



## تحلیل رفتار آیروالاستیک صفحه کامپوزیتی نازک با استفاده از تئوری پیستون، با اثر نقص هندسی کلی و محلی

حمید موسی زاده<sup>۱</sup>، محمد مهدی محمدی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۶  
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۸/۲۰  
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۲۱  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۲/۰۲/۰۵

### کلمات کلیدی:

صفحه کامپوزیتی ارتوتروپ نازک  
تحلیل آیروالاستیک  
رفتار پسا فلاتر  
نقص هندسی

**خلاصه:** تحلیل آیروالاستیسیته صفحه مواد مرکب نازک تحت اثر نقص هندسی و بارهای خارجی، حائز اهمیت می‌باشد. در این پژوهش اثر نوع و تعداد لایه‌ها، زاویه الیاف و بار مکانیکی داخل صفحه در ترکیب با نقص هندسی به عنوان یک ترکیب جدید در مباحث آیروالاستیسیته مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از اصل کار مجازی، روابط حاکم بر اساس تئوری صفحه نازک کرشلف تعیین شده است. سپس با استفاده از روش مودهای فرضی در تئوری باقی‌مانده وزنی گالرکین، معادلات دیفرانسیلی جزئی به معادلات دیفرانسیلی معمولی تبدیل شده است. بعد از بی‌بعد سازی، روابط نهایی با استفاده از روش عددی رانج-کوتا حل شده و نتایج حوزه زمانی برای تعیین رفتار فلاتر و پسا فلاتر صفحه استخراج شده است. نتایج تحلیل نشان داد که نقص هندسی با تولید بار غیر یکنواخت و نامتقارن، نوع لایه‌چینی، تعداد لایه‌ها و بارهای مکانیکی در جابجایی مرز فلاتر صفحه موثر است. اثر نقص هندسی محلی در تعیین مرز فلاتر لزوماً ناپایدار کننده نیست، بلکه در مواردی بسته به اندازه و مکان نقص، امکان افزایش پایداری در مرز فلاتر صفحه را نیز دارد. به علاوه رفتار دینامیکی صفحه تحت اثر نقص هندسی محلی با اشکال و ابعاد مختلف، بسیار متنوع و متفاوت با نوع نقص کلی (شکل مود اول) یا پوسته با انحنای کوچک است.

### ۱- مقدمه

می‌شوند که به صورت کلی یا محلی صفحه را تحت تاثیر قرار می‌دهند. نقص باعث افزایش دامنه نوسانات ناپایدار فلاتر می‌شود. صفحات مواد مرکب قابلیت استفاده در دمای بالا را دارند که امکان ایجاد نقص هندسی و تغییر شکل ماندگار هندسی در سازه پس از خنک کاری، وجود دارد. ارتفاع نقص در دامنه نوسان صفحه در شرایط فلاتر، موثر است. نقص هندسی در انرژی کرنشی سازه اعمال شده که باعث کاهش یا افزایش سختی سازه می‌شود. نتایج تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که یک اختلاف فشار استاتیکی اعمال شده به صفحه منحنی شکل، رفتار فلاتر صفحه را بگونه‌ای تغییر می‌دهد که مشابهت کیفی با نتایج تجربی برای پوسته استوانه‌ای دارد [۱]. فلاتر صفحه دوبعدی خمیده توسط داوول تحلیل شد و توسط اندرسن تست تونل باد آن انجام شد. نتایج تئوری تحلیل فلاتر صفحه منحنی شکل دوبعدی داوول [۲]، [۳] دارای همخوانی کیفی با نتایج تجربی اندرسن [۴] است. دلیل اختلاف بدلیل تفاوت در مدل‌سازی دوبعدی و مدل واقعی سه بعدی است. دقیق بودن شرایط مرزی آزمایش همانطور که در تئوری مسئله اعمال شده است، غیر قابل اطمینان است. در این مقالات اثر خمیدگی صفحه در مرز فلاتر بررسی

صفحات مواد مرکب در صنایع هوافضا، خودرو سازی، صنایع دریایی و عمرانی کاربرد فراوانی دارد. در سازه های هوایی، امکان نوسانات ناپایدار صفحه در اثر ترکیب نیروهای آیرودینامیکی، اینرسی و الاستیک وجود دارد. ساختار صفحه ممکن است دارای نقص هندسی کلی یا محلی کوچک و غیر قابل حذف باشد که باعث تغییر در شکل کامل و بی نقص اولیه صفحه می‌شود. سازه ممکن است در اثر پروسه و عملیات تولیدی، دچار نقص شود. اتصالات صفحه به صورت جوش یا پرچ و ... نیز باعث تغییر شکل و نقص در صفحه می‌شود. نقص هندسی، می‌تواند منطبق با مود کماتش یا مودهای ارتعاشی صفحه باشد.

تعیین دقیق رفتار پسا کماتش این صفحات در طراحی مهندسی بسیار مهم است زیرا صفحات معمولاً تحت تاثیر بار داخل صفحه قرار دارند مانند بار تراکمی در مرزها که باعث تغییر شکل غیرخطی صفحه برای مقادیر نیروی زیاد می‌شود. این نوع سازه‌ها دچار نقص هندسی غیر قابل اجتناب

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: Mohammadi.mm@mut.ac.ir



شده است. ساویر در سال ۱۹۷۷، بررسی فلاتر خطی صفحه مواد مرکب لایه‌چینی شده با روش گالرکین انجام داد [۵]. شیائو [۶] در سال ۱۹۹۰، فلاتر غیرخطی صفحه مواد مرکب دوبعدی در سرعت مافوق صوت بررسی نمود. تغییر شکل بزرگ ون کارمن و آیرودینامیک شبه‌پایا فرض شده و روش گالرکین برای تبدیل معادلات به معادلات معمولی در زمان استفاده شده است و به روش انتگرالگیری مستقیم حل شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که زاویه الیاف و نسبت مدول الاستیک در سرعت فلاتر بسیار موثر است. دیکسون [۷، ۸] در سال ۱۹۹۲ و ۱۹۹۳، تحلیل المان محدود فلاتر غیرخطی صفحه نازک، تحت اثر حرارت یکنواخت را انجام داد. ژوو در سال ۱۹۹۴، یک تحلیل مودال به روش المان محدود در حوزه زمان<sup>۱</sup> برای تعیین فلاتر غیرخطی صفحه مواد مرکب در دمای کاری بالا انجام داد. تغییر شکل بزرگ ون کارمن و تئوری پیستون مرتبه اول و تئوری تنش حرارتی شبه پایا برای مدل‌سازی استفاده شد. یک دسته معادلات غیرخطی مودال با درجات آزادی کمتر برای انتگرالگیری عددی مناسب تعیین شدند [۹]. گاندرامانی [۱۰]، در سال ۱۹۹۵ و ۱۹۹۶، تحلیل فلاتر یک صفحه کامپوزیتی در جریان مافوق صوت تحت اثر بار تراکمی مرزها را انجام داد. سازه مورد بررسی دارای غیرخطی هندسی و تغییر شکل برشی و تنش نرمال داخل صفحه است. قید داخل صفحه و نقص هندسی اولیه کوچک نیز فرض شده است. تئوری پیستون مرتبه سه غیرخطی استفاده شده و معادلات به روش گالرکین حل شده‌اند. مقایسه مدل فلاتر صفحه ضخیم و نازک با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی و تئوری کلاسیک صفحه و استفاده از آیرودینامیک غیرخطی برای صفحه ضخیم جالب توجه است. لیبرسکو و همکاران [۱۲]، رفتار فلاتر و پس از فلاتر پوسته استوانه‌ای با نقص هندسی در سرعت مافوق صوت و ماوراء صوت را بررسی کردند. در این تحقیق مدل هندسه غیرخطی سازه در اثر تغییر شکل‌های به نسبت زیاد صفحه و اثر نیروی کششی داخل صفحه با تئوری پیستون خطی ترکیب شده است. کومار و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۰۵، بررسی ارتعاشات و پایداری دینامیکی صفحه مواد مرکب دارای انحنا دو بعدی تحت اثر نیروی جانبی به روش المان محدود را انجام دادند. تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و اینرسی چرخشی موردنظر قرار گرفته است. روش انتقال مودال برای کاهش تعداد معادلات تعادل استفاده شده است. در این تحقیق، بررسی اثر مقدار و جهت بار در لبه، لایه‌چینی، میرایی و .. در فلاتر و واگرایی انجام شد.

شین [۱۴، ۱۵] در سال ۲۰۰۹، تحلیل المان محدود آیروترموالاستیک

پوسته مواد مرکب کمانش یافته با تصحیحات میرایی مختلف انجام داد. بررسی تغییر شکل پیش کمانش پوسته مواد مرکب در اثر بار حرارتی انجام شد. بررسی رفتار پسا کمانش پوسته در اثر بار آیروترمال روی صفحه انجام شد. اثر میرایی سازه‌ای اعمال شده است. همین‌چنین شاخص‌های ارتعاشی و فلاتر صفحه و پوسته با اثرات حرارت مورد بررسی قرار گرفت. ابراهیم و همکاران در سال ۲۰۰۹، ویژگی‌های آیروترموکانیکی آلیاژهای حافظه‌دار دارای نقص که به صورت صفحات مواد مرکب ترکیبی هستند را بررسی کردند. یک مدل المان محدود غیرخطی برای پیش بینی تغییر شکل آیروترمال استاتیکی و رفتار ارتعاشی آلیاژهای حافظه‌دار دارای نقص هندسی تحت تاثیر ترکیب بارهای حرارتی و آیرودینامیکی، ارائه شد. نتایج ارائه شده، ویژگی‌های تغییر شکل غیرخطی و ارتعاش آزاد صفحه مواد مرکب که تأثیر نقص هندسی، افزایش دما، فشار دینامیکی، شرایط مرزی و اثر آلیاژهای حافظه‌دار تعبیه شده روی صفحات را تشریح کردند [۱۶]. عباس و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۱، مطالعه پارامتریک فلاتر فوق صوتی/ماورا صوتی و رفتار آیروترموالاستیک صفحه منحنی شکل دارای نقص هندسی، اثر پارامترهای سیستم بر فلاتر یک صفحه منحنی تحت جریان ناپایدار فوق صوتی و ماورای صوتی را مورد بررسی قرار دادند. جهت مدل‌سازی نیروهای القا شده توسط سیال از تئوری پیستون درجه ۳ استفاده شد و رابطه غیرخطی کرنش جابجایی ون-کارمن همراه با تئوری ورق کیرشهف برای مدل‌سازی سازه صفحه به کار رفته است. خواص غیرخطی سازه‌های مورد بررسی قرار گرفت که ناشی از کوپل میان خمش خارج از صفحه و کشش درون صفحه می‌باشد. اثر مخرب حرارتی مورد توجه قرار گرفته و مدل دمپینگ سازه‌های کلین به صورت غیر وابسته به دما و زمان در مدل‌سازی در نظر گرفت. معادلات حاکم آیروترموالاستیک برای صفحه منحنی دوبعدی دارای نقص هندسی توسعه داده شد. رفتار فلاتر فوق صوتی و ماورای صوتی یک صفحه منحنی دو بعدی به روش گالرکین مورد بررسی قرار گرفته است. خواص غیرخطی آیرودینامیکی و سازه‌ای مورد توجه قرار گرفته‌اند. اکسیا در سال ۲۰۱۱، اثر جهت الیاف، جهت جریان، نسبت ضخامت به طول در شاخص‌های فلاتر صفحه مواد مرکب در جریان مافوق صوت به روش المان محدود بررسی نمود. نظریه تغییر شکل برشی و آیرودینامیک پیستون مرتبه اول به کار رفته است. معادلات حاکم براساس اصل کار مجازی تعیین شده است. مسئله حاصل یک مسئله مقدار ویژه است [۱۸]. شیائو و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۲ رفتار فلاتر صفحه مواد مرکب در حوزه فرکانسی و زمانی به روش المان محدود بررسی نمود. تغییر شکل بزرگ ون کارمن، آیرودینامیک

