



## Optimal Sensor Placement using Genetic Algorithm and Hybrid Crossover Operator

T. Taghikhany\*, S. Kord

Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

**ABSTRACT:** In this study, optimal sensor placement (OSP) which plays a key role in the health monitoring of large-scale structures, is investigated using the genetic algorithm (GA). The OSP is among permutation problems that it's challenging to define the crossover operator in this kind of problem. In this study, a new hybrid crossover operator is proposed to find the optimal location for sensors and two different strategies are investigated for selecting members to form the next generation population. Also, the two-structure coding method has been used instead of the typical binary coding method to create the chromosomes of the population members. The objective function and fitness is defined based on the modal assurance criterion (MAC) matrix that is calculated with identified mode shapes and analytical mode shapes. The efficiency of the proposed method was investigated on a high-rise structure. The results show that the mode shapes identified by the optimal placement obtained from the proposed method are identical to the analytical mode shapes of the finite element model. Also, the comparison between the sensor locations obtained by conventional operators and the proposed operator shows that the proposed hybrid crossover operator outperforms other operators in terms of accuracy and convergence speed.

### Review History:

Received: Aug. 14, 2022  
Revised: May, 15, 2023  
Accepted: May, 27, 2023  
Available Online: May, 30, 2023

### Keywords:

Optimal sensor placement  
crossover operator, genetic algorithm  
modal assurance criterion  
tall building

### 1- Introduction

Sensor deployment is a fundamental process in constructing a sensor network for structural health monitoring[1]. Various techniques for optimal sensor placement have been developed, including heuristic, exploratory, and systematic optimization methods[2-5]. The GA uses the theory of biological evolution and has shown promising results. However, the problem of optimal sensor placement is complex due to its permutation nature, requiring a suitable crossover operator for GAs. The crossover operator must align with the permutation solution space, avoiding invalid solutions and preserving good parts of parent solutions. This article proposes a new combined crossover operator for GAs to address optimal sensor placement. It describes the problem, and evaluation criteria, presents an optimization algorithm, and applies the method to a representative structure. During sensor placement, an appropriate objective function is required. Based on the reviewed studies on OSP, only a few evaluation criteria exist. Among them is the modal assurance criterion (MAC), which is used in this study, and generally determines the largest off-diagonal values in the MAC matrix as the objective function[6-7].

### 2- Methodology

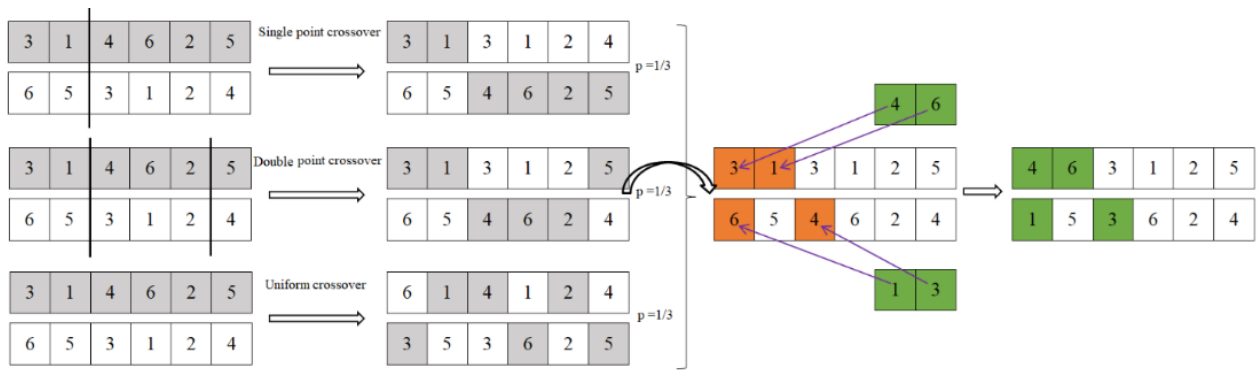
Since the primary objective of OSP is to determine

the suitable degree of freedom for sensor installation, the optimization of sensor placement can be summarized as follows: Given a set of  $n$  candidate positions, find  $m$  positions such that  $m < n$  and maximize or minimize the objective function for sensor configuration. Therefore, the problem of OSP becomes a permutation optimization problem. The total number of potential sensor configurations containing  $m$  sensors is equal to  $n!/(m! \times (n-m)!)$ . In summary, the evolutionary process of the GA involves the following steps: selection of two parents  $\rightarrow$  crossover  $\rightarrow$  mutation  $\rightarrow$  selection of the best individuals  $\rightarrow$  next generation. Crossover is a process in which new chromosomes are generated by cutting the old chromosomes at a randomly selected crossover point and replacing parts of one string with another string. In this article, three different crossover operators are used. 1) Single-point crossover. 2) OX crossover. 3) Combined crossover: Firstly, with a probability of one-third, one of the single-point crossover operators is randomly selected, and two random points are used. Then, it is examined if there are duplicate elements, and if so, the first occurrence of each duplicate element is replaced with non-existing elements. The process of the proposed crossover operator is shown in Figure 1.

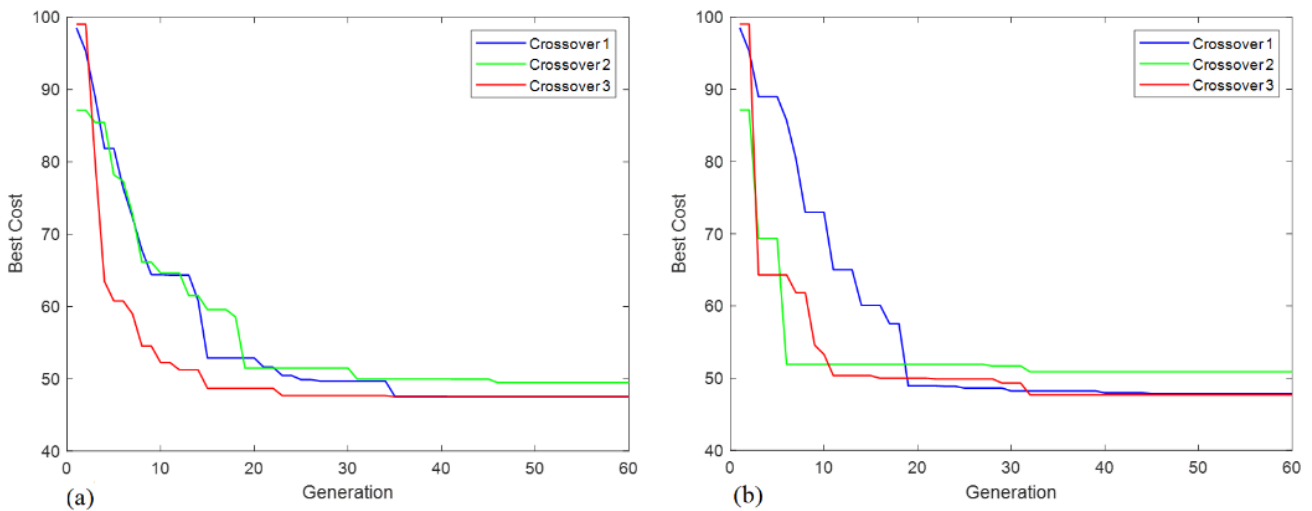
The proposed method was implemented on the reduced-order model of a new television tower in Guangzhou (GNTVT) [9-10], stimulated by white noise. Then, using simulated data

\*Corresponding author's email: ttaghikhany@aut.ac.ir





**Fig. 1. Proposed combined crossover operator.**



**Fig. 2. GA History using crossover methods for the first PSC (a), and second PSC (b).**

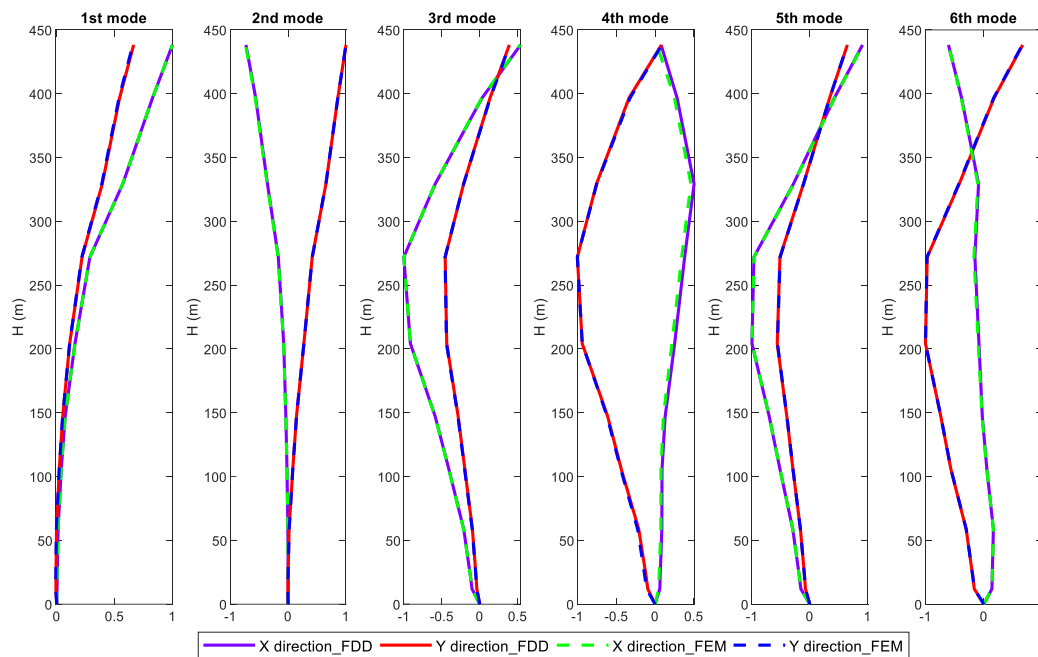
generated by state-space modeling, modal identification was performed using the frequency domain decomposition method, and the frequencies were also calculated. Next, the MAC matrix between the mode shapes of the identified modal shapes and the mode shapes of the analytical finite element model was computed. This process continued until achieving orthogonal and consistent mode shapes.

### 3- Results and Discussion

Calculations were performed for 2 population selection cases (PSCs). Figure 2(a) demonstrates that the new operator used in this article (Operator 3) provides significantly better results in terms of convergence speed and cost function value compared to the other two operators for the first PSC. Although the cost function of Operator 1 is slightly higher and approximately equal to Operator 3, it exhibits a greater difference in convergence speed. According to the graph,

Operator 2, which is the well-known OX operator, does not yield satisfactory results in the OSP problem. Figure 2(b) illustrates that the difference in convergence speed between Operators 1 and 3 is almost similar for the second PSC. However, the final cost function value is still lower for Operator 3.

It can be observed that the performance of the optimization algorithm in minimizing off-diagonal values of the MAC matrix is highly suitable and remarkable. Finally, for better visualization, out of the 32 identified vibration modes using the obtained optimal arrangement, the first 6 modes are shown alongside the first 6 modes of the finite element model in Figure 3. As observed, the mode shapes are perfectly matched, and the obtained optimal arrangement is capable of accurately capturing the mode shapes of the structure and, consequently, other dynamic characteristics for subsequent health monitoring stages.



