



## Improving regularity of Delaunay Triangulation of Khuzestan Bidbland Dome via Circle Packing Algorithm and Genetic Optimization

P. Hemmatian Dehkordy<sup>1\*</sup>, A. Mohades Khorasani<sup>2</sup>, M. Goodarzi<sup>2</sup>, M. Chaichi Raghimi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics, Payame Noor University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Department of Mathematics and Computer Science, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran

**ABSTRACT:** Professor Nooshin *et al.* defined structural regularity indicators quantitatively three decades ago and used various methods for improving the regularity of some structures, such as stepping projection, sphere packing concept, recursive techniques, etc, to create a special category of space structures (domes and flats) and grid shells that were designed in a multifaceted manner, and depending on the type of project, they used one or more of these indicators to analyze and compare the regularity of the structures. The regularity studied in this research is related to increase of equal lengths or almost equal lengths, the reduction the count of elements with different lengths, the reduction of the number of length intervals and different shapes of faces while maintaining the geometric form. The aim of this research is to study the previous regularity indicators, investigate and analyze the improving regularity of Delaunay triangulation obtained from the points of the single layer dome of Bidboland Khuzestan with the proposed algorithm: using the circle packing algorithm and genetic optimization (using the minimization of different regularity indicators) to reach a suitable pattern. To analyze the improving regularity, we have presented algorithms for calculating the regularity indicators, we have calculated the numerical results of these indices and we have suggested a general definition for regularity degree. We show that each of these indices alone is not criteria for measuring and comparing the regularity of two structures. The results of this research are effective in improving the regularity of structures, form finding, and creating the optimal design of a structure.

### Review History:

Received: Non. 15, 2022

Revised: Jan. 04, 2023

Accepted: Feb. 19, 2023

Available Online: Mar. 10, 2023

### Keywords:

Dome

improving regularity

delaunay triangulation

genetic optimization

circle packing algorithm

### 1- Introduction

Referring to the report on “Current Status of Space Structures” published by the International Society of Shells and Space Structures (IASS) in 1984, A space structure can be considered as a structural system consisting of linear members and their arrangement is such that loads are transferred in three dimensions [1]. Space structures can be flat, barrel, cylinder, parabola, dome, freeform or a combination of these in terms of geometrical structure. The orientation of the members at the place of connection is very variable, which causes a great variety in the size of the elements and angles, therefore, it is always tried to design multiple elements in each structure in a few limited types, so that it can save time and money by accumulating parts [2-3]. Regularity and Improving Regularity of structures as a process of optimization have always been the focus of researchers for optimal design, cost reduction, and aesthetics. There are different methods of improving the regularity such as stepping projection [4], traviation process[5], sphere packing concept [6], recursive techniques [7-9], etc of a series of structures (flat and dome). To evaluate and compare the regularity of the structures, Professor Nooshin *et al.* quantitatively defined the numerical

indicators for measuring regularity. These indicators are known as regularity measuring meters or geometric parameters or degrees of regularity. These indicators along with the source are introduced in Table 1. Another useful idea is the concept of a ‘length profile chart’ (LEP chart). A LEP chart gives a visual representation of the degree of scatter of the member lengths in a configuration [5]. Until now, a single definition for the geometric regularity of a structure and its regularity index has not been stated and they are different according to different goals. Although The consensus is that a high percentage of structural elements are the same or close to each other, and the ideal is that all elements have the same length [6,10].

In our research for a case study we have chosen the single-layer dome of the Bidboland Persian Gulf gas refinery building, which is located 32km west of Shahid Behbahan in Khuzestan province in Iran. This structure was designed by the engineers of Ofogh Noor Space Structures Company in Rhino software (Figure 1). The diameter of this dome is about 8.5 meters and the height of the dome is about 1.3 meters and contains 57 points.

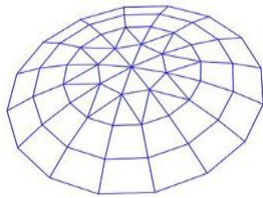
The regularity investigated in the literature of this research

\*Corresponding author’s email: Parisa-hemmatian@pnu.ac.ir



**Table 1. Regularity Geometric Indicators**

Variance [5] $S^2 = \frac{\sum (Li - Lav)^2}{n}$	Shape Ratio [5] $Sr = \frac{\theta_{max}}{\theta_{min}}$	Length Ratio (r) [5] $r = \frac{L_{max}}{L_{min}}$
Length Deviation [4] $cv = \frac{S}{Lav} = \frac{\sqrt{\frac{\sum (Li - Lav)^2}{n}}}{Lav}$	Standard Deviation [10] $S = \sqrt{\frac{\sum (Li - Lav)^2}{n}}$	Variation Range [10] $D = L_{max} - L_{min}$



**Fig. 1. Khuzestan Bidboland Dome drawn in Rhino software, Source: Ofogh Noor Space Structure Company**

refers to the increase of elements with equal or almost equal length, the reduction of the number of length intervals, and the reduction of different shapes of faces. In this research, for the first time, we analyze and investigate the geometric regularity of the Delaunay triangulation using the minimization of measurement errors and the proposed algorithm: using the circle packing algorithm and genetic optimization with 57 input points while maintaining the geometry. Genetic optimization was performed using the Galapagos plugin with default settings [11]. Also, we designed algorithms to calculate the regularity indicators and the percentage of different sides and angles of the structure based on the definitions of the regularity indices of previous researchers' studies, and we propose a general definition for the regularity indicator and we show that the regularity indicators alone are not a decision criterion for comparing and evaluating the regularity of two structures. In the case of indicators that take zero value in the state of complete regularity of the structure, the error value is equal to |regularity index| and if it is equal to 1 in the state of complete regularity of the structure, the amount of error is equal to |regularity index-1|. In this research, the length of the elements between 1000-1100 mm, 1100-1200 mm, etc, each shows a length type (length interval). Elements less than 1000 mm are considered as one length interval, and if the number of elements in one length interval is 2 or less,

we don't consider it as a type, it is considered in the next type. To change the position of the points while maintaining the geometry of the dome, first, the surface of the points is designed parametrically [12]. Then Delaunay triangulation has been done. The limitation of the problem is that the initial points of the structure are only allowed to move on the surface drawn through these points. We designed algorithms to calculate the indices of geometric regularity and the percentage of different sides and angles of the structure.

**2- Methodology**

The research process in this research is algorithmic, applied, computational, laboratory and analytical, and the stages of the research are:

- 1- Providing algorithms for calculating regularity indices and calculating the percentage of different sides and angles of the structure (Figure 2)
- 2- Designing the surface from the points of the structure parametrically (Figure 3)
- 3- Creating Delany triangulation (Figure 3)
- 4- Create circle packing algorithm (Figure 4)
- 5- Using genetic optimization (Galapagos plugin) with the aim of minimum error measurements
- 6- Calculation regularity indicators of the structures resulting from the implementation of step 5
- 7- Propose the general definition for regularity index
- 8- Analysis of improving the regularity of dome

**3- Results and Discussion**

The results of triangulation after genetic optimization are presented in Figures 12-20.

Table 2- Results and Discussion

We calculated all the length, angle and area indices of regularity for the above structures that be shown in Persian paper.

**3- 1- Proposed definition of Regularity index**

According to researchers, the definition of the regularity index is like the definition of beauty in architecture, which is different depending on different goals [4,6]. A suitable index for regularity is an index that does not change with the change of the symmetric scale. In this research, these indicators are Length ratio, shape ratio, area ratio, average shape ratio, coefficient of variation of sides, variance of angles, standard deviation of angles, coefficient of variation of angles, and coefficient of variation of area. Also, in addition to the above definitions, other regularity indices can be defined, such as the multiplication of the length ratio by the shape ratio or their sum, or the multiplication of two regularity indices, etc. For the first time, we propose a general definition of the regularity indicator based on the relation (1) in which each one  $r_i$ 's represents one of the above-mentioned regularity indicators and each one can be a number between zero and one, and their sum is one, or be determined according to the user's taste.

$$Pr = a_1r_1 + a_2r_2 + \dots + a_nr_n \tag{1}$$

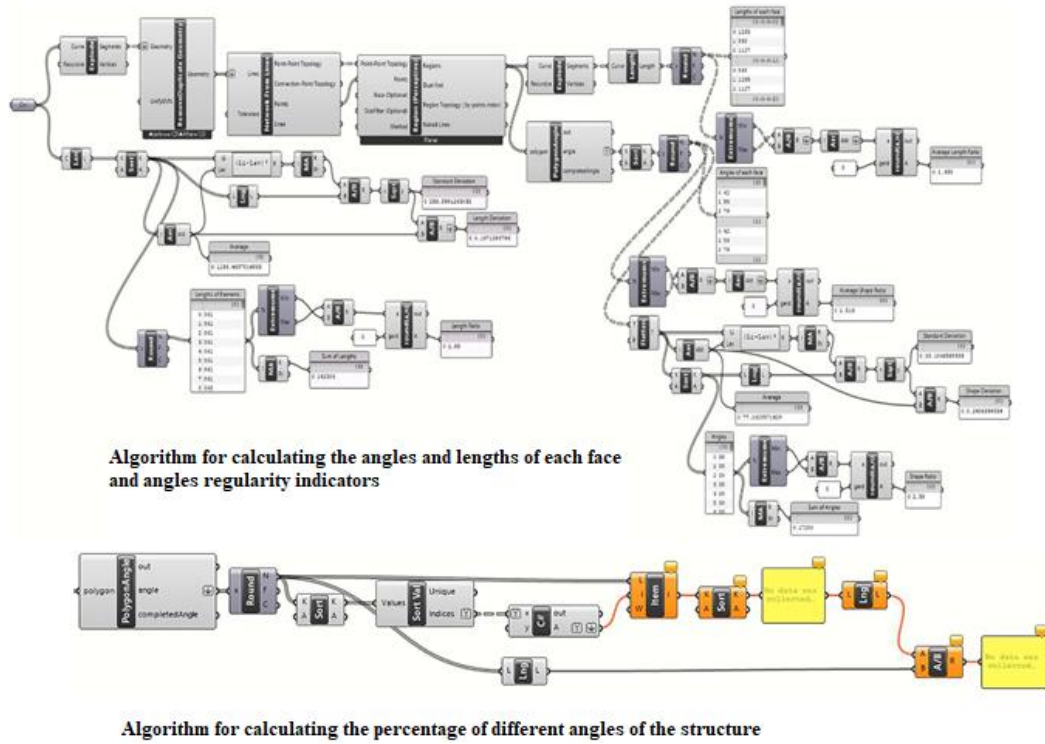


Fig. 2. Step 1 algorithm, source :Authors

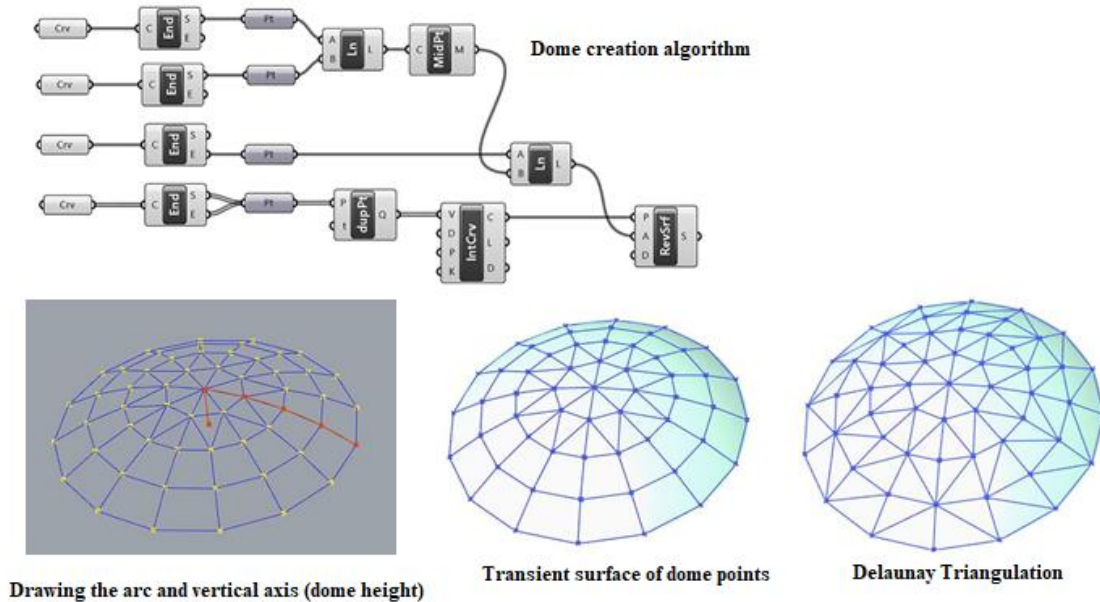


Fig. 3. Algorithm steps 2 and 3, source: Authors

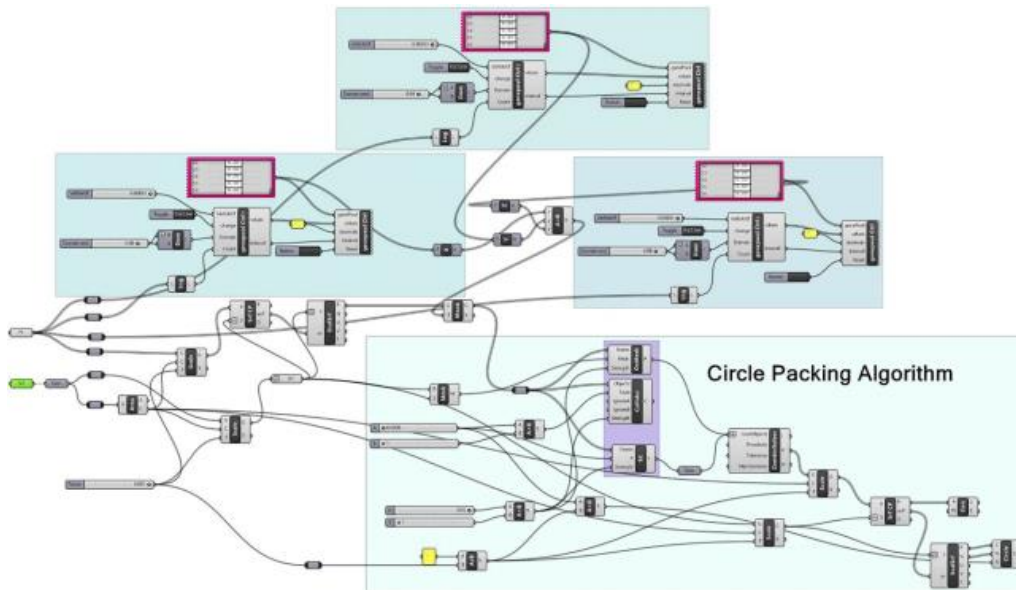
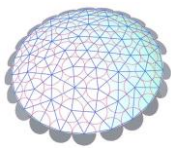


