



Numerical analysis of moist-air flow in converging-diverging nozzle with equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models

S. Hamidi^{1*}, M. J. Kermani²

¹ Department of Mechanical Engineering, Sanandaj Branch, Islamic Azad University, Sanandaj, Iran

² Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology (AUT), Tehran, Iran

ABSTRACT: In this paper, the numerical solution of compressible, transonic, unsteady, inviscid, and two-phase of moist-air flow in converging-diverging nozzles is studied. To do so, both equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models with Roe's scheme are considered and the results are compared. In the equilibrium thermodynamic model, the solver is spatially third-order and temporally second-order accurate, but in non-equilibrium thermodynamic model, the solver is spatially first-order and temporally second-order accurate. For the moist air in dry regions the pressure, temperature, and velocity are extrapolated while in wet regions the steam quality has been used instead of pressure. In this study, the influence of the geometry expansion rate and inlet total temperature and pressure on nucleation rate and the wetness fraction at the nozzle exit are investigated. The results show that by increasing the expansion rate of the nozzle the condensation onset occurs earlier; also, the nucleation rate and wetness fraction at the nozzle exit is increased. Comparing the results of equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models shows that the non-equilibrium thermodynamic model has better agreement with the experimental data.

Review History:

Received: Oct. 20, 2022

Revised: Oct. 14, 2023

Accepted: Nov. 14, 2023

Available Online: Dec. 13, 2023

Keywords:

Roe's scheme

moist air

wetness fraction

equilibrium thermodynamic

non-equilibrium thermodynamic

1- Introduction

Condensation phenomena in pure steam or moist-air flows is one of the most important factors that can produce excessive losses and cause mechanical erosions for example in turbines or aircraft. Therefore, the numerical scheme for the prediction of moisture in condensing flows is essential. Various numerical studies have been done on the modeling of condensable pure steam and moist-air flows [1-3].

In this study, the numerical solution of condensing transonic moist-air flow through converging-diverging nozzle using equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models is investigated and the results are compared. In the non-equilibrium thermodynamic model which happens in reality (for transonic flow), when the supersaturation ratio or supercooling level reaches a critical value, condensation occurs by spontaneous nucleation of tiny liquid droplets.

2- Governing equations

The governing equations in equilibrium thermodynamic model for quasi one-dimensional, unsteady, inviscid and compressible flows are composed of the conservation laws of continuity, momentum and energy, and are shown in full conservative form. In the absence of body forces one can write [4]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = H \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho e_t A \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u A \\ (P + \rho u^2) A \\ \rho u h_t A \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ P \frac{dA}{dx} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rho = \rho_{mix} = \rho_s + \rho_a, P = P_{mix} = P_v + P_a \quad (3)$$

Here Q , F , and H are respectively, the conservative vector, the flux vector, and the source term. A is the cross-sectional area of the nozzle, ρ is the mixture density, u is the velocity, P is the mixture pressure, e_t and h_t are respectively the total internal energy and total enthalpy of the mixture.

*Corresponding author's email: sabaah_hamidi@yahoo.com



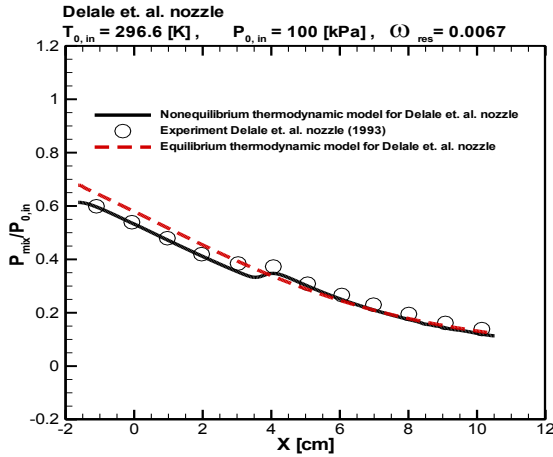


Fig. 1. Comparisons the numerical results of pressure distribution using equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models with the experimental data of Delale et al. [6]

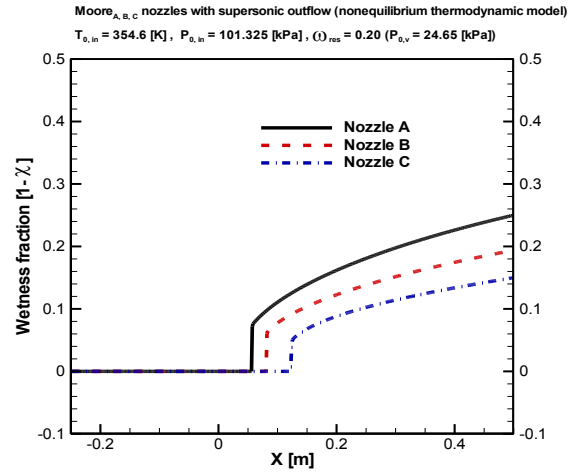


Fig. 2. Parametric study to illustrate the influence of nozzle geometry on condensation onset and outlet wetness fraction using non-equilibrium thermodynamic model

The governing equations in the non-equilibrium thermodynamic model for quasi-one-dimensional flow in full conservative form consist of Euler equations for the mixture and four additional partial differential equations describing the condensate formation [5]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = H \quad (4)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho e_t A \\ \rho g \\ \rho Q_2 \\ \rho Q_1 \\ \rho Q_0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u A \\ (P + \rho u^2) A \\ \rho u h_t A \\ \rho g u \\ \rho Q_2 u \\ \rho Q_1 u \\ \rho Q_0 u \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ P \frac{dA}{dx} \\ 0 \\ 4\pi r_c^3 \rho_l J / 3 + 4\pi \rho \rho_l Q_2 \dot{r} \\ J r_c^2 + 2\rho Q_1 \dot{r} \\ r_c J + \rho Q_0 \dot{r} \\ J \end{bmatrix}$$

Here Q_0 , Q_1 and Q_2 are Hill's moments, J is the homogeneous nucleation rate, g is the liquid mass fraction and \dot{r} is radius growth rate.

3- Results and Discussion

To validate the numerical study, the pressure distribution along the nozzle is compared with the experimental data of Delale et al [6]. These comparisons indicate relatively good agreements. The maximum error in equilibrium thermodynamic model is obtained as 10%, while in the case of non-equilibrium thermodynamic model the maximum error is about 7%. Therefore, the results show that the non-equilibrium thermodynamic model has better agreement with the experimental data.

In this study, three nozzle geometries (A, B, and C) taken from the Moore et al. [7] is considered. Nozzle A of these series has the highest expansion rate while nozzle C has the lowest. Figure 2 shows the numerical results of wetness fraction along nozzles A, B, and C using the non-equilibrium thermodynamic model. The results show that the condensation onset in nozzle A starts sooner than other nozzles, also, the wetness content at the exit of nozzle A is higher than that of nozzles B and C.

In Fig. 3 the profiles of droplet nucleation rate along the nozzles A, B, and C are shown. As shown in this figure, due to the high expansion rate of nozzle A, in addition to the wetness fraction (which is shown in Fig. 2), the droplet nucleation rate in nozzle A is more than that of nozzle B, similarly, the nucleation rate in nozzle B is more than nozzle C.

Table 1 shows the mass flow rate of produced water at the exit of nozzle A in equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models for the condensing moist air flow. Therefore, this research can be considered for liquid water

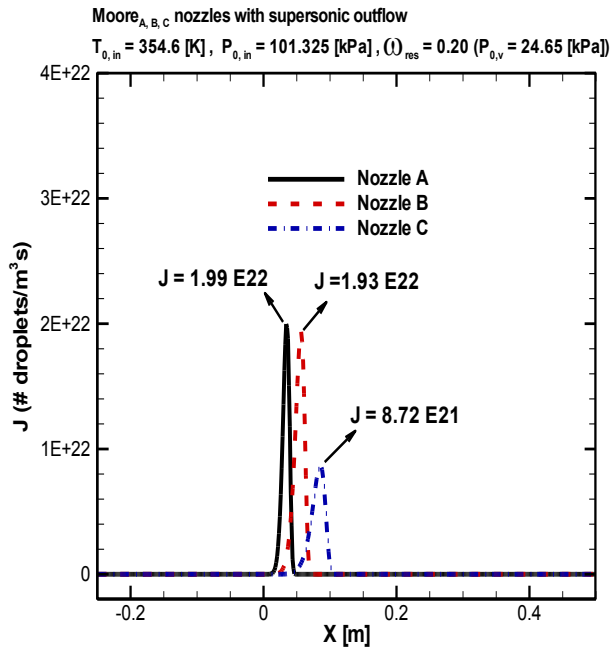


Fig. 3. Droplet nucleation ratedistribution along nozzles A, B and C using non-equilibrium thermodynamic model

production from the moist air flow in highly humid regions.

4- Conclusions

Condensation phenomena for transonic moist-air flow through converging-diverging nozzles using equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models is studied numerically. The task is performed using a flux difference splitting scheme of Roe. In the equilibrium thermodynamic model, the solver is spatially third-order and temporally second-order accurate, but in the non-equilibrium thermodynamic model, the solver is spatially first-order and temporally second-order accurate. The results of the non-equilibrium thermodynamic model show better agreement with experimental data. In this study, the influence of geometry expansion rate and stagnation conditions on the flow field and wetness fraction are investigated. The results show that by increasing the expansion rate of nozzles, the condensation occurs sooner and the content of liquid water at nozzle exit increases.

References

[1] S.A. Hosseini, E. Lakzian, M. Nakisa, Multi-objective

Table 1. The mass flow rate of water at the exit of nozzle A in equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models at the following conditions: $P_{0,in}=101.325$ kPa, $T_{0,in}=354.6$ K, $\omega_{res}=0.2$

model	$\dot{m}_i(kg/s)$	$\dot{m}_i(kg/\square r)$
Equilibrium thermodynamic	0.291	1047.6
Non-equilibrium thermodynamic model	0.28	1008

optimization of supercooled vapor suction for decreasing the nano-water droplets in the steam turbine blade, International Communications in Heat and Mass Transfer, 142 (2023), 106613.

[2] P. Wisniewski, S. Dykas, B. Yamamoto, M. Majkut, K. Smolka, M. Nocon, T. Wittmann, J. Friedrichs, A comprehensive analysis of the moist air transonic flow in a nozzle with a very low expansion rate, Applied Thermal Engineering, 217 (119185) (2022).

[3] P. Wisniewski, M. Majkut, S. Dykas, K. Smolka, G. Zhang, B. Pritz, Selection of a steam condensation model for atmospheric air transonic flow prediction, Applied Thermal Engineering, 203 (117922) (2022).

[4] S. Hamidi, M. J. Kermani, Numerical solution of compressible two-phase moist air flow with shocks, Eur. J. Mech. B, Fluids 42 (2013) 20–29.

[5] S. Hamidi, M. J. Kermani, Numerical study of non-equilibrium condensation and shock waves in transonic moist-air and steam flows, Aerospace Science and Technology 46 (2015) 188–196.

[6] C. F. Delale, G. H. Schnerr, J. Zierp, Asymptotic Solution of Transonic Nozzle Flows with Homogeneous Condensation.1. Subcritical Flows, Phys. Fluid. A, (5) (38) (1993) 2969–2981.

[7] M. J. Moore, P. T. Walters, R. I. Crane, B. J. Davidson, Predicting the Fog Drop Size in Wet Steam Turbines, Inst. for Mechanical Engineers (UK), Wet Steam 4 Conference, University of Warwick, Paper C37/73 (1973).

HOW TO CITE THIS ARTICLE

S. Hamidi, M. J. Kermani, Numerical analysis of moist-air flow in converging-diverging nozzle with equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models, Amirkabir J. Mech. Eng., 55(9) (2023) 231-234.

DOI: 10.22060/mej.2023.21836.7526





تحلیل عددی جریان هوای مرطوب در نازل همگرا-واگرا با مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی

صبح حمیدی^{*}، محمد جعفر کرمانی^۲

۱- گروه مهندسی مکانیک، واحد سنندج، دانشگاه آزاد اسلامی، سنندج، ایران
۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۲۸
بازنگری: ۱۴۰۲/۰۷/۲۲
پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۳
ارائه آنلاین: ۱۴۰۲/۰۹/۲۲

کلمات کلیدی:

روش عددی رو
هوای مرطوب
رطوبت
ترمودینامیک تعادلی
ترمودینامیک غیر تعادلی

خلاصه: در این مقاله، حل عددی جریان تراکم‌پذیر، حدود صوت، گذرا، غیر لزج و دو فاز هوای مرطوب در نازل‌های همگرا-واگرا مورد مطالعه قرار گرفته است. برای انجام این کار، هر دو مدل ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی با روش عددی رو در نظر گرفته شده و نتایج با هم مقایسه شده است. در مدل ترمودینامیک تعادلی حل عددی دارای دقت مرتبه سوم مکانی و دقت مرتبه دوم زمانی است اما در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی، دقت مرتبه اول مکانی و دقت مرتبه دوم زمانی بکار گرفته شده است. برای جریان هوای مرطوب در ناحیه خشک، خواص اصلی فشار، دما و سرعت برون‌یابی شده، اما برای ناحیه مرطوب (دو فاز)، کیفیت به جای فشار در مرز گره برون‌یابی شده است. در این تحقیق تأثیر هندسه نازل و شرایط سکون بر روی رطوبت خروجی از نازل و نرخ جوانه‌زایی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نرخ انبساط سطح نازل تقطیر زودتر رخ داده و همچنین نرخ جوانه‌زایی و رطوبت خروجی از نازل نیز افزایش می‌یابد. با وصف اینکه در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی دقت مکانی مرتبه اول بکار گرفته شده است اما نتایج حاصل از این مدل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد.