**Fig. 3. The first 6 mode shapes were identified using the optimal arrangement with the mode shapes of the FE model.**

#### 4- Conclusion

This study implements a GA for the optimal placement of a predefined number of sensors. A combined approach for the crossover operator is proposed and it is compared with commonly used crossover operators. Additionally, two different strategies for creating the next generation are compared. In the first one next generation formation is only based on the merit of candidates, while in the second one, a pre-defined quota for parents, offspring, and mutants is considered. The proposed method is implemented on the television tower in Guangzhou (GNTVT) structure and the results show that the proposed operator achieves higher speed and accuracy in OSP problems compared to the other commonly used operators. Furthermore, it is revealed that selecting candidates based on merit without considering specific quotas for parents, offspring, and mutants has a positive impact on the results. Ultimately, the results obtained using the crossover operator 3 and selecting candidates based on merit (first approach) yield highly desirable outcomes, where the identified mode shapes using the optimized arrangement perfectly match the analytical mode shapes of the finite element model.

#### References

- [1] Y. Tan, L. Zhang, Computational methodologies for optimal sensor placement in structural health monitoring: A review, *Structural Health Monitoring*, 19(4) (2020) 1287-1308.
- [2] W.A. Maul, G. Kopasakis, L.M. Santi, T.S. Sowers, A. Chicatelli, Sensor selection and optimization for health assessment of aerospace systems, *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, 5(1) (2008) 16-34.
- [3] K. Worden, A. Burrows, Optimal sensor placement for fault detection, *Engineering structures*, 23(8) (2001) 885-901.
- [4] H. Wei-ping, L. Juan, L. Hua-jun, Optimal sensor placement based on genetic algorithms, *Engineering Mechanics*, 22(1) (2005) 113-117.
- [5] H. Gao, J.L. Rose, Sensor placement optimization in structural health monitoring using genetic and evolutionary algorithms, in: *Smart Structures and Materials 2006: Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems*, SPIE, 2006, pp. 310-321.
- [6] W. Liu, W.-c. Gao, Y. Sun, M.-j. Xu, Optimal sensor placement for spatial lattice structure based on genetic algorithms, *Journal of Sound and Vibration*, 317(1-2) (2008) 175-189.

- [7] T.H. Yi, H.N. Li, M. Gu, Optimal sensor placement for structural health monitoring based on multiple optimization strategies, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 20(7) (2011) 881-900.
- [8] V. Nieminen, J. Sapanen, Optimal sensor placement of triaxial accelerometers for modal expansion, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 184 (2023) 109581.
- [9] T.-H. Yi, H.-N. Li, M. Gu, Optimal sensor placement for health monitoring of high-rise structure based on genetic algorithm, *Mathematical Problems in Engineering*, 2011 (2011).
- [10] Y. Ni, Y. Xia, W. Lin, W. Chen, J. Ko, SHM benchmark for high-rise structures: a reduced-order finite element model and field measurement data, *Smart Structures and Systems*, 10(4-5) (2012) 411-426.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

*T. Taghikhany, S. Kord, Optimal Sensor Placement using Genetic Algorithm and Hybrid Crossover Operator, Amirkabir J. Civil Eng., 55(6) (2023) 273-276.*

**DOI:** [10.22060/ceej.2023.21682.7797](https://doi.org/10.22060/ceej.2023.21682.7797)





## مکان‌یابی بهینه حسگر با استفاده از الگوریتم ژنتیک و عملگر تقاطع ترکیبی

تورج تقی‌خانی\*، صادق کرد

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۲۳  
بازنگری: ۱۴۰۲/۰۲/۲۵  
پذیرش: ۱۴۰۲/۰۳/۰۶  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۲/۰۳/۰۹

### کلمات کلیدی:

مکان‌یابی بهینه حسگر  
عملگر تقاطع  
الگوریتم ژنتیک  
معیار اطمینان مودال  
سازه بلند مرتبه

**خلاصه:** در این مطالعه با استفاده از الگوریتم ژنتیک به مکان‌یابی بهینه حسگر پرداخته می‌شود که نقش کلیدی در پایش سلامت سازه‌های بزرگ مقیاس دارد. مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر در دسته مسائل جایگشت قرار می‌گیرد که تعریف عملگر تقاطع در این دست مسائل چالش برانگیز می‌باشد. در این مطالعه یک عملگر تقاطع ترکیبی جدید جهت یافتن مکان بهینه سنسورها پیشنهاد شده و دو استراتژی مختلف برای انتخاب اعضا برای تشکیل جمعیت نسل بعد، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین از روش کدگذاری دو ساختاری به جای روش متداول کدگذاری باینری برای ایجاد کروموزم اعضای جمعیت استفاده شده است. تابع هدف و برازندگی بر اساس ماتریس معیار اطمینان مودال (MAC) بدست آمده از شکل مودهای شناسایی شده و شکل مودهای تحلیلی، تعریف شده است. کارایی روش پیشنهاد شده بر روی یک سازه بلند مرتبه مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهند که شکل مودهای شناسایی شده به وسیله آرایش بهینه بدست آمده از روش پیشنهادی کاملاً بر شکل مودهای تحلیلی مدل اجزای محدود منطبق می‌باشند. همچنین مقایسه میان مکان‌های حسگر به دست آمده توسط عملگرهای متداول و عملگر پیشنهادی نشان می‌دهد که عملگر تقاطع ترکیبی پیشنهادی نسبت به سایر عملگرها هم به لحاظ سرعت همگرایی و هم به لحاظ دقت، کارکرد بهتری دارا می‌باشد.

### ۱- مقدمه

پایش سلامت سازه<sup>۱</sup> به عنوان فرآیند اجرای استراتژی‌هایی برای شناسایی آسیب در سازه‌های مهندسی عمران، هوافضا و مکانیک برای تضمین قابلیت سرویس و پایداری آنها تعریف می‌شود. از آنجایی که تعداد فزاینده‌ای از سازه‌های بزرگ و پیچیده در سراسر جهان ساخته شده است، پایش سلامت سازه در دهه‌های گذشته به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است.

یک سیستم معمولی پایش سلامت سازه شامل حسگرها، زیرسیستم جمع آوری و انتقال داده‌ها، پایگاه داده‌ای برای مدیریت داده‌ها و تشخیص سلامت است. فناوری حسگر یکی از فن‌آوری‌های حیاتی است که در سیستم پایش سلامت سازه دخیل است، هر چند به کاربردهای پایش سلامت سازه محدود نمی‌شود، بلکه در بسیاری از زمینه‌ها مانند طراحی سازه، نظارت بر پیشرفت ساخت و ساز، ریسک ایمنی، و مدیریت هوشمند بهره‌برداری و

نگهداری نیز استفاده شده است [۱].

قرار دادن حسگر، که به نام استقرار سنسور یا پیکربندی حسگر نیز نامیده می‌شود، همواره فرآیند اساسی ساخت شبکه حسگر برای یک سیستم پایش سلامت سازه است. علاوه بر این، پایش سلامت سازه امکان استفاده بهینه از سازه را فراهم می‌کند، به بهبود طراحی محصول کمک می‌کند، کاهش زمان خرابی و اجتناب از خرابی‌های فاجعه بار را فراهم می‌کند. همچنین رویکرد انجام فعالیت‌های تعمیر و نگهداری را کاملاً تغییر می‌دهد. بهینه‌سازی مکان نصب حسگر برای پایش سلامت سازه نیازمند در نظر گرفتن جنبه‌های بیشتری در مقایسه با سایر مسائل بهینه‌سازی است. بهینه‌سازی قرارگیری حسگرها از یک سو باید الزامات پایش سلامت سازه را برآورده نموده، از سوی دیگر با به حداقل رساندن تعداد آنها و افزایش دقت داده‌ها یک سیستم قدرتمند پایش را فراهم نماید.

در این راستا تکنیک‌های متعددی توسعه یافته که در ادبیات فنی گزارش شده است [۲]. برخی بر اساس قرار دادن شهودی یا رویکردهای اکتشافی و برخی دیگر با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی سیستماتیک توسعه یافته‌اند.

### 1 Structural Health Monitoring

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ttaghikhany@aut.ac.ir



را از بین ببرد. ج) فضای جستجوی مسائل جایگشت معمولاً ترکیبی و بزرگ است، که یافتن راه‌حل‌های خوب در زمان معقول را چالش برانگیز می‌کند. د) کارایی عملگر تقاطع برای مسائل جایگشت ممکن است به مسئله خاصی بستگی داشته باشد که با آن رو به رو هستیم. به عنوان مثال، برخی از مسائل جایگشت ممکن است دارای محدودیت‌هایی باشند که باید برآورده شوند، یا برخی از عناصر ممکن است اهمیت بالاتر یا پایین تری داشته باشند. در نتیجه هدف این مقاله پیشنهاد عملگر تقاطع ترکیبی جدید جهت حل مسئله مکان‌یابی بهینه حسگرهای شتاب‌سنج به کمک الگوریتم ژنتیک است. در متن پیش رو، مسئله بهینه‌سازی مکان سنسور، از جمله شرح مسئله و معیارهای ارزیابی تشریح می‌شود، روش محاسباتی بهینه‌سازی معرفی می‌شود، سپس روش تشریح شده بر روی یک سازه نشانه پیاده سازی می‌شود.

## ۲- شرح مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر

از آنجایی که هدف اصلی مکان‌یابی بهینه حسگر تعیین درجه آزادی مناسب برای نصب حسگر است، بهینه‌سازی قرارگیری حسگر را می‌توان به این صورت خلاصه کرد: «با توجه به مجموعه‌ای از  $n$  موقعیت کاندید،  $m$  موقعیت‌ها را پیدا کنید، بطوری که  $m < n$  و بتواند مقدار معیار ارزیابی (تابع هدف) را برای پیکربندی حسگر به حداکثر یا حداقل برساند.» در نتیجه مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر به نوعی مسئله بهینه‌سازی جایگشت تبدیل می‌شود. تعداد کل پیکربندی‌های حسگر بالقوه شامل  $m$  حسگر را می‌توان با استفاده از رابطه (۱) بدست آورد.

$$c = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1)$$

که در آن  $n$  تعداد موقعیت‌های کاندید را نشان می‌دهد و  $m$  تعداد کل حسگرهایی است که قرار است بکار روند. نکته‌ای که باید به آن اشاره کرد این است که معمولاً  $m$  در رابطه (۱) به جهت محدودیت در تامین تعداد حسگر، ثابت در نظر گرفته می‌شود با این وجود در حالت کلی تر تعداد حسگر نیز می‌تواند توسط فرآیند بهینه‌سازی مشخص شود بطوریکه در کنار تضمین الزامات معیارهای ارزیابی، هزینه کل سنسورها و نصب آنها به حداقل برسد در مقاله حاضر فرض می‌گردد تعداد حسگرها مشخص می‌باشند. برای اکثر سازه‌های مورد مطالعه،  $c$  می‌تواند عدد بسیار بزرگی باشد. بنابراین، جستجوی جامع بر روی تمام پیکربندی‌های حسگر بالقوه برای به دست

در این میان، یکی از مهم‌ترین و متداول‌ترین رویکردهای مکان‌یابی بهینه حسگرها به نام روش استقلال موثر<sup>۱</sup> که برای پایش سازه‌ای استفاده می‌شود توسط کامر<sup>۲</sup> توسعه یافت [۳]. در سال‌های اخیر، رویکردهای هوش محاسباتی برای قرارگیری حسگرها بهینه بکار گرفته شده اند که الگوریتم ژنتیک<sup>۳</sup> بر اساس نظریه تکامل بیولوژیکی یک مثال بارز در این رابطه است. یائو و همکاران<sup>۴</sup> الگوریتم ژنتیک را به عنوان جایگزینی برای روش استقلال موثر در نظر گرفتند و از دترمینان ماتریس اطلاعاتی فیشر<sup>۵</sup> به عنوان تابع هدف استفاده کردند [۴]. وردن و باروز<sup>۶</sup> در مطالعه خود همزمان از شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک استفاده کردند که با توجه به نتایج مشخص شد الگوریتم ژنتیک یک ابزار قدرتمند برای مکان‌یابی بهینه حسگرها می‌باشد [۵]. با این وجود همچنان نقص‌های وجود دارد که نیازمند بهبود می‌باشند [۶]. بطور مثال هنگامی که از الگوریتم ژنتیک برای حل مکان‌یابی بهینه حسگرها استفاده می‌شود، عملگرهای تقاطع و جهش عمومی ممکن است کروموزوم‌هایی تولید کنند که قیدهای مسئله را رعایت نمی‌کنند. یکی دیگر از اشکالات الگوریتم ژنتیک این است که ممکن است زمان زیادی را صرف مسائل پیچیده بهینه‌سازی در نتیجه تکامل مکرر تابع هدف و جمعیت کند. تلاش‌هایی برای غلبه بر عیوب الگوریتم ژنتیک صورت گرفته است. به عنوان مثال، لیو و همکاران<sup>۷</sup> پیشنهاد کردند که کدگذاری هر جواب با روش کدگذاری آرایه دو بعدی اعشاری به جای روش کدگذاری باینری، استفاده شود. نتایج نشان داد روش پیشنهادی، هم‌گرایی الگوریتم را بهبود می‌بخشد [۸].

مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر ماهیتاً یک مسئله جایگشت است که برای استفاده از الگوریتم ژنتیک باید عملگر تقاطع مناسب برای آن تعریف شود. تعریف عملگر تقاطع برای مسائل جایگشت به دلایلی ممکن است چالش برانگیز باشد، از جمله: الف) مسائل جایگشت در مقایسه با سایر مسائل بهینه‌سازی عددی ساختار متفاوتی دارند. در مسائل جایگشتی راه‌حل‌ها با جایگشت‌های مجموعه‌ای از عناصر نشان داده می‌شوند و تغییر موقعیت یک عنصر ممکن است بر کیفیت حل تأثیر بگذارد. ب) اپراتور تقاطع برای مشکلات جایگشت باید با ساختار جایگشت راه‌حل‌ها سازگار باشد. یعنی نباید راه‌حل‌های نامعتبر تولید شود یا بخش‌های خوب راه‌حل‌های والدین

- 1 Effective Independence
- 2 Kammer
- 3 Genetic Algorithm
- 4 Yao et al.
- 5 Fisher Information Matrix
- 6 Worden and Burrows
- 7 Liu et al.

مقدار ۱ به این معنی است که درجه بالایی از شباهت بین بردارهای مودال وجود دارد. لازم به ذکر است که اگر تنها از یک مجموعه شکل مود استفاده شود، معیار MAC همبستگی خطی و تعامد مودها را نشان می‌دهد. با این وجود اگر MAC بین شکل مودهای بدست آمده از دو روش محاسبه شود (شکل مود  $i$  از روش A و شکل مود  $j$  از روش B) در این صورت علاوه بر تعامد مودها، مقادیر قطری آن شباهت بین مودهای دو روش را نیز نشان می‌دهد.

در این مقاله تابع هدف برابر با مجموع عناصر خارج از قطر ماتریس MAC در نظر گرفته می‌شود، در نتیجه داریم:

$$f = \sum_{i=1}^{n \text{ mode}} \sum_{j=1}^{n \text{ mode}} MAC_{ij}, \quad i \neq j \quad (3)$$

که در آن  $n \text{ mode}$  تعداد شکل مودهایی است که در محاسبات در نظر گرفته می‌شوند.

### ۲-۲- قیدهای مسئله

مهمترین قیود در مسئله مکان‌یابی بهینه حسگرها، تعداد سنسورها و قابل قبول بودن مکان بدست آمده برای جای‌گذاری حسگر می‌باشد. غالباً در مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر این دو قید بصورت ضمنی لحاظ می‌گردند به این معنا که تعداد حسگر از پیش انتخاب می‌گردد، سپس الگوریتم بهینه‌سازی باید به نوعی ایجاد گردد که تعداد حسگرها در فرآیند بهینه‌سازی دچار تغییر نشود. همچنین برای برآورده کردن قید قابل قبول بود نقاط نیز از همان ابتدا نقاطی که حسگرگذاری در آنها عملی نیست حذف می‌گردند و فرآیند بهینه‌سازی تنها با در نظر گرفتن نقاط قابل قبول صورت می‌پذیرد.

### ۳- روش الگوریتم ژنتیک برای مسئله مکان‌یابی بهینه حسگرها

محققان روش‌های زیادی را برای تعیین آرایش سنسورهای مناسب برای توصیف رفتار دینامیکی سازه توسعه داده‌اند. در بین روش‌ها، الگوریتم ژنتیک به دلیل مزایای فراوانی که نسبت به تکنیک‌های بهینه‌سازی کلاسیک دارد، یک روش مؤثر است، زیرا یک روش جستجوی تکاملی و موازی است [۱۰]. الگوریتم‌های ژنتیک با الهام از نظریه تکامل بیولوژیکی، سعی می‌کنند با تخصیص مقدار مناسب به هر راه‌حل و با استفاده از اصل

آوردن پیکربندی بهینه، حتی برای مدل‌های اجزای محدود با تعداد نسبتاً کم درجه آزادی از نظر محاسباتی بسیار سنگین است.

علاوه بر پایش سلامت سازه کلی، که در آن عمدتاً از ارتعاشات با فرکانس پایین استفاده می‌شود، مکان‌یابی بهینه حسگر همچنین برای آزمایش اولتراسونیک استفاده شده است، جایی که تکنیک‌های ارزیابی غیر مخرب<sup>۱</sup> که از امواج اولتراسونیک کوتاه و فرکانس بالا برای شناسایی عیوب در مواد استفاده می‌کنند.

### ۲-۱- معیارهای ارزیابی و تابع هدف

همانطور که در قسمت قبل ذکر شد، بیشتر مطالعات مکان‌یابی بهینه حسگر عمدتاً بصورت قرار دادن حسگرهای مورد نیاز در موقعیت‌های نامزد انجام می‌شود. در طول قرار دادن سنسور یا بهینه‌سازی موقعیت سنسور، یک معیار ارزیابی مناسب مورد نیاز است. با توجه به مطالعات مکان‌یابی بهینه حسگر بررسی شده، تنها تعداد کمی معیار ارزیابی موجود است. از آن جمله عبارتند از: معیار اطمینان مودال، ماتریس اطلاعات فیشر، آنتروپی اطلاعات<sup>۲</sup>، استقلال مؤثر و معیارهای مبتنی بر انرژی. معیار ارزیابی و تابع هدف بکار رفته در این مقاله معیار اطمینان مودال می‌باشد [۹].

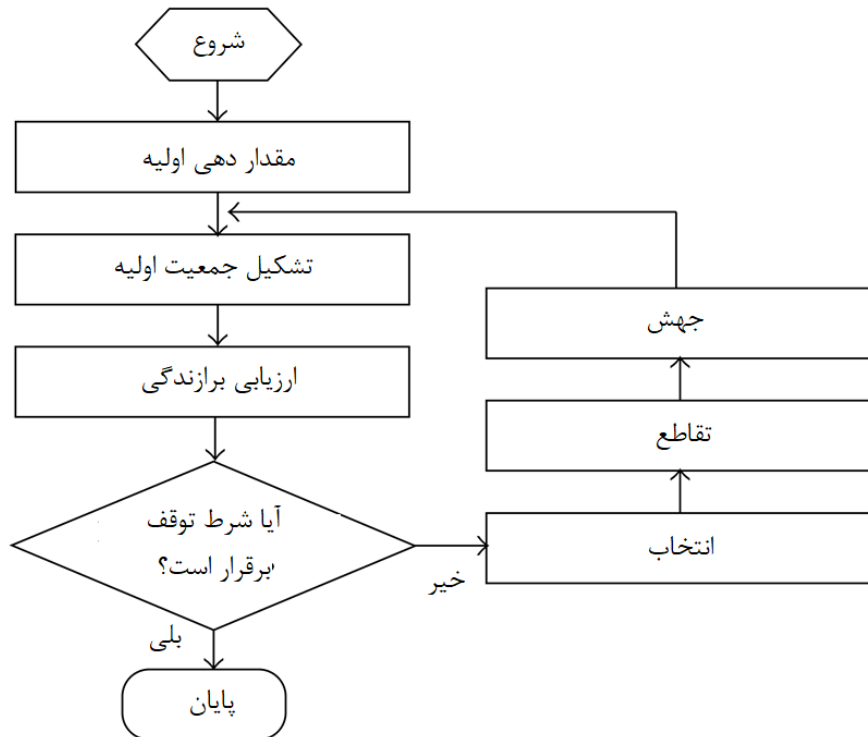
بطور عمومی بزرگترین مقادیر عناصر خارج از مورب در ماتریس MAC به عنوان تابع هدف تعیین می‌شود. دلیل انتخاب این نوع تابع هدف این است که ماتریس MAC برای استراتژی قرارگیری حسگر بهینه بصورت قطری خواهد بود، بنابراین اندازه عناصر خارج از قطر را می‌توان به عنوان نشانه‌ای از پاسخ مناسب در نظر گرفت.

معیار MAC را می‌توان طبق رابطه ۲ تعریف کرد که همبستگی بین شکل مودها را اندازه‌گیری می‌کند:

$$MAC_{ij} = \frac{(\Phi_i^T \Phi_j)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i)(\Phi_j^T \Phi_j)} \quad (2)$$

که در آن  $\Phi_i$  و  $\Phi_j$  به ترتیب نشان دهنده بردارهای ستون  $i$  و  $j$  در ماتریس  $\Phi$  هستند، و  $T$  نشان دهنده ترانپوز بردار است. در این فرمول، مقادیر MAC بین ۰ و ۱ است، مقدار ۰ نشان می‌دهد که همبستگی کمی بین عناصر خارج از قطر  $(i \neq j)$  وجود دارد و

- 1 Non-destructive evaluation
- 2 Information Entropy



شکل ۱. فلوچارت الگوریتم ژنتیک

Fig. 1. Genetic algorithm flowchart.

امین درجه آزادی قرار دارد. در مقابل، اگر مقدار کد ژن  $J$  برابر ۰ باشد، نشان دهنده این است که هیچ حسگری روی  $J$  امین درجه آزادی قرار نمی‌گیرد. تعداد کل ۱ ها در یک کروموزوم برابر با کل تعداد حسگرها می‌باشد. همانطور که مشخص است، معمولاً متغیرهای طراحی با روش کدگذاری باینری یک بعدی ساده کدگذاری می‌شوند که بسیار ساده و شهودی است. با این حال، تعداد ۱ ها در عملگرهای تقاطع و جهش تغییر می‌کند، یعنی در واقع تعداد سنسورها تغییر می‌کند، که نمی‌تواند قید تعداد سنسور در مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر را برآورده کند. به همین دلیل از یک کدگذاری دو ساختاری برای غلبه بر این مشکل استفاده می‌شود.

روش کدگذاری دو ساختاری در جدول ۱ نشان داده شده است. کروموزوم هر عضو از دو ردیف تشکیل شده است که ردیف اول  $S(i)$  نشان دهنده کد متغیر  $X_j$  و  $S(i) = J$  است، به عبارت دیگر سطر اول یک جایگشت بین ۱ تا تعداد نقاط کاندید ( $n$ ) است (تمام اعداد ۱ تا  $n$  بدون تکرار) و ردیف پایین نشان دهنده کد برچسب  $X_{s(i)}$  می‌باشد که مربوط به متغیر  $S(i)$  است. هنگام کدگذاری اعضای جمعیت اولیه، از روش تصادفی برای تولید  $\{S(i), (i=1,2,\dots,n)\}$  استفاده می‌شود و در ردیف اول قرار می‌گیرد.

