

## Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 55(4) (2023) 89-92 DOI: 10.22060/mej.2023.21842.7522



# Optimal cooperative braking strategy design of regenerative and mechanical braking systems for in-wheel drive electric vehicles

A. Hosseini Salari, H. Mirzaeinejad\*, M. Fooladi Mahani

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

ABSTRACT: Nowadays, a new generation of electric vehicles with in-wheel motor technology has been introduced and is being developed. Increasing system efficiency, eliminating mechanical intermediaries, and achieving regenerative braking torque with better performance are the motivations to seek to improve this technology. In the present study, a half-car model with five degrees of freedom has been developed by considering a vehicle equipped with two in-wheel motors on the rear axle as a sample vehicle. Then, the braking strategy has been designed using a two-stage nonlinear predictive controller. The appropriate pressure for the brake fluid lines will be reached in the first stage. In the second stage, the proper amount of electric regenerative torque is obtained using the electronic braking force distribution function and considering all constraints. The amount of regenerative torque is calculated by considering the system constraints using the Karush-Kuhn-Tucker conditions. Finally, the designed strategy is examined from the perspective of vehicle mileage capability. The results show that optimal braking can be achieved by utilizing the designed controller and the proposed model. Also, the amount of regenerated energy to the battery can be increased during braking by using the proposed braking strategy and the designed control system in comparison with the relevant studies.

#### **Review History:**

Received: Oct. 10. 2022 Revised: May. 18, 2023 Accepted: Jun. 15, 2023 Available Online: Jun. 30, 2023

#### **Keywords:**

Coopera	tive bra	ıking sys	stem
electric	vehicle		
regenera	tive bra	aking	
mileage			
electric	brake	torque	distribution
system			

#### **1-Introduction**

The maximum braking power to create the safest possible state is when the brake torque control systems use the maximum adhesion capacity between the tire and the road. To use the maximum tire and road capacity in braking mode, different controllers have been designed [1-5]. However, a complete explanation about the amount of torque requested by the driver has not been given, or possible modeling with many assumptions and uncertainties has been used. Or, many factors affecting the permissible amount of regenerative torque, such as the condition of the battery and standard limits, have been ignored. Another study used the PSO method to solve the energy equation in the predictive controller, and due to the nature of this solution method, it seems difficult to implement such a method industrially [6].

#### 2- Modeling

(cc)

In each state of transfer, change, transformation, and division of energy from battery to vehicle movement, a part of the energy is lost. In electric vehicles with in-wheel-motor propulsion, many of these interface elements and energy converters are eliminated. To check the energy consumption in cars equipped with in-wheel motors, the resistance forces of the car are modeled as follows:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho c_d A_f v_x^2 \tag{1}$$

$$F_{Ri} = f_R F_{zi} \quad i = f, r \tag{2}$$

Also, the sum of the incoming forces in the longitudinal direction of the car is as follows [6]:

$$F_x = 2(F_{tf} + F_{tr} - F_{Rf} - F_{Rr}) - F_a$$
(3)

To model the energy cycle in an electric vehicle and model the tire and road contact surface as well as calculate the amount of energy loss in the contact surface, the following modeling is done. The amount of power at the head of each wheel is equal to:

$$P_{wi} = T_i \omega_i \quad i = f, r \tag{4}$$

In the braking mode, the total mechanical power is equal to the braking torque. Also, the power created by the tire for longitudinal movement is equal to:

$$P_{ti} = v_x F_{ti} \qquad i = f, r \tag{5}$$

\*Corresponding author's email: h mirzaeinejad@uk.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information,  $(\mathbf{i})$ with the road surface. According to the provided relationships, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

j

the transaction efficiency of each tire surface with the road is defined as follows:

$$\eta_{Ti} = P_{ti} / P_{wi} \qquad i = f, r \tag{6}$$

The total power regenerated and added to the battery is as follows:

$$P_R = \sum \zeta \eta_R P_{bi} \qquad i = f, r \tag{7}$$

Where regenerative braking is the share of the total braking energy, which is determined by the braking strategy. Since the electric motors are placed only in the rear axle of the vehicle in question, the electric regenerative braking and its efficiency are defined only for the rear axle:

$$\eta_R = \eta_{Ch} \eta_{MC} \eta_M \eta_{Tr} \tag{8}$$

The motor efficiency relationship is based on the structure of the motor as follows:

$$\eta_M = \frac{T_E \omega_E}{k_c T_E^2 + T_E \omega_E + k_i T_E + k_w \omega_E^3 + cl}$$
(9)

It is the nominal capacity of each cell and the number of parallel cells in the battery pack and the voltage level of the battery pack. By charging the battery at the calculated current rate, the battery's level of charge (SOC) changes. In the simplest battery and charge level modeling, the amount of battery charge level changes over time is as follows:

$$SOC(t+\tau) = SOC(t) + \frac{\tau}{3600} \frac{T_E(t)\omega_r(t)\eta_R}{C_{cell} P_B S_B V_n}$$
(10)

Achieving the maximum possible braking acceleration depends on the accuracy of modeling, the type of brake torque controller, and its implementation. The selected model, 5DOF, includes all the dynamics affecting braking on a straight road. When the tire is rolling, rolling resistance forces, driving force, braking force, and starting torque or braking torque are applied to the tire. Since braking mode is discussed in this article, modeling is done in braking mode.

The state space for the mentioned model would be:

$$SOC(t+\tau) = SOC(t) + \frac{\tau}{3600} \frac{T_E(t)\omega_r(t)\eta_R}{C_{cell} P_B S_B V_n}$$
(11)

$$\dot{x}_2 = f_2(X) + \frac{R}{x_1 I_{wf}} C_{pf} u_1$$
(12)

$$\dot{x}_{3} = f_{3}(X) + \frac{R}{x_{1}I_{wr}} \Big[ C_{pr}u_{2} + u_{3} + T_{Es} \Big]$$
(13)

$$\dot{x}_4 = f_4(X) \tag{14}$$

$$\dot{a}_5 = f_5(X) \tag{15}$$

While  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [v_x, \lambda_f, \lambda_r, \theta, \dot{\theta}]^T$  and  $U = [u_1, u_2, u_3]^T = [P_{of}, P_{or}, T_{Ed}]^T$ . The  $f_i$  are as follows:

$$f_1 = F_x(x_1, x_2, x_3, x_4) / m, \tag{16}$$

$$f_2 = \frac{-1}{x_1} \left[ \frac{F_x}{m} (1 - x_2) + \frac{R^2 F_{tf}}{I_{wf}} \right]$$
(17)

$$f_3 = \frac{-1}{x_1} \left[ \frac{F_x}{m} (1 - x_3) + \frac{R^2 F_{tr}}{I_{wr}} \right]$$
(18)

$$f_4 = x_5 \tag{19}$$

$$f_{5} = \frac{1}{I_{y}} \left[ \frac{1}{2} m_{s} h_{s} x_{1} - l_{f} F_{sf} + l_{r} F_{sr} \right]$$
(20)

#### **3- Control design**

In this article, the predictive nonlinear control method will be used to design the control system. The basis of this method is that the nonlinear response of the system in a later period of time is predicted by Taylor series expansion, and then the control law is found at the current moment so that the predicted tracking error is minimized. Hence the  $P_{of}(t)$  can be obtained as a function of the control input:

$$J_1(P_{of}) = \frac{1}{2} \left[ \frac{C_{pf} Rh}{v_x I_{wf}} P_{of} + \left( hf_2 + e_{\lambda_f} - h\dot{\lambda}_{fd} \right) \right]^2$$
(21)

So that the tracking error  $e_{\lambda_f} = \lambda_f - \lambda_{fd}$  is longitudinal slip. Then it is calculated by applying the necessary condition for the optimum oil pressure.

$$P_{of} = -\frac{I_{wf}v_x}{C_{pf}Rh} \left( e_{\lambda_f} + hf_2 - h\dot{\lambda}_{fd} \right)$$
(22)

In this article, taking into account the default mode of active EBD, the normal pressure of the rear lines reaches the minimum possible value ( $P_{or} = \Gamma^* P_o$ ) and the slip control

action is assigned to the regenerative electric torque. Electric braking torque controller, taking into consideration the momentary conditions of the road, the tire, and the vertical load on the tire, creates the right torque and controls the slip at the optimal point. The electric braking torque is determined in such a way that the electric torque controller takes over the skid control operation at the same time as the optimal oil pressure of the rear wheels decreases. Therefore, the energy function of the controller of the second stage will be as follows:

$$J_{2}(T_{Ed}) = \frac{1}{2} w_{1} [\lambda_{r}(t+h) - \lambda_{rd}(t+h)]^{2} + \frac{1}{2} w_{2} [T_{Ed} - \kappa T_{Dp}]^{2}, \ \kappa = \frac{D_{p}^{*} - D_{p}}{D_{p}^{*}}$$
(23)

Finally the control law would be like below while the vehicle constrains act as boundaries for this value

$$T_{Ed} = \frac{\left[w_{2}\kappa T_{Dp} - w_{1}\left[\frac{R^{2}h^{2}}{v_{x}^{2}I_{wr}^{2}}C_{pr}\Gamma^{*}P_{o} + \frac{Rh}{v_{x}I_{wr}}\left(e_{\lambda_{r}} + h\left(f_{3} - \dot{\lambda}_{rd}\right)\right)\right]\right]}{w_{2} + w_{1}\frac{R^{2}h^{2}}{v_{x}^{2}I_{wr}^{2}}}$$
(24)

As mentioned,  $\Gamma^*$  it is calculated based on the maximum capacity of EBD compensation and electric braking torque generation. Since the above constraints and limiters may limit the amount of optimal electric braking torque, the amount sent to the hydraulic module to reduce the pressure of the rear axle lines is calculated as follows:

$$\Gamma^{**} = \Gamma^{*}(P_{o}C_{pr} - T_{Ed}^{**}) / P_{o}C_{pr}$$
<sup>(25)</sup>

#### 4- Results

The study [7] has reached the maximum improvement percentage of 22% by considering standard parameters, safety, and limitations. Meanwhile, the performance of the proposed method in this article shows a 24% improvement in navigation. In reference [5], like this article, to check the performance of the proposed algorithm, the NEDC standard cycle is simulated. The results of applying the proposed strategy of this authority show a 21.1% improvement in energy consumption and navigation.

#### **5-** Conclusion

In this article, with the aim of designing a braking strategy for an electric vehicle equipped with motor-in-wheel technology, the 5DOF model and the electric energy cycle in the said vehicle were first explained. In the energy function, the potential compensable capacity of EBD was assigned to regenerative braking. The results of applying the designed strategy and controller in the standard navigation cycle show the improvement of the energy consumption situation in the car compared to previous studies.

#### References

- J. Guo, X. Jian, and G. Lin, Performance evaluation of an anti-lock braking system for electric vehicles with a fuzzy sliding mode controller, Energies, 7(10),(2014), 6459–6476.
- [2] W. Li, H. Du, and W. Li, Driver intention based coordinate control of regenerative and plugging braking for electric vehicles with in-wheel PMSMs, 12(10), (2018), 1300-1311.
- [3] J. C. Wang and R. He, Hydraulic anti-lock braking control strategy of a vehicle based on a modified optimal sliding mode control method, Proc. Inst. Mech. Eng. Part D J. Automob. Eng., 233(12), (2019), 3185–3198.
- [4] C. Qiu, G. Wang, M. Meng, and Y. Shen, A novel control strategy of regenerative braking system for electric vehicles under safety critical driving situations, Energy, (149),(2018), 329–340.
- [5] B. Xiao, H. Lu, H. Wang, J. Ruan, and N. Zhang, Enhanced regenerative braking strategies for electric vehicles: Dynamic performance and potential analysis, Energies, 10(11), (2017).
- [6] W. Xu, H. Chen, H. Zhao, and B. Ren, Torque optimization control for electric vehicles with four in-wheel motors equipped with regenerative braking system, Mechatronics, (57), (2018), 95–108.
- [7] R. Kubaisi, Adaptive Regenerative Braking in Electric Vehicles, Ph.D. thesis, Karlsruher Institut f
  ür Technologie (KIT), (2018).





This page intentionally left blank

نشريه مهندسي مكانيك اميركبير

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۵، شماره ۴، سال ۱۴۰۲، صفحات ۴۳۳ تا ۴۶۰ DOI: 10.22060/mej.2023.21842.7522



طراحی استراتژی ترمزگیری مشارکتی بهینه با تلفیق سیستم ترمز مکانیکی و احیاکننده برای خودروی برقی مجهز به موتوردرچرخ

> على حسيني سالاري، حسين ميرزايي نژاد\*، مجيد فولادي ماهاني دانشگاه شهید باهنر کرمان، بخش مهندسی مکانیک، کرمان، ایران.

تاريخچه داوري: **خلاصه:** امروزه نسل جدیدی از خودروهای الکتریکی با فنّاوری موتوردر چرخ معرفی شده و در حال توسعه است. افزایش بازده سیستم، دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۱۸ حذف واسطههای مکانیکی و دستیابی به گشتاور ترمزی احیاکننده با عملکرد بهتر، از دلایل توسعه این تکنولوژی است. در این مقاله بازنگری: ۱۴۰۲/۰۲/۲۸ ابتدا یک مدل پنج درجه آزادی نصف خودرو با در نظر گرفتن یک خودرو مجهز به دو موتوردرچرخ در محور عقب، بهعنوان خودروی پذیرش: ۱۴۰۲/۰۳/۲۵ نمونه، توسعه دادهشده است. سپس یک استراتژی ترمزگیری با استفاده از کنترل کننده غیرخطی پیشبین دو مرحلهای طراحی و ارائه أنلاين: ۱۴۰۲/۰۴/۰۹ پیادهسازی گردیده است. در مرحله اول فشار مناسب برای خطوط روغن ترمز حاصل می شود. در مرحله دوم، مقدار مناسب گشتاور كلمات كليدى: احياكننده الكتريكي با در نظر گرفتن ظرفيت جبراني توزيع گشتاور ترمزي سيستم ترمز و با در نظر گرفتن تمامي قيود تأثيرگذار، به سیستم ترمز مشارکتی دست می آید. مقدار گشتاور احیاکننده با در نظر گرفتن قیود سیستم، با به کارگیری روش بهینهسازی مقید کاروش – کان – تاکر حاصل خودروى برقى میشود. در آخر استراتژی طراحیشده از دیدگاه مصرف انرژی و پیمایش خودرو مورد بررسی قرار میگیرد. نتایج نشان میدهد با ترمز احياكننده کمک کنترل کننده طراحی شده و مدل ارائه شده می توان ترمز گیری بهینه ای انجام داد. از طرف دیگر با استفاده از استراتژی ترمز گیری ييمايش معرفیشده و سیستم کنترلی طراحیشده میتوان مقدار بازگشت انرژی به باتری را در حین ترمزگیری در مقایسه با استراتژیهای سیستم توزیع گشتاور ترمزگیری موازی و سری-موازی توسعه داده شده در سایر مطالعات، افزایش داد.

### ۱- مقدمه

با پیشرفت صنعت و فناوری، صنعت خودرو نیز پیشرفت چشم گیری داشته است. مهم ترین دلایل پیشرفت تغییر و تحولات در صنعت خودرو، افزایش سطح فنّاوری، بحران آلودگی و کاهش منابع جهانی انرژی است. این دلایل باعث توسعه و گسترش خودروهای الکتریکی شده است زیرا دارای بازده بسیار بالاتر هستند و آلودگی شهری را بهشدت کاهش میدهند [1]. از طرفی به دلیل خاصیت موتورهای الکتریکی، عملکرد خودرو نیز بهبود پیداکرده و با عملکرد در حالت بنزینی قابل رقابت است. همچنین بیشترین تلاش خودروسازان در جهت افزایش بازده انرژی خودرو و همچنین افزایش ایمنی خودرو است [۲]. با افزایش سطح دانش کنترلی و فنّاوری الكترونيكي، سيستمهاي ايمني خودرو نيز توسعهيافته است. شركتهاي توليدكننده پردازندهها و المانهاي الكترونيكي بهصورت پيوسته درحالتوسعه محصولات خود با كاربرى ویژه خودرویی هستند تا علاوه بر بهبود عملكرد، سطح ایمنی عملکرد را نیز افزایش دهند [۳].

