



Investigating the effective factors on the dynamic analysis of foundations located on saturated porous medium under the effect of horizontal and torsional vibrations using the cone model method

F. Hajari¹, H. Rahnema¹, S. Mirassi^{2*}, M. Momeni^{2,3}

¹ Department of Civil and Environmental Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

² Department of Civil Engineering, Shahrekord Branch, Islamic Azad University, Shahrekord, Iran

³ Department of Engineering and Architecture, University of Trieste, Trieste, Italy

Review History:

Received: Sep. 06, 2022

Revised: Feb. 05, 2023

Accepted: Apr. 05, 2023

Available Online: Apr. 30, 2023

Keywords:

Cone model

wave propagation

dynamic analysis of foundations

horizontal and torsional vibrations

saturated porous medium

ABSTRACT: Seismic analysis of machine foundations located on saturated porous media can be carried out with several methods. Some of these methods are very accurate such as the boundary element method, complex finite element method, and scaled boundary finite element method. Other methods, such as the cone model method, is not only simple and practical but also have appropriate and acceptable accuracy. In the cone model, the soil mass is modeled with incomplete cones and the propagation of waves in these cones is followed until the wave is sufficiently damped and its effect on the foundation response is negligible. In this research study, the application of the cone model method in determining the dynamic stiffness, taking into account the effect of pore water (two-phase approach), has been investigated for different soil conditions. The system of differential equations governing horizontal and torsional vibrations in a porous medium is obtained by considering the effect of soil dilatancy. Also, the effect of different parameters such as layer thickness, porosity, and permeability coefficient has been investigated on the foundation's response under shear and torsional vibrations. The obtained results show that the cone model can provide a good level of accuracy and high computational efficiency for predicting the horizontal and torsional vibrations of foundations resting on saturated porous media. Also, the two-phase environment shows considerable attenuation in low frequencies compared to the one-phase one, and in the case of deep rock bed, there is no significant difference in attenuation. In addition, the greater the thickness of the layer, the closer its performance is to the case where the foundation is based on a half-space, and if the thickness of the first layer is more than 20 times the radius of the disk, the environment can be accurately described as a half-space regardless of other layers. Also, with the increase of the permeability coefficient of the layer, the influence of this parameter in the analysis increases, especially in smaller frequencies, and the decrease of the permeability coefficient leads to an increase in damping. Another part of the results obtained from this research shows that the porosity parameter has a very small effect on the horizontal and torsional stiffness coefficients, although the sensitivity of the dynamic analysis to porosity is significant for high frequencies of vertical alternating load.

1- Introduction

In general, there are two types of methods for foundation vibration analysis: rigorous and approximate. Numerical methods like the finite element method [1-3], boundary element method [4], and scaled boundary element method [5, 6] are examples of rigorous methods that can be used to evaluate the dynamic response of footings when complex analytical solutions are required [7]. Although, the use of new methods of solving differential equations that are expanding every day by researchers in the fields of science and engineering [8] can be considered as an analytical solution for directly solving differential equations related to wave propagation, proposing and improving approximate methods with sufficient accuracy is always be of interest. One of the

approximate and simple methods that have been developed as alternatives to rigorous methods to analyze foundations is the cone model method. The cone model method has been developed in recent decades as an alternative to exact methods, which not only has acceptable accuracy but also requires much less computational effort and cost compared to exact methods. This method can be used also for probabilistic analyzes in which a large amount of calculations is required [9, 10]. Numerous studies have compared single-phase and two-phase modeling techniques for soil and fluid, with two-phase techniques being more accurate and closer to reality because they account for the interaction between the water phase and the impermeable probe [11-13].

*Corresponding author's email: s.mirasi@sutech.ac.ir



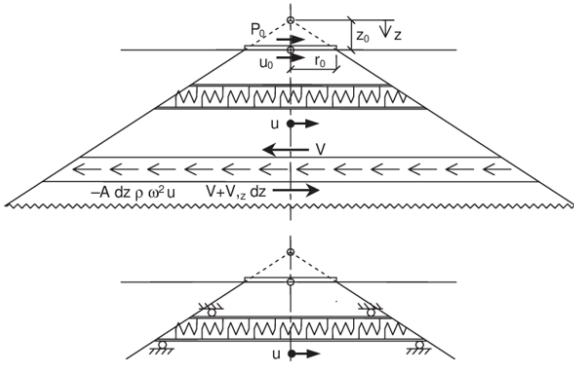


Fig. 1. Cone model for horizontal degree of freedom

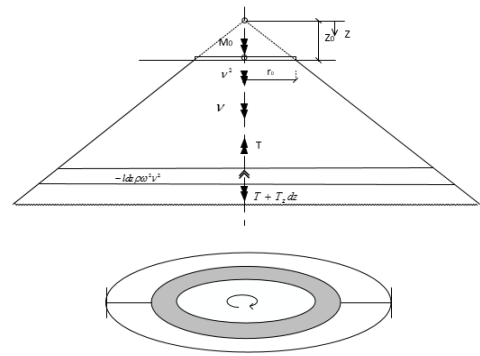


Fig. 2. Cone model for rotational degree of freedom

2- Methodology

In this study, the validated approximate cone model method is used to investigate the dynamic analysis of foundations rested on saturated porous media under torsional and horizontal vibrations. An effective framework based on the cone model technique has been coded in MATLAB for this purpose. The effect of soil dilatancy is carefully taken into account To obtain the system of differential equations governing horizontal and torsional vibrations in a porous medium. Additionally, the relationships between vertical and horizontal displacements are developed, which leads to the development of vertical stiffness and horizontal stiffness. It has been studied how different parameters, such as layer thickness, porosity, and permeability coefficient, affect how well foundations respond to shear and torsional vibrations.

2- 1- Cone model method

The dynamic equilibrium equations and compatibility relations for an incomplete semi-infinite cone should be established by taking into account both the solid and fluid phases To obtain the relations of differential equations under horizontal (Fig. 1) and torsional vibrations (Fig. 2). Full rigidity of foundation, weightless of foundation, dilatation in media, one-dimensional mechanics of materials method, and soil elasticity were presumed meanwhile of seismic analysis with cone model. Furthermore, the uniform stress distribution in the soil layers assumed and soil intended for two-phase media. It should be noted that the one-dimensional mechanics of materials method presumption means that all plates remain plain after stress application.

According to Fig. 1, the horizontal displacement is defined as:

$$-\tau A_x + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial x} dx \right) \left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial x} dx \right) = \left[(1 - n \rho_s + n \rho_f) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right] A_x dx \tag{1}$$

where n , A_x , p_s , p_f and t are porosity, the cross-sectional

area of the cone at a distance x from the apex, mass density of the solid, mass density of fluid, and time, respectively. Also, is shear stress and v is the total horizontal displacement. After simplifying the above relation and neglecting the dx^2 term, the following relation results:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} A_x + \tau \frac{\partial A_x}{\partial x} = \left[(1 - n \rho_s + n \rho_f) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right] A_x \tag{2}$$

where A_x is the derivative of $A(x)$ with respect to x (i. e. $A_x = \frac{\partial A(x)}{\partial x}$). The area at depth x is defined as $A(x) = (\frac{x}{x_0})^2 A_0$ with $A_0 = \pi r_0^2$, where x is measured from the apex and considered area.

In the case of torsional vibration, according to Fig. 2, the torsional displacement is defined as:

$$-T x, \omega + T x, \omega + T x, \omega_x dx + \omega^2 I x dx (1 - n \rho_s + n \rho_f) \vartheta = 0 \tag{3}$$

The Eq. 3 can be also expressed in the following form:

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \omega^2 I x (1 - n \rho_s + n \rho_f) \vartheta = 0 \tag{4}$$

where $I(x)$ is the polar moment of inertia ($I(x) = \frac{\pi r_0^4}{2} = (\frac{x}{x_0})^4$), and T is the torsion which is obtained as a function of rotation as $G\vartheta I(x)$.

3- Results and Discussion

This study examined the dynamic analysis of foundations supported by saturated porous media under horizontal and torsional vibrations using the cone model method. The two-phase medium showed significant damping at low frequencies compared to the single-phase medium. However, for a deep bedrock, there is not much difference in damping. The greater the thickness of the layer, the closer its performance is to the

case where the foundation is located on a half-space. The results showed that if the thickness of the first layer is more than 20 times the disk radius, the medium can be analyzed with good accuracy like a half-space, regardless of other layers. In addition, the parameters of the porous medium in the dynamic analysis of the foundation showed that the influence of this parameter in the analysis increases with the increase of the permeability coefficient of the layer. The lower the frequency, the more visible the above effect.

4- Conclusions

Given the results, it can be stated that:

- A decrease in the permeability coefficient leads to an increase in damping. From the obtained results, it can be concluded that the effect of the permeability coefficient is significant for values greater than 10^{-4} .

- Porosity has a very small effect on the horizontal and torsional stiffness coefficients. The sensitivity of the dynamic analysis to porosity is significant for high frequencies of vertical load, although the coefficient of porosity is not very effective in soil dynamic stiffness.

References

- [1] J.M. Duncan, State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes, *Journal of Geotechnical engineering*, 122(7) (1996) 577-596.
- [2] M. Moradi, H. Rahnema, S. Mirassi, Detecting the depth and thickness of weak layer in soil media using phase velocity spectrum and theoretical dispersion curve of Rayleigh wave, *Iranian Journal of Geophysics*, 16(3) (2022) 57-77.
- [3] S. Mirassi, H. Rahnema, Deep cavity detection using propagation of seismic waves in homogenous half-space and layered soil media, *Asian Journal of Civil Engineering*, 21(8) (2020) 1431-1441.
- [4] K. Kuriyama, Y. Mizuta, H. Mozumi, T. Watanabe, Three-dimensional elastic analysis by the boundary element method with analytical integrations over triangular leaf elements, in: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 1995, pp. 320A.
- [5] M.C. Genes, S. Kocak, Dynamic soil–structure interaction analysis of layered unbounded media via a coupled finite element/boundary element/scaled boundary finite element model, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62(6) (2005) 798-823.
- [6] M. Schauer, S. Langer, J.E. Roman, E.S. Quintana-Orti, Large scale simulation of wave propagation in soils interacting with structures using FEM and SBFEM, *Journal of Computational Acoustics*, 19(01) (2011) 75-93.
- [7] J.P. Wolf, *Foundation vibration analysis using simple physical models*, Pearson Education, 1994.
- [8] M. Momeni, M. Riahi Beni, C. Bedon, M.A. Najafgholipour, S.M. Dehghan, B. JavidSharifi, M.A. Hadianfard, Dynamic Response Analysis of Structures Using Legendre–Galerkin Matrix Method, *Applied Sciences*, 11(19) (2021) 9307.
- [9] M. Momeni, C. Bedon, Uncertainty Assessment for the Buckling Analysis of Glass Columns with Random Parameters, (2020).
- [10] M. Momeni, C. Bedon, M.A. Hadianfard, A. Baghlani, An Efficient Reliability-Based Approach for Evaluating Safe Scaled Distance of Steel Columns under Dynamic Blast Loads, *Buildings*, 11(12) (2021) 606.
- [11] L. Andersen, J. Clausen, Impedance of surface footings on layered ground, *Computers & structures*, 86(1-2) (2008) 72-87.
- [12] A.S. Pal, D.K. Baidya, Effect of Soil Layering on Coupled Dynamic Response and Active Length of Piles Embedded in Layered Soil Using Cone Model, *Indian Geotechnical Journal*, 49(1) (2019) 50-57.
- [13] M. Khakpour, M. Hajjalilue Bonab, Soil-structure-interaction using cone model in time domain for horizontal and vertical motions in layered half space, *Journal of Earthquake Engineering*, 24(4) (2020) 529-554.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

F. Hajari, H. Rahnema, S. Mirassi, M. Momeni, Investigating the effective factors on the dynamic analysis of foundations located on saturated porous medium under the effect of horizontal and torsional vibrations using the cone model method, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 55(5) (2023) 229-232.

DOI: [10.22060/ceej.2023.14758.7814](https://doi.org/10.22060/ceej.2023.14758.7814)





بررسی عوامل موثر در تحلیل دینامیکی پی واقع بر محیط متخلخل اشباع تحت اثر ارتعاشات افقی و پیچشی با استفاده از روش مدل مخروطی

فاطمه حاجری^۱، حسین رهنما^۱، سهراب میراثی^{۲*}، محمد مومنی^۳

۱- دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران
۲- دانشکده مهندسی عمران، واحد شهرکرد، دانشگاه آزاد اسلامی، شهرکرد، ایران
۳- دانشکده مهندسی و معماری، دانشگاه تربیته، تربیته، ایتالیا

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۱۵
بازنگری: ۱۴۰۱/۱۱/۱۶
پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۱۶
ارائه آنلاین: ۱۴۰۲/۰۲/۱۰

کلمات کلیدی:

انتشار امواج
محیط متخلخل اشباع
مدل مخروطی
نیم فضا
ارتعاش افقی
ارتعاش پیچشی
تحلیل دینامیکی پی

خلاصه: تحلیل لرزه ای پی های ماشین آلات واقع بر روی محیط های متخلخل اشباع می تواند با روش های متعددی انجام شود. برخی از این روش ها مانند روش اجزای مرزی، روش اجزای محدود پیچیده و روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده بسیار دقیق هستند. برخی روش ها، مانند روش مدل مخروطی، روش ساده و کاربردی اما با دقت مناسب و قابل قبول می باشند. در این مدل توده خاک با مخروط هایی ناقص مدل می گردد و انتشار امواج در این مخروط ها تا زمانی که موج به اندازه کافی میرا شود و و اثر آن در پاسخ پی تاثیر قابل اغمازی داشته باشد، دنبال می شود. در این پژوهش کاربرد روش مدل مخروطی در تعیین سختی دینامیکی با لحاظ نمودن اثر آب حفره ای (رویکرد دو فازی)، برای شرایط مختلف خاک زیر پی بررسی شده است. برای به دست آوردن سیستم معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات افقی و پیچشی در یک محیط متخلخل با در نظر گرفتن اثر اتساع خاک، بررسی دقیقی انجام شده است. همچنین اثر پارامترهای مختلف از جمله ضخامت لایه، پوکی، ضریب نفوذپذیری بر پاسخ پی تحت ارتعاشات برشی و پیچشی بررسی شده است. نتایج بدست آمده از این تحقیق نشان می دهد که فرمول های مدل مخروطی می توانند سطح خوبی از دقت و راندمان محاسباتی بالا را برای پیش بینی ارتعاشات افقی و پیچشی فونداسیون های واقع بر محیط متخلخل اشباع ارائه دهند. همچنین محیط دو فازی نسبت به محیط یک فازی میرایی قابل ملاحظه ای در فرکانس های پایین از خود نشان می دهد و این در حالی است که برای بستر سنگی عمیق، تفاوت زیادی برای میرایی به چشم نمی خورد. علاوه بر این، هر چه ضخامت لایه بیشتر باشد عملکرد آن نزدیکتر به حالتی است که پی واقع بر روی یک نیم فضا است و چنانچه ضخامت لایه ای اول تقریباً بیشتر از ۲۰ برابر شعاع دیسک باشد می توان محیط را با دقت خوبی مانند یک نیم فضا، صرف نظر از سایر لایه ها، تحلیل نمود. همچنین با افزایش ضریب نفوذپذیری لایه، تأثیر این پارامتر در تحلیل علی الخصوص در فرکانس های کوچکتر، افزایش می یابد و کاهش ضریب نفوذپذیری منجر به افزایش میرایی می گردد. بخش دیگری از نتایج بدست آمده از این تحقیق نشان می دهد که پارامتر پوکی در ضرایب سختی افقی و پیچشی تاثیر بسیار ناچیزی دارد هر چند که حساسیت تحلیل دینامیکی به پوکی برای فرکانس های بالای بار متناوب قائم قابل ملاحظه است.