۱- مقدمه

نازل یک دستگاه بسیار ساده است که در قبال کاهش فشار برای افزایش انرژی جنبشی بکار می‌رود. در موتورهای گازی (جت)، نازل‌ها با هدایت گازهای آگزوز تراست تولید می‌کنند. بنابراین نازل‌ها در عین سادگی یکی از اجزاء پرکاربرد در صنایع هوایی نیز محسوب می‌گردد. نازل‌ها در اجکتورها نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. اساس کار اجکتورها بدین صورت است که یک جریان پرفشار (که اصطلاحاً جریان اولیه نامیده می‌شود) از درون یک نازل همگرا-واگرا عبور کرده، تا در حین گذر از نازل، فشارش کاهش یابد و جریان مورد نظر به شرایط مافوق صوت برسد و با ایجاد یک خلاء نسبی در فضای پیرامون خود در خارج از نازل، سیال دیگری که اصطلاحاً جریان ثانویه نامیده می‌شود مکش نموده و به سمت پایین دست میدان جریان حاصل از اختلاط دو سیال هدایت کند (شکل ۱). ماهیت دقیق این پدیده با نام مکش اجکتوری معروف است. در موتورهای هوایی با استفاده از افت فشار ایجاد شده در خروجی نازل و مکش جریان سیال ثانویه از اطراف آن، میزان دبی جرمی گذرنده از دهانه خروجی موتور افزایش یافته و نیروی جلوبرنده آن موتور هوایی افزایش می‌یابد [۵].

فرایند تقطیر در بسیاری از تجهیزات صنعتی از جمله توربین بخار و نازل بخار اتفاق می‌افتد. در توربین‌های بخار پدیده تقطیر باعث فرسایش و خوردگی پره‌های توربین و همچنین افت‌های ترمودینامیکی می‌گردد. بنابراین محاسبه رطوبت و همچنین بررسی راه‌های کاهش آن به خصوص در طبقات آخر توربین‌های بخار جهت کاهش تلفات انرژی و همچنین افزایش طول عمر توربین‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اخیراً یک سری مطالعات روی شیار تخلیه رطوبت در توربین بخار و همچنین تزریق بخار داغ جهت کاهش رطوبت و افزایش راندمان انجام شده است [۱۰۲]. مکانیزم جریان بخار در کانال‌های استاتور و روتور توربین بخار شبیه به جریان داخل نازل است، بنابراین با تحلیل جریان بخار در یک نازل می‌توان دید مناسبی از جریان بخار داخل توربین داشت. یکی از روش‌های عددی مورد استفاده در جریان‌های تراکم‌پذیر حدود صوت جهت تحلیل جریان و پیش‌بینی مقدار رطوبت روش عددی رو است [۳ و ۴].

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: sabaah_hamidi@yahoo.com

بدلیل تبادل گرما بین فاز بخار آب و هوا رطوبت تولید شده در خروجی نازل بیشتر است. همچنین در این مطالعات مشخص گردید که طی عبور جریان از شوک رطوبت کاهش یافته و کسر زیادی از مایع تبخیر می‌گردد. در مرجع [۲۰] تحلیل عددی جریان بخار خالص حاوی شوک و بدون شوک در نازل همگرا-واگرا با استفاده از مدل ترمودینامیک تعادلی مورد بررسی قرار گرفته است.

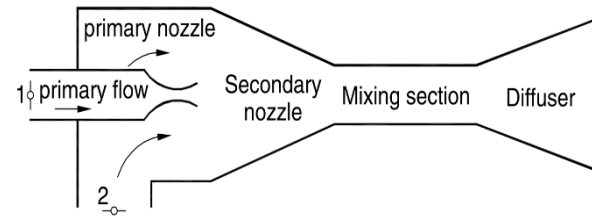
در مطالعه حاضر، تحلیل عددی جریان هوای مرطوب (مخلوط هوا و بخار) در نازل‌های همگرا-واگرا با استفاده از دو مدل ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مطالعه تأثیر پارامترهای مختلف جریان از جمله شرایط سکون و هندسه نازل بر روی تقطیر مورد بررسی قرار گرفته و همچنین نتایج حاصل از دو مدل با هم مقایسه شده است.

دایکاس و همکاران مطالعات تجربی و عددی جامعی را در زمینه تقطیر بخار موجود در مخلوط هوا و بخار در نازل‌های همگرا-واگرا انجام داده‌اند. در مطالعات صورت گرفته تأثیر عوامل مختلف از جمله رطوبت نسبی، شوک قائم و شوک مایل روی پارامترهای مختلف جریان از جمله فشار، دما و توزیع رطوبت در طول نازل مورد بررسی قرار گرفته است [۲۱].

یاماموتو و همکاران تأثیر رطوبت ورودی را در جریان بخار مرطوب و هوا و بخار در نازل‌های همگرا-واگرا و کانال‌های توربین و کمپرسور مورد بررسی قرار دادند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که رطوبت ورودی تأثیرات قابل توجهی روی خصوصیات جریان از جمله فشار، عدد ماخ، توزیع رطوبت و محل و قدرت شوک ناشی از تقطیر دارد [۲۲].

اخیراً یک سری مطالعات عددی و تجربی در جریان‌های حدود صوت هوای مرطوب در نازل‌های همگرا-واگرا توسط ویسنیوسکی و همکاران انجام شده است. در این مطالعات علاوه بر مقایسه نتایج تجربی و عددی، تأثیر امواج ناشی از شوک روی پارامترهای مختلف جریان از جمله عدد ماخ، فشار و همچنین راندمان نازل مورد بررسی قرار گرفته است [۲۳ و ۲۴]. همچنین یک تابع تصحیح کننده برای ضریب انتقال حرارت بین فاز بخار (گاز) و قطرات تشکیل شده در جریان قابل تقطیر حدود صوت هوا و بخار پیشنهاد شده است [۲۵]. ویسنیوسکی و همکاران در مطالعه‌ای دیگر، تأثیر اعمال روابط مختلف رشد قطرات را روی نتایج حاصل از حل عددی بررسی کردند [۲۶].

در ادامه مطالعات قبلی [۱۶-۲۰]، در این تحقیق تحلیل عددی جریان هوای مرطوب در نازل همگرا-واگرا با اعمال شرایط مرزی مختلف (دمای سکون، فشار سکون و نسبت رطوبت) با استفاده از مدل‌های ترمودینامیک



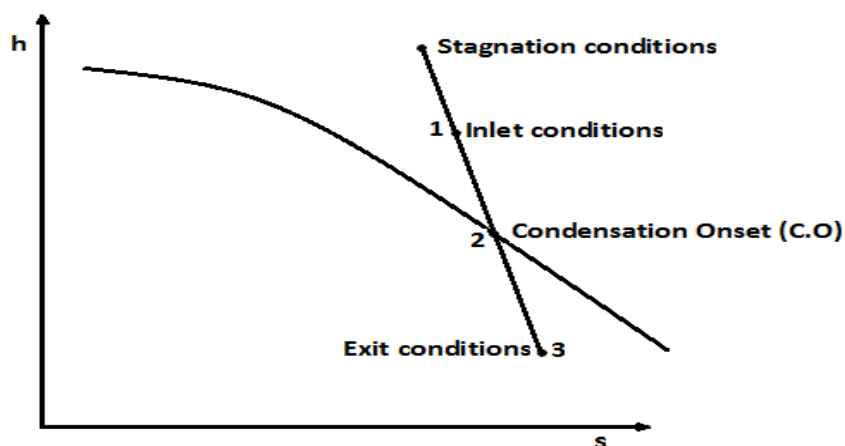
شکل ۱. هندسه اجکتور از مرجع [۵]

Fig. 1. Geometry of ejector [5]

مطالعات متعددی در زمینه تقطیر بخار در نازل‌های همگرا-واگرا یا کانال‌های استاتور و روتور توربین بخار صورت گرفته است. در جریان‌های مافوق صوت در نازل‌های همگرا-واگرا و یا توربین‌های بخار تقطیر به صورت متفاوتی رخ می‌دهد، بدین صورت که بدون تغییر فاز تا زیر خط بخار اشباع سرد شده (ترمودینامیک غیر تعادلی) و سپس قطرات مایع به وجود می‌آیند. رها شدن گرمای نهان قطرات تشکیل شده و انتقال آن به بخار مافوق صوت باعث ایجاد شوک شده (شوک ناشی از تقطیر) و فشار بخار را افزایش می‌دهد. این پدیده باعث ایجاد افتهای ترمودینامیکی در جریان بخار می‌گردد [۱۰-۶]. مطالعات جدید نشان می‌دهد که تزریق قطرات مایع در ورودی نازل می‌تواند شوک ناشی از تقطیر را ضعیف و یا حذف کند. این فرایند می‌تواند افتهای ترمودینامیکی و آبرودینامیکی را کاهش دهد [۱۱].

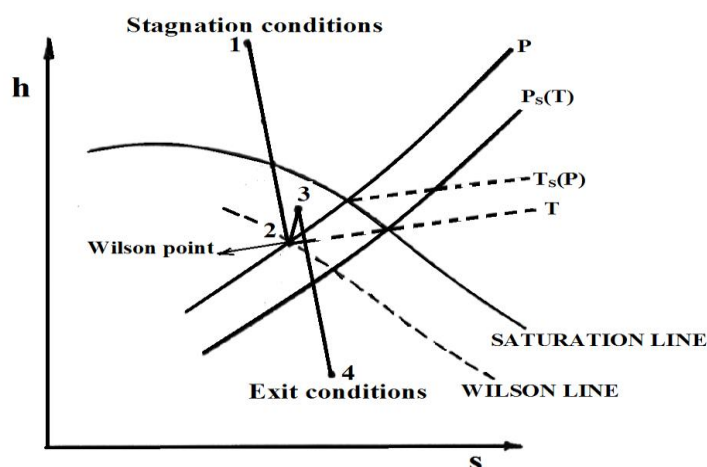
در مقایسه با تقطیر بخار خالص مطالعات انجام گرفته در زمینه تقطیر بخار آب موجود در هوای اتمسفر به نسبت کمتر است. پورینگ یک سری مطالعات تحلیلی در زمینه تقطیر مخلوط هوا و بخار انجام داده است [۱۲]. همچنین یک سری مطالعات تجربی و تحلیلی در زمینه تقطیر بخار موجود در هوای اتمسفر توسط دلالة و همکاران انجام شده است [۱۳]. یاماموتو و همکاران نیز تقطیر را در هوای مرطوب مورد بررسی قرار داده‌اند، در این مطالعه یک روش عددی برای مدل‌سازی جریان هوای مرطوب پیشنهاد شده است، همچنین یک سری مطالعات تجربی روی پدیده تقطیر هوای مرطوب در لوله‌های سرد در این مطالعات انجام شده است [۱۴ و ۱۵].

تحلیل عددی جریان بخار خالص و هوای مرطوب (مخلوط بخار آب و هوا) حاوی شوک و بدون شوک در نازل‌های همگرا-واگرا در مطالعات قبلی مورد بررسی قرار گرفته است [۱۶-۲۰]. در مطالعات صورت گرفته [۱۶-۱۹]، با مقایسه جریان بخار خالص و مخلوط هوا و بخار (در شرایط یکسان حاکم بر جزء بخار) مشخص گردید که در جریان مخلوط هوا و بخار



شکل ۲. مسیر جریان بخار در نازل همگرا-واگرا از دیدگاه ترمودینامیک تعادلی

Fig. 2. Schematic of steam flow in converging-diverging nozzle in equilibrium thermodynamic view



شکل ۳. مسیر جریان بخار در نازل همگرا-واگرا از دیدگاه ترمودینامیک غیر تعادلی از مرجع [۲۷]

Fig. 3. Schematic of steam flow in converging-diverging nozzle in non-equilibrium thermodynamic view [27]

ورودی نازل شتاب گرفته و وارد نازل می‌شود (نقطه ۱). با انبساط جریان در طول نازل جریان از خط بخار اشباع عبور می‌کند (نقطه ۲)، و این نقطه، نقطه شروع تقطیر است. در مدل ترمودینامیک تعادلی فرض بر این است که به محض عبور جریان بخار از خط بخار اشباع (نقطه ۲) فاز مایع تشکیل می‌شود.

