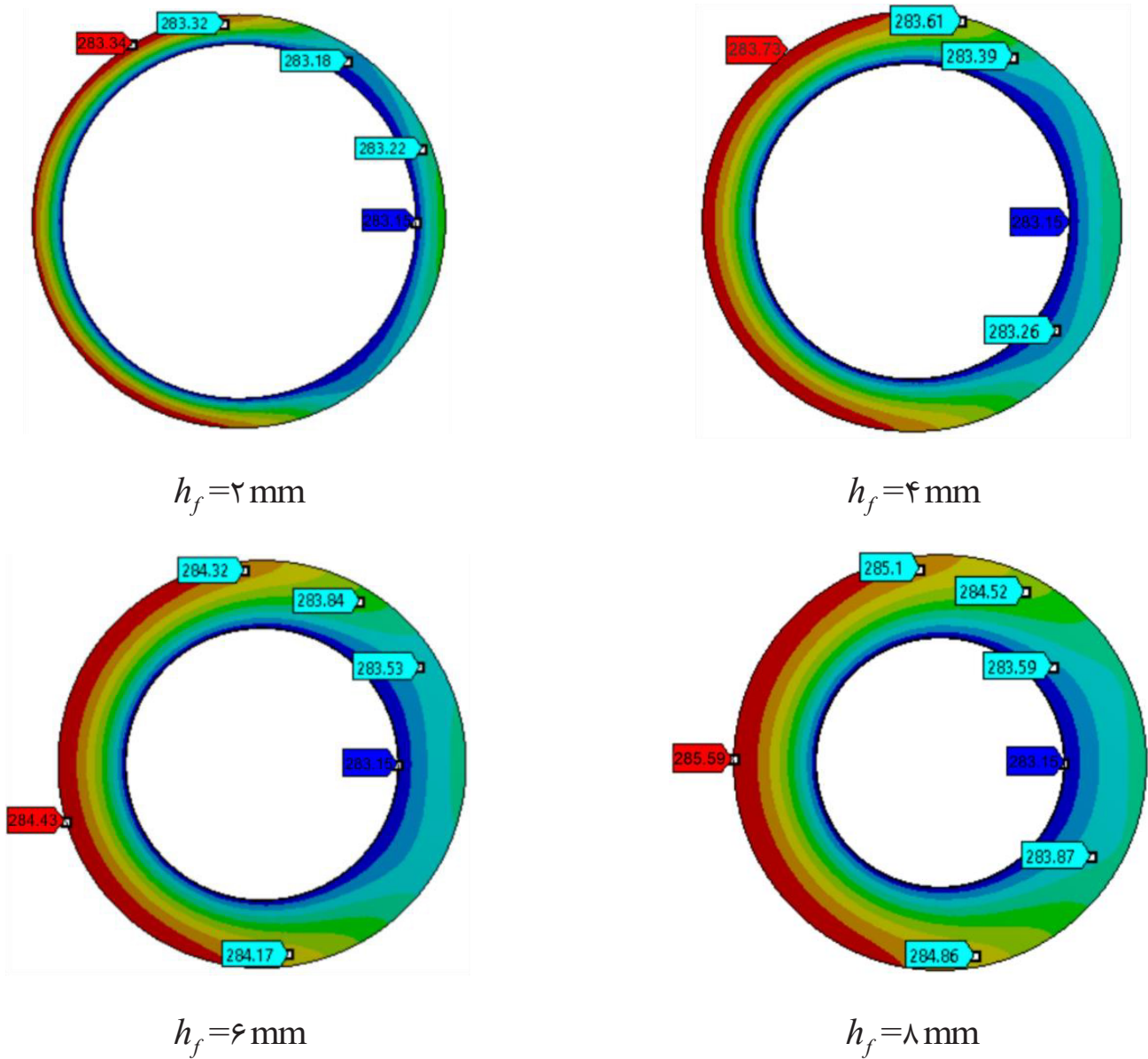
۴- نتایج و بحث

هنگام برخورد سیال با دمای بیشتر به ناحیه جلوی پره، دمای آن زیاد است و سپس به علت تبادل حرارت با پره اندکی دمای آن کاهش می‌یابد. با طی مسافت بیشتر سیال بر روی پره و لوله تبادل حرارت بیشتری بین سیال، پره و لوله اتفاق می‌افتد. لذا کانتور دمایی در پره ایجاد می‌گردد و منجر می‌شود که اختلاف دمای بین پایه و نوک پره در عقب پره کمتر از اختلاف دمای بین پایه و نوک جلویی پره باشد. با توجه به شکل‌های ۸، حالت کانتور در هر چهار ارتفاع پره مشابه است ولی با افزایش ارتفاع پره، اختلاف دمای بین پایه و نوک پره افزایش می‌یابد.

۴-۱- بررسی تنش‌های حرارتی پره حلقوی در دسته پرها در معرض جریان متلاطم
با توجه به اینکه پرها با ارتفاع‌های مختلف در کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند، در این بخش به بررسی کانتورهای دما و تنش در پره‌های با ارتفاع‌های مختلف پرداخته می‌شود و در بخش‌های بعدی اثر خروج از مرکز هریک از آنها بر روی توزیع دما و تنش مؤثر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

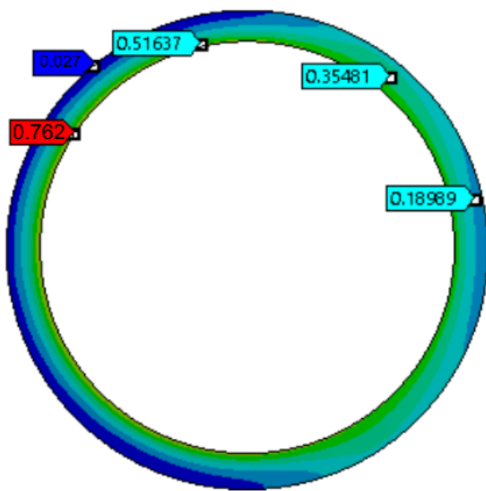
۴-۱-۱-۲- بررسی کانتور دمای پره‌های حلقوی با ارتفاع‌های مختلف در دسته پرها در حالت بدون خروج از مرکز
کانتورهای تنش مؤثر پره حلقوی بر روی لوله با قطر لوله 24 mm و گام عرضی لوله 8/40 mm و ضخامت پره 5/0 mm که دمای پایه پره و دیوار لوله ثابت و برابر با K 15/283 و در معرض جریان متلاطم با دمای ورودی K 15/308 و سرعت ورودی 5/4 m/s قرار دارد، در شکل ۹ مشاهده می‌شود. معادله تنش مؤثر نیز به صورت زیر است.

۴-۱-۱-۱- بررسی کانتور دمای پره‌های حلقوی با ارتفاع‌های مختلف در دسته پرها در حالت بدون خروج از مرکز
کانتورهای دمای پره حلقوی با قطر لوله 24 mm و گام عرضی لوله 8/40 mm و ضخامت پره 5/0 mm که دمای پایه پره و دیوار لوله ثابت و برابر با K 15/283 و در معرض جریان متلاطم با دمای ورودی K 15/308 و سرعت ورودی 5/4 m/s قرار دارد، با ارتفاع‌های مختلف در شکل ۸ مشاهده می‌شود.