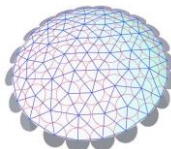
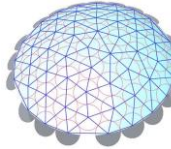
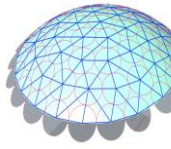
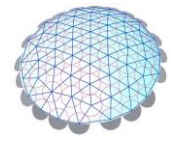
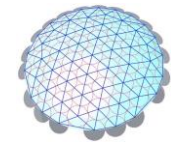
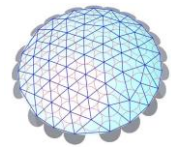


Fig. 3. Circle Packing Algorithm, Source: Authors

Table 2. Results and Discussion

 <p>Fig. 5. Goal Function Min <math> 1-r </math> Length types= 6</p>	 <p>Fig. 6. Goal Function Min <math>C.V_{Li}</math> Length types=6</p>	 <p>Fig. 7. Goal Function Min <math> 1-\text{Area Ratio} </math> Length types=7</p>
 <p>Fig. 8. Goal Function Min <math> 1-Sr </math> Length types=6</p>	 <p>Fig. 9. Goal Function Min <math> 1-\text{AverageSr} </math> Length types=8</p>	 <p>Fig. 10. Goal Function Min <math>C.V_{\text{area}}</math> Length types=7</p>
 <p>Fig. 11. Goal Function Min <math>S_{\theta_i}</math> Length types=7</p>	 <p>Fig. 12. Goal Function Min <math>S_{\theta_i}^2</math> Length types=6</p>	 <p>Fig. 13. Goal Function Min <math>C.V_{\theta_i}</math> Length types=6</p>



#### 4- Conclusions

In all triangulations, relation (2) is valid.

(1) The number of points + the number of faces-1 = the number of sides (2)

1- By Considering the area ratio as an regularity indicator, structure Figure 8, which is obtained with the aim of minimization|1-  $S_r$ |, it has a smaller value than other structures, so it has more regularity than other structures.

2-By Considering  $r$  and  $S_r$  as regularity indicators, structure Figure 7, which is obtained with the aim of minimization|1- Area Ratio|, it has a smaller value than other structures, so it has more regularity than other structures.

3- By Considering each of the  $S_r$ ,  $C.V_{L_i}$ ,  $C.V_{\theta_i}$  and  $S_{\theta_i}$  as a regularity indicator, structure Figure 11, which is obtained with the aim of minimization  $S_{\theta_i}$ , it has a smaller value than other structures, so it has more regularity than other structures.

4- By Considering the  $C.V_{areas}$  as a regularity indicator, structure Figure 10, which is obtained with the aim of minimization  $C.V_{areas}$  it has a smaller value than other structures, so it has more regularity than other structures.

5- The number of length types of structures Bidboland dome and dalanauy Bhdboland dome is the least, which simplifies assembly, assembly is a part of the work of engineers, and it can't be said definitively whether these two structures have less weight than other structures. From the viewer's point of view, it is expected that these two structures have more regularity than other structures, while it is not consistent with the numerical results of the regularity indices.

The proposed definition shows that with different values of  $a_i$ 's, one of the structures case study and No. 5 to 12 will have more regularity, which does not look regular from a visual point of view, and a unique answer is not obtained. Therefore, it is necessary to improve the definition of the regularity index to definitively decide which structure has more geometric regularity. This matter requires a lot of research and experiments, and a research team of researchers, structural engineers, and mathematicians is needed to be able to provide a single definition for the regularity index.

#### References

[1] Y. Tsuboi, Analysis, design and realization of space frames, Bulletin of the International Association of Shell

and Spatial Structures, 15 (1984) 84-85.

- [2] H. Nooshin, Space structures and configuration processing, Progress in Structural Engineering and Materials, 1(3) (1998) 329-336.
- [3] B.T.E.S. O.D.S.S, Code of Practice for Skeletal Steel Space Structures, Islamic Republic of Iran Vice presidency for Strategic Planning and Supervision, (2010) 1-523, in Persian.
- [4] R. Haghazad, H. Nooshin, M. Golabchi, Improving the regularity of geodesic domes using the concept of stepping projection, International Journal of Space Structures, 29(2) (2014) 81-95.
- [5] H. Nooshin, K. Ishikawa, P. Disney, J. Butterworth, The traviation process, Journal of the International Association for shell and spatial structures, 38(3) (1997) 165-175.
- [6] S.A. Behnejad, Geometrical data for lattice spatial structures: regularity, historical background and education, University of Surrey, 2020.
- [7] H. Nooshin, Y. Kuriowa, P.L. Disney, A genetic method for regularization of structural configurations, in: IASS Congress Spain, Madrid, 1999, pp. 1-10.
- [8] S.R. Massah, H. Ahmadi, Regularizing Structural Configurations by using Meta-Heuristic Algorithms, Geomechanics and Engineering, 12(2) (2017) 197-210.
- [9] M. Goodarzi, A. Mohades, M. Forghani-elahabad, Improving the Gridshells' Regularity by Using Evolutionary Techniques, Mathematics, 9(4) (2021) 440.
- [10] Y. Kouroiwa, Regularization of Structural Forms using Genetic Algorithms, University of Surrey, 2000.
- [11] D. Rutten, Galapagos: On the logic and limitations of generic solvers, Architectural Design, 83(2) (2013) 132-135.
- [12] A. Tedeschi, AAD, Algorithms-aided design: parametric strategies using Grasshopper, Le penseur publisher, 2014.

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

P. Hemmatian Dehkordy, A. Mohades Khorasani, M. Goodarzi, M. Chaichi Raghimi, Improving regularity of Delaunay Triangulation of Khuzestan Bidbland Dome via Circle Packing Algorithm and Genetic Optimization, Amirkabir J. Civil Eng., 55(4) (2023) 183-188.

DOI: 10.22060/mej.2019.15465.6128







## بهبود نظم گنبد فضاکار بیدبلند خوزستان با استفاده از الگوریتم پیمایش دایره‌ای و بهینه‌سازی ژنتیک

پریسا هممتیان دهکردی<sup>۱\*</sup>، علی محدث خراسانی<sup>۲</sup>، مرجان گودرزی<sup>۲</sup>، محمد چایچی رقیمی<sup>۱</sup>

۱- گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

۲- دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، پلی‌تکنیک، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۸/۲۴

بازنگری: ۱۴۰۱/۱۰/۱۴

پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۳۰

ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۱۲/۱۹

### کلمات کلیدی:

گنبد

بهبود نظم

مثلتبندی دلانی

الگوریتم پیمایش دایره‌ای

الگوریتم ژنتیک

**خلاصه:** پروفیسور هوشیار نوشین و سایر محققان در سه دهه‌ی پیش شاخص‌های نظم سازه را به صورت کمی تعریف کردند و شیوه‌های مختلفی جهت بهبود نظم سازه‌ها نظیر تراپویش، تصویرگام به گام، پیمایش کروی، تکنیک‌های بازگشتی و ... را برای ایجاد رده‌ای خاص از سازه‌های فضاکار (گنبدها و تخت) و پوسته‌های شبکه‌ای که به صورت چندوجهی طراحی شده بودند، ارائه دادند و بسته به نوع پروژه یک یا چند از این شاخص‌ها را جهت تحلیل و مقایسه‌ی نظم سازه‌ها به کار بردند. با توجه به اهداف مختلف تعریف نظم هم متفاوت است. نظم مورد بررسی در این پژوهش به افزایش المان‌ها (اضلاع) با طول‌های یکسان یا تقریباً یکسان، کاهش تعداد المان‌ها با طول‌های متفاوت، کاهش تعداد تیپ‌های طولی المان‌ها (بازه‌های طولی) و کاهش تعداد شکل‌های متفاوت و جوه با حفظ هندسه‌ی فرم بر می‌گردد. هدف این پژوهش مطالعه‌ی شاخص‌های نظم و همچنین بررسی و تحلیل بهبود نظم مثلث‌بندی دلانی حاصل از نقاط گنبد فضاکار تک لایه‌ی بیدبلند خوزستان با الگوریتم پیشنهادی: به کار بردن الگوریتم پیمایش دایره‌ای و استفاده از بهینه‌سازی ژنتیک (با استفاده از کمینه‌سازی شاخص‌های مختلف نظم) در دستیابی به یک الگوی مناسب می‌باشد. جهت بررسی بهبود نظم الگوریتم‌هایی برای محاسبه‌ی شاخص‌های طولی، زاویه‌ای و مساحتی نظم ارائه داده، نتایج عددی این شاخص‌ها را محاسبه، تعریف کلی شاخص نظم را پیشنهاد نموده و نشان می‌دهیم این شاخص‌ها به تنهایی ملاکی برای سنجش و مقایسه‌ی نظم دو سازه نمی‌باشند. نتایج حاصل از این پژوهش در مباحث بهبود نظم سازه‌ها، فرم‌یابی و ایجاد طرح بهینه یک سازه موثر می‌باشد.

### ۱- مقدمه

می‌شود تا عناصر متعدد در هر سازه در چند تیپ محدود طراحی شوند تا بتوان با انبوه‌سازی قطعات، در زمان و هزینه صرفه‌جویی نمود. سازه‌های فضاکار از نظر ساختار هندسی می‌توانند تخت، چلیک، استوانه، سهمی‌گون، گنبدی، آزاد و یا ترکیبی از اینها باشند. گنبد در دو جهت دارای انحناست. در صورتی که الگوی یک شبکه‌ی تخت را بر سطح منحنی تصویر نموده و تطابق دهیم، گنبد شبکه‌ی گونه‌ی تک لایه تشکیل می‌شود. گنبد از دیرباز در معماری ایران کاربرد فراوانی داشته و از اشکال بهینه و مقاوم محسوب می‌شود [۲]. نظم سازه‌ها به جهت مباحث ایجاد طرح بهینه، کاهش هزینه و زیباشناسی همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. طرح بهینه‌ی فرم یک سازه نه تنها باید از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه باشد، بلکه باید الزامات آیین‌نامه‌ای را نیز برآورده کند [۳]. محققین برای اینکه بتوانند نظم هندسی یک سازه را به صورت کمی تعریف کنند و مورد ارزیابی و مقایسه قرار دهند، شاخص‌های عددی نظم را ارائه داده‌اند. این شاخص‌ها به مترهای اندازه‌گیری نظم یا پارامترهای هندسی یا درجه‌های نظم معروف هستند که

امروزه به دلایل مختلف از جمله زیبایی، جذابیت، تکنولوژی ساخت، عملکرد، اقتصاد، نورپردازی، انرژی، پوشش فضاهای بزرگ، طراحی و ساخت سازه‌های فضاکار شبکه‌ای و مخصوصاً با پوشانه‌های شیشه‌ای بیشتر مورد توجه مهندسان بوده است. با استناد به گزارشی که در رابطه با «وضعیت موجود سازه‌های فضاکار» توسط انجمن بین‌المللی پوسته‌ها و سازه‌های فضایی (IASS) در سال ۱۹۸۴ انتشار یافت می‌توان یک سازه‌ی فضایی را به صورت یک سیستم سازه‌ای در نظر گرفت که از عضوهای خطی تشکیل یافته و طرز قرارگیری آنها به گونه‌ای است که بارها به صورت سه بعدی منتقل می‌شوند. یک سازه‌ی فضاکار اغلب شکلی صاف یا منحنی‌گونه به خود می‌گیرد [۱]. به علت طبیعت سازه و هندسه‌ی این نوع سازه‌ها جهت‌گیری اعضا در محل اتصالات بسیار متغیر هستند که این خود سبب ایجاد تنوع زیاد در اندازه المان‌ها و زوایا می‌شود، از اینرو همواره تلاش

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: Parisa-hemmatian@pnu.ac.ir



رساله‌های دکترای کورویوا<sup>۴</sup> [۴] و به نژاد [۵] توصیف شده‌اند. شاخص‌های مختلف نظم سازه، همراه با منبع در جدول ۱ معرفی شده است. در همه‌ی شاخص‌ها  $n$  تعداد اضلاع سازه،  $L_i$  ها طول اضلاع به کار رفته در سازه و  $L_{m1}$  میانگین اضلاع به کار رفته در سازه می‌باشد.