\* نویسنده عهدهدار مکاتبات: h\_mirzaeinejad@uk.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

بهمنظور بهبود بازده خودرو، فنّاورىهاى سختافزارى و نرمافزارى بسیاری معرفی و توسعه دادهشده است. از آنجایی که موتور الکتریکی از ارکان مهم یک خودروی الکتریکی است، تمرکز و تلاش بسیاری در زمينه بهبود و توسعه آن انجامشده است. ازاينرو انواع موتورها همچون موتورهای مغناطیس دائم و القایی مورد استفاده قرار گرفتهاست. این موتورها از مدتها قبل در صنعت غیر از خودرویی مورد استفاده قرار می گرفتند و همراه با سیر تحولات صنعت خودرو، این موتورها نیز با هدف استفاده در خودرو توسعه و تغییر داده شدهاند [۴]. علاوه بر منبع قدرت الکتریکی، مسیر انتقال انرژی نیز تغییر کرده است. این تغییر با هدف کاهش اتلاف انرژی در سیستم انتقال قدرت و افزایش انعطاف دینامیکی سیستم انجام شده است. در بسیاری از خودروهای الکتریکی به دلیل کنترل پذیری بالای موتور الکتریکی، جعبهدنده متغیر نیز حذف شده است[۵]. از سوی دیگر با هدف کاهش المانهای واسط در سیستم انتقال قدرت، محل قرارگیری موتور نیز شامل این تحولات شده است. موتور در ساختارهای متفاوت، در محلهای متفاوت قرار می گیرد. محل های قرار گیری موتور الکتریکی عموماً به صورت

مرکزی قبل از دیفرانسیل، بهصورت یکپارچه با دیفرانسیل و اکسل، موتور و جعبهدنده مجزا برای هر موتور نزدیک چرخ و همچنین موتوردرچرخ است. موتوردرچرخ، جدیدترین و بهروزترین ساختاری است که توسعهیافته است. در این ساختار موتورها مستقیماً در چرخها قرارگرفتهاند و باعث حذف تمامی واسطهای بین موتور و چرخ شده است. از ویژگیهای سیستم موتوردرچرخ میتوان به کنترلپذیری بالا، بازده بالا در حالت موتور و ژنراتوری، سرعت بالای پاسخ سیستم و همچنین گشتاور بالای در دسترس جهت بهکارگیری در ترمز احیاکننده اشاره کرد [۶].

از سوی دیگر سعی و تلاش صنعتگران خودرو بر این است که با استفاده از سیستمهای کنترلی، بازده و ایمنی خودرو را افزایش دهند. یکی از مانورهای پرتکرار خودرو، حالت ترمزگیری است که حساسیت و توجه زیادی را به منظور افزایش ایمنی خودرو معطوف خود ساخته است. از طرفی، این مانور از جمله مانورهایی است که انرژی جنبشی در خودرو را به گرما تبدیل کرده و تلف میکند. در خودروهای الکتریکی، جهت کاهش تلفات خودرو و افزایش بازده انرژی، از ترمز احیاکننده استفاده میشود. در این حالت موتور در حالت ژنراتوری عمل کرده و باعث ایجاد گشتاور ترمزی میشود و ترژی احیاشده به باتری بازخواهد گشت [۷]. میزان انرژی بازگشتی به سهم توان و همچنین بازده موتور در حالت ژنراتوری بستگی دارد. بازده موتور در توان و همچنین بازده موتور در حالت ژنراتوری بستگی دارد. بازده موتور در میتاون ایکتریکی احیاکننده از کل گشتاور ترمز مورد نظر راننده، مسیر انتقال توان و همچنین بازده موتور در حالت ژنراتوری بستگی دارد. بازده موتور در میتاون در مالی و موتوری و چه در حالت ژنراتوری دارای نقشه عملکرد الکتریکی چه در حالت موتوری و چه در حالت ژنراتوری دارای نقشه عملکرد میتاند و شرایط و عملکرد و همچنین بازده موتور در هر کدام از نقاط کارکرد

بیشینه توان ترمزی برای ایجاد ایمن ترین حالت ممکن، در حالتی است که سیستمهای کنترل کننده گشتاور ترمز از حداکثر ظرفیت چسبندگی بین تایر و جاده استفاده کنند. بیشترین ظرفیت تایر در مقادیر لغزش مشخصی رخ میدهد که این میزان به شرایط سطح تایر و جاده، نیروی عمودی تایر و سرعت خودرو وابسته است[۹]. یکی از بزرگترین چالشهای طراحان خودروهای الکتریکی، افزایش بازده خودروهای الکتریکی و در نتیجه افزایش مقدار بیشینه پیمایش خودرو است. یکی از مواردی که با این هدف، بسیار به آن پرداختهشده، مدیریت ترمزگیری است. این بدین معنی است که با تخمین میزان گشتاور دلخواه راننده و حداکثر میزان چسبندگی ممکن با در نظر گرفتن وضعیت تایر و جاده، مقدار مورد نیاز گشتاور ترمزی را طبق الگوهای مختلف ترمزگیری، بین سیستم ترمز مکانیکی و ترمز احیاکننده

تقسیم می کند. نقطه کلیدی در این گونه عملیات ترمز گیری، دقت در تخمین ظرفیت لحظهای چسبندگی بین تایر و جاده، مقدار لغزش بهینه و نحوه تقسیمبندی است.

با هدف استفاده از بیشترین ظرفیت تایر و جاده در حالت ترمزگیری، کنترل کننده های متفاوتی طراحی شده است[۱۲–۱۰]. در مرجع [۱۳]، با استفاده از کنترل کننده مد لغزشی همراه با ضرایب فازی، عملکرد سیستم ترمزگیری بهبود یافته است. این مقاله با هدف استفاده از سیستم ترمزگیری و گشتاور احیاکننده، جهت مدیریت عملیات ترمزگیری نگاشته شده است. در این مقاله توضیح کاملی در خصوص میزان گشتاوری که راننده درخواست دارد، داده نشده و اینکه حداکثر ظرفیت بین تایر و جاده در تقسیمبندی گشتاور ترمزی بین ترمز احیاکننده و سیستم ترمز، در نظر گرفته نشده است. در مطالعه دیگر، با استفاده از مدلسازی مربوط به موتور و کنترل کنندههای مدل پیش بین و کنترل کننده مد لغزشی موفق شدند در شبیه سازی، میزان انرژی برگشتی از موتور به باتری حین ترمزگیری در دو حالت ترمزگیری معمولی و ترمزگیری اضطراری را افزایش دهند؛ اما در این مقاله از مدل سازی ممکن با فرضیات و عدم قطعیتهای فراوان استفاده شده است. این عامل باعث می شود تا در واقعیت، کنترل کننده در خصوص گشتاور آنی موردنیاز دچار خطا شود و در نتیجه نحوه تخصیص گشتاور ترمزی و عملکرد سیستم ترمز با خطا همراه شود [۱۴]. همچنین در [۱۵]، اقدام به كنترل فشار پیستون ترمز با استفاده از ماژول هیدرولیكی شده است. این امر با استفاده از کنترل بهینه مد لغزشی همراه با مدلسازی هیدرولیکی ماژول هیدرولیک، انجامشده است. با توجه به این مطالعه، کنترل لغزش شامل دو بخش کنترلی است. خروجی بخش اول، کنترل گشتاور مورد نیاز است تا لغزش دلخواه را ایجاد کند. خروجی بخش دوم، کنترل شیرهای هیدرولیک ماژول هيدروليک است تا ميزان گشتاور مرحله قبل را ايجاد کند. نتايج و خطاهای ارائهشده بهمنظور بررسی مقاومت کنترل کننده طراحی شده، مربوط به بخش دوم است. نتایج مذکور در بازه قابل قبولی است. ازاینرو خروجی اوليه كنترل يعنى تعيين كشتاور لحظهاى بهينه، بايستى بهدرستى انجام شود تا نتيجه كلى قابل قبول باشد. در مقاله ياد شده به اين بحث به اندازه كافي و شایسته پرداخته نشده است. در مرجع [۱۶]، با طراحی و آزمایش انجامشده از استراتژی ترمزگیری موازی برای ترمزگیری استفاده شده است. در این مطالعه، با به کارگیری روشی جدید، از مقدار ثابت گشتاور احیاکننده، همزمان با سیستم ترمزگیری مکانیکی استفاده شده تا شرایط لغزش کنترل شود. در این تحقیق علیرغم دستیابی نزدیک به میزان شتاب ترمزی مناسب، از

بسیاری از عوامل تاثیرگذار بر مقدار مجاز گشتاور احیاکننده مانند وضعیت باتری و محدودیتهای استاندارد چشم پوشی شده است. از آنجایی که یکی از مهمترین ملاحظات در طراحی سیستم ترمز و استراتژی ترمزگیری، الزامات استانداردی است، در یک تحقیق با در نظر گرفتن این الزامات و همچنین حالت رانندگی راننده (اقتصادی، معمولی) با بهره گیری از منطق فازی اقدام به طراحی استراتژی ترمزگیری شده است[۱۷]. نتایج نشاندهنده بهبود در پیمایش خودرو و بازده کلی خودرو بود. اما در این مطالعه محدودیتهای سیستم مکانیکی انتقال گشتاور، محدودیتهای باتری خودرو در نظر گرفته نشده است. از سوی دیگر، نتایج برای ترمزگیری شدید نیز ارائه گردیده است اما به راهکار عملی برای پیادهسازی این سیستم و اجرای سهم گشتاور ترمز هیدرولیکی و الکتریکی بدون تداخل در یکدیگر اشاره نشده است. یکی از روشهای نوین طراحی استراتژی ترمزی، بهره گیری از کنترل پیش بین است. در نمونهای از این مطالعات، تمرکز بر کنترل لغزش و پایداری طولی بوده و از محدودیتهای اجرایی، محدودیتهای سیستم ترمزگیری و انتقال قدرت چشمپوشی شده است. نتایج ارائهشده نشاندهنده میزان خطای قابلقبول در کنترل لغزش حین ترمزگیری است. در این مطالعه برای حل معادله انرژی در کنترل کننده پیش بین از روش بهینه سازی ازد حام ذرات استفاده شده است که به دلیل ماهیت این روش حل، پیادهسازی چنین روشی بهصورت صنعتی دشوار به نظر میرسد [۱۸].

بهبود بازده کلی سیستم و عدم وجود یک استراتژی ترمزگیری جامع و بهینه برای خودروهای الکتریکی با موتوردرچرخ با در نظر گرفتن تمامی قیود و الزامات، نویسندگان این تحقیق را برآن داشت تا این مطالعه انجام شود. در این تحقیق ابتدا به معرفی مدل نصف خودروی الکتریکی با پنج درجه آزادی جهت مدلسازی دینامیک طولی خودرو پرداخته میشود. مدلسازی انجامشده بر اساس یک خودروی نمونه است که از موتورهای درچرخ در محور عقب سود میبرد. مدلسازی جنبههای دینامیک طولی و مصرف انرژی در خودروی الکتریکی را شامل میشود. سپس با استفاده از مدل توسعهیافته، کنترل کننده غیرخطی پیش بین طراحی و مورد استفاده از قرار می گیرد تا میزان گشتاور ترمزگیری را کنترل کند. با در نظر گرفتن مقدار گشتاور لازم برای ایجاد بیشینه شتاب ترمزی، استراتژی ترمزگیری با خطاحایمن است، بایستی استراتژی ترمزگیری به نحوی طراحی گردد که خطا–ایمن است، بایستی استراتژی ترمزگیری به نحوی طراحی گردد که

در صورت بروز خطا در سیستم الکتریکی، سیستم ترمزگیری قادر به جبران خطا و حفظ ایمنی خودرو باشد. ازاینرو در این مقاله در طراحی استراتژی ترمزگیری از ظرفیت عملکرد تطابق گشتاور ترمزی و جبران تفاوتها در اکسل جلو و عقب (ای بی دی<sup>۲</sup>)، استفاده می شود. در نتیجه ایمنی کلی خودرو و عملکرد ترمزگیری خودرو بدون تغییر و در حالت ایمن باقی میماند. همچنین استراتژی پیشنهادی، سایر عوامل تأثیرگذار و یا محدودکننده بر میزان انرژی قابل بازیابی را نیز در نظر می گیرد. بدین منظور یک کنترل کننده دو مرحله مبتنی بر پیشبینی طراحی می گردد. در مرحله اول، با در نظر گرفتن دینامیک دورانی چرخهای جلو، مقدار فشار مناسب برای خطوط ترمز حاصل می شود. در مرحله دوم با در نظر گرفتن دینامیک دورانی چرخهای عقب، حداکثر ظرفیت جبران ای بی دی، قیود به کارگیری گشتاور احیاکننده الکتریکی و با روش بهینهسازی مقید، مقدار گشتاور الکتریکی احیاکننده بهینه بهدست میآید. در پایان، عملکرد استراتژی ترمزگیری از دیدگاه بازده کلی خودرو و بازگشت انرژی به باتری برای خودروی مجهز به موتوردرچرخ، شرح داده می شود. با توجه به مزیت های روش پیشنهادی این مقاله به دلیل در نظر گرفتن محدودیتهای سطح خودرو و زیر سیستمها، الزامات استانداردی، الزامات ایمنی، محدودیتهای ایجادشده توسط جاده، معرفی راهکار پیادهسازی و استفاده از روش حل جبری برای معادله انرژی در تابع پیش بین، قابلیت استفاده صنعتی و کاربرد در خودروهای برقی مجهز به موتوردرچرخ را به صورت مستقل دارد.

ادامه این مقاله بدین شکل سازمان دهی شده است که مدل سازی چرخه انرژی در خودروی الکتریکی و مدل سازی های مربوط به مدل پنج درجه آزادی در بخش ۲ ارائه شده است. طراحی استراتژی ترمزگیری در بخش ۳ آورده شده است. در بخش ۴، استراتژی ترمزگیری طراحی شده در بستر شبیه سازی شده به کار گرفته می شود و تأثیر عملکرد آن در بیشینه پیمایش خودرو در چرخه استاندارد و بازده کلی خودرو نشان داده می شود. در بخش ۵ نیز نتیجه گیری و جمع بندی انجام شده است.

### ۲- مدلسازی خودرو

یکی از جنبههای عملکردی مهم یک خودروی الکتریکی، عملکرد ترمزگیری آن است. این عملکرد از دو دیدگاه ایمنی و مصرف انرژی ارزیابی میگردد. از مهمترین شاخصهای عملکردی-ایمنی در خودرو، شتاب ترمزی، طول خط ترمز و پایداری خودرو حین ترمزگیری است. در حین ترمزگیری،

<sup>1</sup> Particle swarm optimizatio

<sup>2</sup> Electronic brakeforce distribution

انرژی جنبشی خودرو بایستی کاهش یابد. در خودروهای الکتریکی سعی بر این است تا بیشترین میزان از انرژی جنبشی خودرو حین ترمزگیری احیا شده و در باتری ذخیره گردد. از پارامترهای کلیدی در پیادهسازی استراتژی بهینه ترمزگیری، علم به حداکثر شتاب ترمزی ممکن، حدود بهینه جریان شارژ باتریها و همچنین حداکثر میزان انرژی قابلپذیرش باتری است. ازاینرو بهمنظور طراحی استراتژی و کنترل کننده مناسب، نیاز به پیادهسازی مدل مناسب است. در این مقاله بهمنظور شبیهسازی و به کارگیری استراتژی پیشنهادی یک خودرو الکتریکی مجهز به تکنولوژی موتوردرچرخ در محور عقب بهعنوان خودروی نمونه انتخابشده است و مدلسازیهای پیش رو بر اساس این خودرو انجام میشود.