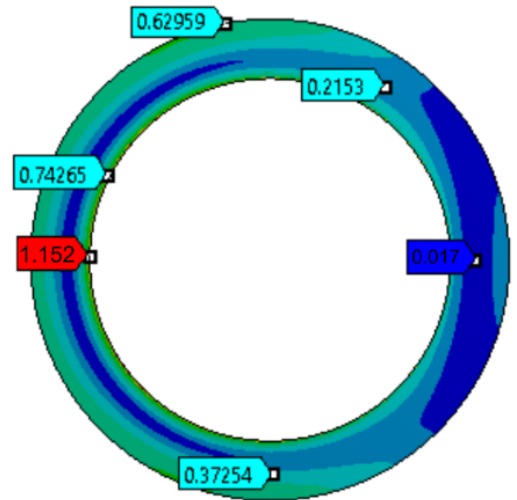


شکل ۸. کانتورهای دما بر حسب کلین در پره در $s=4$ mm برای ۴ ارتفاع مختلف پره ($h_f=2$ mm، $h_f=4$ mm، $h_f=6$ mm و $h_f=8$ mm) برای جهت جریان سیال از چپ به راست

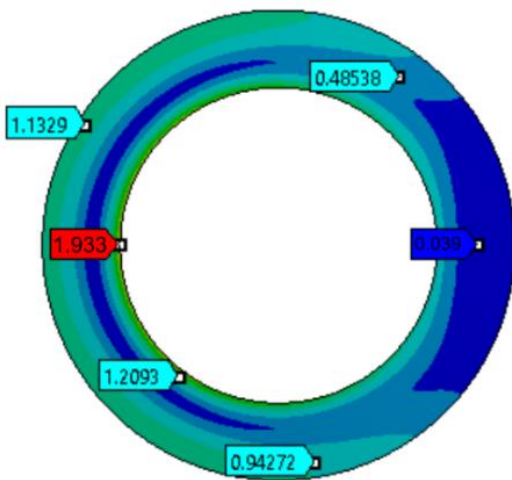
Fig. 8. Temperature contours in $s=4$ mm for four height ($h_f=2$ mm, $h_f=4$ mm, $h_f=6$ mm, $h_f=8$ mm) for flow direction from left to right



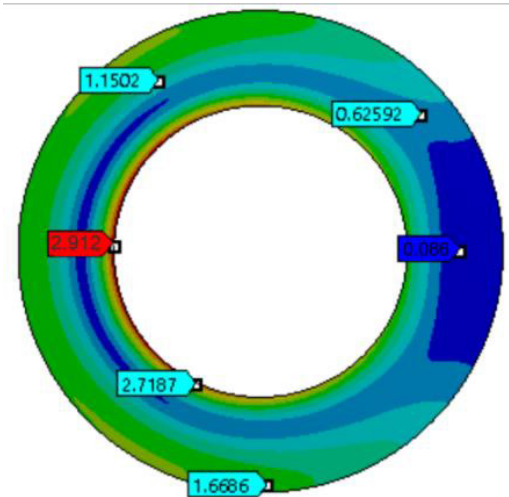
$$h_f = 2 \text{ mm}$$



$$h_f = 4 \text{ mm}$$



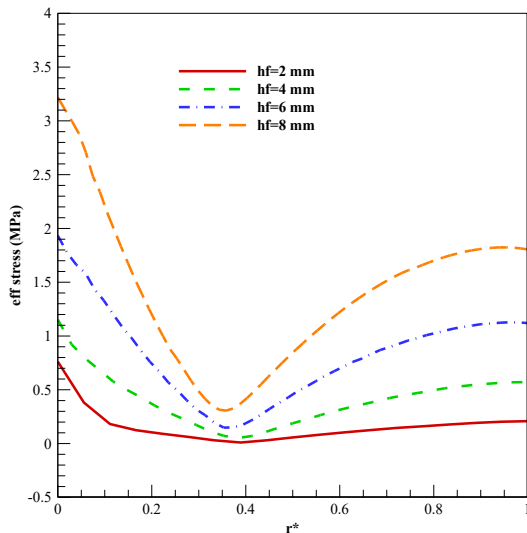
$$h_f = 6 \text{ mm}$$



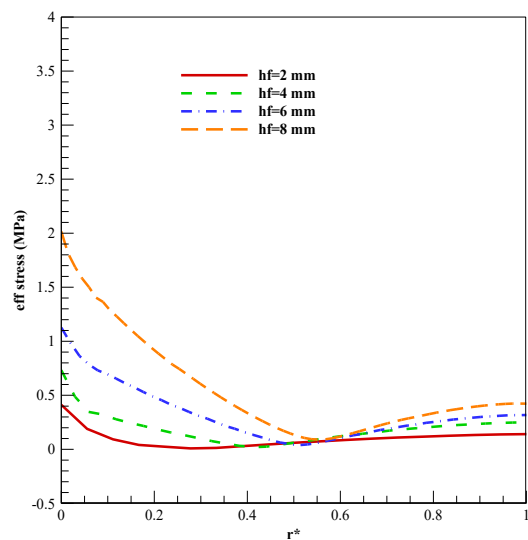
$$h_f = 8 \text{ mm}$$

شکل ۹. کانتورهای تنش مؤثر پره بر حسب مگا پاسکال در $s=4 \text{ mm}$ برای ۴ ارتفاع مختلف پره ($h_f=8 \text{ mm}$ و $h_f=6 \text{ mm}$ ، $h_f=4 \text{ mm}$ ، $h_f=2 \text{ mm}$)

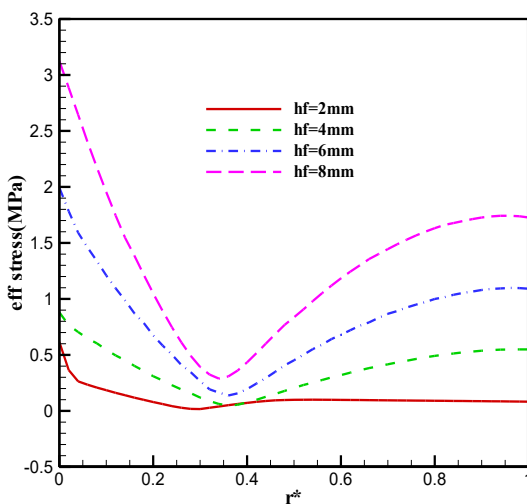
Fig. 9. Effective stress contours in $s=4 \text{ mm}$ for four height ($h_f=2 \text{ mm}$ ، $h_f=4 \text{ mm}$ ، $h_f=6 \text{ mm}$ ، $h_f=8 \text{ mm}$) for flow direction from left to right