شاخص واریانس وضعیت پراکندگی اضلاع نسبت به میانگین را نشان می‌دهد. اگر همه‌ی اضلاع با هم برابر باشند، واریانس صفر است. انحراف معیار جذر واریانس می‌باشد. این شاخص نشان می‌دهد به طور میانگین اضلاع چه مقدار از مقدار متوسط فاصله دارند. اگر انحراف معیار اضلاع نزدیک به صفر باشد، نشانه‌ی آن است که اضلاع نزدیک به میانگین اضلاع هستند، پراکندگی اندکی دارند و هم بعد با اضلاع می‌باشد. شاخص ضریب تغییرات بی بعد است و صفر بودن آن بدان معناست که طول همه‌ی اضلاع سازه با هم برابر است. شاخص دامنه تغییرات حداکثر میزان پراکندگی را نشان می‌دهد و صفر بودن آن نشان دهنده‌ی برابری همه‌ی اضلاع سازه است. زمانی کاربرد دارد که تعداد داده‌ها کم باشد. نمودار شاخص طول توزیع طول عناصر را نشان می‌دهد. محور افقی نشان دهنده‌ی نسبت طول‌های عناصر به میانگین همه عناصر است و محور عمودی فراوانی را بر حسب درصد نشان می‌دهد. هر مستطیل متناظر با یک دسته از اضلاعی است که طول آنها با هم برابر یا به هم نزدیک باشد.

تمامی این شاخص‌ها قابل توسعه به زوایا و همچنین مفاهیم میانگین، واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات مرتبط با نرخ‌های طولی، نرخ‌های شکلی و مساحت‌های وجوه به کار رفته در یک سازه می‌باشند، تا کنون پژوهشگران به دلیل تنوع فرم‌ها و پیچیدگی آنها کمتر به تحلیل، بررسی و کاربرد تعاریف شاخص‌های نظم سازه‌های فضاکار و بهبود نظم این سازه‌ها پرداخته‌اند؛ همچنین محققان با کمک نرم‌افزارهای فرمیان<sup>۵</sup> و متلب<sup>۶</sup> پژوهش‌های مرتبط با بهبود نظم را انجام داده‌اند. کاربرد نرم‌افزار فرمیان در طراحی سازه‌ها با استفاده از منطق جبر فرمکس می‌باشد. لذا در این پژوهش نمونه‌ی موردی گنبد فضاکار تک لایه‌ی ساختمان پالایشگاه گاز بیدبلند خلیج فارس که در ۳۲ کیلومتری غرب شهید بهبهان در استان خوزستان واقع شده را انتخاب کرده‌ایم. این سازه توسط مهندسين شرکت سازه‌های فضاکار افق نور(سان) در نرم‌افزار راینو طراحی شده (شکل ۱) و ساخت آن در سال ۱۳۹۸ به اتمام رسیده است. قطر گنبد حدود ۸/۵ متر و ارتفاع گنبد حدود ۱/۳ متر می‌باشد.

برای تولید اطلاعات هندسی استفاده می‌شوند. در تحلیل و بررسی نظم تنها به مطالعه‌ی کیفیت شبکه پرداخته می‌شود، بنابراین مواردی چون ضخامت هموندا و پوشانه‌ها، مصالح مورد استفاده در پوشانه‌ها، وزن سازه و ... در نظر گرفته نمی‌شود و فقط شبکه‌ی خطی سازه متشکل از نقاط، خطوط، وجوه و زوایا مورد بررسی قرار می‌گیرد. تا کنون تعریف جامعی برای یک سازه منظم ارائه نشده است. اگر چه توافق نظر بر این است که درصد بالایی از عناصر سازه یکسان باشد و ایده‌آل این است که همه‌ی وجوه به کار رفته در سازه مشابه و طول همه‌ی عناصر یکسان باشد. یک پردازش را منظم می‌گویند اگر تفاوت طول‌های عناصر نسبتاً کم باشد [۴-۵]. در علم مهندسی سازه برای اولین بار پروفیسور هشیار نوشین<sup>۱</sup>، رامتین حق نظر<sup>۲</sup> و سایر محققان ابتدا شاخص‌های نرخ طولی و نرخ شکلی برای سنجش نظم چندضلعی به صورت رابطه‌های (۱) و (۲) تعریف کرده‌اند.

$$Lr = \frac{\text{Shortest edge length}}{\text{Longest edge length}} \quad (1)$$

$$Sr = \frac{\text{smallest internal angle of the polygon}}{\text{largest internal angle of the polygon}} \quad (2)$$

برد مقادیر این شاخص‌ها بین ۰ و ۱ می‌باشد و نرخ طولی (شکلی) ۱ متناظر با یک چندضلعی منظم است و برای گنبد‌های ژئودزیک که از ترکیب وجوه مختلف حاصل می‌شود، شاخص‌های میانگین نرخ‌های شکلی، تعداد سایزهای متفاوت عناصر، انحراف استاندارد اضلاع و نمودار شاخص طول<sup>۳</sup> (نمودار LEP) را ارائه داده‌اند [۴]. این شاخص‌ها به صورت معکوس هم تعریف می‌شوند [۶].

محققان شاخص‌های دیگری مانند دامنه‌ی تغییرات اضلاع (زوایا)، میانگین اضلاع (زوایا)، واریانس اضلاع (زوایا)، انحراف طولی (ضریب تغییرات اضلاع)، انحراف شکلی (ضریب تغییرات زوایا) و ... را نیز برای سنجش نظم رده‌ای از سازه‌ها (گنبد‌ها و تخت) که از ترکیب وجوه مختلف به دست آمده‌اند، معرفی کرده‌اند. این شاخص‌ها برگرفته از شاخص‌های وضعیت پراکندگی داده‌ها در علم آمار می‌باشند و به صورت کامل در

4 Kuroiwa  
5 Formian  
6 Matlab

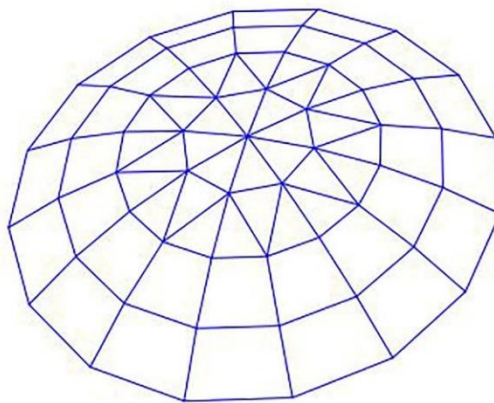
1 Hoshyar Nooshin  
2 Ramtin Haghazhar  
3 Length Profile Chart



جدول ۱. معرفی شاخص‌های طولی نظم

Table 1. Introducing the length regularity indicators

ردیف	نام محقق	سال و منبع	معیار مناسب برای سنجش نظم سازه
۱-	نوشین و همکاران	۱۹۹۷ [۷]	نرخ طولی (r) $r = \frac{L_{\max}}{L_{\min}}$
۲-	نوشین و همکاران	۱۹۹۷ [۷]	نمودار شاخص طول (L)
۳-	نوشین و همکاران	۱۹۹۷ [۷]	انحراف معیار (S) $S = \sqrt{\frac{\sum(Li - Lav)^2}{n}}$
۴-	حق نظر، نوشین و همکاران	۲۰۱۴ [۶]	انحراف طول (d) $cv = \frac{S}{Lav} = \frac{\sqrt{\frac{\sum(Li - Lav)^2}{n}}}{Lav}$
۵-	کوریوا	۲۰۰۰ [۴]	واریانس ( $S^2$ ) $S^2 = \frac{\sum(Li - Lav)^2}{n}$
۶-	کوریوا	۲۰۰۰ [۴]	دامنه تغییرات (D) $D = L_{\max} - L_{\min}$



شکل ۱. سازه فضاکار فرم آزاد ترسیم شده در نرم افزار راینو، منبع: شرکت سازه فضاکار افق نور

Fig. 1. Free form space structure drawn in Rhino software, Source: Ofogh Noor Space Structure Company

در نظم سازه و هم در رفتار سازه موثر باشند و مهندسی باید تصمیم‌های فنی و مدیریتی زیادی اخذ کنند که ماحصل آن کاهش هزینه، عملکرد مطلوب‌تر، افزایش موارد فنی و مقاومت، ایمنی و افزایش ضرایب اطمینان باشد. آرایش هندسی منظم موجب آسان‌تر شدن کار طراحی و مونتاژ می‌شود.

پرداختن به اطلاعات هندسی و ویژگی‌های متریک در طراحی و ساخت سازه‌های فضاکار بسیار مهم است. خواص متریک معمولاً در ارزیابی، تعریف نظم و بهبود نظم ساختار یک شبکه کاربرد دارد و در چند دهه‌ی اخیر محققین در تاشه‌پردازی<sup>۳</sup> (طراحی مفهومی) رده‌ای از سازه‌ها به آن پرداخته‌اند [۵].

علیرضا به نژاد<sup>۴</sup> در رساله‌ی دکترای خود مفهوم پیمایش کروی را برای یافتن یک خانواده از الگوها برای گنبد‌های شبکه‌ای ارائه می‌دهد. این شیوه با درصد بالایی از المان‌های مساوی دارای مزایای سهولت ساخت، مونتاژ، کاهش هزینه و زمان می‌باشد [۵].

رامتین حق نظر<sup>۵</sup> و همکاران شیوه‌ی تصویرسازی گام به گام<sup>۶</sup> را با هدف بهبود نظم برای ایجاد گنبد‌های ژئودزیک به کار بردند، برای تولید گنبد‌های ژئودزیک از چندوجهی‌های ار شمیسی و افلاطونی استفاده کرده و برای افزایش نظم در گنبد‌ها، مفهوم چندوجهی‌های گرد شده را نیز ارائه و به کار گرفته‌اند و با استفاده از شاخص‌های نظم شامل تعداد کامل المان‌ها، انحراف معیار المان‌ها، میانگین نرخ شکلی، نرخ طولی و نمودار شاخص طول، سازه‌های حاصل از تصویرسازی نرمال و تصویرسازی پله‌ای را مورد تحلیل قرار دادند [۶].

نوشین و همکاران در مقاله‌ی [۷] فرآیند تراپوش<sup>۷</sup> (فرآیند مینیمم‌سازی تابع پتانسیل هندسی<sup>۸</sup> (تابع GP)) را برای تاشه‌پردازی یک سازه به کار برده‌اند. برای مثال با اجرای این فرآیند روی یک گنبد باعث تغییر در موقعیت‌های گره‌ای و کاهش تفاوت‌های طولی المان‌ها گردید و برای تحلیل بهبود نظم پارامترهای نرخ طولی، انحراف طولی و نمودار شاخص طول را به کار برده‌اند.

نوشین و همکاران در مقاله‌ی [۹] در یک مثال ساده‌ی سازه‌ی تخت روش ژنتیک را برای نظم تاشه‌پردازی سازه‌ی مطرح کردند. برای تابع هدف از واریانس نرمال شده<sup>۹</sup> استفاده کردند. این روش باعث شد طول المان‌ها یکسان یا نزدیک به هم باشد.

