



# Adaptive Terminal Sliding Mode Control for the UAM in the Present of Uncertainty

Hamed Ghaffari, M.A Amiri Atashgah \*

Faculty of Aerospace Engineering, College of Interdisciplinary Science and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** In recent years, flying robots have gained popularity in a new application known as aerial robotic manipulation. This technology performs operations in dangerous and inaccessible environments, significantly reducing costs. However, combining a flying robot with a robotic arm increases system nonlinearity and coupling, leading to challenging control and path-tracking scenarios. There are two main approaches to robotic manipulation control: centralized and decentralized. This paper focuses on the decentralized approach, where the forces and torques from the robotic arm are treated as external disturbances acting on the flying robot. A novel adaptive robust terminal sliding mode controller is employed to implement this decentralized control. The adaptive component estimates the limits of uncertainties and disturbances, ensuring finite-time convergence. Additionally, a backstepping sliding mode controller with a Lyapunov stability guarantee is developed for the flying robot. Finally, a simulation is presented for an unmanned aerial manipulator equipped with a two-degree-of-freedom active robotic arm. The simulation considers mass uncertainties during an oil rig inspection mission. The results demonstrate that the proposed controllers achieve optimal performance, enabling fast and accurate path tracking within a limited time.

## Review History:

Received: Sep. 03, 2024

Revised: Nov. 26, 2024

Accepted: Jan. 02, 2025

Available Online: Jan. 04, 2025

## Keywords:

Unmanned Aerial Manipulation

Decentralize Method

Backstepping Sliding Mode Control

Adaptive Terminal Sliding Mode Control

Modeling of Aerial Robot and Robotic Arm

## 1- Introduction

In recent years, the use of aerial robotic arms has received attention in academic research and industry. Applications of flying robots equipped with robotic arms include transporting objects, searching, and rescuing, visiting oil rigs, etc.[1, 2]. Likewise, in some application cases, manned aircraft, especially helicopters with human operators, are used to inspect suspension bridges and oil rigs; however, these activities are dangerous and costly. On the other hand, the simple structure of the flying robot for accessing high places compared to a helicopter is its main advantage when used as an aerial robotic arm [3].

In this paper, the adaptive terminal sliding mode controller is used for the rigid robotic arm tracking problem. You will see that with this controller, convergence is guaranteed in a finite time and there is no need for prior knowledge of the uncertainties and perturbations of the parameters because the proposed controller can estimate the upper bound of these uncertainties. Also, in this paper, based on the vector model presented in [4], the modeling of the aerial robotic arm is discussed, including the effects of the disturbance of the robotic arm on the quadrotor during path tracking, the effects of friction coefficients due to the aerodynamic torque

of the quadrotor blade, and the effect of drag in the three directions  $x$ ,  $y$ , and  $z$ . Among the methods for controlling an aerial robotic arm, we can mention the centralized and decentralized approaches. The control method used in this article is based on the decentralized approach, in which the forces and torques of the robotic arm are applied to the flying robot as external disturbances.

The main advantage of using a decentralized approach is practical implementation with minimal cost and complexity. For the above approach, a new adaptive robust terminal sliding mode controller is designed, which uses the adaptive part to estimate the uncertainty and disturbance bounds guarantees convergence in a limited time, and increases the system's robustness to disturbances for the robotic arm. Correspondingly, a backstepping sliding mode controller for a flying robot with guaranteed Lyapunov stability has been developed.

## 2- Modeling

To derive the dynamic equations of the quadrotor, the following assumptions are made: The quadrotor structure is rigid and symmetrical; The center of mass coincides with the center of the body coordinate system ( $o'$ ); Thrust and drag are

\*Corresponding author's email: Atashgah@ut.ac.ir



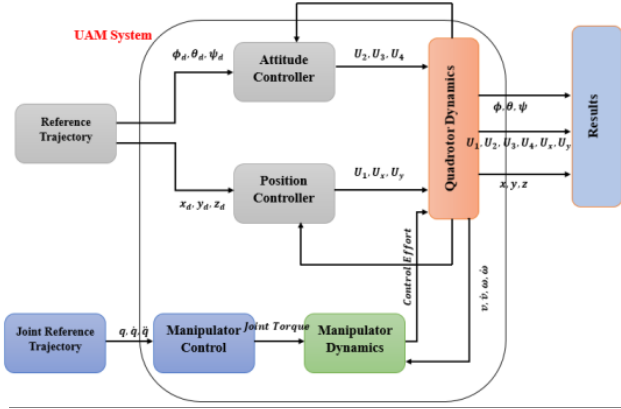


Fig. 1. Decentralized control structure of a UAM

proportional to the square of the propeller speed; The rigidity of the blades is taken into account.