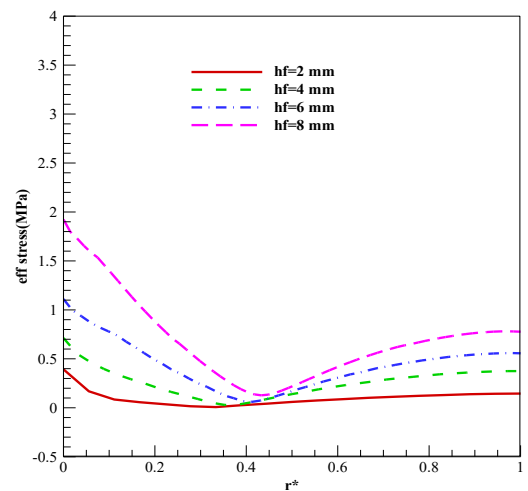
ب



الف



د



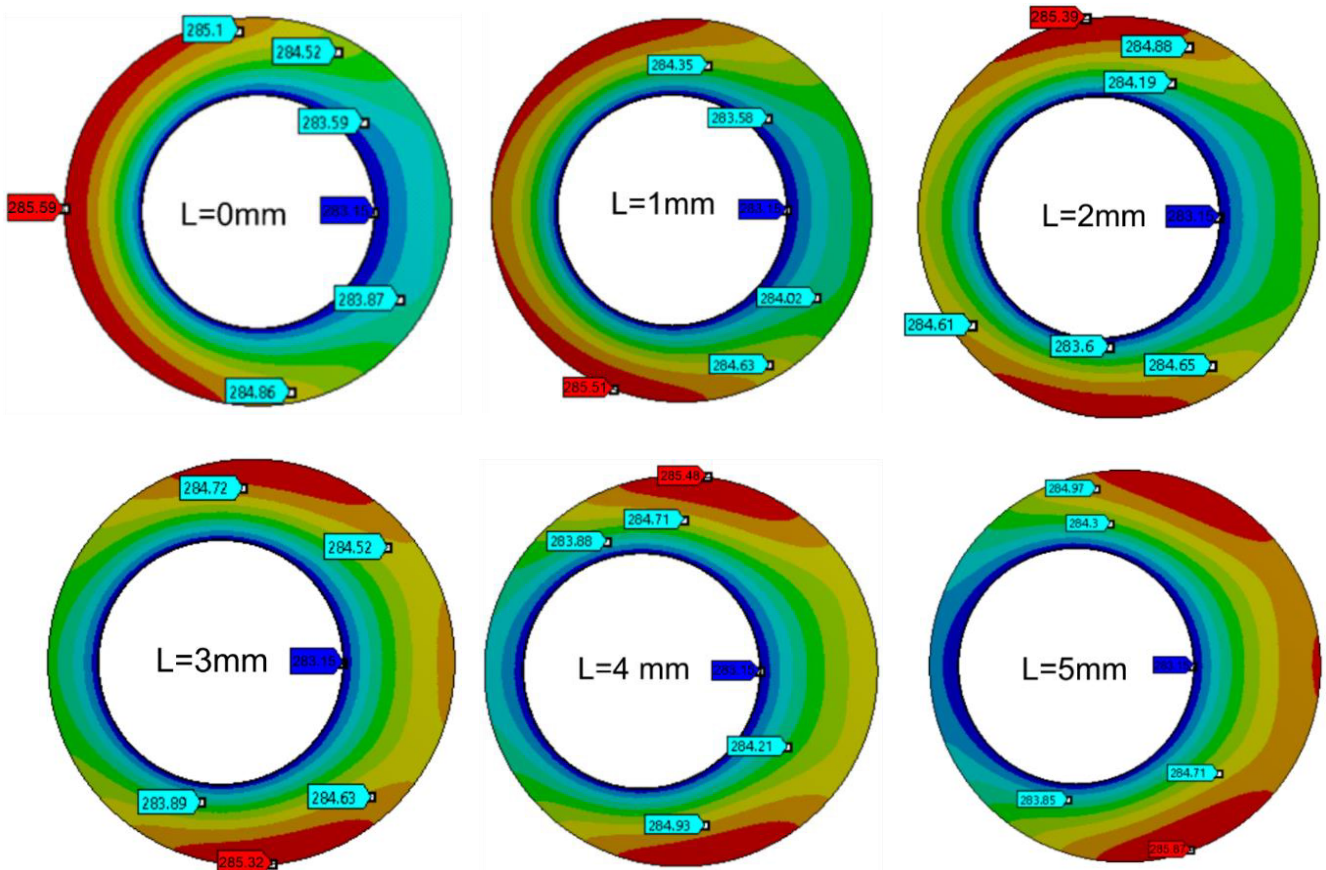
ج

شکل ۱۰. الف) تنش مؤثر عقب پره در $s=4\text{ mm}$ (ب) تنش مؤثر جلو پره در $s=4\text{ mm}$ (ج) تنش مؤثر عقب پره در $s=8\text{ mm}$ (د) تنش مؤثر جلو پره در $s=4\text{ mm}$ در ارتفاع $hf=2, 4, 6, 8\text{ mm}$

Fig. 10. Effective stress distribution on A) rear B) front in $s=4\text{mm}$ C) on the rear D) on the front in $s=8\text{mm}$ in four height $hf= 2, 4, 6, 8\text{ mm}$

۴-۱-۳- تنش‌های مؤثر روی خطوط افقی جلو و پشت پره در دو گام ۴ و ۸ میلی‌متر در ارتفاع‌های مختلف پره همانطور که در شکل ۱۰ نشان داده می‌شود، دو خط افقی در جلو و پشت پره رسم می‌شود و تنش مؤثر بر روی این خطوط رسم می‌گردد. با توجه به ارتباط مستقیم گرادینان دما با تنش حرارتی، طبق توضیحی که در

پره با ارتفاع ۸ mm تنش شعاعی، مماسی و برشی بیشترین مقدار خود را دارند در نتیجه در پره حلقوی با ارتفاع ۸ mm بیشترین مقدار تنش مؤثر ایجاد می‌شود. بیشترین مقدار تنش مؤثر در پایه پره قرار دارد و به دلیل اختلاف دمای بیشتر بین پایه و نوک پره در ناحیه جریان بالادست، بیشینه تنش مؤثر در جلوی پره قرار دارد.



شکل ۱۱. کانتورهای دمای پره با خروج از مرکزهای مختلف در $hf=8\text{ mm}$ و $s=4\text{ mm}$ برای جهت جریان از چپ به راست

Fig. 11. Temperature contours in $s=4\text{mm}$ for $hf=8\text{ mm}$ with various eccentricities for flow direction from left to right

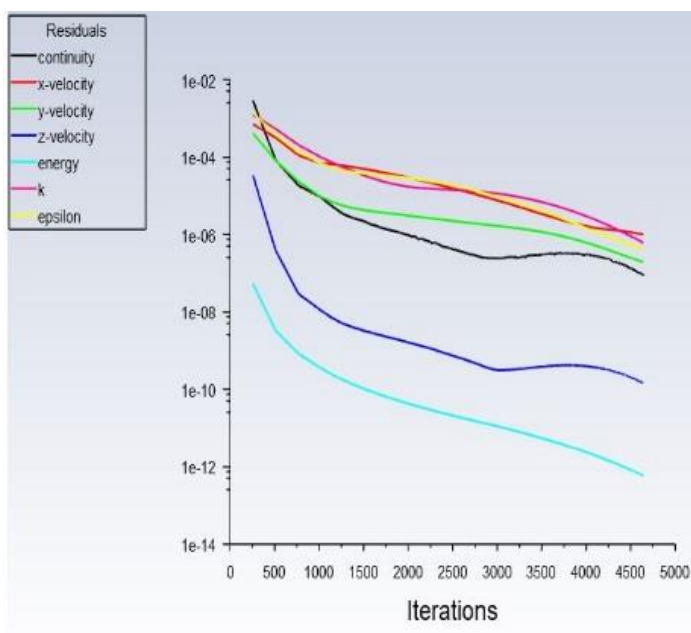
تنش‌های مؤثر با بیشترین ارتفاع پره بررسی می‌شود. خروج از مرکزها از ۱ تا ۵ میلی‌متر بررسی می‌شوند. همانطور که در قسمت بدون خروج از مرکز مشخص شد تنش مؤثر در ناحیه برخورد جریان بالادست، در پایه پره اتفاق می‌افتد. در این قسمت سعی می‌شود با کاهش ارتفاع پره در ناحیه برخورد این تنش را کاهش داد. اما باید توجه داشت که اثر افزایش خروج از مرکز اگرچه منجر به کاهش ارتفاع پره در جلوی پره می‌شود اما ارتفاع پره در پشت پره (ناحیه پایین دست جریان) را زیاد می‌کند و اگر تأثیر افزایش ضخامت پشت پره بیشتر از تأثیر کاهش دمای پره در جلوی پره باشد میزان تنش مؤثر افزایش و اگر بالعکس باشد کاهش می‌یابد.