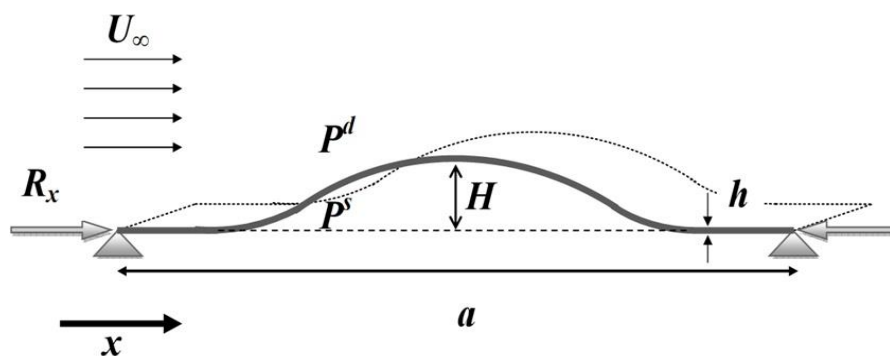
آن و همکاران [۲۴]، رفتارهای آبروالاستیک غیرخطی پوسته های کامپوزیت چند لایه را بررسی کردند. تئوری المان محدود برای مدل سازی پوسته دارای عامل غیرخطی هندسی اعمال شد و رویکرد اویلری، به جای نظریه پیستون یا سایر نظریه های آبرودینامیکی ساده شده، برای حل فشار آبرودینامیکی ناپایا استفاده گردید. نتایج شامل تغییر شکل آبروالاستیک استاتیکی، نوسان سیکل حدی و رفتارهای آشوب به دست آمد و مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد که از طریق روش کوپل ارائه شده، پاسخ آبروالاستیک پوسته کامپوزیتی غیر خطی چند لایه به صورت عددی در رژیم مافوق صوت، فروصوت و گذر صوت با دقت بالا قابل محاسبه خواهد بود. موک [۲۵] مسئله پیشینه سازی فرکانس های ویژه ورق های کامپوزیتی و تأثیر شرایط مرزی و پارامترهای ثابت یا متغیر بر نتایج بهینه سازی را در مورد بررسی قرار داد. محاسبات با استفاده از روش ریلی - ریتز و تحلیل اجزای محدود سه بعدی انجام شد. نتایج بررسی وی نشان داد برای جهت گیری الیاف، مقادیر حداکثر و حداقل فرکانس های طبیعی در آرایش سهمی و مستقل از شرایط مرزی رخ می دهد. به علاوه این مقادیر تابع نسبت ابعادی و خواص مواد سازنده ورق هستند. همچنین منحنی هایی که فرکانس های ویژه ثابت را مشخص می کنند، به شکل خطوط مستقیم هستند.

موسی زاده و محمدی [۲۶] اثر تغییر شکل های بزرگ بر تغییر مرز فلاتر یک صفحه نازک را تحت بارهای حرارتی غیریکنواخت و خواص وابسته به دما با استفاده از تئوری مرتبه اول و سوم پیستون بررسی کردند. روش نیمه تحلیلی باقیمانده وزنی کالرکین در حوزه مکان و روش مرتبه پنجم رانجکوتا برای حل معادلات زمانی استفاده شد. نتایج نشان داد که افزایش انحنای پانل منجر به یک رفتار پیچیده در تغییرات فرکانس سازه ی غیر خطی می شود. به علاوه مرز ناپایداری بحرانی فلاتر صفحه، تنها با استفاده از تئوری مرتبه سوم پیستون قابل شناسایی خواهد بود. فرخ و فلاح [۲۷] تعیین مرز ناپایداری آبروالاستیک فلاتر یک بال کامپوزیتی را مورد بررسی قرار داد. جهت مدل سازی بال کامپوزیتی از تئوری مواد مرکب لایه ای و جهت مدل سازی آبرودینامیک از تئوری جریان ناپایا با فرض جریان مادون صوت و تراکم ناپذیر در حوزه ی زمان استفاده شده است. سرعت فلاتر خطی با توجه به تعداد لایه ها، زاویه الیاف در هر لایه، جرم موتور و نیروی پیشران به روش مقدار ویژه محاسبه گردید. به علاوه جهت کاهش زمان محاسبات از روش ماشین بردار پشتیبان استفاده شده است. نتایج نشان داد که ماشین بردار پشتیبان می تواند به عنوان یک ابزار دقیق و سریع در تشخیص مرز ناپایداری فلاتر بال مورد استفاده قرار گیرد. گاناپاسی و همکاران [۲۸] رفتار

شبه پایا برای تحلیل به کار رفت. اثر گرادیان دمایی، نسبت طول به عرض، جهت الیاف، چیدمان لایه ها در رفتار آبروترموالاستیک بررسی شده است. اثر گرادیان حرارتی باعث کاهش گشتاور حرارتی و افزایش سفتی صفحه شده و امکان افزایش مرز فلاتر وجود دارد. با تغییر ترکیب لایه چینی امکان تغییر فرکانس های طبیعی و مقادیر ویژه وجود دارد و ترتیب مودهای طبیعی و مرز فلاتر ممکن است تغییر کند.

قدیمی و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۲ اثرات نقص هندسی بر روی رفتار آبروالاستیک بال ساخته شده از مواد مدرج تابعی<sup>۱</sup> در جریان مافوق صوت بررسی نمود. بررسی شاخص های فلاتر صفحه تحت اثر حرارت با اثر نقص هندسی انجام شد. صفحه مربعی با استفاده از نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول و اثر غیر خطی کرنش-جابجایی ون کارمن مدل سازی شد. تئوری پیستون مرتبه اول برای جریان آبرودینامیک استفاده شد. لی و ناریتا [۲۱] در سال ۲۰۱۳ ارتعاشات صفحه مواد مرکب در جریان مافوق صوت برای فشار آبرودینامیکی بحرانی در لایه چینی های مختلف با اثرات حرارت مورد مطالعه قرار داد. آن ها نشان دادند که با افزایش فشار دینامیکی برای شرایط مرزی مختلف، مود اول فلاتر تغییر می کند و در برخی حالات با افزایش فشار دینامیکی کماتش زودتر از فلاتر اتفاق می افتد. همچنین در این تحقیق، با استفاده از بهینه سازی چند هدفه، جهت بهینه الیاف و فشار آبرودینامیکی پیشینه، تعیین شده است. سانگ [۲۲] در سال ۲۰۱۴ تحلیل آبروترموالاستیک صفحه کامپوزیتی غیرخطی در جریان ماوراء صوت با فرض اثر شوک روی صفحه و حرارت آبرودینامیکی مورد بررسی قرار داد. تئوری پیستون مرتبه اول و سوم برای تعیین فشار آبرودینامیکی بر روی صفحه استفاده شده است. اصل همیلتون برای تعیین مدل آبروالاستیک استفاده شد. برای تعیین شار حرارتی در مدل آبرودینامیکی از روش دمای مرجع استفاده شد. روش المان محدود برای حل انتقال حرارت گذرا در صفحه استفاده شد. با تحلیل آبروالاستیک و آبروترموالاستیک و جاگذاری پاسخ ها درون یکدیگر حل نهایی حاصل شده است. پایداری آبروالاستیک با افزایش دما کاهش یافته است. در جریان های ماوراء صوت اثر شوک آبرودینامیکی جریان اهمیت پیدا نموده و قابل صرف نظر نیست. یک روش المان محدود ۴ نقطه ای با کرنش ملایم برای تحلیل غیرخطی هندسی صفحه پوسته مواد مرکب استفاده شده است. کرنش بزرگ ون کارمن برای صفحه با اثر برش مرتبه اول فرض شده و از مدل لاگرانژی برای فرموله نمودن المانها برای تعیین کرنش کوچک در هندسه غیرخطی استفاده شده است [۲۳].

1 Functionally graded martial



شکل ۱. مدل هندسه پوسته سه بعدی تحت اثر بارهای خارجی

Fig. 1. Three-dimensional shell geometry under the effect of external loads

تقویت کننده نزدیک فرکانس فلاتر سیستم آیرولاستیک اصلی باشد، مرز فلاتر سیستم را می توان به طور قابل توجهی افزایش داد.

در این مقاله تحلیل آیرولاستیک صفحه کامپوزیتی ارتوتروپ نازک، انجام شده است. اثر نقص هندسی کلی و محلی، در ترکیب با نوع لایه چینی صفحه مواد مرکب نازک، به همراه اثر بارهای خارجی آیرودینامیکی، مورد بررسی قرار گرفته است. نوع لایه چینی صفحه، به صورت متقارن و پادمقارن، تعداد لایه ها، زاویه الیاف از ۰ تا ۹۰ درجه، اثر بار مکانیکی ثابت داخل صفحه، در ترکیب با اثر نقص محلی به عنوان یک ترکیب جدید در مباحث آیرولاستیسیته، مورد بررسی قرار گرفته است.

فرضیات انجام شده در مسئله شامل شرایط مرزی تکیه گاه ساده، جریان آیرودینامیکی مافوق صوت در بالای صفحه (جریان غیرلزج)، مدل جریان براساس تئوری پیستون مرتبه اول و سوم، مدل سازه غیرخطی با تغییر شکل های بزرگ، فشار استاتیکی ثابت در پایین صفحه، اثر نیروهای مکانیکی داخل صفحه در مرزها، تحلیل در شرایط جوی با شاخص های محیطی ثابت (چگالی جریان، حرارت، عدد رینولدز و ماخ و ...)، نقص دارای ارتفاع قابل مقایسه یا کمتر از ضخامت صفحه، نقص با قابلیت گسترش در ارتفاع و پهنا می باشد.

## ۲- معادلات حاکم

### ۲-۱- کرنش و جابجایی

مدل پوسته خمیده تحت اثر جریان آیرودینامیکی مافوق صوت و اثر بارهای خارجی آیرودینامیک و نیروی فشاری داخل صفحه، در شکل ۱ نشان داده شده است.

فلاتر غیرخطی پوسته متخلخل دو بعدی تقویت شده با پلاکت های گرافن در معرض جریان مافوق صوت را مورد بررسی قرار دادند. جهت تحلیل مسئله یک المان تیر منحنی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم توسعه داده شد که پارامتر غیرخطی هندسی را با تقریب فون کارمن ادغام می کند. جهت مدل سازی اندرکنش سیال-سازه تئوری پیستون مرتبه اول برای توصیف جریان و تأثیر اثرات غیرخطی با اتخاذ رویکرد لاگرانژی استفاده شد. فشار دینامیکی فلاتر به صورت سعی و خطا و با استفاده از رویکرد مقدار ویژه برای محدوده انتخابی دامنه های سیکل حدی پیش بینی گردید. به علاوه تأثیر بار آیرودینامیکی استاتیکی و دامنه ارتعاش بر ویژگی های فلاتر پوسته کامپوزیتی و تقویت شده با گرافن با شرایط مرزی مختلف نشان داده شده است. همچنین پارامترهای ماده سازنده مانند سطح تخلخل در فوم فلزی و محتوای پلاکت گرافن بر روی ویژگی های فلاتر غیرخطی نیز ارزیابی گردید. اخیراً تیان و همکاران [۲۹]، مدل نظری از یک صفحه تقویت شده فرامواد با تیرهای تقویت کننده چندگانه برای کاهش ارتعاشات و تحلیل فلاتر مافوق صوت را پیشنهاد کردند. بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و تئوری آیرودینامیکی پیستون مافوق صوت، معادلات حاکم بر صفحه تقویت شده فرامواد با آرایش مختلف تقویت کننده ها از طریق اصل همبالتون به دست آمد. آن ها نشان دادند که تیرهای تقویت چندگانه را می توان برای کاهش دامنه ارتعاش در حالت های مختلف و بهبود رفتارهای آیرولاستیک صفحه تقویت شده مورد استفاده قرار داد زیرا وجود تیرهای های متعدد می تواند بر روی حالت های برهنکنش سازه - سیال سیستم تأثیر بگذارد. همچنین به طور خاص زمانی که فرکانس های طراحی شده تیرهای

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{cases} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{cases} + z \begin{cases} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{cases},$$

$$\{\varepsilon^0\} = \begin{cases} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{cases} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \hat{w}}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial \hat{w}}{\partial y} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \hat{w}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial x} \frac{\partial \hat{w}}{\partial y} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

$$\{\varepsilon^1\} = \begin{cases} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{cases} = \begin{cases} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial x \partial y} \end{cases},$$

که  $(\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0)$  کرنش‌های صفحه‌ای و  $(\varepsilon_{xx}^1, \varepsilon_{yy}^1, \gamma_{xy}^1)$  کرنش‌های خمشی نامیده می‌شوند.

