



## تابع هدف نوین در سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای با زمان بندی معین

عباس مکبری، مصطفی نظری، سیدمجتبی واردی کولایی\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۲/۰۸/۱۷

بازنگری: ۱۴۰۲/۱۰/۳۰

پذیرش: ۱۴۰۲/۱۱/۳۰

ارائه آنلاین: ۱۴۰۲/۱۲/۲۰

### کلمات کلیدی:

مکانیزم چهارمیله‌ای

سنتز تولید مسیر

زمان بندی معین

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

**خلاصه:** مساله طراحی مکانیزم‌های چهارمیله‌ای، به عنوان ساده‌ترین و پرکاربردترین مکانیزم میله‌ای، همواره یکی از مسائل اساسی مطرح شده در حوزه طراحی مکانیزم می‌باشد. امروزه با پیشرفت تکنولوژی و ابداع روش‌های بهینه‌سازی عددی و الگوریتم‌های فراابتکاری، امکان حل دقیق و بهینه مسائل با تعداد نقاط دقت بسیار بالا نیز فراهم شده است. سنتز تولید مسیر این مکانیزم نیز با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلف و در حالت‌های متنوع طراحی حل شده است. برای در نظر گرفتن سرعت مکانیزم در عبور از نقاط دقت، مساله سنتز با زمان بندی معین در نظر گرفته می‌شود، که این مساله نسبت به مساله بدون زمان بندی معین سخت‌تر بوده و دارای خطای تولید مسیر بالاتری می‌باشد. در این پژوهش، برای حل مساله سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای با زمان بندی معین از تابع هدف جدیدی استفاده می‌شود که شامل دو جمله، خطای مسیر و خطای زاویه‌گیری، می‌باشد. استفاده از این تابع هدف جدید موجب کاهش خطای تولید مسیر برای مساله با زمان بندی معین می‌شود. برای رسیدن به تابع هدف مدنظر، چهار حالت مختلف طراحی در نظر گرفته شده و نتایج آن‌ها، که با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استخراج شدند، با هم مقایسه می‌شوند. نتایج حل این مساله برای سه مثال عددی با تعداد نقاط دقت مختلف نشان می‌دهد طراحی در حالت چهارم، که براساس تابع هدف جدید می‌باشد، نسبت به همه حالات قبلی خطای تولید مسیر کمتری دارد.

### ۱- مقدمه

مکانیزم‌های صفحه‌ای محسوب می‌شوند، به این دلیل که تمامی نقاط آن در یک صفحه یا صفحات موازی هم حرکت می‌کنند [۴، ۵]. برای مکانیزم چهارمیله‌ای، از نظر تئوری، یافتن مکانیزی برای عبور از نقاط دقت با تعداد بالا نیاز به بهینه‌سازی خطا بین مسیر مطلوب و مسیر تولید شده توسط مکانیزم دارد. این بهینه‌سازی معمولاً دشوار است و اغلب به دلیل تعداد زیاد محدودیت‌ها و حداقل‌های محلی در فضای جستجو با ابعاد بالا نتایج ضعیفی به همراه دارد [۶].

برای محققان در بسیاری از ادوار گذشته ثابت شده است که اندیشیدن در مورد مکانیزم‌ها راهی پربار برای درک و استفاده از طبیعت است. یکی از مهم‌ترین انگیزه‌ها برای توسعه مکانیزم‌ها در گذشته‌های دور و همچنین امروزه، نیاز بشر به اسباب و وسائل مختلف بوده است [۷]. در سال ۱۹۵۴ ایجاد سینماتیک مدرن در ایالات متحده با مقاله فرودنشتین برای طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای آغاز شد، که از آن زمان طراحی مکانیزم‌ها از حالت روش گرافیکی به روش عددی تغییر کرد [۸]. در سال‌های ۱۹۷۶ تا ۱۹۸۱ توسط انتشارات میر در مسکو کتابی با عنوان "مکانیزم‌ها در فناوری مدرن" اثر آرتوبولفسکی

مکانیزم‌ها به عنوان عناصر بنیادی صنعتی با قابلیت کنترل دقیق حرکات و انتقال نیروها، به بهبود کیفیت، کارایی، کاهش هزینه‌ها و افزایش ایمنی تولیدات صنعتی کمک می‌کنند. در این راستا، طراحی دقیق و بهینه مکانیزم‌ها امری اساسی در صنعت مدرن محسوب می‌شود. طراحی مکانیزم‌ها برای کاربردهای مختلف و تولید حرکت‌های گوناگون همیشه جزء مسائل سخت اما مهم محسوب می‌شوند. در طراحی مکانیزم‌ها، تنها برای تعداد نقاط دقت مشخص و محدودی می‌توان مکانیزم را به گونه‌ای طراحی کرد که به طور دقیق (بدون خطا) از همه آن موقعیت‌های دقت عبور نماید. برای مسائلی که دارای تعداد نقاط دقت بالاتری باشند، باید از روش‌هایی همچون روش حداقل مربعات و یا روش‌های بهینه‌سازی استفاده نمود [۱-۳]. مکانیزم‌های چهارمیله‌ای دسته‌ای از مکانیزم‌های ساده اما عملاً مهم و پرکاربرد در صنعت هستند. در تقسیم بندی مکانیزم‌ها بر مبنای فضای کاری، این مکانیزم‌ها جزء

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: vareidi@shahroodut.ac.ir

## ۲- آنالیز سینماتیکی مکانیزم چهارمیله‌ای

شکل ۱ شماتیک کلی از زوایا و لینک‌های مکانیزم چهارمیله‌ای را نشان می‌دهد که عضو زمین به عنوان لینک شماره ۱، عضو واسط لینک شماره ۳، و عضوهای ورودی و خروجی نیز به ترتیب لینک‌های شماره ۲ و ۴ هستند. در یک مکانیزم چهارمیله‌ای، با فرض معلوم بودن طول لینک‌ها و زاویه ثابت  $\theta_1$ ، با اطلاع از موقعیت زاویه‌ای عضو ورودی ( $\theta_2$ ) می‌توان موقعیت زاویه‌ای بقیه عضوها را به دست آورد که به این عملیات آنالیز جابه‌جایی مکانیزم گفته می‌شود. بدیهی است اگر موقعیت زاویه‌ای همه اعضا مشخص شود، آنگاه موقعیت مکانی تمامی نقاط روی لینک‌ها، از جمله مکان نقطه  $P$ ، را می‌توان بدست آورد. در ادامه روابط مربوط به آنالیز جابه‌جایی مکانیزم چهارمیله‌ای ارائه خواهند شد.

در آنالیز جابه‌جایی،  $\theta_2$  متغیر مستقل و  $\theta_3$  و  $\theta_4$  متغیرهای وابسته (مجهول) هستند. پارامترهای ثابت معلوم طول عضوهای مختلف مکانیزم شامل  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$  و زاویه  $\theta_1$  هستند. البته بجای  $r_6$  گاهی زاویه ثابت  $\alpha$  به عنوان پارامتر ثابت در نظر گرفته می‌شود. زمانی که این پارامترها معلوم باشند، یعنی مکانیزم داده شده باشد، با اطلاع از مقدار  $\theta_2$  می‌توان  $\theta_3$  و  $\theta_4$  را با استفاده از روابط زیر به دست آورد [۹]:

$$\vec{D} = \vec{R}_1 - \vec{R}_2 \quad (1)$$

$$d = |D| = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} \quad (2)$$

$$\theta_D = \tan^{-1} \left( \frac{D_y}{D_x} \right) \quad (3)$$

$$\Delta = (\pm 1) \left| \cos^{-1} \left[ \frac{r_3^2 + D^2 - r_4^2}{2r_3 D} \right] \right| \quad (4)$$

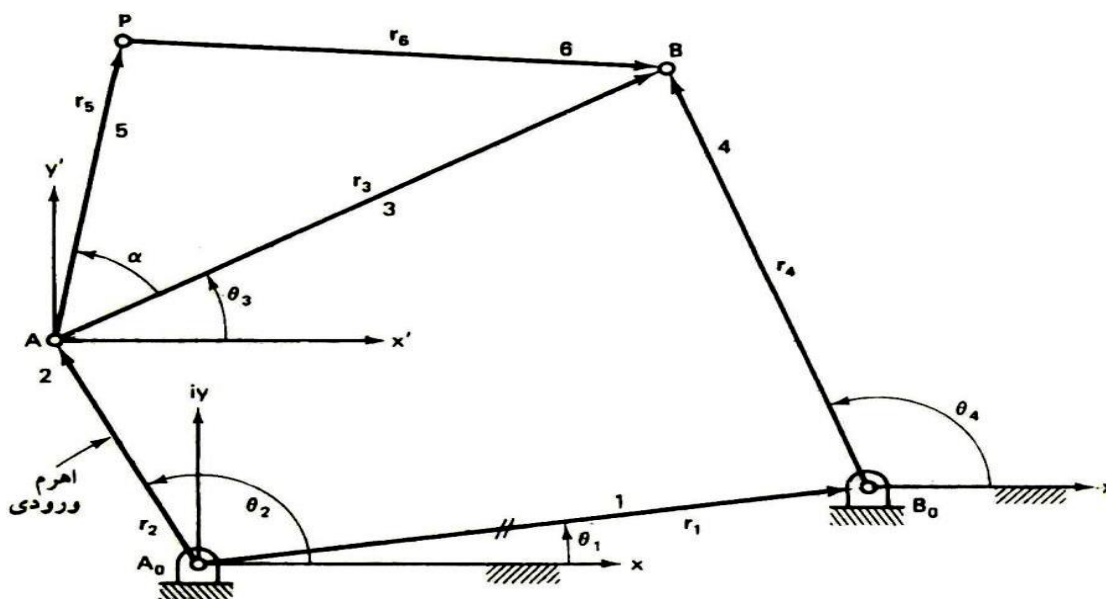
$$\sigma = (\pm 1) \left| \cos^{-1} \left[ \frac{r_4^2 + D^2 - r_3^2}{2r_4 D} \right] \right| \quad (5)$$

$$\theta_3 = \theta_D + \Delta \quad (6)$$

$$\theta_4 = \theta_D + (\pi - \sigma) \quad (7)$$

منتشر شد که به‌عنوان یک مجموعه جامع در مورد مکانیزم‌ها بود و در زمان خود به‌عنوان یک دایره‌المعارف کامل ماشین‌ها شناخته می‌شد [۹، ۱۰]. وامپر و همکاران در سال ۱۹۹۲ مقاله‌ای در ارتباط با مکانیزم‌های چهارمیله‌ای که هدف آن‌ها تولید مسیر است و منحنی کوپلر آن‌ها باید از ۹ نقطه دقت که برای آن‌ها تعریف شده، عبور کند را منتشر کردند. همچنین این مساله را یک مشکل حل‌نشده دیرینه و اساسی در سینماتیک مکانیزم‌ها بیان کردند و برای حل این مشکل راه کارهایی را ابداع و با استفاده از یک الگوریتم محاسباتی و فرمول‌های ریاضی، راه‌حل‌های مختلفی برای این مساله پیدا کردند که هم زمان لازم برای حل مساله کاهش یافته و هم دقت مساله چندین برابر افزایش یافته بود [۱۱]. نریمان‌زاده و همکاران در سال ۲۰۰۸ به سنتز مکانیزم‌های چهارمیله‌ای برای تولید مسیر با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک چندهدفه ترکیبی پرداختند. در این مقاله، اولین تابع هدف خطای ردیابی و دومین تابع هدف هم خطای زاویه انتقال بوده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم می‌تواند بین این دو تابع هدف هماهنگی ایجاد کرده و به طراحان این امکان را می‌دهد تا بهترین مکانیزم چهارمیله‌ای را برای اهداف خود به دست آورند [۱۲]. واردی و رضاقلی‌زاده در سال ۲۰۲۰ مقاله‌ای را با عنوان سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای با انتخاب شکل کوپلر منتشر کردند. این مقاله شامل سنتز گرافیکی و تحلیلی برای طراحی مکانیزم در هر دو حالت با و بدون زمان‌بندی تعیین شده است [۱۳]. محمدرضا حق‌جو و همکاران در سال ۲۰۲۲ مقاله‌ای را با عنوان سنتز مسیر مکانیزم هشت‌میله‌ای با استفاده از روابط کنترلی منتشر کردند. این مقاله یک رویکرد دومرحله‌ای جدید برای سنتز مسیر در مکانیزم‌هایی با تعداد لینک بالا ارائه می‌دهد [۱۴]. کپسالیاموف و همکاران در سال ۲۰۲۳ به سنتز مکانیزم شش‌لینکی برای ایجاد مسیر حرکت زانو و مچ پا با استفاده از شبکه عصبی مولد عمیق پرداختند [۱۵].

هدف اصلی این مقاله، طراحی بهینه یک مکانیزم چهارمیله‌ای براساس مساله تولید مسیر و با ارائه تابع هدف جدید است. برای رسیدن به تابع هدف مدنظر، چهار حالت مختلف طراحی در نظر گرفته شده و نتایج بهینه آن‌ها، که با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بدست می‌آیند، با هم مقایسه می‌شوند. برای حالت چهارم طراحی، تابع هدف جدیدی ارائه شده است که هم خطای مسیر و هم خطای زاویه را شامل می‌شود. در واقع نوآوری این مقاله در ارائه این تابع هدف جدید می‌باشد که توانسته تاثیر قابل‌توجهی در نتایج داشته باشد. برای ارزیابی اثرات چهار حالت طراحی، سه مثال با تعداد نقاط دقت متفاوت حل و بررسی می‌شود که در نهایت نتایج قابل‌قبول و مطلوبی به دست آمده است.