These assumptions establish a solid foundation for modeling the quadrotor’s dynamic behavior, ensuring accurate and reliable analysis. Based on these assumptions, the dynamic equations are derived using the Newton-Euler laws, as shown in Equation (1) [5].

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -S(\Omega)J\Omega + \Gamma_f - \Gamma_a - \Gamma_g \end{cases} \quad (1)$$

Finally, the complete dynamic model of the quadrotor is presented as equation (2) [5].

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = 1 / I_x (\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - K_{fax}\dot{\phi}^2 - J_r\bar{\Omega}\dot{\theta} + dU_2) \\ \ddot{\theta} = 1 / I_y (\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - K_{fay}\dot{\theta}^2 + J_r\bar{\Omega}\dot{\phi} + dU_3) \\ \ddot{\psi} = 1 / I_z (\dot{\theta}\dot{\phi}(I_x - I_y) - K_{faz}\dot{\psi}^2 + dU_4) \\ \ddot{x} = 1 / m((C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi)U_1 - K_{fix}\dot{x}) \\ \ddot{y} = 1 / m((C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi)U_1 - K_{fiy}\dot{y}) \\ \ddot{z} = 1 / m((C\phi C\theta)U_1 - g) \end{cases} \quad (2)$$

Several methods can be used to derive the dynamic model of a robotic arm. These include the Newton–Euler and Euler–Lagrange approaches, with the latter being applied in this context. For a rigid robotic arm with n links, the dynamic

behavior is described by the following nonlinear second-order differential equation [6].

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = u + d(t) \quad (3)$$

Next, by substituting the uncertainty terms, the nonlinear differential equations are reformulated to represent the system in its uncertain state, as shown in Equation (4).

$$M_0(q)\ddot{q} + C_0(q, \dot{q}) + G_0(q) = u + \rho(t) \quad (4)$$

$$\rho(t) = -\Delta M(q) - \Delta C(q, \dot{q}) - \Delta G(q) + d(t) \quad (5)$$

### 3- Controller Design

Using a decentralized approach, the controller design for the combined robotic arm and quadrotor system is divided into two independent control schemes: one for the quadrotor and the other for the robotic arm. The control schematic of the aerial robotic arm is illustrated in Figure 1. Building on the method proposed in [6], a sliding mode controller based on the backstepping technique is developed.

The path-tracking rule for a robotic arm is expressed in Equation (6). The objective of this method is to determine a control input u that ensures the robotic arm’s output q tracks the desired value q<sub>d</sub>.

$$e_1 = q - q_d \quad (6)$$

$$S = e_2 + Ce_1^{a/b} \quad (7)$$

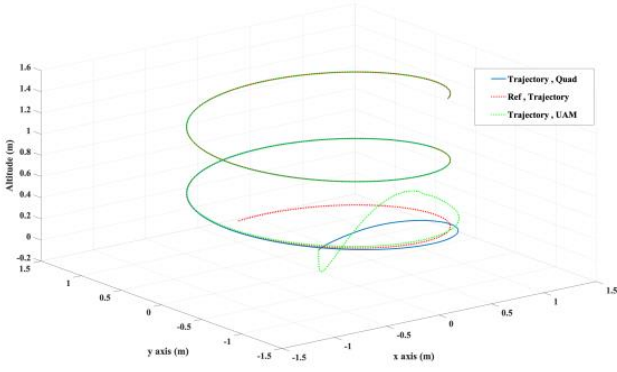
After selecting the slip surface, the control law is designed.

$$u = u_{eq} + \Delta u \quad (8)$$

$$u_{eq} = M_0(q)(\ddot{q}_d - \frac{a}{b}C(e_1^{a/b})) + C_0(q, \dot{q}) + G_0(q) \quad (9)$$

$$\Delta u_2 = \begin{cases} -\frac{(S^T M_0(q)^{-1})^T}{\|S^T M_0(q)^{-1}\|^2} (\|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \times (\bar{b}_0 + \bar{b}_1 \|q\| + \bar{b}_2 \|\dot{q}\|^2)) \cdot \text{if} \cdot \|S^T M_0(q)^{-1}\| \geq \delta \\ -\frac{(S^T M_0(q)^{-1})^T}{\delta^2} (\|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \times (\bar{b}_0 + \bar{b}_1 \|q\| + \bar{b}_2 \|\dot{q}\|^2)) \cdot \text{if} \cdot \|S^T M_0(q)^{-1}\| \leq \delta \end{cases} \quad (10)$$

In Equation (10), the coefficients b1, b0, and b2 are variables defined within the adaptive control law, as represented in Equation (11). The constants x0, x1, and x2 are arbitrary fixed values.