نظم (نظم هندسی) مورد بررسی در ادبیات این پژوهش به افزایش المان‌ها با طول یکسان یا تقریباً یکسان، کاهش تعداد تیپ‌های طولی و کاهش شکل‌های متفاوت وجوه با حفظ هندسه‌ی فرم گنبد بر می‌گردد. در این پژوهش طول المان‌ها بین ۱۰۰۰ الی ۱۱۰۰ میلی‌متر، ۱۱۰۰ الی ۱۲۰۰ میلی‌متر و ... هر کدام یک تیپ طولی (بازه‌ی طولی) را نشان می‌دهند. المان‌های کمتر از ۱۰۰۰ میلی‌متر یک تیپ طولی محسوب می‌شود و اگر در یک تیپ طولی تعداد المان‌ها ۲ یا کمتر باشد، در تیپ بعدی (در صورت عدم وجود در تیپ فعلی) محسوب می‌شود و آن را به عنوان یک تیپ در نظر نمی‌گیریم. به منظور تغییر موقعیت نقاط با حفظ هندسه‌ی گنبد ابتدا پوسته‌ی (رویه‌ی) گذرا از نقاط سازه را به صورت پارامتریک طراحی و نقاط حاصل مثلث‌بندی دلانی می‌گردد. از مثلث‌بندی دلانی نقاط سازه گنبد اشودلر<sup>۱</sup> حاصل می‌شود [۳]. در مورد شاخص‌هایی که در حالت نظم کامل سازه مقدار صفر می‌گیرند، مقدار خطا برابر با |شاخص نظم| و اگر در حالت نظم کامل سازه برابر ۱ باشد، مقدار خطا برابر |شاخص نظم-۱| می‌باشد. در این پژوهش برای اولین بار بهبود نظم مثلث‌بندی دلانی گنبد بیدبلند خوزستان (گنبد اشودلر) را با به کار بردن کمینه‌سازی خطاهای نظم مورد تحلیل و بررسی قرار می‌دهیم. مسئله‌ی بهینه‌سازی دارای یک قید و یک هدف می‌باشد. قید مسئله این است که نقاط ورودی سازه فقط قابلیت جابجایی روی پوسته‌ی گذرا از نقاط سازه را دارند و هدف مسئله کمینه‌سازی خطاهای اندازه‌گیری می‌باشد. جهت تغییر موقعیت نقاط روی پوسته روش پیشنهادی الگوریتم پیمایش دایره‌ای و بهینه‌سازی ژنتیک را به کار می‌بریم. اجرای بهینه‌سازی ژنتیک را با استفاده از افزونه‌ی گالاپاگوس<sup>۲</sup> انجام می‌دهیم [۸]. الگوریتم‌هایی برای محاسبه‌ی شاخص‌های نظم هندسی (طولی، زاویه‌ای و مساحتی نظم) و درصد اضلاع و زوایای متفاوت سازه طراحی می‌کنیم و همچنین بر اساس تعاریف شاخص‌های نظم مطالعات پیشین محققان، تعریف کلی برای شاخص نظم هندسی را ارائه می‌دهیم و نشان می‌دهیم جهت مقایسه و ارزیابی دو سازه شاخص‌های نظم هندسی به تنهایی ملاک تصمیم‌گیری نمی‌باشند. بهینه‌سازی با تنظیمات پیش فرض گالاپاگوس اجرا شده است.

## ۲- پیشینه تحقیق

نحوه‌ی اتصال اعضا در گره‌ها و ایجاد نقش‌های مختلف کلید نظم سازه‌ها با الگوهای متنوع هندسی است. نقش‌های هندسی سازه می‌توانند هم

- 1 Schwedler Dome
- 2 Galapagoas Plug-in

- 3 Configuration Processing
- 4 Alireza Behnejad
- 5 Ramtin Haghazad
- 6 Stepping Projection
- 7 Traviation Process
- 8 Geometric Potential Function
- 9 Normalized Variance

- ۶- محاسبه‌ی شاخص‌های نظم سازه‌های حاصل از اجرای مرحله ۵  
 ۷- بررسی تعاریف شاخص‌های نظم با استفاده از تعریف پیشنهادی  
 ۸- تحلیل بهبود نظم گنبد فضاکار

### ۳-۱- الگوریتم‌های محاسبه شاخص‌های نظم و درصد تعداد اضلاع و زوایای متفاوت

گرس‌هاپر یک زبان برنامه‌نویسی بصری است که توسط دیوید راتن<sup>۵</sup> در موسسه رابرت مک نیل<sup>۶</sup> و همکاران توسعه یافته است. گرس‌هاپر در نرم‌افزار راینو اجرا می‌شود. برنامه‌ها با کشیدن قطعات بر روی این صفحه ساخته می‌شوند. تعریف هندسه با خطوط ریاضی سبب شده است که راینو در تبدیل هندسه به نمونه‌های واقعی قابل ساخت جلوتر از دیگر نرم‌افزارهای مدل‌ساز باشد. این افزونه به طراحان این امکان را می‌دهد که بدون نیاز به آموختن برنامه‌نویسی به روش مبتکرانه‌ای بتوانند در دنیای طراحی به اکتشاف فرم‌های جدید بپردازند و علاوه بر آن در حل مسائل ریاضی و آماری نیز افزونه‌هایی دارد که محاسبات را می‌توان با آن انجام داد [۱۳].

تمامی پژوهش با کمک نرم‌افزار راینو ورژن ۰۱.۱۳۰۰۱.۲۲۲۰۸.۲۱.۰۷، پلاگین گرس‌هاپر و افزونه‌های آن و نرم افزار Spss انجام و همچنین تمامی محاسبات در افزونه‌ی گرس‌هاپر با ده رقم اعشار تنظیم شده است. با توجه به آنکه مفروضات مسئله فقط داشتن نقاط، خطوط، زوایا و وجوه به کار رفته در سازه است، لذا برای محاسبه شاخص‌های نظم ضروری است الگوریتم‌هایی جهت محاسبه‌ی شاخص‌های طولی، زاویه‌ای و مساحت نظم ارائه شود. با استفاده از الگوریتم شکل ۲ تعداد نقاط را محاسبه نمودیم.

همانطور که مشاهده می‌گردد این گنبد شامل ۵۷ نقطه است.

جهت محاسبه‌ی تعداد اضلاع (زوایای) متفاوت سازه از الگوریتم شکل ۳ در گرس‌هاپر استفاده نمودیم که در آن از برنامه‌نویسی پایتون (شکل ۴) جهت محاسبه‌ی تعداد اندیس‌های اضلاع (زوایای) متفاوت استفاده نمودیم. طبق الگوریتم شکل ۵ طول‌ها و زوایای هر وجه و شاخص‌های طولی و زاویه‌ای نظم محاسبه می‌شوند. زوایا برحسب درجه و طول‌ها بر حسب میلیمتر هستند. ابتدا محاسبات انجام و بعد طول اضلاع و زوایا گرد شده‌اند. به صورت روند مشابه مساحتی نظم و درصد اضلاع متفاوت سازه محاسبه می‌شود.

پیرکوفسکی<sup>۱</sup> برای بررسی نظم شبکه‌های سلولی، مفاهیم انحراف معیار و ضریب تغییرات را برای مساحت‌های سلول‌ها و همچنین برای محیط‌های سلول‌ها به کار برد [۱۰].

سعیدرضا مساح<sup>۲</sup> و همکاران الگوریتم‌های فراابتکاری شامل الگوریتم‌های بهینه‌سازی ذرات<sup>۳</sup> (PSO) و بهینه‌سازی مبتنی بر جغرافیای زیستی<sup>۴</sup> (BBO) را برای منظم‌سازی تاشه‌پردازی سازه به کار بردند. دو تابع هدف واریانس نرمال شده و تابع پتانسیل هندسی در بهبود نظم مثال‌های مطرح شده تأثیر زیادی داشت [۱۱].

مرجان گودرزی و همکاران تکنیک‌های بازگشتی الگوریتم ژنتیک و الگوریتم PSO را جهت بهبود نظم رده‌ای از پوسته‌های شبکه‌ای با انحنای متفاوت (نیمکره، سهموی هذلولوی و سینوسی) ارائه دادند و مشاهده گردید روی سطوح یکسان تکنیک بهینه‌سازی ازدحام ذرات از تکنیک ژنتیک بهتر عمل می‌کند و نظم بیش از ۵۰ درصد بهبود یافته است. همچنین با در نظر گرفتن شبکه‌بندی چهارضلعی و مثلثی روی سطوح نتیجه شد بهبود نظم شبکه‌بندی چهارضلعی از شبکه‌بندی مثلثی بهتر است [۱۲].

تا کنون پژوهشگران به دلیل تنوع فرم‌ها و پیچیدگی آنها کمتر به نقد، بررسی، تحلیل بهبود نظم و تعاریف شاخص‌های نظم سازه‌های فضاکار پرداخته‌اند و به صورت نمونه‌های موردی بررسی شده است. لذا تمرکز این پژوهش تحلیل بهبود نظم هندسی نمونه‌ی موردی گنبد فضاکار بیدبلند خوزستان با الگوریتم پیشنهادی: استفاده از الگوریتم پیمایش دایره‌ای و بهینه‌سازی ژنتیک با ۵۷ نقطه‌ی ورودی می‌باشد.

### ۳- روش تحقیق

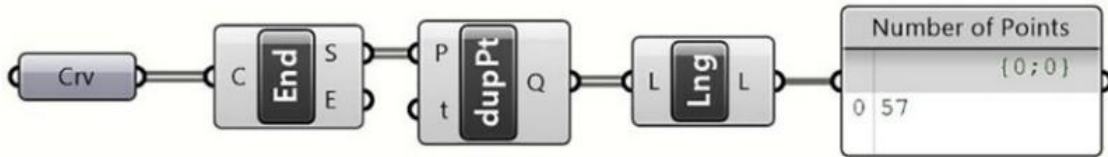
روند تحقیق در این پژوهش الگوریتمیک، کاربردی، محاسباتی، آزمایشگاهی و تحلیلی می‌باشد و مراحل انجام پژوهش عبارتند از:

- ۱- ارائه‌ی الگوریتم‌هایی برای محاسبه‌ی شاخص‌های نظم و محاسبه‌ی درصد اضلاع و زوایای متفاوت سازه
- ۲- طراحی پوسته‌ی گذرا از نقاط سازه به صورت پارامتریک
- ۳- ایجاد مثلث‌بندی دلانی
- ۴- ایجاد الگوریتم پیمایش دایره‌ای
- ۵- استفاده از بهینه‌سازی ژنتیک (افزونه گالاپاگوس) با هدف مینیمم

شاخص‌های نظم

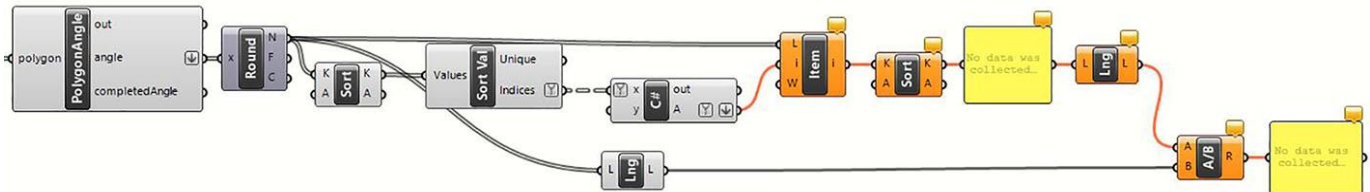
- 1 Piorkowski
- 2 Saeed Reza Massah
- 3 Particle Swarm Optimization(PSO)
- 4 Biogeography-Based Optimization(BBO)

5 David Rutten  
 6 Robert Mcneel



شکل ۲. الگوریتم محاسبه‌ی تعداد نقاط، منبع: نگارندگان

Fig. 2. Algorithm for calculating the number of points, Source: Authors



شکل ۳. الگوریتم محاسبه‌ی درصد زوایای متفاوت سازه، منبع: نگارندگان

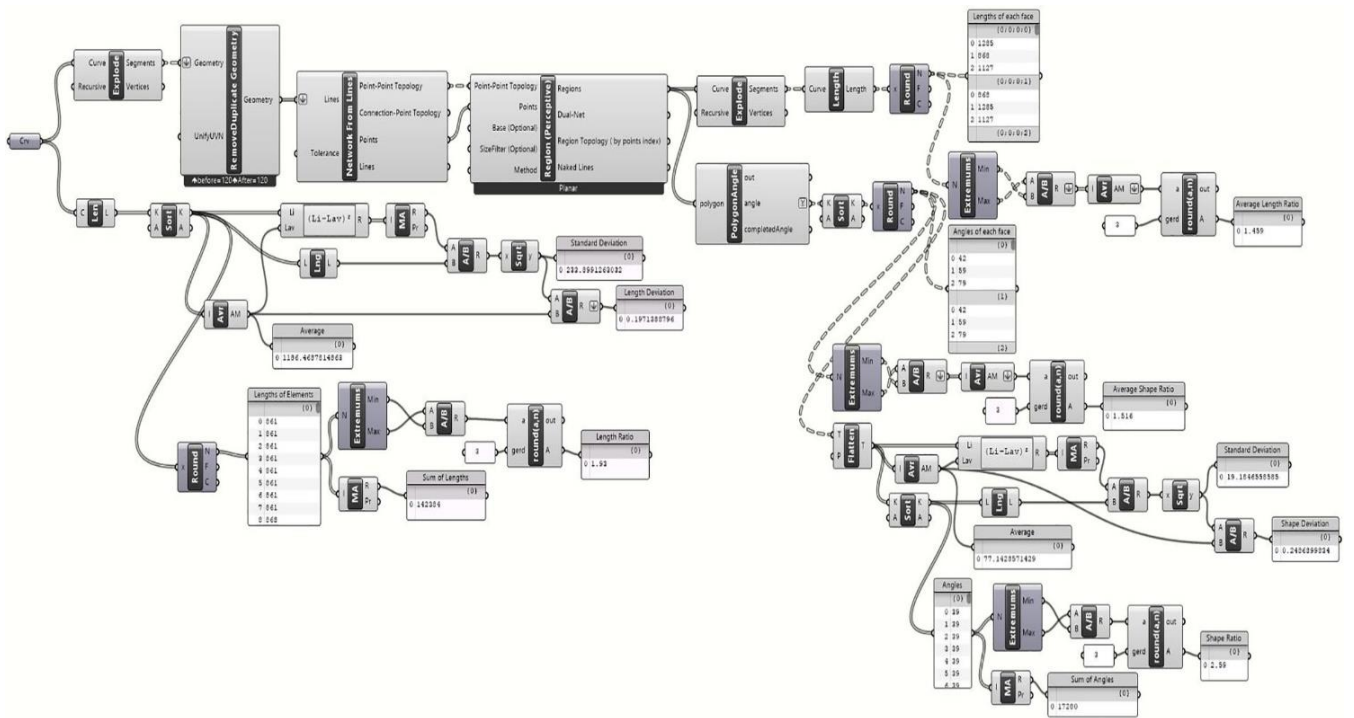
Fig. 3. Algorithm for calculating the percentage of different angles of the structure, Source: Authors

```

Script Editor
Script component: C#
1  using
12
13
14
15  /// <summary>
16  /// This class will be instantiated on demand by the Script component.
17  /// </summary>
18  public class Script_Instance : GH_ScriptInstance
19  {
20  Utility functions
35
36  Members
49
50  /**/
55  private void RunScript(DataTree<double> x, object y, ref object A)
56  {
57  var tr = new DataTree<double>();
58  for (int i = 0; i < x.BranchCount; i++)
59  { if(x.Branches[i].Count == 1)
60  tr.AddRange(x.Branches[i], new GH_Path(i));}
61  A = tr;
62  }
63
64  // <Custom additional code>
65
66  // </Custom additional code>
67  }
    
```