## ۲-۲ روابط ساختاری لایه‌چینی

لایه‌چینی از چندین لایه ارتوتروپیک تشکیل شده که محور هر لایه نسبت به محورهای اصلی زاویه دارد. بنابراین، معادلات مربوط به هر لایه باید به مختصات لایه‌چینی  $(x, y, z)$  تبدیل شود. تنش‌های  $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy})$  به کرنش‌های  $(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy})$  در مختصات لایه‌چینی ارتباط یافته‌اند.

$$\begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{cases}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \cdot \left( \begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{cases} - \begin{cases} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \\ 2\alpha_{xy} \end{cases} \Delta T \right), \quad (3)$$

که:

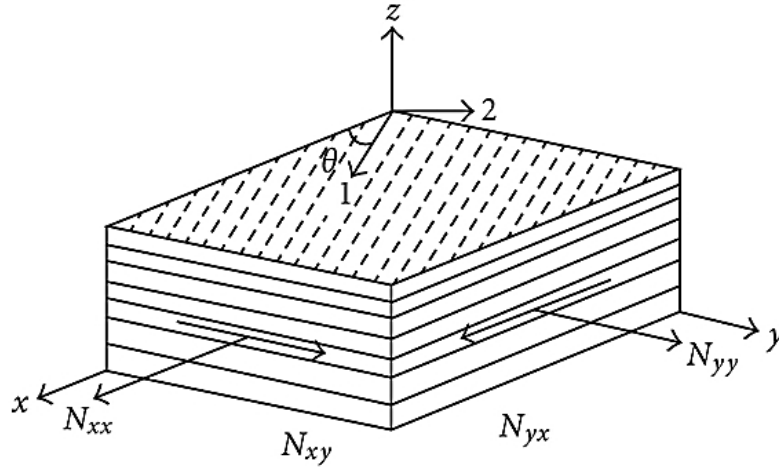
$U_\infty$ ، سرعت جریان آزاد روی صفحه،  $R_x$ ، نیروی داخل صفحه،  $P^d$ ، فشار دینامیکی جریان بالای صفحه،  $P^s$ ، فشار استاتیکی پایین صفحه،  $h$ ، ضخامت صفحه و  $a$  طول صفحه است.

توسعه تئوری کرشهف (کلاسیک)، در صفحه مواد مرکب لایه‌ای، مبتنی بر میدان جابه‌جایی است.  $(u_0, v_0, w_0)$  به ترتیب مؤلفه‌های جابه‌جایی، از یک نقطه روی صفحه میانی ( $z=0$ )، در راستای مختصات  $(x, y, z)$  هستند. جابه‌جایی‌های  $(u, v, w)$  به صورت رابطه‌ی (۱) تعریف شده است.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) + \hat{w}(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

جابه‌جایی  $\hat{W}$  یک جابه‌جایی مصنوعی داخل صفحه  $x, y$  و در جهت  $W$  می‌باشد. یک جابه‌جایی که بدلیل نقص و عامل خارجی بوجود آمده است. جابه‌جایی  $u$  و  $v$  در ارتباط با  $u_0, v_0, w_0$  و وابسته به هندسه و تغییر شکل ذاتی صفحه می‌باشند. تئوری صفحات ون کارمن براساس کرنش‌های ون کارمن به شکل زیر تشریح شده است. کرنش‌های برشی  $(\varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zz})$  عینا در تئوری کلاسیک صفحات صفر هستند.

کرنش اول، با رابطه‌ی (۲)، به شکل نهایی خود مرتب شده است [۱۱۰].



شکل ۲. لایه چینی ورق کامپوزیتی و زاویه قرارگیری الیاف

Fig. 2. Porcelain layer of composite plate and angle of fiber placement

ضرایب  $Q_{ij}^{(k)}$  بر حسب ثوابت مهندسی لایه  $k$  ام

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, Q_{66} = G_{12}. \end{aligned} \quad (5)$$

۲-۳- معادلات حرکت

شکل دینامیکی اصل کار مجازی به صورت رابطه (۶) است.

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \quad (6)$$

در رابطه فوق،  $\delta U$  انرژی کرنشی مجازی،  $\delta V$  کار مجازی انجام شده به وسیله نیروی اعمالی،  $\delta K$  انرژی جنبشی مجازی بوده که به صورت (۷) تا (۹) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \times \\ &\quad \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta, \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \\ &\quad Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta), \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \times \\ &\quad \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta, \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + \\ &\quad (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta, \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + \\ &\quad (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta, \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \times \\ &\quad \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta). \end{aligned} \quad (4)$$

$\theta$  زاویه پادساعتگرد اندازه‌گیری شده از محور  $x$  تا محور  $x_1$  است. نحوه قرارگیری الیاف در شکل ۲ نمایش داده شده است. تنش‌ها در راستای ضخامت هر لایه، خطی تغییر می‌کنند. با این حال، وقتی  $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$  از لایه ای به لایه دیگر تغییر می‌کند، تنش‌ها تغییرات خطی متفاوتی در لایه‌های مختلف دارند.



$$\begin{aligned}
 0 = & \int_0^t \left\{ \int_{\Omega} [N_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^0 + M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^1 + N_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^0 + M_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^1 + \right. \\
 & N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_{xy} \delta \gamma_{xy}^1 - q \delta w_0 - \\
 & I_0 (\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0) + \\
 & I_1 \left( \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} \dot{u}_0 + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \delta \dot{u}_0 + \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial y} \dot{v}_0 + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \delta \dot{v}_0 \right) \\
 & \left. - I_2 \left( \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\
 & - \int_{\Gamma_{\sigma}} \left( \hat{N}_{mn} \delta u_{0n} + \hat{N}_{ns} \delta u_{0s} - \hat{M}_{mn} \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} - \right. \\
 & \left. \hat{M}_{ns} \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} + \hat{Q}_n \delta w_0 \right) ds \Big\} dt. \quad (10)
 \end{aligned}$$

کمیت‌های  $(N_{xx}, N_{yy}, N_{xy})$  منتج‌های نیرویی صفحه‌ای و منتج  $(M_{xx}, M_{yy}, M_{xy})$  منتج‌های ممانی نامیده می‌شوند.  $Q_n$  منتج نیروی عمود بر صفحه،  $(I_0, I_1, I_2)$  ممان اینرسی جرمی است. تمامی منتج‌های تنش بر طول واحد اندازه‌گیری شده‌اند. کرنش‌های مجازی، بر حسب جابه‌جایی مجازی مشخص شده‌اند.

$$\begin{aligned}
 \delta \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial \delta u_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} + \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} \frac{\partial \dot{w}}{\partial x}, \\
 \delta \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial \delta v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} + \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} \frac{\partial \dot{w}}{\partial y}, \\
 \delta \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial \delta v_0}{\partial x} + \frac{\partial \delta u_0}{\partial y} + \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \\
 & \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} + \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} \frac{\partial \dot{w}}{\partial y}, \\
 \delta \varepsilon_{xx}^1 &= -\frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x^2}, \delta \varepsilon_{yy}^1 = -\frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial y^2}, \\
 \delta \gamma_{xy}^1 &= -2 \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x \partial y}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

با جایگزینی کرنش‌های مجازی (۱۱) در (۱۰) و انتگرال‌گیری جز به جز و جمع کردن ثوابت هر جابه‌جایی مجازی  $(\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0)$ ، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 \delta U &= \int_{\Omega_0} \left\{ \int_{-h/2}^{h/2} [\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + 2\sigma_{xy} \delta \varepsilon_{xy}] dz \right\} dx dy \\
 &= \int_{\Omega_0} \left\{ \int_{-h/2}^{h/2} [\sigma_{xx} (\delta \varepsilon_{xx}^0 + z \delta \varepsilon_{xx}^1) + \right. \\
 & \sigma_{yy} (\delta \varepsilon_{yy}^0 + z \delta \varepsilon_{yy}^1) + \\
 & \left. \sigma_{xy} (\delta \gamma_{xy}^0 + z \delta \gamma_{xy}^1)] dz \right\} dx dy, \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta V &= - \int_{\Omega_0} [q_b(x, y) \delta w(x, y, \frac{h}{2}) + \\
 & q_t(x, y) \delta w(x, y, -\frac{h}{2})] dx dy - \\
 & \int_{\Gamma} \int_{-h/2}^{h/2} [\hat{\sigma}_{mn} \delta u_n + \hat{\sigma}_{ns} \delta u_s + \hat{\sigma}_{nz} \delta w] dz ds \\
 &= - \int_{\Omega_0} \{ [q_b(x, y) + q_t(x, y)] \delta w_0(x, y) \} dx dy - \\
 & \int_{\Gamma} \int_{-h/2}^{h/2} [\hat{\sigma}_{mn} (\delta u_{0n} - z \frac{\partial \delta w_0}{\partial n}) + \\
 & \hat{\sigma}_{ns} (\delta u_{0s} - z \frac{\partial \delta w_0}{\partial s}) + \hat{\sigma}_{nz} \delta w_0] dz ds, \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta K &= \int_{\Omega_0} \int_{-h/2}^{h/2} \rho_0 [(u_0 - z \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x})(\delta \dot{u}_0 - z \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x}) + \\
 & (v_0 - z \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y})(\delta \dot{v}_0 - z \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial y}) + \\
 & w_0 \delta \dot{w}_0] dz dx dy, \quad (9)
 \end{aligned}$$

که  $q_b$  نیروی گسترده روی سطح پایینی لایه‌چینی  $(z = h/2)$ ،  $q_t$  نیروی گسترده روی سطح بالایی لایه‌چینی  $(z = -h/2)$ ،  $(\hat{\sigma}_{mn}, \hat{\sigma}_{ns}, \hat{\sigma}_{nz})$  مولفه‌های تنش روی بخش  $\Gamma_{\sigma}$  از مرز  $\Gamma$ ، به ترتیب جابه‌جایی مجازی در راستای عمود و مماس  $(\delta u_{0n}, \delta u_{0s})$  روی مرز  $\Gamma$  هستند.  $\rho_0$  چگالی ماده، مشتق متغیر  $\dot{u}_0 = \partial u_0 / \partial t$  نسبت به زمان را نشان داده است. با جایگزینی  $\delta U$ ،  $\delta V$  و  $\delta K$  از معادله (۷) تا (۹) در رابطه اصل کار مجازی (۶) و انتگرال‌گیری در روی ضخامت لایه‌چینی، خواهیم داشت:

معادلات اولر-لاگرانژ با صفر نمودن جداگانه ضرایب ثابت  $\delta u_0$ ،  $\delta v_0$  و  $\delta w_0$  روی فضای حل  $\Omega_0$ ، بدست آمده است.

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= I_0 \ddot{u} - I_1 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x}, \\ \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} &= I_0 \ddot{v} - I_1 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y}, \\ \delta w_0 : \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + \\ &N(w_0 + \hat{w}) + q = I_0 \ddot{w}_0 - \\ &I_2 \left( \frac{\partial^2 \dot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{w}_0}{\partial y^2} \right) + I_1 \left( \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

در ارتباط با شرایط مرزی ضروری و طبیعی، در تئوری کلاسیک صفحه لایه چینی شده، عبارات مشخص شده در رابطه‌ی (۱۶) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

$$\begin{aligned} u_n, u_s, w_0, \frac{\partial w_0}{\partial n} \\ N_{nm}, N_{ns}, V_n, M_{nm} \end{aligned} \quad (16)$$

شرایط اولیه شامل مشخص کردن مقادیر جابه‌جایی‌ها و مشتق مرتبه اول زمانی آن‌ها، در  $t=0$  است.