**Fig. 2. Trajectory tracking in oil rig inspection of UAM**

$$\begin{aligned} \dot{\hat{b}}_0 &= x_0 \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \\ \dot{\hat{b}}_1 &= x_1 \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \|q\| \\ \dot{\hat{b}}_2 &= x_2 \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \|\dot{q}\|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

#### 4- Results and Discussion

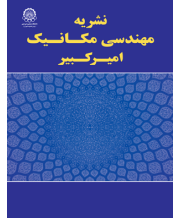
To evaluate the control performance and behavior of the coupled robotic arm and quadrotor system, the force and torque generated by the robotic arm are applied as external disturbances to the quadrotor. Figure 2 depicts the desired trajectory tracking during an oil rig inspection mission with the aerial robotic arm. As shown, the quadrotor successfully tracks the trajectory with high accuracy throughout the free-flight scenario.

#### 5- Conclusion

This paper presents the design of a backstepping sliding mode controller for the quadrotor, followed by a robust adaptive sliding mode controller for the robotic arm, with stability proven through Lyapunov methods. The proposed controllers ensure the stabilization of the aerial robotic arm in the presence of disturbances, forces, and torques within a finite time. To evaluate the system's performance, a trajectory-tracking mission was implemented, where the system follows a circular path around an oil rig. The simulation results demonstrate a significant improvement in trajectory tracking, with both position and attitude errors reduced to nearly zero.

#### References

- [1] M.A. Trujillo, J.R. Martínez-de Dios, C. Martín, A. Viguria, A. Ollero, Novel aerial manipulator for accurate and robust industrial NDT contact inspection: A new tool for the oil and gas inspection industry, *Sensors*, 19(6) (2019) 1305.
- [2] D. Lee, D. Jang, H. Seo, H.J. Kim, Model predictive control for an aerial manipulator opening a hinged door, in: 2019 19th International Conference on Control, Automation, and Systems (ICCAS), IEEE, 2019, pp. 986-991.
- [3] O. Mofid, S. Mobayen, C. Zhang, B. Esakki, Desired tracking of delayed quadrotor UAV under model uncertainty and wind disturbance using adaptive super-twisting terminal sliding mode control, *ISA transactions*, 123 (2022) 455-471.
- [4] M. Pouzesh, S. Mobayen, Event-triggered fractional-order sliding mode control technique for stabilization of disturbed quadrotor unmanned aerial vehicles, *Aerospace Science and Technology*, 121 (2022) 107337.
- [5] O. Mofid, S. Mobayen, Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties, *ISA transactions*, 72 (2018) 1-14.
- [6] T.N. Truong, A.T. Vo, H.-J. Kang, Neural network-based sliding mode controllers applied to robot manipulators: A review, *Neurocomputing*, (2023) 126896.



## کنترل تطبیقی مد لغزشی نهایی برای بازوی رباتیکی هوایی در حضور عدم قطعیت

حامد غفاری، محمدعلی امیری آتشگاه\*

دانشکده هوافضا، دانشکدگان علوم و فناوری‌های میان رشته‌ای، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۱۳  
بازنگری: ۱۴۰۳/۰۹/۰۶  
پذیرش: ۱۴۰۳/۱۰/۱۳  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۳/۱۰/۱۵

### کلمات کلیدی:

بازوی رباتیکی هوایی  
رویکرد غیرمتمرکز  
کنترلر مد لغزشی برگشتی  
کنترلر تطبیقی مد لغزشی نهایی  
مدلسازی ربات پرنده  
بازوی رباتیکی