شکل ۴. کد پایتون جهت نمایش اندیسهای زوایای متفاوت سازه، منبع: نگارندگان

Fig. 4. Python code to display the indices of different angles of the structure, Source: Authors



شکل ۵. الگوریتم محاسبه زوایا و طولهای هر وجه و شاخص‌های زاویه‌ای نظم، منبع: نگارندگان

Fig. 5. Algorithm for calculating angles and lengths of each face and angle indices of regularity, source: Authors

در نظر گرفتیم که در این راستا آزمایش‌های زیادی برای انتخاب کران بالای شعاع و دامنه انجام شده است. با تغییر دامنه و تغییر کران بالای اسلایدر شعاع جواب‌های متفاوت دیگری حاصل می‌شود. الگوریتم پیمایش دایره‌ای برای نمایش دایره‌ها باشعاع یکسان و مماس بر هم روی پوسته‌ی گنبد به کار می‌رود.

شاخصی برای نظم سازه مناسب می‌باشد که نسبت به تغییر مقیاس متقارن آن دچار تغییر نشود. لذا با چندین مورد آزمایش تغییر مقیاس متقارن مثلث‌بندی دلانی نمونه موردی دریافتیم که هیچکدام از شاخص‌های محیط مناسب ارزیابی نظم دو سازه نیستند. شاخص‌های نرخ طولی، نرخ شکلی، نرخ مساحت، میانگین نرخ شکلی، ضریب تغییرات اضلاع، واریانس زوایا، انحراف استاندارد زوایا، ضریب تغییرات زوایا و ضریب تغییرات مساحت دچار تغییر نمی‌شوند و برای ارزیابی نظم سازه مناسب هستند. جهت انجام بهینه‌سازی، کمینه‌سازی خطاها را با استفاده از الگوریتم ژنتیک از طریق اجرای افزونه‌ی گالاپاگوس مورد آزمایش قرار دادیم. ژنوم‌های افزونه‌ی گالاپاگوس را مولفه‌های ژن پول و اسلایدر شعاع در نظر گرفتیم. با اجرای گالاپاگوس

### ۳-۲- ایجاد پوسته‌ی گنبد فضاکار به صورت پارامتریک

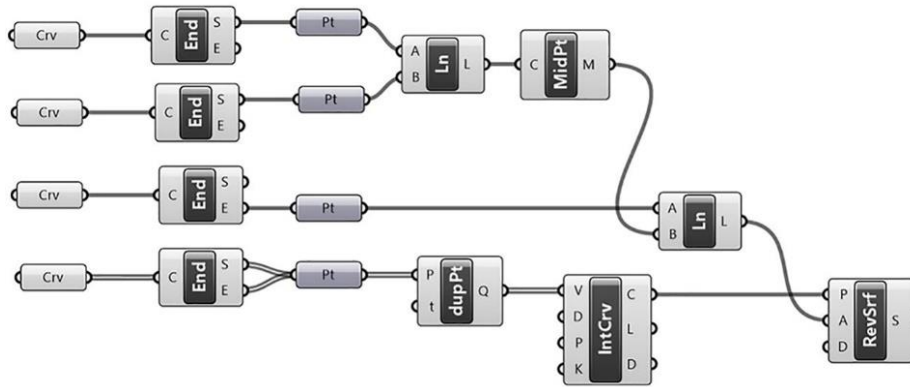
از نقاط گنبد فضاکار یک پوسته (رویه) می‌گذرد. برای آنکه بتوان از تکنیک‌های دیگر جهت ایجاد نقش‌های مختلف هندسی استفاده کرد، رسم پوسته‌ی گذرا از نقاط این گنبد ضروری است. لذا پوسته را به صورت پارامتریک طبق الگوریتم شکل ۶ ایجاد کردیم. پوسته‌ی گنبد از دوران کمان مشخص شده شکل ۷ حول محور قائم (ارتفاع گنبد) حاصل می‌شود. همگی نقاط روی پوسته قرار دارند (شکل ۸).

### ۳-۳- بهبود نظم مثلث‌بندی دلانی گذرنده از نقاط سازه

برای ایجاد نقش‌های دیگر ابتدا مثلث‌بندی دلانی گذرا از نقاط گنبد را ایجاد می‌کنیم (شکل ۹).

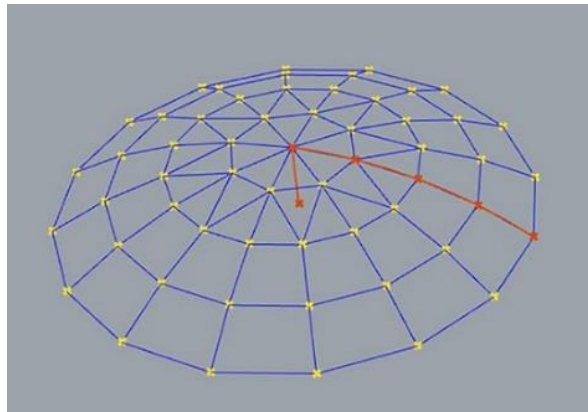
برای جابجایی نقاط از مولفه‌های ژن پول<sup>۱</sup> با محدودیت دامنه بین ۰ و ۱ و الگوریتم پیمایش دایره‌ای با محدودیت دامنه‌ی شعاع استفاده کردیم (شکل ۱۰). اسلایدر شعاع را در محدوده‌ی بین ۰ و ۰/۵۹۵۰ و دامنه را ۰/۸۸-





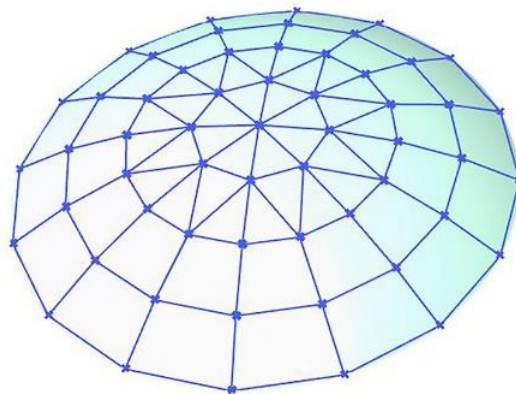
شکل ۶. الگوریتم ایجاد پوسته‌ی گذرا از نقاط گنبد، منبع: نگارندگان

Fig. 6. Algorithm for creating transient surface from dome points, Source: Authors



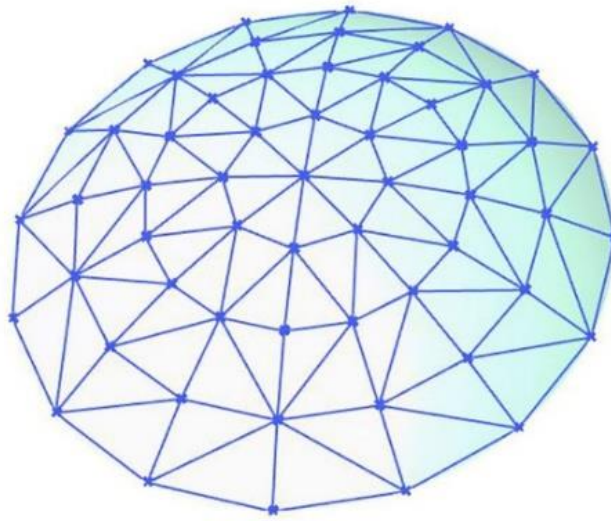
شکل ۷. ترسیم کمان و محور قائم (ارتفاع گنبد)

Fig. 7. Drawing the arc and vertical axis (dome height)



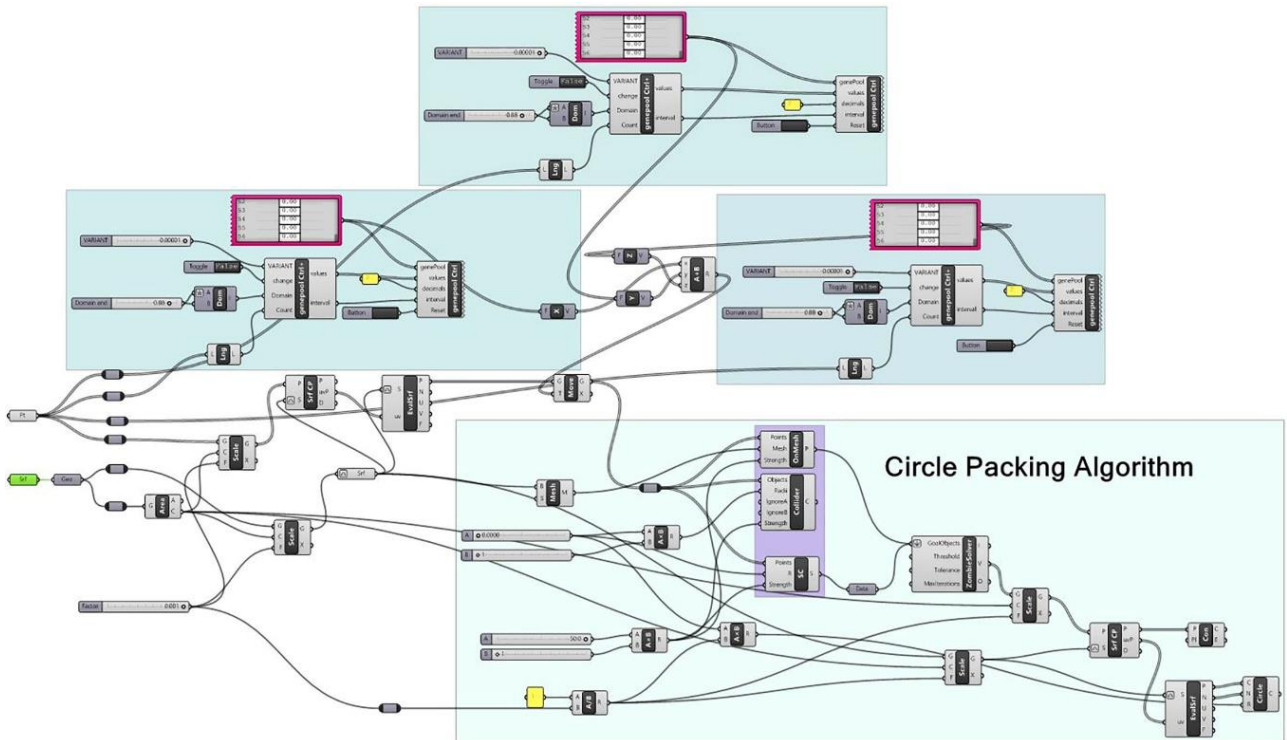
شکل ۸. پوسته‌ی گذرا از نقاط گنبد

Fig. 8. Transient surface of points



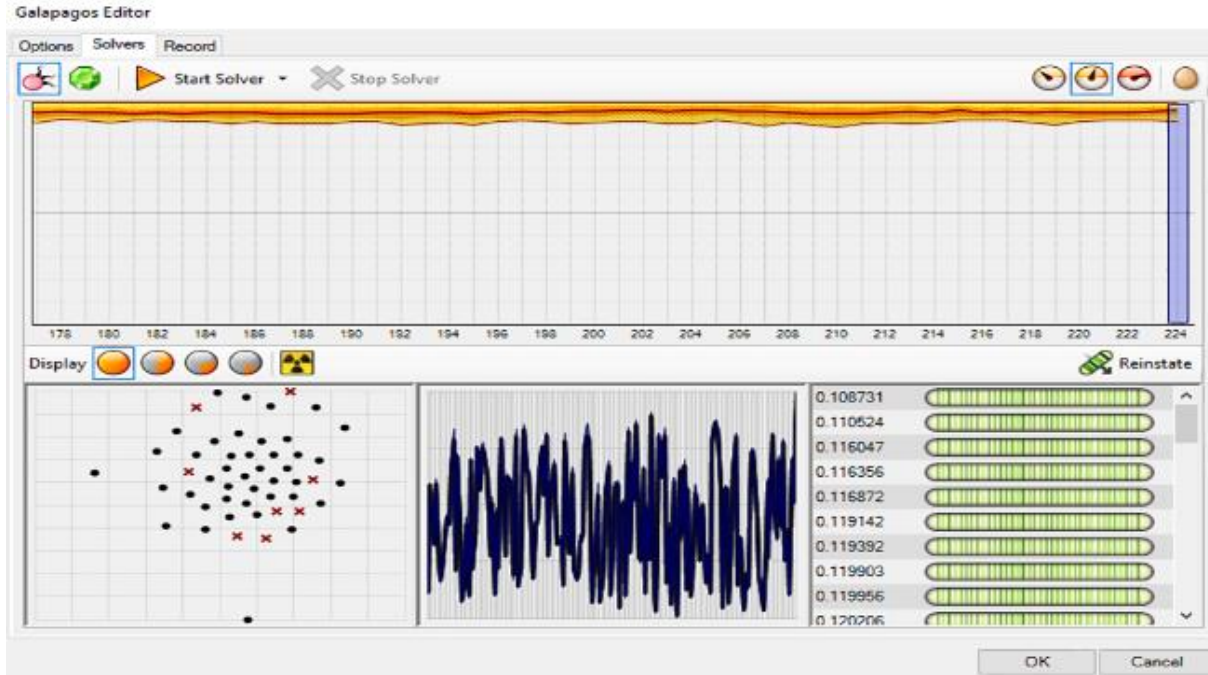
شکل ۹. مثلث‌بندی دلانی حاصل از نقاط گنبد