تعادلی و غیر تعادلی انجام شده است. تفاوت بین مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و ترمودینامیک غیر تعادلی در محل تقطیر و نحوه رخ دادن آن است. مسیر نشان داده شده در شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب بر پایه مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی است.

در شکل ۲ جریان بخار مافوق گرم از شرایط سکون مشخص به سمت

مقایسه تحلیل عددی جریان تراکم‌پذیر هوای مرطوب در نازل‌های همگرا-واگرا از دیدگاه ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی و همچنین بررسی تأثیر شرایط سکون و هندسه نازل بر روی پارامترهای مختلف جریان از نوآوری‌های این تحقیق به شمار می‌رود. در مطالعه حاضر نتایج حاصل از دو مدل از لحاظ دقت نتایج، رطوبت خروجی از نازل و پیش بینی محل وقوع تقطیر مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. تأثیر نرخ انبساط نازل روی رطوبت، درجه فوق سردی، درجه فوق اشباع و نرخ جوانه‌زایی نیز بررسی شده است. همچنین تأثیر رطوبت روی توزیع عدد ماخ (در گلوگاه نازل) در جریان هوا و بخار مورد مطالعه قرار گرفته است. مطالعه حاضر می‌تواند ایده‌ای جدید و کاربردی برای تهیه آب شرب در مناطق گرم و مرطوب باشد.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- مدل ترمودینامیک تعادلی

معادله حاکم بر جریان شبه یک بعدی، گذرا، غیر لزج و قابل تراکم داخل نازل همگرا-واگرا در مدل ترمودینامیک تعادلی با در نظر گرفتن معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی با صرف نظر از نیروهای وزنی در حالت کاملاً پایستار عبارت است از [۱۶ و ۳۰]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = H \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho e_t A \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u A \\ (P + \rho u^2) A \\ \rho u h_t A \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ P \frac{dA}{dx} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\rho = \rho_{mix} = \rho_s + \rho_a, P = P_{mix} = P_v + P_a \quad (3)$$

که در آنها، Q ، بردار پایستار، F ، بردار شار و H ، بردار چشمه هستند. x و t ، مؤلفه‌های مکان و زمان، A ، مساحت سطح مقطع نازل، P ، فشار مخلوط، P_{mix} ، فشار مخلوط، P_v ، فشار بخار، P_a ، فشار هوا، ρ ، چگالی مخلوط، ρ_s ، چگالی بخار و آب مایع در ناحیه دو فاز و چگالی بخار در ناحیه خشک، ρ_a ، چگالی هوا، u ، سرعت، e_t و h_t به ترتیب انرژی داخلی کل و آنتالپی کل (آنتالپی سکون) به ازای واحد جرم هستند. برای مطالعه حاضر که فشار سیال پایین

در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی تقطیر بخار در حین عبور از خط بخار اشباع رخ نمی‌دهد. مسیر نشان داده شده در شکل ۳ بر پایه مدل ترمودینامیک غیر تعادلی است [۲۷]. در جریانهای مافوق صوت بخار معمولاً نرخ انبساط آن قدر سریع است که بخار نمی‌تواند در شرایط تعادلی باقی بماند. بدین صورت که، بدون تغییر فاز تا زیر خط بخار اشباع سرد شده و در شرایطی موسوم به فوق اشباع یا فوق سرد قرار می‌گیرد که این نقطه را نقطه ویلسون می‌نامند (نقطه ۲). نهایتاً با افزایش درجه فوق سردی (اختلاف دمای گاز با دمای اشباع که معمولاً حدود ۵۰-۳۰ درجه کلوین است)، حرکات مولکول‌ها باعث تولید قطرات مایع شده و در اثر فرآیند تقطیر سیستم به تعادل ترمودینامیکی باز می‌گردد. در جریانهای واقعی مافوق صوت در محل تقطیر شوک ناشی از تقطیر رخ می‌دهد که با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی قابل پیش‌بینی است (مسیر ۲ به ۳ در شکل ۳) اما در مدل ترمودینامیک تعادلی شوک ناشی از تقطیر قابل مشاهده نیست. بعد از شوک ناشی از تقطیر قطرات مایع در فاز بخار ظاهر می‌شوند.

همانطور که گفته شد، روش عددی رو روشی مناسب جهت تحلیل جریان تراکم‌پذیر می‌باشد. برون‌یابی مقادیر در مرز گره پایه محاسبات برای مقادیر میانگین رو است. لازم به ذکر است که در ناحیه خشک (تک‌فاز)، خاصیت‌های فشار (P)، دما (T) و سرعت (u) به عنوان خواص اصلی در مرز گره برون‌یابی شده‌اند. در ناحیه دو فاز، به دلیل اینکه دما و فشار کمیت‌های وابسته هستند، کیفیت (X) به جای فشار برون‌یابی می‌گردد و سه خاصیت کیفیت (X)، دما (T) و سرعت (u) برای برون‌یابی مورد استفاده قرار می‌گیرند. پس از بدست آوردن این مقادیر در مرز گره بقیه خواص را می‌توان با استفاده از روابط جبری حاکم محاسبه نمود [۱۶-۱۹].

دقت محاسبات مکانی انجام شده در مدل ترمودینامیک تعادلی، مرتبه ۳ و دقت زمانی مرتبه ۲ است. روش‌های عددی با دقت بالا همواره دارای نوسانات ناشی از محاسبات صرفاً عددی است که با محدودکننده شار وان آلبادا در این مطالعه از بین رفته و حل عددی پایدار بدست آمده است [۲۸]. همچنین برای روش عددی رو در نقطه‌ای که سرعت جریان حدود صوت است یکی از مقادیر ویژه صفر شده که منجر به یک شوک غیر فیزیکی انبساطی می‌شود که با استفاده از رابطه تصحیح آنتروپی رفع شده است [۲۹]. در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی نیز همان خواصی که در مدل ترمودینامیک تعادلی در ناحیه خشک و مرطوب در نظر گرفته شد مورد استفاده قرار می‌گیرند با این تفاوت که برون‌یابی خواص با دقت مرتبه اول انجام شده است.

$$Q_0 = N, Q_1 = \sum_{i=1}^N r_i, Q_2 = \sum_{i=1}^N r_i^2, \quad (6)$$

$$r = \begin{cases} \sqrt{Q_2 / Q_0} & g > 10^{-6} \\ 0 & g \leq 10^{-6} \end{cases}$$

در معادلات فوق، g کسر جرمی مایع (نسبت جرم مایع به جرم کل)، Γ_c شعاع بحرانی قطره، ρ_1 چگالی آب مایع، ρ چگالی کل، N ، تعداد کل قطرات به ازای واحد جرم مخلوط، Γ_1 شعاع قطره i ام و Γ شعاع متوسط قطرات است (عدد 10^{-6} در رابطه (۶) جهت پایداری حل مسأله می‌باشد). J و \dot{r} به ترتیب نرخ جوانه‌زایی و نرخ رشد شعاع قطرات می‌باشند. برای محاسبه نرخ جوانه‌زایی (J) و نرخ رشد شعاع قطرات (\dot{r}) از روابط موجود در مراجع [۱۹] و [۳۳] استفاده شده است. مشابه مدل ترمودینامیک تعادلی، در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی نیز با توجه به اینکه فشار مخلوط هوا و بخار پایین است، فرض گاز ایده‌آل به کار گرفته شده است.

۳- گسسته‌سازی زمانی و مکانی

در این بخش روش عددی رو که برای این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است تشریح شده است. برون‌یابی مقادیر در مرز گره پایه محاسبات برای مقادیر میانگین رو است. گفتنی است که در مدل ترمودینامیکی تعادلی، در ناحیه خشک خاصیت‌های فشار (P)، دما (T) و سرعت (u) به عنوان خواص اصلی در مرز گره، با برون‌یابی مرتبه سوم بدست آمده است. اما در ناحیه دو فاز، به دلیل اینکه دما و فشار کمیت‌های وابسته هستند، بنابراین در این ناحیه، فشار، جای خود را به کیفیت (χ) داده و خاصیت‌های کیفیت (χ)، دما (T) و سرعت (u) برای برون‌یابی استفاده شده است. با برون‌یابی خواص اصلی در مرز گره بقیه خواص از روابط ترمودینامیکی حاکم قابل محاسبه است [۱۶]. در مدل ترمودینامیکی غیر تعادلی نیز همان خواصی که در مدل ترمودینامیکی تعادلی در ناحیه خشک و مرطوب استفاده شد مورد استفاده قرار گرفته است با این تفاوت که برون‌یابی خواص با دقت مرتبه اول انجام شده است. بنابراین، دقت محاسبات مکانی انجام شده در مدل ترمودینامیکی تعادلی، مرتبه ۳ و در مدل ترمودینامیکی غیر تعادلی مرتبه ۱ است، اما دقت زمانی در هر دو مدل مرتبه ۲ است.

است از تقریب گاز ایده‌آل که در فشارهای پایین از دقت بالایی برخوردار است استفاده شده است.

۲-۲ مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

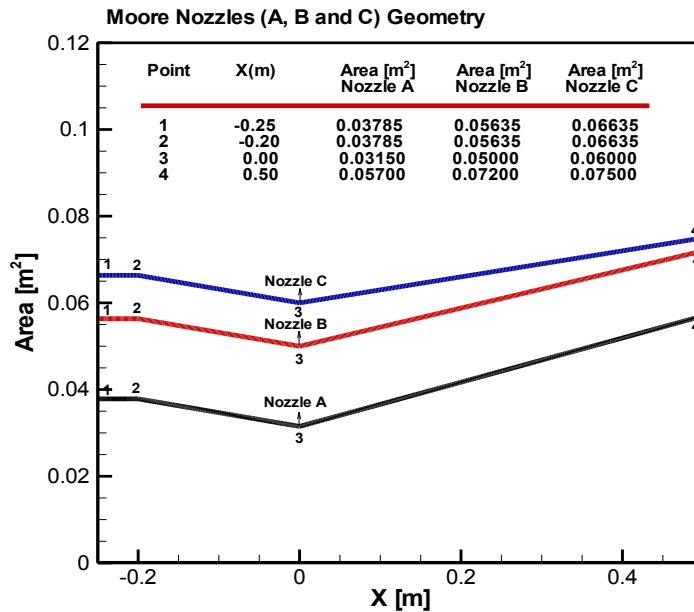
معادلات حاکم بر جریان هوای مرطوب یک بعدی (پیوستگی، مومنتم و انرژی) در مدل ترمودینامیکی غیر تعادلی همان معادلات حاکم بر هوای مرطوب در مدل ترمودینامیک تعادلی هستند با این تفاوت که در این قسمت چهار معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر قطرات به معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی اضافه شده است [۳۱]. اضافه شدن معادلات در حالت غیر تعادلی بدین دلیل است که بخار با عبور از خط بخار اشباع تقطیر نمی‌شود بنابراین رطوبت با استفاده از انرژی داخلی و چگالی بخار بدست آمده از معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی بخار قابل محاسبه نیست بلکه با استفاده از چهار معادله جزئی گفته شده بدست آمده است [۱۹]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = H \quad (4)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho e_t A \\ \rho g \\ \rho Q_2 \\ \rho Q_1 \\ \rho Q_0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u A \\ (P + \rho u^2) A \\ \rho u h_t A \\ \rho g u \\ \rho Q_2 u \\ \rho Q_1 u \\ \rho Q_0 u \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ P \frac{dA}{dx} \\ 0 \\ 4\pi r_c^3 \rho_1 J / 3 + 4\pi r \rho \rho_1 Q_2 \dot{r} \\ J r_c^2 + 2\rho Q_1 \dot{r} \\ r_c J + \rho Q_0 \dot{r} \\ J \end{bmatrix}$$

در معادله (۵)، Q_0 ، Q_1 و Q_2 ممان‌های هیل^۱ هستند [۳۱ و ۳۲]:



شکل ۴. هندسه نازل‌های A، B و C مور از مرجع [۳۵]

Fig. 4. Geometries of nozzles A, B and C taken from Moore et al. [35]

که در آن λ ، مقادیر ویژگی، T ، بردار ویژگی، δW ، بردار نوسان موج، A مساحت سطح مقطع نازل و k شمارنده بردارها هستند [۱۶-۲۰]. در این مطالعه، F_W از رابطه (۹) بدست آمده است:

$$F_{W,i} = F_{E,i-1} \quad (9)$$

مرحله تصحیح، شامل بدست آوردن مقادیر در مرحله $n+1$ با گسسته‌سازی زمانی مرکزی حول زمان $n+1/2$ به صورت زیر است:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{E,i}^{n+1/2} - F_{W,i}^{n+1/2}) - \Delta t H_i^{n+1/2} \quad (10)$$

۴- شرایط مرزی

در این تحقیق نازل‌های A، B و C مور [۳۵] برای محاسبات عددی به کار گرفته شده است. هندسه نازل‌ها (مساحت در راستای طول نازل) در شکل ۴ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که نازل A بیشترین نرخ انبساط و نازل C کمترین نرخ انبساط را دارد. جهت حل عددی جریان هوای مرطوب در نازل یک سری شرایط اولیه ضروری است. در این مطالعه فشار سکون (P_{0in})، دمای سکون (T_{0in}) و نسبت رطوبت مخزن بالادست (ω_{res})