بقای بهترین، از تکامل طبیعی تقلید کنند. مؤلفه‌های اساسی آن‌ها عبارتند از الف) نمایش راه‌حل‌های کاندید برای مسئله به شکل «ژنتیکی»، ب) ایجاد یک جمعیت اولیه و معمولاً تصادفی از راه‌حل‌ها، ج) ایجاد یک تابع هدف که هر راه‌حل را در جمعیت رتبه‌بندی می‌کند، د) استفاده از عملگرهای ژنتیکی. ه) انتخاب، تقاطع و جهش برای ایجاد اعضای جدید از اعضای موجود، و تنظیم پارامترهای الگوریتم مانند اندازه جمعیت، سهم هر گروه، فشار انتخاب و غیره.

شکل ۱ به طور خلاصه رویه‌های الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد. بطور خلاصه روند تکاملی الگوریتم ژنتیک عبارت است از: انتخاب دو والد تقاطع جهش انتخاب بهترین‌ها نسل بعدی.

### ۳-۱- روش کدگذاری دو ساختاری

از دیدگاه ریاضیات، مکان‌یابی بهینه حسگر نوعی مسئله است که حسگرهای مشخص شده را در مکان‌های بهینه قرار می‌دهد تا اطلاعات سازه‌ای بیشتری به دست آورند. مدل ریاضی آن یک مسئله باینری است، اگر مقدار کد ژن  $J$  برابر با ۱ باشد، بیانگر این است که یک سنسور در  $J$



جدول ۱. روش کدگذاری دو ساختاری.

Table 1. Two-structure coding method.

S(n)	...	S(2)	S(1)	کد متغیر
$x_{S(n)}$	...	$x_{S(2)}$	$x_{S(1)}$	کد برچسب

جدول ۲. نمونه‌ای از روش کدگذاری دو ساختاری.

Table 2. An example of the two-structure coding method.

۵	۸	۶	۹	۲	۷	۱	۳	۴
۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۰

با برآزندگی آن رشته یا کروموزم محاسبه می‌شود. مقدار احتمالی که به هر عضو تخصیص داده می‌شود طبق رابطه انتخاب بولتزمن<sup>۲</sup> و به فرم رابطه ۴ است.

$$P_i = \frac{e^{-\frac{\beta f_i}{\max(f)}}}{\sum_{j=1}^{N_{pop}} e^{-\frac{\beta f_j}{\max(f)}}} \quad (4)$$

که در آن  $f_i$  مقدار تابع هدف برای عضو  $i$  ام جمعیت طبق رابطه ۳ است، همچنین علامت منفی به این جهت وارد شده است که با یک مسئله حداقل سازی مواجه می‌باشیم  $\max(f)$  بیشترین مقدار تابع هزینه‌ای است که در جمعیت مشاهده شده است، این نرمال سازی کمک می‌کند که اگر مقادیر تابع هزینه حول یک مقدار ثابت تغییر کند، کار انتخاب دقیق تر صورت گیرد.  $\beta$  نیز پارامتر فشار انتخاب است و به این دلیل در نظر گرفته می‌شود که اگر عضوی با سایر اعضا از نظر تابع هزینه تفاوت فاحشی داشته باشد (تابع هزینه آن بسیار کمتر از سایرین باشد) احتمال انتخاب آن تعدیل شود و از همگرایی زود هنگام جلوگیری شود مقدار پارامتر فشار انتخاب با مقدار اولیه ۵ شروع و در هر تکرار در ۱/۵ درصد به آن افزوده می‌گردد.  $N_{pop}$  نیز اندازه جمعیت می‌باشد.

سپس یک کد برچسب ۰ یا ۱ به طور تصادفی تولید و در ردیف دوم قرار داده می‌شود (تعداد ۱ ها باید برابر تعداد سنسورها باشد). از جدول ۱، به راحتی می‌توان دریافت که در کدگذاری دو ساختاری، عملگرهای ژنتیکی فقط بر روی کد متغیر بالایی کار کنند و ردیف دوم برای تمام فرزندان و درکل مراحل الگوریتم ثابت است. این بدان معنی است که تعداد سنسورها بدون تغییر باقی می‌ماند.

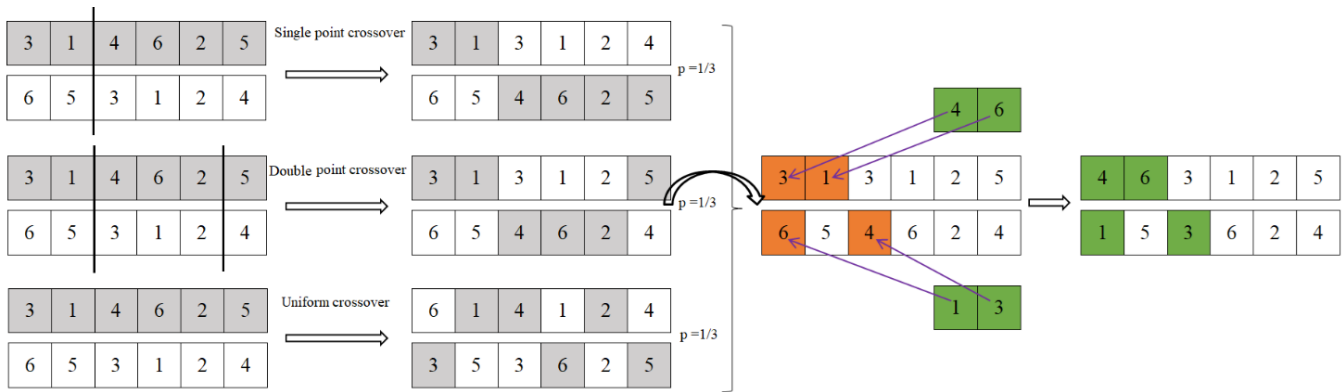
به عنوان مثال، یک مسئله مکان‌یابی بهینه‌سگر با ۹ محل کاندید و ۴ عدد سنسور در دسترس، در جدول ۲ نشان داده شده است. ترتیب ایجاد تصادفی کد پیوست ۴، ۳، ۱، ۷، ۲، ۹، ۸، ۵ است. مقادیر متناظر در سطر دوم بیان میکند که در شماره برچسب متناظر سنسور قرار دارد یا خیر، در مثال جدول ۲ سنسورها در درجات آزادی سوم، اول، دوم، هشتم و نهم قرار دارند.

۳-۲- انتخاب اعضا برای انجام تقاطع

اولین گام در الگوریتم ژنتیک تشکیل جمعیت اولیه می‌باشد. به این معنا که تعدادی جواب تصادفی برای مسئله ایجاد می‌گردد. پس از آن انتخاب اعضا برای تقاطع صورت می‌گیرد، یکی از عملگرهای شایع و پرکاربرد برای انتخاب اعضا جهت تولید مثل در الگوریتم ژنتیک که در این مقاله نیز استفاده شده است، روش «انتخاب چرخ رولت<sup>۱</sup>» نام دارد. در این عملگر، احتمال انتخاب یک رشته یا کروموزوم برای شرکت کردن در تولید مثل، متناسب

2 Boltzmann Selection

1 Roulette-Wheel Selection



شکل ۲. عملگر تقاطع ترکیبی پیشنهادی

Fig. 2. Proposed hybrid crossover operator.

درج<sup>۴</sup>. فرآیند جهش به تنوع جمعیت می‌افزاید و در نتیجه احتمال گیر افتادن فرآیند بهینه‌سازی در مناطق بهینه محلی را کاهش می‌دهد.

### ۳-۵- انتخاب اعضا برای تشکیل جمعیت نسل بعد

نسبت اولیه جمعیت فرزندان و جهش یافتگان به جمعیت اصلی به ترتیب برابر با  $0/8$  و  $0/4$  در نظر گرفته شده است. برای تشکیل جمعیت نسل بعد از میان جمعیت والدین، فرزندان و جهش یافتگان دو رویکرد متفاوت در نظر گرفته شده است: ۱- اعضای تمام سه جمعیت با توجه به تابع هدف مرتب می‌شوند و سپس به تعداد جمعیت اصلی از بهترین آنها انتخاب صورت می‌گردد. ۲- برای جمعیت والدین، فرزندان و جهش یافتگان به ترتیب سهم‌های  $0/3$ ،  $0/5$  و  $0/2$  در نظر گرفته شده و بهترین‌های هر دسته با توجه به سهم آنها به نسل بعد منتقل می‌گردد.

### ۴- مطالعه موردی

#### ۴-۱- معرفی

برج تلویزیونی جدید گوانگژو<sup>۵</sup> (GNTVT) با ارتفاع کلی ۶۱۰ متر در گوانگژو، چین ساخته شده است. این برج از یک برج اصلی (۴۵۴ متر) و یک دکل آنتن (۱۵۶ متر) تشکیل شده است. این سازه همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است، شامل یک هسته داخلی بتن مسلح و یک لوله خارجی فولادی است. اگرچه شکل هذلولی سازه را از منظر زیبایی شناسی جذاب می‌کند، در مقابل رفتار آن را از نظر مکانیکی پیچیده می‌کند [۵].

### ۳-۳- عملگر تقاطع

تقاطع فرآیندی است که در آن کروموزوم‌های جدید از افراد موجود با برش هر کروموزوم قدیمی در یک نقطه متقاطع مکان تصادفی و جایگزینی قطعات یک رشته با رشته دیگر تولید می‌شود. در این مقاله ۳ عملگر تقاطع متفاوت استفاده می‌شود.

۱- تقاطع تک نقطه‌ای؛ دو کروموزوم از یک نقطه به تصادف برش داده می‌شوند، سپس قطعه‌های دوم آن با یکدیگر تعویض می‌گردند سپس در صورت وجود عناصر تکراری، آنها را از قطعات دوم حذف و با عناصری که وجود ندارند جایگزین می‌شوند.

#### ۲- تقاطع $OX^1$ .

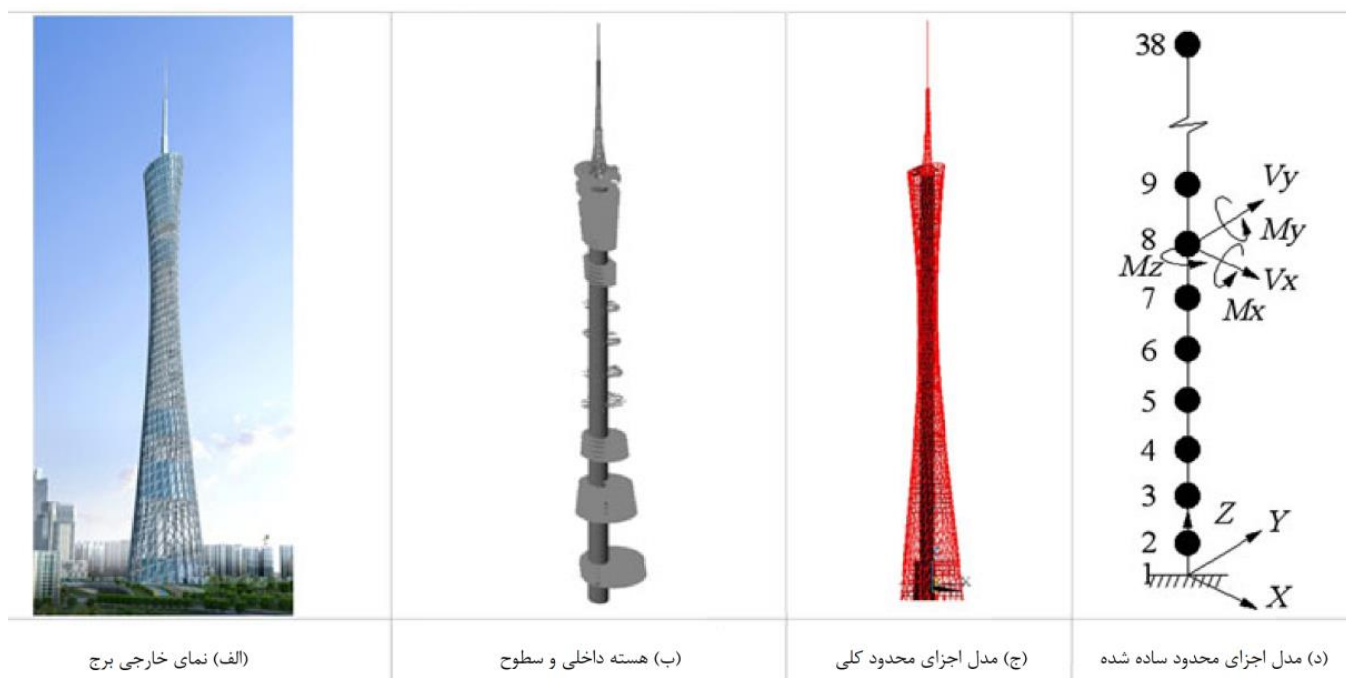
۳- تقاطع ترکیبی؛ ابتدا با احتمال یک سوم از یکی از عملگرهای تقاطع تک نقطه، دو نقطه و تصادفی استفاده می‌شود سپس بررسی می‌گردد و در صورت وجود عناصر تکراری اولین مورد آنها به ترتیب با عناصر ناموجود جایگزین می‌گردند روند عملگر تقاطع پیشنهادی در شکل ۲ نشان داده شده است.

