



## تحلیل ترک نیم بیضوی در مخازن کرووی تحت فشار از جنس مواد مدرج تابعی

محمد سالاری\*، فاطمه ابراهیمی

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۱۲  
بازنگری: ۱۴۰۲/۰۱/۱۳  
پذیرش: ۱۴۰۲/۰۳/۲۵  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۲/۰۵/۱۷

### کلمات کلیدی:

ترک نیم بیضوی  
مخزن تحت فشار کرووی  
مواد مدرج تابعی  
ضریب شدت تنش  
تحلیل حرارتی

**خلاصه:** از مهمترین تحلیل‌ها در طراحی سازه‌های مختلف مخصوصاً مخازن تحت فشار و بررسی ایمنی آن‌ها، تحلیل مکانیک شکست می‌باشد. یکی از پارامترهای مهم در علم مکانیک شکست، بررسی ضریب شدت تنش ترک‌های موجود در دیواره مخزن است. در مطالعه حاضر، رفتار یک ترک نیم بیضوی در مخزن تحت فشار کرووی ساخته شده از جنس مواد مدرج تابعی با استفاده از نرم افزار اجزاء محدود آباکوس مورد مطالعه قرار گرفته است. اثر پارامترهایی از قبیل هندسه ترک، دو ترک داخلی و خارجی همزمان، توزیع فشار، توزیع بارحرارتی، تغییرات خواص ماده مدرج تابعی و شرایط تکیه‌گاهی بر مقدار ضریب شدت تنش بررسی شده است. برای مدل‌سازی و تحلیل ضریب شدت تنش در این نوع مخزن از توابع مختلف توانی، نمایی و خطی در قالب کد متلب و همینطور یک کد سابروتین استفاده شده است. هندسه ترک نیز از عوامل مهمی است که بر ضریب شدت تنش اثر بسزایی می‌گذارد. بطوریکه با افزایش مقدار  $a/c$  ضریب شدت تنش نیز افزایش می‌یابد. همچنین بررسی شرایط تکیه‌گاهی نشان می‌دهد که با افزایش تعداد پایه‌ها، ضریب شدت تنش نیز افزایش می‌یابد.

### ۱- مقدمه

مدرج تابعی در سال ۱۹۸۴ به صنعت و مزیت فراوان آن‌ها نسبت به سایر مواد از جمله استحکام بالا و مقاومت در برابر شکست، این مواد بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. بر همین اساس در زمینه مخازن نیز محققین درصدد برآمدند که به بررسی رفتار انواع مخازن تولید شده با این مواد تحت شرایط گوناگون مخصوصاً شکست و تحلیل انواع ترک در آن‌ها بپردازند.

اولین مقاله‌ای که در زمینه تحلیل ترک در مواد مدرج تابعی منتشر شده است، در سال ۱۹۹۲ توسط نودا و ژین<sup>[۱]</sup> می‌باشد. آن‌ها نشان دادند که انتخاب درست ثابت‌های ماده، ضرایب شدت تنش را کاهش می‌دهد. در سال ۲۰۰۴ چن<sup>[۲]</sup> بر مطالعه و محاسبه ضریب شدت تنش در یک استوانه ساخته شده از مواد مدرج تابعی دارای ترک محدود با استفاده از روش اجزاء محدود و روش آزادسازی انرژی پرداخت. وی نشان داد که خواص مواد مدرج تابعی تاثیر قابل توجهی بر ضریب شدت تنش دارد. در سال ۲۰۰۶ آفسر و آیسوزاما<sup>[۳]</sup> تحلیل ضریب شدت تنش در یک استوانه

مخازن تحت فشار از جمله سازه‌های مهمی هستند که در صنایعی نظیر نیروگاه‌ها، پتروشیمی، نفت و گاز و حمل و نقل از کاربرد ویژه‌ای برخوردارند، لذا مقوله طراحی و ساخت آن‌ها حائز اهمیت می‌باشد. مخازن کرووی از استحکام مناسبی بهره‌مند هستند و تحمل فشار در آن‌ها نسبت به مخازن استوانه‌ای بسیار بالاتر می‌باشد. با توجه به اینکه توزیع تنش در سطح داخلی و خارجی کره یکنواخت است، بنظر می‌رسد نقطه ضعیفی ندارند ولی با توجه به دلایلی از قبیل فرآیند ساخت این نوع مخازن، برخورد جسم خارجی و خوردگی، ممکن است عیوب و ترک‌های مختلفی در آن‌ها بوجود آید که اگر به موقع شناسایی و از رشدشان پیشگیری نشود منجر به شکست ناگهانی و وارد شدن خسارت جانی و مالی خواهد شد. از اولین کارهای انجام شده در خصوص نظریه شکست ورق‌های منحنی می‌توان به تحقیقات فولیاس در سال ۱۹۷۰ که با استفاده از تئوری گریفیث<sup>۱</sup> پرداخته، اشاره نمود. با ورود مواد

2 NODA and JIN  
3 Chen  
4 Anisuzzama

1 Griffith

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.salari@qom.ac.ir



همچنین ایشان ارزیابی عمر خستگی و مقاومت به شکست پوشش مدرج تابعی در مخزن تحت فشار کروی را ارائه نمود. الهی و رخی [۹] رفتار شکست استوانه دیواره ضخیم مدرج تابعی را تحت شوک حرارتی بررسی نمودند. برای این منظور معادلات حاکم با استفاده از روش اجزاء محدود توسعه یافته در حوزه فضایی گسسته‌سازی شده و با روش نیومارک<sup>۲</sup> در حوزه زمان حل و ضریب شدت تنش استخراج شد. در سال ۲۰۱۷ جیبیی، اسدی و مرادی خواه [۱۰] به ارزیابی و برآورد ضریب شدت تنش در مخزن استوانه‌ای دیواره ضخیم مدرج تابعی پرداختند. نتایج نشان داد رابطه بین ضریب شدت تنش و فشار داخلی خطی است، بدین معنی که با افزایش فشار داخلی، ضریب شدت تنش افزایش می‌یابد.

نوروزی و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۸ مسئله ترک‌های میانی چندگانه در استوانه‌های با پوشش مدرج تابعی تحت بار پیچشی گذرا را حل نمودند و از نتایج بدست آمده برای تعیین ضرایب شدت تنش دینامیکی استفاده کردند. مقدم و آلفانو<sup>۳</sup> [۱۲] به تحلیل ترک‌های سطحی در استوانه‌های توخالی مدرج تابعی با استفاده از روش انتگرال انرژی تعاملی در چارچوب اجزاء محدود پرداختند. آن‌ها برای استخراج ضریب شدت تنش مود ترکیبی، تحلیل را در معرض بار حرارتی انجام دادند. نتایج بدست آمده حاکی از ایفای نقش درجه‌بندی مواد در ضریب شدت تنش ترک‌های سطحی می‌باشد و برای طراحی استوانه‌های توخالی مدرج تابعی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در سال ۲۰۱۸ نبوی و زارعی [۱۳] ضرایب شدت تنش را در عمیق‌ترین نقطه یک ترک نیمه بیضوی محیطی که در سطح داخلی یک استوانه قرار دارد، محاسبه نمودند. آن‌ها اثرات عمق نسبی ترک و نسبت ابعاد و نوع انتقال حرارت را بر ضرایب شدت تنش حرارتی مورد مطالعه قرار دادند. در سال ۲۰۲۰ جیبیی و بهرام پور [۱۴] تخمین ضریب شدت تنش در مخزن کروی مدرج تابعی تحت فشار را مورد مطالعه قرار داده و نتیجه گرفتند که شکل ترک بر ضریب شدت تنش اثر می‌گذارد. همچنین نشان دادند، میزان تنش در سطح سرامیکی نسبت به فلزی بیشتر است و افزایش سختی قطعه (مدول الاستیسیته) و ورود به فاز فلزی مواد مدرج تابعی، مقاومت در برابر شکست را افزایش می‌دهد.

بررسی تحقیقات انجام شده، نشان می‌دهد که در زمینه تحلیل مکانیک شکست مخازن کروی از جنس مواد مدرج تابعی، تحقیقات کمی انجام شده و بایستی پژوهش‌های بیشتری انجام شود. در این پژوهش، یک مخزن کروی

با دیواره ضخیم از مواد مدرج تابعی دارای دو ترک لبه‌ای متقابل را توسط توابع پتانسیل پیچیده انجام دادند. نامی و اسکندری [۴] به بررسی و تحلیل سه بعدی ضرایب شدت تنش در یک استوانه توخالی مدرج تابعی ترک‌دار تحت بار حرارتی- مکانیکی پرداختند. در این پژوهش، استوانه حاوی ترک نیمه بیضوی تحت فشار داخلی و حرارت و با فرض همسانگرد<sup>۱</sup> بودن ماده مورد مطالعه قرار گرفت. با بررسی اثر گسترش ضریب غیریکنواخت حرارتی در توزیع ضریب شدت تنش، نشان دادند که درجه‌بندی مواد و هندسه ترک تاثیر زیادی بر میزان و توزیع ضرایب شدت تنش دارند. همچنین نتایج عددی را برای ارزیابی ایمنی استوانه ترک‌دار ارائه نمودند.