Fig. 9. Delaunay triangulation of dome points



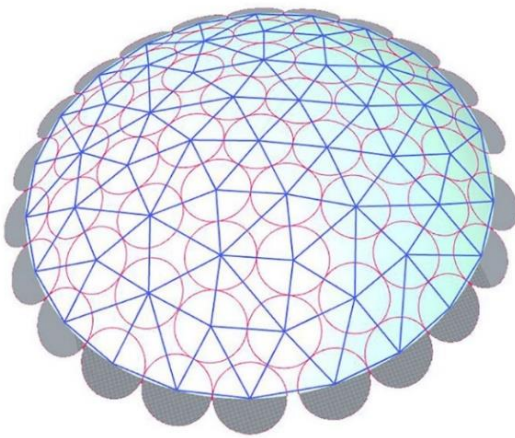
شکل ۱۰. الگوریتم پیمایش دایره‌ای، منبع: نگارندگان

Fig. 10. Circle Packing Algorithm, Source: Authors



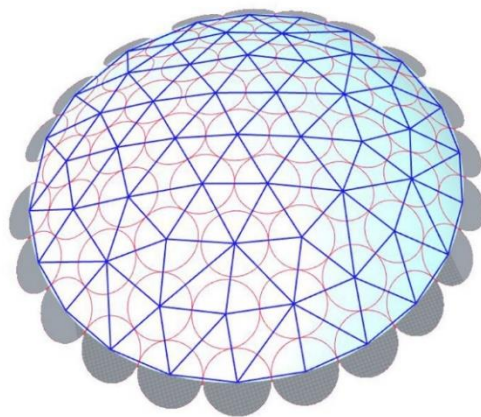
شکل ۱۱. فرآیند بهینه سازی با هدف مینیمم ضریب تغییرات اضلاع

Fig. 11. Optimization process with the aim of minimizing the coefficient of variation of the sides



شکل ۱۳. سازه حاصل از بهینه سازی با هدف |۱- نرخ طولی|

Fig. 13. The structure resulting from optimization with the aim of minimum |1-length ratio|



شکل ۱۲. سازه حاصل از بهینه سازی با هدف انحراف طولی

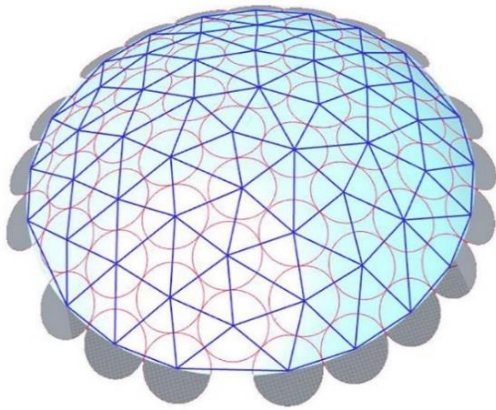
Fig. 12. The structure resulting from optimization with the aim of minimum length deviation

ضریب تغییرات مساحت‌ها نشان می‌دهد.

نتایج مثلث‌بندی بعد از اجرای بهینه‌سازی ژنتیک در اشکال ۱۲ الی ۲۰ ارائه شده است.

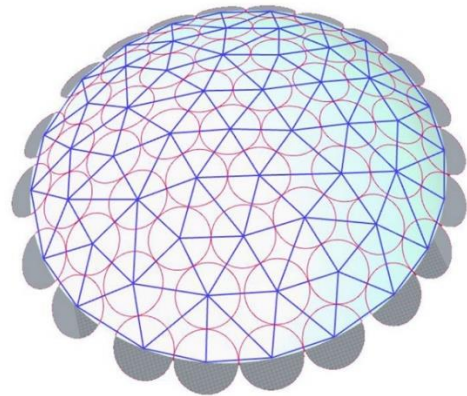
۵۷ نقطه‌ی سازه نقاط با توجه به شعاع و اعمال نیروی فیزیکی روی پوسته طوری جابجا می‌شوند که مقدار خطا در مثلث‌بندی حاصل به کمترین مقدار خود برسد. برای نمونه شکل ۱۱ فرآیند بهینه‌سازی را با هدف کمینه سازی





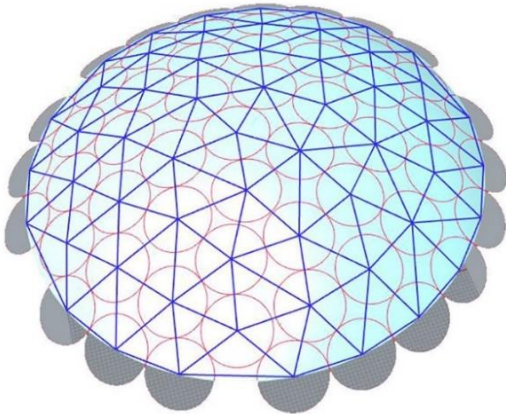
شکل ۱۵. سازه حاصل از بهینه‌سازی ژنتیک با هدف |۱- نرخ مساحت|

**Fig. 15. Structure resulting from genetic optimization with the aim |1- Area ratio|**



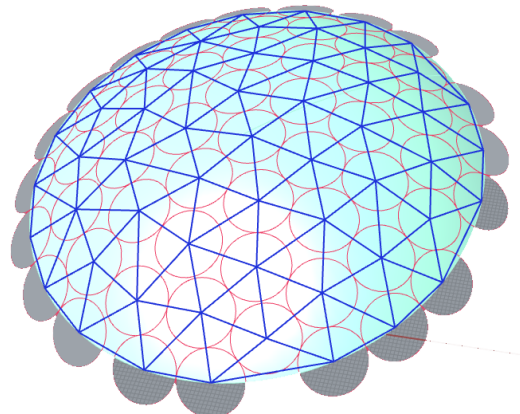
شکل ۱۴. سازه حاصل از بهینه‌سازی با هدف مینیمم |۱- نرخ شکلی|

**Fig. 14. The structure resulting from optimization with the aim of minimum |Shape ratio-1|**



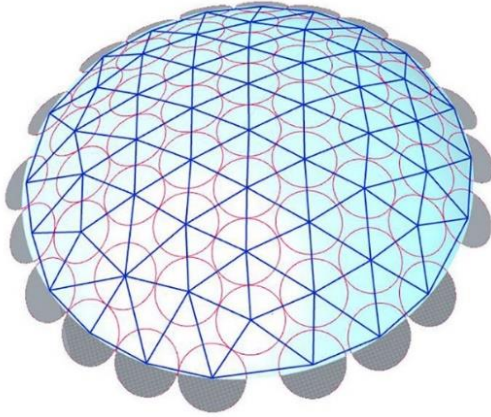
شکل ۱۷. سازه حاصل از بهینه‌سازی ژنتیک با هدف |۱- میانگین نرخ شکلی|

**Fig. 17. The structure resulting from genetic optimization with the aim of minimum |Average shape ratio-1|**



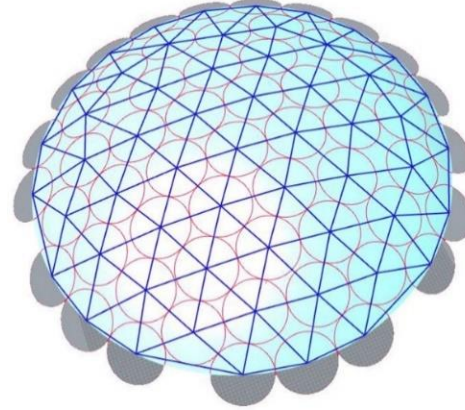
شکل ۱۶. سازه حاصل از بهینه‌سازی ژنتیک با هدف ضریب تغییرات مساحت

**Fig. 16. The structure resulting from genetic optimization with the aim of minimum coefficient of variation of the areas**



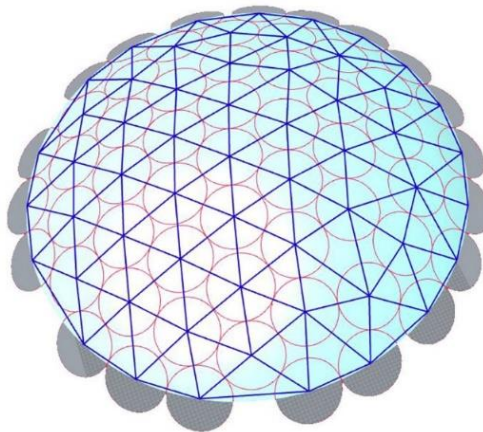
شکل ۱۹. سازه حاصل از بهینه‌سازی با هدف مینیمم انحراف استاندارد زوایا

Fig. 19. The structure resulting from optimization with the aim of minimum standard deviation of angles



شکل ۱۸. سازه حاصل از بهینه‌سازی با هدف مینیمم واریانس زوایا

Fig. 18. The structure resulting from optimization with the aim of minimum variance of angles



شکل ۲۰. سازه حاصل از بهینه‌سازی ژنتیک با هدف مینیمم ضریب تغییرات زوایا

Fig. 20. The structure resulting from genetic optimization with the aim of minimizing the coefficient of variation of the angles



جدول ۲. تعداد تیپ‌های طولی هر سازه

Table 2. The number of length types of each structure

شماره سازه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
تعداد تیپ‌های طولی	۴	۶	۶	۶	۶	۷	۷	۶	۷	۶	۸

#### ۴- یافته‌ها

##### ۴-۱- نتایج محاسبات شاخص‌های نظم

شاخص‌های طولی، زاویه‌ای، مساحت و تعداد تیپ‌های طولی را برای هریک از سازه‌های فوق محاسبه کرده و نتایج در جداول ۲، ۳، ۴ و ۵ خلاصه شده است. جدول ۲ تعداد تیپ‌های طولی اضلاع هر سازه را نشان می‌دهد. شماره‌ی سازه‌ها در جدول ۲ متناظر با شماره‌ی سازه‌ها در جداول ۳، ۴ و ۵ می‌باشد.

با داشتن طول اضلاع و نسبت آنها به میانگین اضلاع و انتقال نتایج به نرم افزار Spss نمودار درصد فراوانی ترسیم می‌گردد که همان نمودار شاخص طول است. نمودار شاخص طول برای سازه‌های ۱ الی ۱۱ در جدول ۶ رسم شده است.

##### ۴-۲- بررسی تعاریف شاخص‌های نظم با استفاده از تعریف پیشنهادی

تا کنون محققان تعاریف مختلفی از شاخص‌های نظم ارائه دادند ولی تعریف واحدی برای شاخص نظم ارائه نشده است. از نظر محققین تعریف شاخص نظم مانند تعریف زیبایی در معماری است که بسته به اهداف مختلف متفاوت است [۵-۶]. شاخصی برای نظم مناسب است که مقدار آن با تغییر مقیاس متقارن سازه تغییر نکند. در این پژوهش تعداد این شاخص‌ها نه مورد می‌باشد که آنها را با  $r_i$  نشان می‌دهیم. همچنین علاوه بر تعاریف فوق شاخص‌های نظم دیگری نیز می‌تواند تعریف کرد مانند ضرب طولی در نرخ شکلی یا جمع آنها یا ضرب دو شاخص نظم و ... ما برای اولین بار تعریف کلی شاخص نظم را بر اساس رابطه‌ی (۳) پیشنهاد می‌دهیم که در آن هر کدام از  $r_i$  ها نشان دهنده‌ی یکی از شاخص‌های نظم ذکر شده‌ی فوق و هر

کدام از  $a_i$  ها می‌توانند اعدادی بین صفر و یک و مجموعشان یک باشد و یا بنا به سلیقه‌ی کاربر تعیین شوند.

$$Pr = a_1 r_1 + a_2 r_2 + \dots + a_n r_n \quad (3)$$

با توجه به مقادیر مختلف  $a_i$  ها تعاریف مختلفی از شاخص‌های نظم ایجاد می‌گردد.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در تمامی مثلث‌بندی‌ها رابطه‌ی (۱) برقرار است.

$$1 - \text{تعداد نقاط} + \text{تعداد وجوه} = \text{تعداد اضلاع} \quad (1)$$

۱- با در نظر گرفتن نرخ طولی و نرخ شکلی به عنوان شاخص نظم، سازه‌ی شماره ۵ که با هدف |نرخ شکلی| حاصل شده است، مقدار کمتری نسبت به سایر سازه‌ها دارد، بنابراین از نظم بیشتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار است.