### ۲- ۱- مدلسازی چرخه انرژی در خودروی الکتریکی

در یک خودروی الکتریکی، عموماً انرژی الکتریکی از باتری به کنترل کننده موتور میرسد و سپس با تغییر حالت به سه فاز، وارد موتور میشود. موتور انرژی الکتریکی را به مکانیکی تبدیل میکند. انرژی مکانیکی دورانی به جعبهدنده منتقل شده و با کاهش دور و افزایش گشتاور، وارد دیفرانسیل میشود. دیفرانسیل با تقسیم توان بین دو چرخ راست و چپ باعث دوران چرخها میشود. دوران چرخها و ایجاد لغزش بین تایر و جاده، باعث ایجاد نیرو شده که این نیرو حرکت خودرو را در پی خواهد داشت. در هرکدام از حالات انتقال، تغییر، تبدیل و تقسیم انرژی، بخشی از انرژی تلف می شود. در خودروهای الکتریکی با پیشرانه موتوردر چرخ، بسیاری از این المانهای واسط و مبدل انرژی حذف می شوند.

بهمنظور بررسی مصرف انرژی در خودروهای مجهز به موتوردرچرخ، نیروهای مقاومتی خودرو بهصورت زیر مدلسازی میشوند[۶].:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho c_d A_f v_x^2 \tag{1}$$

$$F_{Ri} = f_R \ F_{zi} \quad i = f, r \tag{(Y)}$$

که  $F_a$  مقدار مقاومت آئرودینامیک،  $c_d$  ضریب کشش آئرودینامیک  $v_x$  مقدار مقاومت آئرودینامیک موثر روبه روی خودرو،  $v_x$  محودرو،  $\rho$  جگالی هوا، A مساحت سطح مؤثر روبه روی خودرو،  $F_{Ri}$  و  $F_{zi}$  به سرعت طولی خودرو،  $f_r$  ضریب مقاومت غلتشی تایر، تایر میباشند. توجه ترتیب نیروی عمودی و نیروی مقاومت غلتشی هر تایر میباشند. توجه

شود که اندیس i به تایر جلو (f) و تایر عقب (r) اشاره دارد. همچنین، مجموع نیروهای وارده در راستای طولی خودرو به صورت زیر است[8].

$$F_{x} = 2(F_{tf} + F_{tr} - F_{Rf} - F_{Rr}) - F_{a}$$
(\vee)

که  $F_{tr}$  و  $F_{tr}$  به ترتیب نیروی طولی هرکدام از تایرهای جلو و عقب خودرو و  $F_{tr}$  برآیند کل نیروهای طولی وارد بر خودرو است. نکته دیگری که در تحلیل بازده کلی خودرو بایستی در نظر گرفته شود، بازده تبدیل و انتقال توان در سطح تماس تایر و جاده است. به جهت مدل سازی چرخه انرژی در خودرو الکتریکی و مدل سازی سطح تماس تایر و جاده و همچنین محاسبه میزان اتلاف انرژی در سطح تماس، مدل سازی زیر انجام می شود. مقدار توان در سر هر چرخ برابر است با:

$$P_{wi} = T_i \omega_i \quad i = f, r \tag{(f)}$$

که  $T_i$  و  $T_i$  به ترتیب گشتاور و سرعت زاویه ای هر چرخ است و  $P_{ii}$  ع  $T_i$  و  $T_i$  می شود. در  $P_{wi}$  برابر است با کل توان مکانیکی است که در هر چرخ ایجاد می شود. در حالت ترمزگیری کل توان مکانیکی  $P_{wi}$  برابر با  $P_{bi}$  و گشتاور  $T_i$  از نوع  $P_{ti}$  مرزی است. همچنین توان ایجاد شده توسط تایر برای حرکت طولی،  $P_{ti}$  برابر است با:

$$P_{ti} = v_r F_{ti} \qquad i = f, r \tag{(\Delta)}$$

نیروی طولی ناشی از تراکنش هر تایر با سطح جاده است. با توجه  $F_{ti}$  به روابط ارائهشده، بازده تراکنش سطح هر تایر با جاده،  $\eta_{Ti}$  ، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\eta_{Ti} = P_{ti} / P_{wi} \qquad i = f, r \tag{(5)}$$

در حالت ترمزگیری احیاکننده، مجموع توان احیاشده و اضافهشده به باتری،  $P_{R}$ ، بهصورت زیر است:

$$P_{R} = \sum \zeta \eta_{R} P_{bi} \qquad i = f, r \tag{Y}$$

<sup>1</sup> Motor control unit

که در آن  $\mathcal{L}$  سهم ترمز احیاکننده از کل انرژی ترمزگیری است که توسط استراتژی ترمزگیری تعیین می گردد. همچنین  $\eta_R$ ، بازده کل فرایند احیای انرژی حین ترمزگیری میباشد که طبق رابطه (۸) به دست می آید. از آنجایی که در خودروی نمونه مدنظر، موتورهای الکتریکی تنها در محور عقب خودرو قرار گرفتهاند، ترمز احیاکننده الکتریکی و بازده آن فقط برای محور عقب تعریف می شود.:

$$\eta_R = \eta_{Ch} \eta_{MC} \eta_M \eta_{Tr} \tag{A}$$

که در آن  $\eta_{Ch}$  بازده مربوط به شارژ سلولهای باتری است که وابسته به مقاومت داخلی سلولها و مقاومت الکتریکی اتصالات است.  $\eta_{MC}$  بازده کنترل کننده موتور و  $\eta_{Tr}$  بازده تراکنش تایرهای محور عقب و جاده است. همچنین  $\eta_M$  بازده موتور الکتریکی که رابطه آن بر اساس ساختار موتور بهصورت زیر است:

$$\eta_M = \frac{T_E \omega_E}{k_c T_E^2 + T_E \omega_E + k_i T_E + k_w \omega_E^3 + cl} \tag{9}$$

که  $T_E$  گشتاور موتور الکتریکی،  $\varpi_E$  دور موتور الکتریکی است. از آنجایی که در خودروی نمونه از موتوردر چرخ در محور عقب استفاده شده است، دور موتورهای الکتریکی با دور چرخهای محور عقب،  $\varpi_r$ ، برابر است. همچنین  $k_r$  تلفات مسی،  $k_i$  تلفات آهنی،  $k_w$  تلفات سیمپیچ و I مقدار ثابت تلفات مکانیکی در درون موتور الکتریکی است[۲۳]. در این حالت نرخ جریانی که به باتری وارد می شود به صورت رابطه زیر است:

$$C = \frac{T_E \,\omega_r \,\eta_R}{V_B C_{cell} P_B} \tag{(1)}$$

که  $C_{cell}$  ظرفیت نامی هر سلول و  $P_B$  تعداد سلول های موازی شده در پک باتری و  $V_B$  سطح ولتاژ پک باتری است. با شارژ باتری با نرخ جریان محاسبه شده، سطح شارژ باتری<sup>۲</sup> تغییر می کند. در ساده ترین مدل سازی باتری و سطح شارژ، میزان تغییرات سطح شارژ باتری در طول زمان به صورت زیر است:

$$SOC(t+\tau) = SOC(t) + \frac{\tau}{3600} \frac{T_E(t)\omega_r(t)\eta_R}{C_{cell} P_B S_B V_n}$$
(11)

که  $S_B$  تعداد سلولهای سری در پک باتری و  $V_n$  ولتاژ نامی سلول با تری و au متعداد سلولهای است. به منظور مدل سازی داخلی باتری، در این تحقیق از مدلهای توسعه داده شده و معتبر کتابخانه نرم افزار متلب سیمولینک استفاده شده است.

در خودروهای الکتریکی، وظیفه کنترل موتور الکتریکی بر عهده کنترل کننده موتور است. سیستم کنترل خودرو<sup>۲</sup> یک کنترل کننده بالادستی است که وظیفه مدیریت و پیاده سازی استراتژی های کنترلی را بر عهده دارد. به عنوان مثال برای پیاده سازی استراتژی ترمز گیری، سیستم کنترل خودرو و وظیفه مدیریت پیاده سازی استراتژی را بر عهده دارد. بدین گونه که با دریافت وضعیت زیر سیستم ها از جمله پک باتری، موتور الکتریکی و وضعیت سیستم پایداری دستور اعمال گشتاور الکتریکی را به کنترل کننده موتور میدهد. این دستور به صورت یک پیغام کدگذاری شده از طریق راه ارتباطی کن<sup>۳</sup> است که حاوی مقدار گشتاور هدف برای ایجاد ترمز الکتریکی است. از این پس کنترل کننده موتور وظیفه کنترل جریان و فاز موتور را دارد تا گشتاور دستوری سیستم کنترل مرکزی را ایجاد کند. شکل۱ ساختار کلی علی خودرو الکتریکی و ارتباطات مربوطه را نشان میدهد. محدوده تحقیق حاضر به وظایف و عملکرد سیستم کنترل مرکزی محدود میشود.

### ۲-۲- معرفی مدل پنج درجه آزادی

دستیابی به حداکثر شتاب ترمزی ممکن به دقت مدلسازی، نوع کنترلکننده گشتاور ترمز و پیادهسازی آن بستگی دارد. در این بخش به مدلسازی دینامیک طولی خودرو پرداخته می شود. مدل انتخاب شده، مدل پنج درجه آزادی، شامل تمامی دینامیک های تأثیر گذار در ترمزگیری در جاده مستقیم است. درجات آزادی شامل سرعت طولی کل خودرو ( $v_x$ )، جابه جایی عمودی جرم فنربندی شده (z)، جابجایی دورانی بدنه خودرو ( $\theta$ ) و دو حرکت دورانی چرخهای جلو ( $v_r$ ) و عقب ( $v_r$ ) است (شکل ۲).

هنگامی که تایر در حال غلتش است، نیروهای مقاومت غلتشی، نیروی جلوبرنده، نیروی ترمزی و گشتاور راهانداز و یا گشتاور ترمزگیری به تایر وارد می شود. از آنجایی که در این مقاله حالت ترمزگیری مورد بحث است، مدل سازی در حالت ترمزگیری انجام می شود. شکل ۳ نیروها و گشتاورهای وارده به چرخ مجهز به موتوردرچرخ را در حالت ترمزگیری نشان می دهد.

<sup>1</sup> State Of Charge

<sup>2</sup> Vehicle Control Unit

<sup>3</sup> Controller Area Network



شکل ۱. ساختار کلی یک خودروی الکتریکی مجهز به موتور در چرخ در محور عقب





شکل ۲.مدل خودرو با ۵ درجه آزادی در حال ترمزگیری با موتوردرچرخ در محور عقب





شکل ۳. شماتیک چرخ و نیروهای وارد بر آن در حین ترمزگیری

#### Fig. 3. Schematic of the wheel and the forces acting on it during braking

 $\sum_{r} z_{r}$  جابهجایی عمودی مرکز جرم فنربندی شده،  $z_{r}$   $z_{r}$  جابهجایی جرم فنربندی شده،  $z_{r}$  و  $l_{r}$  جابهجایی جرم فنربندی شده در محل اتصال سیستم تعلیق جلو و عقب،  $l_{f}$  و  $i_{r}$  فاصله مرکز ثقل خودرو تا اکسل جلو و عقب خودرو، همچنین  $\dot{z}_{r}$   $\dot{z}_{r}$  نرخ تغییرات این جابهجاییها،  $\theta$  مقدار زاویه تاب و  $\dot{\theta}$  نرخ تغییرات آن است.

$$F_{s_i} = K_i z_i + C_i \dot{z}_i \qquad i = f, r \tag{1Y}$$

و  $K_i$  به ترتیب ضرایب میرایی و فنریت،  $F_{s_i}$  نیروی عمودی دینامیک سیستم تعلیق است. درنتیجه معادله دینامیک شتاب عمودی خودرو،  $\ddot{z}$ ، بهصورت زیر نوشته می شود:

$$\ddot{z} = \frac{1}{m_s} \left( 2F_{sf} + 2F_{ssr} \right) \tag{1A}$$

که در رابطه فوق  $m_s$  مقدار مؤثر جرم فنربندی شده است. ازاینرو نیروی عمودی کلی روی تایرهای جلو و عقب برابر است با:

$$F_{z_i} = \frac{(l-l_i)}{2l}mg + Fs_i \qquad i = f, r \tag{19}$$

به طوری که m جرم کل خودرو، g شتاب گرانش، l فاصله طولی محور جلو تا عقب خودرو است. معادله مربوط به دینامیک پیچ به شکل زیر است:

با توجه به شکل ۳، معادله حاکم بر دینامیک دورانی چرخ بهصورت زیر است:

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{I_{wi}} \left( RF_{ii} - T_{bi} \right) \quad i = f, r \tag{11}$$

درحالی که R شعاع چرخ،  $T_{bi}$  گشتاور ترمزگیری،  $\dot{\omega}_i$  نرخ تغییرات سرعت زاویه ای چرخ و  $I_{wi}$  ممان اینرسی مجموعه اجزای گردنده است که می تواند شامل بخشی از موتور، دیفرانسیل، شفت درایو، پلوسها، رینگ و تایر باشد. در خودروهای دارای تکنولوژی موتوردرچرخ، ممان اینرسی اجزای گردنده به مجموعه چرخ و اجزا گردنده موتور محدود می شود.

میزان نیروی طولی چرخها وابسته به نیروی عمودی تایر است[۱۹]. معادلات حاکم جهت مدلسازی نیروی عمودی روی هر تایر به شرح زیر است:

$$z_f = z - l_f \theta \tag{17}$$

$$z_r = z + l_r \theta \tag{14}$$

$$\dot{z}_f = -l_f \dot{\theta} + \dot{z} \tag{10}$$

$$\dot{z}_r = l_r \dot{\theta} + \dot{z} \tag{18}$$

$$I_{v}\ddot{\theta} = m_{s}h_{s}\dot{v}_{x} - 2l_{f}F_{sf} + 2l_{r}F_{sr}$$

که  $ilde{ heta}$  شتاب زاویهای پیچ،  $I_y$  ممان اینرسی خودرو حول محور جانبی خودرو،  $\dot{v}_x$  ارتفاع مرکز جرم فنربندی شده و  $\dot{v}_x$  شتاب طولی خودرو است.