۱- مقدمه

و دقیقی از رفتار دینامیکی پی ها ارائه دهند که البته نیازمند هزینه محاسباتی بسیار سنگینی هستند و حتی با توجه به پیشرفت های نرم افزاری و سخت افزاری امروزی، همچنان ارائه روش های ساده تر جهت انجام تحلیل پی ها مورد توجه محققان است [۷]. علاوه بر این، استفاده از روش های حل معادلات دیفرانسیل نوین که هر روزه توسط محققین در رشته های علوم و مهندسی در حال گسترش است [۸] می تواند به عنوان راه حل تحلیلی جهت حل مستقیم معادلات دیفرانسیل مربوط به انتشار موج و غیره در نظر گرفته شود. از سوی دیگر یکی از روش های تقریبی و ساده ای که برای تحلیل پی ها

نحوه مدل کردن محیط نامحدود خاک زیر پی از دیرباز تا کنون، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران بوده است. به طور کلی روش های موجود برای تحلیل ارتعاش پی ها به دو دسته روش های دقیق و تقریبی تقسیم می شوند. روش های دقیق که شامل تکنیک های عددی مانند روش اجزای محدود [۱-۳]، روش اجزا محدود مرزی [۴] و روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده [۵، ۶] می باشند، می توانند با مدل سازی بسیار دقیق پی و اعمال نیروهای وارده به آن پاسخ مناسب

* نویسنده عهده دار مکاتبات: s.mirasi@sutech.ac.ir



آزادی افقی و پیچشی استفاده کردند. آنها یک آنالیز تقریبی برای پاسخ یک دیسک صلب بدون جرم که بر روی سطح یک نیم فضای الاستیک قرار گرفته است و در معرض نیروی افقی و یا ممان چرخشی است، انجام دادند. نتایج نشان داد که برای هر یک از مودهای تحریک، رابطه نیرو-جابجایی برای مدل مخروط-دیسک مناسب، با نتایج متناظر برای سیستم نیم فضا- دیسک واقعی، به خوبی در توافق است. همچنین رابطه نیرو-جابجایی برای هر مخروط همانند یک نوسانگر ساده است که فرکانسی مستقل از مشخصات آن دارد. برجا و همکاران [۷] در سال ۱۹۹۴، آنالیز اجزا محدود دو بعدی و سه بعدی برای تاثیر رفتار غیر خطی خاک بر پاسخ دینامیکی پی صلب تحت اثر لرزش های هارمونیک با مد ارتعاش جانبی و گهواره ای و پیچشی، مورد بررسی قرار دادند. آنها مدلی الاستو ویسکو پلاستیک با سخت شوندگی کینماتیکی را برای خاک فرض کردند و محاسبات را در حوزه زمان بصورت ضمنی انجام دادند. ولف و دیکس [۱۷] در سال ۲۰۰۴ علاوه بر دیسک صلب بدون جرم واقع بر روی نیم فضا، پی مدفون در نیم فضای همگن را با شرایط لایه ای و شرایط تکیه گاهی مختلف نیز مورد مطالعه قرار دادند، و چهار مولفه حرکتی (قائم، افقی، گهواره ای و پیچشی) را به طور کامل بررسی کردند. در مطالعات آنها محیط خاک تک فاز^۴ است و فقط فاز جامد در نظر گرفته شده است. آنها نتایج مطالعات خود را با مقدار دقیق سختی و میرایی و فنریت مقایسه کردند، و به این نتیجه رسیدند که مدل مخروطی علاوه بر سادگی و صرف زمان کمتر و دید فیزیکی مناسب، دارای دقت کافی و درصد خطای قابل قبولی است. در سال ۲۰۰۴ پردهان و همکاران [۱۸] مطالعاتی بر روی سختی دینامیکی پی صلب دایره ای بدون جرم تحت اثر بار قائم واقع بر روی بستر سنگی انجام دادند. آنها از مدل مخروطی با انتشار یک بعدی موج و با استفاده از روش مقاومت مصالح، سختی استاتیکی و فرکانس تشدید را محاسبه کردند و با نتایج آزمایشگاهی گزتاس و بیدیا و مارالیکریشنا [۱۹، ۲۰] مقایسه کردند. اندرسن و کلاوزن [۱۸] در سال ۲۰۰۷ مسئله ی ویژه پی صلب بر روی خاک لایه ای را بررسی کردند. نتایج بدست آمده توسط آنها نشان داد که لایه های خاک منجر می شود که تغییر قابل توجه در امپدانس حرکت انتقالی و گهواره ای پی های توربین های بادی دریایی و در فرکانسهای نزدیک به فرکانس تشدید اول ایجاد شود. در

مورد استفاده قرار می گیرد روش مدل مخروطی است. روش مدل مخروطی در دهه های اخیر به عنوان جایگزینی برای روش های دقیق توسعه یافته شده است که نه تنها دقت قابل قبولی دارد، بلکه به تلاش و هزینه محاسباتی بسیار کمتری در مقایسه با روش های دقیق نیاز دارد که این روش برای تحلیل های احتمالاتی که در آن حجم زیادی از محاسبات لازم است می تواند مورد قبول واقع شود [۹-۱۳]. در اواخر قرن نوزدهم، مطالعات زیادی در مورد برهمکنش خاک و سازه و همچنین تحلیل دینامیکی و استاتیکی دیسک های واقع در یک نیمه فضای نامحدود و انتشار امواج انجام شد. مطالعات متعددی با استفاده از روش های تک فازی و دو فازی برای مدل سازی خاک و سیال انجام شده است که در روش های دو فازی به دلیل در نظر گرفتن اندرکنش بین فاز جامد و مایع، نتایج به واقعیت نزدیکتر بوده و از دقت بالاتری برخوردار هستند. تاکنون تحقیقات متعددی بر روی محیط های تک فازی و دو فازی انجام شده است که مختصرا در ادامه مورد بررسی قرار می گیرند.

تحقیقات تک فازی: در سال ۱۹۴۲، اهلر [۱۴] تحلیل دینامیک پی دایره ای صلب واقع بر روی یک نیم فضای همگن^۱ را با استفاده از مدل مخروطی به بررسی فقط مولفه حرکتی قائم و افقی پی پرداخت. تحلیل دینامیکی پی برای مولفه حرکتی پیچشی و گهواره ای تحت حالت پایدار^۲ نیز بعدها در سال ۱۹۷۱ توسط ولتسوس و وی [۱۵] و در سال ۱۹۷۴ توسط ولتسوس و نیر [۱۶] مورد مطالعه قرار گرفت. میک و ولف [۷] در سال ۱۹۹۳، متوجه شدند که مدل مخروطی برای خاک های با تراکم بالا ($U > 1/3$)، نسبت پواسون می باشد) جوابگو نیست، زیرا برای درجات آزادی قائم و گهواره ای، اعوجاج محوری در مدل مخروطی به وجود می آید. آنها پیشنهاد کردند که در محدوده $1/2 > U > 1/3$ ، از سرعت موج اصلاح شده ای به صورت $c = 2c_s$ (c_s برابر با سرعت موج برشی می باشد) استفاده شود. میک و ولف [۷] با بررسی نمودارهای حاصل از روش های دقیق برای ضریب سختی^۳ متوجه شدند که در بازه مذکور که سرعت موج انبساطی به سمت بی نهایت می رود، و با برازش منحنی های بدست آمده مفهومی تحت عنوان جرم محبوس را ارائه کردند. میک و ولتسوس [۷] در سال ۱۹۹۴ از مدل مخروطی برای به دست آوردن پاسخ دینامیکی درجات

1 Homogeneous half-space

2 Steady state

3 Stiffness coefficient

گروپ [۱۸] در سال ۱۹۹۹ ترکیبی از آزمایشات و شبیه سازی ها را برای آزمایش سه نوع موج به کار برد. وی همچنین تاثیر ویسکوزیته سیال را بر روابط کاهندگی موج الاستیک در صخره های متخلخل را در سال ۲۰۰۲ مورد مطالعه قرار داد. وایت [۱۸] مساله تاثیر اشباع جزبی و به طور عمده اندازه حباب های آن، فرکانس، نفوذپذیری و تخلخل را بر روی سرعت موج و میرایی آن بیان کرد. در سال ۱۹۷۷ ون در کوگل [۱۸] انتشار امواج در خاک اشباع را هم به صورت تئوری و هم به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار داد. مدل تئوری شامل دو فاز بود، فاز سیال و فاز جامد، برای شرح تئوری حرکت امواج از میان مناطق وسیع، استفاده از مکانیک پیوسته روش استاندارد عملی است. در این راستا، از زمانی که حوزه های متخلخل اشباع مانند لایه های خاک زیر سطحی مورد بررسی قرار گرفته اند، تئوری محیط متخلخل (TPM) (مواد متخلخل اشباع به عنوان یک سنگدانه چند فازی شامل تعامل قسمت جامد و ترکیبات مایع که دارای بهترین حالت از بی نظمی هستند، رفتار میکنند) به ارائه مدل و چارچوبی جامع با دقت کافی اثبات شده است. این روش توسط درامهلر [۱۸] در سال ۱۹۷۸ برای توصیف محیط جامد متخلخل خالی به کار گرفته شد. بوون [۱۸] مطالعاتی بر اساس تئوری محیط متخلخل (TPM) را برای محیط متخلخل اشباع با در نظر گرفتن اجزای قابل تراکم و غیر قابل تراکم گسترش داد. در سال ۱۹۸۳ کاتپتیای و دی [۱۸] انتشار موج لاو را در لایه های متخلخل اشباع ایزوتروپیک با سطح برخورد نامنظم بین لایه ها و نیم فضایی با، ایزوتروپیک و همگن بودن کمتر مورد بررسی قرار داد. کاتپتیای و همکاران [۱۸] (۱۹۸۶) انتشار موج لاو را در لایه های متخلخل و همسانگرد و همگن بر روی نیم فضای غیر همگن تولید شده توسط منبع نقطه ای بر روی سطح مشترک لایه ها و نیم فضا، را مورد مطالعه قرار دادند. کاتپتیای و باندوپتیای [۱۸] در سال ۱۹۸۶ موج برشی در صفحه کریستال بی نهایت مونوکلینیک را مورد مطالعه قرار داد و در مورد طیف فرکانس و فاز سرعت بحث کرد. کونزاک [۱۸] نیز در سال ۱۹۸۹ بررسی هایی بر روی انتشار موج لاو در محیط متخلخل اشباع با لایه های غیر همسانگرد انجام داد. کاتپتیای و چودوری [۱۸] (۱۹۹۵) انتشار امواج برشی مغناطیسی الاستیک را در صفحه خودتقویت شده بی نهایت مورد مطالعه قرار داد. دیبلز و اهلر [۱۸] در سال ۱۹۹۶ آنالیز دینامیکی محیط متخلخل اشباع کامل با در نظر گرفتن هندسه و

سال ۲۰۰۸ پردهان و همکاران [۲۱] تابع سختی دینامیکی را برای پی صلب مدور واقع بر دو خاک لایه ای و با میرایی پسماند ۲ درصد برای خاک، با استفاده از روش مدل مخروطی مورد بررسی قرار دادند. با مقایسه نتایج بدست آمده از تحقیق ایشان شامل فرکانس تشدید و دامنه تشدید با نتایج دقیق آزمایش های صحرایی، به دقت قابل قبولی رسیدند. قناد [۱۸] در سال ۲۰۰۶ به مطالعه پارامتریک اثر اندرکنش خاک سازه بر رفتار غیرارتجاعی سازه ها پرداخت. در این تحقیقات خاک بر اساس مدل های مخروطی و سازه توسط یک مدل تک درجه با رفتار دو خطی در مدل خاک و سازه وارد شده است. در ادامه مطالعات قناد و احمدنیا [۱۸] در سال ۲۰۰۷، این تحقیقات با تمرکز بیشتر روی ضریب رفتار به بررسی پارامتریک رفتار غیر ارتجاعی سازه با در نظرگیری اندرکنش خاک سازه می پردازد. مجدداً سازه در نظر گرفته شده در این مطالعه دارای پی سطحی است. آنالیزها برای پارامترهای بی بعدی که معرف درجه تأثیر اندرکنش و لاغری سازه هستند، در شکل پذیری های مختلف تحت سه دسته رکورد شامل ۲۰ رکورد ثبت شده روی خاک سخت، ۲۴ رکورد ثبت شده روی خاک رسوبی و ۱۰ رکورد ثبت شده روی خاک نرم انجام گرفته اند. سووآر و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۱۴، بررسی پارامتریکی فونداسیون قرار گرفته بر روی خاک لایه ای تحت ارتعاش قائم و با انتشار مدل یک بعدی مخروطی موج، با استفاده از روابط مقاومت مصالح، انجام دادند. آنها با استفاده از پارامترهای مختلفی از قبیل عمق قرارگیری لایه، نسبت میرایی مصالح و نسبت پواسون، ضرایب سختی و میرایی فونداسیون دایره صلب بدون جرمی را بدست آوردند. با استفاده از سه مقدار متفاوت ضریب پواسون، سختی استاتیکی فونداسیون برای لایه های با عمق متفاوت را تخمین زدند.