### ۳-۴- مکانیسم جهش

تقاطع الگوریتم را قادر می‌سازد تا بهترین ژن‌ها را از افراد مختلف استخراج کرده و آنها را جهت ایجاد فرزندان بالقوه برتر ترکیب کند. جهش یک فرآیند تصادفی است که در آن مقادیر عنصر در یک رشته ژنتیکی تغییر می‌کند. در این مطالعه از ۳ نوع جهش بصورت تصادفی و با احتمال یک سوم استفاده می‌گردد؛ ۱- جهش تعویض<sup>۲</sup>، ۲- معکوس سازی<sup>۳</sup> و ۳- جهش

- 1 Order Crossover
- 2 Swap
- 3 Inversion

- 4 Insertion
- 5 Guangzhou New TV Tower



شکل ۳. برج تلویزیونی جدید گوانگژو (GNTVT)[۱۱].

Fig. 3. Guangzhou New TV Tower (GNTVT)[11].

#### ۴-۲- مدل عددی GNTVT

برای سازه‌ای که هندسه ساده یا تعداد درجه آزادی کمتری دارد، ممکن است یک رویکرد آزمون و خطا برای حل مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر کافی باشد. برای یک سازه پیچیده در مقیاس بزرگ مانند GNTVT، که مدل اجزای محدود آن ممکن است ده‌ها هزار درجه آزادی داشته باشد، یک رویکرد سیستماتیک و کارآمد برای حذف گره‌های که حسگر در آن‌ها نمی‌توانند مستقر شوند، مورد نیاز است. در این مقاله از مدل ساده سازی شده برای حل این مشکل استفاده شده است [۱۲].

#### ۴-۳- مدل کامل اجزای محدود

به منظور تکرار دقیق رفتار سازه واقعی، همانطور که در شکل ۳-ج) نشان داده شده است یک مدل اجزای محدود سه بعدی ظریف از GNTVT با استفاده از نرم افزار ANSYS توسط نی و همکاران<sup>۲</sup> ساخته شده است [۱۳]. مدل ۳ بعدی کامل شامل ۱۲۲۴۷۶ عضو، ۸۴۳۷۰ گره و ۵۰۵۱۶۴ درجه آزادی است. در این مدل، PIPE16 و BEAM44

سازه‌های مهندسی عمران، به ویژه سازه‌های بلند (مانند GNTVT) به ویژه در برابر ارتعاشات تصادفی<sup>۱</sup> حساس هستند، خواه ناشی از شتاب‌های زمینی زیاد، نیروهای باد زیاد و/یا بارهای غیرعادی مانند انفجار باشد. به منظور افزایش ایمنی GNTVT، محققان از پیشرفت‌های فن‌آوری در رشته‌های مختلف مهندسی استفاده کرده‌اند. اگرچه تلاش‌های زیادی برای بهبود ویژگی‌های GNTVT انجام گرفته است، با این وجود به طور کلی، این موارد تنها در حد معینی منجر به بهبود عملکرد ایمن و نگهداری پیشگیرانه سازه می‌شوند. در طول مدت زمان سرویس، خوردگی محیطی و خستگی سازه اجتناب ناپذیر است. تجمع آسیب و زوال عملکرد ناشی از عوامل فوق به طور اجتناب ناپذیری ظرفیت مقاومت سازه را در برابر بلایا کاهش می‌دهد، حتی ممکن است منجر به فروپاشی با شکست سازه تحت بارهای شدید شود. بنابراین، ساخت یک سیستم پایش سلامت سازه برای GNTVT یک نیاز ضروری است. یکی از مسائل مهم در ساخت و اجرای یک سیستم موثر پایش سلامت سازه در GNTVT نحوه انتخاب مکان‌های حسگر از مجموعه‌ای از موقعیت‌های نامزد احتمالی است.

جدول ۳. شماره بندی درجات آزادی مدل ساده سازی شده.

Table 3. Numbering of the simplified model's degrees of freedom.

انتقالی جهت X	انتقالی جهت Y	دورانی محور X	دورانی محور Y	دورانی محور Z	جرم
۱	۲	۳	۴	۵	جرم ۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	جرم ۲
...	...	...	...	...	...
۱۸۱	۱۸۲	۱۸۳	۱۸۴	۱۸۵	جرم ۳۷

شده است. ماتریس سختی المان مدل ساده شده با روش جابجایی فرموله شده است. شماره بندی درجات آزادی مدل ساده سازی شده مطابق جدول ۳ می باشد.

۴-۵- تنظیم مدل اجزای محدود ساده شده

ویژگی های دینامیکی مدل کاهش یافته ناگزیر به دلیل ساده سازی با ویژگی های مدل کامل متفاوت اند. با این وجود مدل کاهش یافته به گونه ای تنظیم شده است که ویژگی های دینامیکی آن تا حد امکان با ویژگی های مدل کامل مطابقت داشته باشد. این امر با حداقل کردن بردار باقیمانده رابطه ۵ صورت گرفته است.

$$\mathbf{R} = \{\mathbf{R}^Q \quad \mathbf{R}^S\}^T, \quad \mathbf{R}^Q(i) = \frac{|f_i^F - f_i^R|}{f_i^F}, \quad \mathbf{R}^S(i) = 1 - \text{MAC}(i) \quad (5)$$

که در آن  $\mathbf{R}^Q$  و  $\mathbf{R}^S$  تفاوت های فرکانس و شکل مودها را بین مدل مرتبه کامل و مدل کاهش یافته نشان می دهند،  $f_i$  نشان دهنده فرکانس  $i$  است،  $\text{MAC}(i)$  درایه  $i$  ام از مقادیر قطری ماتریس اطمینان مودال طبق رابطه ۲ بین مودهای مدل کامل و مدل کاهش یافته است. بالانویس های  $\mathbf{R}$  و  $\mathbf{F}$  نشان دهنده موارد مرتبط با مدل کامل و مدل کاهش یافته هستند. با توجه به میزان اهمیت مقادیر باقیمانده مختلف بر روی خواص دینامیکی سازه، ضرایب وزنی متفاوتی به مقادیر باقیمانده مختلف اختصاص داده شد. در نتیجه تابع هدف نهایی  $J$  طبق رابطه ۵ تعریف شده است.

$$J = \mathbf{R}^T \mathbf{W} \mathbf{R} \quad (6)$$

المان های تیر سه بعدی دو گره با شش درجه آزادی در هر گره) برای مدل سازی ساختار بیرونی، دکل آنتن و تیرهای اتصال بین سازه های داخلی و خارجی استفاده شده اند. عناصر پوسته چهار گره و سه گره با شش درجه آزادی در هر گره برای مدل سازی دیوارهای برشی سازه داخلی و عرشه های کف استفاده شده اند.

۴-۴- مدل اجزای محدود ساده شده

اندازه مدل کامل سه بعدی برای مکان بایی بهینه حسگر و مطالعات مرتبط بسیار بزرگ است. بر پایه مدل مرتبه کامل، یک مدل تیر سه بعدی ساده شده نیز ایجاد شده است (شکل ۳-د). سه فرض در توسعه مدل تیر سه بعدی ساده شده وجود دارد: الف) سیستم های کف به عنوان بدنه های صلب در نظر گرفته می شوند، ب) هر بخش بین دو طبقه مجاور به عنوان یک المان تیر الاستیک خطی مدل می شود، و ج) جرم ها به صورت متمرکز و در طبقات مربوطه هستند در نتیجه، کل سازه به عنوان یک تیر کنسول با ۳۷ المان تیر و جرم و ۳۸ گره مدل سازی می شود. از میان ۳۷ بخش، برج اصلی شامل ۲۷ عنصر است و دکل آن شامل ۱۰ المان است. تعداد گره از ۱ در پایه ثابت به ۳۸ در انتهای بالای آزاد افزایش می یابد. از آنجایی که مرکز هندسی هر طبقه متفاوت است، تیر مدل ساده شده بر محور مرکزی دکل برج منطبق شده است. جابجایی عمودی در مدل ساده شده نادیده گرفته می شود، بنابراین هر گره دارای پنج درجه آزادی است، یعنی دو درجه آزادی انتقالی افقی به همراه سه درجه آزادی دورانی حول محورهای سه گانه. در نتیجه، هر عضو دارای ۱۰ درجه آزادی و کل مدل در مجموع دارای ۱۸۵ درجه آزادی است. جرم کف به گره مربوطه اضافه می شود. نیمی از جرم قطعات بین دو گره مجاور به گره بالایی و نیم باقیمانده به گره پایینی اضافه شده است. اینرسی دورانی معادل با توجه به گره در هر طبقه نیز محاسبه

جدول ۴. مقایسه فرکانس مدل‌های عددی مختلف [۱۲].

Table 4. Frequency comparison of different numerical models [12].

اختلاف (%)	مدل ساده شده	مدل کامل	شکل مود
۰/۰۰	۰/۱۱	۰/۱۱	۱
۰/۰۰	۰/۱۵۹	۰/۱۵۹	۲
۰/۰۰	۰/۳۴۷	۰/۳۴۷	۳
۰/۰۰	۰/۳۶۸	۰/۳۶۸	۴
۰/۲۵	۰/۳۹۹	۰/۴	۵
۰/۲۲	۰/۴۶	۰/۴۶۱	۶
۰/۰۰	۰/۴۸۵	۰/۴۸۵	۷
۰/۰۰	۰/۷۳۸	۰/۷۳۸	۸
۰/۰۰	۰/۹۰۲	۰/۹۰۲	۹
۰/۰۰	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	۱۰
۰/۰۰	۱/۰۳۸	۱/۰۳۸	۱۱
۰/۰۰	۱/۱۲۲	۱/۱۲۲	۱۲
۰/۰۰	۱/۲۴۴	۱/۲۴۴	۱۳
۰/۰۰	۱/۵۰۳	۱/۵۰۳	۱۴
۰/۰۰	۱/۷۲۶	۱/۷۲۶	۱۵

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

$$y = Cx + Du \quad (8)$$

که رابطه ۷ با عنوان معادله حالت شناخته شود و در آن  $x$ ،  $A$ ،  $B$  و  $u$  به ترتیب بردار حالت، ماتریس حالت، ماتریس ورودی و ورودی سیستم می‌باشند. رابطه ۸ نیز با عنوان معادله مشاهده یا خروجی شناخته می‌شود که در آن  $y$ ،  $C$  و  $D$  به ترتیب خروجی، ماتریس خروجی و ماتریس انتقال می‌باشند. ماتریس‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  طبق روابط ۹ و ۱۰ محاسبه می‌شوند.