شکل ۱. شماتیک کلی مکانیزم چهارمیله‌ای

Fig. 1. A schematic view of the four-bar mechanism

مقاله است. در این حالت، طول لینک‌ها و زوایا و فواصل ثابت در مکانیزم به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند. در نهایت و پس از طی فرایند بهینه‌سازی، مقادیر بهینه متغیرهای طراحی باید استخراج شوند. متغیرهای طراحی و تابع هدف تعریف شده در این مساله در بخش ۳-۳ و براساس حالات طراحی بصورت کامل توصیف خواهند شد. در هر مساله بهینه‌سازی، قیودی برای تغییرات متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود. قیودی که برای طراحی یک مکانیزم می‌توان در نظر گرفت عبارتند از:

- نسبت طول‌ها در طراحی خیلی مهم هستند که نسبت بیشترین طول اعضا به کمترین آن از یک حدی فراتر نرود.
- شرط گراشفی در طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای همواره یکی از قیود و شرط‌های مهم برای تولید یک حرکت پیوسته است. بر اساس معیار گراشف، شرط اینکه در مکانیزم چهارمیله‌ای حداقل یک عضو بتواند دوران کامل داشته باشد (مکانیزم حرکت پیوسته‌ای داشته باشد) این است که رابطه ۱۰ بین طول لینک‌ها برقرار باشد:

$$l + s \leq p + q \quad (10)$$

حال با اطلاع از  $\theta_4$  و  $\theta_3$ ، می‌توان موقعیت جدید نقطه  $P$  را هم به دست آورد.

$$\vec{R}_p = \vec{R}_2 + \vec{R}_5, \quad \vec{R}_5 = r_5 e^{i(\theta_3 + \alpha)} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} X_p &= r_2 \cos(\theta_2) + r_5 \cos(\theta_3 + \alpha), \\ Y_p &= r_2 \sin(\theta_2) + r_5 \sin(\theta_3 + \alpha) \end{aligned} \quad (9)$$

### ۳- بهینه‌سازی مکانیزم

یکی از مهم‌ترین مراحل یک فرایند بهینه‌سازی، انتخاب یک تابع هدف مناسب است. پرکاربردترین تابع هدف که برای طراحی یک مکانیزم تولید مسیر استفاده می‌شود، خطای مکان است که به‌عنوان مجموع مربعات فاصله اقلیدسی بین نقاط هدف و نقاط به‌دست‌آمده از عضو واسط تعریف می‌شود [۶]. همچنین برای انجام فرایند بهینه‌سازی، پارامترهای طراحی مساله، قیود حاکم و الگوریتم بهینه‌سازی مورد استفاده نیز باید مشخص شوند.

#### ۳-۱- تعریف مساله بهینه‌سازی

سنتز ابعادی مکانیزم چهارمیله‌ای براساس مساله تولیدمسیر موضوع این

الگوریتم‌های تکاملی، الگوریتم‌های بر مبنای جمعیت، الگوریتم‌های بر مبنای پدیده‌های فیزیکی و الگوریتم‌های بر مبنای جوامع انسانی تقسیم‌بندی می‌شوند [۱۶، ۱۷]. در این مقاله از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، که یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری بر مبنای جمعیت است استفاده شده است. شکل ۲ فلوجارت مورد استفاده برای سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای صفحه‌ای را نشان می‌دهد. در بخش بعدی به توضیح الگوریتم و فلوجارت بهینه‌سازی ازدحام ذرات پرداخته می‌شود.

### ۳-۲- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات جزء روش‌های مشهور، پرکاربرد و توانمند است که در سال ۱۹۹۵ توسط کندی و ابرهارت از طریق الهام از رفتار دسته‌جمعی موجوداتی مثل پرندگان و حشرات ارائه شده است. اساس این الگوریتم بدین‌گونه بوده است که اگر یکی از اعضای گروه منبعی از غذا پیدا کند، علاوه بر این که خود به دنبال آن می‌رود بقیه اعضای گروه را نیز به همراه خود می‌کشاند. پس می‌توان گفت حرکت و فعالیت هر کدام از اعضای گروه براساس آگاهی و اندیشه خود و اطلاعات کلی گروه است. تمامی اعضای جمعیت دو مشخصه اصلی و مهم دارند: موقعیت و سرعت. این دو مشخصه دائماً در حال تغییر و اصلاح‌اند و مشخص‌کننده مسیر حرکت هر عضو در فضای طراحی مساله هستند. همه اعضا به دنبال جستجوی نقطه بهینه هستند، ضمن اینکه هر کدام از اعضا بهترین موقعیت خود را نسبت به موقعیت‌های قبلی در حافظه خود نگه می‌دارند. اطلاعاتی که میان اعضا تبادل می‌شود براساس بهترین نقاط برای هر عضو و بهترین نقطه تمام اعضا، باعث به‌روزرشدن مداوم موقعیت و سرعت هر عضو مطابق روابط زیر می‌شود [۱۸]:

$$V_j(i) = \gamma V_j(i-1) + c_1 r_1 (P_{best,j} - X_j(i-1)) + c_2 r_2 (G_{best} - X_j(i-1)), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

$$X_j(i) = X_j(i-1) + V_j(i) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

$c_1$  و  $c_2$  به ترتیب نرخ دریافت اطلاعات شخصی و گروهی هستند که معمولاً برابر عدد ثابت ۲ در نظر گرفته می‌شوند.  $r_1$  و  $r_2$  نیز اعداد رندوم بین صفر و یک هستند.  $G_{best}$  بهترین مکان در میان کل اعضا است و  $P_{best,j}$  نیز بهترین نقطه برای عضو  $j$  ام می‌باشد. همچنین  $\gamma$  ضریب

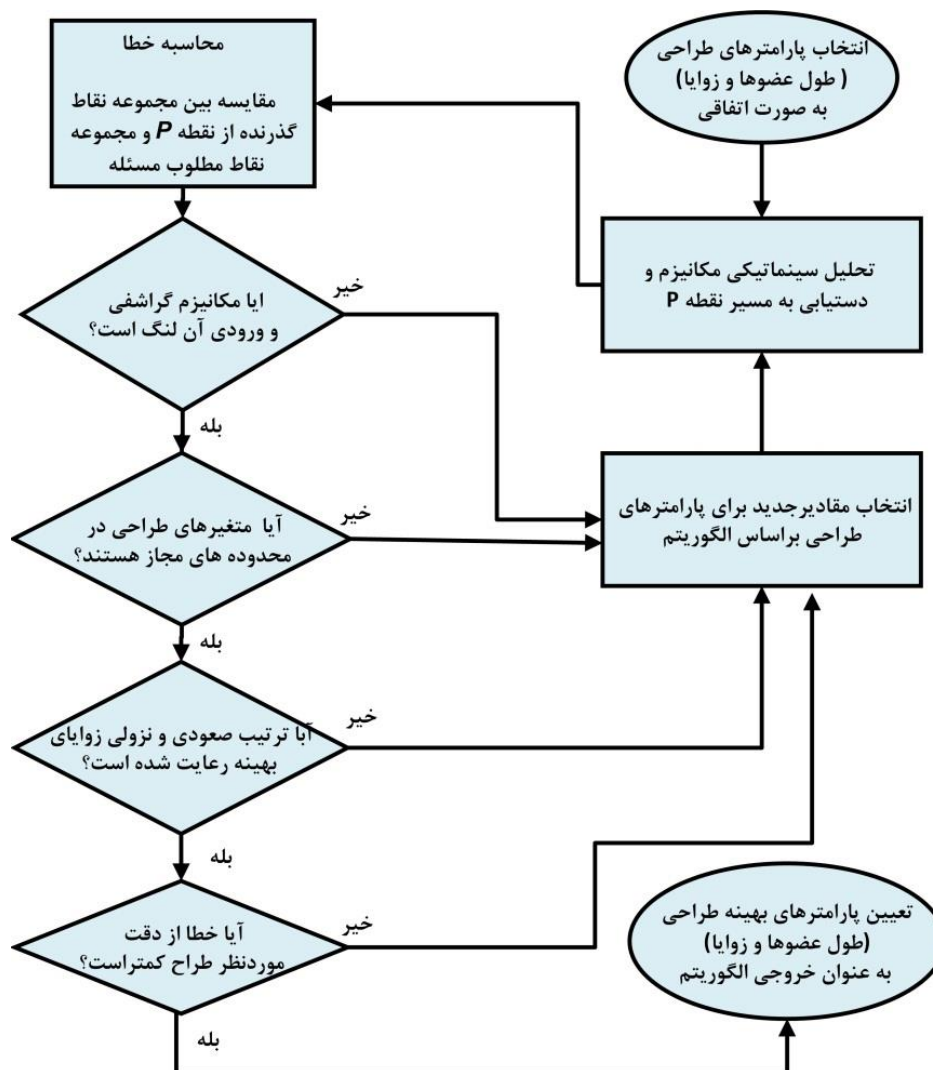
که  $a$  و  $s$  به ترتیب طول بلندترین و کوتاهترین عضوهای مکانیزم و  $p$  و  $q$  طول دو عضو دیگر هستند.

- شرط لنگ‌بودن عضو ورودی، نیز از جمله شروط دیگری است که در طراحی مکانیزم‌ها مدنظر قرار می‌گیرد. لنگ‌بودن عضو ورودی را می‌توان براساس مکان عضو کوتاه‌تر مکانیزم تعیین کرد.
- قید توالی زوایای ورودی نیز باید در نظر گرفته شود، بگونه‌ای که مکانیزم طراحی شده بتواند از نقاط دقت با ترتیبی که مشخص شده عبور نماید.

- قید بعدی که برای طراحی یک مکانیزم باید در نظر گرفت این است که یک محدوده مجاز متغیرهای طراحی برای طول لینک‌ها در نظر گرفت و لینک‌ها بر این اساس طراحی شوند که از یک حدی کمتر و از یک حدی بیشتر نشوند.

برای اعمال قیود در روند اجرای الگوریتم بهینه‌سازی از تابع پنالیتی استفاده خواهد شد. در واقع اگر در حین بهینه‌سازی، قیود و شرط‌هایی که اعمال شده است ارضا نشوند، تابع پنالیتی مقدار تابع هدف را جریمه می‌کند و یک مقدار زیادی به آن اختصاص می‌دهد. پس با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌توان یک مساله بهینه‌سازی را که دارای المان‌های توصیف‌شده است، حل نمود.

الگوریتم‌های بهینه‌سازی وظیفه دارند مقادیر متغیرهای طراحی را به‌گونه‌ای تغییر دهند که علاوه بر ارضای قیود حاکم بر مساله، تابع هدف مدنظر کمینه یا بیشینه شود. این الگوریتم‌ها در حالت کلی به دو گروه، روش‌های گرادیانی و روش‌های جستجوی تصادفی تقسیم می‌شوند. روش‌های گرادیانی که به روش‌های فرمولی نیز معروف هستند بر پایه مشتق‌گیری از تابع هدف عمل می‌کنند. اما مشتق‌گیری از تابع هدف برای خیلی از مسائل کار سنگین و پیچیده‌ای است که همین امر سبب پیدایش روش‌های جستجو شده است. روش‌های جستجوی تصادفی خود به دو دسته روش‌های ابتکاری و روش‌های فراابتکاری تقسیم‌بندی می‌شود. روش‌های ابتکاری، جستجوهای هدایت‌شده‌ای هستند تا با استفاده از یک سری مراحل، فرایند جستجو را به‌گونه‌ای انجام دهند تا بتواند به نقطه هدف نزدیک شوند. اما روش‌های فراابتکاری، روش‌های نوینی هستند که اخیراً توسعه یافته و البته هر روزه بر تعداد این روش‌ها افزوده می‌شود. این الگوریتم‌ها معمولاً از پدیده‌های طبیعی الهام گرفته شده‌اند و نیازی به مشتق‌گیری از تابع هدف ندارند. الگوریتم‌های فراابتکاری، که براساس جستجوی تصادفی و هدایت‌شده بنا نهاده شدند، به چهار دسته‌ی



شکل ۲. الگوریتم سنتز تولیدمسیر مکانیزم چهارمیله‌ای

Fig. 2. The path generation synthesis algorithm for a four-bar mechanism

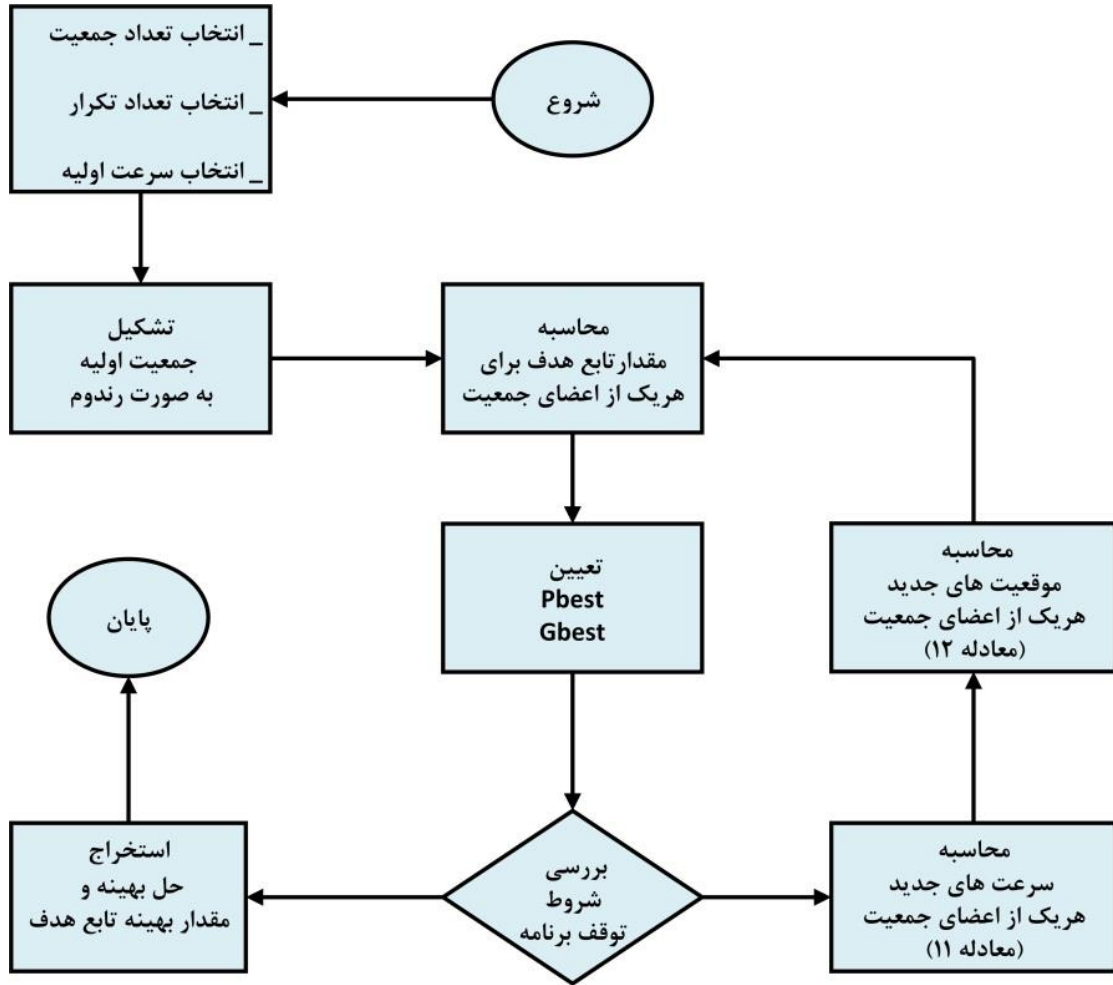
از  $\gamma_{\min}$  تا  $\gamma_{\max}$  تغییر داده می‌شود. اگر مقدار بالا انتخاب شود، به عنوان مثال نزدیک به ۱، گام‌های حرکتی در فرایند بهینه‌سازی، گام‌های درشتی است و اگر مقادیر نزدیک به صفر انتخاب شود گام‌های حرکتی ریزتر است و بابت همین موضوع  $\gamma$  را به صورت کاهش قرار داده می‌شود. در صورتی حل نهایی مساله همگرا شده و نقطه بهینه به دست می‌آید که همه اعضا به یک نقطه نزدیک شوند یا فاصله اعضا از یکدیگر تا مقدار تعیین شده‌ای کاهش یابد. معمولاً الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای مسائلی استفاده می‌شود که بیشینه‌کردن تابع هدف مدنظر باشد؛ اما اگر در مواردی مساله موردنظر مینیمم‌سازی تابع هزینه باشد می‌توان با ضرب تابع در یک منفی مساله کمینه‌سازی را به یک مساله بیشینه‌سازی تبدیل نمود و در نهایت تابع جدید را به این الگوریتم حل نمود [۱۹]. با توجه به شکل ۳ که