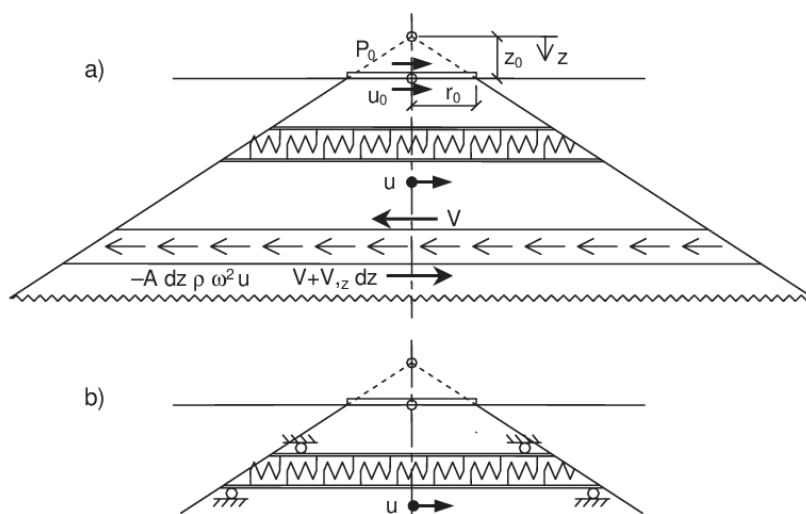
تحقیقات دوفازی: بیوت [۲۲، ۲۳] در سال ۱۹۵۶، انتشار موج در محیط متخلخل نزدیک به اشباع را مورد بررسی قرار داد. تحقیقات وی بر روی امواج منتشر شده حاصل از بار دینامیکی برای فرکانس های کم^۱ و بالا^۲ بر روی محیط دو فازه بود و معادلات این موج ها در فضای سه بعدی را ارائه کرد. درسویچ [۱۸] در سال ۱۹۶۱ اولین کسی بود که از تئوری بیوت برای انتشار موج در محیط متخلخل اشباع همسانگرد استفاده کرد. وی انتشار موج لاو را در لایه های متخلخل واقع بر نیم فضای الاستیک و همگن و همسانگرد مورد مطالعه قرار داد.

- 1 Low frequency range
- 2 High frequency range

بر روی یک لایه‌ی خشک قرار گرفته بر نیم‌فضای اشباع را با استفاده از روشی مشابه با جین بو [۳۱] بررسی کردند و با ارائه‌ی گراف‌هایی تأثیر فاصله پی از لایه اشباع را نشان دهد. سای و همکاران [۳۲] در سال ۲۰۰۹، تأثیر ضخامت لایه خاک روی بستر سنگی، نسبت مدفون‌شدگی و پارامترهای محیط متخلخل را روی سختی دینامیکی دیسک صلب مدور، متد مطالعه قرار دادند. سای و همکاران [۳۳] تحقیق مشابهی را برای پی‌های نواری انجام دادند. در سال ۲۰۱۱ هان و دای [۳۳] مطالعاتی بر روی انتشار کروی امواج از منبع انرژی واقع در محیط متخلخل الاستیک اشباع الاستیک انجام دادند. در سال ۲۰۱۳ تحقیقاتی در زمینه ارتعاش پی تحت بار متناوب با رویکرد یک فازی و دو فازی محیط و همچنین چگونگی انتشار موج در محیط های لایه ای با استفاده از مدل مخروطی توسط امینی [۱۸] انجام گرفت. امینی انتشار موج را در محیط های لایه ای با رویکرد دو فازی به صورت کمی بررسی کرده و معادلات حاکم بر حرکت را به دست آوردند و صحت سنجی روش پیشنهاد شده برای تحلیل دینامیکی پی تحت بار متناوب انجام دادند. در تحقیق دیگری که توسط پال و بایدیدا در سال ۲۰۱۹ [۳۴] انجام گردید به بررسی استفاده از مدل مخروطی در تحلیل دینامیکی تک شمع تعبیه شده در خاک دو لایه پرداخته شد به گونه‌ای که تأثیر لایه‌بندی بر پاسخ جابجایی وابسته به فرکانس و طول فعال تحت تأثیر ارتعاشات افقی و چرخشی را در نظر بگیرد. حلبیان و همکاران در سال ۲۰۲۰ [۳۵] با استفاده از تئوری مدل مخروطی به عنوان جایگزینی برای رویکردهای دقیق، پاسخ تاب خوردگی پی های کم عمق را در حوزه زمان مورد مطالعه قرار دادند. خاکپور و حاجی علیلو بناب در سال ۲۰۲۰ [۳۶] با پیاده‌سازی مستقیم مدل مخروطی در حوزه زمانی، فرمول‌بندی معادلات حرکت دو نوع روبنا را برای بررسی تأثیر اندرکنش و لایه‌بندی خاک بر نتایج ارائه کردند. ساسمال و پرادان در یک مقاله مروری در سال ۲۰۲۱ [۳۷] به بررسی مورد مناسب بودن مدل مخروطی برای پیش‌بینی پاسخ پی تحت تحریک دینامیکی شامل حرکات انتقالی و چرخشی برای پی سطحی در هر دو نیمه فضای همگن و خاک دو لایه پرداختند. به طور کلی، این تحقیقات نشان می‌دهند که مدل مخروطی روشی به روز، کاربردی و مفید برای بررسی اندرکنش خاک-سازه است. این روش را می‌توان در همه شرایط صرف نظر از تعداد لایه ها، شکل پی،

غیر خطی بودن مواد را مورد بررسی قرار دادند. بریمن [۱۸] در سال (۱۹۸۵) تأثیر غیر همگن بودن محیط اشباع، در پراکندگی موج فشاری سریع را مورد مطالعه قرار داد و سه موج الاستیک بیوت را محاسبه کرد. وی همچنین خواص امواج را در محیط متخلخل اشباع بررسی کرد (تأثیر پارامترهای فیزیکی محیط بر روی سرعت موج و روابط کاهندگی، این خواص شامل فرکانس، دامنه موج، نفوذپذیری و تخلخل می‌شود). بریمن [۱۸] (۱۹۹۲) همچنین سه تقریب جدا از هم برای ضرایب معادلات بیوت در نظر گرفت. وی [۱۸] در سال ۱۹۹۴ چگونگی تأثیر تخلخل بر ثابت های الاستیک مرکب را مورد مطالعه قرار داد. بروئر [۱۸] (۱۹۹۹) رفتار شبه استاتیکی و دینامیکی محیط متخلخل اشباع با اجزای تراکم ناپذیر را مورد بحث قرار داد. پام و همکاران [۱۸] (۲۰۰۲) با پیروی از تحریک توسط نیروی متمرکز قائم هارمونیک، سرعت موج و فاکتورهای کیفی ماسه‌سنگ رسدار را به عنوان تابعی از فشار حفرات، فرکانس و اشباع جزئی استخراج کردند. بوگاچا و همکاران [۲۴] با یکسان سازی سرعت موج برشی^۱ در فرکانس های پایین، برای معادلسازی محیط متخلخل با محیط یک فازی استفاده کردند. در پایان با مقایسه‌ی نمودارهای حاصل شده برای ضرایب سختی دینامیکی، در فرکانس‌های پایین میرایی قابل ملاحظه‌ای برای محیط با رویکرد دو فازی نسبت به یک فازی معادل مشاهده شد. آلن و ریچارد [۲۵] انتشار موج در ماسه های نزدیک به اشباع را مورد بررسی قرار دادند. باردت [۲۶] در سال ۱۹۹۵ با استفاده از فرضیه بیوت به بررسی انتشار موج در ستون بیوت پرداخت. او بالای ستون خاک را به صورت زهکشی شده^۲ و آزاد و پایین آن را ثابت و زهکشی نشده^۳ فرض نمود و بار دینامیکی متناوب^۴ را بر آن اعمال کرد. هاردین [۲۷] و هال و ریچارد [۲۸] میرایی پسماند خاک را به عنوان منبع اصلی میرایی معرفی کردند. اما باردت [۲۶] به میرایی ناشی از حرکت نسبی بین فاز جامد و سیال پی برد و با حل معادلات کوپله حاکم بر حرکت که توسط باردت و سید [۲۹] بدست آمده بود، نتیجه تحقیقات خود را به صورت پارامتریک برای فرکانس تشدید، دامنه تشدید، میرایی و ... ارائه کرد. در سال ۲۰۰۲ چن شنگ و لانگ ژو [۳۰] تحلیل دینامیکی پی دایره‌ای صلب، واقع

-
- 1 Shear wave velocity
 - 2 Drained
 - 3 Undrained
 - 4 Harmonic load



شکل ۱. مخروط نیمه بی نهایت ناقص ترجمه با حرکت افقی: الف) صلیبیت خمشی بی نهایت و ب) غلتک برای حرکت افقی [۱۷]

Fig. 1. Translational incomplete semi-infinite cone with horizontal motion: a) infinite flexural rigidity; and b) rollers for horizontal motion [17]

۲- مدل مخروطی

۲-۱- روابط معادلات دیفرانسیل برای جابه جایی افقی تحت اثر ارتعاش برشی

برای به دست آوردن روابط معادلات دیفرانسیل، یک المان مخروطی ناقص مطابق شکل (۱) در نظر گرفته می شود که شامل هر دو فاز جامد و سیال می باشد
بر اساس شکل (۱) معادلات تعادل دینامیکی و روابط سازگاری برای المان مخروطی تعریف می گردد و با توجه به آنها جابه جایی افقی المان محاسبه می شود. بر اساس شکل (۱) رابطه تعادل به صورت زیر بیان می گردد:

$$-\tau A_x + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial x} dx \right) \left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial x} dx \right) = \left[(1-n) \rho_s + n \rho_f \right] \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} A_x dx \quad (1)$$

که در این رابطه n ، A_x ، p_f و p_s به ترتیب پوکی، سطح مقطع مخروط در فاصله x از رأس، جرم مخصوص جامد و سیال است. τ تنش برشی خاک و v جابجایی افقی کل می باشد. پس از ساده سازی

نوع خاک و غیره استفاده کرد که در ترکیب با دیگر روش ها می تواند هزینه محاسباتی را در مقایسه با روش های بسیار دقیق کاهش به صورت قابل ملاحظه ای دهد. اگر چه تحقیقات متعددی در این زمینه انجام شده است اما تحقیق حاضر از این رو حائز اهمیت است که به بررسی پارامترها و عوامل مختلف تاثیر گزار بر پاسخ دینامیکی پی واقع بر محیط متخلخل اشباع تحت اثر ارتعاشات افقی و پیچشی با استفاده از روش مدل مخروطی پرداخته است که تا کنون کمتر مورد توجه محققین قرار گرفته است.

در این مقاله با استفاده از روش مدل مخروطی، به بررسی رفتار پی واقع بر نیم فضای دو فازی (متخلخل اشباع) تحت ارتعاش افقی و ارتعاش پیچشی پرداخته می شود. در ابتدا مفاهیم مربوط به مدل مخروطی برای تعیین ارتعاشات افقی، قائم و پیچشی ارائه می شود و در مورد نحوه تعیین سختی دینامیکی در حالت های مختلف توضیح داده می شود. سپس رویکرد ارائه شده در این مقاله با نتایج محققان قبلی مقایسه شده و صحت آن مورد ارزیابی قرار می گیرد. پس از آن، به بررسی عوامل موثر همچون پوکی، ضریب نفوذپذیری و ضخامت لایه بر پاسخ پی با استفاده از روش مدل مخروطی پرداخته شده و نتایج مربوطه ارائه می شود.

رابطه‌ی بالا، رابطه به صورت زیر حاصل می‌شود:

سیال می‌باشد و به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$c_{ss}^2 = \frac{G}{1 - n \rho_s + n \rho_f} \quad (۶)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} A_x + \tau \frac{\partial A_x}{\partial x} = \left[1 - n \rho_s + n \rho_f \right] \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} A_x \quad (۲)$$

جا به جایی افقی توسط یک رابطه ترکیبی از مکان، زمان و فرکانس بیان می‌شود که به صورت حاصل ضرب یک عبارت وابسته به مکان و فرکانس و یک عبارت نمایی وابسته به زمان و فرکانس و به صورت زیر تعریف می‌شود:

در روابط بالا τ بیانگر تنش برشی و $A(x)$ سطح مقطع در فاصله‌ی x از رأس را نشان می‌دهد که برابر با $A_x = \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 A_0$ می‌باشد که در این رابطه x ، x_0 و A_0 به ترتیب فاصله از رأس مخروط، ارتفاع رأس مخروط و مساحت دیسک قرار گرفته در سطح می‌باشد. لازم به ذکر است که مخروط به گونه‌ای است که سطح مقطع آن در جهت انتشار موج افزایش می‌یابد که این خود منجر به میرایی تابشی موج می‌گردد. برای محاسبه $\frac{\partial A_x}{\partial x}$ از رابطه $A(x)$ بر حسب x مشتق گرفته که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$xv \quad x, \omega, t = xV \quad x, \omega \exp i\omega t = \left(c_1 e^{\frac{i\omega}{c_{ss}} x} + c_2 e^{-\frac{i\omega}{c_{ss}} x} \right) \exp i\omega t \quad (۷)$$

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} = \frac{2A_0}{x_0^2} x \quad (۳)$$

که c_1 و c_2 ثابت‌های انتگرال می‌باشند. حاصلضرب دامنه تعیین شده در $e^{i\omega t}$ برابر با پاسخ در حوزه زمان است. به عبارتی دیگر بخش اول رابطه بالا به صورت $e^{i\omega(t+x/c)}$ نوشته می‌شود و با یک موج در حال انتشار در جهت منفی x متناظر است و از آنجایی که موج به سمت مثبت x حرکت میکند میتوانیم از عبارت اول چشم پوشی کنیم. و بخش دوم رابطه به صورت $e^{i\omega(t-x/c)}$ می‌باشد و انتشار موج در جهت مثبت را نشان میدهد. با وارد کردن بار به دیسک، موجی که ایجاد میشود به سمت بیرون از منبع آشفتگی (دیسک) یعنی رو به پایین در جهت مثبت انتشار می‌یابد و تنها عبارت دوم را در نظر میگیریم، که به رابطه زیر می‌انجامد:

در این رابطه x ، فاصله از رأس مخروط، x_0 ، ارتفاع رأس مخروط و A_0 ، مساحت دیسک قرار گرفته در سطح می‌باشد. مخروط در بالا به یک دیسک صلب به شعاع r_0 که تحت تحریک بار متناوب به دامنه‌ی H_0 می‌باشد، محدود می‌شود. با جاگذاری رابطه‌ی ۳ در رابطه ۲ و انجام ساده سازی رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$xV \quad x, \omega = c_2 e^{-\frac{i\omega}{c_{ss}} x} \quad (۸)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} + \tau \frac{2}{x} = \left[1 - n \rho_s + n \rho_f \right] \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (۴)$$

با قرار دادن $\tau = G \frac{\partial v_s}{\partial x}$ در رابطه (۴)، معادله به صورت زیر بیان می‌گردد:

با اعمال شرایط مرزی $v(x=x_0, \omega) = v_0(\omega)$ رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$c_{ss}^2 \frac{\partial^2 xv}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 xv}{\partial t^2} \quad (۵)$$

$$V \quad x, \omega = \frac{x_0}{x} e^{-\frac{i\omega}{c_{ss}} (x-x_0)} V_0 \quad (۹)$$

در این رابطه c_{ss} ، سرعت موج برشی برای کل توده جامد و فاز

$$S \omega = A_0 G \left(\frac{1}{x_0} + \left(i \frac{\omega}{c_{ss}} \right) \right) \quad (14)$$

۲-۳- تعیین زاویه بازشدگی مخروط برای درجه آزادی افقی تحت ارتعاش افقی

برای تشکیل مخروط باید زاویه باز شدگی مخروط مشخص باشد. برای به دست آوردن زاویه باز شدگی، باید ضریب سختی استاتیکی دیسک بر روی نیم فضا با پاسخ متناظر برای مخروط نیمه نامحدود ناقص برابر قرار داده شود. تعریف هندسی زاویه باز شدگی، به صورت نسبت ارتفاع راس مخروط به شعاع دیسک بر روی نیم فضا $\frac{x_0}{r_0}$ بیان می‌شود. ضریب استاتیکی افقی دیسک بر روی نیم فضا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K_{exact} = \frac{8Gr_0}{2-\nu} \quad (15)$$

برای محاسبه سختی استاتیکی مخروط، کافی است فرکانس سختی دینامیکی مخروط که در بخش قبل بدست آمد به سمت صفر میل داده شود که رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$K_{exact} = K_{st} = \lim_{\omega \rightarrow 0} S \omega = \frac{A_0 G}{x_0} \quad (16)$$

$$\rightarrow \frac{x_0}{r_0} = \frac{\pi}{8} (2-\nu)$$

که در رابطه فوق نسبت پواسون فاز جامد می‌باشد.

۲-۴- روابط معادلات دیفرانسیل برای جابجایی قائم تحت اثر ارتعاش برشی

با توجه به در نظر گرفتن شرایط اتساع برای خاک، با اعمال تنش برشی ارتعاشی به دیسک شاهد نوع جابجایی ایجاد می‌شود که جابجایی افقی در بخش های ۲-۱ و ۲-۲ مورد بررسی قرار گرفت، و جابجایی قائم نیز در این بخش به آن پرداخته می‌شود. با توجه

بنابراین، دامنه تغییر مکان با عکس فاصله از راس مخروط متناسب است. رابطه (۹) دامنه تغییر مکان را در فاصله $(x-x_0)$ از دیسک با دامنه تغییر مکان $V_0(\omega)$ مشخص می‌کند.

۲-۲- روابط معادلات دیفرانسیل برای سختی افقی

جهت بدست آوردن سختی دینامیکی نیم فضای همگن معادله‌ی تعادل دینامیکی برای دیسک صلب بدون جرم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P_0 \omega = -H \omega \quad (10)$$

در این رابطه $P_0 \omega$ و $H \omega$ به ترتیب دامنه‌ی نیروی وارد بر دیسک و دامنه‌ی نیروی اندرکنش در زیر دیسک می‌باشد. برای بدست آوردن دامنه‌ی نیروی اندرکنشی از رابطه زیر استفاده می‌گردد.

$$H \omega = A_0 G V_{x_0, \omega} \quad (11)$$

با مشتق گیری از رابطه (۱۱) نسبت به X و برای $(x-x_0)$ رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$H \omega = -A_0 G \left(\frac{1}{x_0} + \left(i \frac{\omega}{c_{ss}} \right) \right) V_0 \omega \quad (12)$$

با جایگذاری رابطه (۱۲) در رابطه (۱۰) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_0 \omega = A_0 G \left(\frac{1}{x_0} + \left(i \frac{\omega}{c_{ss}} \right) \right) V_0 \omega \quad (13)$$

با استفاده از رابطه نیرو-تغییر مکان $P_0 \omega = S \omega V_0 \omega$ ، سختی دینامیکی نیم فضای متخلخل همگن $(S(\dot{u}))$ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{d\varepsilon}{dy} = \frac{\frac{\partial^2 xu}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 xv}{\partial x^2}} = -\sin \psi \quad (20)$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 xu}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 xv}{\partial x^2} \sin \psi$$

جابجایی قائم کل تحت اثر ارتعاش برشی، برابر مجموع جابجایی قائم فاز سیال و جابجایی قائم جامد به صورت $u = u_f + u_s$ می‌باشد که با جایگذاری در رابطه ۲۰ به رابطه زیر منجر می‌شود:

$$\frac{\partial^2 x u_f + u_s}{\partial x^2} = -\sin \psi \frac{\partial^2 xv}{\partial x^2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{-\sin \psi} \left(\frac{\partial^2 x u_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 x u_f}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial^2 xv}{\partial x^2} \quad (21)$$

از سوی دیگر معادله دیفرانسیلی پایداری سیال که بر مبنای حرکت سیال با پیروی از قانون دارسی می‌باشد، به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۷]:

$$D_f \frac{1-n}{n} \frac{\partial^2 xu_s}{\partial x^2} + D_f \frac{\partial^2 xu_f}{\partial x^2} =$$

$$\rho_f \frac{\partial^2 xu_f}{\partial t^2} + \frac{n\rho_f g}{k} \left(\frac{\partial xu_f}{\partial t} - \frac{\partial xu_s}{\partial t} \right) \quad (22)$$

در این رابطه u_s جابجایی قائم فاز جامد و u_f جابجایی قائم فاز سیال می‌باشد. k و g به ترتیب ضریب نفوذپذیری و شتاب ثقل می‌باشند و D_f مدول بالک سیال می‌باشد. با توجه به این که سیال شامل حباب‌های هوا می‌باشد مدول بالک سیال به شدت تابع درجه‌ی اشباع خاک است. رابطه ۲۱ و ۲۲ را در یک دستگاه معادلات قرار داده و مجهولات معادله، که جابجایی قائم فاز جامد (U_f) و جابجایی قائم فاز سیال (u_f) تحت اثر ارتعاش برشی، به صورت زیر بدست می‌آید.

به روابط مربوط به اتساع خاک برای کرنش خاک، معادله تعادل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Ad\varepsilon = A \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} dx + \varepsilon \frac{\partial A}{\partial x} dx \quad (17)$$

با عملیات مشابه برای زاویه برشی نیز رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$Ad\gamma = A \frac{\partial \gamma}{\partial x} dx + \gamma \frac{\partial A}{\partial x} dx \quad (18)$$

با تقسیم رابطه ۱۷ به رابطه ۱۸ و ساده سازی هر چه بیشتر رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d\varepsilon}{d\gamma} = \frac{\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} dx + \varepsilon \frac{2}{x} dx}{\frac{\partial \gamma}{\partial x} dx + \gamma \frac{2}{x} dx}$$

با علم به اینکه کرنش برابر تغییرات جابجایی قائم به طول، و زاویه برشی برابر تغییرات جابجایی افقی به طول می‌باشد، رابطه به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\frac{d\varepsilon}{d\gamma} = \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{2}{x} dx}{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{2}{x} dx} \quad (19)$$

که u جابجایی قائم کل برای خاک و v جابجایی افقی خاک می‌باشد. صورت و مخرج رابطه بالا به صورت زیر ساده تر می‌شود به طوری که نسبت تغییرات کرنش به تغییرات زاویه برشی، برابر با سینوس زاویه اتساع خاک (ψ) می‌گردد:

$$S \omega U_0 \omega = S' \omega [U_0 \omega + U_{0_s} \omega] \quad (27)$$

$$\begin{cases} U_f = \frac{A_1 A_2}{A_3} V \\ U_s = \left(-A_2 - \frac{A_1 A_2}{A_3} \right) V \end{cases} \quad (23)$$

بنابراین رابطه سختی قائم تحت ارتعاش توامان برشی و قائم به صورت زیر به دست می آید:

$$S' \omega = S \omega \frac{U_0 \omega}{[U_0 \omega + U_{0_s} \omega]} \quad (28)$$

همانطور که در رابطه بالا می شود، سختی قائم ترکیبی ضریبی از سختی قائم خالص می باشد. مقدار سختی قائم و جابجایی قائم، تحت ارتعاش قائم به صورت رابطه های ۲۹ و ۳۰ است:

$$S \omega = \frac{A_0 D}{x_0} [1 + A_{11} K_1 \sqrt{\lambda_1} \exp -\sqrt{\lambda_1} x_0 + A_{12} K_2 \sqrt{\lambda_2} \exp -\sqrt{\lambda_2} x_0] \quad (29)$$

$$U x = \frac{1}{x} [A_9 K_1 \exp -\sqrt{\lambda_1} x + A_{10} K_2 \exp -\sqrt{\lambda_2} x] \quad (30)$$

با قرار دادن $x = x_0$ در رابطه ۳۰ مقدار تغییر مکان اولیه $U(x_0)$ بدست می آید که می توان آن را به فرم $U(x_0) = A + B$ ساده نمود که $A = \frac{1}{x_0} A_9 K_1 \exp -\sqrt{\lambda_1} x_0$ و $B = \frac{1}{x_0} A_{10} K_2 \exp -\sqrt{\lambda_2} x_0$ می باشد. مقدار جابجایی قائم تحت ارتعاش ترکیبی با توجه به رابطه ۲۳ به صورت زیر قابل بیان است:

$$U_s x = \left(-A_2 - \frac{A_1 A_2}{A_3} \right) \left(\frac{x_0}{x} e^{-i \frac{\omega}{c_s} x - x_0} V_0 \omega \right) \quad (31)$$

و در شرایط مرزی یعنی با قرار دادن $x = x_0$ در رابطه فوق سختی قائم تحت اثر ارتعاش همزمان قائم و برشی (یا پیچشی) $(S' \omega)$ به صورت ضریبی از سختی قائم حاصل از ارتعاش قائم بدست می آید که این ضریب تابعی از ترکیب هر دو نوع جابجایی قائم می باشد و در

که U_f و U_s هر دو بر حسب V بیان می شوند که پارامتر V جابجایی افقی است که قبلا به دست آورده شد. در رابطه فوق، پارامترهای به توسط رابطه زیر تعیین می گردند.

$$\begin{aligned} A_1 &= \gamma^2 D_f \frac{1-n}{n} + i \omega \frac{n \rho_f g}{k} \\ A_2 &= \sin \psi \\ A_3 &= (\gamma^2 D_f + \omega^2 \rho_f - 2i \omega \frac{n \rho_f g}{k} - \gamma^2 D_f \frac{1-n}{n}) \end{aligned} \quad (24)$$

۲-۵- روابط معادلات دیفرانسیل برای سختی قائم تحت اثر همزمان ارتعاش برشی و ارتعاش قائم

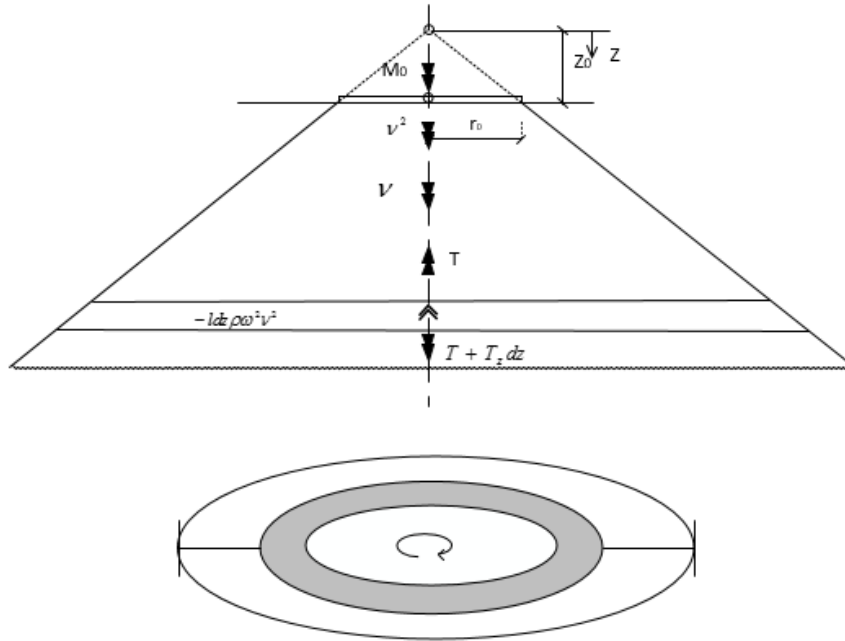
برای محاسبه سختی دینامیکی قائم، دو نوع جابجایی قائم وجود دارد، یک جابجایی ناشی از اعمال تنش قائم وارد بر دیسک واقع بر روی نیم فضا که توسط امینی [۱۷] مورد مطالعه قرار گرفت، و دیگری ناشی از اعمال تنش برشی وارد بر دیسک می باشد. هر دو نوع جابجایی برای محاسبه سختی در نظر گرفته می شود. برای حالتی که پی تحت اثر ارتعاش قائم به تنهایی باشد، خواهیم داشت:

$$P_0 \omega = S \omega U_0 \omega \quad (25)$$

هنگامی که پی تحت اثر ارتعاش توامان قائم و برشی و یا قائم و پیچشی باشد، رابطه بین نیرو-تغییر مکان به صورت رابطه زیر خواهد بود.