با توجه به شکل ۱۱، بیشترین مقدار دمایی در حالت بدون خروج از مرکز K 59/285 است که در جلو آن در نوک پره قرار دارد و با افزایش خروج از مرکز، دمای بیشینه به سمت بالا و پایین پره حرکت می‌کند و نهایتاً در خروج از مرکز ۵ میلی‌متر، به K 87/285 می‌رسد. مقدار عددی دمای بیشینه با افزایش خروج از مرکز تا خروج از مرکز $L=3\text{mm}$ تا K 32/285

بخش ۴-۱-۱ داده شد، انتظار می‌رود تنش حرارتی در جلوی پره از عقب آن بیشتر بوده و با افزایش ارتفاع نیز این مقدار افزایش یابد. در هر دو گام پره، با افزایش ارتفاع در هر گام پره، میزان بیشینه تنش که در پایه پره اتفاق می‌افتد بیشتر می‌شود. اما مشاهده می‌شود که بیشینه تنش مؤثر در ارتفاع‌های کم ($h_f=2\text{ mm}$) مستقل از گام پره است اما با افزایش ارتفاع تنش‌های بیشتر در گام کمتر مشاهده می‌شود.

۴-۲- تأثیر خروج از مرکز بر تنش حرارتی پره حلقوی در دسته پره‌ها در معرض جریان متلاطم
 ۴-۲-۱- تأثیر خروج از مرکز بر توزیع دما پره حلقوی در دسته پره‌ها در پره با ارتفاع ۸ میلی‌متر با گام ۴ میلی‌متر

کانتورهای دمای پره حلقوی با خروج از مرکزهای مختلف در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود. همچنین نمودار همگرایی برای خروج از مرکز ۳ در شکل ۱۲ نشان داده شده است. در این قسمت اثر خروج از مرکز لوله بر روی



شکل ۱۲. نمودار همگرایی برای پره با خروج از مرکز ۳ میلی‌متر در $hf=8\text{ mm}$ و $s=4\text{ mm}$

Fig. 12. Convergence plot for eccentricity 3mm in $s=4\text{mm}$, $hf=8\text{mm}$

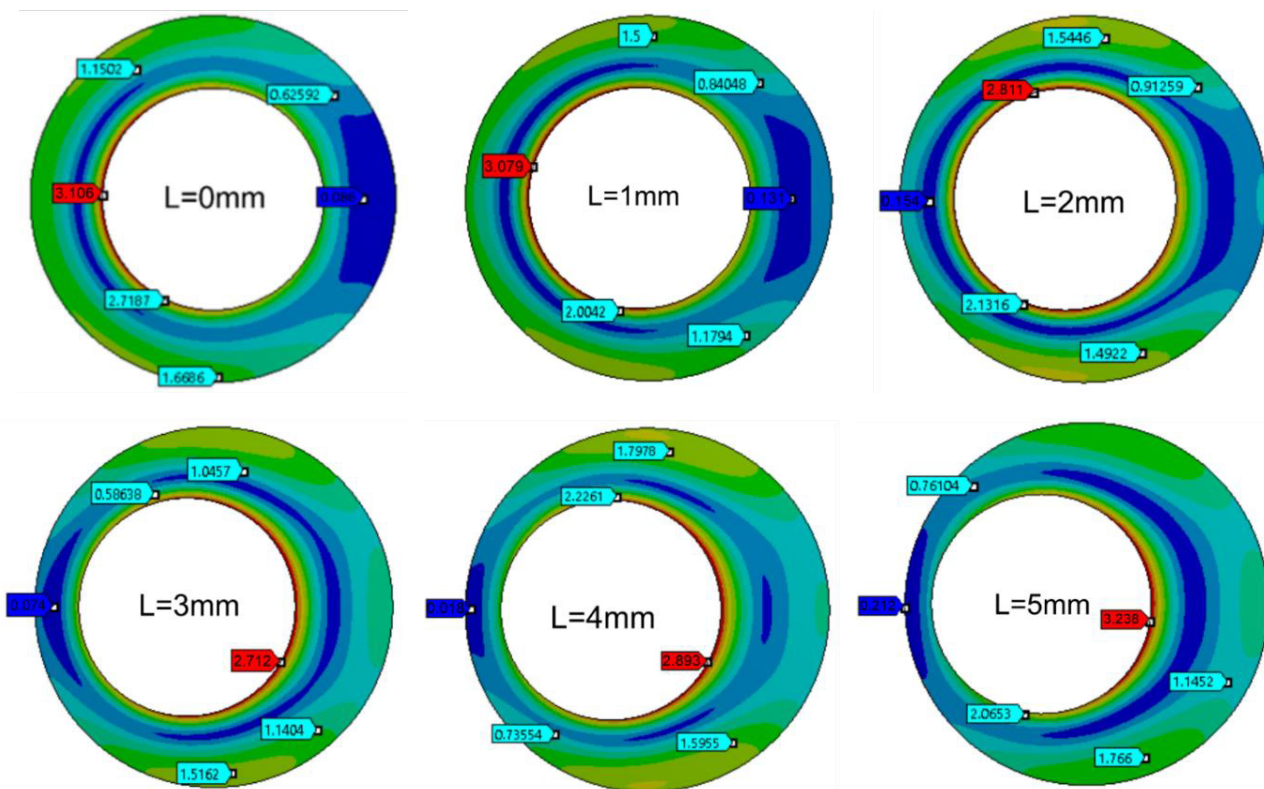
می‌یابد سطح تبادل حرارت جلوی جریان کاهش و سیال با بیشینه دما به پشت پره منتقل می‌شود که ارتفاع پره در آنجا زیاد و گرادیان دما زیاد می‌شود.

۴-۲-۲- تأثیر خروج از مرکز بر تنش مؤثر پره حلقوی در دسته پرها در پره با ارتفاع ۸ میلی‌متر با گام ۴ میلی‌متر

با توجه به اینکه ارتفاع پره و گرادیان دما در ایجاد تنش حرارتی بیشینه در پره مهم هستند، اثر خروج از مرکز برای کاهش ارتفاع پره و کاهش دما به واسطه حرکت سیال روی پره نسبت به حالت بدون خروج مرکز مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۱۳ کانتورهای تنش مؤثر پره حلقوی برای پنج حالت خروج از مرکز را نشان می‌دهد. در پره بدون خروج از مرکز بیشترین مقدار تنش مؤثر در پایه پره در قسمت جلو پره قرار می‌گیرد. با توجه به شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که با افزایش خروج از مرکز از $L=1\text{mm}$ تا خروج از مرکز $L=3\text{mm}$ تنش مؤثر ۱۴٪ کاهش می‌یابد و با افزایش خروج از مرکز از $L=3\text{mm}$ تا $L=5\text{mm}$ تنش مؤثر ۲۶٪ افزایش می‌یابد. پره حلقوی با خروج از مرکز $L=3\text{mm}$ ، کمترین مقدار تنش مؤثر را دارد و حالت بهینه پره برای کاهش تنش حرارتی می‌باشد. دو عامل ارتفاع پره و مکان محیطی

کاهش یافته و برای خروج از مرکزهای بیشتر از آن افزایش می‌یابد. سه عامل ارتفاع پره، ناحیه بیشینه سرعت و سطح تبادل حرارت پره با سیال در مکان بیشینه گرادیان دما و در نتیجه بیشینه تنش تأثیر گذارند. در ارتفاع ۸ میلی‌متر، حالت بدون خروج از مرکز در ناحیه سکون که ارتفاع پره کوچک نیست و مشابه بقیه نقاط پره است و سیال تبادل حرارت سطحی نداشته، بیشترین گرادیان دما وجود دارد. با ایجاد خروج از مرکز ۱ میلی‌متر ناحیه جلوی جریان پره به علت ارتفاع کمتر مقاومت کمتری در مقابل جریان دارد لذا اختلاف دما در این ناحیه کمتر است اما در ناحیه با بیشینه سرعت و همان ارتفاع تقریباً ۸ میلی‌متر بیشینه گرادیان دما را دارد چون سطح تبادل حرارت ناحیه جبهه جریان بر روی پره، تغییر چندانی نکرده‌است، سیال تبادل حرارت داشته و سپس به نقطه بیشینه سرعت می‌رسد.