وزنی است که بین یک مقدار کمینه و بیشینه به صورت خطی تغییر می‌کند. مقدار بالای این ضریب وزنی برای جستجوی کلی و مقدار پایین آن برای جستجوی محلی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین در روند مراحل تکرار الگوریتم برای پیدا کردن نقطه بهینه، این ضریب به صورت خطی و مطابق رابطه زیر کاهش می‌یابد تا در آخرین مرحله به کمترین مقدار خود می‌رسد.

$$\gamma(i) = \gamma_{\max} - \left\{ \frac{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}}{i_{\max}} \right\} i \quad (13)$$

که در رابطه بالا،  $i$  شماره تکرار و  $i_{\max}$  بیشینه مراحل تعیین شده برای تکرار الگوریتم است که  $\gamma$  را در فرایند بهینه‌سازی به صورت خطی





شکل ۳. فلوچارت الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

Fig. 3. The flowchart of the PSO algorithm

### ۳-۳- حالات مختلف طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای

برای سنتز تولید مسیر یک مکانیزم چهارمیله‌ای در حالت عمومی، تابع هدف مساله بهینه‌سازی، که خطای بین مسیر تولیدشده توسط مکانیزم و مسیر خواسته‌شده (مطلوب) است، بصورت زیر تعریف می‌شود:

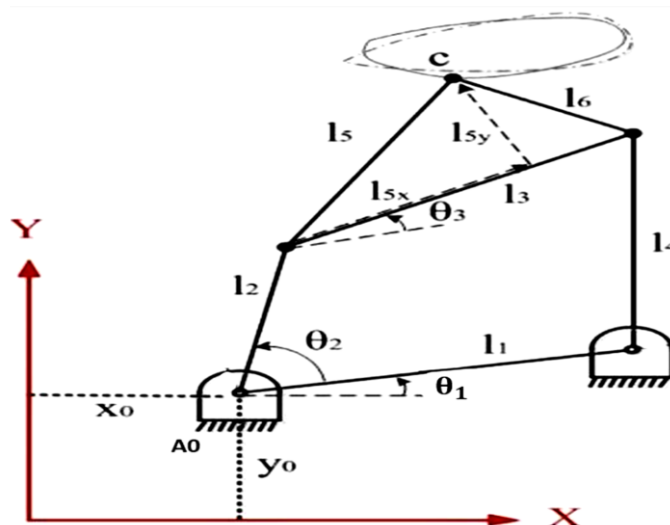
$$F_1 = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ \left( (C_{xd}^i - C_x^i(X))^2 + (C_{yd}^i - C_y^i(X))^2 \right) \right]} \quad (14)$$

که  $n$  تعداد نقاط دقت مساله و  $C_d^i = [C_{xd}^i, C_{yd}^i]^T$  مجموعه نقاط مطلوب مساله است. همچنین  $C^i = [C_x^i, C_y^i]^T$  مجموعه نقاطی است که نقطه  $P$  عضو واسط مکانیزم طراحی شده از آن عبور می‌کند. همچنین

فلوچارت الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات را نشان می‌دهد، مراحل اجرای

این الگوریتم را می‌توان بصورت زیر خلاصه نمود:

- تصمیم‌گیری درخصوص انتخاب‌های اولیه همانند: تعداد جمعیت، تعداد تکرار، سرعت اولیه و برخی از پارامترها مانند  $C_p$  و  $C_v$  و  $\gamma$
  - تشکیل جمعیت اولیه به صورت رندوم
  - محاسبه مقدار تابع هدف برای هر کدام از اعضای جمعیت
  - تعیین  $P_{best,j}$  و  $G_{best}$
  - بررسی شروط توقف
  - محاسبه سرعت و موقعیت جدید هر کدام از اعضای جمعیت
- روند تکرار حلقه ادامه می‌یابد تا جایی که یکی از شروط توقف برنامه ارضا شود و بردار طراحی بهینه بدست آید.



شکل ۴. متغیرهای طراحی موجود در مساله سنتز مکانیزم چهارمیله‌ای

Fig. 4. Design variables for the synthesis problem of the four-bar mechanism

که در آن  $\theta_i^j$  ( $i = 1 \dots n$ ) زوایای عضو ورودی با محور  $X$  ها متناظر با  $n$  نقطه دقت مساله می‌باشد. بنابراین با توجه به تعداد نقاط دقت مساله،  $n + 9$  پارامتر طراحی وجود خواهد داشت. پارامترها باید بگونه‌ای تعیین شوند تا مسیر نقطه  $P$  مکانیزم طراحی شده از نقاط دقت مساله عبور نماید. در این حالت از طراحی، برای تابع هدف می‌توان از همان رابطه ۱۴ استفاده نمود ( $F_{obj} = F_1$ ).

۳-۳-۲- طراحی مکانیزم با زمان بندی معین ( $\theta_1^j$  متغیر طراحی نباشد)

در این حالت، هر چند هدف اصلی همچنان طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای براساس کمترین خطای مسیر است، اما زمان بندی عبور از نقاط مطلوب نیز دارای اهمیت است و مقادیر آن توسط مساله داده می‌شود. از سویی، با توجه به سرعت زاویه‌ای ثابتی که برای لینک ورودی در نظر گرفته می‌شود، زمان عبور از نقاط دقت با تغییرات زاویه‌ای عضو ورودی متناسب است. بنابراین، بجای ارائه زمان، صورت مساله معمولاً زوایای  $\theta_i^j$  ( $i = 1 \dots n$ ) را بصورت عددی تعیین می‌کند و مکانیزم طراحی شده مجبور است در هر یک از این زوایای داده شده از نقطه دقت متناظر عبور نماید. بردار متغیرهای طراحی در این حالت همان رابطه (۱۵) خواهد بود. همچنین تابع هدف نیز مشابه حالت قبل بصورت معادله (۱۴) در نظر گرفته می‌شود ( $F_{obj} = F_1$ ). باید توجه نمود تفاوت این حالت با حالت بدون زمان بندی معین این است که زوایای

با توجه به شکل ۵، متغیرهای طراحی مساله بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X = [l_1, l_2, l_3, l_4, l_{5x}, l_{5y}, x_0, y_0, \theta_1] \quad (15)$$

که در آن  $l_i$  ( $i = 1 \dots 5$ ) بیانگر طول لینک‌ها مطابق شکل ۴،  $x_0$  و  $y_0$  مختصات مفصل  $A_0$  در صفحه و  $\theta_1$  نیز زاویه عضو زمین نسبت به محور افقی می‌باشد. در سنتز تولید مسیر یک مکانیزم چهارمیله‌ای، می‌توان حالات مختلفی برای طراحی در نظر گرفت که در ادامه به توضیح آن پرداخته خواهد شد.

۳-۳-۱- حالت ۱: طراحی مکانیزم بدون زمان بندی معین

در این حالت هیچ زمان بندی مشخصی برای عبور مکانیزم از نقاط مطلوب تعیین نمی‌شود، بنابراین مکانیزم آزاد است با هر فاصله زمانی از روی نقاط مطلوب عبور نماید. در واقع در این مساله، هدف فقط عبور از روی نقاط است. با توجه به اینکه طراحی مکانیزم بدون زمان بندی است، به تعداد نقاط دقت زاویه مجهول برای عضو ورودی تعریف می‌شود، که این مجهولات نیز باید در طی فرایند بهینه‌سازی بدست آیند. بنابراین در این حالت، پارامترهای طراحی مساله بهینه‌سازی به صورت بردار زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$X = [l_1, l_2, l_3, l_4, l_{5x}, l_{5y}, x_0, y_0, \theta_1, \theta_2^1, \theta_2^2, \dots, \theta_2^n] \quad (16)$$

باشند. در این صورت، مساله طراحی با زمان‌بندی معین دقیقاً در زاویه‌های خواسته مساله رخ نخواهد داد و خطایی در این خصوص قابل تعریف است. هدف اصلی از طراحی در حالت چهارم این است که بین خطای مسیر و خطای زاویه‌گیری یک تعادلی برقرار گردد. در واقع در حالات ۲ و ۳ که خطای زاویه‌گیری صفر بوده است، خطای مسیر بالاتر است، اما در حالت ۴، با توجه به بازه‌ای که در خصوص زوایا داده شده، خطای مسیر قطعاً کمتر خواهد شد. بنابراین، در حالت ۴ علاوه بر این که خطای مسیر کمینه می‌شود، می‌توان خطای زاویه‌گیری را هم به عنوان تابع هدف جدید مدنظر قرار داد. در نهایت دو تابع هدف با هم جمع می‌شوند و تابع هدف کلی برای این حالت بصورت زیر خواهد بود.

$$F_{Obj} = M_1 F_1 + M_2 F_2 \quad (19)$$

که  $F_1$  و  $F_2$  توابع هدف مربوط به خطای مسیر و خطای زاویه هستند.  $M_1$  و  $M_2$  ضرایب وزنی هستند که برابر ۱ در نظر گرفته می‌شوند، در رابطه ۱۴ داده شده و  $F_2$  نیز بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$F_2 = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\theta_{2d}^i - \theta_2^i)^2} \quad (20)$$

در این حالت، متغیرهای طراحی مساله نیز همان بردار معادله ۱۶ می‌باشد. در بخش بعدی به ارائه چندین مثال عددی مختلف پرداخته می‌شود تا اثرات استفاده از حالات مختلف طراحی در فرایند طراحی روشن‌تر شود. این مثال‌ها شامل تعداد نقاط دقت مختلفی هستند، بدیهی است هر چه تعداد نقاط دقت افزایش یابد حل مساله سنتز تولید مسیر سخت‌تر و پیچیده‌تر خواهد بود.

#### ۴- مثال عددی

برای بهینه‌سازی مکانیزم در حالات مختلف، کدنویسی روابط سینماتیکی مکانیزم در نرم‌افزار متلب انجام شده است. همچنین برای الگوریتم ازدحام ذرات نیز کدنویسی در متلب انجام، و پارامترهای مربوط به الگوریتم تنظیم شدند. برای حل همه مثال‌های عددی این پژوهش، تعداد جمعیت برابر ۱۵۰ در نظر گرفته شده است. همچنین تعداد بیشینه تکرارها در فرایند بهینه‌سازی نیز برابر ۲۰۰۰۰ انتخاب شد.

داده شده برای لینک ورودی، موجب محدودشدن مساله و کاهش فضای طراحی می‌شود، بدین معنی که حل مساله سخت‌تر خواهد بود و احتمالاً مقادیر بالاتری برای خطای مسیر نسبت به حالت ۱ ایجاد خواهد شد. در واقع در حالت ۱ که بدون زمان‌بندی معین بود هیچ‌گونه محدودیتی برای  $\theta_1$  ها وجود نداشت و آزاد بودند که هر زاویه‌ای داشته باشند، اما در حالت ۲ این زوایا مقادیر مشخص و معینی هستند.

#### ۳-۳-۳-۳: طراحی مکانیزم با زمان‌بندی معین ( $\theta_1$ متغیر طراحی باشد)

این حالت مشابه حالت ۲ است و تنها تفاوتی که وجود دارد این است که در  $\theta_1$  در حالت ۳ جزء متغیرهای طراحی است. در واقع در اینجا بجای زمان عبور از هر نقطه دقت، اختلاف زمان در عبور از نقاط مختلف دارای اهمیت است. به عبارتی دیگر، بجای مقادیر مشخص زاویه ورودی برای یک نقطه دقت خاص، اختلاف زاویه عضو ورودی در عبور از نقاط دقت مختلف توسط صورت مساله داده می‌شود. بنابراین در این حالت پارامترهای طراحی بصورت رابطه زیر تعریف می‌شوند.

$$X = [l_1, l_2, l_3, l_4, l_{5x}, l_{5y}, x_0, y_0, \theta_1, \theta_2^1] \quad (17)$$

اگر مساله تغییرات مطلوب زاویه ورودی در عبور از نقاط دقت را بصورت  $\Delta \theta_i$  ( $i = 1, \dots, n-1$ ) بدهد، آنگاه مقادیر  $\theta_2^i$  با استفاده از  $\theta_1$  بهینه و بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$\theta_2^{(i+1)} = \theta_2^i + \Delta \theta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (18)$$

در حالت ۳ نیز رابطه تابع هدف همان رابطه معرفی شده برای حالات قبلی است ( $F_{Obj} = F_1$ ).