۲- با در نظر گرفتن نرخ مساحت به عنوان شاخص نظم، سازه‌ی شماره ۶ که با هدف |نرخ مساحت| حاصل شده است، مقدار کمتری نسبت به سایر سازه‌ها دارد، بنابراین از نظم بیشتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار است.

۳- با در نظر گرفتن هر کدام از شاخص‌های میانگین نرخ شکلی، انحراف طولی، انحراف استاندارد زوایا و ضریب تغییرات زوایا به عنوان شاخص نظم، سازه‌ی شماره ۹ که با هدف انحراف استاندارد زوایا حاصل شده است، مقدار کمتری نسبت به سایر سازه‌ها دارد، بنابراین از نظم بیشتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار است.

جدول ۳. شاخص‌های طولی محاسبه شده

Table 3. Results of length regularity indicators calculations

شماره سازه	نوع سازه	تعداد نقاط	تعداد اضلاع	تعداد وجوه	کوچکترین ضلع	بزرگترین ضلع	نرخ طولی	مجموع اضلاع	میانگین اضلاع	میانگین نرخ طولی	انحراف استاندارد	انحراف طولی	درصد اضلاع متفاوت
۱	نمونه موردی	۵۷	۱۲۰	۶۴	۸۶۱	۱۶۶۲	۱/۹۳	۱۴۲۳۸۴	۱۱۸۶/۵۳	۱/۳۳	۲۳۳/۸۹۹	۰/۱۹۷	-
۲	مثلث‌بندی دلانی نقاط نمونه موردی	۵۷	۱۵۲	۹۶	۸۶۱	۱۸۴۰	۲/۱۴	۱۹۶۴۸۰	۱۲۹۲/۵۸	۱/۵۵	۳۰۰/۱۷۳	۰/۲۳۲	-
۳	بهینه‌سازی با هدف انحراف طولی	۵۷	۱۴۷	۹۱	۱۱۷۷	۱۷۰۴	۱/۴۴۸	۱۸۵۴۹۴	۱۲۶۱/۷۸۱	۱/۱۸۵	۱۳۷/۱۹۵	۰/۱۰۹	٪۳۷
۴	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ طولی	۵۷	۱۴۶	۹۰	۱۱۷۷	۱۶۶۵	۱/۴۱۵	۱۸۵۴۹۹	۱۲۷۰/۵۲۱	۱/۲۱۵	۱۴۷/۵۸۰	۰/۱۱۶	٪۳۴
۵	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ شکلی	۵۷	۱۴۷	۹۱	۱۱۷۵	۱۶۵۳	۱/۴۰۷	۱۸۵۶۴۷	۱۲۶۲/۹۱۴	۱/۱۹۹	۱۳۹/۵۷	۰/۱۱۱	٪۴۴
۶	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ مساحت	۵۷	۱۴۸	۹۲	۱۱۸۰	۲۰۳۷	۱/۷۲۶	۱۸۷۰۲۴	۱۲۶۳/۶۸۱	۱/۱۸۴	۱۶۱/۹۱۶	۰/۱۲۸	٪۳۷
۷	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف ضریب تغییرات مساحت	۵۷	۱۴۸	۹۲	۱۱۶۸	۲۰۵۶	۱/۷۶	۱۸۶۸۰۴	۱۲۶۲/۱۸۸	۱/۱۷۷	۱۵۴/۴۹۷	۰/۱۲۲	٪۳۷
۸	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف واریانس زوایا	۵۷	۱۴۸	۹۲	۱۱۷۹	۲۰۱۳	۱/۷۰۷	۱۸۶۰۸۹	۱۲۵۷/۳۷۹	۱/۱۵۴	۱۵۳/۳۸۸	۰/۱۲۱۹	٪۳۲
۹	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف انحراف استاندارد زوایا	۵۷	۱۴۸	۹۲	۱۱۴۴	۱۷۴۹	۱/۵۲۹	۱۸۴۴۳۱	۱۲۴۶/۱۸۳	۱/۱۶۵	۱۳۳/۷۲۹	۰/۱۰۷	٪۴۹
۱۰	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف ضریب تغییرات زوایا	۵۷	۱۴۸	۹۲	۱۱۷۴	۲۰۱۱	۱/۷۱۳	۱۸۶۱۴۷	۱۲۵۷/۹۵	۱/۱۵۳	۱۵۲/۹۱۲	۰/۱۲۲	٪۳۷
۱۱	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- میانگین نرخ شکلی	۵۷	۱۴۸	۹۲	۱۱۷۹	۲۰۰۲	۱/۶۹۸	۱۸۵۸۷۱	۱۲۵۵/۸۹۹	۱/۱۴۹	۱۵۶/۱۸۹	۰/۱۲۴	٪۳۴

جدول ۴. نتایج شاخص‌های زاویه‌ای نظم

Table 4. The results of angle regularity calculations

شماره سازه	نوع سازه	تعداد نقاط	تعداد وجوه	تعداد زوایا	کوچکترین زاویه	بزرگترین زاویه	نرخ شکلی	میانگین نرخ شکلی	میانگین زوایا	انحراف استاندارد زوایا	ضریب تغییرات زوایا	درصد زوایای متفاوت
۱	نمونه موردی	۵۷	۶۴	۲۲۴	۳۹	۱۰۱	۲/۵۹	۱/۵۱۶	۷۷/۱۴۳	۱۹/۱۸۵	۰/۲۴۹	-
۲	مثلث‌بندی دلانی نقاط نمونه موردی	۵۷	۹۶	۲۸۸	۳۴	۱۰۱	۲/۹۷	۲/۱۸۱	۶۰	۲۰/۶۴۸	۰/۳۴۴	-
۳	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف انحراف طولی	۵۷	۹۱	۲۷۳	۴۳	۹۳	۲/۱۶۳	۱/۳۷۵	۶۰	۱۰/۵۰۵	۰/۱۷۵	٪۳
۴	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ طولی	۵۷	۹۰	۲۷۰	۴۴	۸۹	۲/۰۲۳	۱/۴۵	۶۰	۱۲/۱۲۶	۰/۲۰۲	٪۳
۵	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ شکلی	۵۷	۹۱	۲۷۳	۴۵	۸۹	۱/۹۷۸	۱/۴۱۱	۶۰	۱۱/۲۷۲	۰/۱۸۸	٪۲
۶	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ مساحت	۵۷	۹۲	۲۷۶	۳۰	۱۱۹	۳/۹۶۷	۱/۴۱۵	۶۰	۱۲/۱۸۹	۰/۲۰۳	٪۲
۷	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف ضریب تغییرات مساحت	۵۷	۹۲	۲۷۶	۳۰	۱۲۱	۴/۰۳	۱/۴۰۵	۶۰	۱۱/۵۷۹	۰/۱۹۳	٪۴
۸	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف واریانس زوایا	۵۷	۹۲	۲۷۶	۳۱	۱۱۷	۳/۷۷۴	۱/۳۳۱	۶۰	۱۰/۴۱۶	۰/۱۷۳	٪۴
۹	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف انحراف استاندارد زوایا	۵۷	۹۲	۲۷۶	۴۱	۹۶	۲/۳۴	۱/۱۶۵	۶۰	۸/۹۰۷	۰/۱۴۹	٪۴
۱۰	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف ضریب تغییرات زوایا	۵۷	۹۲	۲۷۶	۳۲	۱۱۷	۳/۶۵۶	۱/۳۲۸	۶۰	۱۰/۴۶۲	۰/۱۷۴۳	٪۳
۱۱	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- میانگین نرخ شکلی	۵۷	۹۲	۲۷۶	۳۲	۱۱۵	۳/۵۹۴	۱/۳۲۵	۶۰	۱۰/۵۲۶	۰/۱۷۵	٪۵

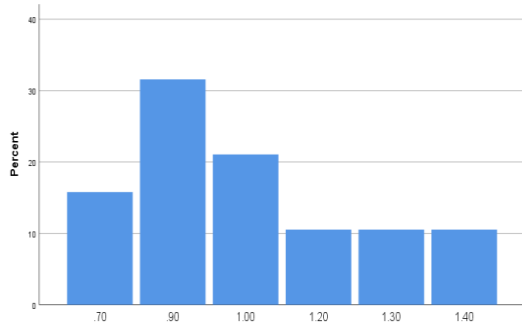
جدول ۵. نتایج شاخص‌های مساحتی نظم

Table 5. The results of area regularity calculations

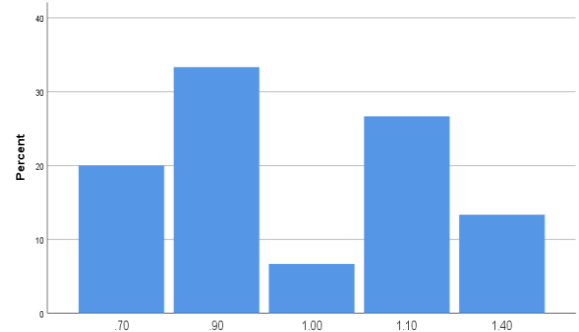
شماره سازه	نوع سازه	تعداد نقاط	تعداد وجوه	کوچکترین مساحت	بزرگترین مساحت	نرخ مساحت	میانگین مساحت‌ها	انحراف استاندارد مساحت‌ها	ضریب تغییرات مساحت‌ها
۱	نمونه موردی	۵۷	۶۴	۴۴۸۶۸۸	۱۶۲۵۵۸۸	۳/۶۲	۹۴۴۴۷۲/۳۹	۴۸۷۵۸۲/۵۳۲	۰/۵۱۶
۲	مثلت‌بندی دلانی نقاط نمونه موردی	۵۷	۹۶	۴۴۸۶۸۸	۹۱۸۶۸۴	۲/۰۴۷	۶۲۹۶۴۸/۲۸	۱۶۴۵۶۸/۰۲۹	۰/۲۶۱
۳	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف انحراف طولی	۵۷	۹۱	۶۰۰۴۸۱	۸۸۲۲۹۸	۱/۴۶۹	۶۶۸۸۱۳/۸۷۸	۴۷۹۹۷/۱۹۳	۰/۰۷۱
۴	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ طولی	۵۷	۹۰	۶۰۵۷۲۳	۸۵۷۰۲۳	۱/۴۱۵	۶۷۷۳۴۱/۶۷۱	۴۶۷۶۵/۴۴۷۶	۰/۰۶۹
۵	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ شکلی	۵۷	۹۱	۶۰۰۳۷۸	۷۸۹۰۶۲	۱/۳۱۴	۶۶۷۱۹۳/۶۳	۴۰۷۷۴/۰۰۳	۰/۰۶۱
۶	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- نرخ مساحت	۵۷	۹۲	۶۰۳۲۹۶	۷۶۲۰۹۰	۱/۲۶۳	۶۵۹۷۸۳/۱۰۵	۳۹۴۸۳/۸۷۳	۰/۰۵۹
۷	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف ضریب تغییرات مساحت	۵۷	۹۲	۵۹۹۹۸۳	۷۶۸۲۶۳	۱/۲۸	۶۶۰۵۱۸/۳۱۲	۳۸۱۱۷/۱۰۵	۰/۰۵۸
۸	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف واریانس زوایا	۵۷	۹۲	۶۰۲۶۱۶	۸۷۹۲۱۸	۱/۴۵۹	۶۵۹۸۲۴/۷۳۳	۶۱۱۲۹/۰۸	۰/۰۹۳
۹	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف انحراف استاندارد زوایا	۵۷	۹۲	۵۶۸۸۰۴	۸۲۹۹۵۲	۱/۴۶۲	۶۵۲۴۲۸/۵۰۲	۵۵۶۹۴/۴۷۲	۰/۰۸۵
۱۰	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف ضریب تغییرات زوایا	۵۷	۹۲	۶۰۴۷۱۸	۸۷۶۶۵۴	۱/۴۵	۶۶۰۲۶۱/۷۵۸	۵۹۸۹۹/۹۵۱	۰/۰۹۱
۱۱	بهینه‌سازی ژنتیک با هدف  ۱- میانگین نرخ شکلی	۵۷	۹۲	۶۰۲۳۱۸	۹۰۴۰۶۳	۱/۵۰۱	۶۵۷۷۸۱/۸۰۷	۵۸۹۶۶/۹۱۳	۰/۰۹