در این ناحیه دما از دمای بیشینه در حالت بدون خروج از مرکز کمتر و این ناحیه متناسب با بیشترین گرادیان دما در پره است. با افزایش خروج از مرکز تا زمانی که ارتفاع پره در مکان با بیشینه سرعت تقریباً مساوی (یا اندکی بزرگتر) ارتفاع پره در حالت بدون خروج از مرکز باشد، بیشینه گرادیان دما کمتر از مقدار آن در حالت بدون خروج از مرکز است زیرا سیال مسیری را روی پره طی کرده است. در واقع هر چه خروج از مرکز افزایش

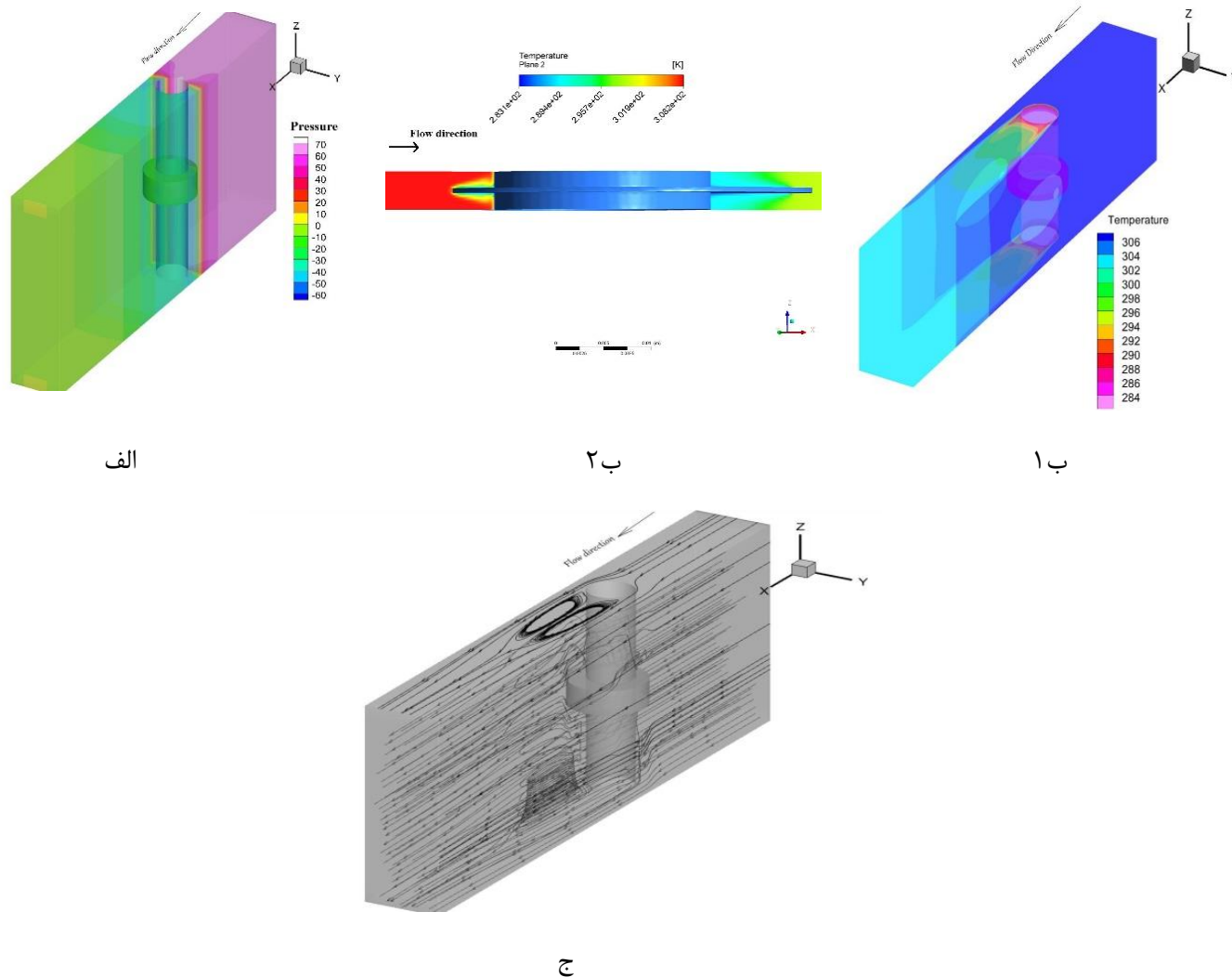


شکل ۱۳. کانتورهای تنش مؤثر پره با خروج از مرکزهای مختلف در $hf=8\text{ mm}$ و $s=4\text{ mm}$

Fig. 13. Effective stress contours in $s=4\text{mm}$ for $hf=8\text{ mm}$ with various eccentricities

همچنین شکل ۱۳ نشان می‌دهد در همه حالات بیشینه تنش حرارتی، در پایه پره اتفاق می‌افتد جایی که تنش مماسی که تنش غالب در پره است بیشینه است. شکل ۱۴ کانتورهای فشار، دما در حالت سه بعدی و تغییرات دما در سطح مقطع عرضی در مجاورت پره و لوله و همچنین خطوط جریان در حالت سه بعدی با خروج از مرکز بهینه ($L=3\text{mm}$) را نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است افت فشار تقریباً ۶۱ پاسکال و دمای خروجی $303/5$ می‌باشد. همچنین شکل ۱۴ ب نشان می‌دهد که تغییرات دما در راستای جریان و عمود بر آن وجود دارد اگرچه ضخامت لایه مرزی (لایه با بیشترین تغییرات) در راستای عمود بر جریان در نزدیکی پره به علت وجود جریان مغشوش کوچک است.

بیشینه سرعت در محل بیشینه تنش مؤثرند. همانطور که مشخص است با افزایش خروج از مرکز، سطح تبادل گرما در ناحیه جلو پره کاهش می‌یابد و همچنین محل بیشینه سرعت نیز به عقب پره منتقل می‌گردد، لذا با افزایش خروج از مرکز تا زمانی که ارتفاع پره در مکان با بیشینه سرعت تقریباً مساوی (یا اندکی بزرگتر) ارتفاع پره در حالت بدون خروج از مرکز که در ناحیه جلوی پره در راستای افقی است، باشد بیشینه گرادیان دما کمتر از مقدار آن در حالت بدون خروج از مرکز است (زیرا سیال مسیری را برای تبادل حرارت طی کرده است) لذا تنش حرارتی کاهش می‌یابد و پس از آن افزایش می‌یابد. در واقع هر چه خروج از مرکز افزایش می‌یابد ارتفاع پره و سطح تبادل حرارت جلوی جریان کاهش و سیال با بیشینه دما به پشت پره منتقل می‌شود که ارتفاع پره در آنجا زیاد و گرادیان زیاد و تنش حرارتی زیاد می‌شود.