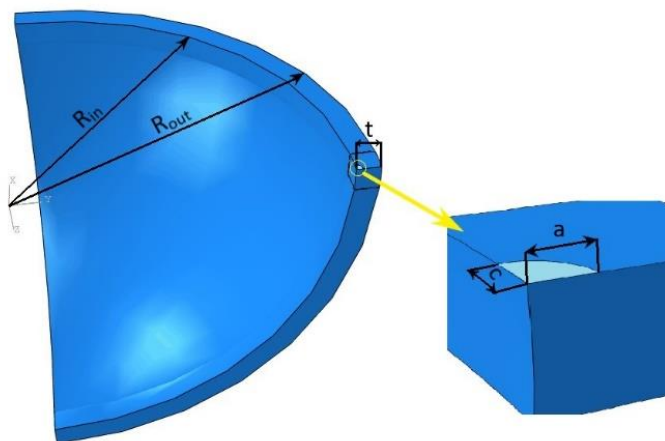
شقایقی مقدم و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۲ مطالعه‌ای برای تعیین مود ترکیبی ضرایب شدت تنش ترک‌های سطحی در استوانه‌های توخالی مدرج تابعی انجام دادند. آن‌ها برای استخراج ضریب شدت تنش از روش اجزاء محدود و انرژی متقابل در فرم دامنه استفاده کرده و تاثیر نسبت پواسون و مدول یانگ در جهت شعاعی با تغییر تصاعدی را بررسی نمودند. نتایجی که از این پژوهش بدست آمد، نشان داد که خواص مواد مدرج به میزان قابل توجهی بر توزیع ضریب شدت تنش در امتداد جبهه ترک سه بعدی استوانه‌های توخالی تاثیر می‌گذارد. اشراقی و همکاران [۶] ضریب شدت تنش گذرا را در استوانه توخالی مدرج تابعی حاوی ترک در سطح داخلی با استفاده از روش تابع وزن مورد بررسی قرار دادند. همینطور با بررسی توزیع دما و تنش‌های حرارتی در امتداد ضخامت استوانه و تغییر ضریب شدت تنش با زمان و اثرات درجه‌بندی مواد، نشان دادند از روش پیشنهادی می‌توان برای پیش‌بینی دقیق ضریب شدت تنش گذرا برای استوانه‌های مدرج با درجه بندی دلخواه استفاده کرد. مهبادی [۷] در سال ۲۰۱۷ ضریب شدت تنش ترک‌های شعاعی در استوانه‌های توپر مدرج تابعی را در شرایط تنش یکنواخت در سطح خارجی و تغییر دمای یکنواخت در بدنه محاسبه کرده است. ایشان ضریب شدت تنش را با استفاده از یک روش تقریبی و توابع هندسی مناسب محاسبه کرده و نشان داد که ضریب شدت تنش در استوانه غیر همگن نسبت به همگن کاهش یافته است.

اسکندری [۸] نیز در سال ۲۰۱۷ با تحلیل اجزاء محدود سه بعدی، ضریب شدت تنش در یک مخزن تحت فشار کروی با پوشش مدرج تابعی را مورد مطالعه قرار داده است. مخزن، تحت فشار داخلی و حرارت، با استفاده از تابع نمایشی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج گزارش شده نشان داد، درجه‌بندی پوشش مدرج و تنوع آن در نوک ترک بر ضریب شدت تنش تاثیرگذار است.

2 NewMark

3 Alfano

1 Isotropic



شکل ۱. شماتیکی از هندسه مخزن حاوی ترک نیم بیضوی

Fig. 1. Schematic of the tank geometry containing a semi-elliptical crack

از جنس مواد مدرج تابعی دارای یک ترک نیم بیضوی در نرم افزار آباکوس<sup>۱</sup> مدل می‌شود. خواص ماده مدرج تابعی توسط سابروتین<sup>۲</sup> برای نرم افزار تعریف می‌شود. سپس تحلیل مکانیک شکست انجام شده و تاثیر پارامترهای فشار مخزن، توزیع حرارت، تاثیر هندسه ترک و مخزن، تابع تغییرات خواص ماده، دو ترک همزمان و شرایط تکیه گاهی بر روی ضریب شدت تنش بررسی می‌شود. در نهایت بهینه‌ترین حالت از منظر کمینه ضریب شدت تنش ترک معرفی می‌شود. در پژوهش حاضر جنس فلز-سرامیک ماده مدرج تابعی، آلیاژ آلومینیوم-زیرکونیا در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در پژوهش‌های پیشین تابع تغییرات خواص مواد مدرج تابعی بصورت توانی یا نمایی در نظر گرفته شده است، اما در این کار هر سه توابع توانی، نمایی و خطی بررسی و مقایسه شده است. در کار حاضر، اثرات متقابل دو ترک همزمان داخلی و خارجی، همچنین اثر شرایط تکیه‌گاهی (اثر پایه‌های مخزن) بر روی ضریب شدت تنش نیز بررسی شده است. در نهایت تحلیل حرارتی انجام شده و تاثیر تغییرات شار حرارتی و دما بر ضریب شدت تنش نیز بررسی شده است. این موارد در پژوهش‌های پیشین مشاهده نمی‌گردد.

#### ۱-۱- تعریف مسئله

هدف از انجام این تحقیق، تحلیل رفتار ترک‌های موجود در مخزن تحت فشار کروی از جنس ماده مدرج تابعی برای تخمین ضریب شدت تنش در آن‌ها می‌باشد. به همین منظور، برای صحت سنجی نتایج حاصل از

- 1 Abaqus
- 2 Subroutine

#### ۱-۲- هندسه مسئله

هندسه در نظر گرفته شده در این پژوهش برای هر دو نوع ماده همگن و مدرج تابعی، یک مخزن کروی به شعاع داخلی ۲۰۰ میلی‌متر، شعاع خارجی ۲۱۵ میلی‌متر، ضخامت ۱۵ میلی‌متر، شعاع راس ترک ۴ میلی‌متر و فشار داخلی ۲۰ مگاپاسکال می‌باشد. در شکل ۱ شماتیکی از هندسه مخزن و ترک ارائه شده است.

#### ۱-۳- روابط تحلیلی تعیین ضریب شدت تنش

همانطور که گفته شد، ضریب شدت تنش پارامتر اساسی رفتار شکست سازه‌های ترک‌دار می‌باشد. این ضریب تحت بارگذاری مود یک در مخازن تحت فشار کروی از معادلات زیر بدست می‌آید. برای محاسبه تنش در جداره مخزن کروی جدار نازک از معادله (۱) استفاده می‌گردد. معادلات (۲ تا ۴) نیز برای تعیین ضریب شدت تنش در ترک نیم بیضوی می‌باشند.

$$\sigma = \frac{PR_m}{2t} \quad (1)$$

با هندسه مشابه مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت، سپس نتایج حاصله با روابط تحلیلی مکانیک شکست مقایسه و صحت‌گذاری گردید. از آنجائیکه هندسه مد نظر با توجه به شرایط مرزی و بارگذاری متقارن است، برای صرفه‌جویی در وقت و کمتر شدن زمان تحلیل، یک هشتم مخزن مدل شده است. همچنین برای مش‌بندی صحیح، مدل به دو بلوک مخزن و ترک تقسیم‌بندی گردید. نوع المان مورد استفاده برای بلوک ترک، از نوع درجه دو<sup>۱</sup> می‌باشد و بلوک مخزن، از نوع خطی و درجه یک است. پارتیشن‌بندی بلوک ترک به این دلیل است که بتوانیم المان منفرد<sup>۲</sup> بکار ببریم تا به تقریب خوبی در محاسبه ضریب شدت تنش دست یابیم. تعداد کانتورهای حول جبهه ترک نیز ۵ عدد انتخاب شده است.

شکل ۲ آزمون همگرایی المان را نشان می‌دهد. همانطور که از نمودار مشخص است از تعداد ۲۶۴۳۴ المان به بعد نتایج همگرا شده است. تعداد نهایی المان‌های مش بندی شامل ۲۶۴۳۴ المان توپر<sup>۳</sup> و ۵۵۲۶۴ گره در نظر گرفته شده که تعداد ۶۵۵۸ المان مکعبی درجه دو<sup>۴</sup>، ۹۶ المان گوه‌ای درجه دو<sup>۵</sup> و ۱۹۷۸۰ المان مکعبی خطی<sup>۶</sup> هستند. در شکل ۳ قسمت الف، نحوه پارتیشن‌بندی بلوک ترک و در قسمت ب، شکل نهایی مش‌بندی آورده شده است. همچنین جدول ۱ خواص مکانیکی فولاد را نمایش می‌دهد. مقادیر ضریب شدت تنش با استفاده از تحلیل اجزاء محدود و روابط تحلیلی، برای صحت‌سنجی در جدول ۲ آورده شده است. ملاحظه می‌شود که خطای بین تحلیل صورت گرفته در نرم افزار و نتیجه بدست آمده از روابط تحلیلی، زیر ۷ درصد است و تطابق خوبی در نتایج مشاهده می‌شود که حاکی از صحت روند شبیه‌سازی و تحلیل در نرم افزار آباکوس می‌باشد.

## ۲-۲- مدل‌سازی ترک سه بعدی نیم بیضوی در مخزن مدرج تابعی

با توجه به اینکه روند شبیه‌سازی و تحلیل، صحت‌گذاری گردید، در این بخش به بررسی اثر هندسه ترک، توزیع فشار داخلی، توزیع بارحرارتی، اثر دو ترک همزمان داخلی و خارجی، تغییرات خواص ماده مدرج تابعی و همینطور شرایط تکیه‌گاهی بر ضریب شدت تنش پرداخته می‌شود. برای این منظور مخزن کروی حاوی ترک سه بعدی نیم دایروی و نیم بیضوی با همان روش صحت‌گذاری شده، مدل‌سازی می‌گردد. مخزن مدل‌سازی شده از جنس مواد

در معادله (۲) ضریب شدت تنش در جبهه ترک نیم بیضی آمده است:

$$K_I = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\Phi} \left[ \sin^2 \theta + \left(\frac{a}{c}\right)^2 \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2)$$

که در معادله فوق تابع  $\Phi$  بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ 1 - \left(\frac{c^2 - a^2}{c^2}\right) \sin^2 \theta \right]^{\frac{1}{4}} d\theta = \frac{\pi}{2} \left[ \frac{3}{4} + \left(\frac{a}{2c}\right)^2 \right] \quad (3)$$

در نهایت با جایگذاری معادله (۳) در معادله (۲)، فرمول ضریب شدت تنش برای ترک نیم بیضی در مخزن کروی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$K_I = \frac{2\sigma\sqrt{\pi a}}{\pi \left[ \frac{3}{4} + \left(\frac{a}{2c}\right)^2 \right]} \left[ \sin^2 \theta + \left(\frac{a}{c}\right)^2 \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4)$$

همچنین برای محاسبه ضریب شدت تنش در ترک نیم دایروی از معادله (۵) استفاده می‌گردد.