### ۲-۴- روابط آیرودینامیک

روابط آیرودینامیکی در راستای محور، مورد استفاده قرار گرفته است. قابلیت شبیه‌سازی جریان براساس تئوری پیستون مرتبه اول و سوم وجود دارد. عبارت مربوط به اثر بار خارجی با  $\Delta P$  جایگذاری شده است. تقابل سازه و سیال براساس تئوری پیستون غیرخطی در نظر گرفته شده است.  $\Delta P_a$  فشار گسترده بر روی صفحه در اثر جریان آیرودینامیک بالای صفحه به صورت رابطه‌ی (۱۷) تعریف شده است [۲، ۳۰].

$$\Delta P_a = P^d(x, t) + P^s(x). \quad (17)$$

اثر نیروی آیرودینامیکی ناپایا و  $P^s(x)$  نیروی آیرودینامیکی استاتیکی اولیه در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} 0 = \int_0^t \left\{ \int_{\Omega} \left[ - (N_{xx,x} + N_{xy,y} - I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x}) \delta u_0 - \right. \right. \\ \left. \left( N_{xy,x} + N_{yy,y} - I_0 \ddot{v}_0 - I_1 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \right) \delta v_0 - \right. \\ \left. (M_{xx,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{yy,yy} + N(w_0 + \hat{w}) + \right. \\ \left. q - I_0 \ddot{w}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} - I_1 \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} + \right. \\ \left. I_2 \frac{\partial^2 \dot{w}_0}{\partial x^2} + I_2 \frac{\partial^2 \dot{w}_0}{\partial y^2} \right) \delta w_0 \Big] dx dy \\ + \int_{\Gamma_\sigma} \left[ (N_{xx} n_x + N_{xy} n_y) \delta u_0 + \right. \\ \left. (N_{xy} n_x + N_{yy} n_y) \delta v_0 + \right. \\ \left. (M_{xx,x} n_x + M_{xy,y} n_x + M_{yy,y} n_y + \right. \\ \left. M_{xy,x} n_y + P(w_0 + \hat{w}) - I_1 \ddot{u}_0 n_x - \right. \\ \left. I_1 \ddot{v}_0 n_y + I_2 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} n_x + I_2 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} n_y \right) \delta w_0 \\ - (M_{xx} n_x + M_{xy} n_y) \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} - \\ \left. (M_{xy} n_x + M_{yy} n_y) \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} \right] ds \\ - \int_{\Gamma_\sigma} \{ (\hat{N}_{mn} \delta u_{0n} + \hat{N}_{ns} \delta u_{0s} - \\ \hat{M}_{mn} \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} - \hat{M}_{ns} \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} + \hat{Q}_n \delta w_0) ds \} dt \end{aligned} \quad (12)$$

که

$$\begin{aligned} N(w_0 + \hat{w}) = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( N_{xx} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( N_{xy} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial y} \right), \\ P(w_0 + \hat{w}) = \\ \left( N_{xx} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial y} \right) n_x + \\ \left( N_{xy} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial(w_0 + \hat{w})}{\partial y} \right) n_y. \end{aligned} \quad (13)$$

(۱۴)



است. برای عدد ماخ و فشار دینامیکی  $q_\infty$  و ضریب  $\beta_1$  و  $\beta_2$  تعاریف زیر در نظر گرفته شده است.

$$M = \frac{U_\infty}{c_\infty}, q_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{2}, \quad (22)$$

$$\beta_1 = \sqrt{M^2 - 1}, \beta_2 = \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1}.$$

برای اعداد ماخ بزرگ  $\beta_1 = M$  و  $\beta_2 = 1$  فرض شده است.

بیان معادلات لزجت و اثر نیروهای اصطکاکی و معادلات چرخش جریان باعث گسترش معادلات به فرم غیرخطی و غیر قابل تبدیل به فرم معادلات دیفرانسیلی معمولی<sup>۲</sup> می‌شود و باید به روش‌های عددی مانند اختلاف محدود، حجم محدود، اختلاف مربعات و ... حل نمود که باید دیدگاه و روش حل و پارامترهای مورد بررسی مقاله را تغییر داد. بنابراین سعی شده هدف را به تغییرات هندسی و معادلات مناسب و قابل قبول از نظر حل معادلات دیفرانسیلی آیروداستیسیته معطوف نماییم.

۲-۵- بی بعدسازی معادلات غیرخطی آیروداستیک صفحه مواد مرکب، با اثر نقص هندسی  
متغیرهای بی بعد سیستم تعریف شده است.

$$W = \frac{w}{h}, \hat{W} = \frac{\hat{w}}{h}, \xi = \frac{x}{a}, \eta = \frac{y}{b},$$

$$\bar{t} = t\Omega_0, \Omega_0 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \sqrt{\frac{D_0}{\rho_m h}}, \bar{\Omega} = \Omega_0 \frac{a}{c_\infty},$$

$$K = \frac{\omega}{\Omega_0}, \bar{h}_1 = \frac{h}{a}, \bar{h}_2 = \frac{h}{b},$$

$$\bar{P}^s(x) = P^s(x) \frac{a^4}{D_{11} h}, \bar{\rho} = \frac{\rho_m}{\rho_\infty},$$

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1}, \lambda = \frac{2q_\infty a^3}{\beta D_0}, \quad (23)$$

$$R_x = \frac{N_{xx}^m a^2}{D_{11}}, R_y = \frac{N_{yy}^m a^2}{D_{11}}, AR = \frac{b}{a},$$

$$\bar{A}_{ij} = A_{ij} \frac{h^2}{D_{11}}, \bar{B}_{ij} = B_{ij} \frac{h}{D_{11}}, \bar{D}_{ij} = D_{ij} \frac{1}{D_{11}},$$

$$\bar{I}_0 = \frac{I_0}{\rho_m h}, \bar{I}_1 = \frac{I_1}{\rho_m h^2}, \bar{I}_2 = \frac{I_2}{\rho_m h^3},$$

$$D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_{12}^2)}, M = \frac{U_\infty}{c_\infty}, q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2$$

رابطه فشار ایزنتروپیک بر روی صفحه با استفاده از تئوری پیستون براساس سرعت عمودی جریان بر روی صفحه  $V_z$  (سرعت فروریزش<sup>۱</sup>) در یک بعد به صورت رابطه‌ی (۱۸) نشان داده شده است [۲۹].

$$P^d(x, t) = P_\infty \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{V_z}{c_\infty} \right)^{2\gamma/\gamma-1}. \quad (18)$$

با بسط رابطه (۱۸) تا مرتبه اول و سوم، مدل پیستون مرتبه اول و سوم بدست آمده است.

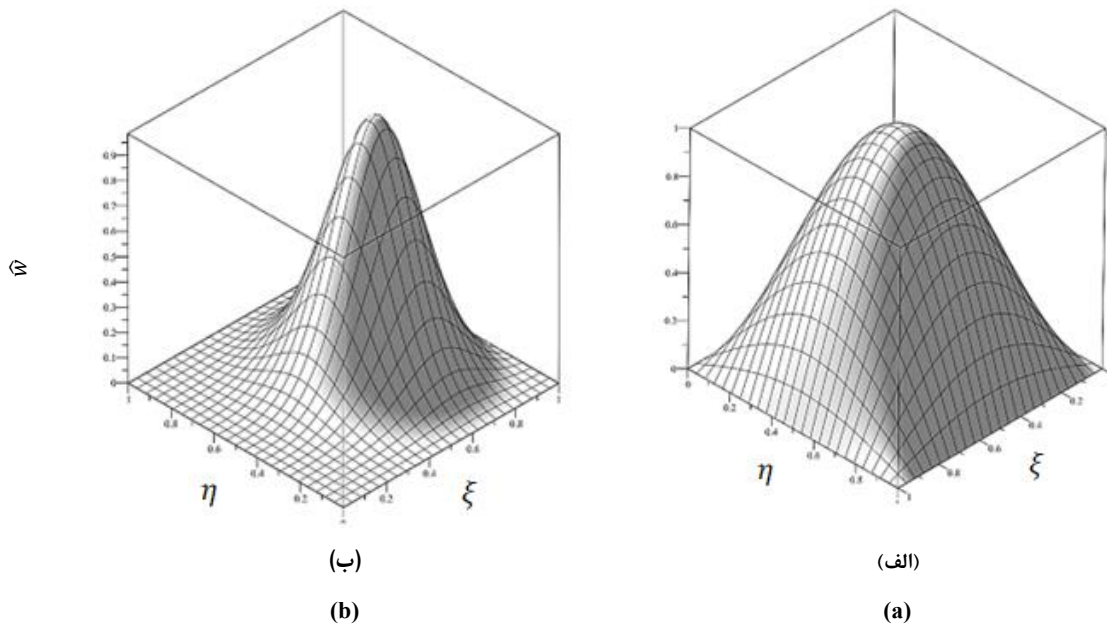
$$P^d(x, t) = P_\infty \left( 1 + \gamma \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right) \right). \quad (19)$$

$$P^d(x, t) = P_\infty \left( 1 + \gamma \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right) + \left[ \frac{\gamma(\gamma+1)}{4} \right] \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right)^2 + \frac{\gamma(\gamma+1)}{12} \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right)^3 \right). \quad (20)$$

دینامیکی روی صفحه رابطه سرعت فروریزش  $V_z$  در اثر جریان سیال بالای صفحه براساس تغییر شکل عمودی صفحه تعریف شده است [۲].

$$V_z = (\beta_2 w_{0,t} + U_\infty (w_{0,x} + \hat{w}_{0,x})) \quad (21)$$

اثر نقص یا انحنای اولیه در صفحه است.  $c_\infty$  سرعت صوت و  $\hat{w}_{0,x}$  رابطه  $c_\infty^2 = \frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}$  برقرار است.  $P_\infty$ ،  $\rho_\infty$ ،  $U_\infty$  و  $\gamma$  فشار اتمسفر، چگالی هوا، سرعت جریان آزاد پایا و ضریب ثابت گاز ایزنتروپیک  $\gamma = 1.4$  تعریف شده‌اند. تئوری پیستون یک روش معمول و مورد استفاده برای مدلسازی آیروداستیک سیستم در جریان‌های مافوق صوت و ماوراء صوت بشمار می‌رود. جریان سیال تنها در بالای صفحه وجود دارد و سرعت جریان در پایین صفحه صفر و فشار زیر سطح برابر فشار اتمسفر و ثابت انتخاب شده



شکل ۳. مدل‌سازی انواعی از نقص هندسی کلی و محلی، الف) اثر نقص هندسی کلی، پهنا ۰/۹، ب) نقص محلی، پهنا ۰/۶۵، مکان ۰/۷

Fig. 3. Modeling types of general and local geometric defects, a) Effect of general geometric defect, width 0.9, b) Local defect, width 0.65, location 0.7

با استفاده از رابطه (۲۵) نقص‌های متنوعی را می‌توان ایجاد نمود که دسته‌بندی شده‌اند:

الف) نوع سینوسی  $\delta_1 = \delta_2 = 0$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $\psi_1 = \psi_2 = 0.5$

ب) نوع محلی  $\delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0$

ج) نوع کلی  $\delta_1 = \delta_2 = 0$ ,  $\mu_1 \neq 1, \mu_2 \neq 1$

که  $\eta_1$  دامنه بی‌بعد نقص هندسی اولیه است.  $\delta_1, \delta_2$  مقادیر ثابت تعیین کننده درجه نقص محلی در حدود  $x/a = \psi_1$ ,  $y/b = \psi_2$  و  $\mu_1, \mu_2$  تعداد نیم موج‌های در طول محور  $x$  و  $y$  هستند.

انواعی از نقص سه‌بعدی کلی و محلی در شکل ۳ نشان داده شده است. هدف از تصویر شکل انواع نقص، شناخت انواع نقص‌های مورد بررسی و مطالعه است. شناخت مدل نقص مورد بررسی توسط اشکال حاضر مشخص شده است. هدف از این مدل نقص، بررسی اثر ایجاد یک نقص هندسی که بر اثر بارهای محیطی و حرارتی خارجی، باعث اعوجاج صفحه در یک راستا شده است.

### ۲-۷- روش حل گالرکین

حجم معادلات و عبارات غیرخطی، در صفحه سه‌بعدی مواد مرکب بسیار

با جایگذاری ضرایب بی‌بعد در روابط نهایی آیرولاستیسیته صفحه مواد مرکب با اثر نقص هندسی، معادلات بی‌بعد نهایی کامل شده است.

### ۲-۶- مدل نقص هندسی

مدل نقص کلی و محلی مورد استفاده بر روی صفحه مواد مرکب نشان داده شده است. اثر نقص اولیه در شرایط بدون تنش، در صفحه با  $\hat{W}$  نشان داده شده است. معادلات مربوط به شبیه‌سازی اثر نقص روی صفحه، با استفاده از بسط تیلور و توابع هایپربولیک انجام شده است. روابط (۲۴) و (۲۵) نشان دهنده‌ی معادلات مربوطه هستند.

$$\hat{W} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M H/h A_{nm} \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) \quad (24)$$

$$\hat{W}_0 = H/h \sec h[\delta_1(\xi - \psi_1)] \times \cos[\mu_1\pi(\xi - \psi_1)] \times \sec h[\delta_2(\eta - \psi_2)] \times \cos[\mu_2\pi(\eta - \psi_2)] \quad (25)$$

زمان به روش عددی حل شده است.