(٢٠)

در این مقاله، مدلسازی با هدف طراحی کنترل کننده علاوه بر حالات در نظر گرفته شده توسط بسیاری از مراجع [۲۲–۲۰]، زاویه تاب و سرعت زاویه ای تاب نیز به عنوان حالات مهم سیستم در ترمزگیری در نظر گرفته خواهد شد زیرا به دلیل انتقال بار دینامیکی و نوسانات ناشی از آن، عملکرد ترمزگیری هرکدام از چرخها تحت تأثیر قرار می گیرد. مدلسازی به صورت یکپارچه، باهدف کنترل میزان لغزش چرخهای جلو و عقب صورت می گیرد. مقدار لغزش در حالت ترمزگیری به شکل زیر محاسبه می شود:

$$\lambda_i = \frac{v_x - R\omega_i}{v_x} \quad i = f, r \tag{(Y1)}$$

که  $\lambda_i$  ضریب لغزش طولی هر چرخ، R شعاع چرخها،  $v_x$  سرعت  $\lambda_i$  طولی خودرو و  $\omega_i$  سرعت زاویه هر چرخ است. همچنین شتاب خودرو حین ترمز گیری با استفاده از رابطه زیر قابل حصول است:

$$\dot{v}_x = -\frac{F_x}{m} \tag{(TT)}$$

$$\lambda_{i} = \frac{-1}{\nu_{x}} \left[ \frac{F_{x}}{m} (1 - \lambda_{i}) + \frac{R^{2} F_{t_{i}}}{I_{wi}} \right] + \left( \frac{R}{\nu_{x} I_{wi}} \right) T_{b_{i}} \qquad i = f, r \quad \text{(YY)}$$

گشتاور ترمزی  $T_{b_i}$  برای چرخهای جلو و عقب به ترتیب بهصورت زیر است:

$$T_{bf} = T_{pf}, \qquad T_{br} = T_E + T_{\rm Pr} \tag{(74)}$$

در رابطه فوق 
$$T_E$$
 گشتاور ترمزی احیاکننده سیستم الکتریکی،  $T_E$  و در رابطه فوق  $T_E$  گشتاور ترمزی مکانیکی (اصلی) وارد بر چرخهای جلو و  $T_{Pr}$  به ترتیب گشتاور ترمزی مکانیکی (اصلی) وارد بر چرخهای جلو ،  $P_{oi}$  ، عقب میباشند.  $T_{Pi}$  تابعی از فشار روغن ترمز در مدار ترمز اصلی،

است:

$$T_{Pi} = C_{Pi} P_{oi} \quad i = f, r \tag{YD}$$

که در أن ضريب ثابت 
$$C_{Pi}$$
 به صورت زير تعريف شده است:

$$C_{Pi} = A_i r_i \mu_d \quad i = f, r \tag{(YF)}$$

بهطوری که  $P_i$  شعاع نقطه اثر بین لنت و دیسک،  $A_i$  سطح مؤثر پیستون ترمز در کالیبر سیستم ترمز و  $\mu_d$  ضریب اصطکاک بین لنت و دیسک است که ثابت در نظر گرفته می شود.

گشتاور ترمزی احیاکننده سیستم الکتریکی،  $T_E$ ، از دو بخش استاتیکی،  $T_{E}$ ، و دینامیکی،  $T_{Ed}$ ، تشکیل می شود:  $T_{Es}$ 

$$T_E = T_{Es} + T_{Ed} \tag{YY}$$

که در آن  $T_{Es}$  سهم تغییرات مجاز گشتاور ترمزگیری طبق استاندارد اجباری سیستم ترمز در اروپا است ([۱۸]) که عموماً در خودروهای الکتریکی بهصورت درصدی ثابت از کل گشتاور ترمزی، کی، به گشتاور ترمزی احیاکننده اختصاص داده میشود و درصورتی که عملکرد سیستم ترمز ضدقفل فعال شود، این مقدار به صفر متمایل میشود. همچنین گشتاور ترمز احیاکننده، استاییکی با استفاده از رابطه زیر بدست میآید:

$$T_{Es} = \zeta P_{of} \left( C_{pf} + C_{pr} \right) \tag{YA}$$

برای مدلسازی تایر و محاسبه نیروی  $F_{ti}$  مدلهای مختلفی ارائه شده است. مدلهای فیالا، داگوف، مدل پژکا و براش انواع مختلف مدلسازی تایر است[۱۹]. ازاین و سعی می شود تا دقیق ترین و درعین حال امکان پذیر ترین مدل سازی جهت بیان و محاسبه نیروی تایر به کار گرفته شود. پر کاربرد ترین مدل تایر، مدل جادویی پژکا<sup>۱</sup> است که در حالات مختلف ارائه شده است. فرض مدل سازی، حالت ترمز گیری در مسیر مستقیم است. در این حالت، نیروی طولی در حالت لغزش طولی خالص است که طبق معادلات (۲۹) تا فشار نامی تایر صرف نظر شده است.

<sup>1</sup> Pacejka magic formula

ثوابت 
$$q$$
 ،  $p$  و  $r$  در معادلات مدل سازی تایر، ضرایب مربوط به  
ویژگی های عملکردی تایر هستند. شرح هرکدام از ضرایب معادلات  
(۲۹) تا (۳۹) در مرجع [۱۹] ارائهشده است.  
با توجه روابط (۱۱) و (۲۲) تا (۲۷) معادلات حالت سیستم در مانور

ترمزگیری همراه با سیستم احیاکننده انرژی بهصورت زیر است:

$$\dot{x}_1 = f_1(X) \tag{(4.1)}$$

$$\dot{x}_{2} = f_{2}(X) + \frac{R}{x_{1}I_{wf}}C_{pf}u_{1}$$
(\*1)

$$\dot{x}_{3} = f_{3}(X) + \frac{R}{x_{1}I_{wr}} \Big[ C_{pr}u_{2} + u_{3} + T_{Es} \Big]$$
(47)

$$\dot{x}_4 = f_4(X) \tag{47}$$

$$\dot{x}_5 = f_5(X) \tag{44}$$

و 
$$X = \begin{bmatrix} x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_x, \lambda_f, \lambda_r, \theta, \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$$
 که 
$$I = \begin{bmatrix} u_1, u_2, u_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} P_{of}, P_{or}, T_{Ed} \end{bmatrix}^T$$

$$f_1 = F_x(x_1, x_2, x_3, x_4) / m,$$
 (fa)

$$f_{2} = \frac{-1}{x_{1}} \left[ \frac{F_{x}}{m} (1 - x_{2}) + \frac{R^{2} F_{tf}}{I_{wf}} \right]$$
(59)

$$f_{3} = \frac{-1}{x_{1}} \left[ \frac{F_{x}}{m} (1 - x_{3}) + \frac{R^{2} F_{tr}}{I_{wr}} \right]$$
(\*V)

$$f_4 = x_5 \tag{(\$\Lambda)}$$

$$f_{5} = \frac{1}{I_{y}} \left[ \frac{1}{2} m_{s} h_{s} x_{1} - l_{f} F_{sf} + l_{r} F_{sr} \right]$$
(\*9)

$$F_{ii} = D_{xi} \sin\left(C_{xi} \arctan\left(B_{xi}k_{xi} - E_{xi}\left(B_{xi}k_{xi} - \arctan\left(B_{xi}k_{xi}\right)\right)\right)\right) + .$$

$$+ S_{Vxi} \quad i = f, r$$
(Y9)

که ثوابت به شرح زیر است:

$$k_{xi} = \lambda_i + S_{Hxi} \quad i = f, r \tag{(7.)}$$

$$C_{xi} = p_{Cx1}\lambda_{Cx} \quad i = f, r \tag{(71)}$$

$$D_{xi} = \mu_{xi} F_{zi} \zeta_1 \quad i = f, r \tag{(TT)}$$

$$\mu_{xi} = \left(p_{Dx1} + p_{Dx2}df_{zi}\right)\left(1 - p_{Dx3}\gamma^2\right)\lambda_{max}^* \quad i = f, r^{(\text{MM})}$$
سایر ثوابت به صورت زیر است:

$$\begin{split} E_{xi} = & \left( p_{Ex1} + p_{Ex2} \, df_{zi} + p_{Ex3} df_{zi}^2 \right) \left( 1 - p_{Ex4} sign(k_{xi}) \right) \lambda_{Ex} \\ i = f, r \end{split}$$
 (TF)

$$K_{xki} = F_{zi} \left( p_{kx1} + p_{kx2} df_{zi} \right) \exp \left( p_{Kx3} df_{zi} \right) \lambda_{Kxki} \quad i = f, r \quad (\Upsilon\Delta)$$

$$\lambda_{Kxki} = \left(B_{xi}C_{xi}D_{xi} \ at \ \lambda_x = 0 \ or \ C_{Fk}\right) \ i = f, r \tag{(77)}$$

$$B_{xi} = \frac{K_{xki}}{C_{xi}D_{xi} + \epsilon_x} \quad i = f, r \tag{(TY)}$$

$$S_{Hxi} = \left(p_{Hx1} + p_{Hx2}df_{zi}\right)\lambda_{Hx} \quad i = f, r \tag{7A}$$

$$S_{Vxi} = F_{zi} \left( p_{Vx1} + p_{Vx2} df_{zi} \right) \lambda_{vx} \lambda_{max} \zeta \quad i = f, r \qquad (\texttt{M9})$$

,

### ۳- طراحی استراتژی ترمزگیری

در این بخش به طراحی استراتژی ترمزگیری برای خودروی الکتریکی مجهز به موتوردرچرخ پرداخته می شود. به دلیل انعطاف کاربری موتوردرچرخ، نمونهها و حالات امکان پذیر متفاوتی برای ساخت خودروی الکتریکی با این فنّاوري وجود دارد. در اين مقاله، يک خودرو الکتريکي با فنّاوري موتوردرچرخ بهعنوان خودرو نمونه انتخاب شده است که از دو موتور الکتریکی در چرخهای عقب بهره میبرد. خودروی مزبور دارای سیستم کنترل پایداری (ای اس پی ) است که دارای عملکردهای سیستم ضد قفل (ای بی اس ) و سیستم توزیع نیروی ترمزی است. مهم ترین اهداف در طراحی استراتژی ترمزگیری، ایمنی در عملکرد و بهبود مصرف انرژی در ضمن حفاظت از باتری است. از آنجایی که سیستم ترمز وظیفه حفظ ایمنی را بر عهده دارد، سخت گیرانه ترین استانداردها در خودرو را معطوف خودساخته است. در خودروهای برقی، طراحان سیستمهای ترمز تلفیقی مکانیکی و احیاکننده باید بسیاری از اجبارات قانونی را در نظر بگیرند. یکی از مهمترین استانداردها و قوانین اجباری برای سیستم ترمز، استاندارد اجباری اتحادیه اروپا است. در این استاندارد اشاره شده که سیستم ترمز احیاکننده میتواند جزئی از سيستم ترمز اصلى باشد و يا نباشد . سيستم ترمز اصلى بايستى بالاترين سطح ایمنی در خودرو را داشته باشد که سخت گیرانه ترین استاندارد خودرو را شامل می شود و تمامی اجزا سیستم ترمز اصلی بایستی بالاترین سطح ایمنی<sup>۳</sup> را داشته باشد. درصورتی که سیستم ترمز احیاکننده جزئی از سیستم ترمز اصلی باشد، بایستی تمامی الزامات استاندارد مذکور را ارضاء کند. ارضاء کردن بندهای مربوط به استاندارد یادشده در بالاترین سطح ایمنی، نیازمند هزینههای بالای تحقیق و توسعه، سرمایهگذاری و افزایش قیمت بیاوام ٔ محصول است. درصورتی که سیستم ترمز احیاکننده جزئی از سیستم ترمز اصلی نباشد (نوع A)، نباید در صورت حذف ناگیهانی این منبع ایجاد گشتاور ترمزی، در پیشبینی رفتار خودرو توسط راننده خللی ایجاد شود. ازاینرو عموماً در این حالت، مقدار گشتاور سیستم ترمز را حدوداً بین ۱۵ تا ۲۰ درصد (۵) کل گشتاور ترمزگیری در نظر می گیرند. همان طور که در بخش قبل اشاره شد، در مطالعه حاضر این مقدار با نام گشتاور ترمزگیری احیاکننده استاتیکی، ، شناخته میشود. در طراحی استراتژی ترمزگیری سعی میشود با در نظر گرفتن محدودیتهای مربوط به ایمنی و باتری، بیشترین میزان

بازگشت انرژی حین ترمزگیری ایجاد گردد. راهکار پیشنهادی این مقاله جهت افزایش ظرفیت گشتاور ترمزگیری احیاکننده ضمن حفظ ایمنی خودرو، استفاده از ظرفیت جبران توزیع گشتاور ترمزی سیستم ترمز است. ازاینرو این گشتاور احیاکننده جزء سیستم ترمز اصلی خودرو دستهبندی نخواهد شد (نوع A) زیرا در صورت حذف ناگهانی آن با سیستم ایبیدی جبران میشود.

### ۳- ۱- ظرفیت جبران توزیع گشتاور ترمزی سیستم ترمز

در روند توسعه سیستم ترمز، سیستم کنترل پایداری طولی و جانبی خودرو توسعه یافته است. عملکردهای این سیستم با کنترل فشار روغن ترمز توسط ماژول هیدرولیکی انجام می گیرد. با توجه به محل مرکز ثقل و دینامیک خودرو حین ترمزگیری، مقدار گشتاور ترمزگیری مناسب برای چرخهای جلو با عقب متفاوت است. این تفاوت با ثابت در نظر گرفتن فشار خطوط روغن ترمز جلو و عقب و با طراحی متفاوت مجموعه دیسک و کالیپر ترمز ایجاد می گردد. هنگامی که ضریب اصطکاک سطح در محل تماس چرخهای جلو با عقب متفاوت باشد و یا مقدار بار عمودی بارگذاری به صورت متوازن بین محور چرخهای جلو و عقب توزیع نشده باشد، توزیع گشتاور ترمزی طراحی شده، نمی تواند مقدار بهینهای برای توزیع گشتاور ترمزی در محور جلو و عقب باشد. ماژول هیدرولیک وظیفه جبران این اتفاق و تغییر فشار روغن خطوط جلو و عقب را بر عهده دارد و فشار خطوط عقب به جلو را به نسبت می رساند. این عملکرد که با نام ایبیدی شناخته می شود عموماً از دو طریق انجام می شود. اگر در ترمزگیری و فعال شدن سیستم ضدقفل، وضعیت متفاوتی از حالت طراحی، (نوع بارگذاری و مقدار ضریب اصطکاک جلو و عقب) توسط سیستم تشخیص داده شود، مقداری از روغن داخل خط عقب سيستم ترمز به جمع كننده فشار پايين بازمى گرداند و فشار خط روغن محور عقب کاهش می یابد تا در ترمزگیری تعادل ایجاد شود و اصول دینامیکی ترمزگیری حفظ گردد. میزان افت فشار به قدرت پمپ و همچنین حجم جمع کننده وابسته است [۲۴]. حداقل میزان این محدودیت بایستی بهصورتی باشد تا با بیشترین میزان تغییر بار ممکن روی اکسل جلو و عقب خودرو مطابقت داشته باشد. یکی از شاخصهای طراحی سیستم ترمز و عملکرد ایبیدی در نظر گرفتن حالتی است که بیشترین بار ممکن روی اکسل جلو قرارگرفته و هم زمان اکسل عقب دارای کمترین بار عمودی ممکن است. ازاینرو با در نظر گرفتن شرایط طراحی فوق، بهمنظور شرايط حتمى ايجاد اختلاف گشتاور، ميزان ظرفيت ايجاد اختلاف

<sup>1</sup> Electronic stability program

<sup>2</sup> Anti-lock braking system

<sup>3</sup> ASIL D

<sup>4</sup> Bill of material

فشار روغن سیستم ترمز مجهز به ایبیدی قابل محاسبه است که با مقایسه میزان پخش بار عمودی در حالت توزیع بار یکنواخت عادی و بیشترین حالت ممکن بارگذاری روی محور جلو نسبت به عقب خودرو، حاصل میشود. با در نظر گرفتن حالت طراحی (خودرو با پنج سرنشین) و پارامترهای خودروی نمونه، ثابت طراحی سیستم ترمز، ، بهصورت زیر محاسبه میشود که در واقع بیانگر نسبت گشتاور ترمزی ناشی از فشار نرمال روغن ترمز، ، در چرخهای جلو و عقب است[۲۵].