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sigma\sqrt{\pi a} \rightarrow (a = c) \quad (5)$$

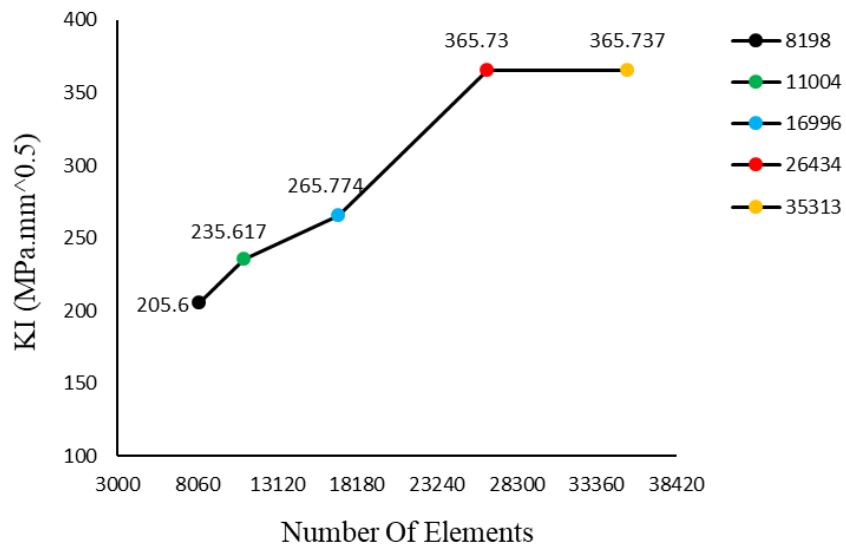
که در معادلات فوق،  $\sigma$  تنش روی وجوه ترک،  $P$  فشار داخلی،  $t$  ضخامت و  $R_{in}$  شعاع داخلی مخزن،  $a$  شعاع کوچک و  $c$  شعاع بزرگ ترک نیم بیضوی و  $K_I$  ضریب شدت تنش در مود یک می‌باشد. [۱۴]

## ۲- روش تحقیق

### ۲-۱- روند مدل‌سازی مخزن همگن و صحت‌سنجی نتایج

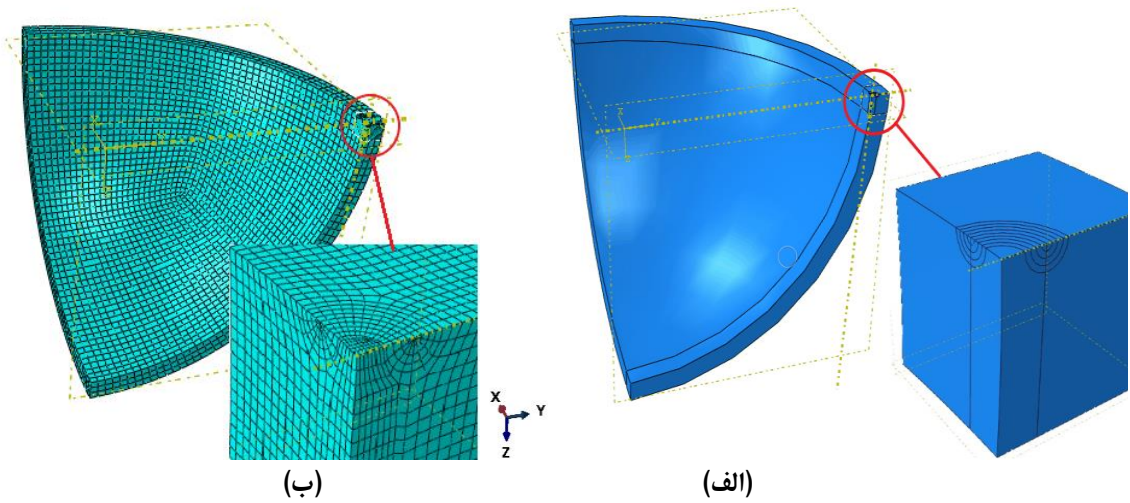
برای تحلیل عددی و شبیه‌سازی، هندسه مسئله بصورت سه بعدی در نرم افزار اجزاء محدود آباکوس مدل شده است. ابتدا قبل از انجام تحلیل مد نظر، می‌بایست از صحت روند مدل‌سازی و تحلیل، اطمینان حاصل نمود. برای این منظور در ابتدا یک مخزن همگن فولادی، حاوی ترک نیم دایروی

- 1 Quadratic
- 2 Singular
- 3 Solid
- 4 Quadratic hexahedral
- 5 Quadratic wedge
- 6 Linear hexahedral



شکل ۲. آزمون همگرایی مش بندی

Fig. 2. Mesh convergence test



شکل ۳. الف) پارتیشن بندی مخزن و بلوک ترک، ب) مش بندی نهایی

Fig. 3. a) Tank and crack block partitioning, b) Final meshing

جدول ۱. خواص مکانیکی فولاد

Table 1. Mechanical properties of steel

نوع آلیاژ	ضریب پواسون (ν)	مدول الاستیسیته E(MPa)
St <sup>۳۷</sup>	۰/۳	$2.08 \times 10^3$

جدول ۲. صحت سنجی نتایج بدست آمده از تحلیل عددی و روابط تحلیلی

Table 2. Verification of results obtained from numerical analysis and analytical relationships

ضریب شدت تنش (MPa.mm <sup>۰/۵</sup> )	تحلیل عددی	روابط تحلیلی	درصد خطا
۳۶۳/۱۰۱	۳۶۳/۱۰۱	۳۸۷/۶۵۹	۶/۳۳۴

جدول ۳. خواص مکانیکی و حرارتی ماده مدرج تابعی (Al 6061-T6, Zirconia) [۱۵]

Table 3. Mechanical and thermal properties of functionally graded material (Al 6061-T6, Zirconia) [15]

نوع آلیاژ	ضریب پواسون (ν)	مدول یانگ E (MPa)	ضریب انبساط حرارتی (۱/°C)	هدایت گرمایی (W/m.K)	چگالی (Tone/mm <sup>۳</sup> )	ظرفیت گرمایی ویژه (mJ/Tone.K)
Al 6061-T <sup>۶</sup>	۰/۳	$68.9 \times 10^3$	$2.36 \times 10^{-6}$	۱۶۷	$2.7 \times 10^{-9}$	$869 \times 10^6$
Zirconia	۰/۳	$117 \times 10^3$	$7.11 \times 10^{-6}$	۲/۰۳۶	$5.6 \times 10^{-9}$	$615.6 \times 10^6$

است (مانند مخزن همگن)، می‌توان از روابط تحلیلی برای محاسبه ضریب شدت تنش استفاده کرد ولی در اکثر مسائل پیچیده‌تر (نظیر مواد مدرج تابعی) نیاز به روش‌های عددی مانند استفاده از نرم افزار اجزاء محدود آباکوس می‌باشد. در اینجا ضریب شدت تنش با استفاده از روش کانتور انتگرال<sup>۵</sup> در سرتاسر جبهه ترک، استخراج می‌گردد.

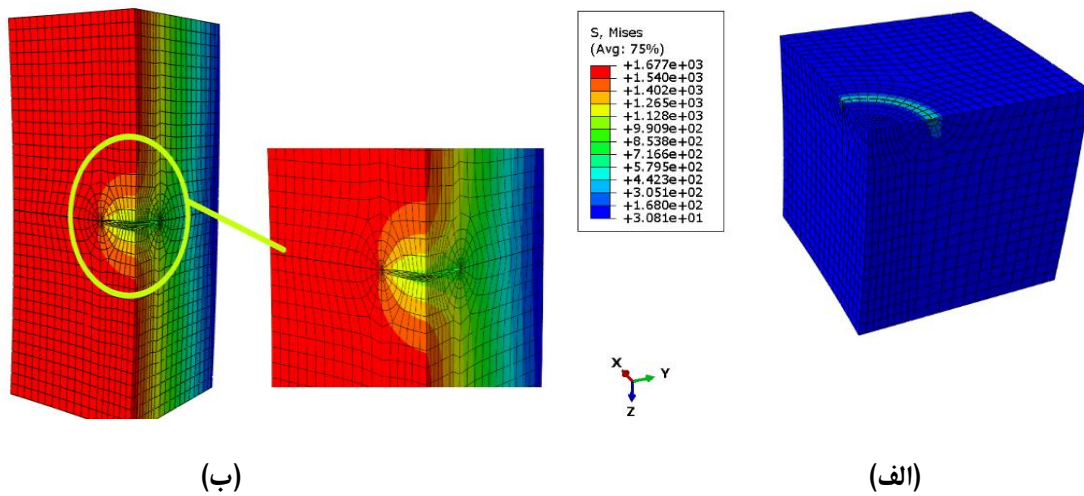
همان‌طور که گفته شد، مدل‌های ریاضی مواد مدرج تابعی مورد استفاده در این پژوهش برای تعیین خواص، تابع توانی، تابع نمایی و خطی می‌باشند، که به ترتیب طبق معادلات (۶ تا ۸)، تعریف می‌شوند.