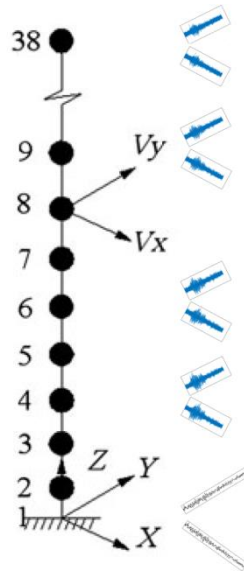
$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ [-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}]_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} \\ [\mathbf{M}^{-1}]_{n \times n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$C = \begin{bmatrix} [-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}]_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad D = [\mathbf{M}^{-1}]_{n \times n} \quad (10)$$

که در آن  $W$  یک ماتریس وزنی قطری است. فرکانس‌های و شکل مود پانزده مود اول در به روزرسانی گنجانده شدند. ضرایب وزن برای همه فرکانس‌ها ( $R^Q$ ) برابر ۱۰، برای چهار شکل مود خمشی اول و دو شکل مود چرخشی اول ( $R^S$ ) برابر ۱،۰، برای چهار شکل مود خمشی بعدی ۰،۵ و برای پنج مود خمشی بالاتر دیگر ۰،۳ تنظیم شده‌اند. از آنجایی که مدل کامل شامل گره‌های زیادی در هر طبقه است و اجزای شکل مود آنها ممکن است با یکدیگر متفاوت باشد، مقادیر شکل مود به طور میانگین در نظر گرفته شدند و به عنوان مولفه شکل مود گره متناظر در مدل کاهش یافته لحاظ شدند. نهایتاً بروزرسانی مدل ساده شده با روند توضیح داده شده انجام شده است که مشخصه‌های دینامیکی به دست آمده از مدل کامل و ساده شده به‌مراه خطاهای نسبی آنها در جدول ۴ آورده شده است [۱۲].

#### ۵- نتایج بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک

جهت انجام فرآیند بهینه‌سازی برای سازه تشریح شده، نیاز به شبیه سازی پاسخ سازه می‌باشد که این امر به کمک ایجاد یک سیستم فضای حالت برای حل معادلات حرکت سیستم در محیط متلب و مطابق با روابط ۷ و ۸ انجام شده است.



شکل ۴. شماتیک تحریک سازه در تراز کف و اندازه گیری ارتعاشات در گره‌های ۴، ۹، ۶ و ۳۸

Fig. 4. Schematic of structure excitation at the base level and measurement of vibrations at nodes 4, 9, 6, and 38.

دورانی در عمل مشکل و پرهزینه می‌باشد و معمولاً تنها درجات آزادی انتقالی اندازه گیری می‌شوند. در نتیجه در این مطالعه نیز شتاب درجات آزادی انتقالی در شناسایی مودال استفاده شده است. از منظر محاسباتی ممکن است قرار گرفتن حسگرهای دوجبهت در ترازهای مختلف بهتر باشد (بطور مثال حسگرهای جهت X در تراز ۲ و ۴ و حسگرهای جهت Y در تراز ۱ و ۳ عملکرد اندازه گیری بهتری داشته باشند)، با این وجود معمولاً به دلیل محدودیت‌های نصب و سایر ملاحظات در عمل، در یک تراز دو حسگر مربوط به دو جهت قرار داده می‌شوند که در این مقاله نیز به همین ترتیب عمل شده است.

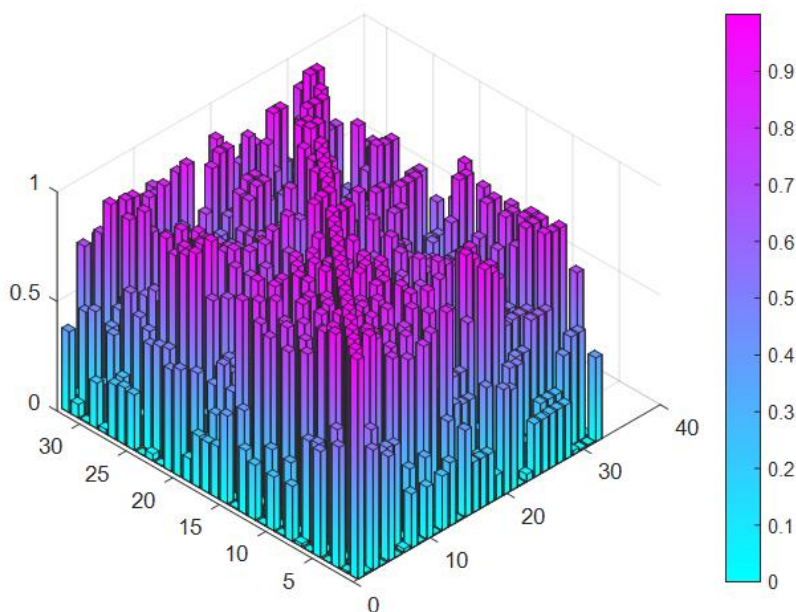
تعداد مودها در فرآیند شناسایی سیستم با توجه به نوع تحریک و با قضاوت مهندسی صورت می‌گیرد، بطور مثال یک سازه ممکن است به لحاظ تئوری ۱۰۰ مود تاثیر گذار داشته باشد، با این وجود اگر در حالت ارتعاش محیطی قرار داشته باشد، ممکن است تمامی مودهای موثر تحریک نشوند و از میان آنها تنها تعداد محدودی تحریک شوند. با توجه به اینکه سازه مورد مطالعه تحت ارتعاش نویز سفید قرار می‌گیرد که هدف آن مدلسازی شرایط ارتعاش محیطی است، از میان کل مودها، تعداد ۳۲ مود در فرآیند بهینه سازی لحاظ می‌شوند. پس از در نظر گرفتن یک آرایش حسگر در سازه، تحریک آن توسط نویز سفید به بزرگی ۰.۰۱ در مقیاس  $(\text{cm/s}^2)$  صورت گرفت که این مقدار با توجه به سطح ارتعاشات مشاهده شده برای سازه واقعی تحت حالت ارتعاش محیطی انتخاب شد [۱۲]. سپس با استفاده

در روابط فوق  $n$  و  $I$  تعداد درجات آزادی و ماتریس واحد می‌باشند. همچنین  $M$  و  $K$  ماتریس‌های جرم و سختی سازه می‌باشند، که در مطالعه حاضر برابر ماتریس‌های جرم و سختی مدل بروزرسانی شده کاهش یافته می‌باشند. شایان ذکر است که ماتریس‌های  $C$  و  $D$  دارای رابطه واحدی نیستند و با توجه به اینکه چه پارامتری برای بردار خروجی انتخاب شود، متفاوت‌اند. رابطه ۱۰ برای حالتی است که بردار خروجی شامل شتاب هر کدام از درجات آزادی باشد.

در واقع مدلسازی فضای حالت معادلات دیفرانسیل با درجات بالاتر را به چندیدن معادله درجه یک تبدیل می‌کند، سپس به حل معادلات مذکور می‌پردازد، سیستم فضای حالت به کمک ماتریس‌های جرم و سختی مدل ساده شده ایجاد شد و تحت ارتعاش نویز سفید<sup>۱</sup> در تراز کف و در دوجبهت متعامد قرار گرفت درگام بعد پاسخ شتاب سازه در گره‌هایی که فرض می‌شود حسگر در آنها قرار دارد ثبت می‌گردد. شکل ۴ نمای شماتیک این عملیات را نشان می‌دهد که ارتعاش در دو جهت متعامد در تراز کف به سازه اعمال و پاسخ سازه در گره‌های ۴، ۶، ۹ و ۳۸ پس از شبیه سازی فضای حالت برای ادامه محاسبات ذخیره می‌گردند.

همانطور که عنوان شد مدل ساده شده در هر تراز ۵ درجه آزادی شامل ۲ درجه انتقالی و ۳ درجه آزادی دورانی می‌باشد. اندازه گیری درجات آزادی

1 White Noise



شکل ۵. ماتریس MAC متناظر با یک آرایش تصادفی حسگر.

Fig. 5. MAC matrix corresponding to a random sensor arrangement.

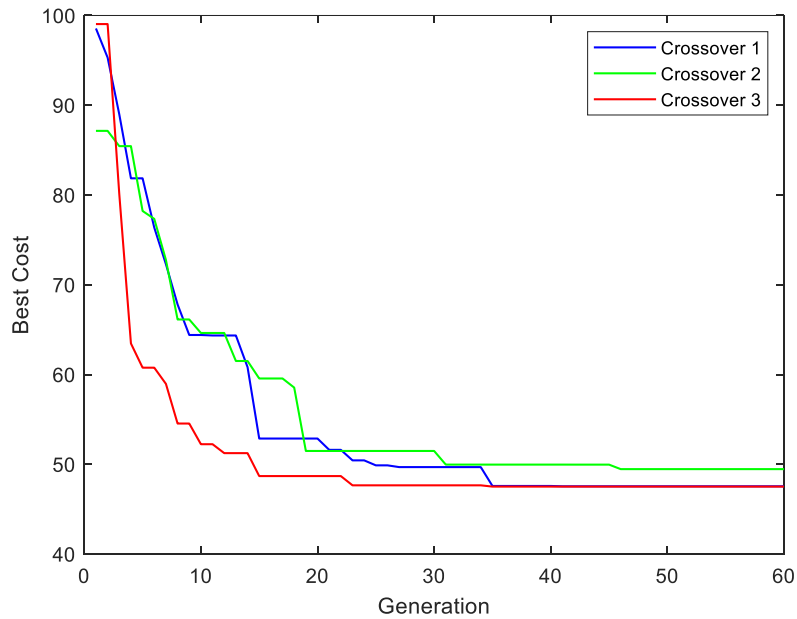
که حل آن بدون یک الگوریتم مناسب عملاً غیر ممکن می‌باشد. شکل ۵ ماتریس MAC را برای یک حالت تصادفی از آرایش حسگرها بدست آمده است. مشاهده می‌شود بسیاری از اعضای خارج از قطر مقادیر بسیار بزرگی دارند که نشان دهنده آرایش نامناسب حسگر می‌باشد. همانطور که عنوان شد در این مقاله از ۳ نوع عملگر تقاطع و دو رویکرد تشکیل نسل بعدی استفاده شده است که تاریخچه تابع هزینه (بهترین عضو) برای هر یک از سه عملگر برای رویکرد تشکیل نسل بعد اول، در شکل ۶ نشان داده شده است.

شکل ۶ نشان می‌دهد عملگر جدید به کار رفته در این مقاله (عملگر شماره ۳) نسبت به دو عملگر دیگر چه به لحاظ سرعت همگرایی و چه به لحاظ مقدار تابع هزینه به مراتب نتایج بهتری نتیجه می‌دهد. اگرچه تابع هزینه عملگر شماره ۱ نسبت به عملگر شماره ۳ مقدار ناچیزی بیشتر و تقریباً برابر است، با این وجود این اختلاف در سرعت همگرایی بیشتر نمود دارد. طبق نمودار عملگر شماره ۲ که در واقع عملگر معروف OX می‌باشد در مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر نتایج چندان مطلوبی، نشان نمی‌دهد.