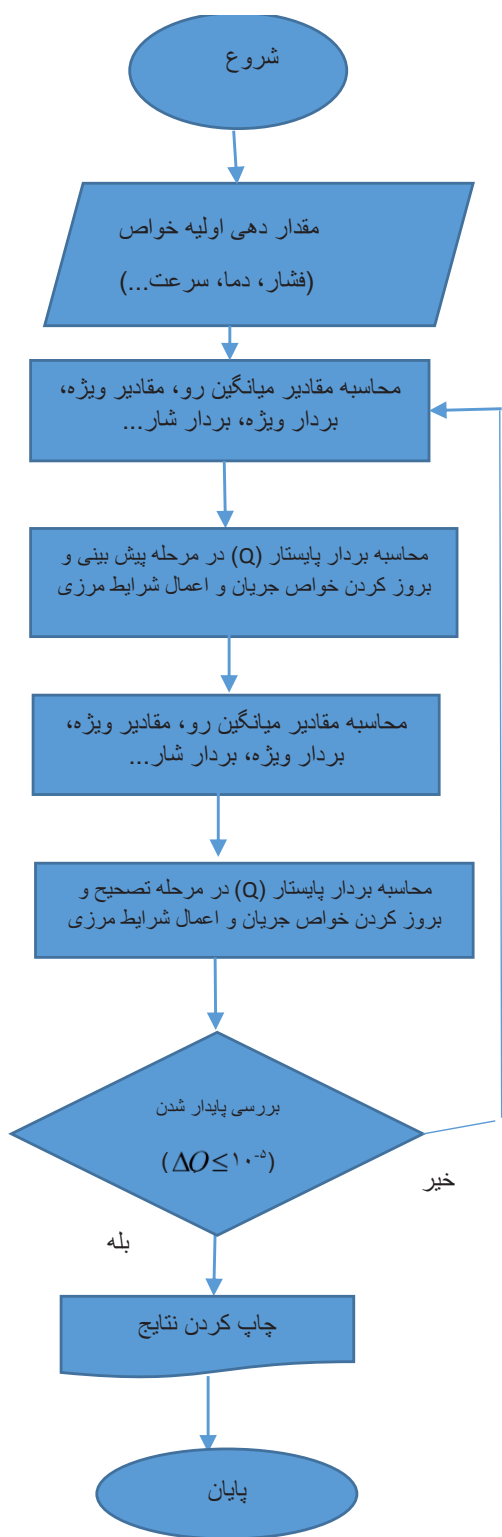
لازم به ذکر است که در مدل ترمودینامیک تعادلی تغییرات به تدریج اتفاق می‌افتد، بنابراین برونمایی خواص با دقت مرتبه سوم انجام شده است. اما در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی بدلیل اینکه شوک ناشی از تقطیر رخ می‌دهد و در محل وقوع شوک مسأله دچار ناپایداری می‌گردد، از دقت مرتبه اول استفاده شده است. با وصف اینکه در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی از دقت مرتبه اول مکانی استفاده شده، نتایج حاصل از این مدل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد.

گسسته‌سازی در حوزه زمان با روش صریح و دقت مرتبه دوم لکس-وندرف که دارای دو مرحله پیش‌بینی و تصحیح از مرحله n تا $n+1$ است، انجام شده است. مرحله پیش‌بینی، شرایط جریان را در زمان $n+1/2$ مشخص می‌نماید [۳۰]:

$$Q_i^{n+1/2} = Q_i^n - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{E,i}^n - F_{W,i}^n) - 0.5 \Delta t H_i^n \quad (7)$$

در رابطه (۷)، i ، شماره گره دلخواه است و F_E و F_W ، به ترتیب شار عددی محاسبه شده در سمت راست و چپ مرز گره مورد نظر هستند [۳۴]:

$$F_E = \frac{1}{2} (F_E^R + F_E^L) - \frac{A_E}{2} \sum_{k=1}^3 \left| \hat{\lambda}_E^{(k)} \right| \delta W_E^{(k)} \hat{T}_E^{(k)} \quad (8)$$



شکل ۵. الگوریتم حل عددی

Fig. 5. Algorithm of numerical solution

داده شده است. در ورودی نازل جریان مادون صوت بوده و فشار ورودی از گره داخلی برونیابی شده و فرایند از حالت سکون تا ورودی نازل آیزنتروپیک فرض شده است. در خروجی نازل که جریان مافوق صوت است خصوصیات جریان در خروجی نازل از گره ما قبل آخر محاسبه شده است. در این مطالعه از سرعت لغزشی بین فازهای گازی و مایع صرف نظر شده است.

۵- الگوریتم حل عددی

در شکل ۵ الگوریتم روش عددی نشان داده شده است. با توجه به فلوجارت نشان داده شده در شکل ۵، مراحل به کار گرفته شده در حل عددی با استفاده از مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی به اختصار تشریح می‌گردد:

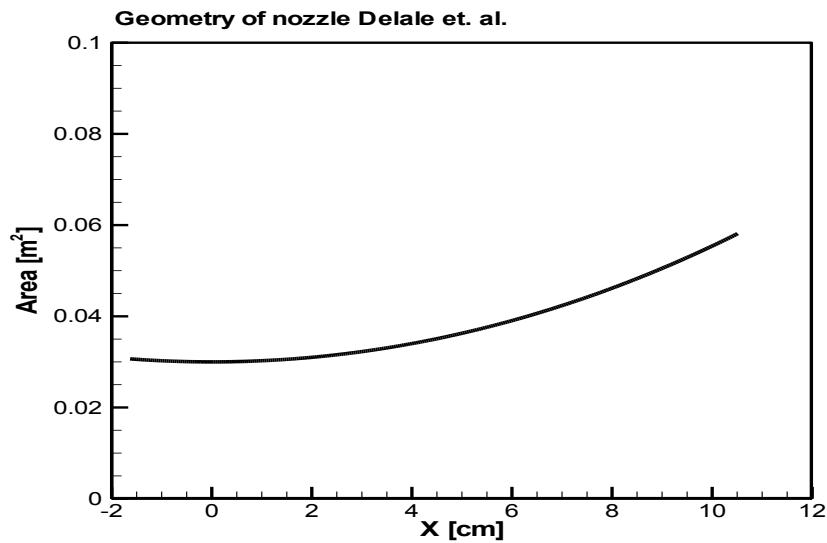
گام اول: مشخصه‌های جریان مقداردهی اولیه شده است.
گام دوم: با توجه به روابط (۷) و (۱۰)، مقادیر Q طی دو مرحله پیش‌بینی و تصحیح بدست آمده است.

گام سوم: با بدست آوردن بردار Q ، به ترتیب چگالی مخلوط، سرعت و سپس انرژی داخلی کل محاسبه شده است. پس از به دست آمدن چگالی مخلوط، چگالی جزء بخار محاسبه شده است. همچنین با کم نمودن انرژی جنبشی از مقدار انرژی داخلی کل، انرژی داخلی مخلوط قابل محاسبه است، سپس انرژی داخلی جزء بخار با کم کردن انرژی داخلی جزء هوا از انرژی داخلی مخلوط به دست آمده است. با محاسبه انرژی داخلی بخار و چگالی بخار حالت نهایی سیال و مقدار رطوبت (اگر بخار آب دو فاز باشد)، قابل محاسبه است.

گام چهارم: اعمال شرایط مرزی و بازگشت به مرحله دوم.
لازم به ذکر است که در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی نحوه محاسبه کیفیت با مدل ترمودینامیک تعادلی متفاوت است، بدین صورت که، با بدست آمدن کسر جرمی آب مایع (g) و ممان‌های هیلی از بردار Q ، کیفیت بخار (X) محاسبه شده است.

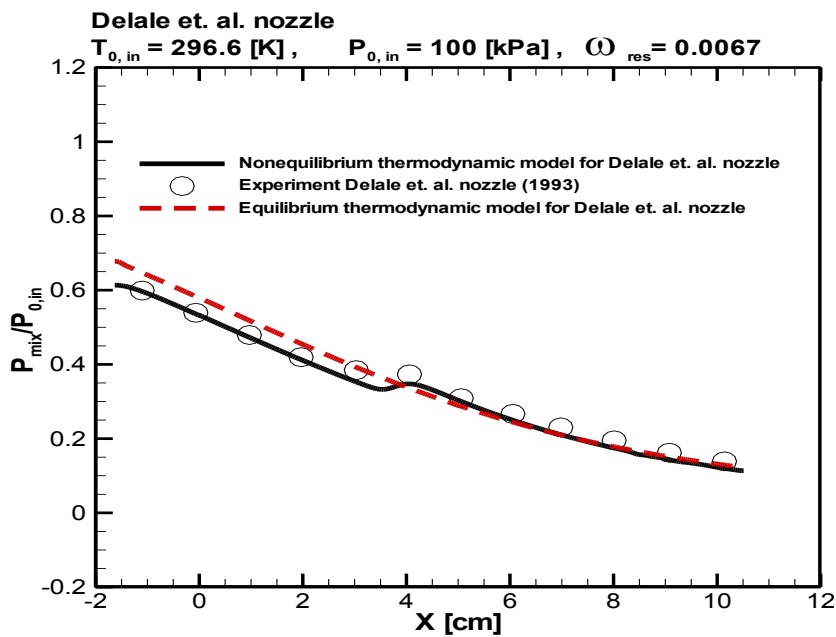
۶- صحت سنجی نتایج

نتایج حاصل از حل عددی برای جریان هوای مرطوب با نتایج تجربی دلاله [۱۳] مقایسه شده است. در شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب هندسه نازل و توزیع فشار حاصل از حل عددی نشان داده شده است. با مقایسه نتایج حاصل از روش عددی حاضر و نتایج تجربی مرجع [۱۳] می‌توان به تطابق بسیار خوب بین نتایج پی برد. که این مطلب نشان از برابری مناسب مدل ریاضی ارائه شده با فیزیک جریان است. البته واضح است که نتایج حاصل



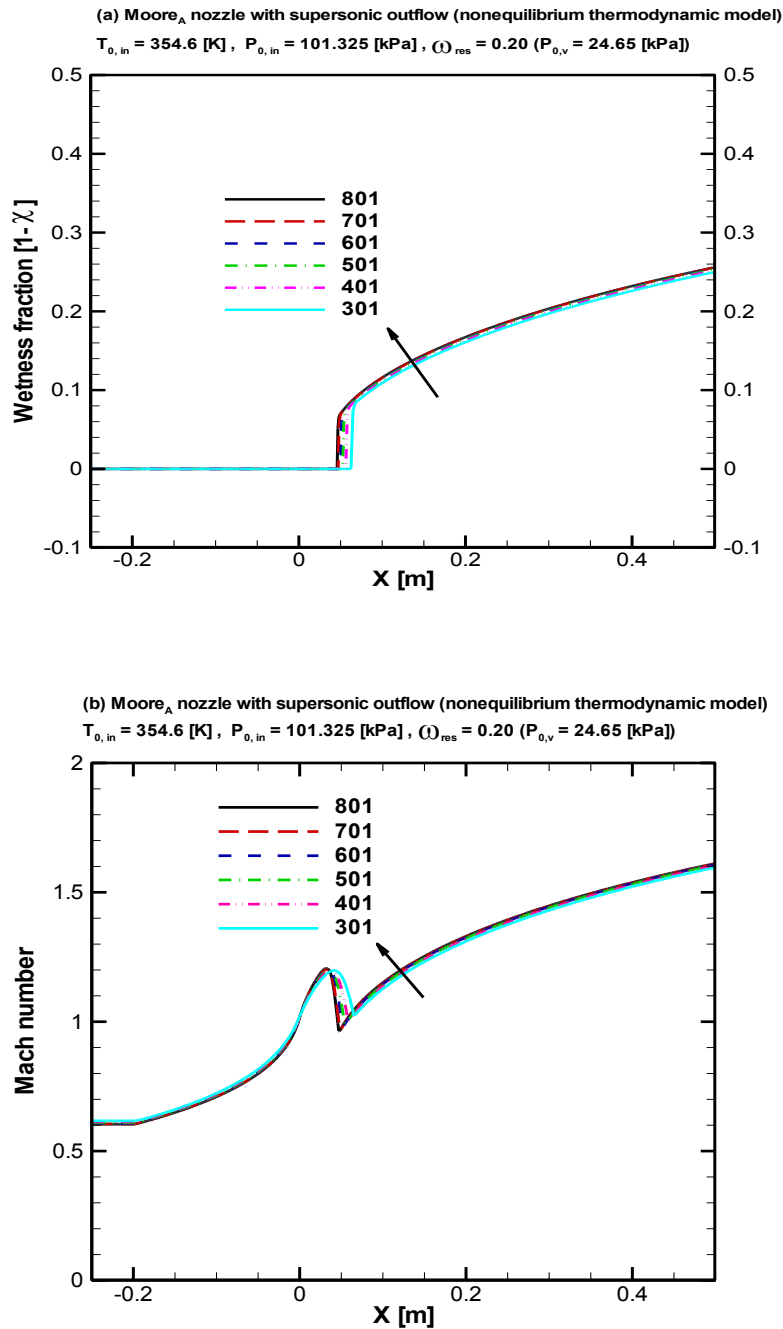
شکل ۶. هندسه نازل دلاله از مرجع [۱۳]