$$F_{AR} = \frac{A_f r_f}{A_r r_r} \tag{(a.)}$$

بیشترین تغییرات در نسبت بین گشتاور ترمز جلو و عقب زمانی مورد نیاز است که خودرو تنها با تعداد سرنشینان مجاز جلو خودرو و با حداکثر وزن ممکن در حال ترمزگیری است و سرنشینی در عقب و باری در صندوق عقب خودرو قرار ندارد. در این حالت بر اساس قانون پایداری ترمزگیری نسبت تقریبی گشتاور موردنیاز در چرخهای جلو و عقب خودرو برابر است با:

$$\frac{T_{bf}}{T_{br}} \ge \frac{F_{zf}^*}{F_{zr}^*} \tag{(a)}$$

و عقب در حالت جدید  $F_{zr}^{*}$  و  $F_{zr}^{*}$  نیروی عمودی روی چرخهای جلو و عقب در حالت جدید است که با در نظر گرفتن تغییر بار ناشی از شتاب منفی طراحی،  $d_{b}$ ، و تغییر  $\theta^{*}$  ،ار ناشی از جابهجایی طولی مرکز ثقل خودرو در نقطه بیشینه زاویه تاب،  $\theta^{*}$  ، حین ترمزگیری به صورت زیر است:

$$F_{zf}^{*} = \frac{1}{2L} [m^{*}g(l_{r}^{*} + h_{s}^{*}\sin(\theta^{*})) + m_{s}^{*}d_{b}h_{s}^{*}]$$
 (57)

$$F_{zr}^{*} = \frac{1}{2L} [m^{*}g \left( l_{f}^{*} - h_{s}^{*} \sin \left( \theta^{*} \right) \right) - m_{s}^{*} d_{b} h_{s}^{*}]$$
 ( $\Delta \Upsilon$ )

توجه شود که مقادیر ستارهدار مربوط به حالت جدید و پس از بارگذاری یاد شده است. از آنجایی که در این حالت ای بی دی فعال می شود و با در نظر گرفتن نسبت طراحی سیستم،  $F_{AR}$  و رابطه بین گشتاور و فشار روغن ترمز در خطوط ترمز (۵۰)، رابطه زیر برقرار می شود:

$$\frac{P_{of}^{*}A_{f}r_{f}}{P_{or}^{*}A_{r}r_{r}} \ge \frac{m^{*}g(l_{r}^{*}+h_{s}^{*}\sin(\theta^{*})) + m_{s}^{*}d_{b}h_{s}^{*}}{m^{*}g(l_{f}^{*}-h_{s}^{*}\sin(\theta^{*})) - m_{s}^{*}d_{b}h_{s}^{*}}$$
( $\Delta$ F)

که  $P_{or}^{*}$  و  $P_{or}^{*}$  به ترتیب فشار روغن هیدرولیک مناسب خطوط ترمز جلو و عقب در حالت بارگذاری جدید هستند. با در نظر گرفتن رابطه (۵۰) و (۵۴)، نسبت فشار بین خطوط ترمز جلو و عقب حاصل می شود.

$$\frac{P_{of}^{*}}{P_{or}^{*}} \ge \frac{1}{F_{AR}} \left[ \frac{m^{*}g(l_{r}^{*} + h_{s}^{*}\sin(\theta^{*})) + m_{s}^{*}d_{b}h_{s}^{*}}{m^{*}g(l_{f}^{*} - h_{s}^{*}\sin(\theta^{*})) - m_{s}^{*}d_{b}h_{s}^{*}} \right]$$
(20)

در این حالت ای بی دی فعال می شود و با ایجاد اختلاف فشار در خطوط ترمز جلو و عقب به مقدار  $D_p$  به ای بی اس برای کنترل لغزش کمک کند. مقدار  $D_p$  با استفاده از رابطه زیر به دست می آید:

$$D_p = P_{of}^* - P_{or}^* \tag{\Delta\mathcal{F}}$$

در این حالت  $P_{of}^*$  با فشار عادی خط قبل از فعال شدن ای بی دی برابر است زیرا عملکرد ای بی دی تنها میزان فشار روغن ترمز محور عقب را کاهش می دهد. با بیان نسبت فشار جدید عقب به جلو با علامت  $\Gamma^*$  و با برابر قرار دادن  $P_{of}^*$  با فشار عادی خط،  $P_o$ ، روابط زیر حاصل می شود:

$$D_p = P_o \left( 1 - \Gamma^* \right), \ P_{or}^* = \Gamma^* P_o \tag{(\Delta Y)}$$

با کاهش مقدار فشار به اندازه  $D_p$ ، از گشتاور ترمزی در چرخهای عقب بهاندازه  $T_{Dp}$  کاسته میشود. در واقع  $\Gamma^* = 1 - \Gamma$  بیانگر ظرفیت بیشینه سیستم ای بی دی جهت جبران مقدار تغییرات فشار روغن است. در حالت کلی مقدار گشتاور معادل این ظرفیت،  $T_{Dp}$ ، به صورت رابطه زیر است:

$$T_{Dp} = P_o C_{pr} \left( 1 - \Gamma^* \right) \tag{\DeltaA}$$

در این مقاله، در طراحی استراتژی ترمزگیری با ترمز احیاکننده برای خودروی نمونه با موتوردرچرخ در محور عقب، تلاش می شود تا از این بیشینه ظرفیت (  $\Gamma = \Gamma$  ) استفاده شود و به هنگام ترمزگیری، عملکرد ای بی دی



شکل ۴. شماتیک نحوه عملکرد استراتژی ترمزگیری پیشنهادی



سیستم ترمز، از میزان فشار روغن خطوط ترمز مکانیکی در محور مجهز به موتوردرچرخ کاسته و موتورهای درچرخ، گشتاور احیاکننده ایجاد می کنند (حداکثر بهاندازه  $T_{Dp}$ ) تا لغزش در حد ایدهآل کنترل شود. مزیت بزرگ (حداکثر بهاندازه این استراتژی این است که اگر به هر دلیلی امکان ایجاد گشتاور احیاکننده توسط موتورهای درچرخ وجود نداشته باشد و سیستم پیشرانه الکتریکی با خطا رو به رو شود، سیستم ترمز و عملکرد ای یی خودرو پیشرانه الکتریکی با خطا رو به رو شود، سیستم ترمز و عملکرد ای یدی خودرو معفظ شود. لازم به ذکر است که در صورت استفاده از بوسترهای هوشمند نسل جدید در خودرو، میتوان گشتاور را جایگزین کند تا ایمنی کلی خودرو توان به سرعت میتواند این میزان گشتاور را جایگزین کند تا ایمنی کلی خودرو توان به سرعت میتواند این میزان گشتاور را جایگزین کند تا ایمنی کلی خودرو توان به سرعت میتواند این میزان گشتاور را جایگزین کند تا ایمنی کلی خودرو توان به سرعت میتواند این میزان گشتاور را جایگزین کند تا ایمنی کلی خودرو توان به سرعت میتواند این میزان گشتاور را جایگزین کند تا ایمنی کلی خودرو توان به سرعت میتواند این میزان گشتاور را جایگزین کند تا ایمنی کلی خودرو توان به مود. لازم به ذکر است که در صورت استفاده از بوسترهای هوشمند توان بوستر نامبرده استخراج کرد. در این صورت با به کارگیری استراتژی توان بوستر نامبرده استخراج کرد. در این صورت با به کارگیری استراتژی توان بوستر نامبرده استخراج کرد. در این صورت با به کارگیری استراتژی موان به موارد یادشده کل گشتاور الکتریکی امکان پذیر از دیدگاه ایمنی،  $T_{Ep}$ ، را

$$T_{Ep} = T_{Es} + T_{Dp} \tag{(a9)}$$

که  $T_{Dp}$  مقدار دینامیکی قابل جبران توسط ای بی دی است. در صورت اعمال این مقدار در حین ترمزگیری و با در نظر گرفتن رابطه (۱۱)، سطح

ولتاژ باتری در طول زمان 
$$au$$
 به بیشینه مقدار مجاز ممکن،  $SOC_p$ ، خواهد  
رسید. رابطه (۶۰) با در نظر گرفتن ظرفیت پک باتری، جریان شارژ و زمان  
شارژ بدست می آید:

$$SOC_{p}(t+\tau) = SOC(t) + \frac{\tau}{3600} \frac{(T_{Es} + T_{Dp})\omega_{r}(t)\eta_{R}}{C_{cell} P_{B}S_{B}V_{n}} \qquad (\mathcal{F} \cdot)$$

### ۳-۲- تخصیص گشتاور ترمزی بهینه

از آنجایی که خودروی نمونه موردنظر دارای موتور الکتریکی در محور عقب است، سیستم ترمز مکانیکی اصلی وظیفه ایجاد گشتاور ترمزگیری مناسب در محور جلو را بر عهده دارد. در محور عقب این مسئولیت به عهده سیستم ترمز مکانیکی و الکتریکی است. استراتژی ترمزگیری پیشنهادی از دو مرحله کنترل فشار به منظور کنترل گشتاور مکانیکی با در نظر گرفتن دینامیک چرخهای جلو و کنترل گشتاور الکتریکی با در نظر گرفتن دینامیک چرخهای عقب، تشکیل شده است. شکل۴ نشان دهنده نحوه عملکرد استراتژی پیشنهادی است.

$$\lambda_{f}(t+h) = \lambda_{f}(t) + h\dot{\lambda}_{f}(t) + \frac{h^{2}}{2!}\dot{\lambda}_{f}(t) + \dots + \frac{h^{k}}{k!}\lambda_{f}^{(k)}(t) \quad (\mathcal{FT})$$

مرتبه بسط k برابر با مجموع مرتبه کنترلی و درجه نسبی یک سیستم غیرخطی است [۲۹،۳۰]. با توجه به معادله (۴۱)، ورودی کنترلی  $P_{of}(t)$  در اولین مشتق خروجی  $x_2$  بهصورت صریح ظاهر می شود و بنابراین درجه نسبی سیستم برابر با یک است [۳۱]. در اینجا برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین، مرتبه کنترلی صفر در نظر گرفته شده به طوری که انرژی کنترلی در بازه پیشبینی ثابت مانده و مشتقات ورودی کنترلی در پیشبینی خروجی ظاهر نمی شود [۲۹]. از این رو سری تیلور مرتبه یک برای بسط لغزش طولی و مقدار مطلوب آن کافی است:

$$\lambda_{f}(t+h) = \lambda_{f}(t) + h\left(f_{2} + \frac{R}{v_{x}I_{wf}}C_{pf}P_{of}\right)$$
(54)

$$\lambda_{fd}\left(t+h\right) = \lambda_{fd}\left(t\right) + h\dot{\lambda}_{fd}\left(t\right)$$
(۶۵)

در ادامه روابط (۶۴) و (۶۵) در (۶۱) جایگزین شده تا شاخص عملکرد به صورت تابعی از ورودی کنترلی  $P_{of}\left(t
ight)$  به دست آید:

$$J_1(P_{of}) = \frac{1}{2} \left[ \frac{C_{pf} Rh}{v_x I_{wf}} P_{of} + \left( hf_2 + e_{\lambda_f} - h\dot{\lambda}_{fd} \right) \right]^2 \quad (\$\$)$$

بهطوری که  $\lambda_{f}=\lambda_{f}-\lambda_{fd}$  فطای ردیابی لغزش طولی است. سپس با اعمال شرط لازم برای بهینگی،

$$\frac{\partial J_1(P_{of})}{\partial P_{of}} = 0 \tag{FV}$$

با حل معادله فوق خواهیم داشت:

$$P_{of} = -\frac{I_{wf} v_x}{C_{pf} Rh} \left( e_{\lambda_f} + h f_2 - h \dot{\lambda}_{fd} \right)$$
(FA)

مرحله اول : كنترل فشار سيستم ترمز مكانيكي محور جلو در خودروی نمونه، گشتاور ترمزگیری در محور جلو توسط فشار روغن ترمز ایجاد می شود. در این حالت فشار روغن ترمز، قبل از ورود لغزش تاير به منطقه اشباع، متناسب با مقدار جابهجایی پدال ترمز است. درصورتی که مقدار لغزش تایر از مقدار بهینه معادل بیشترین چسبندگی عبور کند، عملکرد ایبیاس فعال می شود و فشار روغن ترمز را در مقدار بهینه کنترل می کند. در این مقاله از روش کنترل غیرخطی پیش بین برای طراحی سیستم کنترلی استفاده خواهد شد[۲۶-۲۶]. اساس کار این روش این است که پاسخ غیرخطی سیستم در یک بازه زمان بعدی توسط بسط سری تیلور پیش بینی شده و سپس قانون کنترلی در لحظه فعلی چنان پیدا می شود که خطای ردیابی پیش بینی شده مینیمم گردد. در ادامه یک قانون كنترلى غيرخطى بهينه مبتنى بر پيشبين براى رديابي لغزش طولى مطلوب چرخهای جلو ارائه می شود. به طور خلاصه، ابتدا در هر لحظه پاسخ غیر خطی لغزش چرخهای جلو برای بازه زمانی بعدی،  $\lambda_{f}\left(t+h
ight)$ ، توسط بسط سری تیلور پیشبینی شده و سپس دستور کنترل فعلی  $P_{of}\left(t
ight)$  بر اساس حداقل کردن خطای پیش بینی شده، به دست می آید. در اینجا h زمان پیشبینی بوده و یک عدد مثبت حقیقی میباشد. بدین منظور در ادامه شاخص عملكرد به شكل مرتبه دوم از خطاى پيش بين به صورت زير نوشته مىشود:

$$J_1(P_{of}) = \frac{1}{2} \left[ \lambda_f(t+h) - \lambda_{fd}(t+h) \right]^2 \tag{(5)}$$

به طوری که اندیس d نشان دهنده مقدار مطلوب می باشد. باید توجه داشت که به منظور دستیابی به ردیابی کامل، وزن روی ورودی کنترلی در شاخص عملکرد در نظر گرفته نشده است.. رابطه زیر به عنوان مدل مرجع لغزش طولی جهت ردیابی توسط کنترل کننده مورد استفاده قرار می گیرد[۲۱].

$$\lambda_{fd}(t) = \lambda_{opt} - \lambda_{opt} e^{-at}$$
(FY)

که در آن  $\lambda_{opt}$  مقدار لغزش طولی بهینه و a ثابت زمانی است. حال به منظور توسعه پاسخ پیش بینی شده به عنوان تابعی از ورودی کنترلی حال به منظور توسعه  $\lambda_{f}(t+h)$  موسط بسط تیلور مرتبه k توسعه داده خواهد شد:

$$V_{1} \leq -\frac{3}{4h}e_{\lambda_{f}}^{2} + h\Phi^{2} \leq -\frac{3}{2h}V_{1} + h\Phi^{2}$$
(VF)

با استفاده از لم مقایسهای [۳۲] و حل معادله دیفرانسیل مرتبه یک، معادله (۲۵) بهدست میآید:

$$V_{1} = \frac{1}{2} e_{\lambda_{f}}^{2} \leq \left[ V_{1}(0) - \frac{2}{3} h^{2} \Phi^{2} \right] e^{-\frac{3}{2h}t} + \frac{2}{3} h^{2} \Phi^{2}$$
(Y\Delta)

معادله (۷۶) نشان میدهد که مقدار خطای ناشی از نامعینیها به صورت یکنواخت در تمام زمان محدود بوده و به مجموعه بسته زیر همگرا می شود:

$$\left|e_{\lambda_{f}}\right| \leq \frac{2}{\sqrt{3}} h\Phi \tag{VF}$$

بنابراین با کاهش زمان پیشبین h، امکان کاهش خطای ردیابی وجود دارد. با در نظر نظر گرفتن هر < 3 با انتخاب  $\frac{\sqrt{\pi}\varepsilon}{r\Phi} > 1$ . در قانون کنترلی می توان نشان داد که مقدار خطا بسیار محدود خواهد بود یعنی قانون کنترلی می توان نشان داد که مقدار کنترل کننده با فرضیات مطرحشده از دیدگاه لیاپانوف اثبات می شود.