$$P_0 \omega = S' \omega [U_0 \omega + U_{0_s} \omega] \quad (26)$$

از ترکیب دو رابطه بالا رابطه زیر حاصل می شود:



شکل ۲. مدل مخروطی برای درجه آزادی پیچشی [۱۷]

Fig. 2. Cone model for rotational degree of freedom [17]

رابطه زیر نشان داده شده است.

$$-T \frac{\partial \omega}{\partial x} + T \frac{\partial \omega}{\partial x} + T \frac{\partial \omega}{\partial x} dx + \omega^2 I \frac{\partial \omega}{\partial x} dx - 1 - n \rho_s + n \rho_f \vartheta = 0 \quad (33)$$

$$S' \omega = S \omega \frac{A+B}{A+B+CV_0 \omega} \quad (32)$$

که به فرم زیر نیز بیان می شود:

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \omega^2 I \frac{\partial \omega}{\partial x} - 1 - n \rho_s + n \rho_f \vartheta = 0 \quad (34)$$

با قرار دادن $I(x) = \frac{\pi r_0^4}{2} = \left(\frac{x}{x_0}\right)^4$ و $T = GvI(x)$ در رابطه فوق و انجام ساده سازی معادله زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \omega^2 I \frac{\partial \omega}{\partial x} - 1 - n \rho_s + n \rho_f \vartheta = 0 \quad (35)$$

که در آن c_{ss} سرعت موج برشی است. عبارت فوق به صورت زیر بازنویسی می شود:

۲-۶- روابط معادلات دیفرانسیل برای جابجایی تحت اثر ارتعاش پیچشی مطابق شکل (۲)، یک دیسک بر روی سطح نیم فضای همگن با مدول برشی G و چگالی جرم، به عنوان یک مخروط دورانی نیمه نامحدود ناقص یک طرفه با همان مشخصات مصالح نیم فضا در نظر گرفته می شود. ارتعاش پیچشی با لنگر M به دیسک اعمال شده که منجر به تابیدگی دیسک می شود. انتشار موج رو به پایین با دامنه $U(x, \omega)$ ، و زاویه باز شدگی برای مخروط پیچشی باید تعیین گردد. برای مخروط های انتقالی با افزایش عمق مساحت افزایش می یابد، اما در مخروط های دورانی با افزایش عمق ممان اینرسی قطبی $\frac{I(x)}{I_0} = \left(\frac{x}{x_0}\right)^4$ افزایش می یابد که در آن $I_0 = \pi r_0^4 / 2$ است. با توجه به شکل، معادله حرکت به فرم زیر برای یک المان بینهایت کوچک به صورت زیر بیان می شود:

برای $x_0 = x$ و تعیین آن $T(\omega) = GI(x)v(x, \omega)_{,x}$ به صورت $T_0(\omega) = GI_0 v(x_0, \omega)_{,x}$ و با مشتق گیری از رابطه $v(x, \omega)$ نسبت به x و برای $x_0 = x$ و با توجه به رابطه ۳۹ رابطه زیر حاصل می شود:

$$M_0 x = GI_0 \left[\frac{3 \left(\frac{1}{x_0} \right) + 2i \left(\frac{\omega}{c_{ss}} \right)}{1 + i \left(\frac{\omega}{c_{ss}} \right) x_0} - \frac{i\omega}{c_{ss}} \right] \vartheta_0 \omega \quad (40)$$

با توجه به رابطه لنگر پیچشی-دوران به صورت $M_0(\omega) = S(\omega)v_0(\omega)$ سختی دینامیکی نیم فضای متخلخل همگن به صورت زیر بدست می آید:

$$S \omega = GI_0 \left[\frac{3 \left(\frac{1}{x_0} \right) + 2i \left(\frac{\omega}{c_{ss}} \right)}{1 + i \left(\frac{\omega}{c_{ss}} \right) x_0} - \frac{i\omega}{c_{ss}} \right] \quad (41)$$

۲-۸- تعیین زاویه بازشدگی مخروط برای حالت ارتعاش پیچشی مطابق آنچه برای مخروط افقی مطرح شد، در اینجا نیز برای محاسبه سختی استاتیکی مخروط، فرکانس موجود در سختی دینامیکی به دست آمده در بخش قبل به سمت صفر میل داده می شود که رابطه زیر حاصل می شود:

$$K_{st} = \lim_{\omega \rightarrow 0} S \omega = \frac{3I_0 G}{x_0} \quad (42)$$

سختی استاتیکی مخروط را معادل سختی استاتیکی دیسک واقع بر نیم فضای متخلخل قرار می دهیم. سختی استاتیکی دقیق دیسک از رابطه زیر به دست می آید:

$$K_{st} = K_{st} = \frac{16}{3} Gr_0^3 \rightarrow \frac{x_0}{r_0} = \frac{9\pi}{32} \quad (43)$$

$$\vartheta_{,xx} + \frac{4}{x} \vartheta_{,x} + \frac{\omega^2}{c_{ss}^2} \vartheta = 0 \quad (36)$$

پاسخ معادله حرکت به این صورت تعریف می شود:

$$\vartheta_{,x} = c_2 \left(\frac{1}{x^3} + i \frac{\omega}{c_{ss}} \frac{1}{x^2} \right) e^{-i \frac{\omega}{c_{ss}} x} \quad (37)$$

که در آن c_2 ثابت انتگرال است. این عبارت با $e^{i\omega x/c_{ss}}$ ، متناظر است با موجی که در جهت مثبت x و سرعت c_s انتشار یافته است. عبارتی که در رابطه بالا شامل بوده است حذف شده است، زیرا متناظر است با موجی که در جهت منفی x یعنی به سمت دیسک انتشار می یابد و این مسئله به صورت فیزیکی غیر ممکن است. با اعمال شرایط مرزی مسئله شرایط مرزی $\vartheta(x=x_0, \omega) = \vartheta_0 \omega$ رابطه زیر حاصل می شود که شکل کلی جابجایی برای ارتعاش پیچشی را بیان میکند:

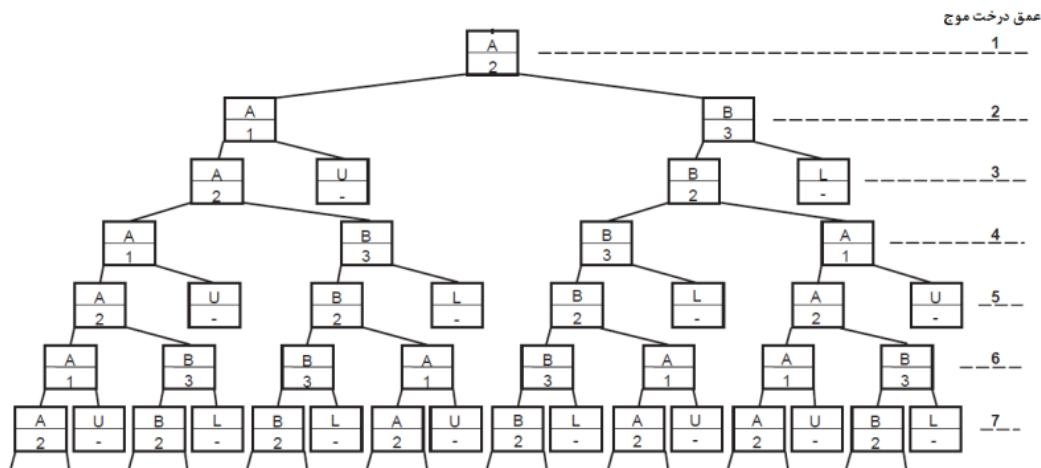
$$\vartheta_{,x} = \frac{\left(\frac{x_0^3}{x^3} \right) + i \left(\frac{\omega}{c_{ss}} \right) \left(\frac{x_0^3}{x^2} \right)}{1 + i \left(\frac{\omega}{c_{ss}} \right) x_0} e^{-i \frac{\omega}{c_{ss}} x - x_0} \vartheta_0 \omega \quad (38)$$

۲-۷- روابط معادلات دیرانسیل برای سختی خاک تحت اثر ارتعاش پیچشی

برای بدست آوردن سختی خاک تحت اثر ارتعاش پیچشی تعادل دیسک برای مرز مشترک دیسک و نیم فضای همگن یعنی $x_0 = x$ بررسی می شود. در این نقطه دامنه لنگر پیچشی به دیسک برابر با نیروی ممان اینرسی زیردیسک است.

$$M_{x=x_0, \omega} = -T_{x=x_0, \omega} \quad (39)$$

با در نظر گرفتن رابطه لنگر پیچشی-دوران به صورت



شکل ۳. نمایش درخت موج برای دو لایه خاک بر روی نیم فضای همگن [۱۷]

Fig. 3. Representation of wave pattern as binary tree for two layers on homogenous half-space [17]

عمق درخت پیمایش موج می‌باشد. درخت موج ذکر شده در شکل ۳- برای دو لایه خاک بر روی نیم فضای همگن نشان داده شده است. در این شکل هر گره نشان دهنده‌ی، لایه و سطح مشترکی است که موج به ترتیب در آن منتشر و به سمت آن حرکت می‌کند. عمق خاتمه برابر $2n+20$ ، که در آن n تعداد لایه‌های با ضخامت متناهی است، می‌باشد [۱۷]. دقت این معیار خاتمه با مقایسه نتایج بدست آمده با روش‌های دقیق اثبات گردیده است.

۳- بحث و بررسی نتایج

در این بخش، ابتدا به مقایسه نتایج بدست آمده از مدل مخروطی برای رویکرد دو فازی در نظر گرفته با نتایج حاصل از محققان پیشین در زمینه ی تحلیل دینامیکی پی تحت بار متناوب در محیط‌های متخلخل پرداخته و سپس به بررسی و شناخت تأثیر عوامل موثر در تحلیل دینامیکی پی‌ها می‌باشد. قبل از ارائه نتایج لازم به ذکر است که، سختی دینامیکی با استفاده از روش مدل مخروطی برای پی مدور واقع بر نیم فضای همگن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S \omega = K k a_0 + ia_0 C a_0 \quad (44)$$

همانطور که در رابطه ۴۳ پیداست، زاویه باز شدگی برای درجه آزادی پیچشی، مستقل از نسبت پواسون است، و ربطی به جنس خاک ندارد.

۲-۹ معیار خاتمه

خاکی که مورد بررسی و تحلیل دینامیکی قرار می‌گیرد ممکن است شامل یک نیم فضای همگن نامحدود باشد و یا شامل چند لایه خاک با مشخصات و جنس متفاوت باشد. موجی که پس از ارتعاش ساطع می‌شود، با عبور از هر لایه و برخورد به لایه دیگر به دو موج شکسته شده و بازتابیده شده تبدیل می‌شود، و این روند ادامه خواهد داشت. از آنجایی که برای تحلیل دینامیکی مسیر موج دنبال می‌شود، و دنبال کردن آن تا بی نهایت ممکن نیست، پس باید یک معیار خاتمه تعریف گردد. به این معنی که این موج‌های شکسته شده و بازتابیده شده را تا جایی که تأثیر محسوسی بر روی تحلیل می‌گذارند در نظر گرفته و از بقیه مسیر صرفنظر شود. بدیهی است که هر چه عمق لایه کمتر شود اثر موج برگشتی قوی تر از حالتی است که عمق لایه بیشتر باشد. تعداد مخروط‌هایی که برای محاسبات در نظر گرفته می‌شود با عمق لایه خاک رابطه مستقیم دارد. در این مقاله از معیار خاتمه‌ای به نام معیار عمق استفاده شده که در واقع نشان دهنده‌ی

جدول ۱. مشخصات نیم فضا

Table 1. Half-space characteristics

G (MPa)	ν	G_s	D	H (m)	n
49	0.25	2.66	0.05	5	0.3
24.5	0.30	2.66	0.05	2.5	0.3
9.8	0.33	2.66	0.05	5	0.4

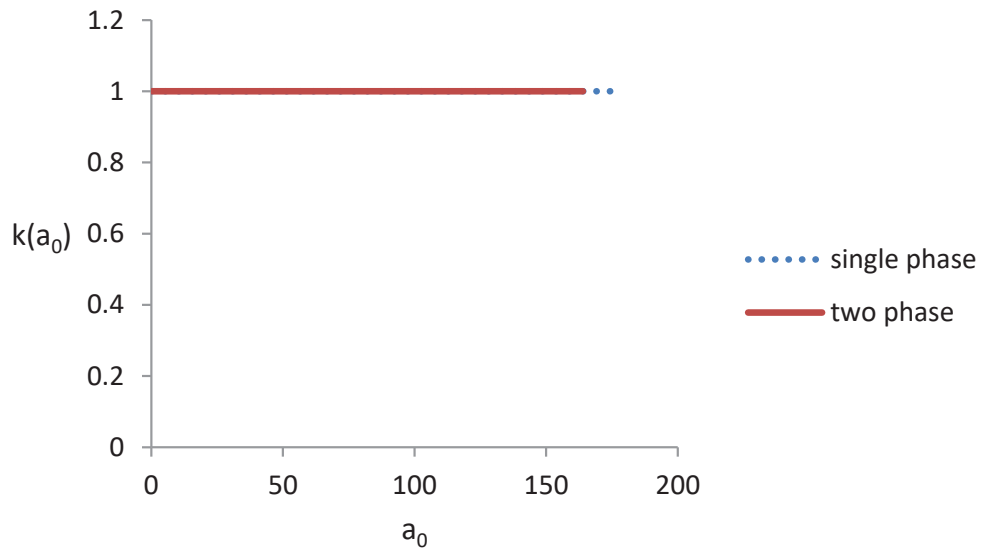
اینکه روابط درجه آزادی افقی تحت ارتعاش برشی به درجه اشباع و یا ضریب نفوذپذیری خاک بستگی ندارند، شاهد هستیم که این مقادیر برای هر دو محیط یک فازی و دو فازی برابر می باشد. لازم به ذکر است که تغییر زاویه اتساع تأثیری بر نمودارهای مربوط به ضرایب سختی افقی و پیچشی تحت ارتعاش برشی و ارتعاش پیچشی ندارد.