شبیه‌سازی اثر نقص هندسی محلی در معادلات و حل روابط غیرخطی، پیچیدگی‌های دارد. با توجه به ابعاد و اندازه نقص و پیچیدگی شکل هندسی نقص، با توجه به حضور زیاد اثر نقص هندسی، در تمام روابط صفحه، زمان بسیار زیادی برای حل معادلات آبروالاستیسته صرف شده است. معادلات در این بخش به صورت غیرخطی حل شده اند. معادلات برای حل و تعیین ضرایب به صورت همزمان حل شده اند. معادلات به صورت مستقیم در نرم افزار میپل<sup>۱</sup> حل شده اند.

### ۳- نتایج عددی

#### ۳-۱- خواص سازه و شرایط محیطی

تحلیل صفحه مواد مرکب، از جنس گرافیت-اپکسی مطابق جدول ۱ است.

#### ۳-۲- نتایج تحلیل غیرخطی آبروالاستیک صفحه نازک دارای نقص براساس تئوری کلاسیک

##### ۳-۲-۱- نتایج تحلیل فلاتر صفحه با نقص کلی سینوسی ساده

شکل ۴، فشار دینامیکی بی‌بعد مربوط به فلاتر صفحه غیرخطی نازک (نسبت ضخامت به طول صفحه ۰/۰۱) براساس ارتفاع نقص ۰ تا ۱/۲، با لایه‌چینی متقارن ۴۵ و ۶۰ درجه (۸ لایه)، برای پهنای نقص ۰/۹ مقایسه شده است. با افزایش ارتفاع نقص، فشار دینامیکی فلاتر کاهش یافته است. برای لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن، کاهش سرعت فلاتر برحسب ارتفاع نقص با شیب بیشتری نسبت به لایه‌چینی ۶۰ درجه اتفاق افتاده است. بنابراین لایه‌چینی ۴۵ درجه بسیار بیشتر از لایه‌چینی ۶۰ درجه، تحت تاثیر اثر نقص کلی قرار گرفته است.

با افزایش زاویه لایه‌چینی از ۴۵ به ۶۰ درجه، سرعت فلاتر بطور کلی کاهش یافته است. اما برای اثر نقص ۱/۲، رفتار فلاتر صفحه معکوس شده است. بنابراین ارتفاع نقص و نوع لایه‌چینی مشترکاً در تعیین مرز فلاتر موثر هستند.

شکل ۵، دامنه مثبت و منفی جابجایی بیشینه صفحه با لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه متقارن، برحسب فشار دینامیکی فلاتر و ارتفاع نقص ۰ تا ۰/۸ است. در لایه‌چینی ۶۰ درجه دامنه جابجایی با افزایش فشار دینامیکی بی‌بعد دائماً در حال افزایش است. در لایه‌چینی ۴۵ درجه برای ارتفاع نقص ۰/۸،

بیشتر از مدل دوبعدی و زمان حل مسئله نسبت به مدل‌های شبیه سازی شده دوبعدی بسیار بیشتر است. براساس مودهای فرضی سیستم، ۶ مود اول خطی سیستم، و توابع وزنی هماهنگ با توابع اصلی، در جهت  $x$  و  $y$  تعریف شده است. معادلات پاره‌ای غیرخطی را به معادلات غیرخطی معمولی تبدیل نموده و حل معادلات غیرخطی در بعد زمانی به روش عددی رانگ-کوتا انجام شده است. شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده فرض شده است.

شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده:

$$\begin{aligned} W = W_{,\xi\xi} = 0, \quad \xi = 0, 1 \\ W = W_{,\eta\eta} = 0, \quad \eta = 0, 1 \end{aligned} \quad (26)$$

جداسازی متغیرها:

$$\begin{aligned} U(\xi, \bar{t}) &= \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij}(\bar{t}) \phi_{ui}(\xi) \psi_{uj}(\eta) \\ V(\xi, \bar{t}) &= \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n b_{ij}(\bar{t}) \phi_{vi}(\xi) \psi_{vj}(\eta) \\ W(\xi, \bar{t}) &= \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n c_{ij}(\bar{t}) \phi_{wi}(\xi) \psi_{wj}(\eta) \end{aligned} \quad (27)$$

توابع شکل مود با شرایط تکیه‌گاه ساده:

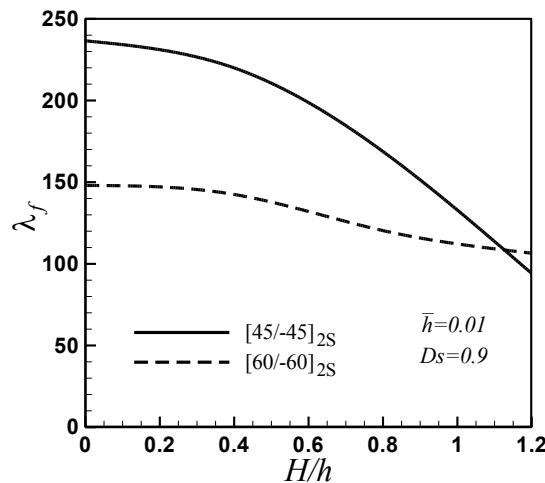
$$\begin{aligned} \phi_{ui}(\xi) &= \cos(\lambda_i \xi), \quad \psi_{uj}(\xi) = \sin(\lambda_j \eta), \\ \lambda_i &= i \pi, \quad \lambda_j = j \pi \\ \phi_{vi}(\xi) &= \sin(\lambda_i \xi), \quad \psi_{vj}(\xi) = \cos(\lambda_j \eta), \\ \lambda_i &= i \pi, \quad \lambda_j = j \pi \\ \phi_{wi}(\xi) &= \sin(\lambda_i \xi), \quad \psi_{wj}(\xi) = \sin(\lambda_j \eta), \\ \lambda_i &= i \pi, \quad \lambda_j = j \pi \end{aligned} \quad (28)$$

با جایگذاری توابع فوق در روابط نهایی و استفاده از روش باقی‌مانده وزنی گالرکین با توجه به تابع وزن مناسب جابجایی‌ها در سه جهت، بعد از انتگرالگیری مستقیم در مکان، سه دسته روابط غیرخطی حاصل در حوزه

جدول ۱. خواص سازه و شرایط جریان محیطی

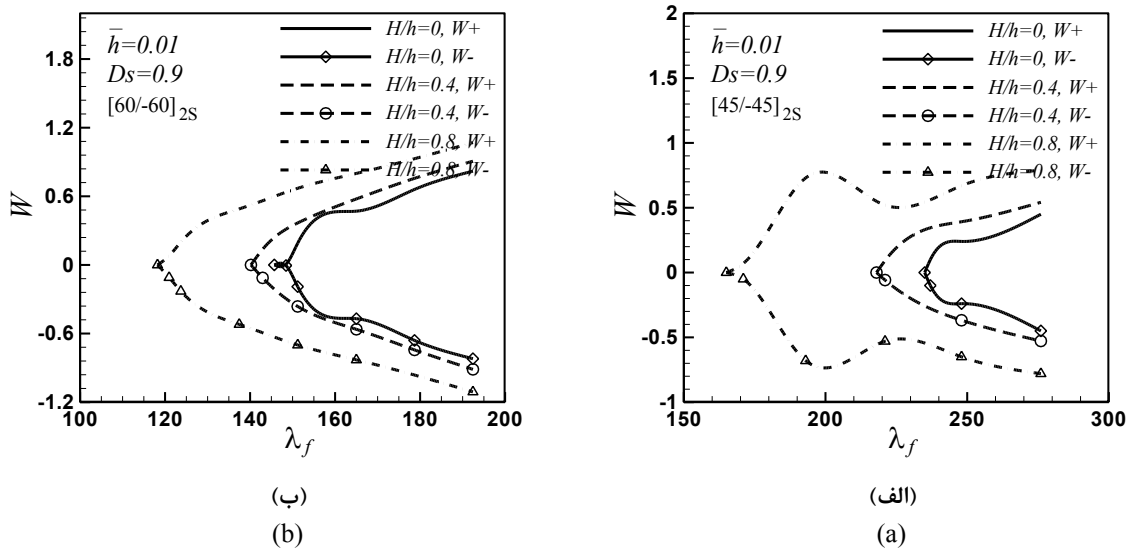
Table 1. Structural properties and environmental flow conditions

واحد	مقدار	نماد	پارامتر
$kg/m^3$	۱/۲۲۵	$\rho_\infty$	چگالی سیال
$m$	۱	$a$	طول ورق
$m$	۱	$b$	عرض ورق
$m$	۰/۰۱	$h$	ضخامت ورق
Gpa	۱۸۱	$E_1$	مدول الاستیسیته در جهت الیاف
Gpa	۱۰/۳	$E_2$	مدول الاستیسیته در جهت رزین
Gpa	۷/۱۷	$G_{12}$	مدول برشی
Gpa	۷/۱۷	$G_{13}$	مدول برشی
Gpa	۶/۲۱	$G_{23}$	مدول برشی
	۱۰	$n$	تعداد لایه
$kg/m^3$	۱۶۰۰	$\rho_m$	چگالی ورق
	۰/۲۸	$\nu_{12}$	ضریب پواسان
	۱/۴	$\gamma$	نسبت ظرفیت گرمایی
$m/s$	۳۴۰	$C_\infty$	سرعت صوت
		T۳۰۰	نوع الیاف
		۵۲۰۸	نوع رزین



شکل ۴. مقایسه مرز فلاتر صفحه نازک براساس فشار دینامیکی بی‌بعد، برحسب ارتفاع نقص سینوسی ساده (۰ تا ۱/۲)، با لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه متقارن

Fig. 4. Comparison of thin plate flutter border based on dimensionless dynamic pressure, according to the height of simple sinusoidal defect (0 to 1.2), with symmetric 45 and 60 degree layering



شکل ۵. دامنه مثبت و منفی جابجایی بیشینه صفحه با لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه متقارن، برحسب فشار دینامیکی فلاتر، برای نقص سینوسی ساده با ارتفاع نقص + تا ۰/۸، (الف) لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن، (ب) لایه‌چینی ۶۰ درجه متقارن

Fig. 5. The positive and negative amplitude of the maximum displacement of the plate with 45 and 60 degree symmetrical layering, in terms of dynamic flutter pressure, for a simple sinusoidal defect with a defect height of 0 to 0.8, a. Symmetrical 45 degree layering, b. Symmetrical 60 degree layering

نقص افزایش دامنه سیکل محدود صفحه برای فشار دینامیکی ۲۷۵ نشان داده شده است. برای ارتفاع نقص ۱/۲ شکل نوسان سیکل محدود صفحه تغییر کرده است. تصویر ب، نمودار فازی صفحه نازک با ارتفاع نقص ۰ تا ۱/۲، لایه‌چینی ۶۰ درجه متقارن ترسیم شده است. برای فشار دینامیکی ۱۶۵، برای ارتفاع نقص ۰ تا ۰/۸ دائما سیکل محدود صفحه بزرگتر شده و نوسان صفحه سیکل ساده است. اما با افزایش ارتفاع نقص به ۱/۲، نوسان چند دوره‌ای مشاهده شده است و محدوده‌ی نوسان نیز بزرگتر شده است. با توجه به نمودار فازی صفحه با نقص کلی، رفتار فلاتر صفحه با افزایش زاویه لیاف از ۴۵ به ۶۰ پیچیده‌تر و دامنه نوسان بزرگتر شده است.