مدرج تابعی فلز - سرامیک که سطح داخلی از فلز آلومینیوم و سطح خارجی از سرامیک زیرکونیا، با همان هندسه تعریف شده در بخش ۱-۲ می‌باشد. خواص مکانیکی و حرارتی ماده مدرج تابعی موجود در جدول ۳ با سه حالت توانی، نمایی و خطی در قالب کد متلب، تعریف و پاسخ هر حالت در مرحله ارجاع خواص در نرم افزار آباکوس گنجانده می‌شود. لازم به ذکر است که برای تحلیل اینگونه مواد نیاز به کد سابروتین<sup>۱</sup> هست و برای اجرای این کد حتما باید سه نرم افزار آباکوس، ویژوال استودیو<sup>۲</sup> و اینتل پارالل استودیو<sup>۳</sup> با همدیگر لینک<sup>۴</sup> باشند. همچنین در این پژوهش از بردار نرمال بر صفحه ترک برای جهت بازشدگی ترک استفاده شده است. در مواردی که مسائل ساده‌تر

- 1 Subroutine Usdffld
- 2 Microsoft Visual studio
- 3 Intel parallel studio
- 4 Link

5 Contour integral





شکل ۴. الف) کانتور تنش ون مایزر در جبهه ترک، ب) بازشدگی ترک

Fig. 4. a) Contour plot of von Mises stress at the crack front, b) crack opening

تعریف شده‌اند. همچنین خواص ماده در محدوده الاستیک تعریف شده‌اند.

### ۳- بحث و بررسی نتایج

در این بخش، کانتورهای تنش و بازشدگی ترک یک نمونه از مدل‌سازی‌ها در شکل ۴ ارائه گردیده است. نمودارهای ضریب شدت تنش بر روی جبهه ترک برای پارامترهای تغییرات فشار، تغییرات ضخامت مخزن، تغییرات خواص ماده در سه حالت، توزیع بار حرارتی، تغییرات هندسه ترک، دو ترک همزمان داخلی و خارجی و شرایط تکیه گاهی مختلف در شکل‌های ۶ الی ۲۱ ارائه گردیده است. در این نمودارها برای تعیین نقاط روی جبهه ترک، نسبت شعاع هر گره جبهه ترک به شعاع داخلی ( $r/r_0$ ) در نظر گرفته شده است. همانطور که گفته شد سطح داخلی مخزن خالص، فلز آلومینیوم است که خواص مکانیکی فاز فلزی ماده به تدریج از سطح داخل به خارج کاهش می‌یابد. سطح بیرونی مخزن نیز خالص، سرامیک زیرکونیا می‌باشد که این بار خواص مکانیکی فاز سرامیکی از سطح خارجی به داخل در حال کاهش است.

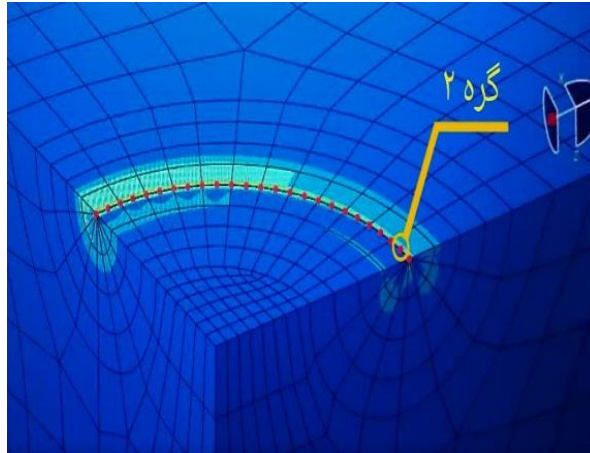
در شکل ۵ موقعیت گره ۲ بر روی جبهه ترک (در موقعیت  $r/r_0=1/0.19$ ) مشخص شده است. شکل ۶ نمودار مقایسه و تاثیر فشارهای مختلف بر روی ضریب شدت تنش در گره ۲ را بر اساس تابع توانی با چهار توان متفاوت، نشان می‌دهد. از آنجایی که تحلیل مخزن در محدوده الاستیک خطی انجام

$$P = (P_c - P_m) \left( \frac{r - r_m}{r_c - r_m} \right)^n + P_m \quad (6)$$

$$P = P_m \cdot e^{\gamma r}, \quad \gamma = \frac{\ln \frac{P_c}{P_m}}{(r_c - r_m)} \quad (7)$$

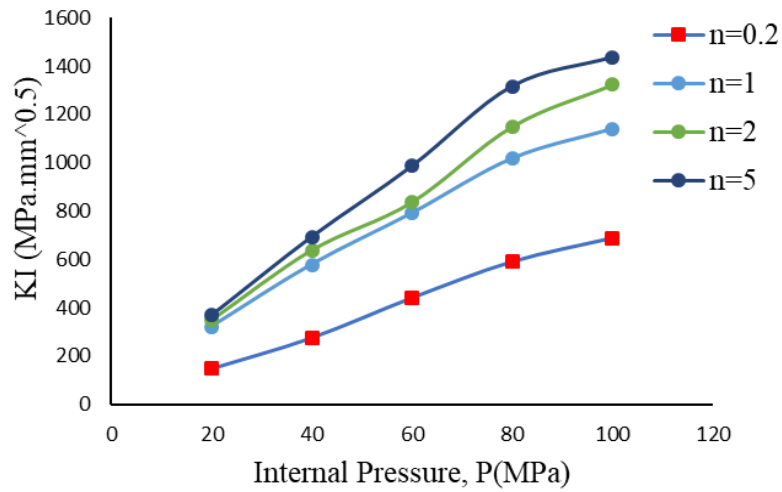
$$P = P_m \left( 1 + (\gamma \cdot r) \right), \quad \gamma = \frac{\left( \left( \frac{P_c}{P_m} \right) - 1 \right)}{(r_c - r_m)} \quad (8)$$

پارامتر  $P$  در معادلات فوق (۶ تا ۸) همان خواص ماده مدرج تابعی می‌باشد که  $P_m$  خواص فاز فلزی و  $P_c$  خواص فاز سرامیک است.  $r$  شعاع نقطه مورد نظر،  $r_m$  شعاع فاز فلزی (شعاع داخلی مخزن) و  $r_c$  شعاع فاز سرامیک (شعاع خارجی مخزن) می‌باشد. در معادله (۷ و ۸) نیز نماد  $\gamma$  ثابت فرمول است که وابسته به خواص و ضخامت مخزن می‌باشد. [۱۶] خواص مکانیکی مدول الاستیسیته، چگالی و خواص حرارتی، ظرفیت گرمایی ویژه، هدایت گرمایی و ضریب انبساط حرارتی در این پژوهش به صورت تابعی



شکل ۵. موقعیت گره ۲ بر روی جبهه ترک

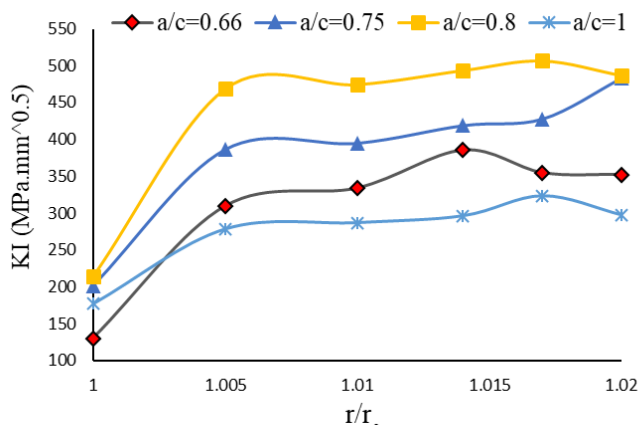
Fig. 5. Location of node 2 at the crack front



شکل ۶. مقایسه اثر فشارهای مختلف بر ضریب شدت تنش در گره ۲ (در ازاء چهار نمونه مختلف از پارامتر توان، n)

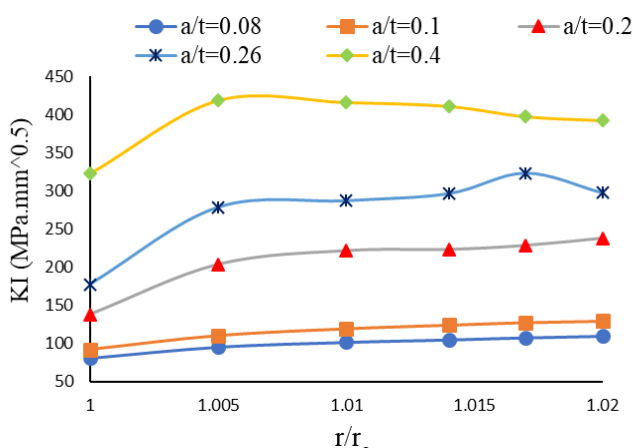
Fig. 6. Comparison of the effect of different pressures on the stress intensity factor at node 2 (for four different values of the power parameter, n)





شکل ۷. تاثیر هندسه ترک (a/c) بر ضریب شدت تنش (ضخامت ثابت، t=15mm)

Fig. 7. Effect of crack geometry (a/c) on the stress intensity factor (constant thickness, t=15mm)



شکل ۸. تاثیر تغییرات ضخامت مخزن (a/t) بر ضریب شدت تنش (شعاع بزرگ ترک نیم بیضوی ثابت، c=4mm)

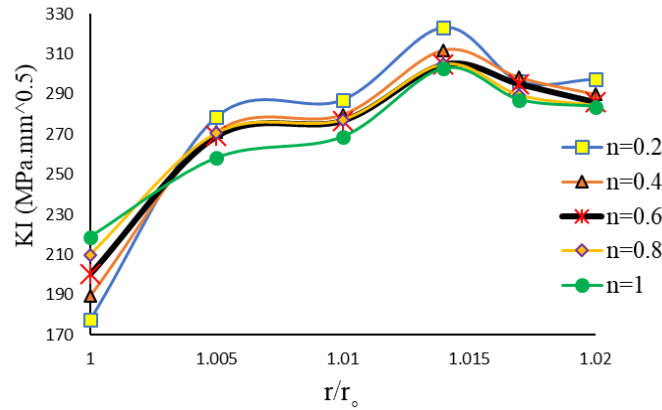
Fig. 8. The effect of changes in tank thickness (a/t) on the stress intensity factor (large radius of constant semi-elliptical crack, c=4mm)

شده است و برابر با ۱۵ میلی‌متر می‌باشد. همچنین در مدلسازی ترک نیم بیضوی، شعاع کوچک ثابت (a=4 mm) و شعاع بزرگ (c) تغییر داده شده است.