مرحله دوم : کنترل فشار سیستم ترمز مکانیکی محور عقب و کنترل گشتاور الکتریکی

$$\dot{\lambda}_{f} = f_{2} - \frac{1}{h} \left[ e_{\lambda_{f}} + h \left( \hat{f}_{2} - \dot{\lambda}_{fd} \right) \right] \tag{P9}$$

ازاینرو دینامیک خطای ردیابی لغزش طولی چرخهای جلو عبارت است از:

$$\dot{e}_{\lambda_f} + \frac{1}{h} e_{\lambda_f} = \left( f_2 - \hat{f}_2 \right) \tag{Y}$$

در حالت کلی می توان گفت که اختلاف مقدار واقعی  $f_2$  نسبت به مقدار نامی  $\hat{f}_2$  به دلیل وجود عدم قطعیتهای مدل خودرو و خطاهای اندازه گیری یا تخمین می باشد. اما از آنجایی که نیروی تایر یک نقش اساسی در رفتار دینامیک خودرو داشته و مقداری محدود دارد. بنابراین تابع  $f_2$  که دربر گیرنده نیروهای تایر، کران دار است و خواهیم داشت:

$$\left| f_2 - \hat{f}_2 \right| \le \Phi \tag{(Y1)}$$

به طوری که  $\Phi > 0$  مقداری ثابت است. دینامیک خطای (۲۰) را می توان با استفاده از کران بالای رابطه (۲۱) به فرم زیر نوشت:

$$\dot{e}_{\lambda_f} + \frac{1}{h} e_{\lambda_f} \le \Phi \tag{YY}$$

با تعریف تابع لیاپانوف  $V_{_{1}} = \frac{1}{2} e_{\lambda_{f}}$  و جایگذاری رابطه (۷۲) در مشتق آن، رابطه زیر حاصل میشود:

$$V_1 \leq -\frac{1}{h} e_{\lambda_f}^2 + \Phi \left| e_{\lambda_f} \right| \tag{97}$$

سمت راست معادله (۷۳) را می توان با نامعادله مشهور میتوان با نامعادله مشهور  $b = ma^r + b^r / fm$ برای هر a = b و  $b = ma^r + b^r / fm$ در نظر گرفتن  $m = \frac{1}{fh}$ 

طوری تعیین می گردد تا همزمان با کاهش فشار روغن بهینه چرخهای عقب، کنترل کننده گشتاور الکتریکی عملیات کنترل لغزش را برعهده گیرد. از سوی دیگر تلاش می شود تا گشتاور ترمزی الکتریکی به بیشینه میزان ممکن،  $T_{Dp}$ ، نزدیک شود. از این رو تابع انرژی کنترل کننده مرحله دوم به صورت زیر خواهد بود:

$$J_{2}(T_{Ed}) = \frac{1}{2} w_{1} \left[ \lambda_{r} \left( t + h \right) - \lambda_{rd} \left( t + h \right) \right]^{2} + \frac{1}{2} w_{2} \left[ T_{Ed} - \kappa T_{Dp} \right]^{2}, \quad \kappa = \frac{D_{p}^{*} - D_{p}}{D_{p}^{*}}$$
(VV)

بهطوری که ضرایب وزنی  $w_1$  و  $w_2$  مشخص کننده اهمیت عبارت متناظر با آن هستند. در حین ترمزگیری هنگامی که مقدار لغزش کمتر از مقدار بهینه آن باشد (عملکرد ضد قفل غیرفعال)،  $w_1$  برابر با صفر و  $w_2$  برابر با یک خواهد بود و زمانی که مقدار لغزش از مقدار بهینه عبور کند (عملکرد ضد قفل فعال)  $w_1$  و  $w_2$  برابر با یک خواهند بود. مشابه با روابط (۶۳) تا (۶۶) و در نظر گرفتن معادلات حالت (۴۰) تا (۴۹)، رابطه به صورت زیر بازنویسی می شود.

$$J_{2}(T_{Ed}) = \frac{1}{2} w_{1} \left[ \frac{Rh}{v_{x} I_{wr}} \left( C_{pr} \Gamma^{*} P_{o} + T_{Ed} \right) + \left( e_{\lambda_{r}} + h \left( f_{3} - \dot{\lambda}_{rd} \right) \right) \right]^{2} + \frac{1}{2} w_{2} \left[ T_{Ed} - \kappa T_{Dp} \right]^{2}$$
(YA)

بهطوری که  $\lambda_{rd} - \lambda_{rd} = \lambda_r - \lambda_{rd}$  خطای ردیابی لغزش طولی چرخهای عقب خودرو است. از عوامل تأثیرگذار بر عمر باتری، چرخههای-کوچک' ( عقب خودرو است. از عوامل تأثیرگذار بر عمر باتری، چرخههای-کوچک' ( مناسب سلول باتری را کاهش میدهد. از سوی دیگر، سلولهای باتری مناسب سلول باتری را کاهش میدهد. از سوی دیگر، سلولهای باتری محدوده نرخ شارژ مشخصی دارند (  $C_{max}$ ) و درصورتی که بیش از این محدوده شارژ شوند، عمر آنها به شدت کاهش مییابد و امکان رخداد سوانح محدوده شارژ شوند، عمر آنها به شدت کاهش مییابد و امکان رخداد سوانح میوار را ممکن می سازد. از اینرو در طراحی استراتژی ترمزگیری سعی میشود از ایجاد این پدیده جلوگیری شود. این جلوگیری به دو صورت میشود از ایجاد این پدیده و یا افزایش مقدار انرژی احیاکننده، میزان میشود. بدیهی است که در صورت عدم فعال شدن ترمز احیاکننده میال شدن ترمز احیاکننده و یا افزایش مقدار انرژی احیاکننده، میزان میشود. ایزگشتی به باتری و در نتیجه پیمایش خودرو با هر بار شارژ کاهش

مییابد[۳۳]. موارد یادشده قیودی هستند که در طراحی استراتژی ترمزگیری بایستی در نظر گرفته شوند. مقدار جریان الکتریکی که به سمت باتری طی فرایند ترمز گیری هدایت میشود به صورت زیر است:

$$C = \frac{\left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of}C_{pf} + \Gamma^* P_o C_{pr}\right)\right)\omega_r \eta_R}{V_B C_{cell} P_B} \tag{V9}$$

میزان نرخ جریان است. قید روی نرخ جریان به صورت زیر تعریف Cمی شود:

$$C_{\min} \le C \le C_{\max} \tag{(A*)}$$

حد نرخ شارژ شروع پدیده  $C_{min}$  بیشینه میزان نرخ شارژ مجاز، مجاز،  $C_{max}$  حد نرخ شارژ شروع پدیده چرخههای–کوچک است. با قرار دادن مقادیر معادل نرخ جریان شارژ، معادله (۸۰) به صورت زیر تغییر شکل مییابد:

$$g_{1}: \left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of} C_{pf} + \Gamma^{*} P_{o} C_{pr}\right)\right) \omega_{r} \eta_{R} - C_{max} V_{B} C_{cell} P_{B} \leq 0$$
(A1)

$$g_{2}:C_{min}V_{B}C_{cell}P_{B} - \left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of}C_{pf} + \Gamma^{*}P_{o}C_{pr}\right)\right)\omega_{r} \ \eta_{R} \leq 0$$
(A7)

که ک ک درصد مجاز تغییرات گشتاور ترمزگیری طبق استاندارد است. از سوی دیگر، عموما در خودروهای الکتریکی باتریها کامل شارژ و یا تخلیه نمی شوند. یکی از راهکارهای طراحان خودرو به منظور محافظت از سلولهای باتری و همچنین ایمنی و عملکرد مناسب خودرو، ایجاد محدودیت در سطح بالای ولتاژ باتری، SOC<sub>L</sub>، است.

$$g_{3}:SOC(t) + \frac{\tau}{3600} \frac{\left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of}C_{pf} + \Gamma^{*}P_{o}C_{pr}\right)\right)\omega_{r}(t)\eta_{R}}{C_{cell} P_{B}S_{B}V_{n}}$$
(AT)  
-SOC<sub>H</sub>  $\leq 0$ 

$$g_{4}:SOC_{L}-SOC(t) + \frac{\tau}{3600} \frac{\left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of}C_{pf} + \Gamma^{*}P_{o}C_{pr}\right)\right)\omega_{r}(t)\eta_{R}}{C_{cell} P_{B}S_{B}V_{n}} \leq 0 \quad (\Lambda \mathfrak{K})$$

<sup>1</sup> Micro-cycle

در ادامه، قانون کنترلی بهینه در حالت بدون قید و مقید استخراج می شود. **کنترل کننده بدون قید:** در این حالت قانون کنترلی بدون در نظر گرفتن قیود یاد شده به صورتی استخراج می شود که تابع عملکرد (۷۸) کمینه شود. با اعمال شرط بهینگی زیر، مقدار بهینه گشتاور ترمزی احیاکننده قابل دستیابی است:

$$\frac{\partial J_2(T_{Ed})}{\partial T_{Ed}} = 0 \tag{A0}$$

با حل معادله (۸۵) در حالت " بدون قید" مقدار گشتاور الکتریکی بهینه  $(\Lambda a)$  به صورت زیر محاسبه می *گ*ردد: ( $T_{Ed}$ )

$$T_{Ed} = \frac{\left[w_{2}\kappa T_{Dp} - w_{1}\left[\frac{R^{2}h^{2}}{v_{x}^{2}I_{wr}^{2}}C_{pr}\Gamma^{*}P_{o} + \frac{Rh}{v_{x}I_{wr}}\left(e_{\lambda_{r}} + h\left(f_{3} - \dot{\lambda}_{rd}\right)\right)\right]\right]}{w_{2} + w_{1}\frac{R^{2}h^{2}}{v_{x}^{2}I_{wr}^{2}}}$$
(AS)

جهت بررسی پایداری کنترل کننده ابتدا معادله خطا با استفاده از گشتاور خروجی کنترل کننده و جایگذاری در معادله حالت (۴۲) و در نظر گرفتن رابطه (۸۶) ، معادله زیر محاسبه می شود:

$$\dot{e}_{\lambda_{r}} + \frac{\mathcal{G}}{h} e_{\lambda_{r}} = (1 - \mathcal{G}) \left( \hat{f}_{3} - \dot{\lambda}_{rd} \right) + \left[ \kappa + \Gamma^{*} (1 - \kappa) \right] \frac{W_{2} \mathcal{G} I_{wr} v_{x} C_{pr} P_{o}}{W_{1} R h^{2}}$$
(AY)

$$\mathcal{G} = \frac{R^2 h^2}{\left(I_{wr}^2 v_x^2 + R^2 h^2\right)} \tag{AA}$$

در حالی که  $\mathcal{G}$  همیشه بین و ۱ است. علامت (<sup>^</sup>) بیانگر مقدار نامی مدل است. عدم قطعیتهای مدل و اندازه گیری ها و تخمین ها تفاوت بین مدل است. عدم قطعیتهای مدل و اندازه گیری ها و تخمین ها تفاوت بین  $f_3$  و مقدار نامی است. عبارت  $\hat{f}_3$  متناسب با اینرسی خودرو است و عبارت  $f_3$  و مقدار نامی است. عبارت  $\hat{f}_3$  متناسب با اینرسی خودرو است و عبارت  $f_3$  و مقدار نامی است. عبارت  $\hat{f}_3$  متناسب با اینرسی خودرو است و عبارت عبارت و عبارت  $f_3$  و مقدار نامی است. عبارت  $\hat{f}_3$  متناسب با اینرسی خودرو است و عبارت عبارت و عبارت و عبارت زیر مقدار نامی است. عبارت و عبارت و عبارت و عبارت زیر است محدود است. عبارت و عبارت و

$$\begin{split} \left| \left[ \kappa + \Gamma^* \left( 1 - \kappa \right) \right] \frac{w_2 \mathcal{G} I_{wr} v_x C_{pr} P_o}{w_1 R h^2} \right| &\leq Q_1 \quad , \end{split} \tag{A9} \\ \left| \hat{f}_3 - \dot{\lambda}_{rd} \right| &\leq Q_2 \end{split}$$

در حالی که  $Q_1$  و  $Q_2$  ثوابت مثبت هستند. از این رو دینامیک خطا را میتوان با در نظر گرفتن مقدار بیشینه ممکن مقادیر، به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_{\lambda_r} + \frac{g}{h} e_{\lambda_r} \le Q_1 + (1 - g)Q_2 \tag{9.}$$

به منظور ارزیابی پایداری کنترلکننده طراحی شده، تابع لیاپانوف به صورت زیر تعریف میشود:

$$V_2 = \frac{1}{2} e_{\lambda_r}^2 \tag{91}$$

با جایگذاری معادله (۹۰) در مشتق تابع لیاپانوف، معادله زیر به دست می آید:

$$\dot{V}_{2} \leq -\frac{\mathcal{G}}{h} e_{\lambda_{r}}^{2} + \left| e_{\lambda_{r}} \right| \left[ Q_{1} + (1 - \mathcal{G}) Q_{2} \right]$$

$$(97)$$

عبارت آخر سمت راست معادله (۹۲) را می توان با رابطه نامساوی b، a و b، a مقدار حقیقی  $ab \le ca^r + \frac{br}{cc}$  $\frac{9}{c} + cca^r + cca^r$ 

$$\begin{split} \dot{V}_{2} &\leq -\frac{\vartheta}{h} e_{\lambda_{r}}^{2} + \frac{\vartheta}{4h} e_{\lambda_{r}}^{2} + \frac{h}{\vartheta} \Big[ Q_{1} + (1 - \vartheta) Q_{2} \Big]^{2} \\ &\leq -\frac{3\vartheta}{4h} e_{\lambda_{r}}^{2} + \frac{h}{\vartheta} \Big[ Q_{1} + (1 - \vartheta) Q_{2} \Big]^{2} \\ &\leq -\frac{3\vartheta}{2h} V_{2} + \frac{h}{\vartheta} \Big[ Q_{1} + (1 - \vartheta) Q_{2} \Big]^{2} \end{split}$$

$$(\Im)$$

با استفاده از لم مقایسه [۳۲] و حل معادله دیفرانسیل مرتبه یک معادله (۹۳) معادله (۹۴) قابل دستیابی است:

$$V_{2} = \frac{1}{2} e_{\lambda_{r}}^{2} \leq \left[ V_{2}(0) + \frac{2h^{2}}{3\theta^{2}} \left[ Q_{1} + (1-\theta)Q_{2} \right]^{2} \right] e_{\lambda_{r}}^{\frac{3\theta}{2h}} + \frac{2h^{2}}{3\theta^{2}} \left[ Q_{1} + (1-\theta)Q_{2} \right]^{2}$$
(9.4)

معادله (۹۵) بیانگر این است که  $e_{\lambda_r}$  در تمامی زمانها محدود به مقدار زیر است:

$$\left|e_{\lambda_{r}}\right| \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{h}{\vartheta} \left[Q_{1} + (1 - \vartheta)Q_{2}\right] \tag{9a}$$

از این رو می توان اعلام کرد که برای هر  $\cdot < \mathfrak{F}$  و  $O < h < (\sqrt{3}\mathfrak{G})/2[Q_1 + (1-\mathfrak{G})Q_2]$  میتوان قانون کنترلی طراحی شده را به کار گرفت و خطای نهایی محدود خواهد بود ( $\mathfrak{F} \ge |\mathfrak{G}_2|$ ).