### ۳-۲-۲ نتایج تحلیل فلاتر صفحه با نقص محلی

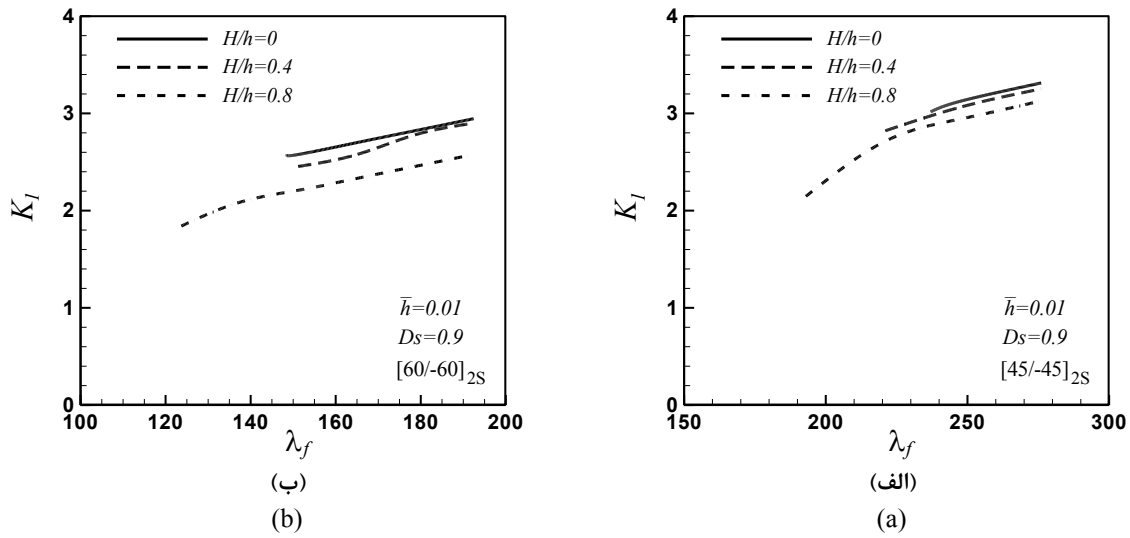
شکل ۸، مقایسه مرز فلاتر صفحه نازک براساس فشار دینامیکی بی‌بعد برحسب ارتفاع نقص محلی (۰ تا ۱/۱) با لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و پهنای ۰/۷ نشان داده شده است. نکته جالب توجه در نقص محلی، افزایش فشار دینامیکی فلاتر صفحه با افزایش ارتفاع نقص محلی است. بنابراین برخلاف نقص کلی سینوسی، افزایش مرز فلاتر و افزایش پایداری صفحه با

با افزایش فشار دینامیکی فلاتر، کاهش و افزایش دامنه جابجایی مشاهده شده است.

برای لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه، با افزایش ارتفاع نقص کلی، دامنه جابجایی صفحه افزایش یافته است. دامنه جابجایی با تغییر ارتفاع نقص، در لایه‌چینی ۶۰ درجه بیشتر از ۴۵ درجه است و سرعت فلاتر نیز کمتر است. شکل ۶ نسبت فرکانس فلاتر به فشار دینامیکی فلاتر، با ارتفاع نقص ۰ تا ۰/۸ برای لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه متقارن نشان داده شده است. در لایه‌چینی ۶۰ درجه نسبت به ۴۵ درجه فرکانس فلاتر در ارتفاع نقص‌های مختلف، کمتر است. با افزایش فشار دینامیکی، فرکانس فلاتر صفحه افزایش یافته است.

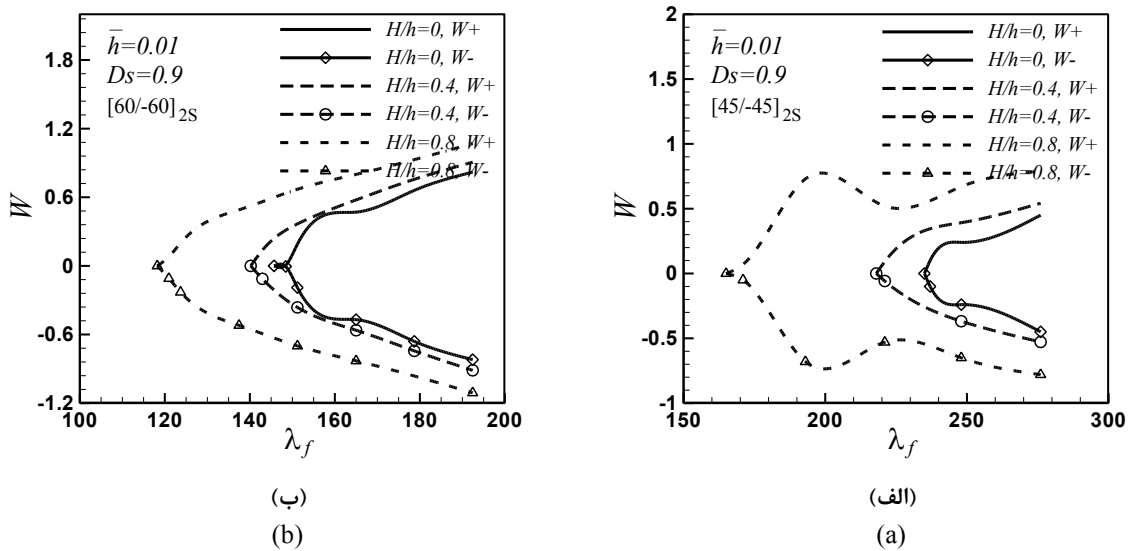
با افزایش ارتفاع نقص، فرکانس فلاتر کاهش یافته است. برخلاف تحلیل ارتعاشی صفحه که بدون اثر آیرودینامیک، با افزایش ارتفاع نقص، افزایش فرکانس صفحه مشاهده شده بود، در تحلیل آیرولاستیک، با افزایش ارتفاع نقص کاهش فرکانس فلاتر صفحه مشاهده شده است.

شکل ۷، نمودار فازی صفحه نازک با ارتفاع نقص ۰ تا ۱/۲، لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه متقارن ترسیم شده است. در تصویر الف، با افزایش ارتفاع



شکل ۶. نسبت فرکانس فلاتر به فشار دینامیکی فلاتر برای نقص ساده سینوسی با ارتفاع نقص + تا ۰/۸ برای لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه متقارن، الف لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن، ب لایه‌چینی ۶۰ درجه متقارن

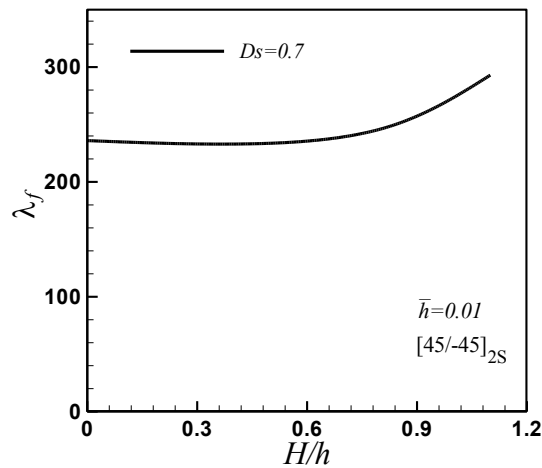
Fig. 6. The ratio of flutter frequency to flutter dynamic pressure for a simple sinusoidal defect with a defect height of 0 to 0.8 for symmetric 45 and 60 degree layering, a. Symmetrical 45 degree layering, b. Symmetrical 60 degree layering



شکل ۷. نمودار فازی صفحه نازک با اثر نقص سینوسی ساده با ارتفاع نقص + تا ۱/۲، لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه متقارن، الف فشار دینامیکی ۱۶۵، ب فشار دینامیکی ۲۷۵

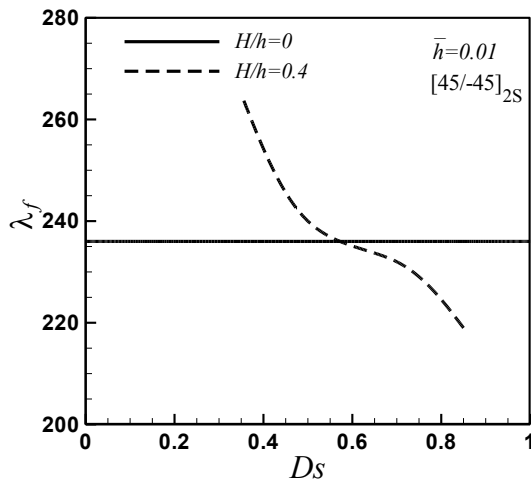
Fig. 7. Phase diagram of thin plate with simple sinusoidal defect effect with defect height from 0 to 1.2, 45 and 60 degree symmetrical layering, a. Dynamic pressure 165, b. Dynamic pressure 275





شکل ۸. مقایسه مرز فلاتر صفحه نازک براساس فشار دینامیکی بی‌بعد، برحسب ارتفاع نقص محلی (۰ تا ۱/۱)، با لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و پهناهای ۰/۷ + نقص

Fig. 8. Comparison of thin plate flutter boundary based on dimensionless dynamic pressure, in terms of local defect height (0 to 1.1), with symmetric 45 degree layering and defect width of 0.7



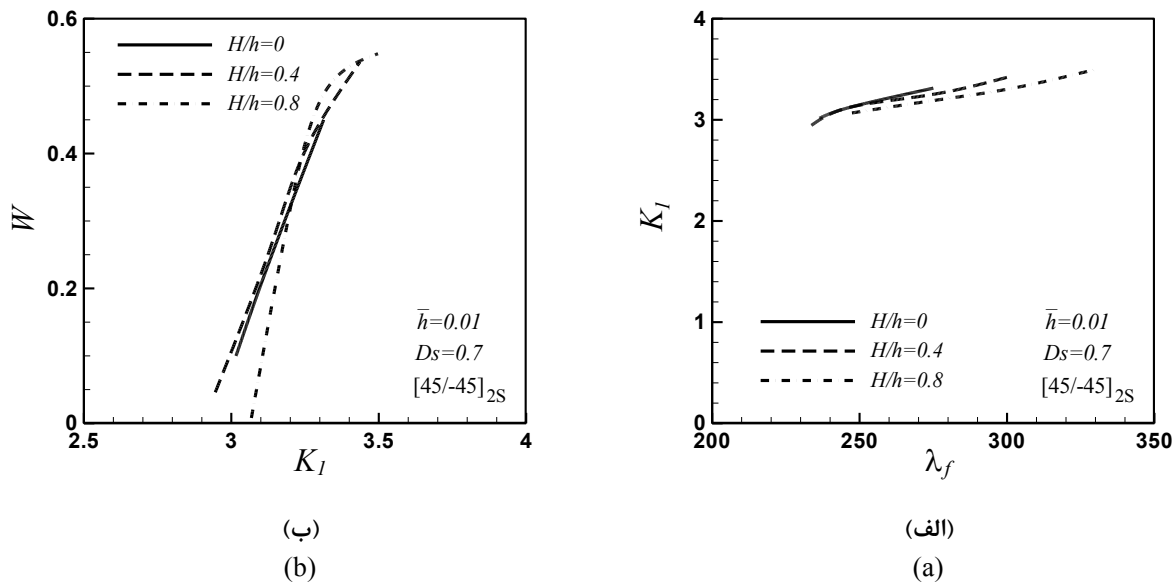
شکل ۹. مقایسه مرز فلاتر صفحه نازک براساس فشار دینامیکی بی‌بعد، برحسب پهناهای نقص محلی (۰/۳۵ تا ۰/۹)، با لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و ارتفاع نقص ۰/۴ + و ۰/۹ +

Fig. 9. Comparison of thin plate flutter border based on dimensionless dynamic pressure, in terms of local defect width (0.35 to 0.9), with symmetrical 45 degree layering and defect height of 0 and 0.4

و شاخص‌های فرکانسی و ارتعاشی صفحه را در تحلیل‌های ترکیبی سازه و آیرودینامیک بهبود بخشد.