#### ۳-۳-۴: طراحی مکانیزم با زمان‌بندی معین و براساس دو تابع هدف

در دو حالت قبلی، که مربوط به طراحی با زمان‌بندی معین بوده است، زوایای عضو ورودی براساس خواسته مساله بصورت دقیق تعیین می‌شدند، بدین معنی که هیچ اختلافی در این زوایا مورد قبول نبوده است. اما در حالت ۴، بازه‌ای برای هر کدام از زوایای عضو ورودی (متناظر با هر نقطه دقت) در نظر گرفته می‌شود، و این زوایا در این بازه می‌توانند دارای تغییرات



جدول ۱. نقاط دقت مطلوب مساله اول [۲۰]

Table 1. Precision points for the first problem [20]

$P_6$	$P_5$	$P_4$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	
۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	$x_{des}$
۴۵	۴۰	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	$y_{des}$

جدول ۲. محدوده تغییرات متغیرهای طراحی مساله اول [۲۰]

Table 2. Range of changes in design variables for the first problem [20]

$\theta_2^i (i = 1..n)$ (deg)	$\theta_1$ (deg)	$y_0$ (cm)	$x_0$ (cm)	$l_{5y}$ (cm)	$l_{5x}$ (cm)	$l_4$ (cm)	$l_3$ (cm)	$l_2$ (cm)	$l_1$ (cm)	
۰	۰	-۶۰	-۶۰	-۶۰	-۶۰	۵	۵	۵	۵	محدوده پایین
۳۶۰	۳۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	محدوده بالا

شایان ذکر است با تغییر مقادیر کمینه و بیشینه  $\gamma$  و از بین اجراهای مختلف برنامه، بهترین نتیجه استخراج و به عنوان طرح بهینه مکانیزم انتخاب شد. حل بهینه در این حالت براساس تغییرات  $\gamma$  بین ۰/۵ تا ۰/۹ بدست آمده و مقدار تابع هدف نیز ۰/۰۱۶۱ شده است.

#### ۴-۱-۲- حل مساله اول در حالت دوم طراحی

در این حالت، براساس آنچه که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد، زوایای لینک ورودی به‌ازای هر کدام از نقاط دقت توسط مساله داده می‌شود. بنابراین مساله تنها ۹ متغیر طراحی دارد. زوایای لینک ورودی برای این حالت در جدول ۳ مشخص شده است.

در این حالت هم اجراهای مختلفی براساس تغییر در مقادیر کمینه و بیشینه  $\gamma$  انجام شد تا بتوان مکانیزم بهینه‌ای که بتواند ۶ نقطه دقت مدنظر مساله را با کمترین خطا طی کند را به دست آورد. بهترین مکانیزم به دست آمده با خطای مسیر  $F_1$  برابر ۰/۰۶۵۷ و با استفاده از مقادیر کمینه و بیشینه  $\gamma$  برابر با ۰/۵ تا ۰/۹ بوده است. شکل ۶، شش نقطه دقت مساله و مسیر

#### ۴-۱-۱- مساله اول: مسیر با ۶ نقطه دقت

در اولین مثال، مسیری با شش نقطه دقت در نظر گرفته شده و طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای برای مسیر داده‌شده مدنظر قرار می‌گیرد. نقاط دقت مطلوب این مساله در جدول ۱ ارائه شده است. محدوده‌های مجاز متغیرهای طراحی نیز در جدول ۲ آورده شده است. مساله مدنظر براساس حالات مختلف طراحی، که در بخش‌های قبلی توضیح داده شدند، حل شده و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

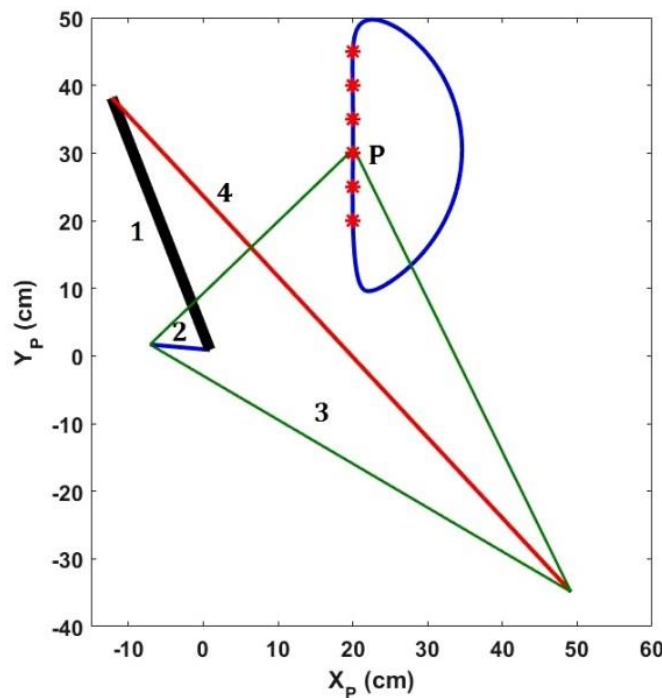
#### ۴-۱-۱- حل مساله اول در حالت اول طراحی

در حالت ۱، که براساس مساله تولید مسیر بدون زمان‌بندی معین می‌باشد، علاوه بر ۹ متغیر طراحی اصلی، ۶ متغیر طراحی جدید نیز بر مبنای ۶ نقطه دقت وجود خواهد داشت، و در نهایت مساله دارای ۱۵ متغیر طراحی خواهد بود. بدین معنی که  $\theta_p$ ‌های مجهول هم به متغیرهای طراحی برنامه اضافه می‌شوند. از این ۱۵ متغیر طراحی، ۸ متغیر اول از جنس طول و ۷ متغیر بعدی از جنس زاویه هستند. با طی فرایند طراحی به کمک روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات، مکانیزم چهارمیله‌ای، نشان داده شده در شکل ۵، طراحی شد.

جدول ۳. زوایای مطلوب لینک ورودی برای حل حالت دوم در مساله اول

Table 3. Desired angles of the input link for design in Case2 of the first problem

$\theta_2^6$ (deg)	$\theta_2^5$ (deg)	$\theta_2^4$ (deg)	$\theta_2^3$ (deg)	$\theta_2^2$ (deg)	$\theta_2^1$ (deg)
۱۳۲/۳۵	۱۵۰/۶۹	۱۶۶/۱۶	۱۸۱/۰۵	۱۹۶/۵۲	۲۱۳/۷۱



شکل ۵. مکانیزم طراحی شده در حالت اول برای مساله ۶ نقطه دقت

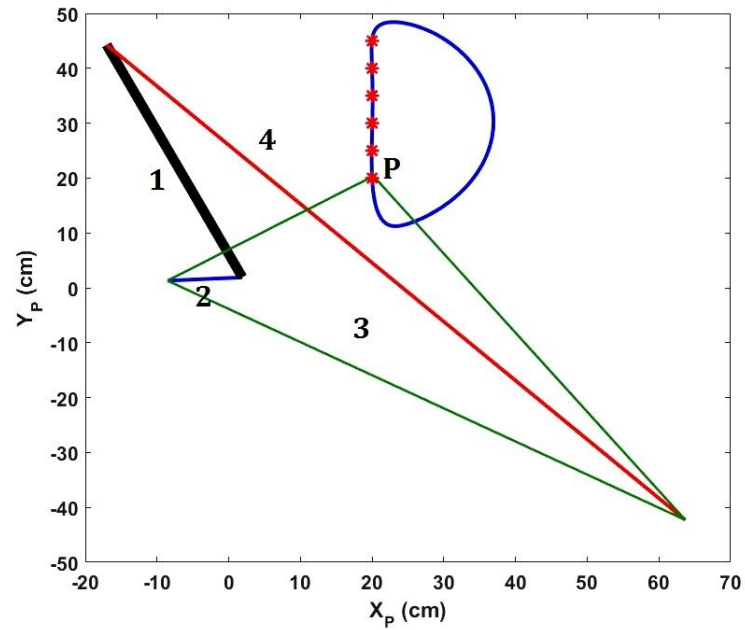
Fig. 5. The designed mechanism in Case1 for the problem with 6 precision points

از اتمام فرایند بهینه‌سازی، بقیه زوایای لینک ورودی نیز قابل محاسبه خواهد بود. مشابه حالت‌های قبل، الگوریتم بهینه‌سازی در  $\gamma$ های مختلف اجرا و بهترین مکانیزم با خطای برابر با  $0.0232$  و براساس  $\gamma$ های بین  $0/6$  تا  $0/9$  بدست آمد. نکته قابل توجه این است که در حالت سوم چون  $\theta_1^1$  آزاد است که هر زاویه‌ای بگیرد، خطای مسیر کمتر از حالت دوم شده است. شکل ۷، شش نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت سوم نشان می‌دهد.

طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت دوم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

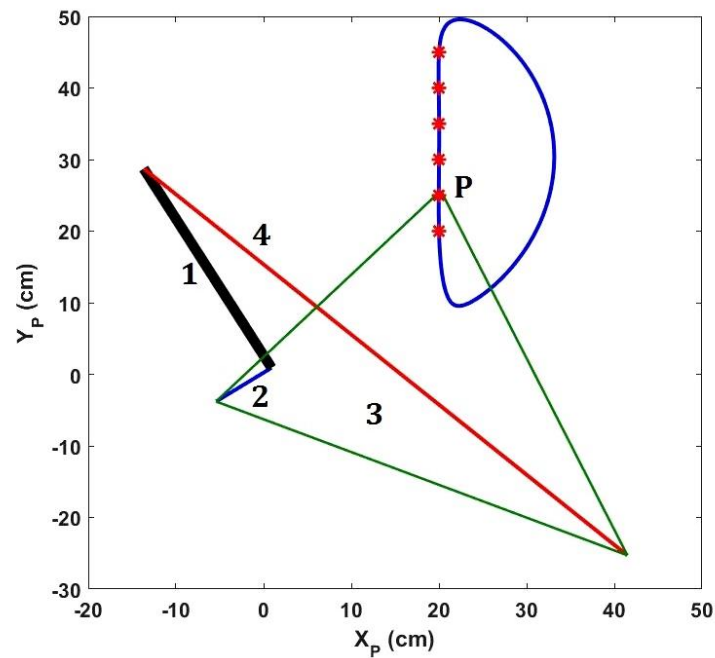
۴-۱-۳- حل مساله اول در حالت سوم طراحی

همانطور که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد، این حالت مشابه حالت قبلی است با این تفاوت که زاویه  $\theta_1^1$  مجهول بوده و جزو متغیرهای طراحی به حساب می‌آید. بنابراین در این حالت اختلاف زوایای مطلوب داده شده در جدول ۳ محاسبه شده و مدنظر قرار خواهد گرفت. با مشخص شدن  $\theta_1^1$  پس



شکل ۶. مکانیزم طراحی‌شده در حالت دوم برای مساله ۶ نقطه دقت

Fig. 6. The designed mechanism in Case2 for the problem with 6 precision points



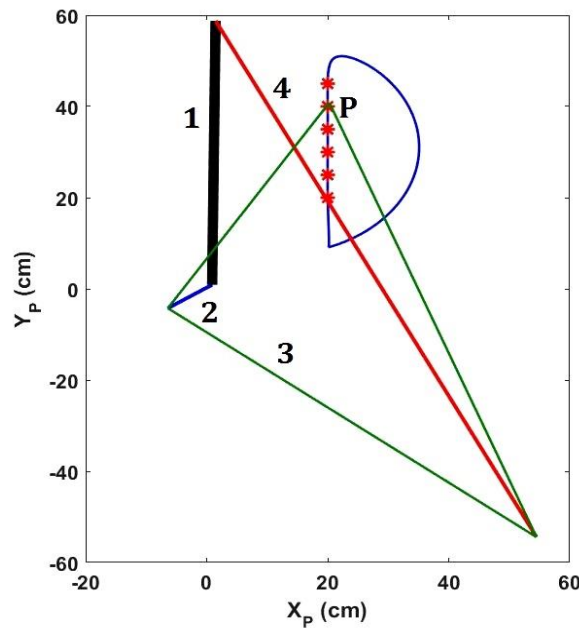
شکل ۷. مکانیزم طراحی‌شده در حالت سوم برای مساله ۶ نقطه دقت

Fig. 7. The designed mechanism in Case3 for the problem with 6 precision points

جدول ۴. محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی در حل حالت چهارم مساله اول

Table 4. Range of changes in angles of the input link for design in Case4 of the first problem

$\theta_2^6$ (deg)	$\theta_2^5$ (deg)	$\theta_2^4$ (deg)	$\theta_2^3$ (deg)	$\theta_2^2$ (deg)	$\theta_2^1$ (deg)	
۱۳۰/۳۵	۱۴۸/۶۹	۱۶۴/۱۶	۱۷۹/۰۵	۱۹۴/۵۲	۲۱۱/۷۱	محدوده پایین
۱۳۴/۳۵	۱۵۲/۶۹	۱۶۸/۱۶	۱۸۳/۰۵	۱۹۸/۵۲	۲۱۵/۷۱	محدوده بالا



شکل ۸. مکانیزم طراحی شده در حالت چهارم برای مساله ۶ نقطه دقت

Fig. 8. The designed mechanism in Case4 for the problem with 6 precision points

بهینه‌سازی استخراج می‌شود، با این تفاوت که در اینجا محدوده تغییرات مجاز این زوایا محدود شده و در حوالی زوایای مطلوب مساله انتخاب شده است. در واقع، هر چند مساله با زمان‌بندی معین است، اما زوایای عضو ورودی در این حالت هم جزء متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند، به شرطی که از محدوده مجاز اعلامی خارج نشوند. از بین تمام اجزای برنامه در این حالت، بهترین مکانیزم در تغییرات  $\gamma$  بین ۰/۵ تا ۰/۹ و با خطای  $F_1$  برابر با ۰/۰۱۰۷ طراحی شد. شکل ۸، شش نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت چهارم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