Fig. 6. Geometry of nozzle taken from Delale et al. [13]



شکل ۷. مقایسه توزیع فشار حاصل از حل عددی با استفاده از مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی و نتایج تجربی دلاله از مرجع [۱۳]

Fig. 7. Comparisons the numerical results of pressure distribution using equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models with the experimental data of Delale et al. [13]



شکل ۸. بررسی توزیع رطوبت (a) و عدد ماخ (b) در طول نازل A به ازای تعداد گره‌های مختلف

Fig. 8. Investigation of wetness fraction (a) and Mach number (b) along nozzle A for various grids number

قبل از ارائه نتایج، استقلال حل از شبکه نیز بررسی شده است. با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد گره‌ها از ۶۰۱ گره به بعد تغییر محسوسی در پروفیل عدد ماخ و رطوبت در طول نازل ایجاد نمی‌گردد. این نتیجه برای بقیه پارامترهای جریان از جمله فشار دما... نیز برقرار است،

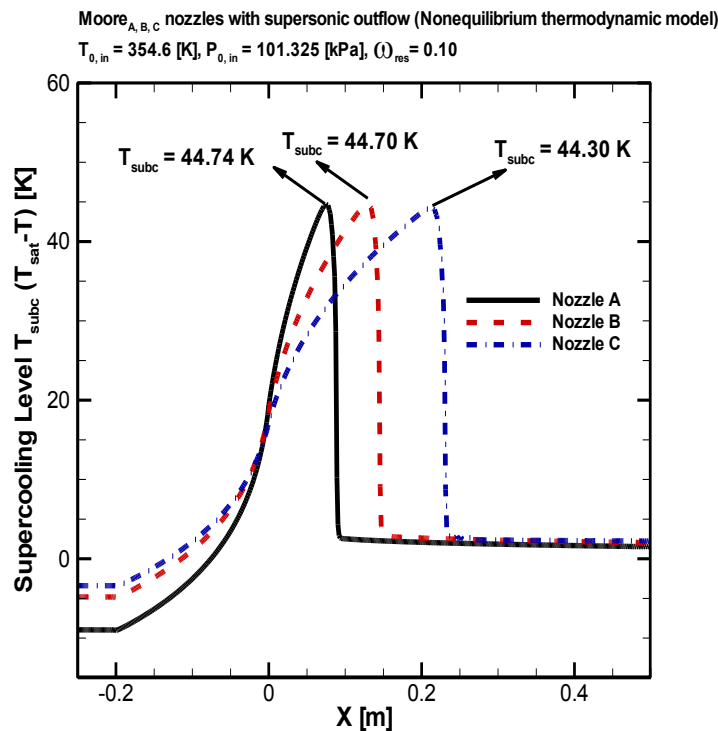
از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی (خط سیاه در شکل ۷) نسبت به مدل ترمودینامیک تعادلی (خط چین قرمز رنگ در شکل ۷) تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد و محل شوک ناشی از تقطیر را که در نتایج تجربی اتفاق می‌افتد به خوبی نشان می‌دهد.

فوق سردی یا درجه فوق اشباع به حداکثر مقدار ممکن رسیده است. حداکثر مقدار درجه فوق سردی برای نازل‌های A، B و C به ترتیب حدود K $T_{sub,C} = 44/0.3$ K می‌باشد و $T_{sub,B} = 44/70$ K و $T_{sub,A} = 44/74$ K و حداکثر درجه فوق اشباع نیز برای نازل‌های A و B حدود $S = 19/3$ و برای نازل C حدود $S = 18/6$ است. شکل ۹ نشان می‌دهد که در نازل‌های A، B و C دمای بخار (گاز) حدوداً 45 K کمتر از دمای اشباع در فشار مورد نظر است ولی هنوز تقطیر رخ نداده است این نقطه را نقطه ویلسون می‌نامند، از این نقطه به بعد قطرات مایع (رطوبت) در فاز بخار ظاهر شوند. همانطور که گفته شد در جریانهای واقعی حدود صوت در محل تقطیر، شوک ناشی از تقطیر رخ می‌دهد که با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی قابل پیش‌بینی است. در شکل ۱۱ توزیع فشار و دما در طول نازل A نشان داده شده و محل شوک ناشی از تقطیر (افزایش فشار و دما در محل شوک) به خوبی نمایان است. با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰ واضح است که نازل A که بیشترین نرخ انبساط را دارد نرخ درجه فوق سردی یا فوق اشباع در ناحیه

بنابراین نتایج ارائه شده‌ی حاصل از حل عددی مستقل از شبکه می‌باشد. نتایج ارائه شده به ازای 601 گره با فاصله برابر در طول نازل‌ها می‌باشد.

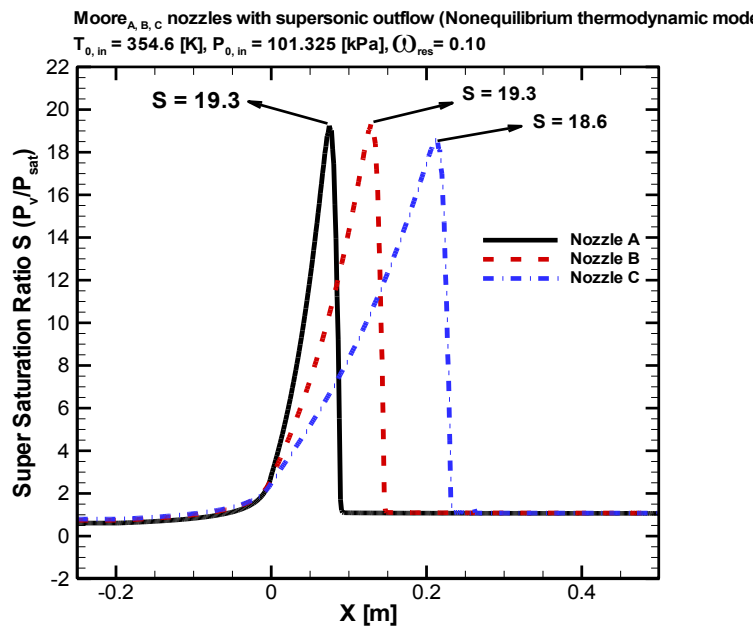
۷- نتایج

همانطور که گفته شد در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی، بخار در حین عبور از خط بخار اشباع تقطیر نمی‌گردد، بلکه در نقطه‌ای که بخار به حداکثر درجه فوق سردی (اختلاف دمای اشباع و دمای بخار (شکل ۳)) یا حداکثر درجه فوق اشباع (نسبت فشار بخار به فشار اشباع) می‌رسد از این نقطه به بعد قطرات مایع در فاز بخار ظاهر می‌شوند و رطوبت در طول نازل افزایش می‌یابد. بنابراین انتظار می‌رود در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی تقطیر بخار موجود در هوای مرطوب نسبت به مدل ترمودینامیک تعادلی به تأخیر بیفتد. در شکل‌های ۹ و ۱۰ توزیع درجه فوق سردی و درجه فوق اشباع برای انبساط جریان هوای مرطوب در طول نازل‌های A، B و C مور نشان داده شده است. با توجه به این نمودارها مشاهده می‌شود که در یک نقطه درجه



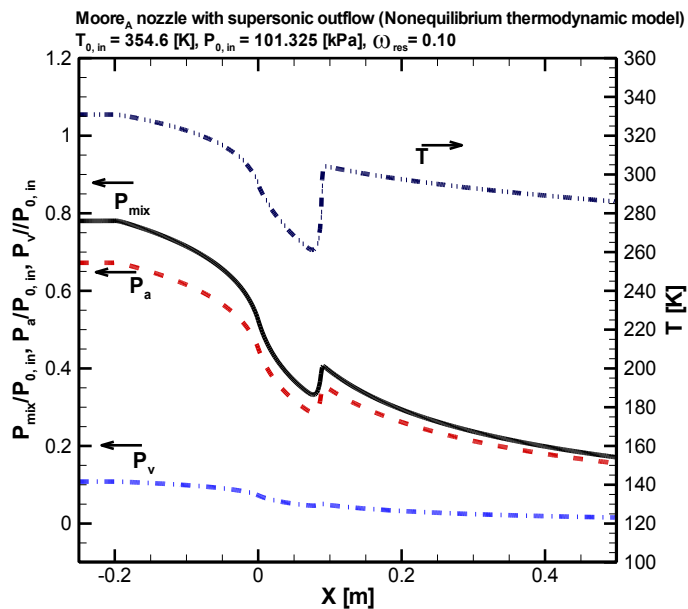
شکل ۹. توزیع درجه فوق سردی هوای مرطوب در طول نازل‌های A، B و C با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 9. Supercooling level distribution along nozzles A, B and C using non-equilibrium thermodynamic model



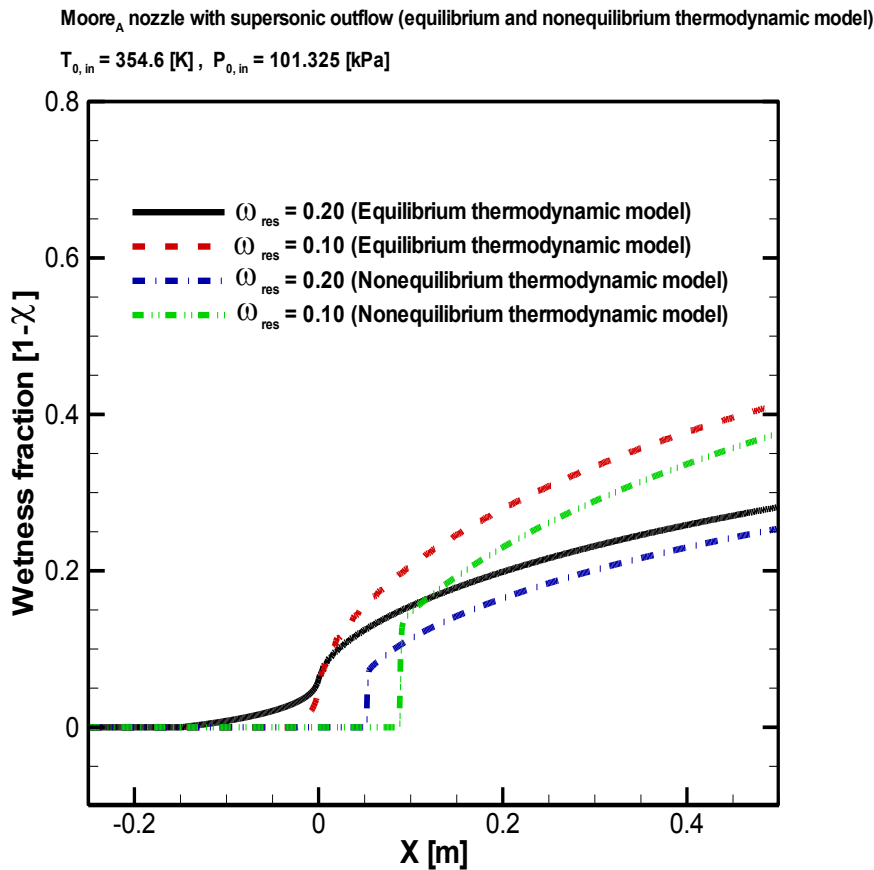
شکل ۱۰. توزیع نسبت فشار بخار به فشار اشیاع در جریان هوای مرطوب در طول نازل‌های A، B و C با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 10. Super saturation ratio distribution in moist air flow along nozzles A, B and C using non-equilibrium thermodynamic model



شکل ۱۱. توزیع فشار و دما برای جریان هوای مرطوب در طول نازل A با خروجی مافوق صوت با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 11. Pressure and temperature distribution for moist air flow along nozzle A with supersonic outflow using non-equilibrium thermodynamic model



شکل ۱۲. توزیع رطوبت برای جریان هوای مرطوب در طول نازل A با خروجی مافوق صوت با استفاده از مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی

Fig. 12. Wetness fraction distribution for moist air flow along nozzle A with supersonic outflow using equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models

ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در مدل ترمودینامیک تعادلی (خط چین قرمز رنگ) سرعت در قسمت واگرایی نازل به سرعت صوت می‌رسد ($M=1$). که این پدیده بدین صورت قابل توجیه است که در جریان تراکم‌پذیر بین سطح مقطع نازل، عدد ماخ و دمای سکون رابطه زیر برقرار است [۳۶]:

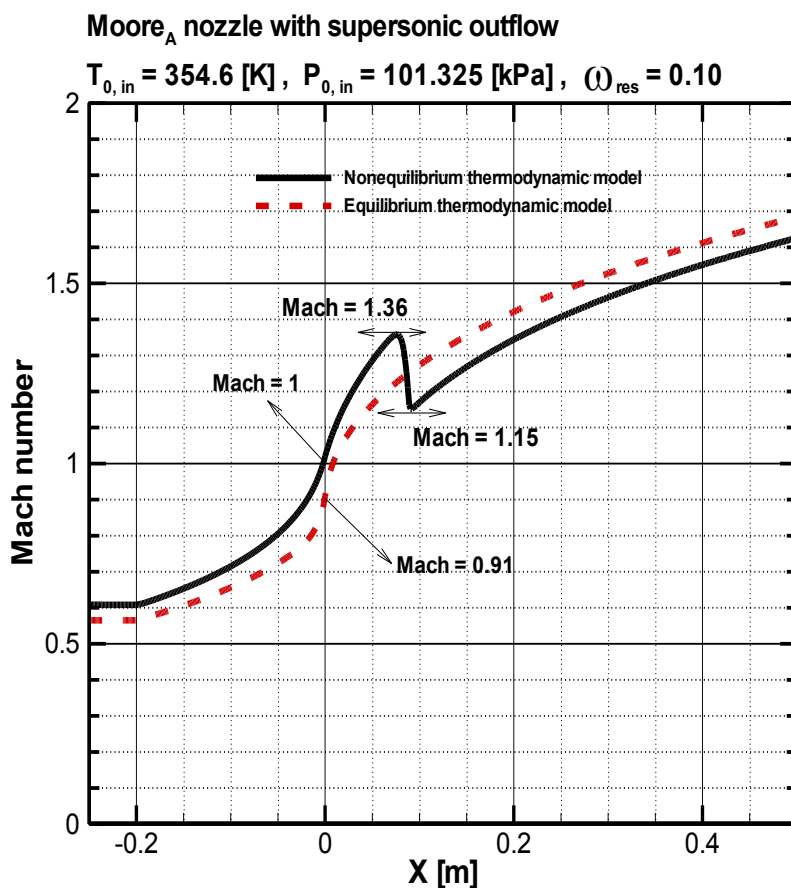
$$\frac{dA}{A} = \frac{dM}{M} \frac{M^2 - 1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)} + \frac{dT_0}{T_0} \frac{\gamma M^2 - 1}{2} \quad (11)$$

با توجه به معادله فوق در جریان خشک آیزنتروپیک تغییر دمای سکون صفر است ($dT_0 = 0$) و جریان در جایی به سرعت صوت می‌رسد ($M=1$)

شروع تقطیر نیز در آن بالاتر است.

در شکل ۱۲ توزیع رطوبت حاصل از مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی برای نسبت رطوبتهای مختلف با هم مقایسه شده است. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که در مدل ترمودینامیک تعادلی، با فشار، دمای سکون و نسبت رطوبت اعمال شده، جریان قبل از گلوگاه دو فاز شده است، اما در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی تقطیر بعد از گلوگاه اتفاق می‌افتد. بنابراین همانطور که انتظار می‌رود، در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی تقطیر به تأخیر افتاده و میزان رطوبت خروجی نیز کمتر است. کاهش رطوبت خروجی در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی به این دلیل است که فرصت تبادل حرارت بین بخار و هوا که در ناحیه مرطوب (به دلیل انتقال گرمای نهان) بیشتر است کاهش می‌یابد.

در شکل ۱۳ توزیع عدد ماخ در طول نازل A با استفاده از مدل‌های



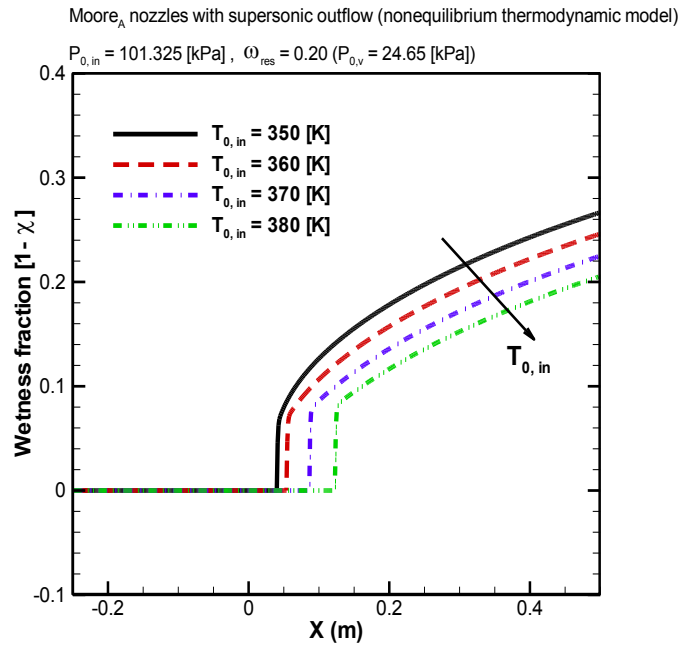
شکل ۱۳. توزیع عدد ماخ برای جریان هوای مرطوب در طول نازل A با خروجی مافوق صوت با استفاده از مدل‌های ترمودینامیکی تعادلی و غیر تعادلی

Fig. 13. Mach number distribution for moist air flow along nozzle A with supersonic outflow using equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models

از نازل A با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که با افزایش دمای سکون شروع تقطیر به تأخیر افتاده و میزان رطوبت در خروجی نازل کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به شکل ۱۵ مشاهده می‌شود که با کاهش فشار سکون، شروع تقطیر به تأخیر افتاده و میزان رطوبت در خروجی نازل کاهش می‌یابد. این مسئله بدین صورت قابل توجیه است که با افزایش دمای سکون یا کاهش فشار سکون فاصله شرایط ترمودینامیکی در ورودی نازل با نقطه بخار اشباع افزایش یافته است. در شکل ۱۶ تأثیر نسبت رطوبت بر روی توزیع رطوبت مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به شکل ۱۶ مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت رطوبت، نقطه شروع تقطیر به سمت بالادست منتقل شده، به عبارت دیگر تقطیر زودتر رخ می‌دهد زیرا با افزایش نسبت رطوبت فشار جزیی بخار در مخلوط افزایش یافته و تقطیر زودتر اتفاق می‌افتد. شایان ذکر است که میزان

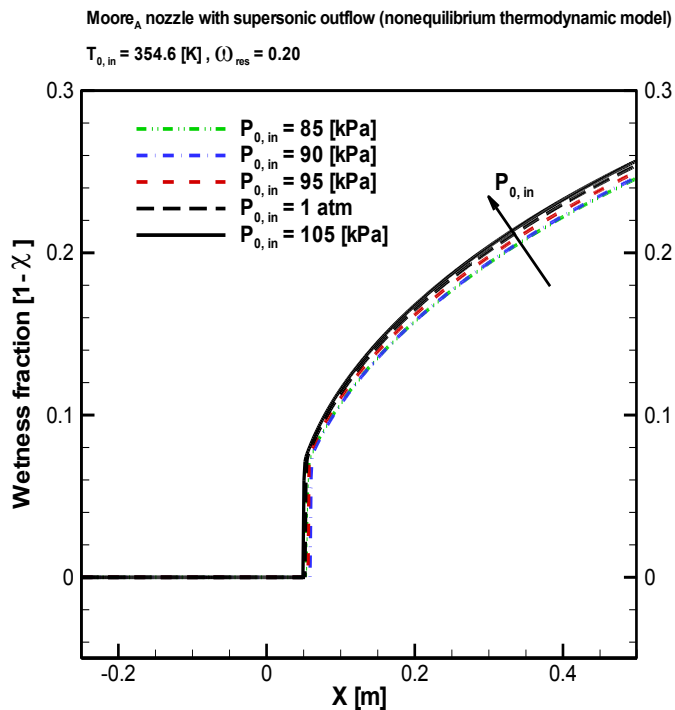
که $da = 0$ باشد، به عبارت دیگر در گلوگاه سرعت جریان به سرعت صوت میرسد. در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی به دلیل اینکه تقطیر در قسمت واگرای نازل اتفاق می‌افتد، به عبارت دیگر جریان در گلوگاه خشک است سرعت سیال در گلوگاه به سرعت صوت می‌رسد ($M = 1$). اما در مدل ترمودینامیک تعادلی همانطور که در شکل ۱۲ نشان داده شده، تقطیر قبل از گلوگاه اتفاق می‌افتد و به این دلیل دمای سکون محلی بخار به علت انتقال گرمای نهان مایع به بخار افزایش می‌یابد ($dT_0 < 0$) بنابراین جریان در قسمت واگرای نازل ($da < 0$) به سرعت صوت می‌رسد. بنابراین نتایج بدست آمده با معادله (۱۱) کاملاً هم‌خوانی دارد. این پدیده برای جریان هوای مرطوب در مطالعات قبلی [۱۶-۱۹] بررسی نشده است.

در شکل‌های ۱۴ تا ۱۶ تأثیر پارامترهای مختلف جریان از جمله دمای سکون، فشار سکون و نسبت رطوبت بر محل تقطیر و میزان رطوبت خروجی



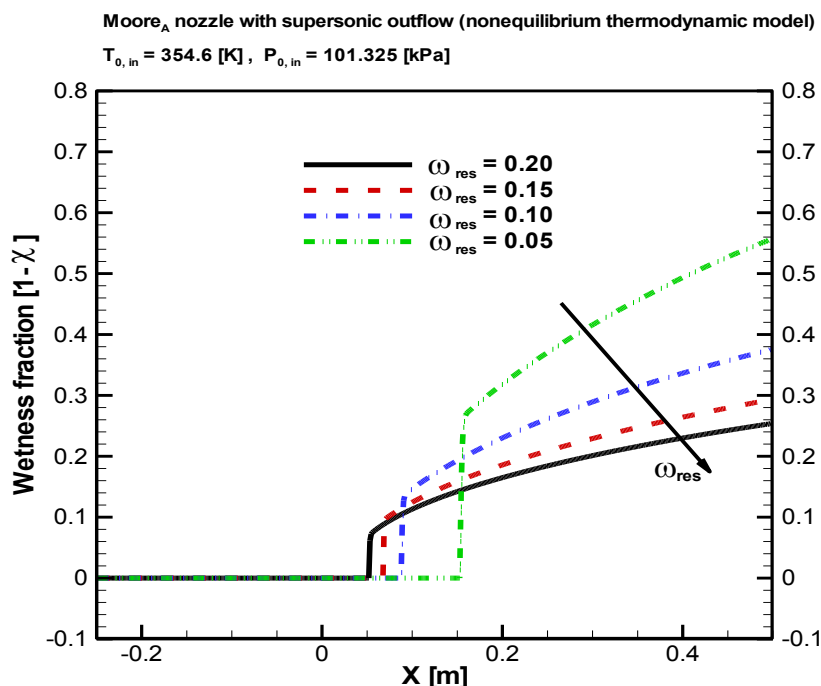
شکل ۱۴. مطالعه پارامتری تأثیر دمای سکون و بر روی محل شروع تقطیر و رطوبت خروجی از نازل A با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 14. Parametric study to illustrate the influence of stagnation temperature on condensation onset and outlet wetness fraction of nozzle A using non- equilibrium thermodynamic model



شکل ۱۵. مطالعه پارامتری تأثیر فشار سکون بر روی محل شروع تقطیر و رطوبت خروجی از نازل A با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 15. Parametric study to illustrate the influence of stagnation pressure on condensation onset and outlet wetness fraction of nozzle A using non- equilibrium thermodynamic model



شکل ۱۶. توزیع رطوبت در طول نازل A به ازای نسبت رطوبتهای ورودی مختلف با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 16. Wetness fraction distribution along nozzle A for various inlet humidity ratio using non-equilibrium thermodynamic model

است.

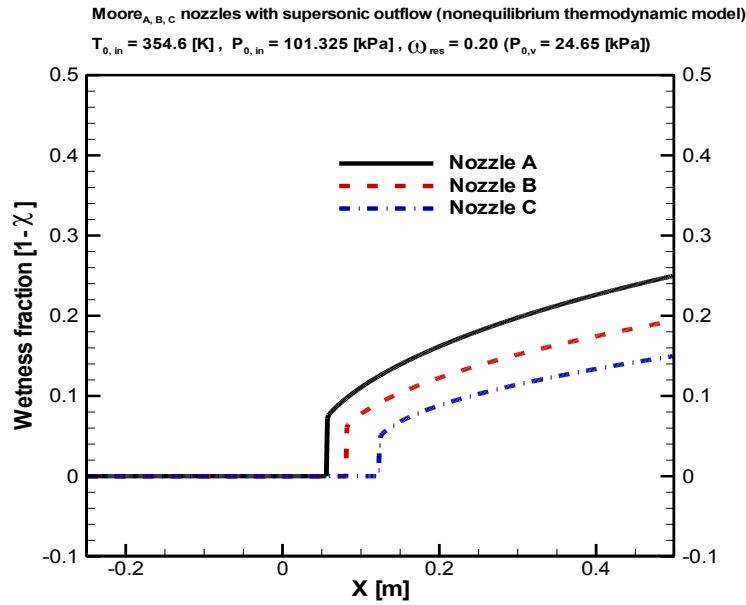
شکل ۲۰ تاریخچه همگرایی دبی ورودی و خروجی را برحسب زمان در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی نشان می‌دهد، با توجه به این منحنی می‌توان گفت که دبی ورودی به نازل و دبی خروجی از نازل برای مقادیر $t \geq 0.009$ S، مقادیر یکسانی دارند، به عبارت دیگر، جریان در زمان حدود $t = 0.009$ S به حالت پایا رسیده است. با مقایسه شکل ۲۰ با شکل ۱۹ مشاهده می‌شود که در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی، به دلیل حجم محاسبات بیشتر زمان همگرایی نیز بیشتر است.