شکل ۹ مقایسه مرز فلاتر صفحه نازک براساس فشار دینامیکی بی‌بعد، برحسب پهناهای نقص (۰/۳۵ تا ۰/۹)، با لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و ارتفاع نقص ۰/۴ + است. این نمودار، یکی از نتایج مهم و قابل توجه این بخش است. با ثابت نگه داشتن ارتفاع نقص، اثر تغییر پهناهای نقص در پاسخ فلاتر صفحه

افزایش ارتفاع نقص محلی مشاهده شده است. درواقع برخلاف آنچه تاکنون راجع به اثر ناپایدار کنندگی نقص تصور می‌شد، وجود نقص محلی روی صفحه امکان افزایش پایداری آیروالاستیک صفحه مواد مرکب را دارد. استفاده از مدل نقص یا وجود نقص هندسی محلی یا کلی باید ابتدا مورد تحلیل و محاسبه قرار بگیرد و شاخص‌های ارتعاشی و آیروالاستیک صفحه تعیین شود، زیرا هر نقص بخودی خود ممکن است موجب ناپایداری نشده



شکل ۱۰. نسبت فرکانس فلاتر به فشار دینامیکی فلاتر برای نقص محلی و نسبت دامنه جابجایی به فرکانس اصلی فلاتر صفحه براساس تغییر فشار دینامیکی فلاتر، با ارتفاع نقص ۰ تا ۰/۸ برای لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و پهنای نقص ۰/۷، الف) فرکانس فلاتر به فشار دینامیکی فلاتر، ب) دامنه جابجایی به فرکانس فلاتر

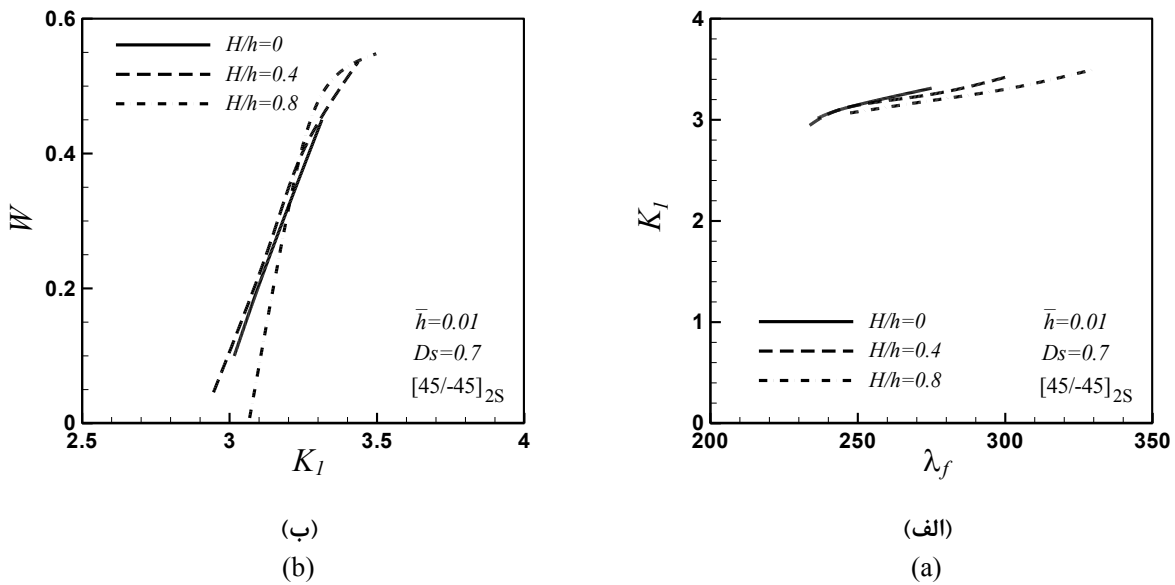
Fig. 10. Flutter frequency ratio to flutter dynamic pressure for a local defect and displacement amplitude ratio to the main frequency of the plane flutter based on the change of the flutter dynamic pressure, with the height of the defect from 0 to 0.8 for symmetric 45 degree layering and the width of the defect 0.7, a. Flutter frequency to flutter dynamic pressure, b. Shift amplitude to the flutter frequency

نقص محلی با افزایش فشار دینامیکی فلاتر فرکانس فلاتر افزایش یافته است. با افزایش ارتفاع نقص، برای فشار دینامیکی فلاتر مشخص کاهش فرکانس فلاتر مشاهده شده است که با نقص کلی سینوسی، نتیجه یکسان است. در تصویر ب، با افزایش فرکانس فلاتر صفحه افزایش دامنه جابجایی مشاهده شده است و رفتار صفحه با اثر نقص محلی، رفتار سخت شونده است. برخلاف نوع نقص ساده سینوسی که برای ارتفاع نقص بالاتر رفتار نرم‌شونده برای صفحه مشخص شده است. یعنی کاهش فرکانس سازه با افزایش دامنه تغییر شکل مشاهده شده است.

شکل ۱۱ الف دامنه مثبت و منفی جابجایی بیشینه صفحه برحسب فشار دینامیکی فلاتر و تصویر ب، نمودار فازی صفحه برای نقص محلی با پهنای نقص ۰/۳۵ تا ۰/۹ با لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و ارتفاع نقص ۰/۴ است. با کاهش پهنای نقص در تصویر الف، افزایش سرعت فلاتر و کاهش دامنه جابجایی مشاهده شده است. همین‌طور در تصویر ب، با افزایش پهنای نقص افزایش دامنه سیکل محدود و تغییر شکل نمودار از حالت دایروی به مربع مشخص شده است.

بررسی شده است. خط ممتد پر به‌صورت افقی نمایان‌گر فشار دینامیکی فلاتر صفحه تخت بدون نقص است. با اعمال اثر نقص محلی با پهنای ۰/۹ تا ۰/۶، سرعت فلاتر کمتر از صفحه تخت است. برای پهنای نقص کمتر از ۰/۶، سرعت فلاتر نسبت به صفحه تخت، افزایش یافته و پایداری بیشتری در رفتار آیروداستیک صفحه مشاهده شده است. باید توجه داشت طبق نتایج حاصل در بخش تحلیل فرکانسی، برای پهنای نقص ۰/۷، ۰/۵ و ۰/۳۵، تغییرات فرکانسی صفحه تقریباً یکسان بوده و تغییراتی که در سرعت فلاتر مشاهده شده است به اثر میرایی و سفتی آیرودینامیکی مرتبط با سیستم ارتعاشی صفحه است. در واقع نقش اصلی بر روی اثر نقص در تغییرات فشار آیرودینامیکی روی صفحه و تغییر مرز فلاتر موثر از آن است، که در حضور نقص‌های مختلف، رفتار متفاوت اما مرتبط و منظمی مشاهده شده است.

شکل ۱۰ الف نسبت فرکانس فلاتر به فشار دینامیکی فلاتر برای نقص محلی و تصویر ب، نسبت دامنه جابجایی به فرکانس اصلی فلاتر صفحه براساس تغییر فشار دینامیکی فلاتر، با ارتفاع نقص ۰ تا ۰/۸، برای لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و پهنای نقص ۰/۷ ترسیم شده‌اند. در تصویر الف، برای



شکل ۱۱. دامنه مثبت و منفی جابجایی بیشینه صفحه برحسب فشار دینامیکی فلاتر و نمودار فازی صفحه، برای نقص محلی با پهناهای نقص ۰/۳۵ تا ۰/۹ با لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن و ارتفاع نقص ۰/۴، الف) دامنه جابجایی به فشار دینامیکی فلاتر، ب) نمودار فازی

Fig. 11. Change of positive and negative position of the maximum displacement of the plate in terms of the flutter dynamic pressure and the local fuzzy shape of the plate, for the local imperfection with width range of 0.35 to 0.9, with a layering of 45 degrees symmetrically and a height of 0.4, a. Displacement range to dynamic flutter pressure, b. Fuzzy diagram

#### ۴- راستی آزمایی

تحقیق کیتپیورنچائه و همکاران [۳۱]، در رابطه با ارتعاشات غیرخطی صفحه ساخته شده از مواد مدرج تابعی با اثر نقص هندسی محلی است. مقایسه فرکانس صفحه با اثر نقص و تغییر تحریک اعمالی به صفحه انجام شده است. شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده، صفحه ایزوتروپ با لایه‌چینی متقارن و نقص هندسی کلی سینوسی فرض شده است. خواص مواد و اطلاعات مسئله در جدول ۲ بیان شده است.

ژائو و همکاران [۹] بررسی فلاتر صفحه مواد مرکب غیرخطی را، به روش المان محدود انجام داد. نمودارهای فازی صفحه با تغییر اثر حرارت داخل صفحه برای فشار دینامیکی مختلف مقایسه شده است. خواص مواد در جدول ۳ نشان داده شده است.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق تحلیل آیروالاستیسیته صفحه مواد مرکب ارتوتروپ نازک غیرخطی تحت اثر نقص هندسی کلی و محلی، در ترکیب با نوع لایه‌چینی

صفحه مواد مرکب نازک، به همراه اثر بارهای مکانیکی مورد بررسی قرار

گرفته است. مهمترین نتایج حاصل در زیر خلاصه شده است:

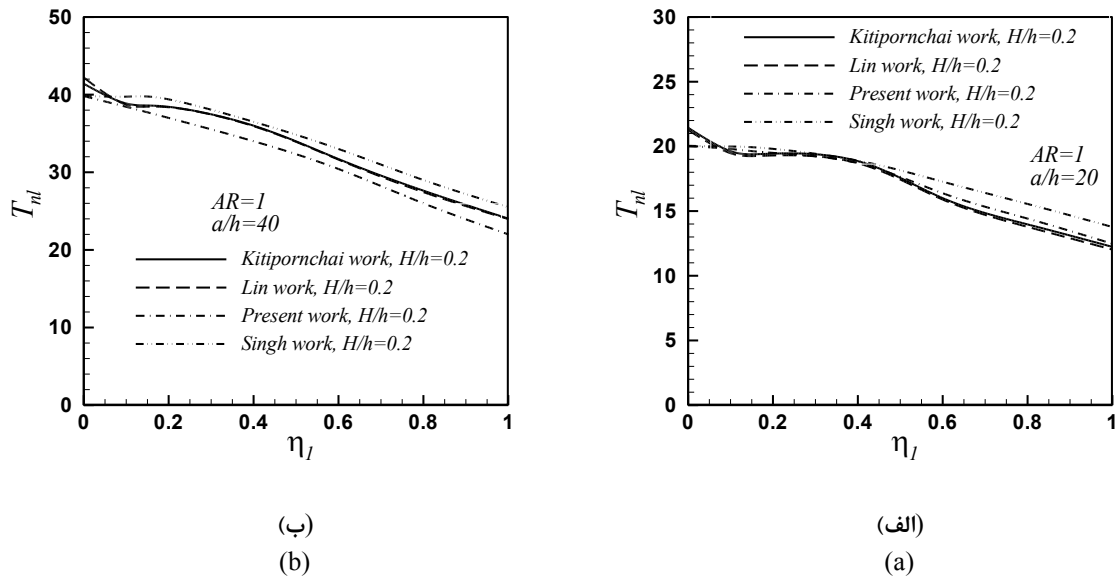
- با افزایش ارتفاع نقص کلی، فشار دینامیکی فلاتر کاهش یافته است.
- برای لایه‌چینی ۴۵ درجه متقارن، کاهش سرعت فلاتر برحسب ارتفاع نقص با شیب بیشتری نسبت به لایه‌چینی ۶۰ درجه اتفاق افتاده است. بنابراین لایه‌چینی ۴۵ درجه بسیار بیشتر از لایه‌چینی ۶۰ درجه، تحت تاثیر اثر نقص کلی قرار گرفته است. سفتی سازه در لایه‌چینی ۴۵ درجه بیشتر از ۶۰ درجه در جهت جریان است. بنابراین هرچه سفتی سازه بیشتر باشد اثر نقص در کاهش مرز فلاتر موثرتر است.
- با افزایش زاویه لایه‌چینی از ۴۵ به ۶۰ درجه، سرعت فلاتر بطور کلی کاهش یافته است. دلیل آن کاهش سفتی سازه در جهت جریان با افزایش زاویه لایه‌چینی است. بنابراین ارتفاع نقص و نوع لایه‌چینی مشترکاً در تعیین مرز فلاتر موثر هستند.

- برای لایه‌چینی ۴۵ و ۶۰ درجه، با افزایش ارتفاع نقص کلی، دامنه جابجایی صفحه افزایش یافته است. دامنه جابجایی با تغییر ارتفاع نقص، در

جدول ۲. خواص سازه [۳۱]

Table 2. Properties of the structure

پارامتر	نماد	مقدار	واحد
چگالی ورق	$\rho_m$	۲۷۰۰	$kg/m^3$
نسبت طول به ضخامت ورق	$a/h$	۴۰،۲۰	
نسبت ارتفاع نقص به ضخامت	$H/h$	۰/۲	
ضخامت ورق	$h$	۰/۰۱	$m$
مدول الاستیسیته در جهت الیاف	$E_1$	۷۰	Gpa
مدول برشی	$G_{12}$	۲۶	Gpa



شکل ۱۲. مقایسه دوره زمانی فرکانس صفحه با اثر نقص کلی ۰/۲، برحسب دامنه تحریک، [۳۱]، [۳۲]، [۳۳]، الف) نسبت طول به ضخامت ۲۰، ب) نسبت طول به ضخامت ۴۰

Fig. 12. Comparison of the time period of the plate frequency with the effect of 0.2 global defect, according to the excitation amplitude, [31], [32], [33]. a. The ratio of length to thickness is 20, b. The ratio of length to thickness is 40

جدول ۳. خواص سازه [۹]

Table 3. Properties of the structure [9]

واحد	مقدار	نماد	پارامتر
$kg/m^3$	۱۵۵۰	$\rho_m$	چگالی ورق
	۲۴۰	$a/h$	نسبت طول به ضخامت ورق
	۰/۰۱	$\mu/M$	تعداد نیم موج ها به عدد ماخ
Gpa	۱۵۵	$E_1$	مدول الاستیسیته در جهت الیاف
Gpa	۸/۰۷	$E_2$	مدول الاستیسیته در جهت رزین
Gpa	۴/۵۵	$G_{12}$	مدول برشی
	(۰/۴۵/-۴۵/۹۰) متقارن		زاویه لایه چینی الیاف
$\mu/^\circ C$	-۰/۰۷	$\alpha_{T1}$	ضریب انبساط حرارتی در جهت الیاف
$\mu/^\circ C$	۳۰/۱	$\alpha_{T2}$	ضریب انبساط حرارتی در جهت رزین
	۴۵۰	$\lambda$	فشار بدون بعد فلاتر
	۱	$T/T_{cr}$	نسبت دما به دمای بحرانی
	۰/۲۲	$\nu_{12}$	ضریب پواسان

نقص محلی روی صفحه امکان افزایش پایداری آیروالاستیک صفحه مواد مرکب را دارد. دلیل این امر اثر سخت شوندگی نقص محلی نسبت به نقص کلی و تغییر بارگذاری آیرودینامیکی از حالت تحریک کلی صفحه در نقص کلی، به تحریک محلی صفحه در نقص محلی است. تحریک محلی صفحه توسط جریان آیرودینامیک باعث به تعویق افتادن تحریک مودهای پایین صفحه برای ایجاد فلاتر شده و مرز فلاتر بالا رفته است.