۴-۱-۴ حل مساله اول در حالت چهارم طراحی

در این بخش مطابق توضیحاتی که در قسمت‌های قبلی داده شده است، بنا است زوایای داده شده در مساله با زمان‌بندی معین با کمی خطا (و نه به صورت دقیق) در نظر گرفته شوند، با این هدف که خطای مسیر کاهش یابد. برای محاسبه زوایای لینک ورودی در این حالت، همان زوایای مطلوب بدست آمده از حالت اول را در نظر گرفته می‌شود، با این تفاوت که قرار است مقادیر بهینه زوایا در محدوده  $\pm 2^\circ$  در حوالی زاویه های مطلوب بدست آیند. جدول ۴ محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی برای این حالت را نشان می‌دهد. در واقع در این حالت نیز، مشابه حالت اول طراحی، مقادیر نهایی زوایای لینک ورودی به ازای هر یک از نقاط دقت از طریق فرایند

جدول ۵. متغیرهای طراحی بهینه و مقدار خطای طراحی برای مساله اول

Table 5. Optimal design variables and the error value for the first problem

حالت اول طراحی	حالت دوم طراحی	حالت سوم طراحی	حالت چهارم طراحی	
۳۹/۵۳۰	۴۶/۴۲۷	۴۹/۰۲۲	۵۷/۸۷۲	$l_1$ (cm)
۷/۳۰۶	۸/۶۴۲	۱۹/۲۴۳	۷/۶۹۶	$l_2$ (cm)
۱۱/۰۵۵	۱۰/۳۲۷	۲۷/۳۰۳	۱۱/۰۲۷	$l_3$ (cm)
۳۶/۱۸۵	۴۵/۶۸۰	۵۶/۴۶۷	۵۴/۵۴۱	$l_4$ (cm)
-۱۸/۰۴	-۱۱/۴۴۹	۳۸/۸۲۷	-۱۳/۶۶۱	$l_{5x}$ (cm)
-۲/۲۶۲	۴/۱۹۴	۲/۶۲۷	-۹/۰۸۹۵	$l_{5y}$ (cm)
۹/۱۳۹	۱۶/۴۸۴	۳۶/۷۷۵	۱۱/۲۸۶	$x_0$ (cm)
۳۰/۷۰۱	۳۰/۶۶۳	-۶/۹۶۸	۳۰/۵۶۳	$y_0$ (cm)
۱۰۹/۳۷۷	۱۱۴/۰۷۵	۳۳/۶۸۹	۸۹/۳۸۱	$\theta_1$ (deg)
۲۱۳/۸۸۵	-	۲۱۸/۲۳۹	۲۱۳/۴۲۶	$\theta_2^1$ (deg)
۱۹۶/۹۲۵	-	-	۱۹۶/۷۵۳	$\theta_2^2$ (deg)
۱۸۱/۵۷۰	-	-	۱۸۱/۲۸۳	$\theta_2^3$ (deg)
۱۶۶/۶۷۳	-	-	۱۶۶/۱۵۷	$\theta_2^4$ (deg)
۱۵۱/۱۴۶	-	-	۱۵۰/۴۰۱	$\theta_2^5$ (deg)
۱۳۲/۸۱۱	-	-	۱۳۲/۲۳۸	$\theta_2^6$ (deg)
۰/۰۱۶۱	۰/۰۶۵۷	۰/۰۲۳۲	۰/۰۱۰۷	$F_1$
-	۰	۰	۰/۰۰۳۶	$F_2$

در این حالت نسبت به حالت دوم کمتر شده است.

- با مقایسه حالت‌های با زمان‌بندی معین، در حالت چهارم به دلیل این که بازه‌ای برای هرکدام از زوایای عضو ورودی در نظر گرفته می‌شود و این زوایا در این بازه‌ها می‌توانند دارای تغییرات باشند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت‌های دوم و سوم کمتر شده است.

۴-۲- مساله دوم: مسیر با ۱۰ نقطه دقت

دومین مثال در مورد طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای مسیری با ۱۰ نقطه دقت است. نقاط دقت مطلوب مساله و محدوده‌های مجاز متغیرهای طراحی در جداول ۶ و ۷ مشخص شده است. این مساله نیز براساس حالات مختلف طراحی حل شده و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۴-۱-۵- مقایسه نتایج حالات مختلف در مساله اول

جدول ۵ متغیرهای طراحی و مقادیر توابع هدف  $F_1$  و  $F_2$  را در چهار حالت طراحی نشان می‌دهد. بر اساس آنچه در جدول ۵ آمده است، نتایج زیر قابل استخراج است:

- به صورت کلی در حالت‌های با زمان‌بندی معین به دلیل این که الگوریتم بهینه‌سازی مقید می‌شود که در زاویه‌های مشخص مکانیزم را طراحی کند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت بدون زمان‌بندی بیشتر شده است.
- به این دلیل که در حالت دوم، زمان‌بندی عبور از نقاط مطلوب مقادیر مشخص و معینی دارند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت اول که هیچ‌گونه محدودیتی وجود ندارد بیشتر شده است.
- به دلیل متغیرگرفتن زاویه  $\theta_1$  در حالت سوم، خطای تولید مسیر

جدول ۶. نقاط دقت مطلوب مساله دوم [۲۰]

Table 6. Precision points for the second problem [20]

$P_{10}$	$P_9$	$P_8$	$P_7$	$P_6$	$P_5$	$P_4$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	
۲۰	۱۷/۶۶	۱۱/۷۳۶	۵	۰/۶۰۳۰۷	۰/۶۰۳۰۷	۵	۱۱/۷۳۶	۱۷/۶۶	۲۰	$x_{des}$
۱۰	۴/۸۵۷۷	۲/۱۲۱۵	۳/۰۷۱۸	۷/۲۶۳۸	۱۲/۷۳۶	۱۶/۹۲۸	۱۷/۸۷۸	۱۵/۱۴۲	۱۰	$y_{des}$

جدول ۷. محدوده تغییرات متغیرهای طراحی مساله دوم [۲۰]

Table 7. Range of changes in design variables for the second problem [20]

$\theta_2^i (i = 1..n)$ (deg)	$\theta_1$ (deg)	$y_0$ (cm)	$x_0$ (cm)	$l_{5y}$ (cm)	$l_{5x}$ (cm)	$l_4$ (cm)	$l_3$ (cm)	$l_2$ (cm)	$l_1$ (cm)	
۰	۰	-۸۰	-۸۰	-۸۰	-۸۰	۵	۵	۵	۵	محدوده پایین
۳۶۰	۳۶۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	محدوده بالا

نقطه دقت، مورد نظر مساله را با کمترین خطا طی کند، اجراهای مختلفی بر اساس تغییر در مقادیر کمینه و بیشینه  $\gamma$  انجام شد. بهترین مکانیزم که با استفاده از مقادیر کمینه و بیشینه  $\gamma$  در بازه ۰/۳ تا ۰/۹ به دست آمده است، دارای خطای مسیر  $F_1$  برابر با ۰/۰۳۵۵ است. در شکل ۱۰، عملکرد صحیح مکانیزم طراحی شده در حالت دوم با نمایش ده نقطه دقت مساله و مسیر طی شده را نشان می‌دهد.

۴-۲-۳ حل مساله دوم در حالت سوم طراحی

در این حالت همانطور که در مساله اول توضیح داده شد، تمامی روابط و قیود مشابه حالت دوم است و تفاوت اصلی در زاویه  $\theta_2^1$  است که جزو مجهولات بوده و به متغیرهای طراحی اضافه می‌شود. بنابراین در این حالت اختلاف زوایای مطلوب در جدول ۸ محاسبه شده و در برنامه اعمال می‌شود. مشابه حالت‌های قبل، الگوریتم بهینه‌سازی در  $\gamma$  های مختلف اجرا و بهترین مکانیزم با خطای برابر با ۰/۰۲۴۱ و براساس  $\gamma$  های بین ۰/۹ تا ۰/۵ بدست آمد. شکل ۱۱، ده نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت سوم نشان می‌دهد.

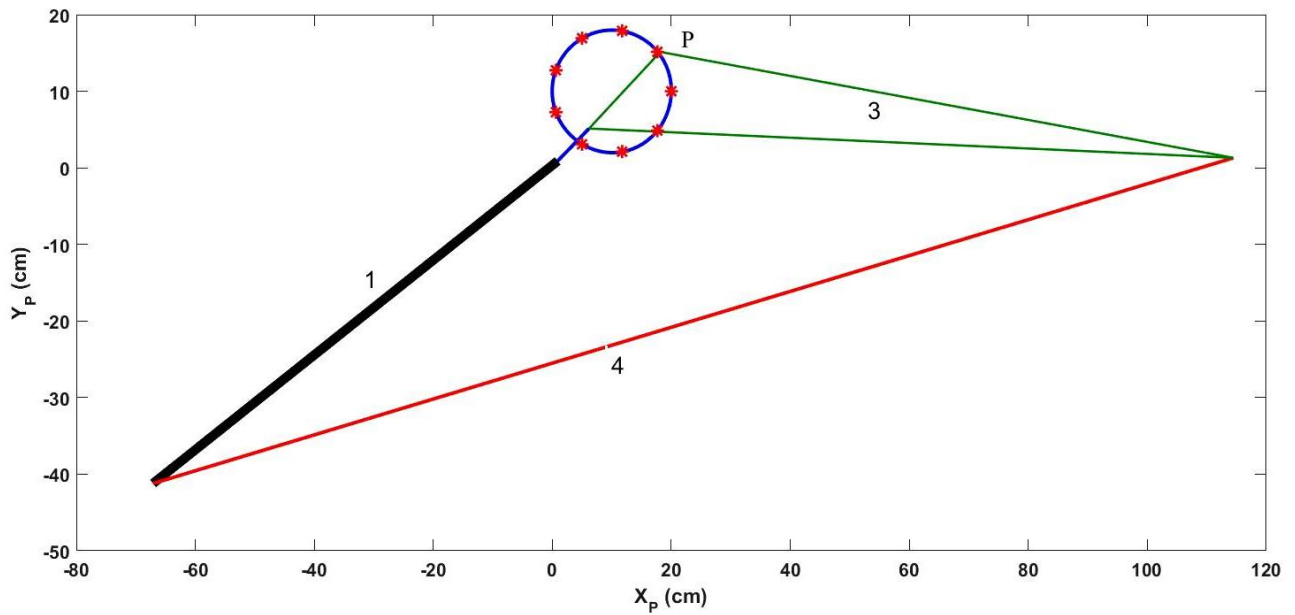
۴-۲-۱ حل مساله دوم در حالت اول طراحی

در این حالت طراحی، برای مکانیزم چهارمیله‌ای با ۱۰ نقطه دقت، تمامی روابط و قیود مطابق توضیحاتی است که در مساله اول برای این حالت بیان شده است و مطابق آن عمل خواهد شد و در نهایت مساله دارای ۱۹ متغیر طراحی خواهد بود. در نهایت با اجراهای مختلف، مکانیزمی با خطای مسیر برابر ۰/۰۱۸۳ و براساس تغییرات  $\gamma$  از ۰/۹ تا ۰/۵ در حالت بدون زمان‌بندی معین طراحی شد که از تمام ۱۰ نقطه دقت مدنظر مساله عبور می‌کند. شکل ۹، ده نقطه دقت مساله و مسیری طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

۴-۲-۲ حل مساله دوم در حالت دوم طراحی

در این حالت، بر اساس آنچه که در حالت دوم طراحی برای مساله اول توضیح داده شده، زوایای لینک ورودی به‌ازای هر کدام از نقاط دقت توسط مساله داده می‌شود، بنابراین مساله تنها ۹ متغیر طراحی دارد. زوایای لینک ورودی برای این حالت در جدول ۸ مشخص شده است. در این حالت، برای به دست آوردن یک مکانیزم بهینه که بتواند ۱۰





شکل ۹. مکانیزم طراحی شده در حالت اول برای مساله ۱۰ نقطه دقت

Fig. 9. The designed mechanism in Case1 for the problem with 10 precision points

جدول ۸. زوایای مطلوب لینک ورودی برای حل حالت دوم در مساله دوم

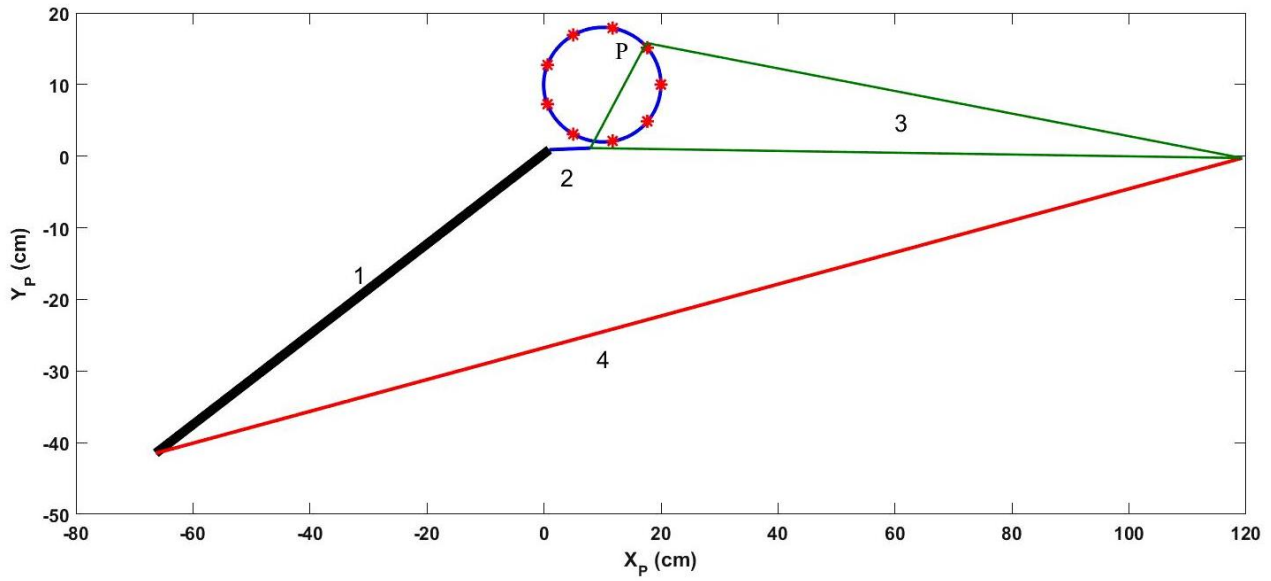
Table 8. Desired angles of the input link for design in Case2 of the second problem