کنترل کننده بهینه مقید: به منظور دستیابی به مقدار بهینه گشتاور کنترلی مقید، معادله (۷۸) بایستی در حضور قیدهای (۸۱) تا (۸۴) حل شود. برای حل این معادله از تئوری کاروش– کان– تاکر، کی کی تی<sup>۱</sup>، استفاده شده است [۳۴].

$$\frac{\partial J_2}{\partial T_{Ed}} + \sum_{j=1}^4 p_j \frac{\partial g_j}{\partial T_{Ed}} = 0 \tag{95}$$

$$p_j g_j = 0, \qquad j = 1, \dots, 4 \tag{9Y}$$

$$g_j \le 0, \qquad j = 1, \dots, 4 \tag{9A}$$

$$p_j \ge 0, \qquad j = 1, \dots, 4 \tag{99}$$

درحالی که  $p_i$  ضرایب لاگرانژ هستند.

در حالت کلی شرایط کی کی تی برای مسائل با کمینه محلی لازم است. بااین حال از آنجایی که J<sub>2</sub> به صورت فرم مربعی با ضرایب مثبت تعریف شده است و قیود به صورت مرزهای بیشینه و کمینه تعریف شدهاند، تابع انرژی شکلی سهموی دارد و دارای نقطه کمینه یکتا است. این بدین معنی است که شرایط لازم برای بهینه بودن، کافی نیز است.

τ) 1 Karush–Kuhn–Tucker

به منظور استخراج مقدار بهینه مقید شرایط مربوط به قیود بایستی بر اساس رابطه (۸۱) و (۸۲)، قیود g، بررسی شود. درصورتی که مقدار بهینه یافته شده قیود را ارضاء کند، مقدار بهینه یافته شده صحیح است و عملیات بهینه یابی پایان پذیرفته است. در غیر این صورت موارد دیگر بایستی لحاظ گردد تا مقدار بهینه یافت شود. ازاین رو بایستی نتایج نامقید با شرایط قید گذاری چک شود. مقدار بهینه به صورت زیر قابل حصول است:

$$T_{Ed}^{*} = \begin{cases} \frac{1}{\omega_{r}} R_{r} C_{max} V_{B} C_{cell} P_{B} \\ -\zeta \left( P_{of} C_{pf} + \Gamma^{*} P_{o} C_{pr} \right) & \text{if } g_{1} > 0 \quad g_{2} \le 0 \\ \\ T_{Ed} & \text{if } g_{1} \le 0 \quad g_{2} \le 0 \\ \\ \zeta \left( P_{of} C_{pf} + \Gamma^{*} P_{o} C_{pr} \right) \\ -\frac{1}{\omega_{r}} R_{r} C_{min} V_{B} C_{cell} P_{B} & \text{if } g_{1} \le 0 \quad g_{2} > 0 \end{cases}$$
(\...)

درحالی که مقادیر در نظر گرفته شده در رابطه (۹۵) از قیود (۸۱) و (۸۲) و (۸۲) و (۸۲) و (۸۲) و  $T_{Ed}$  و  $T_{Ed}$  از (۸۶) استخراج شده است. با در نظر گرفتن قید سطح ولتاژ باتری ،  $T_{Ed}^{**}$ ، گشتاور کنترلی نهایی به صورت زیر حاصل می شود. درحالی که  $T_{Ed}^{**}$  از معادله (۱۰۰) استخراج شده است:

$$T_{Ed}^{**} = \begin{cases} 0 & if \\ & SOC(t) + \frac{r}{3600} \frac{\left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of}C_{pf} + 1^{*}P_{o}C_{pr}\right)\right)\omega_{r}(t)\eta_{R}}{C_{cell}P_{B}S_{B}V_{n}} > SOC_{H} \\ T_{Ed}^{*} & if \\ & SOC_{L} \le SOC(t) + \frac{r}{3600} \frac{\left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of}C_{pf} + 1^{*}P_{o}C_{pr}\right)\right)\omega_{r}(t)\eta_{R}}{C_{cell}P_{B}S_{B}V_{n}} \le SOC_{H} \\ T_{Ed}^{*} & if \\ & SOC(t) + \frac{r}{3600} \frac{\left(T_{Ed} + \zeta \left(P_{of}C_{pf} + 1^{*}P_{o}C_{pr}\right)\right)\omega_{r}(t)\eta_{R}}{C_{cell}P_{B}S_{B}V_{n}} \le SOC_{L} \end{cases}$$

همانطور که ذکر شده است،  $\Gamma^*$  بر اساس بیشینه ظرفیت جبران ای بی دی و ایجاد گشتاور ترمزی الکتریکی به اندازه  $T_{Dp}$  محاسبه شده است. از آنجایی که ممکن است قیود و محدود کنندههای فوق مقدار گشتاور ترمزی الکتریکی بهینه را محدود کنند، مقدار  $\Gamma$  ارسالی به ماژول هیدرولیکی جهت کاهش فشار خطوط محور عقب با در نظر گرفتن معادله (۵۸) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\Gamma^{**} = \Gamma^{*} (P_o C_{pr} - T_{Ed}^{**}) / P_o C_{pr}$$
().Y

#### جدول ۱. مشخصات خودروی شبیهسازی شده

#### نماد مقدار پارامتر т ۱۶۸۰ جرم خودروی خالی (kg) m, 1017 جرم فنربندی شدہ (kg) جرم فنربندی نشده (kg) $m_{us}$ 183 1/282 فاصله مرکز جرم تا اکسل جلو در خودرو خالی (m) $l_f$ فاصله مركز جرم تا اكسل عقب در خودرو خالي (m) $l_r$ 1/177 l 1/885 فاصله محور جلو تا عقب خودرو (m) $I_{v}$ ممان اینرسی راستای y (*kgm*<sup>r</sup>) 1118 ./44 ار تفاع مركز جرم كل خودرو (m) h h<sub>s</sub> ٠/۴٧ ارتفاع مركز ثقل جرم فنربندى شده (m) ../٣.1 شعاع چرخ (m) R $I_{wf}$ ۱/۰۲ ممان اینرسی چرخهای جلو ( *kgm<sup>r</sup>* ) 1/27 ممان اینرسی چرخهای عقب ( *kgm*<sup>r</sup> ) $I_{wr}$ ضريب اصطكاك جاده μ ٠/٧ $K_{f}$ 77... ضريب فنريت سيستم تعليق جلو (N/m) $K_r$ ضريب فنريت سيستم تعليق عقب (N/m) 190.. $C_{f}$ ۴/۷۱ ميرايي تعليق جلو (كشش) (N/mm/s) $C_{f}$ ٣/٣٢ ميرايي تعليق جلو (فشار) (N/mm/s) $C_r$ ميرايي تعليق عقب (كشش) (N/mm/s) ۲/۵ $C_r$ ميرايي تعليق عقب (فشار) (N/mm/s) 1/47 $\rho$ چگالی هوا ( *kg/M<sup><sup>°</sup>*)</sup> 1/220 ضريب كشش آئروديناميك خودرو ٠/٢٩ $C_d$ $(m^{r})$ سطح مؤثر جلو خودرو ( A 5/050 ضريب مقاومت غلتشى تاير ٨ $f_R$ ضریب اصطکاک دیسک و لنت ٠/٣٧ $\mu_d$

#### Table 1 : Specifications of the simulated vehicle

#### ۴- نتایج شبیهسازی

در این بخش به بررسی عملکرد کنترلکننده و استراتژی ترمزگیری طراحی شده از دیدگاه مقدار انرژی بازگشتی به باتری در چرخه های رانندگی استاندارد متفاوت، جریان انرژی و بازده کلی خودرو پرداخته می شود. پلتفرم شبیه سازی توسعه داده شده دوگان نرمافزارهای کارسیم ۲۰۲۰ و متلب سیمولینک ۲۰۲۰ است. جهت مدل سازی باتری از مدل پیش فرض اماده

کتابخانه سیمولینک متلب استفاده شده است. دادههای مربوط به ورودی شبیهسازی خودرو بهصورت جدول ۱ است. خودرو نمونه مد نظر، خودرو الکتریکی است که شرکت الافه با استفاده از موتورهای در چرخ توسعه داده است.

همان طور که در جدول ۱ دیده می شود، ضریب میرایی سیستم تعلیق جلو و عقب در دو حالت کشش و فشار به صورت جداگانه در نظر گرفته

#### جدول ۲. مشخصات یک باتری خودرو و سلولهای آن

	نماد	پارامتر مقدار
$P_B$	١	تعداد سلولهای موازی
$S_{\scriptscriptstyle B}$	٨۴	تعداد سلولهای سری
$C_{cell}$	۶۸	ظرفیت سلول (Ah)
$C_{max}$	$\cap C$	نرخ پایدار شارژ و دشارژ استاندارد
$C_{min}$	$\cdot / \cdot \Delta C$	آستانه چرخههای کوچک
$SOC_H$	۲.۹۵	حد بالای شارژ سالم
$SOC_L$	7.Δ	حد پایین شارژ
$V_{cell}$	٣/۶٧	ولتاژ نامی سلول
$V_{cell_{min}} - V_{cell_{max}}$	۴/۲–۲/۸	بازه ولتاژ سلول

Table 2. Specifications of vehicle battery pack and its cells

می شود. در صورتی که  $\dot{z}_{usi}$  مثبت باشد، از مقادیر کشش و در صورت منفی از مقادیر فشار جهت محاسبه نیروی میرایی سیستم تعلیق استفاده می شود. در خودروی نمونه از موتورهای درون چرخ تولیدی شرکت الافه مدل ام ۷۰۰ در اکسل عقب استفاده شده است. همچنین مشخصات پک باتری خودرو و سلولهای آن به صورت جدول ۲ است.

برای شبیهسازی رفتار پک باتری از نرمافزار متلب–سیمولینک استفاده شده است. یکی از موارد مهم در شبیهسازی حرکت و مصرف انرژی خودروهای برقی بهویژه خودروهای موتوردرچرخ، شبیهسازی عملکرد و بازده موتور الکتریکی است. ازاینرو نیاز به مدل کردن نقشه عملکردی در دسترس برای موتور مدنظر است. بدینجهت با استفاده از معادله مربوط به بازده موتورهای الکتریکی مغناطیس دائم، رابطه (۹)، مقدار بازده موتور در هر نقطه کاری در دسترس خواهد بود. راهحل نویسندگان برای به دست آوردن مدل موتور ارائه شده در پرونده مشخصات محصول سازنده موتور و الگوریتم حل نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۴ تصویر نقشه عملکردی موتور و تصویر نقشه موتور ارائه شده در پرونده مشخصات محصول سازنده موتور و الگوریتم حل نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۴ تصویر نقشه عملکردی موتور ارائه شده نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۴ تصویر نقشه عملکردی موتور ارائه شده نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۴ تصویر نقشه عملکردی موتور ارائه شده نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۲ تصویر نقشه عملکردی موتور ارائه شده نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۲ تصویر نقشه عملکردی موتور ارائه شده نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۲ تصویر نقشه عملکردی موتور ارائه شده نقشه موتور ایجاد می شود. در شکل ۳ تصویر نقشه عملکردی موتور ارائه شده موتواند بازگوکننده شرایط عملکردی موتور باشد. ضرایب به دست آمده برای می تواند باز گوکننده شرایط عملکردی موتور باشد. ضرایب به دست آمده برای

جدول ۳ مشخصات موتور درون چرخ اعلامی توسط سازنده و ضرایب تلفات بهدست آمده را نشان میدهد.

به منظور بررسی استراتژی ترمزگیری طراحیشده، چرخههای مختلف رانندگی که شامل رانندگی خشن، رانندگی آزادراهی و رانندگی شهری و بین شهری است پیادهسازی شده و رفتار خودرو مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بدین منظور ابتدا ورودیهای راننده مد نظر قرار میگیرد. شکل ۵ نشاندهنده سهم هرکدام از بخشهای ایجادکننده گشتاور ترمز در درصدهای مختلف جابهجایی پدال در حالت معمول رانندگی است. همان طور که مشخص شده است مقدار ثابت اولیهای<sup>۲</sup> برای گشتاور احیاکننده در نظر گرفته شده است که با رها کردن پدال گاز فعال می شود، مقدار دینامیکی نیز برای ترمز احیاکننده در نظر گرفته شده که ناشی از مقدار ولست. وظیفه ایجاد مقدار باقیمانده گشتاور تا میزان دلخواه راننده را سیستم ترمز اصلی بر عهده دارد.

بهمنظور بررسی عملکرد استراتژی ترمزگیری طراحیشده از دیدگاه انرژی، خودرو نمونه و چرخه استاندارد انای دی سی، دابلیوال تی پی و دابلیواچوی سی شبیه سازی گردید. هر کدام از این چرخه ها بیانگر حالات مختلف رانندگی و پیمایش در محیطهای شهری و بین شهری است. شکل ۶ تنییرات سرعت و شتاب را در طول چرخه نشان می دهد.

شکل ۷ نمودار مربوط به سیکل تغییرات گشتاور و توان مورد نیاز جهت پیمایش در سیکلهای مربوطه را نشان میدهد.

1 Levenberg–Marquardt



شکل ۵. شماتیک نحوه عملکرد استراتژی ترمزگیری پیشنهادی

Fig. 5. Schematic of how the proposed braking strategy working description

### جدول ۳. مشخصات موتور درون چرخ ام ۷۰۰

	مقدار	ماد	پارامتر ن
٧٠٠		$T_{m_{max}}$	بیشینه گشتاور (Nm)
4		$T_{m_{rated}}$	گشتاور نامی (Nm)
۶.		$P_{m_{max}}$	بیشینه توان (kW)
۴۵		$P_{m_{rated}}$	توان نامی (kW)
7.97		$\eta_{m_{max}}$	بيشينه بازده (./)
10		$\mathcal{O}_{m_{max}}$	بیشینه سرعت موتور (rpm)
• / <b>٢</b> • <b>٢</b>		k <sub>c</sub>	تلفات مسى تخمينى
٣/٩۶		$k_i$	تلفات آهنى تخمينى
$r \times r^{-1}$ .		$k_{w}$	تلفات سيمپيچ تخمينى
٤ • •		cl	تلفات مكانيكي تخميني

#### Table 3: Specifications of Elaphe M700 in-wheel motor



شکل ۶. تغییرات مقدار ترمز احیاکننده و ترمز مکانیکی در حالت (الف) فشار دادن پدال ترمز و (ب) رها کردن پدال گاز در خودرو الکتریکی

Fig. 6. Regenerative braking and mechanical braking changes in the case of (a) pressing the brake pedal and (b) releasing the throttle pedal in an electric vehicle

همان طور که شکل ۷ نشان می دهد، به دلیل خشن بودن چرخه دابلیوال تی پی نسبت به سایر چرخه های نشان داده شده گشتاور بیشتری برای پیمایش نیاز دارد، مقدار سرعت و گشتاور بالاتر با در نظر گرفتن یک نفر به عنوان سرنشین خودرو، باعث می شود که موتور در این چرخه در نقطه عملکرد بهتری عمل کند و بازده بیشتری داشته باشد. با توجه به روابط اعلام شده مربوط به بازده کلی انرژی، بازده لحظه ای جریان انرژی در طول پیمایش در شکل ۸ نشان داده شده است.