شکل ۴- الف و ب به ترتیب نشان دهنده ضریب سختی و ضریب میرایی برای پی مدور تحت اثر ارتعاش پیچشی بر حسب فرکانس بدون بعد نشان داده شده است که برای هر دو حالت تک فازی و دو فازی منحنی ها دقیقاً بر هم منطبق می باشند. می توان گفت که تأثیر دو فازه در نظر گرفتن محیط فقط بر طول منحنی تأثیر گذاشته است و در فرکانس کوچکتری به اتمام رسیده است. دامنه منحنی ها تغییر نمی کند، یعنی نمودار بالا یا پایین نمی شود. تنها تغییری که برای ارتعاش پیچشی محیط دو فازه و تک فازه قائل شده ایم تفاوت در سرعت موج برشی است. همانطور که پیداست با افزایش فرکانس ضریب سختی کاهش می یابد. با افزایش فرکانس طول موج کاهش می یابد، می دانیم که هرچه طول موج کوتاهتر باشد میرایی بیشتر است. طبیعتاً در فرکانسهای بالاتر شاهد میرایی بیشتری خواهیم بود. با توجه به نمودارها میتوانی بگوییم موج منتشر شده در محیط دو فازی، با اختلاف ناچیزی سریعتر میرا می شود. با توجه به نتایجی که در شکل های ۴ و ۵ ارائه شد مشخص است که روش پیشنهادی در این مقاله از دقت بسیار قابل قبولی در تعیین پاسخ پی برخوردار است.

که در رابطه‌ی بالا $k(a_0)$ و $C(a_0)$ به ترتیب ضریب سختی و ضریب میرایی نامیده می‌شوند و همچنین K سختی استاتیکی می‌باشد.

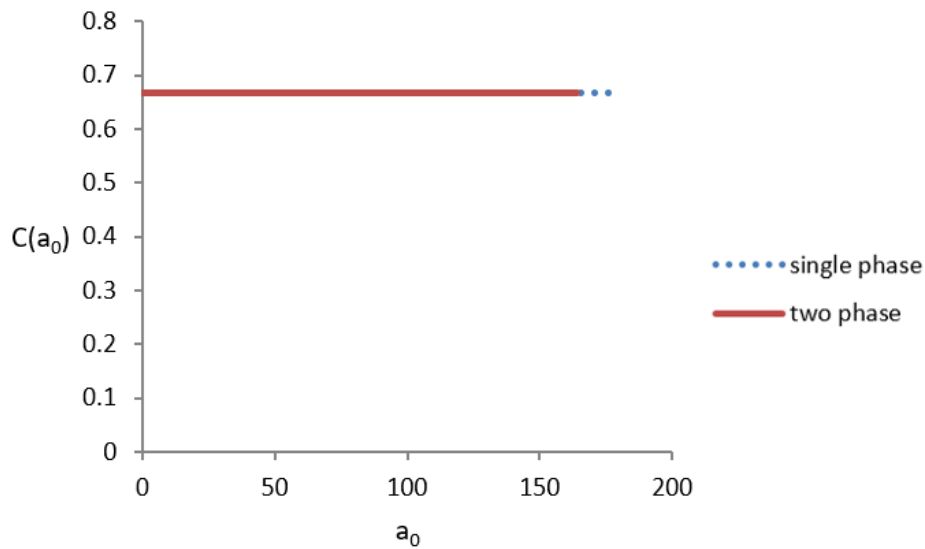
۳-۱- مقایسه ضرایب سختی افقی و پیچشی با تحقیق ولتسوس

به منظور صحت سنجی، نتایج به دست آمده از مدل مخروطی ارائه شده در این مقاله با نتایج حاصل از تحقیقات میک و ولتسوس [2] که بر روی خاک دو لایه واقع بر روی یک نیم فضای نامحدود انجام شده است، در این قسمت مورد مقایسه قرار می گیرد. مشخصات خاک در نظر گرفته شده در جدول ۱ آورده شده است. شعاع پی واقع بر نیم فضا برابر با یک می باشد و پی تحت ارتعاش افقی قرار دارد. در جدول بالا G مدول برشی، ν ضریب پواسون، G_s چگالی ویژه توده خاک، D نسبت میرایی، H ضخامت لایه های خاک و n متخلخل می باشند. در شکل (۴) الف و ب به ترتیب ضریب سختی و ضریب میرایی برای پی مدور تحت اثر ارتعاش برشی بر حسب فرکانس بدون بعد $(a_0 = \frac{\omega r_0}{c_s})$ نشان داده شده است. همانطور که در شکل پیداست ضریب سختی و ضریب میرایی تحت ارتعاش برشی، با رویکردهای تک فازی تحقیق در نظر گرفته شده و رویکرد دوفازی ارائه شده در این مقاله یک مسیر منطقی را طی کرده اند، ضریب سختی همواره برابر با یک و ضریب میرایی همواره برابر با زاویه بازشدگی مخروط با درجه آزادی افقی می باشد. با توجه به شکل، مشاهده می شود که اگر محیط متخلخل باشد موج زودتر میرا میشود. همچنین با توجه به



(الف)

(a)

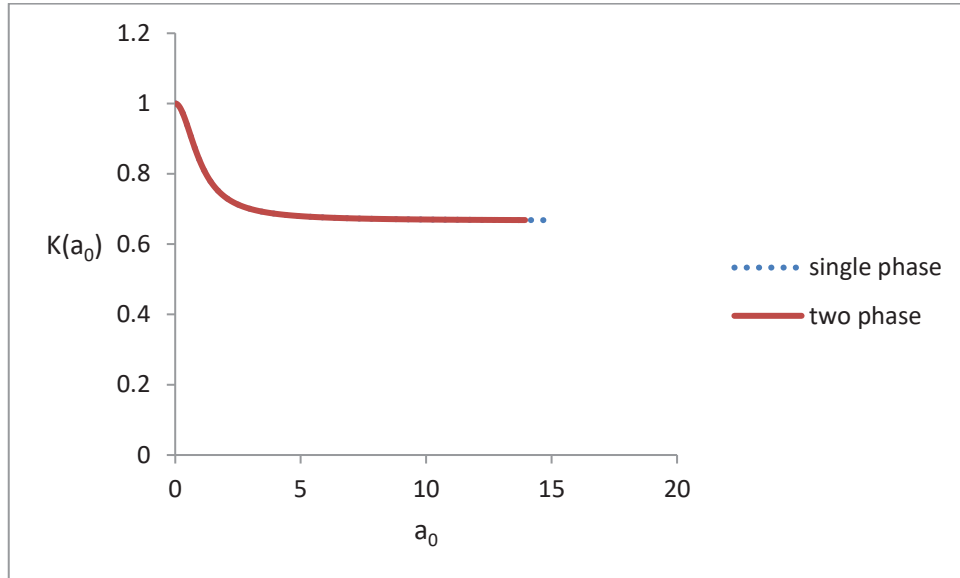


(ب)

(b)

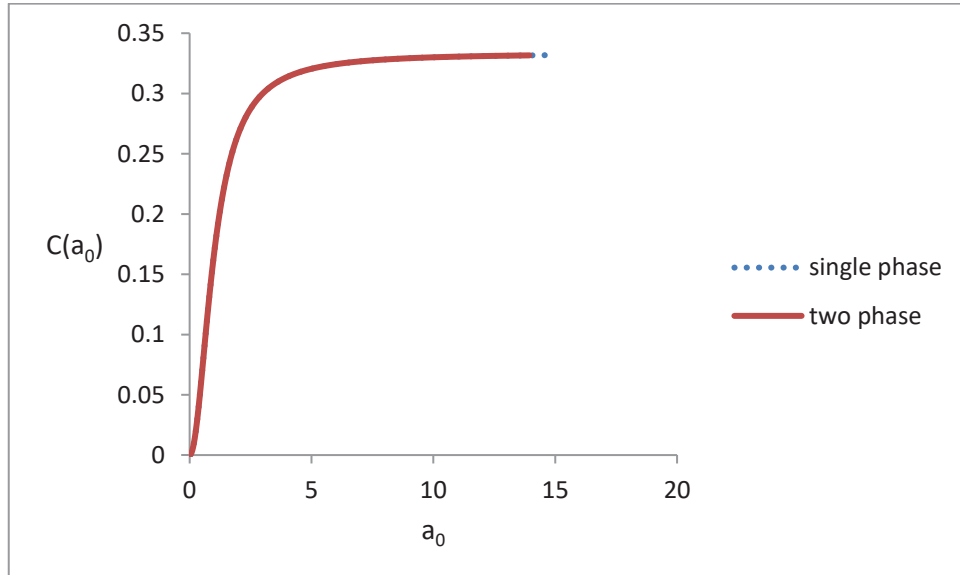
شکل ۴. الف) ضریب سختی برای پی واقع بر نیم فضا با رویکرد یک فازی و دو فازی تحت ارتعاش برشی، ب) ضریب میرایی برای پی واقع بر نیم فضا با رویکرد یک فازی و دو فازی تحت ارتعاش برشی

Fig. 4. a) Stiffness coefficient of the foundation rested on half-space with single and two-phase approaches under shear vibration, b) Damping coefficient of the foundation rested on half-space with single and two-phase approaches under shear vibration



(الف)

(a)



(ب)

(b)

شکل ۵. الف) ضریب سختی برای پی واقع بر نیم فضا با رویکرد یک فازی و دو فازی تحت ارتعاش پیچشی، ب) ضریب سختی برای پی واقع بر نیم فضا با رویکرد یک فازی و دو فازی

Fig. 5. a) Stiffness coefficient of the foundation rested on half-space with single and two-phase approaches under torsional vibration, b) Damping coefficient of the foundation rested on half-space with single and two-phase approaches under torsional vibration

جدول ۲. مشخصات لایه خاک [۲۶]

Table 2. Soil layer properties according to Bardet [26]

G (MPa)	ν	G_s	s	n	k (m/s)
۲۰۰	۱/۳	۲/۶۶	۱	۰/۳	۰/۰۱

میرایی با افزایش عمق خاک دارد. به طور کلی و با توجه به شکل های شماره ۶ و ۷ می توان نتیجه گرفت که هر چقدر نسبت H/R بیشتر باشد پاسخ بدست آمده برای پی نزدیکتر به حالتی است که پی واقع بر روی یک نیم فضا است و برای حالتی که ضخامت لایه اول تقریباً بیشتر از ۲۰ برابر شعاع دیسک باشد می توان محیط را با دقت خوبی مانند یک نیم فضا، صرف نظر از سایر لایه ها، تحلیل نمود.

۳-۲-۲- تأثیر ضریب نفوذ پذیری

برای بررسی تأثیر پارامتر ضریب نفوذ پذیری (k)، از خصوصیات لایه خاک زیر که مربوط به تحقیق بوگاچا و همکاران ۱۹۹۳ می باشد استفاده شده است. پارامترهایی که برای لایه خاک مورد بررسی قرار گرفته است در جدول زیر آورده شده است [۳۸].

نتایج بدست آمده از تحلیل پی واقع بر پروفیل خاک ارائه شده در جدول ۳- با استفاده از مدل مخروطی و به ازای مقادیر مختلف ضریب نفوذ پذیری، در قالب دو بخش حقیقی و موهومی به ترتیب در شکل های ۸ و ۹ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ها نشان داده شده است، هر چقدر ضریب نفوذ پذیری کاهش یابد، فاز سیال مشارکت بیشتری برای تحمل بار با فاز جامد خواهد داشت و این مساله منتج به افزایش سختی و یا کاهش ضریب انطباق دینامیکی ($U(\omega)/U_0$) می شود. همچنین با کاهش ضریب نفوذ پذیری شاهد افزایش میرایی هم خواهیم بود. اثر ضریب نفوذ پذیری در پاسخ پی برای مقادیر بیشتر ۰،۰۰۰۱ بسیار زیاد می باشد. ۰ و ۰، تغییرات پاسخ پی را نسبت به فرکانس بی بعد نشان می دهد. هر چه فرکانس بی بعد افزایش یابد، پاسخ حقیقی پی برای ضریب نفوذ پذیری کاهش می یابد.

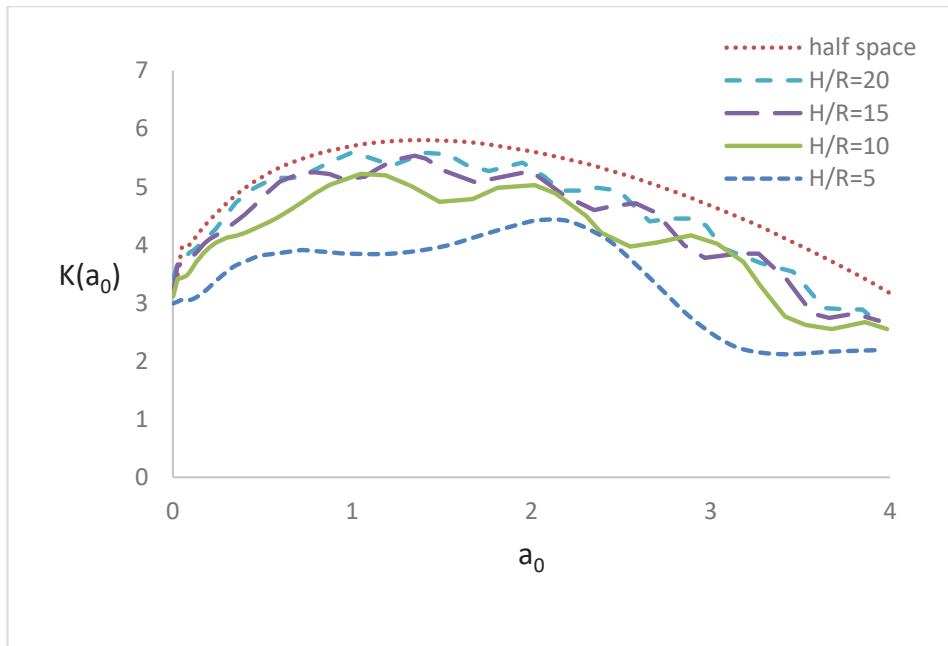
۳-۲- بررسی عوامل موثر در تحلیل دینامیکی پی

در تحلیل دینامیکی پی تحت بار متناوب عوامل متعددی می توانند موثر باشند. از جمله این عوامل می توان به عمق لایه اول و پوکی اشاره کرد که به هر کدام از این عوامل به طور جداگانه پرداخته می شود. البته این مطلب قابل ذکر خواهد بود که تغییر یک پارامتر خاک بدون توجه به اثری که در سایر پارامتر های خاک می گذارد چندان منطقی نمی باشد ولی هدف از این قسمت تنها نشان دهنده اثری است که این پارامتر به خصوص می تواند در تحلیل بگذارد. [۳۸]