از داده‌های برداشت شده، شناسایی مودال با استفاده از روش تجزیه حوزه فرکانس<sup>۱</sup> (FDD) انجام می‌شود و فرکانس‌ها و شکل مودهای ۱ تا ۳۲ محاسبه می‌گردند، سپس ماتریس MAC بین شکل مودهای شناسایی شده و شکل مودهای تحلیلی مدل اجزای محدود محاسبه می‌گردد و این فرآیند تا رسیدن به شکل مودهای متعامد و سازگار با مدل اجزای محدود به کمک الگوریتم ژنتیک ادامه می‌یابد.

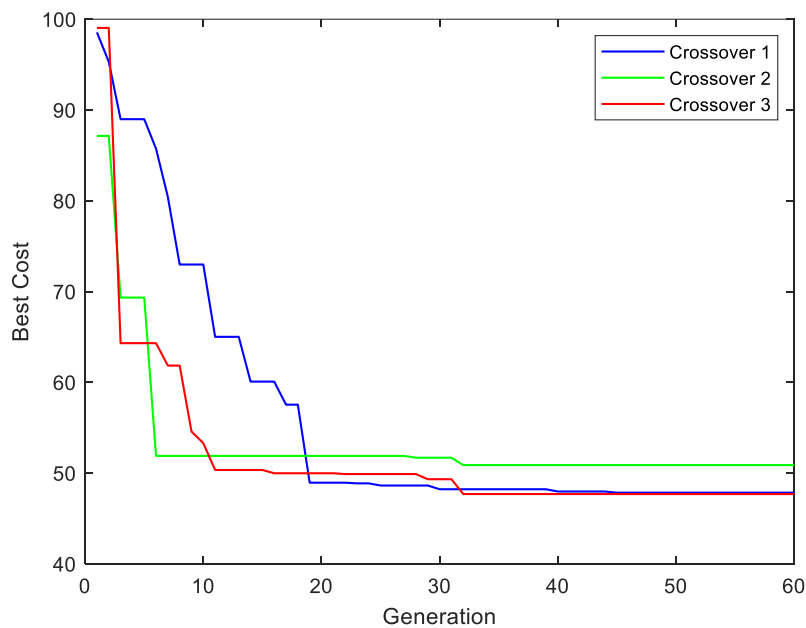
در الگوریتم ژنتیک تعداد اعضای جمعیت برابر با ۳۰ و محاسبات تا ۶۰ نسل انجام شد، انتخاب این مقادیر با توجه به محدودیت توان پردازش در نظر گرفته شد. همچنین فرض گردید سنسور گذاری در ۱۰ گره انجام می‌شود، برای هر گره دو عدد حسگر در نظر گرفته می‌شود که مجموعاً برابر ۲۰ عدد حسگر می‌باشد. تعداد حالت‌های محتمل آرایش جفت حسگرها برابر می‌شود با:

$$c = \frac{37!}{10!(37-10)!} = 348,330,136 \quad (11)$$



شکل ۶. تاریخچه تغییرات بهترین نتیجه الگوریتم ژنتیک با استفاده از سه عملگر تقاطع برای رویکرد تشکیل نسل بعد اول.

**Fig. 6. History of the best result of the genetic algorithm using three crossover operators for the first approach of next generation formation.**



شکل ۷. تاریخچه تغییرات بهترین نتیجه الگوریتم با استفاده از سه عملگر تقاطع برای رویکرد تشکیل نسل بعد دوم.

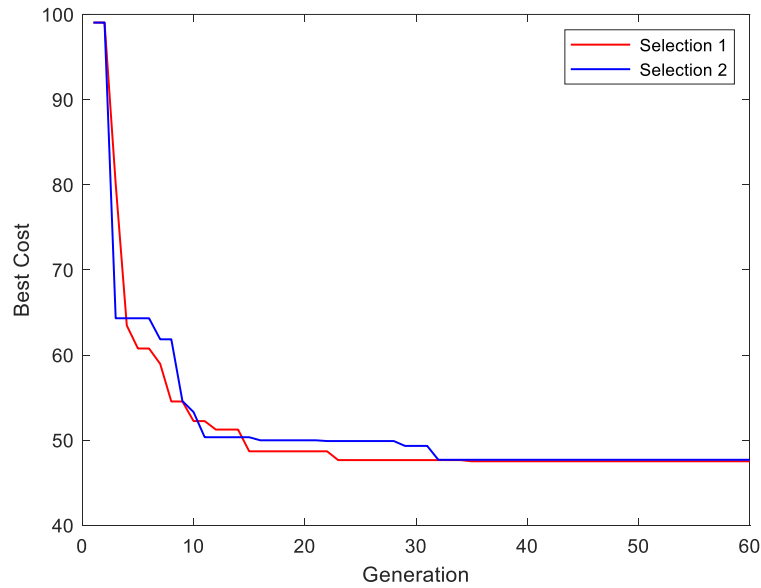
**Fig. 7. History of the best result of the genetic algorithm using three crossover operators for the second approach of next generation formation.**

تقریباً مشابه است با این وجود همچنان مقدار نهایی تابع هزینه در حالت عملگر شماره ۳ کمتر است. همچنین عملگر نامناسب عملگر OX در این حالت نیز تکرار شده است.

برای مقایسه رویکردهای اول و دوم تشکیل نسل بعد نیز نتایج الگوریتم

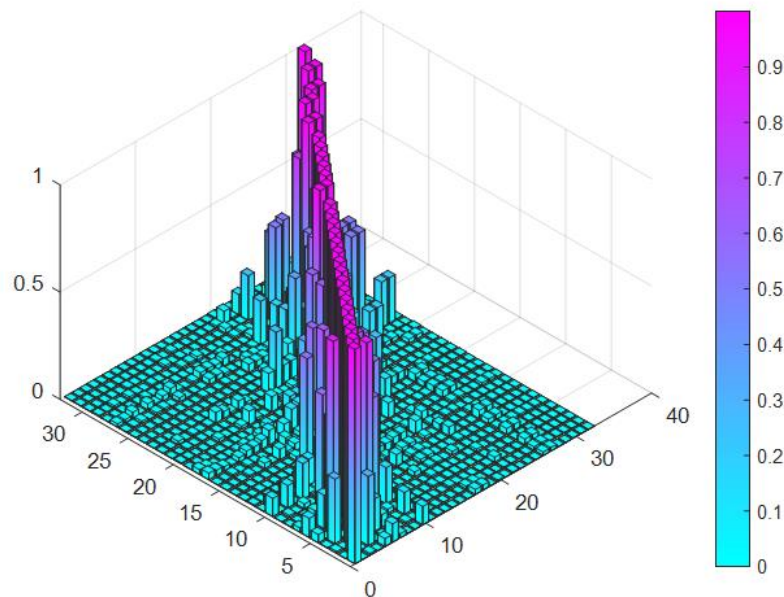
محاسبات فوق برای حالت انتخاب جمعیت طبق رویکرد دوم تشریح شده در بخش ۳ نیز انجام شد و تاریخچه تابع هزینه (بهترین عضو) مجدداً برای هر یک از سه عملگر تقاطع در شکل ۷ نشان داده شده است. شکل ۷ نشان می‌دهد اختلاف سرعت همگرایی بین عملگر ۱ و ۳ در این حالت





شکل ۸. تاریخچه تغییرات بهترین نتیجه الگوریتم با استفاده از عملگر تقاطع سوم برای رویکردهای اول و دوم تشکیل نسل بعد.

Fig. 8. Change history of the best result of the algorithm using the third crossover operator for the first and second approaches of next generation formation.

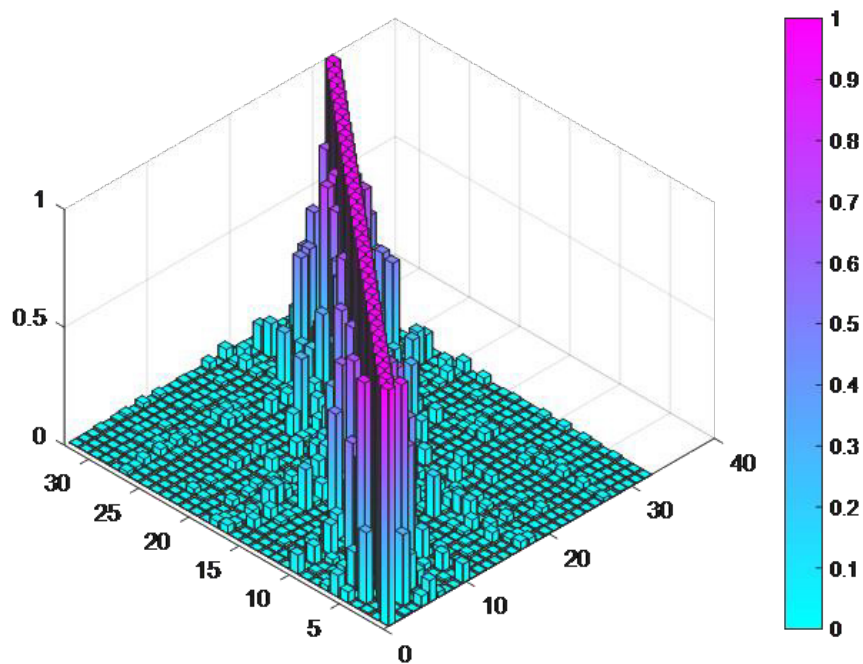


شکل ۹. تصویرسازی ماتریس MAC بین مودهای شناسایی شده و مودهای مدل اجزا محدود.

Fig. 9. Visualization of MAC matrix between identified and finite element model mode shapes.

بهترین نتیجه ماتریس MAC بین شکل مودهای شناسایی شده و شکل مودهای تحلیلی مدل اجزا محدود، که با استفاده از عملگر تقاطع ۳ و رویکرد انتخاب اول بدست آمده است در شکل ۹ نشان داده شده است. شکل ۱۰ نیز ماتریس MAC را فقط با استفاده از مودهای مدل اجزا محدود نشان می‌دهد.

با استفاده از عملگر تقاطع شماره ۳ که بهترین نتیجه را در هر دو حالت داشت، در کنار یکدیگر و در شکل ۸ نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد که رویکرد اول یعنی صرفاً انتخاب براساس شایستگی و عدم در نظر گرفتن سهم مخصوص برای سه گروه والدین، فرزندان و جهش یافتگان، هم در دقت نهایی و هم در سرعت همگرایی، موثرتر می‌باشد.



شکل ۱۰. تصویرسازی ماتریس MAC که تنها با استفاده از مدهای مدل اجزا محدود محاسبه شده است.

Fig. 10. Visualization of the MAC matrix calculated using only the mode shapes of the finite element model.

برروی قسمت دکل (گره‌های ۲۸ تا ۳۷) قرار نگرفته است. بنظر می‌رسد از آنجا که خصوصیات قسمت اصلی و دکل با یکدیگر بسیار متفاوت می‌باشند الگوریتم با تعداد حسگر بسیار محدود قادر نبوده تا مشخصات دینامیکی هر دو قسمت مختلف را به صورت همزمان پوشش دهد و به همین دلیل با تمرکز برروی قسمت سازه اصلی سعی کرده است رفتار آن را به شکل بهتری مدل کند.