• با اعمال اثر نقص محلی، با کاهش پهنای نقص، سرعت فلاتر، افزایش یافته و پایداری بیشتری در رفتار آیروالاستیک صفحه مشاهده شده است. حتی برای پهنای کمتر از ۰/۶ نسبت به صفحه تخت سرعت فلاتر افزایش یافته است.

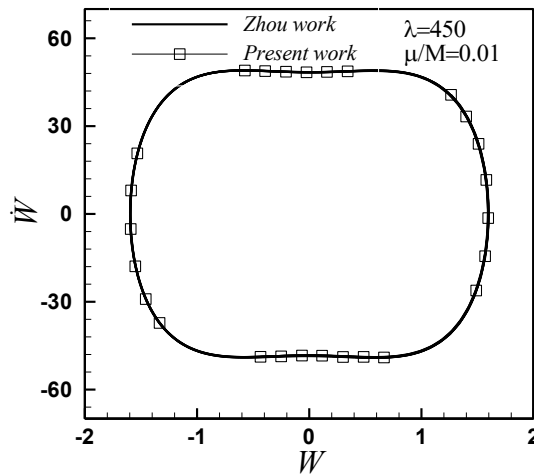
برای نقص محلی، با افزایش ارتفاع نقص، دامنه جابجایی صفحه برحسب فشار دینامیکی فلاتر، کاهش یافته است. بنابراین با افزایش ارتفاع نقص صفحه سفت‌تر شده و دامنه جابجایی کاهش یافته است.

لایه‌چینی ۶۰ درجه بیشتر از ۴۵ درجه است و سرعت فلاتر نیز کمتر است.

• با افزایش ارتفاع نقص رفتار صفحه در لایه‌چینی ۴۵ درجه، با افزایش فشار دینامیکی، از سخت شونده به نرم شونده تغییر یافته است. یعنی کاهش فرکانس سازه با افزایش دامنه تغییر شکل مشاهده شده است.

• با افزایش ارتفاع نقص، فرکانس فلاتر کاهش یافته است. برخلاف تحلیل ارتعاشی صفحه که بدون اثر آیرودینامیک، با افزایش ارتفاع نقص، افزایش فرکانس صفحه مشاهده شده است. بنابراین اثر آیرودینامیک یک بارگذاری با اثر سفتی منفی در ماتریس ضرایب سازه ایجاد نموده که بر اثر مثبت نقص در سفتی سازه چیره شده و باعث کاهش فرکانس فلاتر شده است.

• در نقص محلی، افزایش فشار دینامیکی فلاتر صفحه با افزایش ارتفاع نقص مشاهده شده است. اما در نقص کلی، کاهش مرز فلاتر و کاهش پایداری صفحه با افزایش ارتفاع نقص مشاهده شده است. وجود



شکل ۱۳. مقایسه نمودار فازی در فشار دینامیکی ۴۵۰ برای صفحه مواد مرکب با اثر بار حرارتی [۹]

Fig. 13. Comparison of the phase diagram at dynamic pressure of 450 for the plate of composite materials with the effect of thermal load [9]

			۶- نمادها
فشار دینامیکی بدون بعد فلاتر	$\lambda_f$	سرعت صوت (m/s)	$c_\infty$
مؤلفه‌های کرنش	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy}$	مدول الاستیسیته (Pa)	$E$
چگالی سیال ( $kg / m^3$ )	$\rho$	فرکانس اول بدون بعد ورق	$K_1$
		فرکانس دوم بدون بعد ورق	$K_2$
		عدد ماخ	$M$
		مؤلفه نیروهای صفحه‌ای (N)	$M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}$
		مؤلفه گشتاورهای صفحه‌ای (N.m)	$N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}$
		گرادیان فشار روی صفحه (Pa)	$\Delta P$
		اثر فشار آیرودینامیکی ناپایا (Pa)	$p^d$
		اثر فشار استاتیکی (Pa)	$p^s$
		بار مکانیکی گسترده ( $N / m^2$ )	$q$
		افزایش دما از حالت مرجع (K)	$\Delta T$
		سرعت فروریزش (m/s)	$v_z$
		مؤلفه‌های میدان جابجایی (m)	$u, v, w$
		ضریب انبساط حرارتی ( $K^{-1}$ )	$\alpha$

### منابع

- [1] R.O. Stearman, M. Lock, Y.-c. Fung, Ames tests on the flutter of cylindrical shells, Graduate Aeronautical Laboratories, California Institute of Technology, 1962.
- [2] E.H. Dowell, Nonlinear flutter of curved plates, AIAA Journal, 7(3) (1969) 424-431.
- [3] E.H. Dowell, Nonlinear flutter of curved plates. II, AIAA Journal, 8(2) (1970) 259-261.
- [4] W.J. Anderson, Experiments on the flutter of flat and slightly curved panels at Mach number 2.81, CALIFORNIA INST OF TECH PASADENA GRADUATE AERONAUTICAL LABS, 1962.
- [5] J.W. Sawyer, Flutter and buckling of general laminated plates, Journal of Aircraft, 14(4) (1977) 387-393.
- [6] L. Shiau, L. Lu, Nonlinear flutter of composite laminated



- [17] L.K. Abbas, X. Rui, P. Marzocca, M. Abdalla, R. De Breuker, A parametric study on supersonic/hypersonic flutter behavior of aero-thermo-elastic geometrically imperfect curved skin panel, *Acta mechanica*, 222(1) (2011) 41-57.
- [18] W. Xia, Q. Ni, Parametric study on supersonic flutter of angle-ply laminated plates using shear deformable finite element method, *Acta Mechanica Sinica*, 27(5) (2011) 749-756.
- [19] L.-C. Shiau, S.-Y. Kuo, Y.-P. Liu, Aerothermoelastic analysis of composite laminated plates, *Composite Structures*, 94(6) (2012) 1982-1990.
- [20] M. Ghadimi, M. Dardel, M. Pashaei, M. Barzegari, Effects of geometric imperfections on the aeroelastic behavior of functionally graded wings in supersonic flow, *Aerospace Science and Technology*, 23(1) (2012) 492-504.
- [21] J. Li, Y. Narita, Analysis and optimal design for supersonic composite laminated plate, *Composite Structures*, 101 (2013) 35-46.
- [22] Z.-G. Song, F.-M. Li, Aerothermoelastic analysis of nonlinear composite laminated panel with aerodynamic heating in hypersonic flow, *Composites Part B: Engineering*, 56 (2014) 830-839.
- [23] H. Nguyen-Van, N. Nguyen-Hoai, T. Chau-Dinh, T. Nguyen-Thoi, Geometrically nonlinear analysis of composite plates and shells via a quadrilateral element with good coarse-mesh accuracy, *Composite structures*, 112 (2014) 327-338.
- [24] X. An, B.C. Khoo, Y. Cui, Nonlinear aeroelastic analysis of curved laminated composite panels, *Composite Structures*, 179 (2017) 377-414.
- [25] A. Muc, Natural frequencies of rectangular laminated plates—Introduction to optimal design in aeroelastic problems, *Aerospace*, 5(3) (2018) 95.
- [26] H. Moosazadeh, M.M. Mohammadi, Time domain aero-thermo-elastic instability of two-dimensional non-linear curved panels with the effect of in-plane load considered, *SN Applied Sciences*, 2 (2020) 1-17.
- [27] M. Farrokhi, M. R. Fallah, Determination of the Flutter plates, *Mathematical and Computer Modelling*, 14 (1990) 983-988.
- [7] I.R. Dixon, C. Mei, Nonlinear flutter of rectangular composite panels under uniform temperature using finite elements, *Nonlinear vibrations*, (1992) 123-132.
- [8] I.R. Dixon, C. Mei, Finite element analysis of large-amplitude panel flutter of thin laminates, *AIAA journal*, 31(4) (1993) 701-707.
- [9] R. Zhou, D.Y. Xue, C. Mei, Finite element time domain-modal formulation for nonlinear flutter of composite panels, *AIAA journal*, 32(10) (1994) 2044-2052.
- [10] N. Chandiramani, L. Librescu, R. Plaut, Flutter of geometrically-imperfect shear-deformable laminated flat panels using non-linear aerodynamics, *Journal of sound and vibration*, 192(1) (1996) 79-100.
- [11] N.K. Chandiramani, R.H. Plaut, L.I. Librescu, Non-linear flutter of a buckled shear-deformable composite panel in a high-supersonic flow, *International journal of non-linear mechanics*, 30(2) (1995) 149-167.
- [12] L. Librescu, P. Marzocca, W.A. Silva, Supersonic/hypersonic flutter and postflutter of geometrically imperfect circular cylindrical panels, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 39(5) (2002) 802-812.
- [13] L.R. Kumar, P. Datta, D. Prabhakara, Dynamic instability characteristics of laminated composite doubly curved panels subjected to partially distributed follower edge loading, *International Journal of Solids and Structures*, 42(8) (2005) 2243-2264.
- [14] I.-K. Oh, D.-H. Kim, Vibration characteristics and supersonic flutter of cylindrical composite panels with large thermoelastic deflections, *Composite structures*, 90(2) (2009) 208-216.
- [15] W.-H. Shin, I.-K. Oh, I. Lee, Nonlinear flutter of aerothermally buckled composite shells with damping treatments, *Journal of Sound and Vibration*, 324(3-5) (2009) 556-569.
- [16] H.H. Ibrahim, H.H. Yoo, K.-S. Lee, Aero-thermo-mechanical characteristics of imperfect shape memory alloy hybrid composite panels, *Journal of Sound and Vibration*, 325(3) (2009) 583-596.

- structures and their influence on the dynamics of aeroelastic panels, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39(6) (2004) 977-991.
- [31] S. Kitipornchai, J. Yang, K. Liew, Semi-analytical solution for nonlinear vibration of laminated FGM plates with geometric imperfections, *International Journal of Solids and Structures*, 41(9-10) (2004) 2235-2257.
- [32] P. Singh, V. Sundararajan, Y. Das, Large amplitude vibration of some moderately thick structural elements, *Journal of Sound and Vibration*, 36(3) (1974) 375-387.
- [33] C. Lin, L.-W. Chen, Large-amplitude vibration of an initially imperfect moderately thick plate, *Journal of Sound and Vibration*, 135(2) (1989) 213-224.
- Instability Boundary of a Composite Wing Using Support Vector Machine, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 52(12) (2021) 825-828 (in persian).
- [28] M. Ganapathi, S. Aditya, S. Shubhendu, O. Polit, T.B. Zineb, Nonlinear supersonic flutter study of porous 2D curved panels including graphene platelets reinforcement effect using trigonometric shear deformable finite element, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 125 (2020) 103543.
- [29] W. Tian, T. Zhao, Z. Yang, Theoretical modelling and design of metamaterial stiffened plate for vibration suppression and supersonic flutter, *Composite Structures*, 282 (2022) 115010.
- [30] B.I. Epureanu, L.S. Tang, M.P. Païdoussis, Coherent

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

H. Moosazadeh, M. M. Mohammadi, *Aeroelastic analysis of a thin composite plate, with the effect of general and local geometric defects*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 55(2) (2023) 235-256.

DOI: 10.22060/mej.2023.21270.7413