۳-۲-۱- تأثیر ضخامت لایه

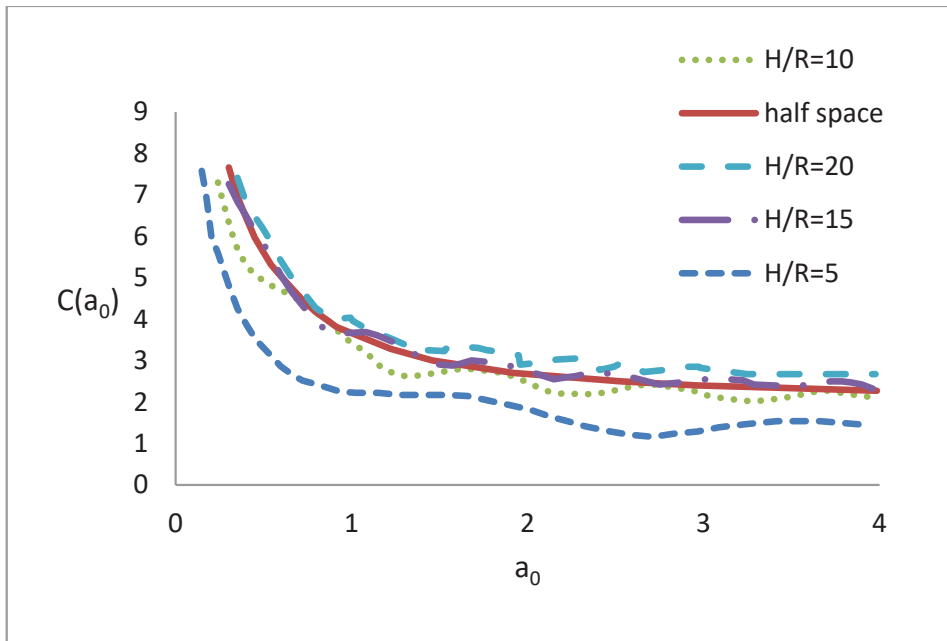
در این قسمت تأثیر ضخامت لایه در تحلیل دینامیکی مورد مطالعه قرار میگیرد. مشخصات لایه مورد نظر در جدول ۲- آمده است [۳۸].

بدون اینکه به نتایج بدست آمده از تحلیل نگاه شود با استفاده از تئوری انتشار موج و شکسته و بازتابیده شدن موج بعد از برخورد به مرز دولایه [۳۹]، می توان دریافت که هر چه عمق لایه اول زیر پی (به طور کلی نسبت H/R که H ضخامت لایه خاک و R شعاع دیسک است) بیشتر باشد، ضریب میرایی بدست آمده و ضریب سختی بیشتر می گردد. به عنوان مثال، بر اساس شکل شماره ۶ و برای فرکانس بدون بعد ۱، ضریب سختی بدست آمده برای نسبت $H/R=5$ در حدود $3/5$ است و این در حالی است که برای نسبت $H/R=20$ این نسبت در حدود $5/5$ می باشد که نشان از افزایش ضریب سختی با افزایش عمق خاک دارد. به صورت مشابه، بر اساس شکل شماره ۷، و برای فرکانس بدون بعد ۱، ضریب میرایی بدست آمده برای نسبت $H/R=5$ در حدود $2/0$ است و این در حالی است که برای نسبت $H/R=20$ این نسبت در حدود $4/0$ می باشد که نشان از افزایش ضریب



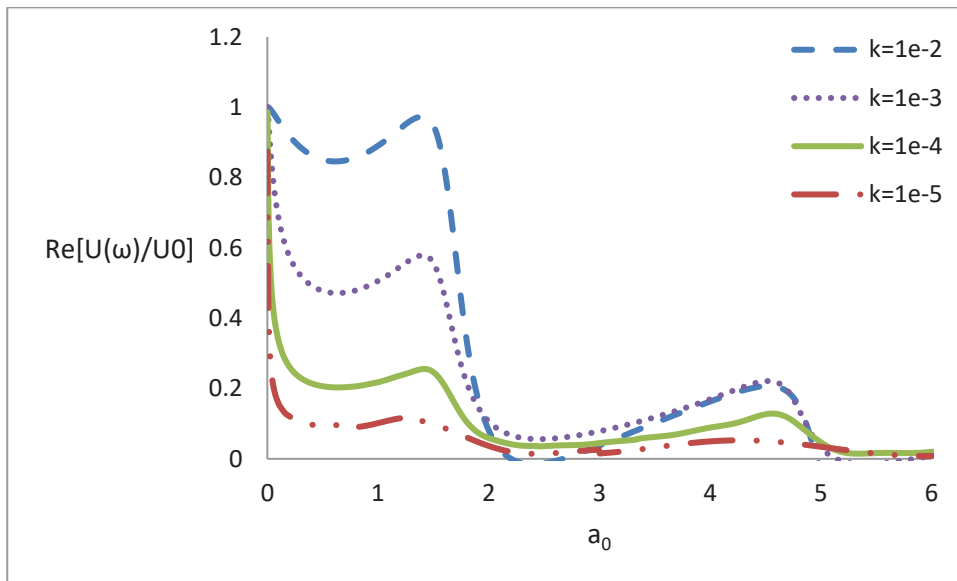
شکل ۶. ضریب سختی برای ضخامت‌های مختلف لایه

Fig. 6. Stiffness coefficient for different layer thicknesses



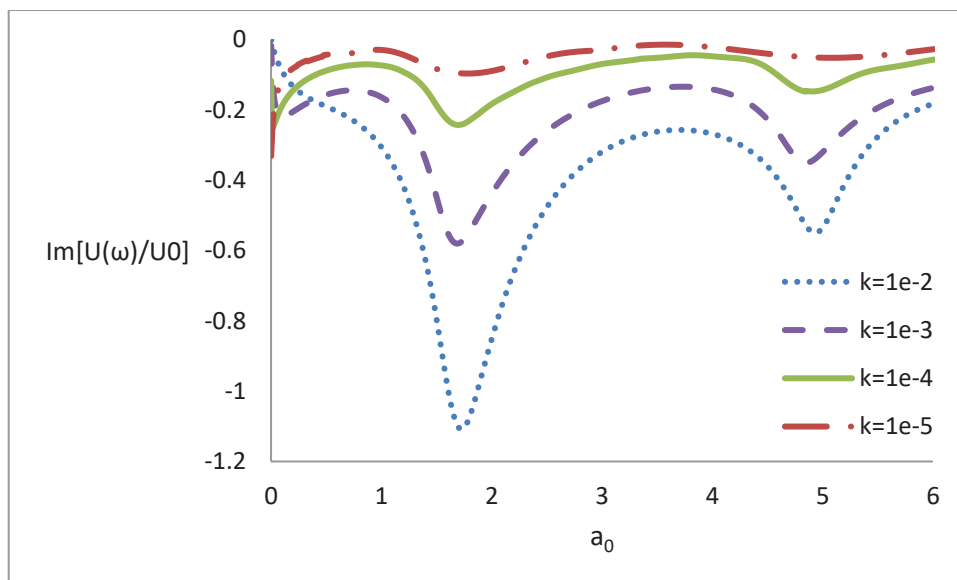
شکل ۷. ضریب میرایی برای ضخامت‌های مختلف لایه

Fig. 7. Damping coefficient for different layer thicknesses



شکل ۸. بخش حقیقی پاسخ پی برای ضرایب نفوذپذیری مختلف

Fig. 8. Real part of the foundation response for different permeability coefficients



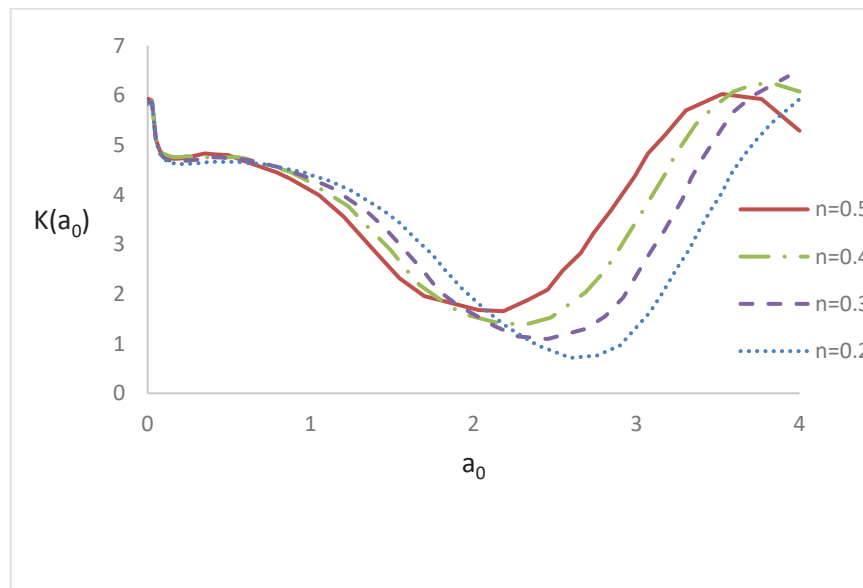
شکل ۹. بخش موهومی پاسخ پی برای ضرایب نفوذپذیری مختلف

Fig. 9. Imaginary part of the foundation response for different permeability coefficients

جدول ۳. خصوصیات لایه خاک بر اساس بوگاچا و همکاران [۲۴]

Table 3. Soil layer properties according to Bougacha et al. [24]

G (MPa)	ν	G_s	s	n	H (m)
۴۲	۱/۳	۲/۷	۰/۹۹	۰/۳	۲



شکل ۱۰. ضریب سختی برای مقادیر مختلف پوکی

Fig. 10. Stiffness coefficient for different porosity values

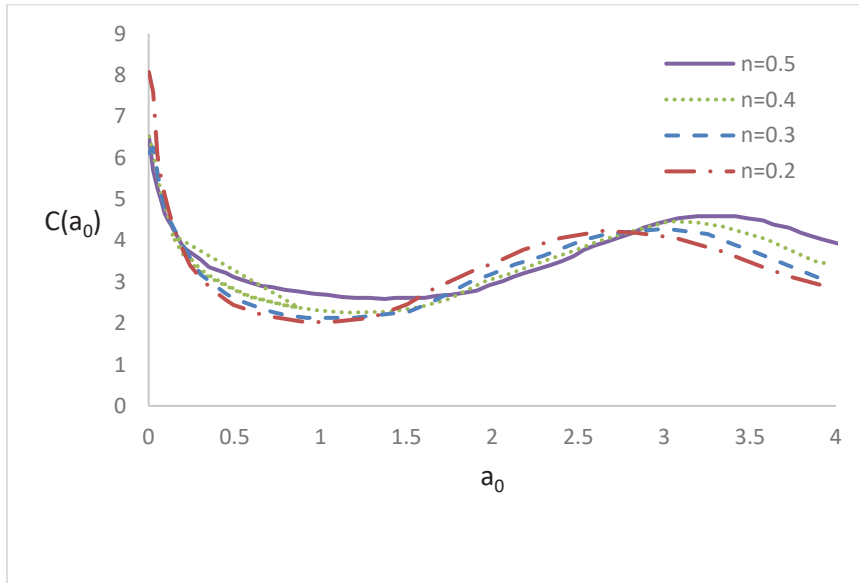
خاک بیشتر شود، در شرایط اشباع آب بیشتری حفرات را پر می کند و سیال در باربری مشارکت می کند، همچنین در فرکانس های بالا جابجایی نسبی بین فاز سیال و جامد ناچیز است. نسبت تخلخل و ضریب نفوذ پذیری بر همدیگر اثر گذارند و تاثیر این دو پارامتر توسط رابطه ۴۵ می تواند مورد بررسی قرار گیرد. [۳۳].

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{e_1^3}{1+e_1} \frac{1+e_2}{e_2^3} \quad (۴۵)$$

۳-۳- تاثیر پوکی

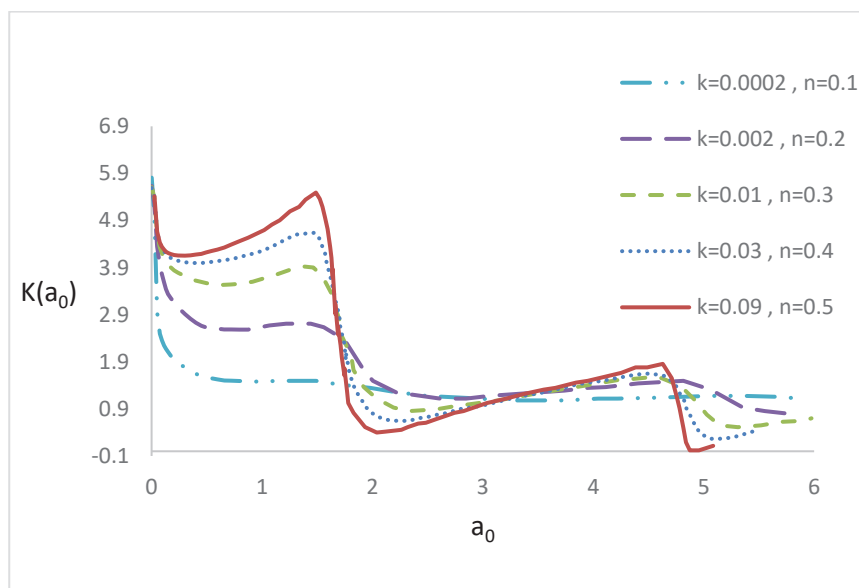
ضریب سختی و ضریب میرایی برای پی واقع بر لایه‌ی گیردار با مقادیر مختلف پوکی (تخلخل) به ترتیب در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ آورده شده است. خصوصیات لایه‌ی خاک مانند جدول ۲ می باشد [۳۸].