در نهایت برای تصویر سازی بهتر از میان ۳۲ مود ارتعاشی شناسایی شده با آرایش بهینه بدست آمده از روش FDD، ۶ مود اول در کنار ۶ مود اول مدل اجزای محدود در شکل ۱۱ نشان داده شده‌اند (برای انجام مقایسه، در مدهای تحلیل فقط مقادیر متناظر با موقعیت حسگر در نظر گرفته شده‌اند). همانطور که مشاهده می‌گردد شکل مودها کاملاً برهم منطبق بوده و آرایش بهینه بدست آمده قادر می‌باشد با دقت بسیار بالایی شکل مدهای سازه و تبع آن سایر مشخصات دینامیکی آن را برای مراحل بعدی پایش سلامت استخراج کند.

شایان ذکر است که فراخوانی تابع در الگوریتم بهینه‌سازی ۲۱۹۰ مرتبه بوده است که نسبت به کل حالات (رابطه ۱۱) عدد بسیار مطلوبی می‌باشد.

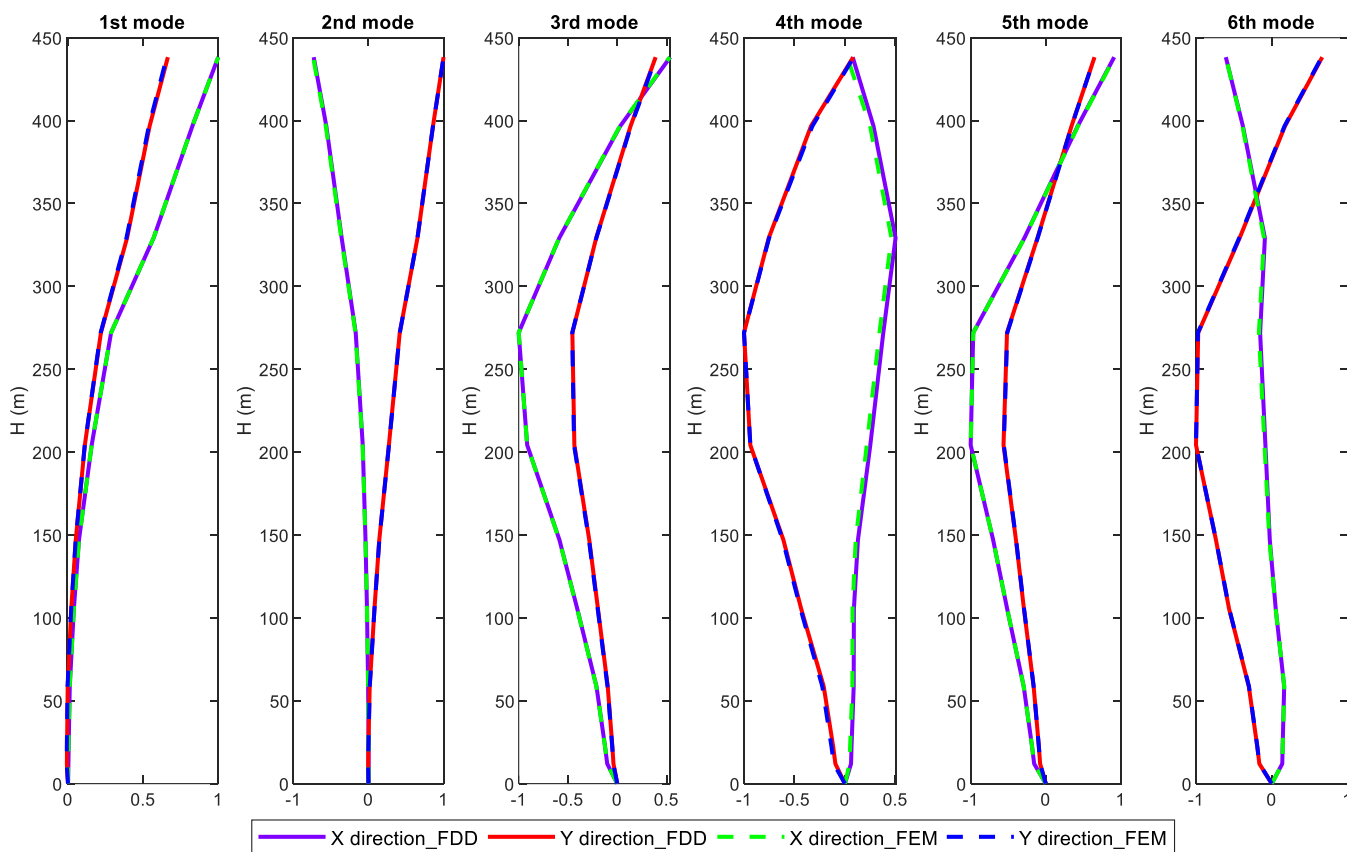
می‌توان دید که عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی در حداقل کردن مقادیر غیر قطری ماتریس MAC بسیار مناسب و قابل توجه می‌باشد. در نگاه اول بنظر می‌رسد که شکل مدهای شناسایی شده مقدار اندکی از حالت غیر همبسته بودن خطی فاصله دارند. با این وجود با دقت در شکل ۱۰ که فقط با استفاده از مدل اجزا محدود بدست آمده است می‌تواند دید که تعدادی از مقادیر خارج از قطر در این حالت نیز صفر نمی‌باشند. این امر می‌تواند به دلیل پیچیدگی بسیار زیاد رفتار سازه مورد نظر باشد، چرا که تغییر مکان ناشی از هر مود ارتعاشی در هریک از دو جهت متعامد اندازه گیری شده بطور مستقل صورت نمی‌گیرد. به این معنا که جهات متعامد مدل اجزای محدود با جهات اصلی سازه واقعی مقداری زاویه دارند و در صورتی که در یک جهت به سازه تحریک اعمال گردد در جهت متعامد نیز در آن پاسخ ایجاد می‌گردد که ممکن است دلیل وجود عناصر غیر صفر در مقادیر خارج از قطر ماتریس MAC همین امر باشد.

جدول ۵ شماره گره و مقدار تابع هزینه را برای آرایش بهینه به وسیله الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد. درجات آزادی اشاره شده در این جدول نشان می‌دهد که الگوریتم، تمامی حسگرها را بطور خودکار برروی قسمت اصلی سازه قرار داده است (گره‌های ۱ تا ۲۷) و در آرایش بهینه هیچ حسگری

جدول ۵. موقعیت حسگرها و مقدار تابع هزینه در آرایش بهینه به دست آمده از الگوریتم ژنتیک.

Table 5. Position of the sensors and value of the cost function in the optimal arrangement obtained from the genetic algorithm.

S(n)	...	S(2)	S(1)	کد متغیر
$x_{S(n)}$	...	$x_{S(2)}$	$x_{S(1)}$	کد برچسب



شکل ۱۱. مقایسه ۶ مود اول شناسایی شده با آرایش بهینه بدست آمده با مودهای مدل اجزای محدود.

Fig. 11. Comparison of the first 6 mode shapes identified using the obtained optimal arrangement with the mode shapes of the finite element model.

## ۶- نتیجه گیری

## منابع

- [1] Y. Tan, L. Zhang, Computational methodologies for optimal sensor placement in structural health monitoring: A review, *Structural Health Monitoring*, 19(4) (2020) 1287-1308.
- [2] W.A. Maul, G. Kopasakis, L.M. Santi, T.S. Sowers, A. Chicatelli, Sensor selection and optimization for health assessment of aerospace systems, *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, 5(1) (2008) 16-34.
- [3] D.C. Kammer, Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 14(2) (1991) 251-259.
- [4] L. Yao, W.A. Sethares, D.C. Kammer, Sensor placement for on-orbit modal identification via a genetic algorithm, *AIAA journal*, 31(10) (1993) 1922-1928.
- [5] K. Worden, A. Burrows, Optimal sensor placement for fault detection, *Engineering structures*, 23(8) (2001) 885-901.
- [6] H. Wei-ping, L. Juan, L. Hua-jun, Optimal sensor placement based on genetic algorithms, *Engineering Mechanics*, 22(1) (2005) 113-117.
- [7] H. Gao, J.L. Rose, Sensor placement optimization in structural health monitoring using genetic and evolutionary algorithms, in: *Smart Structures and Materials 2006: Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems*, SPIE, 2006, pp. 310-321.
- [8] W. Liu, W.-c. Gao, Y. Sun, M.-j. Xu, Optimal sensor placement for spatial lattice structure based on genetic algorithms, *Journal of Sound and Vibration*, 317(1-2) (2008) 175-189.
- [9] T.H. Yi, H.N. Li, M. Gu, Optimal sensor placement for structural health monitoring based on multiple optimization strategies, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 20(7) (2011) 881-900.
- [10] V. Nieminen, J. Sapanen, Optimal sensor placement of triaxial accelerometers for modal expansion, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 184 (2023) 109581.

در این مطالعه پیاده سازی الگوریتم ژنتیک جهت قرار دادن بهینه تعداد از پیش تعریف شده حسگر، مورد بررسی قرار گرفته است. رویکرد ترکیبی برای عملگر تقاطع پیشنهاد شده است و اثر آن در مقایسه با عملگرهای تقاطع متداول مورد بررسی قرار گرفته است، همچنین دو استراتژی ایجاد نسل بعد مقایسه شده‌اند. روش پیشنهادی بر روی سازه GNTVT پیاده‌سازی شد و نتایج بدست آمده نشان داد که عملگر معرفی شده در مسئله مکان‌یابی بهینه حسگر سرعت و دقت بالاتری نسبت به دو عملگر متداول دیگر دارد، و همچنین مشخص شد انتخاب اعضای بر اساس شایستگی و بدون در نظر گرفتن سهم خاص برای والدین، فرزندان و جهش یافتگان تاثیر مثبتی بر روی نتایج می‌گذارد. در نهایت نتایج بدست آمده با استفاده از عملگر تقاطع ۳ و انتخاب اعضا بر اساس شایستگی (رویکرد اول) نتایج بسیار مطلوبی را به همراه داشت به طوری که شکل مودهای شناسایی شده با استفاده از آرایش بهینه کاملاً بر شکل مودهای تحلیلی مدل اجزا محدود منطبق گشتند.

## ۷- فهرست علائم

### علائم انگلیسی

$c$	تعداد کل آرایش‌های حسگر بالقوه
$f$	تابع هدف
$m$	تعداد سنسور
$MAC$	ماتریس اطمینان مودال
$n$	تعداد موقعیت کاندید سنسور
$nmode$	تعداد شکل مودهایی دخیل در محاسبات
$N_{pop}$	تعداد اعضای جمعیت
$P_i$	مقدر احتمال انتخاب عضو $i$ ام جمعیت
$s(i)$	کد متغیر $i$ ام
$x_{s(i)}$	کد برجسب متناظر با کد متغیر $s(i)$
FDD	روش تجزیه حوزه فرکانس
GNTVT	برج تلویزیونی جدید گوانگژو

### علائم یونانی

$\beta$	پارامتر فشار انتخاب
$\Phi_i$	بردار شکل مود $i$ ام

- for high-rise structures: a reduced-order finite element model and field measurement data, *Smart Structures and Systems*, 10(4-5) (2012) 411-426.
- [13] ANSYS Mechanical User's Guide., in, ANSYS, Inc., 2021.
- [11] T.-H. Yi, H.-N. Li, M. Gu, Optimal sensor placement for health monitoring of high-rise structure based on genetic algorithm, *Mathematical Problems in Engineering*, 2011 (2011).
- [12] Y. Ni, Y. Xia, W. Lin, W. Chen, J. Ko, SHM benchmark

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*T. Taghikhany, S. Kord, Optimal Sensor Placement using Genetic Algorithm and Hybrid Crossover Operator , Amirkabir J. Civil Eng., 55(6) (2023) 1285-1302.*

DOI: [10.22060/ceej.2023.21682.7797](https://doi.org/10.22060/ceej.2023.21682.7797)