نتایج شبیهسازی و مقایسه استراتژی طراحیشده با استراتژی متداول (استراتژی موازی همراه با مقدار ثابتی از گشتاور احیاکننده) نشاندهنده بهبود عملکرد است. در ادامه با در نظر گرفتن چرخه انای دی سی به عنوان چرخه معیار شبیهسازی و با به کارگیری استراتژی ترمزگیری طراحی شده میزان پیمایش خودرو از بیشینه سطح شارژ تا کمینه آن و همچنین تغییرات حالات خودرو در حضور قیود مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایح نشان می دهد میزان حداکثر پیمایش خودرو از ۱۴۳ کیلومتر به ۱۶۳ کیلومتر افزایش یافته است. در حالی که بدون هیچ گونه گشتاور احیاکننده، خودرو امکان پیمایش بیش از ۱۳۱ کیلومتر را در چرخه استاندارد، ندارد. نمودار شکل ۹ مقدار تغییرات سطح

شارژ در پیمایش چرخه مذکور در سه حالت بدون ترمز احیاکننده، تخصیص مقدار ثابت پایه برای گشتاور احیاکننده و تخصیص مقدار ثابت به همراه مقدار دینامیک گشتاور ترمزی احیاکننده را نشان میدهد.

شکل ۱۰ سهم گشتاور ترمزی احیاکننده و کل گشتاور ترمزی را در چرخه استاندارد انایدیسی را نشان میدهد.

یکی دیگر از مزایای استراتژی طراحیشده، محافظت از باتری در مقابل تأثیر چرخههای کوچک عملکرد باتری است. هر چه توان احیاشده بیشتر باشد جریان بازگشتی به باتری بیشتر و درنتیجه جریانهای ریز به جریانهای بزرگ تبدیل می شوند. شکل ۱۱ نشان دهنده جریان دشارژ باتری است. همانطور که در نمودار مشخص است قیدهای مربوط به بیشینه جریان دشارژ پایدار $(g_1)$  و کمینه جریان چرخههای کوچک  $(g_2)$  احراز شده است.

به منظور بررسی احراز سایز قیود، تغییرات سطح شارژ باتری در نمودار شکل ۲۲ نشان داده شده است. همانطور که مشخص است سطح شارژ باتری از  $SOC_H$  از  $SOC_H$  بالاتر نرفته (قید  $g_3$ )، از طرفی در حین تخلیه باتری سطح شارژ باتری از  $SOC_L$  عدول نکرده است(قید  $g_4$ ).



شکل ۷. مشخصات چرخه استاندارد: (الف) تغییرات سرعت در چرخه ان|یدیسی، (ب) تغییرات شتاب در چرخه ان|یدیسی(ج) تغییرات سرعت در چرخه دابلیوال تیپی ، (د) تغییرات شتاب در چرخه دابلیوال تیپی و (ه) تغییرات سرعت در چرخه دابلیواچویسی و (و) تغییرات شتاب در چرخه دابلیواچویسی

Fig. 7. Standard cycle characteristics: (a) speed changes in the NEDC cycle, (b) acceleration changes in the NEDC cycle (c) speed changes in the WLTP cycle, (d) acceleration changes in the WLTP cycle and (e) speed changes in the WHVC cycle and (and ) acceleration changes in the WHVC cycle



شکل۸ . مشخصات پیمایش در چرخه استاندارد: (الف) تغییرات گشتاور سر چرخ در چرخه انایدیسی، (ب) تغییرات توان تغذیه باتری در چرخه انایدیسی(ج) تغییرات گشتاور سر چرخ در چرخه دابلیوال تیپی ، (د) تغییرات توان تغذیه باتری در چرخه دابلیوال تیپی و (ه) تغییرات گشتاور سر چرخ در چرخه دابلیواچویسی و (و) تغییرات توان تغذیه باتری در چرخه دابلیواچویسی

Fig. 8. Mileage characteristics in the standard cycle: (a) wheel torque changes in the NEDC cycle, (b) battery feeding power changes in the NEDC cycle (c) wheel torque changes in the WLTP cycle, (d) battery feeding power changes in the WLTP cycle and (e) wheel torque changes in WHVC cycle and (f) battery feeding power changes in WHVC cycle



شکل۹ . بازده کلی لحظهای خودرو هنگام پیمایش در چرخه: (الف) ان ای دی سی، (ب) دابلیوال تی پی ، (ج) دابلیواچوی سی

Fig. 9: Total momentary efficiency of the vehicle while traversing the cycle: (a) NEDC, (b) WLTP, (c) WHVC



شکل۱۰ . تغییرات سطح شارژ در طول پیمایش در سه حالت: بدون ترمز احیاکننده، تنها با درصد ثابت گشتاور احیاکننده و گشتاور احیاکننده بهینه استاتیکی و دینامیکی (استراتژی پیشنهادی)

Fig. 10: SOC changes during navigation in three modes: without regenerative braking, with only a constant fixed percentage of regenerative torque and optimal static and dynamic regenerative torque (suggested strategy)



شکل ۱۱. سهم گشتاور ترمزی احیاکننده و کل گشتاور ترمزی را در چرخه استاندارد انایدیسی





شکل ۱۲. انرژی الکتریکی احیاشده و جریان الکتریکی بازگشتی به باتری و محدوده قیدهای سلامت باتری در طول یک چرخه Fig. 12. Regenerated energy and electric current returned to the battery SOC constraints during a cycle

نتایج شبیه سازی میزان مصرف انرژی و پیمایش برای حالتی است که پخش بار در خودرو به صورت یکنواخت است. در صورتی که میزان پخش بار به سمت محور عقب متمر کز شود، با استفاده از استراتژی طراحی شده میزان بازگشت انرژی به باتری حین ترمزگیری بیشتر و درنتیجه پیمایش خودرو افزایش بیشتری خواهد یافت. همان طور که پیش تر اعلام شد بسیاری از مطالعات در طراحی استراتژی ترمزگیری تنها بر افزایش پیمایش تمرکز داشتهاند. شکل ۱۳ مقایسه روش پیشنهادی این مقاله با مطالعات پیشین از دیدگاه میزان درصد بهبود در پیمایش را نشان می دهد.

همان طور که شکل ۱۳ نشان میدهد، مطالعه[۱۲] با در نظر گرفتن پارامترهای استاندارد، ایمنی و محدودیتها به بیشینه درصد بهبود ۲۲ درصد رسیده است. این در حالی است که عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله نشاندهنده ۲۴ درصد بهبود در پیمایش است. در مرجع[۱۷] مانند این مقاله برای بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، چرخه استاندارد انای دی سی شبیه سازی شده است. نتایج حاصل از به کارگیری استراتژی پیشنهادی این مرجع نشان دهنده ۲۱٫۱ درصد بهبود در مصرف انرژی و پیمایش است.

### ۵– جمع بندی

در این مقاله، با هدف طراحی استراتژی ترمزگیری برای خودروی الکتریکی مجهز به تکنولوژی موتوردرچرخ، ابتدا مدل پنج درجه آزادی و

چرخه انرژی الکتریکی در خودرو مزبور تشریح شد. در ادامه فضای حالت جهت طراحی کنترل کننده گشتاور ترمزی ارائه گردید. جهت اختصاص سهم بیشتر گشتاور ترسمزی به ترمز احیاکننده، روشی مبتنی بر استفاده از ظرفیت جبران کننده عملکرد ایبیدی سیستم ترمز معرفی گردید و معادلات مربوطه به این سیستم و محاسبه مقدار گشتاور قابل جبران ارائه گردید. با اشاره به محدودیتهای مؤثر بر ترمزگیری احیاکننده، به معرفی توابع انرژی برای چرخهای جلو و عقب پرداخته شد. در تابع انرژی، ظرفیت بالقوه قابل جبران ایبیدی به ترمز احیاکننده اختصاص داده شد. ازاینرو تابع انرژی معرفی شد که در آن شرایط مختلف تأثیرگذار بر مقدار گشتاور احیاکننده حضور دارند. به منظور انطباق تابع انرژی با شرایط لحظهای از روش تنظیم وزنها بهره برده شد. تابع انرژی برای یک گام زمانی جلوتر در نظر گرفتهشده و مقدار بهینه گشتاور مکانیکی سیستم ترمز جلو و عقب و همچنین گشتاور الکتریکی دینامیک موتورهای درچرخ عقب محاسبه شد و با استفاده از تئوری کی کی تی، مقدار بهینه گشتاور ترمزگیری احیاکننده با در نظر گرفتن قیود حاکم محاسبه گردید. نتایج حاصل از به کارگیری استراتژی و کنترل کننده طراحی شده در چرخه پیمایش استاندارد، نشان دهنده بهبود وضعیت مصرف انرژی در خودرو در مقایسه با مطالعات قبلی است.

Cars - Mech. Syst., 11(2),(2018) 6-11.

- [10] H. Liu, Y. Lei, Y. Fu, and X. Li, Multi-Objective Optimization Study of Regenerative Braking Control Strategy for Range-Extended Electric Vehicle, Appl. Sci., 10(5), (2020),1789-1809.
- [11] H. Xiong, X. Zhu, and R. Zhang, Energy recovery strategy numerical simulation for dual axle drive pure electric vehicle based on motor loss model and big data calculation, Complexity 2018, (2018), 1076-2787.
- [12]R. Kubaisi, Adaptive Regenerative Braking in Electric Vehicles, Ph.D Thesis, Karlsruher Institut für Technologie (KIT),(2018).
- [13] J. Guo, X. Jian, and G. Lin, Performance evaluation of an anti-lock braking system for electric vehicles with a fuzzy sliding mode controller, Energies, 7(10),(2014), 6459–6476.
- [14] W. Li, H. Du, and W. Li, Driver intention based coordinate control of regenerative and plugging braking for electric vehicles with in-wheel PMSMs, 12(10), (2018),1300-1311.
- [15] J. C. Wang and R. He, Hydraulic anti-lock braking control strategy of a vehicle based on a modified optimal sliding mode control method, Proc. Inst. Mech. Eng. Part D J. Automob. Eng., 233(12), (2019), 3185–3198.
- [16] C. Qiu, G. Wang, M. Meng, and Y. Shen, A novel control strategy of regenerative braking system for electric vehicles under safety critical driving situations, Energy, (149),(2018), 329–340.
- [17] B. Xiao, H. Lu, H. Wang, J. Ruan, and N. Zhang, Enhanced regenerative braking strategies for electric vehicles: Dynamic performance and potential analysis, Energies,10(11), (2017).
- [18] W. Xu, H. Chen, H. Zhao, and B. Ren, Torque optimization control for electric vehicles with four in-wheel motors equipped with regenerative braking system, Mechatronics, (57), (2018), 95–108.
- [19] T. Kakhki, Modeling of losses in a permanent magnet machine fed by a PWM supply Modeling of losses in a

- F. Un-Noor, S. Padmanaban, L. Mihet-Popa, M. N. Mollah, and E. Hossain, A comprehensive study of key electric vehicle (EV) components, technologies, challenges, impacts, and future direction of development, Energies, 10 (8),(2017), 1–82.
- [2] X. Xin and Z. Chengning, Optimal Design of Electric Vehicle Power System with the Principle of Minimum Curb Mass, Energy Procedia, (105),(2017), 2629–2634.
- [3] J. Kühlwein, J. German, and A. Bandivadekar, Development of test cycle conversion factors among worldwide light duty vehicle CO2 emission standards, International Council on Clean Transportation, (2014), 1-61.
- [4] H. Park and M. Lim, Design of High Power Density and High Efficiency Wound-Field Synchronous Motor for Electric Vehicle Traction, IEEE Access, (7),(2019), 46677–46685.
- [5] G. Luthra, Comparison of Characteristics of Various Motor Drives Currently Used in Electric Vehicle Propulsion System, Int. J. Mech. Prod. Eng., no. 5, pp. 2320–2092, 2017.
- [6] J. Sopanen, A. Mikkola, K. Kerkkänen, M. Tehrani, and J. Kelkka, Electric Vehicle Energy Consumption Simulation by Modeling the Efficiency of Driveline Components, SAE Int. J. Commer. Veh.9(1), (2018),31-39.
- [7] C. Qiu and G. Wang, New evaluation methodology of regenerative braking contribution to energy efficiency improvement of electric vehicles, Energy Convers. Manag., (119),(2016), 389–398.
- [8] N. Ustkoyuncu, Application of an in-wheel direct drive motor based on switched reluctance motors for lowpower electric vehicles, Adhana-Academy Proc. Eng. Sci., . 44(1),(2019) 1–11.
- [9] N. Sina, V. Esfahanian, M. R. Hairi Yazdi, and S. Azadi, Introducing the Modified Tire Power Loss and Resistant Force Regarding Longitudinal Slip, SAE Int. J. Passeng.

منابع

22(5), (2017), 2369–2379.

- [27] H. Mirzaeinejad, Optimization-based nonlinear control laws with increased robustness for trajectory tracking of non-holonomic wheeled mobile robots, Transp. Res. Part C Emerg. Technol., 101(1),(2019),1– 17.
- [28] A. M. Shafei and H. Mirzaeinejad, A General Formulation for Managing Trajectory Tracking in Nonholonomic Moving Manipulators with Rotary-Sliding Joints, J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl., 99(3– 4),(2020), 729–746.
- [29] W. H. Chen, D. J. Ballance, and P. J. Gawthrop, "Optimal control of nonlinear systems: A predictive control approach," Automatica, 39(4),(2003), 633–641.
- [30] J. Slotine, Applied Nonlinear Control, New Jersey, Prentice Hall, (1991), 476-495.
- [31] T. Albin Rajasingham, Nonlinear Model Predictive Control,Springer Nature Switzerland AG, (2021), 101-137.
- [32] K. Khalil, H. Nonlinear Control. In Nonlinear Control, Pearson.(2015), 551-588.
- [33] E. Redondo-Iglesias, E. Vinot, P. Venet, and S. Pelissier, Electric vehicle range and battery lifetime: a trade-off, (32) (2019).
- [34] S. S. Rao, Engineering optimization: Theory and practice, John Wiley & Sons (2019), 347-448.

permanent magnet machine fed by a PWM supply, Ph.D Thesis, University of LAVAL ,(2016).

- [20] H. B. Pacejka, Tire Characteristics and Vehicle Handling and Stability, in Tire and Vehicle Dynamics, Elsevier, (2012), 1–58.
- [21] H. Mirzaeinejad, Robust predictive control of wheel slip in antilock braking systems based on radial basis function neural network, Appl. Soft Comput. J., (70),(2018),318–329.
- [22] M. Mirzaei, H. Mirzaeinejad, S. Vahidi Heidarien, D., Khosrowjerdi, Nonlinear control and estimation of tire longitudinal slip for using in anti -lock braking system, Journal of Control, 5(4),(2019) 31 -42. (In Persian)
- [23] H. Mirzaeinejad, M. Mirzaei, and S. Rafatnia, A novel technique for optimal integration of active steering and differential braking with estimation to improve vehicle directional stability, ISA Trans., (80),(2018), 513–527.
- [24] K. Reif, Brakes, Brake Control and Driver AssistanceSystems: Function, Regulation and Components,Springer Vieweg; 2015th edition. (2015), 94-142
- [25] R. Limpert, Brake Design and Safety-Third Edition, SAE International (2011), 120-165
- [26] M. Mirzaei and H. Mirzaeinejad, Fuzzy Scheduled Optimal Control of Integrated Vehicle Braking and Steering Systems," IEEE/ASME Trans. Mechatronics,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم A. Hosseini Salari, H. Mirzaeinejad, M. Fooladi Mahani, Optimal cooperative braking strategy design of regenerative and mechanical braking systems for in-wheel drive electric vehicles, Amirkabir J. Mech Eng., 55(4) (2023) 433-460.



DOI: 10.22060/mej.2023.21842.7522