بر طبق روابط تئوری مکانیک شکست برای ترک‌های نیم بیضی، ضریب شدت تنش در زاویه صفر درجه (سطح داخلی مخزن یا  $r/r_0=1$ ) کمترین مقدار و در زاویه ۹۰ درجه بیشترین مقدار را دارد که در نمودار فوق این روند تقریباً مشاهده می‌شود. در شکل ۸ نتایج حاصل از تاثیر تغییرات

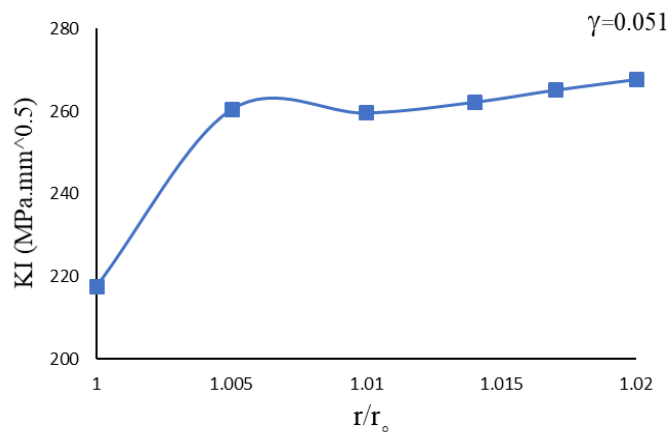
شده است، بدیهی است که ضریب شدت تنش با افزایش فشار، افزایش می‌یابد. لذا برای اینکه شرایط بحرانی در فشارهای بالا کنترل شود، می‌توان از مخازن با ضخامت بالاتر برای فشارهای داخلی بالا استفاده نمود.

در شکل ۷ مشاهده می‌شود که با توجه به هندسه ترک، هرچه نسبت شعاع کوچک به شعاع بزرگ ترک نیم بیضوی افزایش می‌یابد، مقدار ضریب شدت تنش نیز افزایش پیدا می‌کند. در ترک نیم دایروی ( $a/c=1$ ) ضریب شدت تنش کمتر از بقیه حالت‌هاست. در این تحلیل ضخامت ثابت فرض



شکل ۹. تغییرات ضریب شدت تنش بر حسب  $r/r_0$  در ازاء مقادیر مختلف پارامتر توان تابع توانی (n)

Fig. 9. Changes in the stress intensity factor in terms of  $r/r_0$  for different values of the power parameter of the power function (n)



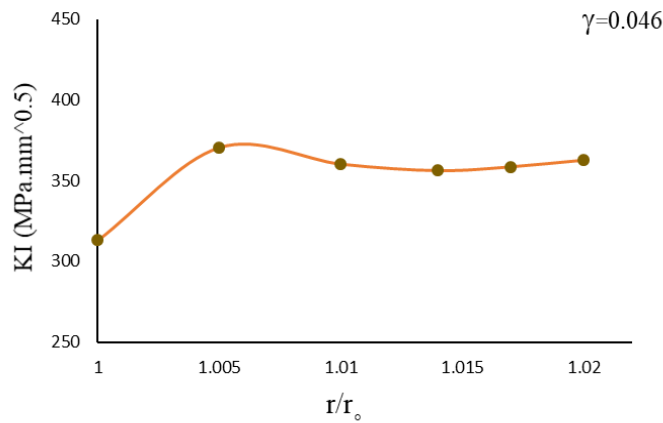
شکل ۱۰. تغییرات ضریب شدت تنش بر حسب  $r/r_0$  به ازاء تابع نمایی (پارامتر  $\gamma$  ثابت،  $\gamma = 0.051$ )

Fig. 10. Changes in the stress intensity factor in terms of  $r/r_0$  for exponential function (constant parameter  $\gamma$ ,  $\gamma = 0.051$ )

هر چه پارامتر توان افزایش می‌یابد، ضریب شدت تنش در همه نقاط با اختلاف کمی کاهش می‌یابد. تنها در نقطه ۱ بر روی محور افقی نتیجه، عکس می‌باشد. بدین صورت که با افزایش پارامتر توان، ضریب شدت تنش در این نقطه افزایشی است. بیشترین حالت ضریب شدت تنش بر اساس تابع توانی در پارامتر  $n=0.2$  اتفاق افتاده است. همچنین با توجه به نتایج بدست آمده در همه نمونه‌های مختلف پارامتر توان، بیشینه مقدار ضریب شدت تنش در نقطه  $1/0.14$  که در زاویه  $45^\circ$  بر روی جبهه ترک است، اتفاق می‌افتد. در شکل ۱۰ نمودار ضریب شدت تنش بر اساس تابع نمایی نشان داده

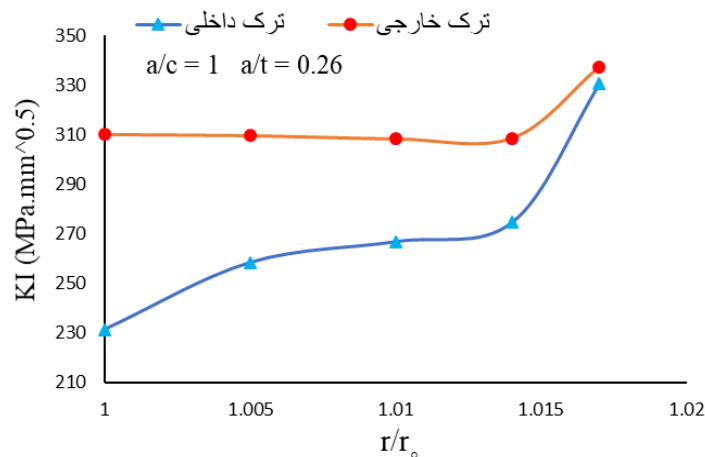
ضخامت مخزن بر ضریب شدت تنش ارائه شده که بیانگر نسبت عکس میان ضخامت مخزن و ضریب شدت تنش می‌باشد. یعنی هرچه ضخامت مخزن افزایش یابد، ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد. یا می‌توان اینگونه بیان نمود که با افزایش نسبت شعاع کوچک ترک به ضخامت مخزن، ضریب شدت تنش نیز افزایش می‌یابد. در این تحلیل شعاع بزرگ ترک نیم بیضوی ثابت فرض شده و مقدار آن ۴ میلی‌متر است.

شکل ۹ تاثیر خواص ماده در ازاء مقادیر مختلف پارامتر توان تابع توانی بر ضریب شدت تنش را ارائه می‌کند. همانطور که در شکل مشخص می‌باشد



شکل ۱۱. تغییرات ضریب شدت تنش بر حسب  $r/r_0$  به ازاء تابع خطی (پارامتر  $\gamma$  ثابت،  $\gamma = 0.046$ )

Fig. 11. Changes in the stress intensity factor in terms of  $r/r_0$  for linear function (constant parameter  $\gamma$ ,  $\gamma = 0.046$ )



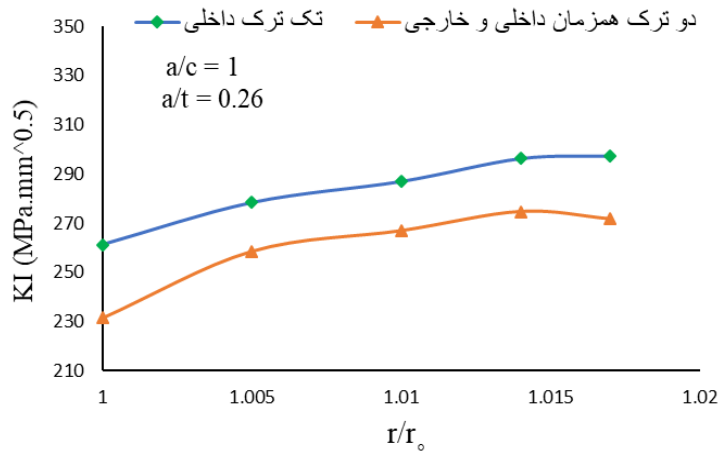
شکل ۱۲. مقایسه ضریب شدت تنش در دو ترک داخلی و خارجی به طور همزمان در یک مخزن

Fig. 12. Comparison of the stress intensity factor in two internal and external cracks simultaneously in a tank

و بارگذاری یکسان را نشان می‌دهد. مقدار ضریب شدت تنش در ترک داخلی کمتر از ترک خارجی است، با اینکه در شرایط یکسان مورد بررسی قرار گرفته‌اند. با توجه به نتایج حاصله می‌توان نتیجه گرفت، ترک‌های خارجی موجود در مخزن بحرانی‌تر از ترک‌های داخلی هستند.

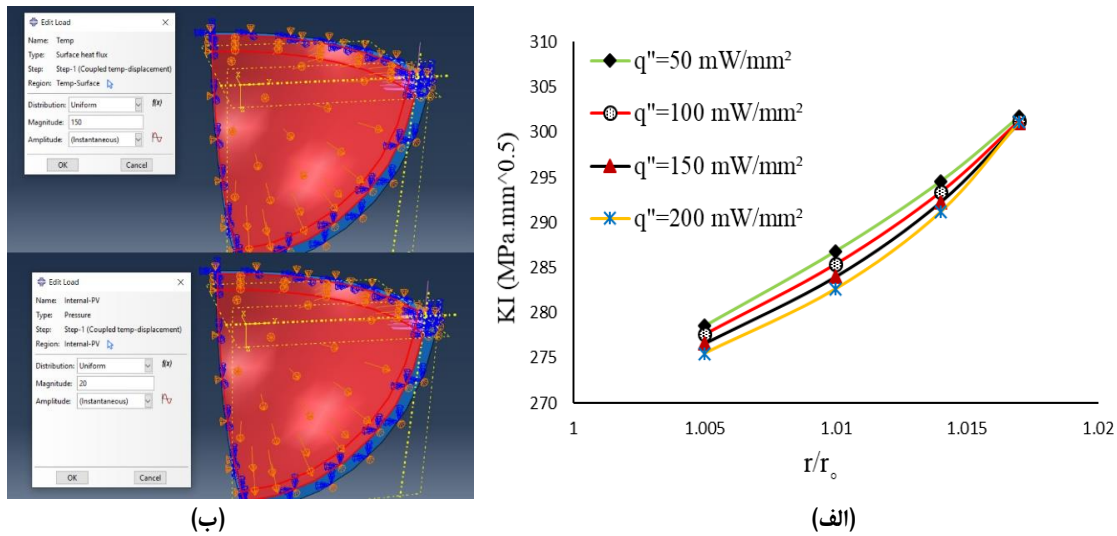
مقایسه دیگری نیز بین مقادیر ضریب شدت تنش در دو مدل مخزن با شرایط مشابه که یکی حاوی یک ترک و دیگری حاوی دو ترک همزمان می‌باشد، در شکل ۱۳ ارائه شده و نتایج نشان دهنده این است که ضریب شدت تنش در مدل یک ترک بیشتر از دو ترک همزمان می‌باشد.