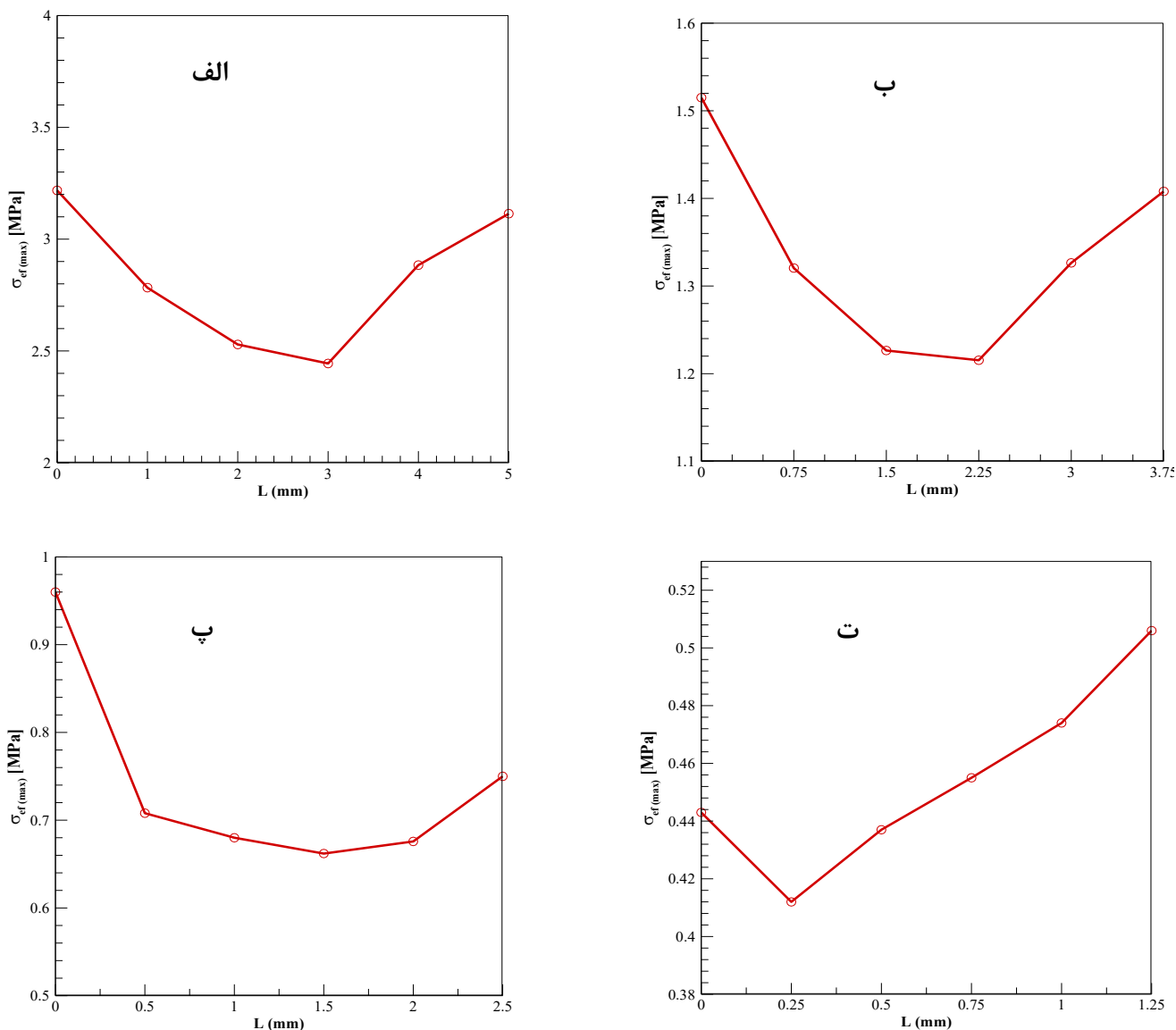


شکل ۱۴. الف) کانطور فشار (ب۱) کانطور دما (ب۲) کانطور دما در صفحه عرضی (xz) اطراف پره ج) خطوط جریان برای خروج از مرکز بهینه (L=4 mm) در حالت گام ۴ و ارتفاع ۸ میلی‌متر

Fig. 14. A) Pressure contour B1) Temperature contour B2) Temperature contour in cross plan xy around fin C) streamlines for optimal eccentricity (L=3mm) in s=4mm and hf=8mm

می‌شود. با توجه به شکل ۱۵ و ۱۶ الف، برای پره با ارتفاع $h_f = 3\text{ mm}$ مشاهده می‌شود که تا خروج از مرکز $h_f = 3\text{ mm}$ بیشینه تنش مؤثر کاهش می‌یابد و در ادامه آن با افزایش خروج از مرکز، بیشینه تنش مؤثر افزایش می‌یابد. رفتار مشابه کاهش و افزایشی برای پره با ارتفاع $h_f = 6\text{ mm}$ و $h_f = 4\text{ mm}$ و $h_f = 2\text{ mm}$ مطابق شکل‌های ۱۵ و ۱۶ ب-ت، دیده می‌شود. بهینه خروج از مرکز با مقایسه بیشینه تنش‌ها نسبت به پره بدون خروج از مرکز در اشکال ۱۴ و ۱۵-الف-ت در هر حالت مشخص می‌شود.

۲-۳- بررسی بیشینه تنش مؤثر پره حلقوی در دسته پرها با خروج از مرکز در ارتفاع‌های مختلف پره در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ مقادیر بیشینه تنش مؤثر در خروج از مرکزهای مختلف برای پره در ارتفاع‌های مختلف $h_f = 2, 4, 6, 8\text{ mm}$ در دو گام ۴ و ۸ میلی‌متر نشان داده می‌شود. همانطور که بیان شد، خروج از مرکز بهینه‌ای در ارتفاع ۸ میلی‌متر و گام ۴ میلی‌متر، وجود دارد که در آن تنش حرارتی کمینه است. لذا در این قسمت، این موضوع برای ارتفاع‌های دیگر و همچنین گام ۸ میلی‌متر تحقیق