اگر فرکانس ها به سه بازه زمانی تقسیم شود، در بازه اول و بازه سوم، یعنی در فرکانس های پایین و فرکانس های بالا با افزایش پوکی ضریب سختی و ضریب میرایی هر دو افزایش می یابند، و در بازه وسط که دارای فرکانس متوسط است این روند معکوس می شود و با افزایش پوکی ضرایب سختی کاهش می یابند. همانطور که از نمودارها پیداست در فرکانس های پایین اثر پوکی بسیار ناچیز است، با افزایش فرکانس اختلاف بین منحنی ها بیشتر میشود. هرچه پوکی



شکل ۱۱. ضریب میرایی برای مقادیر مختلف پوکی

Fig. 11. Damping coefficient for different porosity values

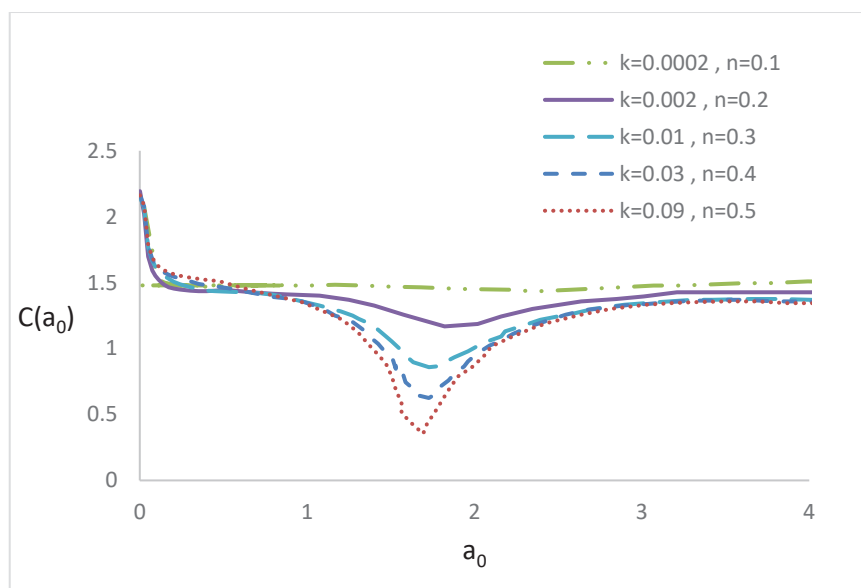


شکل ۱۲. ضریب سختی با در نظرگیری اثر توام پوکی و ضریب نفوذپذیری

Fig. 12. Stiffness coefficient considering the simultaneous effect of porosity and permeability coefficient

نفوذپذیری را که در محاسبات امینی [۳۳] برای ارتعاش قائم آمده است، در نظر گرفته شده است. ضریب سختی و ضریب میرایی برای حالت ارتعاش افقی و ارتعاش پیچشی به ترتیب در شکل ۱۲ و شکل ۱۳ نشان داده شده است.

که در رابطه‌ی فوق، پارامتر e نسبت تخلخل خاک است و رابطه آن با پوکی به صورت $n = \frac{e}{1+e}$ می باشد. برای درک بهتر اینکه کدام پارامتر تاثیر بیشتری بر روی ضرایب سختی قائم حاصل از ارتعاش افقی و یا ارتعاش پیچشی دارد، ترکیبی از دو پارامتر پوکی و ضریب



شکل ۱۳. ضریب میرایی با در نظرگیری اثر توام پوکی و ضریب نفوذپذیری

Fig. 13. Damping coefficient considering the simultaneous effect of porosity and permeability coefficient

کردن مسیر موج تا جایی که کمترین تاثیر را بر روی پاسخ میگذارد، و صرفنظر کردن از آن قسمت از مسیر موج که تاثیر ناچیزی دارد، ضرایب سختی دینامیکی برای خاک بدست آمد. نتایج بدست آمده از این تحقیق به شرح زیر است:

- محیط دو فازی نسبت به محیط یک فازی میرایی قابل ملاحظه‌ای در فرکانس‌های پایین نشان می‌دهد. این در حالی است که برای بستر سنگی عمیق، تفاوت زیادی برای میرایی به چشم نمی‌خورد. این نتیجه را می‌توان با مقایسه‌ی تحلیل دینامیکی پی واقع بر محیط با رویکرد یک فازی و دو فازی ارائه کرد.
- هر چه ضخامت لایه بیشتر باشد عملکرد آن نزدیکتر به حالتی است که پی واقع بر روی یک نیم فضاست. نتایج نشان داد که چنانچه ضخامت لایه‌ی اول تقریباً بیشتر از ۲۰ برابر شعاع دیسک باشد می‌توان محیط را با دقت خوبی مانند یک نیم‌فضا، صرفنظر از سایر لایه‌ها، تحلیل کرد.
- پارامترهای محیط متخلخل در تحلیل دینامیکی پی نشان دادند که با افزایش ضریب نفوذپذیری لایه تاثیر این پارامتر در تحلیل افزایش می‌یابد. هرچه فرکانس کمتر شود، تاثیر فوق بیشتر نمایان می‌شود.

با توجه به مقایسه نمودارهای به دست آمده با نمودارهای حاصل از تاثیر نفوذ پذیری، مشخص است که شکل منحنی‌ها شبیه به منحنی‌های به دست آمده از تاثیر نفوذپذیری به تنهایی می‌باشد. با افزایش پوکی، نسبت تخلخل افزایش می‌یابد. از طرف دیگر با افزایش نسبت تخلخل مقدار ضریب نفوذ پذیری با نرخ بالاتری افزایش می‌یابد. بنابراین تغییر ناچیزی در مقدار پوکی تاثیر بسیار زیادی بر مقدار نفوذپذیری خواهد داشت و نتیجتاً اثر پوکی خیلی کمتر از اثر نفوذپذیری بر روی پاسخ پی می‌باشد.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش مدل مخروطی، تحلیل دینامیکی پی واقع بر محیط‌های متخلخل اشباع تحت ارتعاش افقی و ارتعاش پیچشی و ترکیبی از این دو حالت با ارتعاش قائم مورد بررسی قرار گرفت. در روش مدل مخروطی، یک مخروط ناقص را با نیم فضای واقع در زیر پی که تحت ارتعاش می‌باشد، معادل قرار داده شد. با اعمال ارتعاش به پی واقع بر نیم فضا، موج به سمت درون خاک انتشار می‌یابد. موج حاصله با برخورد به لایه‌هایی با جنس متفاوت به دو بخش موج شکسته شده و موج بازتابیده شده تجزیه می‌شود که این روند به دفعات تکرار می‌شود. با استفاده از برنامه کامپیوتری و دنبال

incompressible soil, Earthquake engineering & structural dynamics, 22(8) (1993) 649-663.

[8] M. Momeni, M. Riahi Beni, C. Bedon, M.A. Najafgholipour, S.M. Dehghan, B. JavidSharifi, M.A. Hadianfard, Dynamic Response Analysis of Structures Using Legendre–Galerkin Matrix Method, Applied Sciences, 11(19) (2021) 9307.

[9] M. Momeni, C. Bedon, Uncertainty Assessment for the Buckling Analysis of Glass Columns with Random Parameters (2020).

[10] M. Momeni, C. Bedon, M.A. Hadianfard, A. Baghlani, An Efficient Reliability-Based Approach for Evaluating Safe Scaled Distance of Steel Columns under Dynamic Blast Loads, Buildings, 11(12) (2021) 606.

[11] M. Momeni, M.A. Hadianfard, C. Bedon, A. Baghlani, Damage evaluation of H-section steel columns under impulsive blast loads via gene expression programming, Engineering Structures, 219 (2020) 110909.

[12] M.A. Hadianfard, S. Malekpour, M. Momeni, Reliability analysis of H-section steel columns under blast loading, Structural Safety, 75 (2018) 45-56.

[13] A. Johari, M. Momeni, Stochastic analysis of ground response using non-recursive algorithm, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 69 (2015) 57-82.

[14] G. Ehlers, The effect of soil flexibility on vibrating systems, Beton und Eisen, 41(21/22) (1942) 197-203.

[15] A.S. Veletsos, Y.T. Wei, Lateral and rocking vibration of footings, Journal of Soil Mechanics & Foundations Div (1971).

[16] A. Veletosos, V. Nair, Response of torsionally excited foundations, Journal of the Geotechnical Engineering Division, 100(4) (1974) 476-482.

[17] J.P. Wolf, A.J. Deeks, Foundation vibration analysis: A strength of materials approach, Butterworth-Heinemann, 2004.

[18] P. Pradhan, D. Baidya, D. Ghosh, Vertical dynamic response of foundation resting on a soil layer over rigid rock using cone model, Journal of the Institution of Engineers. India. Civil Engineering Division, 85(nov)

• کاهش ضریب نفوذپذیری، افزایش میرایی را منجر می شود. از بررسی نتایج این مقاله می توان استنباط کرد که اثر ضریب نفوذپذیری برای مقادیر بیشتر از 10^{-4} چشم گیر می باشد.

• پوکی در ضرایب سختی افقی و پیچشی تاثیر بسیار ناچیزی دارد. حساسیت تحلیل دینامیکی به پوکی برای فرکانس های بالای بار متناوب قائم قابل ملاحظه است هر چند که ضریب پوکی در سختی دینامیکی خاک چندان تاثیر گزار نمی باشد.

منابع

[1] J.M. Duncan, State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes, Journal of Geotechnical engineering, 122(7) (1996) 577-596.

[2] M. Moradi, H. Rahnema, S. Mirassi, Detecting the depth and thickness of weak layer in soil media using phase velocity spectrum and theoretical dispersion curve of Rayleigh wave, Iranian Journal of Geophysics, 16(3) (2022) 57-77.

[3] S. Mirassi, H. Rahnema, Deep cavity detection using propagation of seismic waves in homogenous half-space and layered soil media, Asian Journal of Civil Engineering, 21(8) (2020) 1431-1441.

[4] K. Kuriyama, Y. Mizuta, H. Mozumi, T. Watanabe, Three-dimensional elastic analysis by the boundary element method with analytical integrations over triangular leaf elements, in: International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1995, pp. 320A.

[5] M.C. Genes, S. Kocak, Dynamic soil–structure interaction analysis of layered unbounded media via a coupled finite element/boundary element/scaled boundary finite element model, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 62(6) (2005) 798-823.

[6] M. Schauer, S. Langer, J.E. Roman, E.S. Quintana-Orti, Large scale simulation of wave propagation in soils interacting with structures using FEM and SBFEM, Journal of Computational Acoustics, 19(01) (2011) 75-93.

[7] J.W. Meek, J.P. Wolf, Cone models for nearly

- [30] C. Sheng-li, C. Long-zhu, The axisymmetric mixed boundary-value problem of the vertical vibration of a rigid foundation on saturated layered soil subgrade, *Applied Mathematics and Mechanics*, 23(2) (2002) 218-225.
- [31] J. Bo, The vertical vibration of an elastic circular plate on a fluid-saturated porous half space, *International journal of engineering science*, 37(3) (1999) 379-393.
- [32] Y. Cai, X. Hu, C. Xu, Z. Hong, Vertical dynamic response of a rigid foundation embedded in a poroelastic soil layer, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 33(11) (2008) 1363-1388.
- [33] Y. Cai, Y. Cheng, S. Alfred Au, C. Xu, X. Ma, Vertical vibration of an elastic strip footing on saturated soil, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 32(5) (2008) 493-508.
- [34] A.S. Pal, D.K. Baidya, Effect of Soil Layering on Coupled Dynamic Response and Active Length of Piles Embedded in Layered Soil Using Cone Model, *Indian Geotechnical Journal*, 49(1) (2019) 50-57.
- [35] A.M. Halabian, S. Ghasemi, S. Mohasseb, Rocking Response of Shallow Foundations in Time Domain Using Cone Model Theory, *Journal of Earthquake Engineering*, (2020) 1-24.
- [36] M. Khakpour, M. Hajjalilue Bonab, Soil-structure-interaction using cone model in time domain for horizontal and vertical motions in layered half space, *Journal of Earthquake Engineering*, 24(4) (2020) 529-554.
- [37] S.K. Sasmal, P.K. Pradhan, A critical review of the cone model for analysis of machine foundations under translational and rotational motion, *Australian Journal of Multi-Disciplinary Engineering*, 17(1) (2021) 97-106.
- [38] J. Bardet, A viscoelastic model for the dynamic behavior of saturated poroelastic soils, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 59(1) (1992) 128-135.
- [39] H. Rahnema, S. Mirassi, G. Dal Moro, Cavity effect on Rayleigh wave dispersion and P-wave refraction, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 20 (2021) 79-88.
- (2004) 179-185.
- [19] G. Gazetas, Analysis of machine foundation vibrations: state of the art, *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2(1) (1983) 2-42.
- [20] D. Baidya, G. Muralikrishna, Dynamic Response of Foundation on Finite Stratum-An Experimental Investigation, *Indian Geotechnical Journal*, 30(4) (2000) 327-350.
- [21] P. Pradhan, A. Mandal, D. Baidya, D. Ghosh, Dynamic response of machine foundation on layered soil: cone model versus experiments, *Geotechnical and geological engineering*, 26(4) (2008) 453-468.
- [22] M.A. Biot, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28 (1956) 168.
- [23] M.A. Biot, Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. II. Higher Frequency Range, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2) (1956) 179-191.
- [24] S. Bougacha, J.M. Roësset, J.L. Tassoulas, Dynamic stiffness of foundations on fluid-filled poroelastic stratum, *Journal of engineering mechanics*, 119(8) (1993) 1649-1662.
- [25] N.F. Allen, F. Richart Jr, R. Woods, Fluid wave propagation in saturated and nearly saturated sands, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 106(ASCE 15286) (1980).
- [26] J. Bardet, The damping of saturated poroelastic soils during steady-state vibrations, *Applied mathematics and computation*, 67(1-3) (1995) 3-31.
- [27] B.O. Hardin, The nature of damping in sands, *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, 92(SM5, Proc Paper 490) (1900).
- [28] J.R. Hall, F.E. Richart, Dissipation of elastic wave energy in granular soils, (1963).
- [29] J. Bardet, H. Sayed, Velocity and attenuation of compressional waves in nearly saturated soils, *Soil dynamics and earthquake engineering*, 12(7) (1993) 391-401.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

F. Hajari , H. Rahnama , S. Mirassi , M. Momeni, Investigating the effective factors on the dynamic analysis of foundations located on saturated porous medium under the effect of horizontal and torsional vibrations using the cone model method , Amirkabir J. Civil Eng., 55(5) (2023) 1057-1080.

DOI: [10.22060/ceej.2023.14758.7814](https://doi.org/10.22060/ceej.2023.14758.7814)