شده است. در این نمودار پارامتر  $\gamma$  ثابت بوده و مقدار آن برابر با  $0.051$  می‌باشد. نتایج بیانگر این است که هرچه از سطح داخلی مخزن در راستای شعاع پیش می‌رویم، مقدار ضریب شدت تنش صعودی است. شکل ۱۱ نیز نمودار بررسی ضریب شدت تنش به ازاء تابع خطی با پارامتر ثابت  $\gamma = 0.046$  را ارائه نموده که مقادیر ضریب شدت تنش در راستای شعاع، غیر از دو نقطه ۱ و  $1/0.05$  بر روی محور افقی، دارای تغییرات بسیار اندکی است و می‌توان گفت که مقادیر ضریب شدت تنش در بقیه نقاط، تقریباً ثابت است. در ادامه، شکل ۱۲ اثر دو ترک داخلی و خارجی به طور همزمان با هندسه



شکل ۱۳. مقایسه ضریب شدت تنش در دو حالت یک ترک داخلی و دو ترک همزمان داخلی و خارجی

Fig. 13. Comparison of stress intensity factor in two cases of one internal crack and two simultaneous internal and external cracks



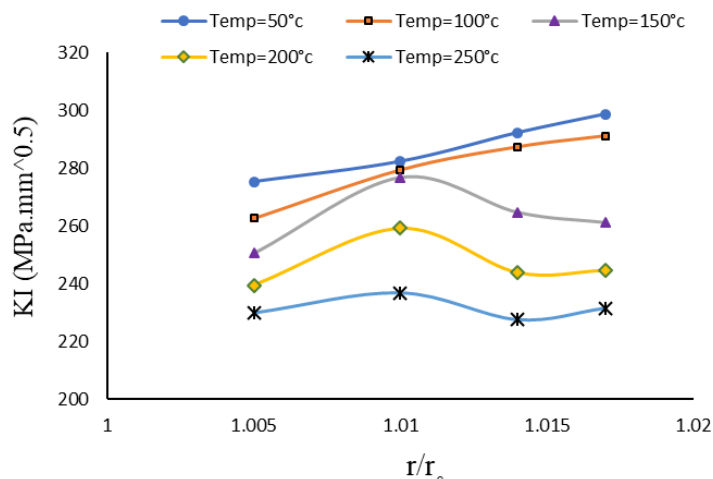
شکل ۱۴. الف) مقایسه نتایج تحلیل حرارتی به ازاء مقادیر مختلف شار حرارتی 'q' ( $mW/mm^2$ ) و فشار ثابت (P=20 MPa) ب) سطح اعمال فشار داخلی و شار حرارتی

Fig. 14. a) Comparison of thermal analysis results for different values of heat flux "q" ( $mW/mm^2$ ) and constant pressure (P=20 MPa) b) Internal pressure and heat flux surfaces

دما-جابجایی<sup>۱</sup> بوده و در اثر شار حرارتی اعمال شده، دمای مخزن در حین مسئله افزایش یافته است. نتایج تحلیل حرارتی در شارهای حرارتی مختلف در نمودار شکل ۱۴، مقایسه شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود هر چه مقدار شار حرارتی افزایش می‌یابد، ضریب شدت تنش رو

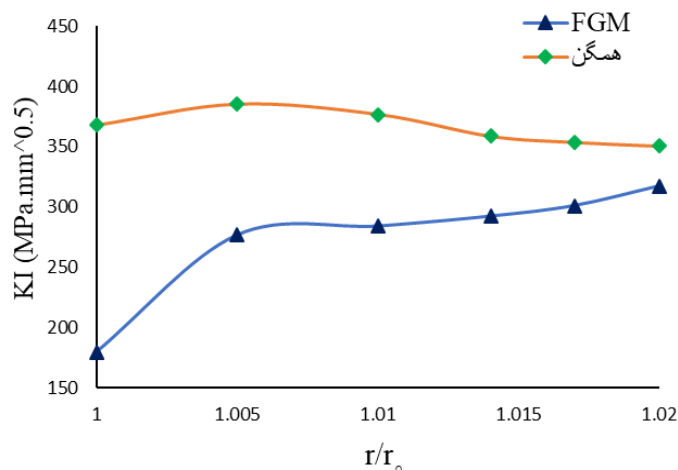
در ادامه به تحلیل حرارتی مخزن پرداخته شده است. در این تحلیل، اثر همزمان شار حرارتی و فشار داخلی بر ضریب شدت تنش بررسی می‌شود. در این مطالعه، دمای اولیه مخزن را  $25^\circ$  سانتیگراد و فشار ثابت داخلی ۲۰ مگاپاسکال در نظر گرفته و به ازای شارهای حرارتی متفاوتی که به سطح داخلی مخزن وارد شده، تحلیل انجام شده است. تحلیل به صورت کوبله

1 Coupled temp-displacement



شکل ۱۵. مقایسه نتایج تحلیل حرارتی به ازاء مقادیر مختلف دمای سطح داخلی مخزن (°C) و فشار ثابت (P=20 MPa)

Fig. 15. Comparison of thermal analysis results for different values of internal surface temperature of the tank (°C) and constant pressure (P=20 MPa)



شکل ۱۶. مقایسه تحلیل حرارتی در ماده همگن از جنس آلومینیوم و مدرج تابعی آلومینیوم/ زیرکونیا با هندسه مشابه و شرایط یکسان (P=20 MPa, q''=150 mW/mm<sup>2</sup>) بر اساس تابع توانی

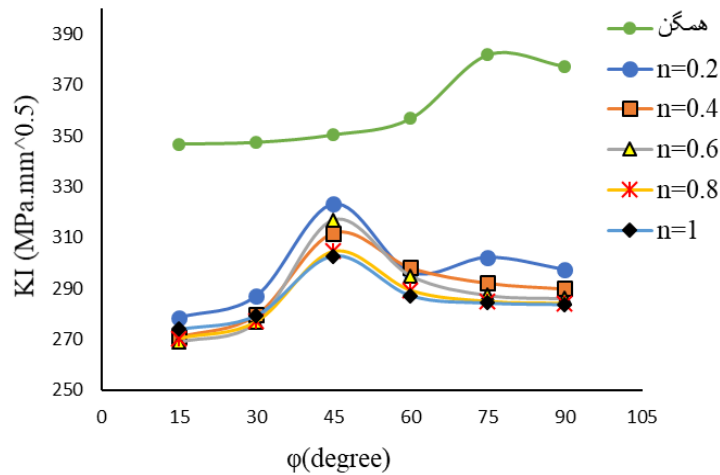
Fig. 16. Comparison of thermal analysis in a homogeneous material made of aluminum and functionally graded aluminum/zirconia with the same geometry and the same conditions (P=20 MPa, q''=150 mW/mm<sup>2</sup>) based on the power function

در شکل ۱۶ مقایسه ضریب شدت تنش حرارتی در مخزن همگن از

جنس آلومینیوم و مخزن مدرج تابعی از جنس آلومینیوم/ زیرکونیا با هندسه مشابه و تحت شرایط یکسان (فشار ثابت ۲۰ مگاپاسکال و شار حرارتی ۱۵۰ میلی وات بر میلیمترمربع) بر اساس تابع توانی (n=۰/۲) ارائه شده است. در این مقایسه نیز مشخص است که مواد مدرج تابعی در برابر حرارت مقاومتر از ماده همگن هستند. نتایج ضریب شدت تنش حرارتی بیانگر این موضوع

به کاهش است.

در یک حالت بارگذاری دیگر، تحلیل با در نظر گرفتن شرایط مرزی دما در داخل و خارج مخزن، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این تحلیل با دمای ۲۵° سانتیگراد در سطح خارجی و دماهای مختلف در سطح داخلی، انجام می‌شود. نتایج حاصل در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود و می‌توان گفت که هرچه دمای سطح داخل مخزن افزایش می‌یابد، ضریب شدت تنش کاهش پیدا می‌کند.



شکل ۱۷. تغییرات ضریب شدت تنش در زوایای مختلف بر روی جبهه ترک و مقایسه با مخزن همگن در شرایط مشابه

Fig. 17. Variations of the stress intensity factor at different angles on the crack front and comparison with a homogeneous tank under similar conditions

بررسی قرار گرفت. در دو مدل نیز، حالت پایه با سطح مقطع دایره و ترک عرضی بررسی شد. در نهایت مدل‌های سطح مقطع مربع و دایره با یکدیگر مقایسه شدند.

شکل ۱۸ در قسمت الف، دو مدل یک پایه و دو پایه در ربع مخزن با سطح مقطع مربع، حاوی ترک عرضی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. لازم به ذکر است مدل یک پایه در ربع مخزن، شامل چهار پایه در کل مخزن می‌باشد و در مدل دو پایه در ربع مخزن، کل مخزن شامل هشت پایه است. همانطور که از نمودار نتایج مشخص است در مدل دو پایه در ربع مخزن حاوی ترک عرضی، پارامتر ضریب شدت تنش کمی بیشتر از ضریب شدت تنش مدل یک پایه است. البته در نقطه  $r_0/r_1 = 1/0.5$  اختلاف ضریب شدت تنش بیشتر از بقیه نقاط است. در قسمت ب شکل ۱۸، تصویر مش بندی هر دو مدل ارائه شده است.