در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ قانون بقای جرم در طول نازل A برای اجزای مختلف مخلوط هوا و بخار با استفاده از مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی نشان داده شده است. با توجه به این شکل‌ها مشاهده می‌شود که دبی جرمی کل (\dot{m}_{mix}) و دبی جرمی هوا (\dot{m}_a) در طول نازل ثابت هستند، همچنین با وقوع تقطیر دبی مایع (\dot{m}_l) افزایش یافته و دبی بخار (\dot{m}_v) کاهش یافته اما مجموع دبی بخار آب و آب مایع ($\dot{m}_s = \dot{m}_v + \dot{m}_l$) در طول نازل ثابت است. بنابراین نتایج نشان می‌دهد که قانون بقای جرم

رطوبت در خروجی نازل کاهش یافته است، زیرا با افزایش نسبت رطوبت کسر جرمی هوا کاهش یافته، بنابراین گرمای کمتری از بخار توسط هوا جذب شده و همین امر باعث کاهش رطوبت خروجی شده است.

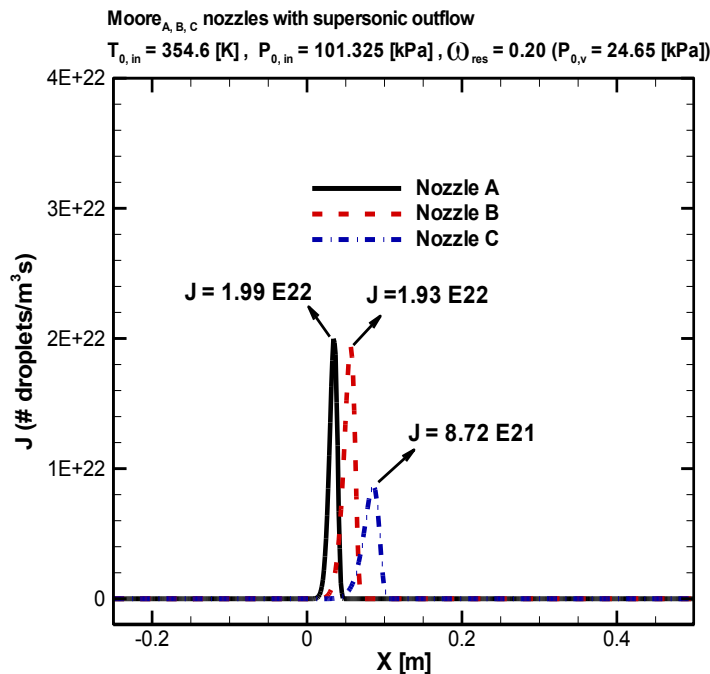
در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ تأثیر هندسه نازل بر روی رطوبت و نرخ جوانه‌زایی مورد بررسی قرار گرفته است. با مقایسه نازل‌های A، B و C مشاهده می‌شود که در نازل A که بیشترین نرخ انبساط را دارد تقطیر زودتر رخ داده و رطوبت خروجی و نرخ جوانه‌زایی هم از بقیه نازل‌ها بیشتر است. بنابراین با افزایش نرخ انبساط در نازل‌ها تقطیر زودتر رخ داده و رطوبت تولید شده هم افزایش می‌یابد.

شکل ۱۹ تاریخچه همگرایی دبی ورودی و خروجی را برحسب زمان در نازل A با استفاده از مدل ترمودینامیک تعادلی نشان می‌دهد. با توجه به این منحنی می‌توان گفت که دبی ورودی به نازل و دبی خروجی از نازل برای مقادیر $t \geq 0.006$ S برابرند، به عبارت دیگر جریان در زمان حدود $t = 0.006$ S به حالت پایا رسیده است. در ضمن اختلاف بسیار کم بین دبی ورودی و خروجی نشان می‌دهد که جریان بخوبی به جواب پایا همگرا شده



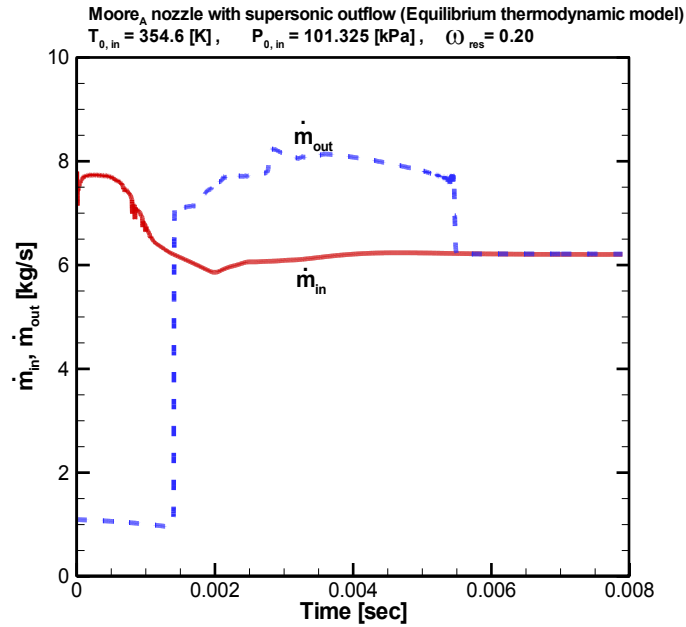
شکل ۱۷. مطالعه پارامتری تأثیر هندسه نازل بر روی محل شروع تقطیر و رطوبت خروجی از نازل با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 17. Parametric study to illustrate the influence of nozzle geometry on condensation onset and outlet wetness fraction using non- equilibrium thermodynamic model



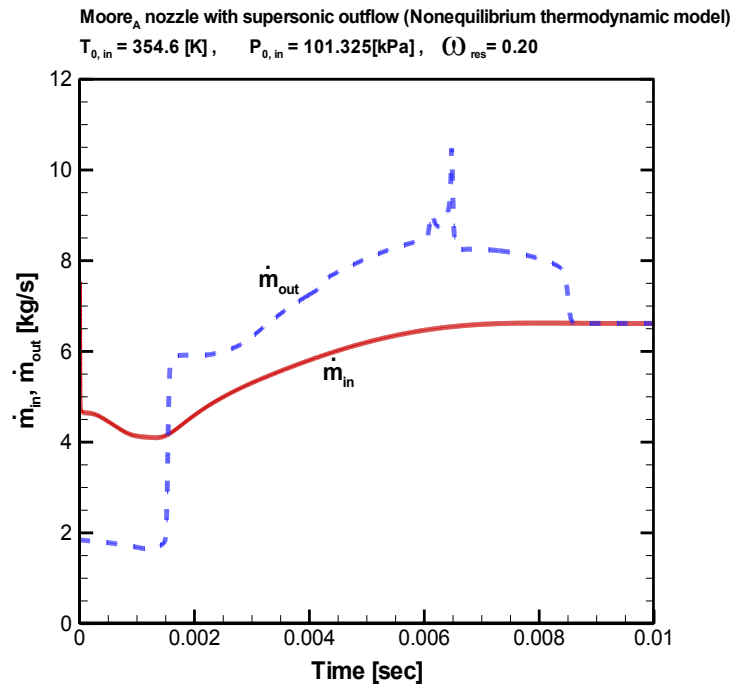
شکل ۱۸. توزیع نرخ جوانه‌زایی در طول نازل‌های A، B و C با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 18. Droplet nucleation rate distribution along nozzles A, B and C using non-equilibrium thermodynamic model



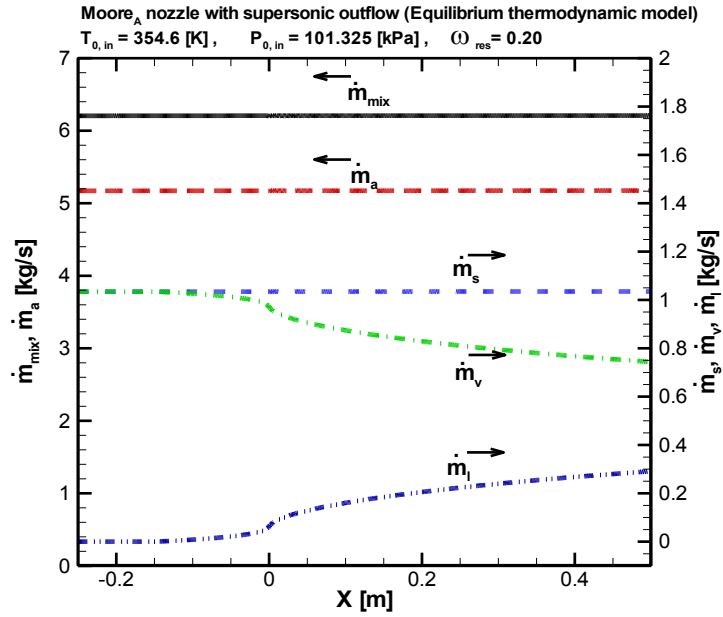
شکل ۱۹. تاریخچه همگرایی دبی ورودی و خروجی نسبت به زمان در نازل A با خروجی مافوق صوت با استفاده از مدل ترمودینامیک تعادلی

Fig. 19. Convergence history of inlet and outlet mass flow rate versus time in nozzle A with supersonic outflow using equilibrium thermodynamic model



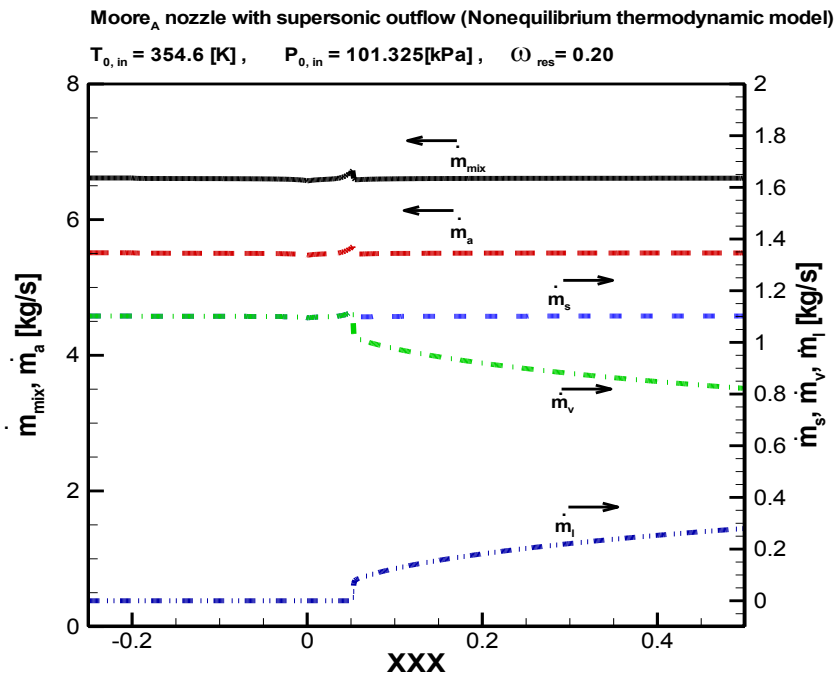
شکل ۲۰. تاریخچه همگرایی دبی ورودی و خروجی نسبت به زمان در نازل A با خروجی مافوق صوت با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

Fig. 20. Convergence history of inlet and outlet mass flow rate versus time in nozzle A with supersonic outflow using non-equilibrium thermodynamic model



شکل ۲۱. پروفیل دبی جرمی اجزاء هوای مرطوب در طول نازل A با خروجی مافوق صوت با استفاده از مدل ترمودینامیک تعادلی

Fig. 21. Mass flow rate profile of moist air portions along nozzle A with supersonic outflow using equilibrium thermodynamic model



شکل ۲۲. پروفیل دبی جرمی اجزاء هوای مرطوب در طول نازل A با خروجی مافوق صوت با استفاده از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی.

Fig. 22. Mass flow rate profile of moist air portions along nozzle A with supersonic outflow using non-equilibrium thermodynamic model.