$\theta_2^{10}$ (deg)	$\theta_2^9$ (deg)	$\theta_2^8$ (deg)	$\theta_2^7$ (deg)	$\theta_2^6$ (deg)	$\theta_2^5$ (deg)	$\theta_2^4$ (deg)	$\theta_2^3$ (deg)	$\theta_2^2$ (deg)	$\theta_2^1$ (deg)
۳۵۹/۹۵	۳۱۹/۹۳	۲۷۸/۸۱	۲۳۷/۹۴	۱۹۷/۶۹	۱۵۷/۲۱	۱۱۷/۶۲	۷۸/۶۳	۳۹/۷۵	۰

جدول ۹. محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی در حالت چهارم مساله دوم

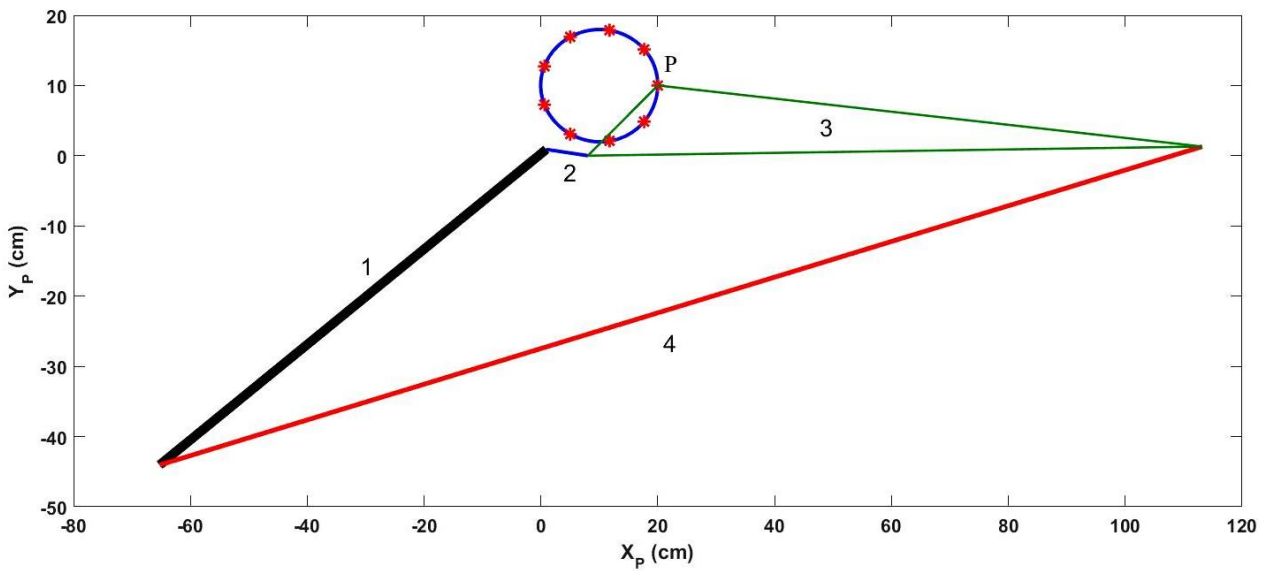
Table 9. Range of changes in angles of the input link for design in Case4 of the second problem

$\theta_2^{10}$ (deg)	$\theta_2^9$ (deg)	$\theta_2^8$ (deg)	$\theta_2^7$ (deg)	$\theta_2^6$ (deg)	$\theta_2^5$ (deg)	$\theta_2^4$ (deg)	$\theta_2^3$ (deg)	$\theta_2^2$ (deg)	$\theta_2^1$ (deg)	
۳۵۷/۹۵	۳۱۷/۹۳	۲۷۶/۸۱	۲۳۵/۹۴	۱۹۵/۶۹	۱۵۵/۲۱	۱۱۵/۶۲	۷۶/۶۳	۳۷/۷۵	-۲	محدوده پایین
۳۶۱/۹۵	۳۲۱/۹۳	۲۸۰/۸۱	۲۳۹/۹۴	۱۹۹/۶۹	۱۵۹/۲۱	۱۱۹/۶۲	۸۰/۶۳	۴۱/۷۵	۲	محدوده بالا



شکل ۱۰. مکانیزم طراحی شده در حالت دوم برای مساله ۱۰ نقطه دقت

Fig. 10. The designed mechanism in Case2 for the problem with 10 precision points



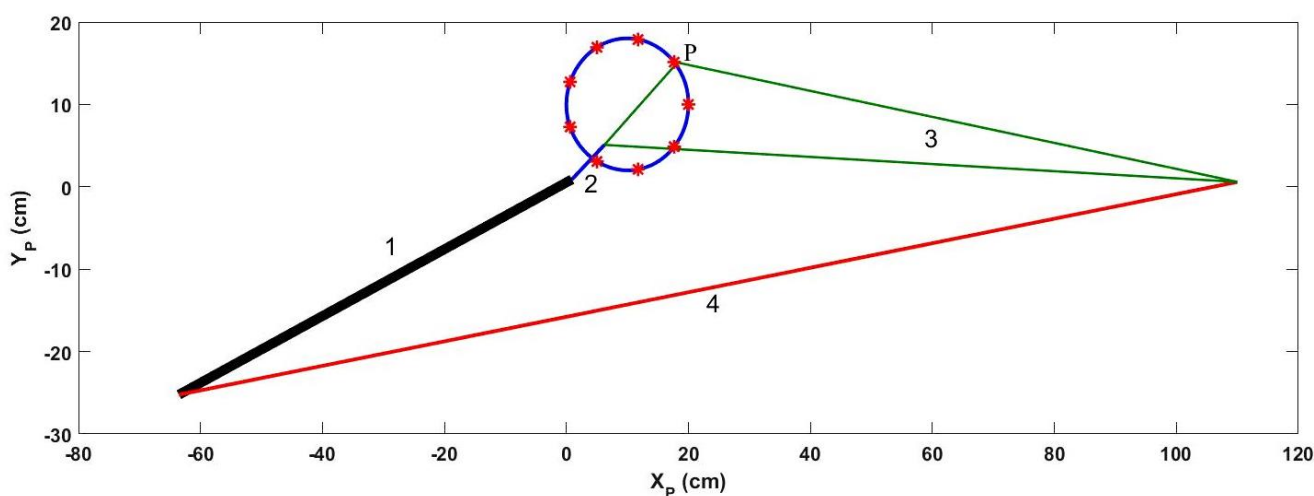
شکل ۱۱. مکانیزم طراحی شده در حالت سوم برای مساله ۱۰ نقطه دقت

Fig. 11. The designed mechanism in Case3 for the problem with 10 precision points

جدول ۹. محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی در حالت چهارم مساله دوم

Table 9. Range of changes in angles of the input link for design in Case4 of the second problem

$\theta_2^{10}$ (deg)	$\theta_2^9$ (deg)	$\theta_2^8$ (deg)	$\theta_2^7$ (deg)	$\theta_2^6$ (deg)	$\theta_2^5$ (deg)	$\theta_2^4$ (deg)	$\theta_2^3$ (deg)	$\theta_2^2$ (deg)	$\theta_2^1$ (deg)	
۳۵۷/۹۵	۳۱۷/۹۳	۲۷۶/۸۱	۲۳۵/۹۴	۱۹۵/۶۹	۱۵۵/۲۱	۱۱۵/۶۲	۷۶/۶۳	۳۷/۷۵	-۲	محدوده پایین
۳۶۱/۹۵	۳۲۱/۹۳	۲۸۰/۸۱	۲۳۹/۹۴	۱۹۹/۶۹	۱۵۹/۲۱	۱۱۹/۶۲	۸۰/۶۳	۴۱/۷۵	۲	محدوده بالا



شکل ۱۲. مکانیزم طراحی شده در حالت چهارم برای مساله ۱۰ نقطه دقت

Fig. 12. The designed mechanism in Case4 for the problem with 10 precision points

۴-۲-۴- حل مساله دوم در حالت چهارم طراحی

در این بخش مطابق توضیحاتی که برای حالت چهارم در بخش‌های قبلی و مساله اول داده شده است، عمل می‌شود. برای محاسبه زوایای لینک ورودی برای این حالت، محدوده  $\pm 2^\circ$  نسبت به مقادیر جدول ۸ در نظر گرفته می‌شود. جدول ۹ محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی برای این حالت را نشان می‌دهد. از بین تمام اجراها که برای این حالت انجام شده بهترین مکانیزم بهینه در  $\gamma$  برابر  $0.9/0.6$  با خطای  $F_1$  برابر  $0.113$  طراحی شد. شکل ۱۲، ده نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت چهارم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

جدول ۱۰ متغیرهای طراحی و مقادیر توابع هدف  $F_1$  و  $F_2$  را در چهار حالت طراحی برای مساله دوم نشان می‌دهد. بر اساس این نتایج می‌توان نتیجه گرفت:

- به صورت کلی در حالت بدون زمان‌بندی معین به دلیل این که هیچ زمان‌بندی مشخصی برای عبور مکانیزم از نقاط مطلوب تعیین نمی‌شود خطای مسیر تولید شده در این حالت از حالت‌های با زمان‌بندی معین کمتر است.
- با مقایسه بین دو حالت چهارم و حالت اول، در حالت چهارم به دلیل این که بازه‌ای برای هرکدام از زوایای عضو ورودی در نظر گرفته

جدول ۱۰. متغیرهای طراحی بهینه و مقدار خطای طراحی برای مساله دوم

Table 10. Optimal design variables and the error value for the second problem

حالت اول طراحی	حالت دوم طراحی	حالت سوم طراحی	حالت چهارم طراحی	
۸۰	۷۹/۵۱۱	۸۰	۶۹/۵۴۵	$l_1$ (cm)
۸/۰۲۳	۸/۰۱۹	۸/۰۱۹	۸/۰۴۰	$l_2$ (cm)
۵۸/۲۵۷	۵۵/۴۶۴	۵۹/۸۹۸	۴۰/۹۶۸	$l_3$ (cm)
۳۴/۴۹۳	۳۹/۸۳۵	۳۳/۱۹۹	۴۰/۴۶۱	$l_4$ (cm)
-۹/۴۵۱	-۱۰/۳۶۳	-۱۰/۲۳۱	-۶/۳۴۲	$l_{5x}$ (cm)
-۸/۴۲۵	-۷/۴۶۱	-۸/۴۲۹	-۶/۰۴۳	$l_{5y}$ (cm)
۱۱/۱۲۹	۱۱/۰۸۰	۱۱/۰۹۸	۱۰/۸۵۱	$x_0$ (cm)
-۲/۶۲۷	-۲/۷۴۱	-۳/۲۳۱	۱/۳۷۶	$y_0$ (cm)
۲۱۱/۷۷۰	۲۱۲/۲۱۷	۲۱۴/۱۸۸	۲۰۲/۰۷۶	$\theta_1$ (deg)
.	-	۰/۰۶۸	۰/۰۴۹	$\theta_2^1$ (deg)
۳۹/۷۵۱	-	-	۳۹/۲۷۶	$\theta_2^2$ (deg)
۷۸/۶۲۶	-	-	۷۸/۰۰۲	$\theta_2^3$ (deg)
۱۱۷/۶۱۶	-	-	۱۱۷/۴۵۶	$\theta_2^4$ (deg)
۱۵۷/۲۱۳	-	-	۱۵۷/۰۲۴	$\theta_2^5$ (deg)
۱۹۷/۶۸۷	-	-	۱۹۷/۴۵۸	$\theta_2^6$ (deg)
۲۳۷/۹۳۷	-	-	۲۳۸/۱۴۴	$\theta_2^7$ (deg)
۲۷۸/۸۱۲	-	-	۲۷۹/۰۰۱	$\theta_2^8$ (deg)
۳۱۹/۹۲۸	-	-	۳۱۹/۹۱۶	$\theta_2^9$ (deg)
۳۵۹/۹۵۵	-	-	۳۶۰	$\theta_2^{10}$ (deg)
۰/۰۱۸۳	۰/۰۳۵۵	۰/۰۲۴۱	۰/۰۱۱۳	$F_1$
-	.	.	۰/۰۰۵۰	$F_2$

هدف نیز همان رابطه ۱۴ می‌باشد. مکانیزم بهینه در این حالت با استفاده از تغییرات  $\gamma$  بین ۰/۹ تا ۰/۴ و مقدار تابع هدف برابر ۰/۰۳۲۶ بدست آمده است. در شکل ۱۳ عملکرد مکانیزم طراحی شده و عبور آن از روی ۲۰ نقطه دقت به وضوح مشاهده می‌شود.

۴-۳-۲- حل مساله سوم در حالت دوم طراحی

در حالت دوم طراحی باید زوایای لینک ورودی به‌ازای هر کدام از نقاط دقت توسط مساله داده شود، بنابراین مساله تنها ۹ متغیر طراحی دارد. زوایای لینک ورودی برای این حالت در جدول ۱۳ مشخص شده است. شکل ۱۴، مکانیزم طراحی شده را که دارای خطای مسیر برابر با ۰/۰۸۷۰ بوده و براساس تغییرات  $\gamma$  بین ۰/۹ تا ۰/۳ بدست آمده را نشان می‌دهد.

می‌شود و این زوایا در این بازه‌ها می‌توانند دارای تغییرات باشند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت اول که هیچ زمان بندی مشخصی تعیین نمی‌شود کمتر شده است.