جدول ۶. نمودارهای شاخص طول برای سازه‌های شماره ۱ الی ۱۱، طراحی با نرم افزار Spss، منبع: نگارندگان (ادامه دارد)

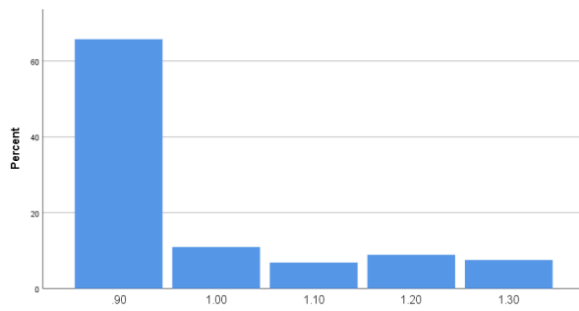
Table 6. LEP charts for structures number 1 to 11, designed with Spss software, Source: Authors (Continued)



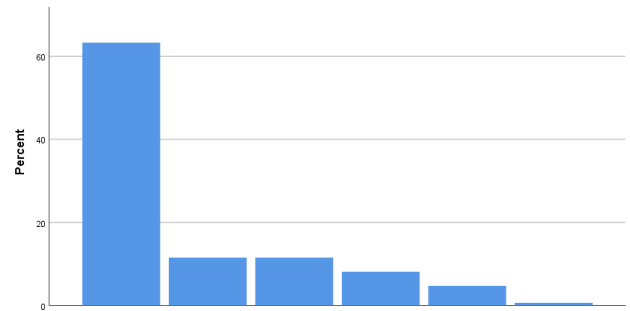
سازه شماره ۲



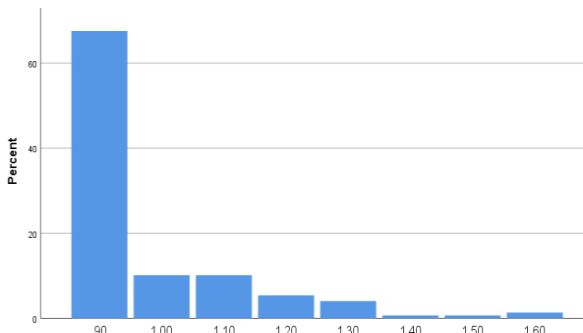
سازه شماره ۱



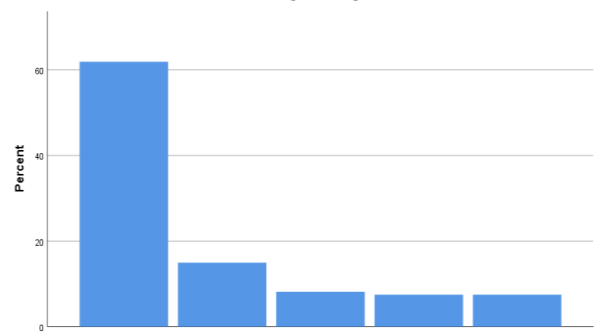
سازه شماره ۴



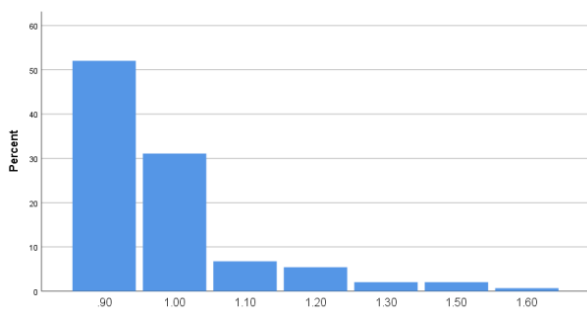
سازه شماره ۳



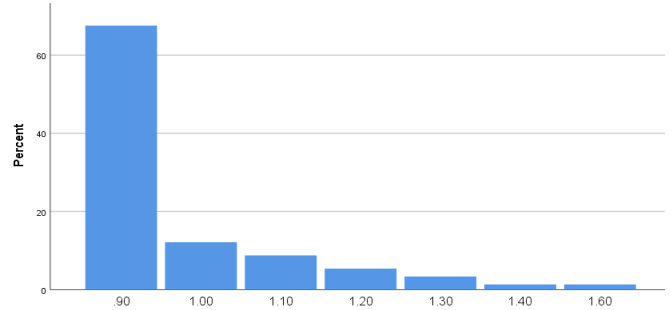
سازه شماره ۶



سازه شماره ۵



سازه شماره ۸

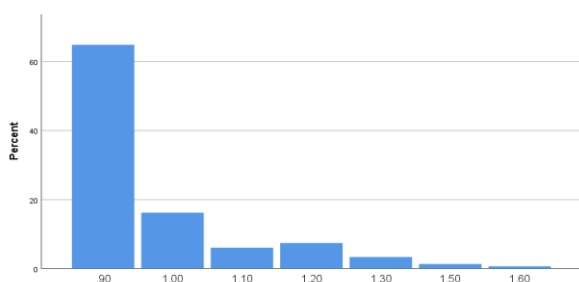


سازه شماره ۷

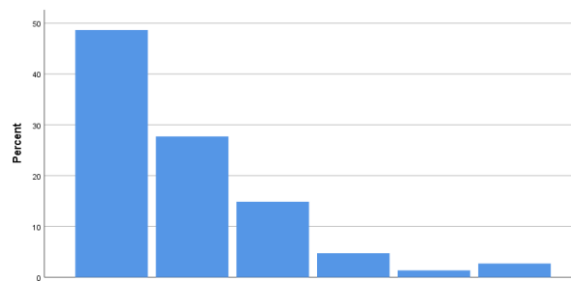


جدول ۶. نمودارهای شاخص طول برای سازه‌های شماره ۱ الی ۱۱، طراحی با نرم افزار Spss، منبع: نگارندگان

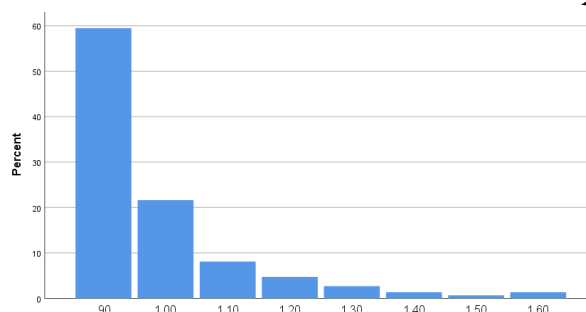
Table 6. LEP charts for structures number 1 to 11, designed with Spss software, Source: Authors



سازه شماره ۱۰



سازه شماره ۹



سازه شماره ۱۱

ندارد ولی در شرایط یکسان می‌تواند در انتخاب یک سازه با نظم بیشتر کمک نماید.

همانطور که مشاهده می‌شود با توجه به متفاوت بودن تعاریف شاخص‌های نظم، نتایج حاصل از بررسی شاخص‌های نظم نیز متفاوت است و نتایج نشان می‌دهد که سازه‌های شماره ۵، ۶، ۷ و ۹ با توجه به شاخص نظم مرتبط با آن از نظم بیشتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار هستند و این نشان می‌دهد هر کدام از شاخص‌های نظم فوق به تنهایی عاملی برای مقایسه‌ی نظم دو سازه نمی‌باشند، همچنین تعریف پیشنهادی نشان می‌دهد که با مقادیر مختلف  $a_i$  ها یکی از سازه‌های شماره ۳ الی ۱۱ از نظم بیشتری برخوردار می‌شود که از دید بصری منظم به نظر نمی‌رسند و جواب منحصر به فردی به دست نمی‌آید. بنابراین نیاز است که تعریف شاخص نظم بهبود یابد تا به صورت قطعی تصمیم گرفت کدام سازه از نظم هندسی بیشتری برخوردار است. این امر نیاز به تحقیقات و آزمایش‌های فراوان دارد و تیم تحقیقاتی از محققین مهندسی سازه و ریاضیدانان نیاز است که بتوان تعریف واحدی برای شاخص نظم ارائه نمود.

اما سوالاتی مطرح می‌شود که در پژوهش‌های بعدی باید به آن پاسخ

۴- با در نظر گرفتن ضریب تغییرات مساحت به عنوان شاخص نظم، سازه‌ی شماره ۷ که با هدف ضریب تغییرات مساحت حاصل شده است، مقدار کمتری نسبت به سایر سازه‌ها دارد، بنابراین از نظم بیشتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار است.

۵- تعداد تیپ‌های طولی سازه‌های شماره‌های ۱ و ۲ از همه کمتر است که این خود امر مونتاژ را ساده می‌نماید، مونتاژ قسمتی از کار مهندسان می‌باشد و نمی‌توان به صورت قطعی گفت که آیا این دو سازه از وزن کمتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار است. از نظر بیننده انتظار می‌رود که این دو سازه از نظم بیشتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار باشد، در حالی که با نتایج عددی شاخص‌های نظم سازگار نیست.

۶- نمودار شاخص طول نشان می‌دهد که سازه‌های شماره ۴ و ۵ از دامنه‌ی تغییرات کمتری نسبت به سایر سازه‌ها برخوردار است، و در بین این دو، سازه‌ی شماره ۵ از دامنه‌ی تغییرات اضلاع و زوایای کمتری برخوردار است، بنابراین از وضعیت پراکندگی اضلاع بهتری برخوردار است.

۷ - مجموع اضلاع سازه‌ی نمونه‌ی موردی و سازه‌ی شماره ۹ از سایر سازه‌ها کمتر می‌باشند. مجموع اضلاع یک سازه ارتباطی با نظم یک سازه

- [5] S.A. Behnejad, Geometrical data for lattice spatial structures: regularity, historical background and education, PHD Thesis, University of Surrey, 2020. داد.
- [6] R. Haghazadeh, H. Nooshin, M. Golabchi, Improving the regularity of geodesic domes using the concept of stepping projection, International Journal of Space Structures, 29(2) (2014) 81-95.
- [7] H. Nooshin, K. Ishikawa, P. Disney, J. Butterworth, The travitation process, Journal of the International Association for shell and spatial structures, 38(3) (1997) 165-175.
- [8] D. Rutten, Galapagos: On the logic and limitations of generic solvers, Architectural Design, 83(2) (2013) 132-135.
- [9] H. Nooshin, Y. Kuriowa, P.L. Disney, A genetic method for regularization of structural configurations, in: IASS Congress Spain, Madrid, 1999, pp. 1-10.
- [10] A. Piórkowski, P. Mazurek, J. Gronkowska-Serafin, Comparison of assessment regularity methods dedicated to isotropic cells structures analysis, in: Image Processing & Communications Challenges 6, Springer, 2015, pp. 169-178.
- [11] S.R. Massah, H. Ahmadi, Regularizing Structural Configurations by using Meta-Heuristic Algorithms, Geomechanics and Engineering, 12(2) (2017) 197-210.
- [12] M. Goodarzi, A. Mohades, M. Forghani-elahabad, Improving the Gridshells' Regularity by Using Evolutionary Techniques, Mathematics, 9(4) (2021) 440.
- [13] A. Tedeschi, AAD, Algorithms-aided design: parametric strategies using Grasshopper, Le penseur publisher, 2014.
- استفاده از شیوه‌های هندسی، محاسباتی و بهینه‌سازی‌های دیگر  
چقدر در بهبود نظم گنبد اشودلر موثر هستند؟  
– استفاده از توابع هدف دیگر جهت رسیدن به اضلاع یکسان در بهبود  
نظم موثر می‌باشند؟  
– آیا استفاده از شیوه‌های بهبود نظم در کاهش وزن یک سازه‌ی فرم  
آزاد موثر است؟  
و ...
- ### تشکر و قدردانی
- نویسندگان این مقاله از هم‌اندیشی مهندسین سازه‌ی شرکت سازه فضاکار افق نور، مهندسین سازه‌ی اصفهان و معماران پارامتریک اصفهان که در این پروژه ما را یاری رساندند، کمال سپاسگزاری را دارند
- ### منابع
- [1] Y. Tsuboi, Analysis, design and realization of space frames, Bulletin of the International Association of Shell and Spatial Structures, 15 (1984) 84-85.
- [2] H. Nooshin, Space structures and configuration processing, Progress in Structural Engineering and Materials, 1(3) (1998) 329-336.
- [3] B.T.E.S. O.D.S.S, Code of Practice for Skeletal Steel Space Structures, Islamic Republic of Iran Vice presidency for Strategic Planning and Supervision, (2010) 1-523, In Persian.
- [4] Y. Kouroiwa, Regularization of Structural Forms using Genetic Algorithms, PHD Thesis, University of Surrey, 2000.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

P. Hemmatian Dehkordy, A. Mohades Khorasani, M. Goodarzi, M. Chaichi Raghimi, Improving regularity of Delaunay Triangulation of Khuzestan Bidbland Dome via Circle Packing Algorithm and Genetic Optimization, Amirkabir J. Civil Eng., 55(4) (2023) 873-892.

DOI: 10.22060/ceej.2023.21947.7859