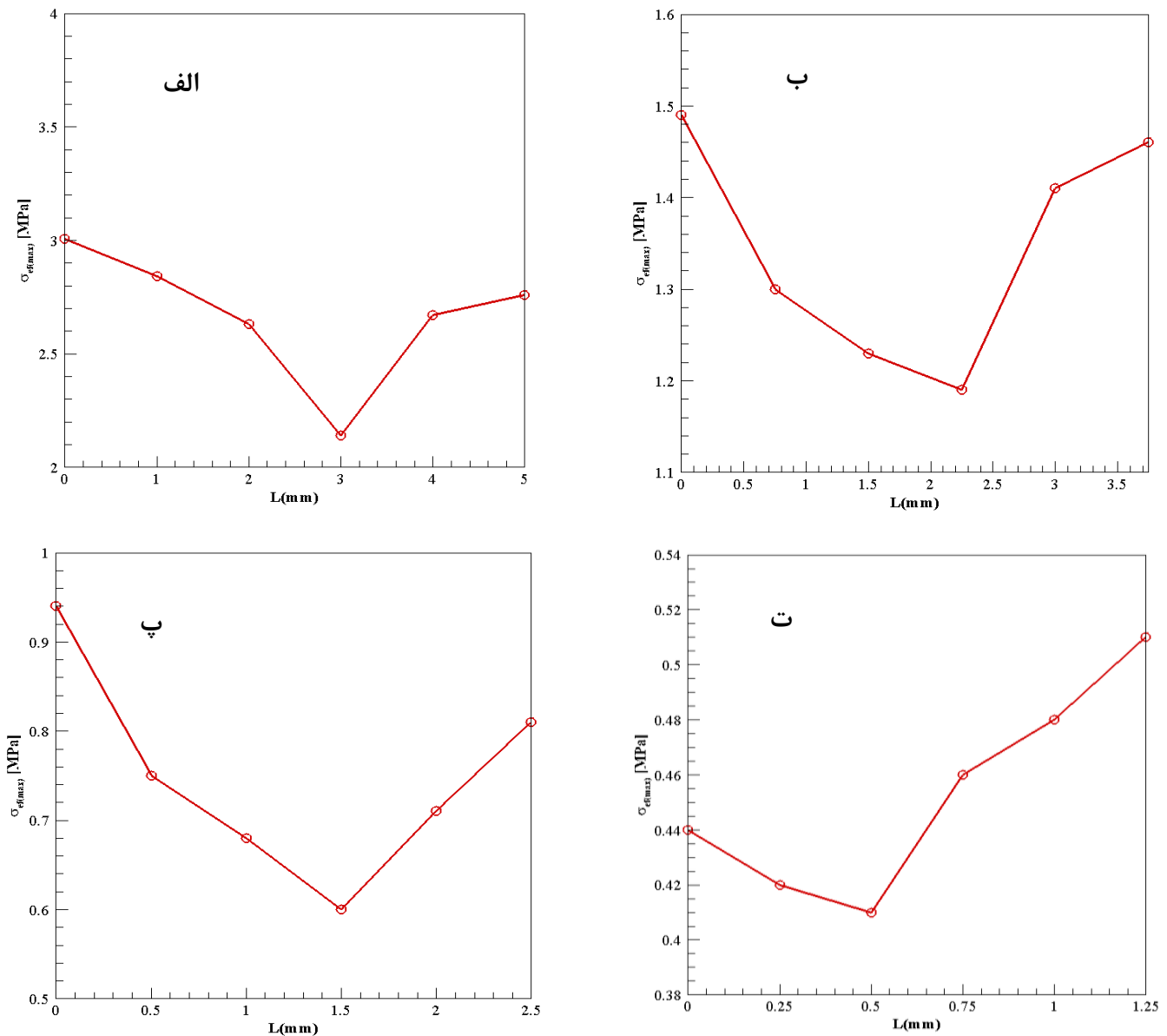


شکل ۱۵. بیشینه تنش مؤثر در پره با خروج از مرکزهای مختلف با $s=4\text{ mm}$ در الف) $hf=8\text{ mm}$ ب) $hf=6\text{ mm}$ پ) $hf=4\text{ mm}$ ت) $hf=2\text{ mm}$

Fig. 15. Maximum effective stress with various eccentricity in $s=4\text{mm}$ A) $hf=8\text{mm}$ B) $hf=6\text{mm}$ C) $hf=4\text{mm}$ D) $hf=2\text{mm}$

ارتفاع ۸، ۶، ۴ و ۲ میلی‌متر به ترتیب ۳، ۲/۲۵، ۱/۵ و ۰/۵ میلی‌متر می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود در ارتفاع ۲ mm تأثیر خروج از مرکز به دلیل مقاومت حرارتی پایین در برابر انتقال حرارت هدایت داخل پره، کم است و توزیع حرارت داخل پره کمتر تحت تأثیر جریان می‌باشد. تحلیل نتایج برای ارتفاعات ۶ و ۴ میلی‌متر پره مانند ارتفاع ۸ میلی‌متر است که بخش ۱-۲-۴ و ۲-۲-۴ توضیح داده‌شد.

نتایج نشان می‌دهد در گام ۴ میلی‌متر به ترتیب در ارتفاع ۸، ۶، ۴ و ۲ میلی‌متر ۲۴، ۲۰، ۳۰ و ۶/۷۶ درصد کاهش نسبت به حالت بدون خروج از مرکز در هر یک از حالات وجود دارد. بهترین خروج از مرکز در ارتفاع ۸، ۶، ۴ و ۲ میلی‌متر به ترتیب ۳، ۲/۲۵، ۱/۵ و ۰/۲۵ میلی‌متر است. همچنین نتایج نشان می‌دهد در گام ۸ میلی‌متر به ترتیب در ارتفاع ۸، ۶، ۴ و ۲ میلی‌متر ۳۰، ۲۱، ۳۴ و ۵/۲ درصد کاهش نسبت به حالت بدون خروج از مرکز در هر یک از حالات وجود دارد. در این گام پره، بهترین خروج از مرکز در



شکل ۱۶. بیشینه تنش مؤثر در پره با خروج از مرکزهای مختلف با $s=8\text{ mm}$ (الف) $hf=8\text{ mm}$ (ب) $hf=6\text{ mm}$ (پ) $hf=4\text{ mm}$ (ت) $hf=2\text{ mm}$

Fig. 16. Maximum effective stress with various eccentricity in $s=8\text{mm}$ A) $hf=8\text{mm}$ B) $hf=6\text{mm}$ C) $hf=4\text{mm}$ D) $hf=2\text{mm}$

خروج از مرکز ۵ میلی متر است. میزان تغییرات افت فشار در خروج از مرکز بهینه ($L=3\text{ mm}$) نسبت به حالت بدون خروج از مرکز کمتر از ۳٪ است و میزان انتقال حرارت آن به همان میزان و کمتر از ۳٪ است اما کاهش تنش حرارتی در حالت خروج از مرکز بهینه ($L=3\text{ mm}$) بیش از ۲۰٪ به نسبت حالت بدون خروج از است. در نتیجه می توان گفت بدون تغییر آنچنانی در

خروج از مرکز بر روی انتقال حرارت و افت فشار نیز تأثیر می گذارد. لذا لازم است میزان افت فشار و انتقال حرارت با تغییر خروج از مرکز بررسی گردد. نتایج به دست آمده از بررسی افت فشار در خروج از مرکزهای متفاوت در حالت با ارتفاع ۸ و گام ۴ میلی متر پره نشان دهنده کاهش میزان افت فشار از حدود ۶۲ پاسکال در خروج از مرکز ۱ میلی متر به ۴۶ پاسکال در

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

a	فاصله مرکز پره از ورودی جریان، mm
b	فاصله مرکز پره تا خروجی جریان، mm
c	عرض دامنه حل، mm
c_p	گرمای ویژه در فشار ثابت، J/kgK
C_f	ضریب افت فشار
d	قطر داخلی پره، m
d_f	قطر خارجی پره، m
E_s	مدول الاستیسیته، Pa
E	انرژی، J
h_f	ارتفاع پره، mm
h_{air}	ضریب انتقال حرارت، W/m ² K
k	رسانندگی گرمایی، W/mK
k_t	ضریب هدایت حرارتی توربولانس
L	خروج از مرکز پره، mm
Nu	عدد ناسلت
p^f	فشار سیال Pa
R	محل‌های خاص در صفحه عرضی
r	مختصه در جهت شعاع
r^*	شعاع بدون بعد
s	گام طولی پره‌ها، mm
s_t	گام عرضی پره‌ها، mm
T_{in}	دما سیال ورودی، K
T_{bf}	دمای پایه پره، K
T^s	دمای پره، K
T^f	دمای سیال، K

افت فشار و انتقال حرارت در پره با خروج از مرکز بهینه، مقدار تنش حرارتی به میزان قابل توجهی کاهش یافته‌است و می‌توان از این روش در جهت کاهش تنش‌های حرارتی در مبدلها استفاده نمود.