۴-۳-۳- مساله سوم: مسیر با ۲۰ نقطه دقت

سومین مثال در مورد طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای مسیری با ۲۰ نقطه دقت است. نقاط دقت مطلوب و محدوده‌های مجاز متغیرهای طراحی در جداول ۱۱ و ۱۲ مشخص شده‌اند. این مساله نیز براساس حالات مختلف طراحی حل شده و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۴-۳-۱- حل مساله سوم در حالت اول طراحی

در این حالت طراحی مساله دارای ۲۹ متغیر طراحی خواهد بود و تابع

جدول ۱۱. قاط دقت مطلوب مساله سوم [۲۰]

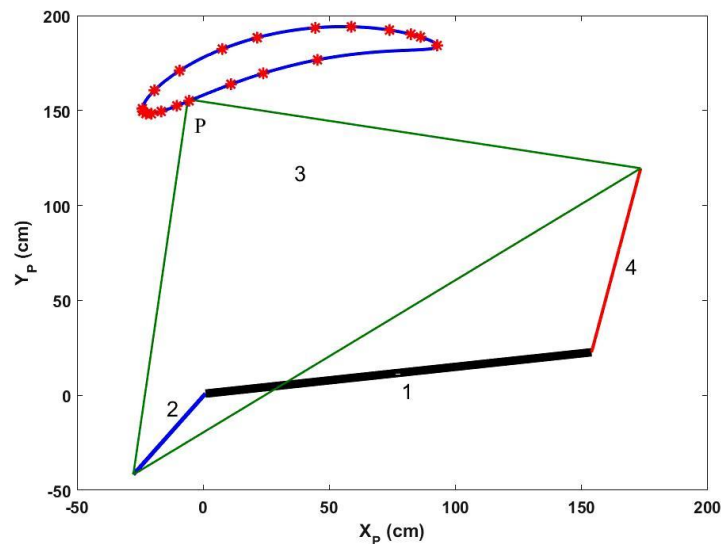
Table 11. Precision points for the third problem [20]

$P_{10}$	$P_9$	$P_8$	$P_7$	$P_6$	$P_5$	$P_4$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	
-۱۹/۳۴۱۱	-۹/۳۶۲۷	۷/۵۶۲	۲۱/۴۰۷۲	۴۴/۴۳۱۶	۵۸/۷۰۴۸	۷۳/۸۶	۸۲/۳۳۸۶	۸۶/۱۵۹۲	۹۲/۷۴۲۳	$x_{des}$
۱۶۰/۶۰۷۲	۱۷۱/۰۳۴۲	۱۸۲/۳۸۵۶	۱۸۸/۳۷۰۲	۱۹۳/۵۴۲۵	۱۹۴/۰۸۲۲	۱۹۲/۳۶	۱۹۰/۱۶۳۱	۱۸۸/۷۶۳۶	۱۸۴/۲۸۵۸	$y_{des}$
$P_{20}$	$P_{19}$	$P_{18}$	$P_{17}$	$P_{16}$	$P_{15}$	$P_{14}$	$P_{13}$	$P_{12}$	$P_{11}$	
۴۵/۲۹۴۳	۲۳/۷۷۶۴	۱۱/۰۰۴۵	-۵/۵۷۴۰	-۱۰/۴۷۲۲	-۱۶/۶۳۲۷	-۲۰/۵۵۴۴	-۲۲/۶۹۷۳	-۲۳/۹۳۶۹	-۲۴/۰۷۴۴	$x_{des}$
۱۷۶/۶۷۰۹	۱۶۹/۵۶۳۶	۱۶۳/۸۴۳۱	۱۵۵/۱۱۳۳	۱۵۲/۴۷۲۰	۱۴۹/۴۹۸۵	۱۴۸/۲۷۶۹	۱۴۸/۳۵۱۲	۱۴۹/۵۹۵۹	۱۵۰/۹۹۲۷	$y_{des}$

جدول ۱۲. محدوده تغییرات متغیرهای طراحی مساله سوم [۲۰]

Table 12. Range of changes in design variables for the third problem [20]

$\theta_2^i (i=1..n)$ (deg)	$\theta_1$ (deg)	$y_0$ (cm)	$x_0$ (cm)	$l_{5y}$ (cm)	$l_{5x}$ (cm)	$l_4$ (cm)	$l_3$ (cm)	$l_2$ (cm)	$l_1$ (cm)	
۰	۰	-۵۰	-۵۰	-۵۰	-۵۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	محدوده پایین
۳۶۰	۶۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	محدوده بالا



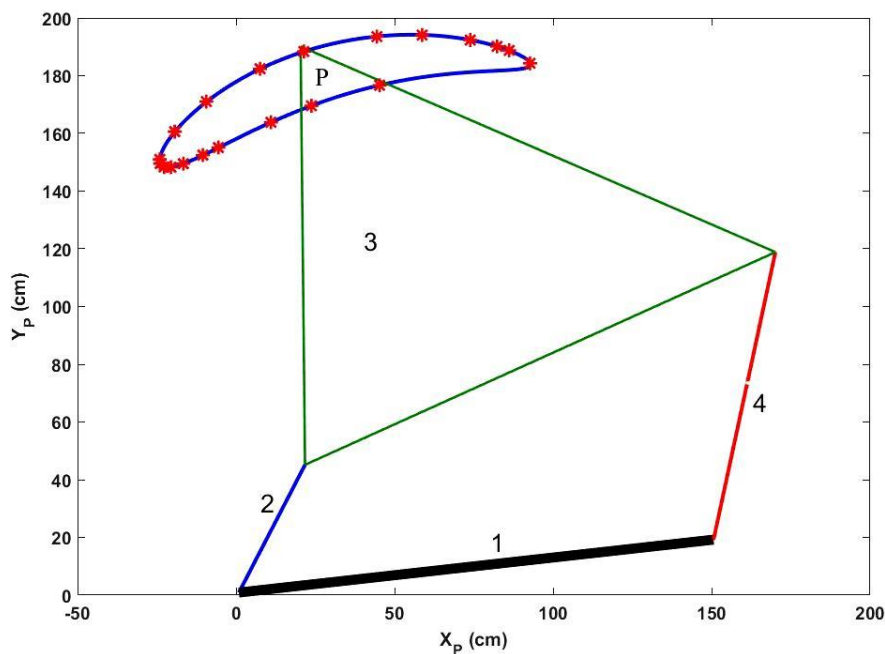
شکل ۱۳. شکل ۱۳ مکانیزم طراحی شده در حالت اول برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Fig. 13. The designed mechanism in Case1 for the problem with 20 precision points

جدول ۱۳. زوایای مطلوب لینک ورودی برای حل حالت دوم در مساله سوم

Table 13. Desired angles of the input link for design in Case2 of the third problem

$\theta_2^{10}$ (deg)	$\theta_2^9$ (deg)	$\theta_2^8$ (deg)	$\theta_2^7$ (deg)	$\theta_2^6$ (deg)	$\theta_2^5$ (deg)	$\theta_2^4$ (deg)	$\theta_2^3$ (deg)	$\theta_2^2$ (deg)	$\theta_2^1$ (deg)
۱۹۸/۶۳۳	۱۷۴/۸۴۳	۱۴۹/۱۲۳	۱۳۲/۳۵۳	۱۰۷/۶۷۵	۹۲/۶۲۴	۷۵/۲۷۵	۶۳/۷۱۲	۵۷/۳۸۱	۳۶/۵۳۱
$\theta_2^{20}$ (deg)	$\theta_2^{19}$ (deg)	$\theta_2^{18}$ (deg)	$\theta_2^{17}$ (deg)	$\theta_2^{16}$ (deg)	$\theta_2^{15}$ (deg)	$\theta_2^{14}$ (deg)	$\theta_2^{13}$ (deg)	$\theta_2^{12}$ (deg)	$\theta_2^{11}$ (deg)
۳۳۹/۹۸۷	۳۲۳/۳۳۷	۳۱۱/۵۸۵	۲۹۱/۳۳۱	۲۸۳/۲۱۳	۲۷۰/۰۲۹	۲۵۷/۹۹۷	۲۴۸/۰۷۳	۲۳۶/۵۸۰	۲۲۸/۹۵۹



شکل ۱۴. مکانیزم طراحی شده در حالت دوم برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Fig. 14. The designed mechanism in Case2 for the problem with 20 precision points

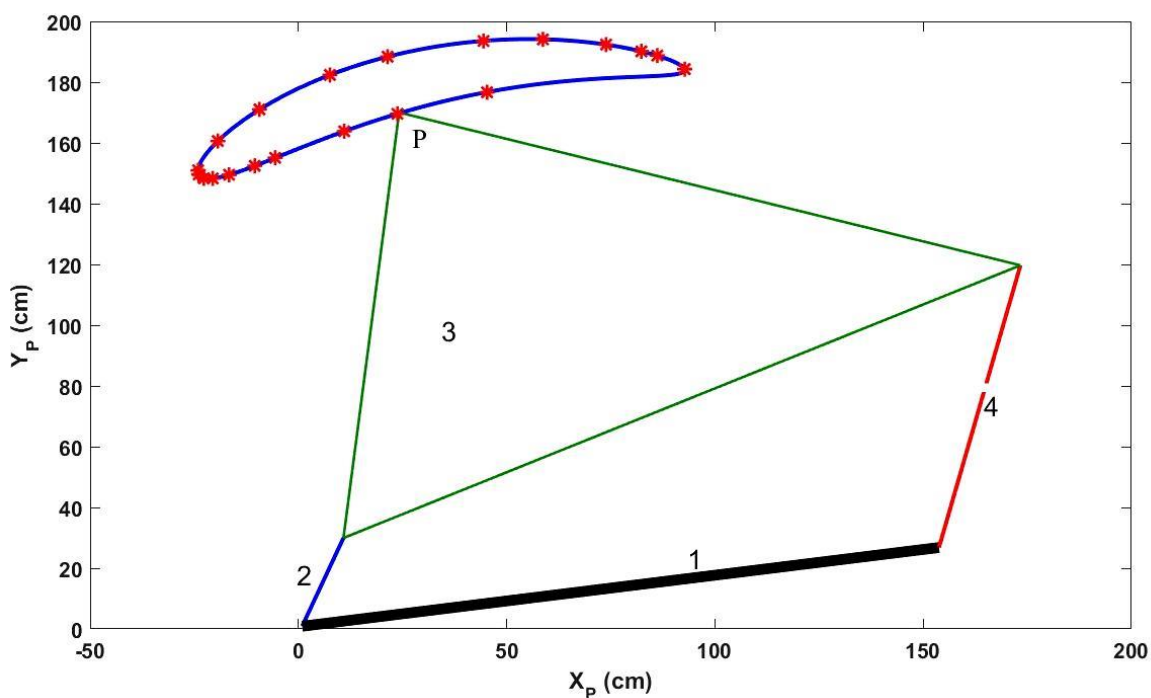
۴-۳-۴ حل مساله سوم در حالت چهارم طراحی

در طراحی حالت چهارم برای مساله سوم تمامی روابط و قیود مشابه مثال‌های قبلی است و تغییرات زوایای لینک ورودی نیز براساس محدوده  $\pm 2^\circ$  نسبت به مقادیر جدول ۱۳ در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر کمینه و بیشینه این زوایا در جدول ۱۴ نشان داده شده‌اند. از بین تمام اجزای برنامه در این حالت، بهترین مکانیزم در تغییرات  $\gamma$  بین  $0/9$  تا  $0/6$  و با خطای  $F_1$  برابر با  $0/0283$  طراحی شد. شکل ۱۶، بیست نقطه دقت مساله و مسیر طی می‌دهد.

۴-۳-۳ حل مساله سوم در حالت سوم طراحی

برای این حالت اختلاف زوایای مطلوب داده شده در جدول ۱۳ محاسبه شده و مدنظر قرار خواهد گرفت. مشابه حالت‌های قبل، الگوریتم بهینه‌سازی در  $\gamma$  های مختلف اجرا و بهترین مکانیزم با خطای برابر با  $0/0381$  و براساس  $\gamma$  های بین  $0/9$  تا  $0/6$  بدست آمد. شکل ۱۵، بیست نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت سوم نشان می‌دهد.





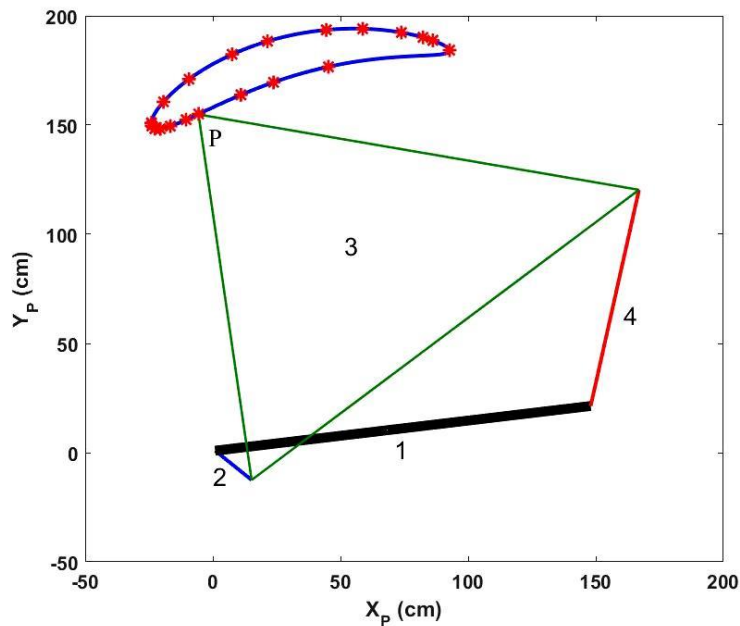
شکل ۱۵. مکانیزم طراحی شده در حالت سوم برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Fig. 15. The designed mechanism in Case3 for the problem with 20 precision points

جدول ۱۴. محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی در حل حالت چهارم مساله سوم

Table 14. Range of changes in angles of the input link for design in Case4 of the third problem