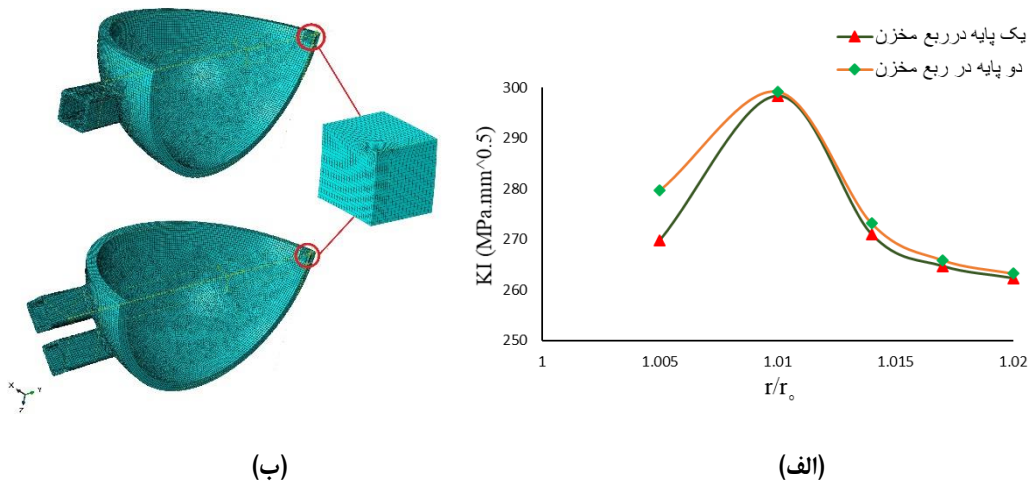
در قسمت الف شکل ۱۹ نتایج ضریب شدت تنش در دو مدل یک پایه و دو پایه در ربع مخزن با سطح مقطع مربع، حاوی ترک طولی آورده شده است که در این مدل هم میزان ضریب شدت تنش در مدل دو پایه با سطح مقطع مربعی در ربع مخزن با اختلاف اندکی بیشتر از مدل یک پایه است. شکل ۱۹ قسمت ب، نمونه مش بندی دو مدل ترک طولی را نشان می‌دهد. در شکل ۲۰ قسمت الف، نمودار بررسی ضریب شدت تنش مدل‌ها

است که مقادیر ضریب شدت تنش حرارتی در مخزن مدرج تابعی کمتر از مخزن همگن می‌باشد، در نتیجه استفاده از ماده مدرج تابعی برای ساخت مخازن در مواردی که تحت شرایط حرارتی و دمایی بالایی قرار دارند بسیار بهینه‌تر از ماده همگن است.

شکل ۱۷ تغییرات ضریب شدت تنش در زوایای مختلف بر روی جبهه ترک را نشان می‌دهد. با نتایج بدست آمده از مخزن مدرج تابعی، مشاهده می‌شود که حداکثر ضریب شدت تنش در  $\phi = 45^\circ$  بر روی جبهه ترک رخ می‌دهد. ضریب شدت تنش در  $n = 0.2$  از بقیه پارامترها بیشتر است و در مخزن همگن، بیشینه مقدار ضریب شدت تنش در زاویه  $90^\circ$  بر روی جبهه ترک رخ داده است. به طور کلی با مقایسه نتایج بدست آمده از مخزن همگن و مخزن مدرج تابعی در شرایط بارگذاری مشابه، مشاهده می‌شود که مخازن از جنس ماده مدرج تابعی در بدترین حالتشان هم کاهش قابل قبولی در مقادیر ضریب شدت تنش نسبت به مخازن از جنس همگن دارند که بیانگر بهینه‌تر بودن این مواد نسبت به مواد همگن است.

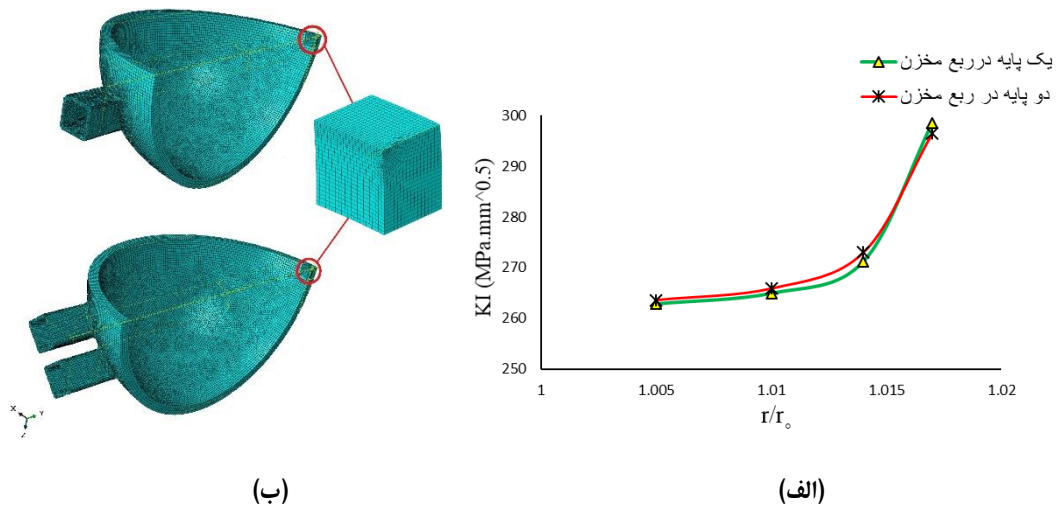
در نهایت به بررسی تاثیر شرایط تکیه‌گاهی مخزن بر روی ضریب شدت تنش ترک می‌پردازیم. در تحقیق حاضر شرایط تکیه‌گاهی در شش حالت مختلف با دو ترک طولی و عرضی مورد بررسی قرار گرفته شد. در چهار مدل، حالت پایه مخزن با سطح مقطع مربع و دو ترک طولی و عرضی مورد





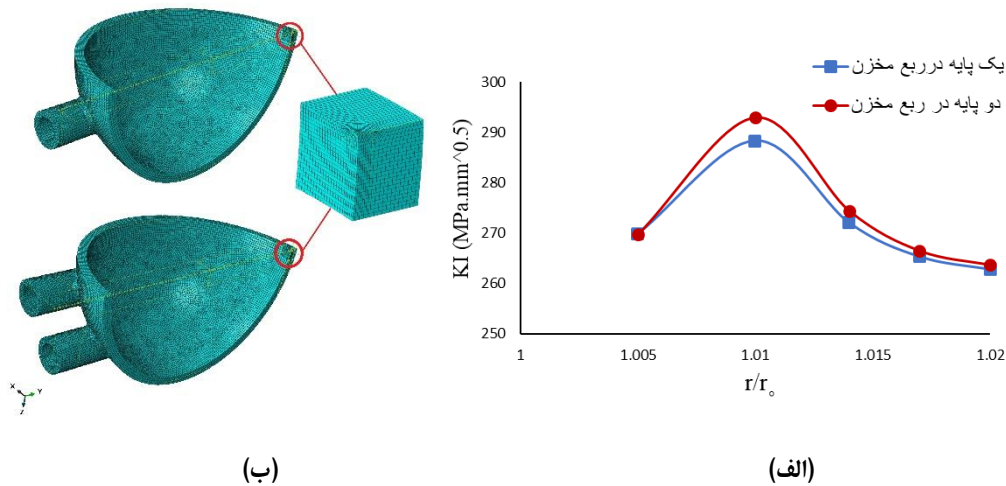
شکل ۱۸. الف) بررسی شرایط تکیه گاهی بر ضریب شدت تنش در مدل یک پایه و دو پایه با سطح مقطع مربع در ربع مخزن حاوی ترک عرضی ب) نمونه مش بندی دو مدل

Fig. 18. a) Investigation of the support conditions on the stress intensity factor in one-leg and two-leg models with a square cross-section in the quarter of the tank containing a transverse crack b) Example of meshing of two models



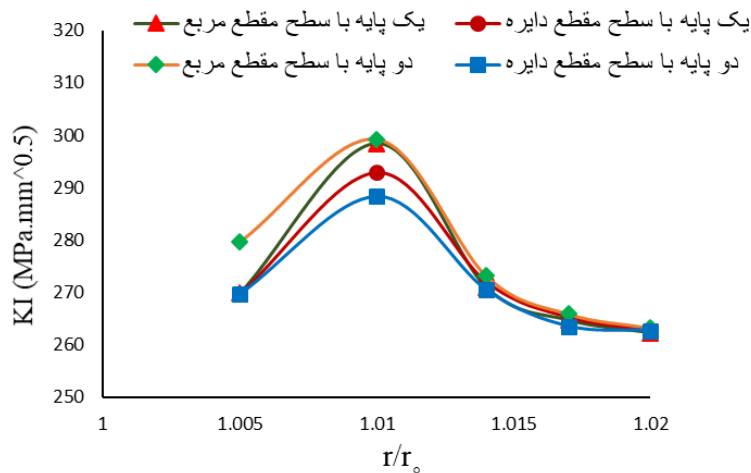
شکل ۱۹. الف) بررسی شرایط تکیه گاهی بر ضریب شدت تنش در مدل یک پایه و دو پایه با سطح مقطع مربع در ربع مخزن حاوی ترک طولی ب) نمونه مش بندی دو مدل

Fig. 19. a) Investigation of the support conditions on the stress intensity factor in one-leg and two-leg models with a square cross-section in the quarter of the tank containing a longitudinal crack b) Example of meshing of two models