۵- نتیجه‌گیری

کاهش تنش‌های حرارتی در مبدلهای حرارتی که به طور مداوم در حال کار در یک سیکل هستند یکی از نیازهای صنایع درگیر با مبدل‌های لوله و لوله-پره می‌باشد. در این مقاله، به بررسی تنش‌های حرارتی دسته پره در معرض جریان متلاطم پرداخته‌شد. برای این کار اثر ارتفاع پره، گام پره بررسی گردید سپس به عنوان یک راهکار برای کاهش تنش‌های حرارتی ۵ خروج از مرکز متفاوت در هر ارتفاع و گام پره حلقوی بررسی شد. نتایج بدست آمده از این تحقیق نشان می‌دهد:

1. کاهش ارتفاع پره، بیشینه تنش مؤثر در پایه پره را کاهش می‌دهد.
2. نتایج حاصل از بررسی تأثیر گام پره نشان داد که تغییر گام پره تفاوت چندانی در نتایج ایجاد نمی‌کند و با کاهش ارتفاع این اثر می‌تواند نادیده گرفته شود.
3. در هر ارتفاع پره یک خروج از مرکز بهینه وجود دارد که تنش مؤثر ایجاد شده در پره، در آن از بقیه حالات کمتر است.
4. در پره با ارتفاع 8 mm از خروج از مرکز ۰ تا خروج از مرکز 3 mm تنش مؤثر بیش از ۲۰٪ کاهش می‌یابد و در خروج از مرکزهای بزرگتر از 3 mm بیشینه تنش مؤثر بیش از ۲۰٪ افزایش می‌یابد.
5. مقدار تغییر تنش در ارتفاع ۲ میلی متر در هر دو گام پره ناچیز و حداکثر ۰/۱ مگاپاسکال است.
6. در گام ۴ میلی متر در ارتفاع‌های مختلف ۲، ۴، ۶ و ۸ میلی متر به ترتیب خروج از مراکز بهینه در مکان‌های ۰/۲۵، ۱/۵، ۲/۲۵، ۳ و در گام ۸ میلی متر به ترتیب خروج از مراکز بهینه در مکان‌های ۰/۵، ۱/۵، ۲/۲۵، ۳ واقع می‌گردد.
7. در خروج از مرکز بهینه پره‌ها، افت فشار و انتقال حرارت به نسبت حالت بدون خروج از مرکز تفاوت ناچیزی دارد در صورتی که کاهش تنش حرارتی قابل توجه است.

با توجه به نتایج به دست آمده، استفاده از راهکار اعمال خروج از مرکز به منظور کاهش تنش‌های حرارتی در دسته پره‌های حلقوی توصیه می‌گردد.

- 1816.
- [4] M.Y. Wen, C.Y. Ho, Heat-transfer enhancement in fin-and-tube heat exchanger with improved fin design, *Applied Thermal Engineering*, 29(5-6) (2009) 1050-1057.
- [5] H. Bilirgen, S. Dunbar, E.K. Levy, Numerical modeling of finned heat exchangers, *Applied Thermal Engineering*, 61(2) (2013) 278-288.
- [6] C.C. Wang, K.Y. Chen, J.S. Liaw, C.Y. Tseng, An experimental study of the air-side performance of fin-and-tube heat exchangers having plain, louver, and semi-dimple vortex generator configuration, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 80 (2015) 281-287.
- [7] I. Petracci, L. Manni, F. Gori, Numerical Simulation of the Optimal Spacing for a Radial Finned, Tube Cooled by a Rectangular Jet, *International Journal of Thermal Sciences*, 104(54-67) (2016).
- [8] A.H. Benmachiche, F. Tahrou, F. Aissaoui, M. Aksas, C. Bougriou, Comparison of thermal and hydraulic performances of eccentric and concentric annular-fins of heat exchanger tubes, *Heat Mass Transf*, 53(8) (2017) 2461-2471.
- [9] S.S. Wu, Analysis on transient thermal stresses in an annular fin, *J. Thermal Stresses*, 20 (6) (1997) 591-615.
- [10] C.H. Chiu, C.K. Chen, Application of the decomposition method to thermal stresses in isotropic circular fins with temperature-dependent thermal conductivity, *J. Acta Mechanica*, 157(1) (2002) 147-158.
- [11] K. Adhikary, A. Mallick, Thermo-mechanical analysis in perforated annular fin using ansys, *International Journal of Recent Trends in Engineering & Research*, 4 (2018) 213-219.
- [12] P. Ocloń, S. Łopata, T. Stelmach, M. Li, J.F. Zhang, H. Mzad, W.Q. .Tao, Design optimization of a high-temperature fin-and-tube heat exchanger manifold—a case study, *Energy*, 215 (2021).
- [13] P. Fritsch, R. Hoffmann, R. Flüggen, P. Haider, S. Rehfeldt, H. Klein, A Cryogenic Test Rig for Dynamically Operated Plate-Fin Heat Exchangers, *Chemie Ingenieur Technik*, 93(8) (2021) 1230-1237.

t_f ضخامت پره، mm

u^f سرعت سیال در جهت x

v^f سرعت سیال در جهت y

V_{in} سرعت ورودی، m/s

w^f سرعت سیال در جهت z

x, y, z محورهای مختصات

علائم یونانی

α^* ضریب انبساط حرارتی، K^{-1}

d^f ضریب پخش حرارت، m^2/s

θ مختصه در جهت زاویه در دستگاه مختصات قطبی

μ ویسکوزیته دینامیکی، $N.s/m^2$

ρ چگالی، kg/m^3

σ_{rr} تنش شعاعی، Pa

$\sigma_{r,0}$ تنش برشی، Pa

$\sigma_{\theta\theta}$ تنش مماسی، Pa

$\tau_{r,0}$ تنش برشی، Pa

منابع

- [1] M.S. Mon, Numerical investigation of air-side heat transfer and pressure drop in circular finned-tube heat exchangers, Ph.D. Thesis, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Freiberg, Germany, (2003).
- [2] A. Erek, B. özerdem, L. Bilir, Z. İlken, Effect of geometrical parameters on heat transfer and pressure drop characteristics of plate fin and tube heat exchangers, *Applied Thermal Engineering*, 25(14-15) (2005) 2421-2431.
- [3] H.M. Şahin, A.R. Dalb, E. Baysala, 3-D Numerical study on the correlation between variable inclined fin angles and thermal behavior in plate fin-tube heat exchanger, *Applied Thermal Engineering*, 27(11-12) (2007) 1806-

- Piping, 199 (2022).
- [16] M. Hosseini, A. Hatami, S. Payan, Impact of flow around annular fins on their thermal stresses and strains, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 52(1) (2020) 51-54.
- [17] M. Hosseini, A. Hatami, S. Payan, Comparison of the effect of laminar and turbulent flow regimes on thermal stresses and strains in an annular fin, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 34 (2020) 413-424.
- [14] A. Moradikazerouni, Experimental and numerical investigation of traveling wave tube radial heat sink connector thermal stress and deformation with a focus on energy cost management, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 131 (2022).
- [15] Z. Liu, X. Xiong, G.Y. Zhou, Y. Pan, W. Zhou, F. Xuan, Numerical study on thermal stress fluctuation caused by coaxial-jet flow in lower head of central measurement column, *International Journal of Pressure Vessels and*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Abbasi Shirg , S. Payan , M. Hosseini, The Effect of the Eccentricity of the Annular Fin in the Bundle of Fins Exposed to Flow on Its Thermal Stresses, Amirkabir J. Mech Eng., 54(11) (2023) 2621-2644.

DOI: 10.22060/mej.2022.20643.7286