$\theta_2^{10}$ (deg)	$\theta_2^9$ (deg)	$\theta_2^8$ (deg)	$\theta_2^7$ (deg)	$\theta_2^6$ (deg)	$\theta_2^5$ (deg)	$\theta_2^4$ (deg)	$\theta_2^3$ (deg)	$\theta_2^2$ (deg)	$\theta_2^1$ (deg)	
۱۹۶/۵۱۸	۱۷۲/۷۲۹	۱۴۷/۰۰۹	۱۳۰/۳۵۳	۱۰۵/۶۷۵	۹۰/۶۲۴	۷۳/۲۷۵	۶۱/۷۱۲	۵۵/۳۸۱	۳۴/۵۳۱	محدوده پایین
۲۰۰/۵۱۸	۱۷۶/۷۲۹	۱۵۱/۰۰۹	۱۳۴/۳۵۳	۱۰۹/۶۷۵	۹۴/۶۲۴	۷۷/۲۷۵	۶۵/۷۱۲	۵۹/۳۸۱	۳۸/۵۳۱	محدوده بالا
$\theta_2^{20}$ (deg)	$\theta_2^{19}$ (deg)	$\theta_2^{18}$ (deg)	$\theta_2^{17}$ (deg)	$\theta_2^{16}$ (deg)	$\theta_2^{15}$ (deg)	$\theta_2^{14}$ (deg)	$\theta_2^{13}$ (deg)	$\theta_2^{12}$ (deg)	$\theta_2^{11}$ (deg)	
۳۳۷/۸۷۲	۳۲۱/۲۲۲	۳۰۹/۴۷۱	۲۸۹/۲۱۷	۲۸۱/۰۹۸	۲۶۷/۹۱۴	۲۵۵/۸۸۲	۲۴۵/۹۵۸	۲۳۴/۴۶۵	۲۲۶/۸۴۵	محدوده پایین
۳۴۱/۸۷۲	۳۲۵/۲۲۲	۳۱۳/۴۷۱	۲۹۳/۲۱۷	۲۸۵/۰۹۸	۲۷۱/۹۱۴	۲۵۹/۸۸۲	۲۴۹/۹۵۸	۲۳۸/۴۶۵	۲۳۰/۸۴۵	محدوده بالا



شکل ۱۶. مکانیزم طراحی شده در حالت چهارم برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Fig. 16. The designed mechanism in Case4 for the problem with 20 precision points

را کاهش داد:

(الف) متغیر کردن زاویه اولیه (حالت سوم طراحی)

(ب) رسیدن به نزدیکی زوایای مطلوب (حالت چهارم طراحی)

- استفاده از تدابیر بیان شده فوق می‌تواند خطای مساله با زمان‌بندی معین را کاهش دهد.
- خطای تولید مسیر در حالت چهارم طراحی همواره کمترین بوده است و این نشان می‌دهد تدبیر اتخاذ شده پاسخ خوبی برای مساله تولید مسیر داشته است.

#### ۵- نتیجه گیری

هدف اصلی این مقاله، طراحی بهینه یک مکانیزم چهارمیله‌ای برای تولید یک مسیر مشخص براساس مفهوم زمان‌بندی معین بوده است. مسائل طراحی با زمان‌بندی معین نسبت به مسائل بدون زمان‌بندی معین همواره دارای خطای تولید مسیر بالاتری می‌باشند. در این پژوهش با ارائه یک تابع هدف جدید، که هم خطای تولید مسیر و هم خطای تولید جهت‌گیری (زاویه) را در بردارد، سعی شده خطای تولید مسیر کاهش یابد. برای اثبات کارایی این تابع جدید، از سه مثال عددی به ترتیب با ۶، ۱۰ و ۲۰ نقطه دقت استفاده

شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت چهارم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

۴-۳-۵ مقایسه نتایج حالات مختلف در مساله سوم

جدول ۱۵ متغیرهای طراحی و مقادیر توابع هدف  $F_1$  و  $F_2$  را در چهار حالت طراحی برای مساله سوم نشان می‌دهد. همانند مثال‌های عددی قبلی، در اینجا نیز خطای تولید مسیر در حالت چهارم کمتر از بقیه حالات شده است.

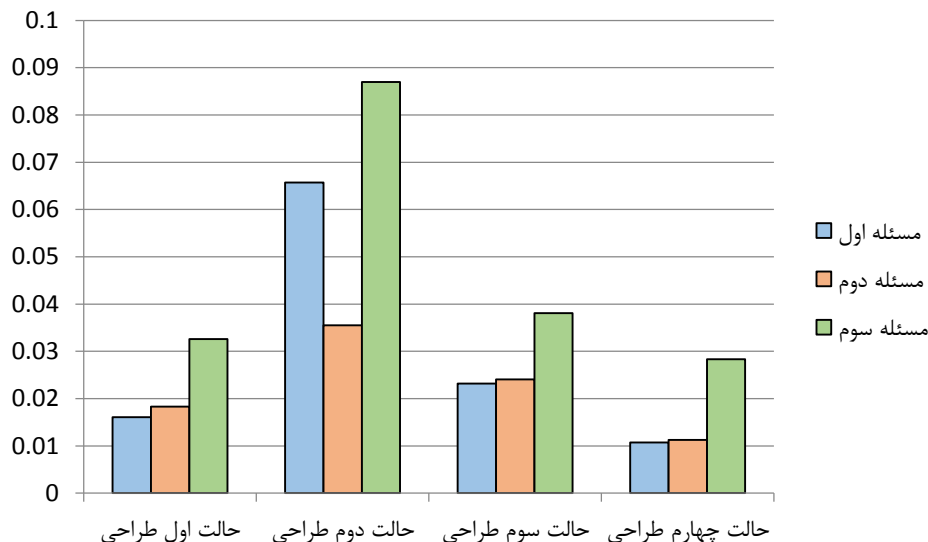
شکل ۱۷ مقایسه‌ای بین حالات مختلف طراحی در ۳ مثال عددی آورده است. نتایج کلی که از طراحی‌ها در حالات و مثال‌های مختلف می‌توان استخراج نمود عبارتند از:

- هر چه تعداد نقاط دقت افزایش یابد حل مساله سنتز تولید مسیر سخت‌تر و پیچیده‌تر خواهد شد و میزان خطاب تولید مسیر بالاتر خواهد بود.
- مساله سنتز تولید مسیر با زمان‌بندی معین (حالت دوم) همواره خطای تولید مسیر بالاتری نسبت به مساله سنتز بدون زمان‌بندی معین (حالت اول) دارد.
- با استفاده از دو تدبیر می‌توان خطای مساله با زمان‌بندی معین

جدول ۱۵. متغیرهای طراحی بهینه و مقدار خطای طراحی برای مساله سوم

Table 15. Optimal design variables and the error value for the third problem

حالت اول طراحی	حالت دوم طراحی	حالت سوم طراحی	حالت چهارم طراحی	
۱۵۴/۵۶۷	۱۵۰/۸۳۹	۱۵۵/۰۷۲	۱۴۸/۵۲۷	$l_1$ (cm)
۵۰/۱۳۵	۵۰/۱۲۱	۴۹/۵۱۳	۴۹/۱۸۹	$l_2$ (cm)
۱۸۶/۵۳۵	۱۸۱/۵۳۹	۱۸۹/۷۵۰	۱۸۲/۶۶۵	$l_3$ (cm)
۱۲۱/۰۵۲	۱۲۰/۴۱۷	۱۲۱/۰۸۹	۱۲۱/۷۵۴	$l_4$ (cm)
۱۵۸/۲۰۶	۱۵۴/۲۵۸	۱۶۰/۷۹۱	۱۵۴/۸۸۵	$l_{5x}$ (cm)
۲۰	۲۰	۲۰/۸۳۷	۲۰/۶۲۰	$l_{5y}$ (cm)
-۶۶/۴۳۴	-۶۳/۹۹۸	-۶۵/۷۶۶	-۶۱/۱۴۸	$x_0$ (cm)
۴۸/۱۷۹	۵۱/۴۰۸	۴۴/۲۹۵	۴۸/۴۷۱	$y_0$ (cm)
۸/۰۹۵	۶/۹۷۸	۹/۶۱۹	۷/۹۲۴	$\theta_1$ (deg)
۳۶/۵۳۱	-	۳۹۷/۲۰۸	۳۷/۰۹۳	$\theta_2^1$ (deg)
۵۷/۳۸۱	-	-	۵۸/۰۷۵	$\theta_2^2$ (deg)
۶۳/۷۱۲	-	-	۶۴/۴۳۴	$\theta_2^3$ (deg)
۷۵/۲۷۵	-	-	۷۶/۰۵۴	$\theta_2^4$ (deg)
۹۲/۶۲۴	-	-	۹۳/۵۰۰	$\theta_2^5$ (deg)
۱۰۷/۶۷۵	-	-	۱۰۸/۶۴۴	$\theta_2^6$ (deg)
۱۳۲/۳۵۳	-	-	۱۳۳/۵۰۴	$\theta_2^7$ (deg)
۱۴۹/۰۰۹	-	-	۱۵۰/۲۹۸	$\theta_2^8$ (deg)
۱۷۴/۷۲۹	-	-	۱۷۶/۲۴۱	$\theta_2^9$ (deg)
۱۹۸/۵۱۸	-	-	۲۰۰/۲۲۰	$\theta_2^{10}$ (deg)
۲۲۸/۸۴۵	-	-	۲۳۰/۶۸۴	$\theta_2^{11}$ (deg)
۲۳۶/۴۶۵	-	-	۲۳۸/۲۶۴	$\theta_2^{12}$ (deg)
۲۴۷/۹۵۸	-	-	۲۴۹/۶۸۳	$\theta_2^{13}$ (deg)
۲۵۷/۸۸۲	-	-	۲۵۹/۶۳۵	$\theta_2^{14}$ (deg)
۲۶۹/۹۱۴	-	-	۲۷۱/۶۶۲	$\theta_2^{15}$ (deg)
۲۸۳/۰۹۸	-	-	۲۸۴/۷۸۸	$\theta_2^{16}$ (deg)
۲۹۱/۲۱۷	-	-	۲۹۲/۸۴۴	$\theta_2^{17}$ (deg)
۳۱۱/۴۷۱	-	-	۳۱۲/۸۹۷	$\theta_2^{18}$ (deg)
۳۲۳/۲۲۲	-	-	۳۲۴/۵۰۰	$\theta_2^{19}$ (deg)
۳۳۹/۸۷۲	-	-	۳۴۰/۹۳۸	$\theta_2^{20}$ (deg)
۰/۰۳۲۶	۰/۰۸۷۰	۰/۰۳۸۱	۰/۰۲۸۳	$F_1$
-	.	.	۰/۰۲۴۰	$F_2$



شکل ۱۷. مقایسه میزان خطای مسیر  $F_1$  در مثال‌ها و حالات مختلف

Fig. 17. Comparison of the path error ( $F_1$ ) value in different cases and examples

Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 56(1) (2018) 43-55.

- [6] H. Zhou, E.H. Cheung, Optimal synthesis of crank-rocker linkages for path generation using the orientation structural error of the fixed link, Mechanism and Machine Theory, 36(8) (2001) 973-982.
- [7] S. Glennan, P. Illari, The Routledge handbook of mechanisms and mechanical philosophy, Taylor & Francis, 2017.
- [8] F. Freudenstein, Approximate synthesis of four-bar linkages, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 77(6) (1955) 853-859.
- [9] A.K. Dhingra, Mechanism design: Analysis and synthesis: Vol. 1, 2nd edn By AG Erdman and GN Sandor. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991, xviii+ 631 pp, in Pergamon, 1993.
- [10] R. Norton, Design of machinery an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines, 1999, in, McGraw-Hill, Maidenhead.
- [11] C.W. Wampler, A. Morgan, A.J. Sommese, Complete

شده است. برای فرایند بهینه‌سازی نیز از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده شده است. نتایج طراحی در حالات مختلف نشان می‌دهد استفاده از تابع هدف جدید توانسته میزان خطای تولید مسیر برای مساله با زمان‌بندی معین را بطور محسوسی کاهش دهد.

## منابع

- [1] H.M. Daniali, Kinematic Design of Linkages, Babol Noshirvani University of Technology, Iran (in Persian), 2015.
- [2] S.A.A. Moosavian, Dynamics of Machines, K. N. Toosi University of Technology, Iran (in Persian), 2005.
- [3] M.R. Sabaapour, J. Yoon, A novel method for optimal path synthesis of mechanisms based on tracking control of shadow robot, Mechanism and Machine Theory, 131 (2019) 218-233.
- [4] S. Acharyya, M. Mandal, Performance of EAs for four-bar linkage synthesis, Mechanism and Machine Theory, 44(9) (2009) 1784-1794.
- [5] J. Buśkiewicz, Reduced number of design parameters in optimum path synthesis with timing of four-bar linkage,

- [16] J. Mariappan, S. Krishnamurty, A generalized exact gradient method for mechanism synthesis, *Mechanism and Machine Theory*, 31(4) (1996) 413-421.
- [17] J. Zhang, X. Du, Time-dependent reliability analysis for function generation mechanisms with random joint clearances, *Mechanism and Machine Theory*, 92 (2015) 184-199.
- [18] L. Vanneschi, S. Silva, Particle Swarm Optimization, in: *Lectures on Intelligent Systems*, Springer, 2023, pp. 105-111.
- [19] S.S. Rao, *Engineering optimization: theory and practice*, John Wiley & Sons, 2019.
- [20] A. Sardashti, H. Daniali, S. Varedi-Koulaei, Geometrical similarity error function-innovative adaptive algorithm methodology in path generation synthesis of the four-bar mechanism using metaheuristic algorithms, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 236(3) (2022) 1550-1570.
- solution of the nine-point path synthesis problem for four-bar linkages, (1992).
- [12] N. Nariman-Zadeh, M. Felezi, A. Jamali, M. Ganji, Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation, *Mechanism and Machine Theory*, 44(1) (2009) 180-191.
- [13] S. Varedi-Koulaei, H. Rezagholizadeh, Synthesis of the four-bar linkage as path generation by choosing the shape of the connecting rod, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 234(13) (2020) 2643-2652.
- [14] M.R. Haghjoo, J. Yoon, Two-stage mechanism path synthesis using optimized control of a shadow robot: Case study of the eight-bar Jansen mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, 168 (2022) 104569.
- [15] A. Kapsalyamov, S. Hussain, N.A. Brown, R. Goecke, M. Hayat, P.K. Jamwal, Synthesis of a six-bar mechanism for generating knee and ankle motion trajectories using deep generative neural network, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 117 (2023) 105500.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Mokabberi, M. Nazari, S. M. Varedi-Koulaei, A novel objective function for path generation synthesis of the four-bar mechanism with prescribed timing, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 55(12) (2024) 1397-1422.

DOI: [10.22060/mej.2024.22792.7677](https://doi.org/10.22060/mej.2024.22792.7677)