شکل ۲۰. الف) بررسی شرایط تکیه گاهی بر ضریب شدت تنش در مدل یک پایه و دو پایه با سطح مقطع دایره در ربع مخزن حاوی ترک عرضی ب) نمونه مش بندی دو مدل

Fig. 20. a) Investigation of the support conditions on the stress intensity factor in one-leg and two-leg models with a circular cross-section in the quarter of the tank containing a transverse crack b) Example of meshing of two models



شکل ۲۱. الف) مقایسه ضریب شدت تنش در سطح مقطع مربعی و دایره‌ای مدل یک پایه و دو پایه در ربع مخزن حاوی ترک عرضی

Fig. 21. Comparison of the stress intensity factor in the square and circular cross-sections of one-leg and two-leg models in the quadrant of the tank containing a transverse crack

مش‌بندی این دو مدل را نشان می‌دهد. شکل ۲۱ مقایسه نتایج بدست آمده از مدل‌های سطح مقطع مربعی و دایره‌ای را ارائه می‌نماید. با توجه به نمودار می‌توان نتیجه گرفت که ضریب شدت تنش چه در مدل یک پایه و چه در مدل دو پایه با سطح مقطع دایره حاوی ترک عرضی، کمتر از دو مدل با همان شرایط در سطح مقطع مربعی

با پایه‌های سطح مقطع دایره‌ای آورده شده است. در این مدل فقط ترک عرضی بررسی گردید. در این تحلیل نیز نتایج نشان می‌دهند که در مدل یک پایه در ربع مخزن، مقادیر ضریب شدت تنش کمتر از مدل دو پایه است. همانطور که از نمودار مشخص است، اختلاف ضریب شدت تنش بین دو مدل در نقطه  $r/r_0 = 1/01$  بیشتر از بقیه نقاط است. قسمت ب شکل ۲۰ نیز

مرزی دمایی با افزایش دمای سطح داخلی در مخزن مدرج تابعی، مقدار ضریب شدت تنش کاهش یافته که این نتایج نشان از مقاومت خوب این مواد در برابر شکست حرارتی دارد. همچنین نسبت به ماده همگن در شرایط یکسان نیز نتایج بهتری از خود ارائه داده است. در نتیجه استفاده از ماده مدرج تابعی برای ساخت مخازن در مواردی که تحت شرایط دمایی و حرارتی بالایی قرار دارند بسیار بهینه‌تر از ماده همگن است.

- بررسی شرایط تکیه‌گاهی نشان داد که با افزایش تعداد پایه‌ها، ضریب شدت تنش نیز افزایش می‌یابد. این نتیجه در دو حالت سطح مقطع پایه مربعی و دایره‌شکل است. در مقایسه مدل‌ها با سطح مقطع مربع و دایره، نتایج حاکی از بهینه‌تر بودن پایه با سطح مقطع دایره است، زیرا در دو حالت یک پایه و دو پایه با سطح مقطع دایره ضریب شدت تنش کمتر از دو حالت با سطح مقطع مربعی می‌باشد.

در کل با توجه به نتایج حاصل شده می‌توان گفت که مواد مدرج تابعی دارای رفتار بهینه‌تری در برابر شکست مکانیکی و حرارتی نسبت به مواد همگن می‌باشند و می‌توانند جایگزین مناسبی برای ساخت مخازن کروی از جنس مواد همگن باشند.

## منابع

- [1] N. Noda, Z. H. JIN, Thermal Stress intensity factors for a crack in a strip of a functionally gradient material, *Journal Solids Structure*, 30(8) (1993) 1039-1056.
- [2] Y.Z. Chen, Stress intensity factors in a finite cracked cylinder made of functionally graded materials, *Pressure Vessels and Piping*, 81(12) (2004) 941-947.
- [3] A.M. Afsar, M. Anisuzzama, Stress intensity factors of two diametrically opposed edge cracks in a thick-walled functionally graded material cylinder, *Engineering Fracture Mechanics*, 74(10) (2007) 1617-1636.
- [4] M. R. Nami, H. Eskandari, Three-dimensional investigations of stress intensity factors in a thermo-mechanically loaded cracked FGM hollow cylinder, *Pressure Vessels and Piping*, 89 (2012) 222-229.
- [5] A. Shaghghi Moghaddam, M. Alfano, R. Ghajar, Determining the mixed mode stress intensity factors of surface cracks in functionally graded hollow cylinders, *Materials and Design*, 43 (2013) 475-484.

می‌باشد. پس می‌توان نتیجه گرفت، پایه با سطح مقطع دایره بهینه‌تر است.

## ۴- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر با مدل‌سازی اجزاء محدود مخزن کروی مدرج تابعی، حاوی ترک نیم بیضوی به صورت سه بعدی توسط نرم افزار آباکوس، به تحلیل و بررسی اثر پارامترهای مختلفی از قبیل توزیع فشار داخلی، هندسه ترک، دو ترک همزمان داخلی و خارجی، تغییر خواص با سه تابع توانی، نمایی و خطی، ضخامت مخزن، توزیع بار حرارتی و همچنین شرایط تکیه‌گاهی بر روی ضریب شدت تنش پرداخته شد. مخزن طراحی شده در این پژوهش از جنس مواد مدرج تابعی فلز - سرامیک است که سطح داخلی آن از فلز آلومینیوم و سطح خارجی از سرامیک زیرکونیا در نظر گرفته شده است. اهم نتایج بدست آمده به شرح زیر می‌باشند:

- با توجه به نتایج می‌توان گفت که هندسه ترک و ضخامت مخزن از عوامل بسیار مهمی هستند که بر ضریب شدت تنش تاثیر بسزایی می‌گذارند. نتایج در این زمینه، نشان دادند که با افزایش مقدار  $a/c$  ضریب شدت تنش نیز افزایش می‌یابد. البته در مدل  $a/c=1$  (ترک نیم دایروی) ضریب شدت تنش کاهش یافته است. همچنین با افزایش  $a/t$  (کاهش ضخامت مخزن)، ضریب شدت تنش رو به افزایش است. یعنی هر چه ضخامت مخزن افزایش یافته، ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد.

- بحرانی‌تر بودن ترک خارجی موجود در سطح مخزن نسبت به ترک داخلی در شرایط بارگذاری مشابه و به طور همزمان از دیگر نتایج بدست آمده کار حاضر می‌باشد.

- ضریب شدت تنش در مخزن مدرج تابعی، علاوه بر این که تابع بار و هندسه ترک و مخزن می‌باشد، به نحوه تغییرات خواص بر اساس نوع تابع نیز وابسته است. نتایج در تغییرات خواص بر اساس تابع توانی نشان داده‌اند که با افزایش پارامتر  $n$  (توان تابع) ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد. بیشترین حالت ضریب شدت تنش در پارامتر  $n=0.2$  رخ داده است. همچنین در توابع نمایی و خطی با پارامتر ثابت  $n$ ، نتایج بیانگر صعودی بودن ضریب شدت تنش در راستای شعاع مخزن است.

- نتایج نشان دادند که بیشینه ضریب شدت تنش در تحلیل مخزن مدرج تابعی بر اساس تابع توانی در همه پارامترهای توان تابع ( $n$ ) در زاویه  $45^\circ$  بر روی جبهه ترک رخ می‌دهد. اما در ماده همگن با شرایط یکسان در زاویه  $90^\circ$  بر روی جبهه ترک اتفاق می‌افتد.

- در تحلیل حرارتی، با افزایش شار حرارتی و همچنین در شرایط

- Cylinders under Torsional Transient Loading, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 97 (2018) 258-264.
- [12] A. Shaghghi Moghaddam, M. Alfano, Thermoelastic analysis of surface cracks in FGMs hollow cylinders using the interaction energy integral method, Engineering Fracture Mechanics, 202 (2018) 103-115.
- [13] S. M. Nabavi, A. Zareei, Determination of steady state thermal stress intensity factors for semi-elliptical circumferential cracks in cylinders, Amirkabir J. Mech. Eng., 49(4) (2018) 665-672.
- [14] N. Habibi, H. Bahrampour, Estimation of the SIF in FGM spherical pressure vessel, Australian Journal of Mechanical Engineering, 20(4) (2022) 911-926.
- [15] MatWeb: Online Materials Information Resource. <https://matweb.com>
- [16] Mahmoudi Monfared, Mojtaba; Yagoubi, Reza; "Evaluation of the stress intensity coefficient for an edge crack located in a beam made of functionally graded materials under a failure mechanics mode loading" 25th Annual International Conference of Mechanical Engineering of Iran, 2(2016) 2-14 (in Persian).
- [6] I. Eshraghi, N. Soltani, M. Rajabi, Transient stress intensity factors of functionally graded hollow cylinders with internal circumferential cracks, Solids and Structures, 13(9) (2016) 1738-1762.
- [7] ] H. Mahbadi, Stress Intensity Factor of Radial Cracks in Isotropic Functionally Graded Solid Cylinders, Engineering Fracture Mechanics, 180 (2017) 115-131.
- [8] H. Eskandari, Three-Dimensional Finite Element Analysis of Stress Intensity Factors in a Spherical Pressure Vessel with Functionally Graded Coating, Solid Mechanics, 9(4) (2017) 751-759.
- [9] M. R. Ghafoor Elahi, M. Mahdizadeh Rohi, Calculation Of Stress intensity factor for an internal circumferential crack in a rotating functionally graded thick-walled hollow circular cylinder under thermal shock, Archive of Mechanical Engineering, 4 (2017) 455-479.
- [10] N. Habibi, S. Asadi, R. Moradikhah, Evaluation of SIF in FGM Thick-walled Cylindrical Vessel, Stress Analysis, 2(1) (2017) 57-68.
- [11] M. Noroozi, A. Ghassemi, A. Atrian, M. Vahabi, Multiple Cylindrical Interface Cracks in FGM Coated

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*M. Salari, F. Ebrahimi, Analysis of the semi-elliptical crack in the FGM spherical pressure vessels, Amirkabir J. Mech Eng., 55(6) (2023) 705-722.*

DOI: 10.22060/mej.2023.21820.7517