جدول ۱. دبی آب خروجی از نازل A در مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی در شکل‌های ۲۱ و ۲۲

Table 1. The mass flow rate of water at the exit of nozzle A in equilibrium and non-equilibrium thermodynamic model in figures 21 and 22

$\dot{m}_1(kg/hr)$	$\dot{m}_1(kg/s)$	نوع مدل
۱۰۴۷/۶	۰/۲۹۱	مدل ترمودینامیک تعادلی
۱۰۰۸	۰/۲۸	مدل ترمودینامیک غیر تعادلی

۳. با افزایش دمای سکون ($T_{0,in}$) از ۳۵۰ K تا ۳۸۰ K تقطیر به تأخیر افتاده و رطوبت خروجی از نازل از ۰/۲۷ به ۰/۲۱ کاهش یافته است (شکل ۱۴). همچنین با کاهش فشار سکون ($P_{0,in}$) از ۱۰۵ kPa تا ۸۵ kPa نیز به همین ترتیب تقطیر به تأخیر افتاده و رطوبت خروجی از نازل از حدود ۰/۲۶ به ۰/۲۴ کاهش می‌یابد (شکل ۱۵).

۴. با توجه به شکل ۱۶، با افزایش نسبت رطوبت (ω_{res}) از ۰/۰۵ تا ۰/۲۰، رطوبت خروجی از نازل از ۰/۵۶ به ۰/۲۵ کاهش می‌یابد.

۵. با توجه به شکل ۱۷ و ۱۸ مشاهده می‌شود که با افزایش نرخ انبساط سطح نازل رطوبت خروجی از نازل و نرخ جوانه‌زایی افزایش می‌یابد. رطوبت خروجی از نازل‌های A، B و C با شرایط سکون اعمال شده به ترتیب ۲۵٪، ۱۹٪ و ۱۵٪ است.

۶. با توجه به شکل‌های ۱۹ و ۲۰ زمان همگرا شدن دبی ورودی و خروجی در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی ($t=0/009$ S) به دلیل حجم محاسبات بیشتر، از مدل ترمودینامیک تعادلی ($t=0/006$ S) بیشتر است.

۷. با توجه به دبی آب خروجی از نازل A مور در مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی (شکل‌های ۲۱ و ۲۲)، این مطالعه می‌تواند ایده‌ای جدید برای تولید آب شرب در مناطق گرم و مرطوب باشد. با توجه به جدول ۱ مشاهده می‌شود که میزان پیش بینی آب خروجی در یک ساعت در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی (۱۰۰۸ کیلوگرم) از مدل ترمودینامیک تعادلی (۱۰۴۷/۶ کیلوگرم) کمتر است.

به خوبی برقرار است.

جدول ۱ میزان آب تولید شده در طول یک ساعت را در نازل A در دو مدل ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی به ازای شرایط اعمال شده در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ نشان می‌دهد. نتیجه حاصل می‌تواند ایده‌ای جدید و کاربردی برای تهیه آب شرب در مناطق گرم و مرطوب باشد.

۸- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، روش عددی رو با استفاده از مدل‌های ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی برای تحلیل جریان هوای مرطوب در نازل‌های همگرا-واگرا مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از حل عددی با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد. در این مطالعه تأثیر شرایط سکون و هندسه نازل بر روی رطوبت خروجی از نازل و نرخ جوانه‌زایی بررسی شده است. در پایان برای نتیجه‌گیری می‌توان به نکات زیر اشاره نمود:

۱. با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود که مدل ترمودینامیک غیر تعادلی محل شوک ناشی از تقطیر را به خوبی پیش‌بینی کرده و نتایج حاصل از این مدل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. حداکثر خطای حاصل از مدل ترمودینامیک غیر تعادلی حدود ۷٪ و حداکثر خطای حاصل از مدل ترمودینامیک تعادلی حدود ۱۰٪ است.
۲. مطابق شکل ۱۲ رطوبت خروجی محاسبه شده از نازل در مدل ترمودینامیک غیر تعادلی حدود ۳٪ کمتر از مدل ترمودینامیک تعادلی است.

۹- فهرست علائم

t	کل
v	فاز بخار
W	سمت غرب حجم کنترل
0	حالت سکون
بالانویس	
k	شمارنده بردارها
L	سمت چپ مرز گره
R	سمت راست مرز گره
n	مرحله زمانی
\wedge	شرایط میانگین رو

منابع

- [1] S.A. Hosseini, E. Lakzian, M. Nakisa, Multi-objective optimization of supercooled vapor suction for decreasing the nano-water droplets in the steam turbine blade, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 142 (2023), 106613.
- [2] M. A. Faghieh Aliabadi, E. Lakzian, I. Khazaei, A. Jahangiri, A comprehensive investigation of finding the best location for hot steam injection into the wet steam turbine blade cascade, *Energy*, 190 (2020), 116397.
- [3] P. L. Roe, Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes, *J. Comput. Phys.*, 43 (1981), 357-372.
- [4] M. J. Kermani, A. G. Gerber, J. M. Stockie, An Application of Roe,s High Resolution Scheme to Transonic Two-Phase Flow through Nozzles, *Iranian Journal of Mechanical Engineering: Transaction of the ISME*, 7 (2006), 60-77.
- [5] A. Hemidi, F. Henry, S. Leclaire, J. M. Seynhaeve, Y. Bartosiewicz, CFD Analysis of a Supersonic Air Ejector. Part I: Experimental Validation of Single-phase and Two-phase Operation, *Applied Thermal Engineering*, 29 (2009), 1523–1531.
- [6] A. J. White, Numerical Investigation of Condensing Steam Flow in Boundary Layers, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21 (2000), 727-734.

A	مساحت، m^2
e	انرژی داخلی، J/kg
F	بردار جریان
g	کسر جرمی مایع
H	بردار چشمه
J	نرخ جوانه‌زایی
h_i	انتالپی کل، J/kg
\dot{m}	دبی جرمی، kg/s
N	تعداد قطرات
n	مرحله زمانی
P	فشار، Pa
Q	بردار پایستار
r	شعاع قطره، m
\dot{r}	نرخ رشد قطره، m/s
t	متغیر زمانی، s
T	دما، K
T	بردار ویژه
u	سرعت، m/s
x	متغیر مکانی، m

علائم یونانی

λ	مقادیر ویژه
ρ	چگالی مخلوط، kg/m^3
χ	کیفیت بخار
Δt	بازه زمانی، s
Δx	بازه مکانی، m
δw	بردار نوسان موج

زیرنویس

c	بحرانی
E	سمت شرق حجم کنترل
i	شماره قطره
in	جریان ورودی
l	فاز مایع
mix	مخلوط بخار و هوا
out	جریان خروجی
s	بخار در ناحیه خشک و بخار و آب در ناحیه دو فاز
sat	حالت اشباع

- of compressible condensing /evaporating moist-air flow for external and internal flows, *Aeronaut. J.* 117 (2013) 427–444.
- [18] S. Hamidi, M. J. Kermani, Numerical Study of Water Production from Compressible Moist-Air Flow, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 9 (1) (2016) 333-341.
- [19] S. Hamidi, M. J. Kermani, Numerical study of non-equilibrium condensation and shock waves in transonic moist-air and steam flows, *Aerospace Science and Technology* 46 (2015) 188–196.
- [20] S. Hamidi, M. J. Kermani, H. Beheshti Amiri, Numerical modelling of transonic two phase flow with shock in converging-diverging nozzle, *Amirkabir Journal of Science & Research*, 45 (1) (2013) 15-27, (in Persian).
- [21] S. Dykas, M. Majkut, K. Smolka, M. Stozik, Comprehensive investigations into thermal and flow phenomena occurring in the atmospheric air two-phase flow through nozzles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 114 (2017) 1072-1085.
- [22] S. Yamamoto, S. Moriguchi, H. Miyazawa, T. Furusawa, Effect of inlet wetness on transonic wet-steam and moist-air flows in turbomachinery, *Journal of Computational Physics*, 119 (2018) 720-732.
- [23] P. Wisniewski, S. Dykas, S. Yamamoto, B. Pritz, Numerical approaches for moist air condensing flows modelling in the transonic regime, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 162 (120392) (2020).
- [24] P. Wisniewski, S. Dykas, B. Yamamoto, M. Majkut, K. Smolka, M. Nocon, T. Wittmann, J. Friedrichs, A comprehensive analysis of the moist air transonic flow in a nozzle with a very low expansion rate, *Applied Thermal Engineering*, 217 (119185) (2022).
- [25] P. Wisniewski, S. Dykas, H. Miyazawa, T. Furusawa, S. Yamamoto, Modified heat transfer correction function for modeling multiphase condensing flows in transonic regime, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 201(123597) (2023).
- [26] P. Wisniewski, M. Majkut, S. Dykas, K. Smolka, G. [7] A. G. Gerber, M. J. Kermani, A Pressure Based Eulerian–Eulerian Multi-phase Model for Non-equilibrium Condensation in Transonic Steam Flow, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 47 (15) (2004), 2217–2231.
- [8] D. A. Simpson, A. J. White, Viscous and unsteady flow calculations of condensing steam in nozzles,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 26 (2005) 71–79.
- [9] J. Halama, F. Benkhaldoun, J. Fort, Numerical Modeling of Two-phase Transonic Flow, *Mathematics and Computers in Simulation*, 80 (8) (2009) 1624-1635.
- [10] Y. Yang, S. Shen, Numerical Simulation on Non-equilibrium Spontaneous Condensation in Supersonic Steam Flow, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 36 (4) (2009) 902-907.
- [11] E. Lakzian, S. Yazdani, R. Mobini, M. H. Moghimi-Esfand Abadi, A. Ramezani, M. Yahyazadeh, M. Rashedi Tabar, Investigation of the effect of water droplet injection on condensation flow of different nozzles geometry, *The European Physical Journal Plus*, 137 (613) (2022).
- [12] A. A. Pouring, An Experimental and Analytic Investigation of Homogeneous Condensation of Water Vapor in Air during Rapid Expansions, Ph.D. Dissertation, Yale University, (1963).
- [13] C. F. Delale, G. H. Schnerr, J. Zierep, Asymptotic Solution of Transonic Nozzle Flows with Homogeneous Condensation.1. Subcritical Flows, *Phys. Fluid. A*, (5) (38) (1993) 2969–2981.
- [14] S. Yamamoto, Preconditioning Method for Condensate Fluid and Solid Coupling Problems in General Curvilinear Coordinates, *Journal of Computational Physics*, 207 (13) (2005) 240–260.
- [15] K. Sakakura, S. Yamamoto, Numerical and Experimental Predictions of Heterogeneous Condensate Flow of Moist Air in Cooled Pipe, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27 (7) (2006) 220–228.
- [16] S. Hamidi, M. J. Kermani, Numerical solution of compressible two-phase moistair flow with shocks, *Eur. J. Mech. B, Fluids* 42 (2013) 20–29.
- [17] S. Hamidi, M. J. Kermani, High resolution computation

- Modeling of Unsteady Flow in Steam Turbine Stage, Journal of Computational and Applied Mathematics, 234 (36) (2009) 2336-2341.
- [32] P. G. Hill, Condensation of Water Vapor During Supersonic Expansion in Nozzles, part 3, J. Fluid Mech., 25 (13) (1966) 593-620.
- [33] J. P. Sislian, Condensation of water vapour with or without a carrier gas in a shock tube, UTIAS report No. 201, Toronto University (1975).
- [34] J. C. Tannehill, D.A. Anderson, R.H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, second edition, Taylor & Francis, USA, (1997).
- [35] M. J. Moore, P. T. Walters, R. I. Crane, B. J. Davidson, Predicting the Fog Drop Size in Wet Steam Turbines, Inst. for Mechanical Engineers (UK), Wet Steam 4 Conference, University of Warwick, Paper C37/73 (1973).
- [36] M. A. Saad, Compressible fluid flow, Prentice-Hall, Inc, Englewood cliffs, New Jersey, (1985).
- Zhang, B. Pritz, Selection of a steam condensation model for atmospheric air transonic flow prediction, Applied Thermal Engineering, 203 (117922) (2022).
- [27] A. R. Teymourtash, M. R. Mahpeykar, A blade to blade invicid transonic flow analysis of nucleating steam in a turbine cascade by the jameson,s time-marching scheme using body fitted grid, Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 18 (1) (2006) 1-20 (in Persian).
- [28] G. D. Van Albada, B. van Leer, W. W. Roberts, A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics, Astron. Astrophys., 108 (1) (1982) 76-84.
- [29] M. J. Kermani, E. G. Plett, Modified Entropy Correction Formula for the Roe Scheme, AIAA Paper # 2001-0083, (2001).
- [30] K. A. Hoffmann, S. T. Chiang, Computational Fluid Dynamics for Engineers, Vol. II, Engineering Education Systems, Wichita, Kansas, USA, (1993).
- [31] J. Halama, J. Dobes, J. Fort, J. Furst, K. Kozel, Numerical

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Hamidi, M. J. Kermani, Numerical analysis of moist-air flow in converging-diverging nozzle with equilibrium and non-equilibrium thermodynamic models, Amirkabir J. Mech Eng., 55(9) (2023) 1113-1134.

DOI: 10.22060/mej.2023.21836.7526