**خلاصه:** در سال‌های اخیر، استفاده از ربات‌های پرنده در کاربرد جدید تحت عنوان بازوهای رباتیکی هوایی، به منظور انجام عملیات در محیط‌های خطرناک و غیرقابل دسترس و همچنین کاهش هزینه‌ها، رایج شده است. ترکیب ربات پرنده و بازوی رباتیکی به دلیل افزایش غیرخطی بودن و کوپل شدن سیستم به طور اجتناب ناپذیری باعث ایجاد وضعیت نامساعد کنترلی و ردیابی مسیر میشود. دو رویکرد متفاوت در کنترل بازوی رباتیکی مطرح می‌باشد که شامل رویکرد متمرکز و رویکرد غیرمتمرکز است. روش کنترلی مورد استفاده در این مقاله بر اساس رویکرد غیرمتمرکز می‌باشد که در آن، نیروها و گشتاورهای بازوی رباتیکی به صورت اغتشاش خارجی به ربات پرنده اعمال می‌شود. در راستای استفاده از رویکرد غیرمتمرکز، برای کنترل بازوی رباتیکی از کنترلر جدید مقاوم تطبیقی مد لغزشی نهایی که از بخش تطبیقی به منظور تخمین کران‌های عدم قطعیت و اغتشاش استفاده شده و تضمین همگرایی در مدت زمان محدود را داشته است. همچنین از کنترلر مد لغزشی برگشتی برای ربات پرنده با تضمین پایداری لیاپانوف توسعه داده شده است. در نهایت شبیه‌سازی برای ربات پرنده کوادروتور مجهز به بازوی رباتیکی فعال دو درجه آزادی در حضور عدم قطعیت‌های جرمی برای ماموریت مسیر بررسی دکل نفتی نمایش داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده دستیابی به عملکرد مطلوب در ردیابی سریع و دقیق مسیر در مدت زمان محدود با کنترلرهای پیشنهادی می‌باشد.

### ۱- مقدمه

محیط و اغتشاشات خارجی، منجر به عدم قطعیت بالای سیستم می‌شود. لذا این اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها مشخصه عملکردی سیستم را کاهش داده و حتی منجر به کاهش پایداری می‌شود. بدین منظور طراحی کنترلر برخط با در نظر گرفتن محدودیت‌های ذکر شده، با هدف کاهش اثرات نامطلوب، ضروری می‌باشد [۸].

استفاده از کنترلر حالت لغزشی بدلیل سادگی در اعمال به سیستم دینامیکی و ویژگی مقاوم بودن، به طور وسیعی کاربرد دارد. کنترلر حالت لغزشی با ویژگی مقاوم بودن به تغییرات پارامترها و عدم حساسیت به اغتشاش و همچنین به عنوان یک روش کاربردی برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت شناخته می‌شود. ایده اصلی کنترلر حالت لغزشی این است که مسیر سیستم را بر روی یک سطح لغزشی که به صورت پیشینی در فضای حالت طراحی شده است، حفظ کند [۱۱-۱۳]. از طرفی، کنترلر حالت لغزشی تنها پایداری مجانبی را تضمین می‌کند. در مراجع [۱۴-۱۶] کنترلر حالت لغزشی نهایی چند ورودی-چند خروجی برای بازوهای رباتیکی پیشنهاد شده

در سال‌های اخیر استفاده از بازوهای رباتیکی هوایی در تحقیقات دانشگاهی و صنعت مورد توجه قرار گرفته است. از کاربردهای ربات‌های پرنده مجهز به بازوی رباتیکی می‌توان به حمل و نقل اشیاء، جستجو و نجات، بازدید از دکل‌های نفتی و غیره نام برد [۸-۱]. همچنین در برخی از موارد کاربرد، از هواپیماهای سرنشین‌دار و به ویژه هلیکوپترها با اپراتورهای انسانی برای بازدید پل‌های معلق و دکل‌های نفتی استفاده می‌شود؛ که با این حال، این فعالیت‌ها خطرناک و پرهزینه هستند. از طرفی، ساختار ساده ربات پرنده برای دسترسی به مکان‌های مرتفع نسبت به هلیکوپتر در استفاده به عنوان بازوی رباتیکی هوایی، مزیت اصلی آن محسوب می‌شود [۹، ۱۰].

بازوی رباتیکی هوایی، متشکل از ربات پرنده به همراه بازوی رباتیکی چند درجه آزادی می‌باشد. ربات پرنده به همراه بازوی رباتیکی، اثرات غیرخطی و کوپلینگ قابل توجهی ارائه می‌دهند. عواملی مانند تعامل با

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: atashgah@ut.ac.ir



بازوی رباتیکی هوایی را نسبت به رویکردهای کنترل غیرخطی دینامیکی معکوس، سلسله مراتبی و نیمه بهینه کنترل غیرخطی دارد [۲۰].

در این مقاله، از کنترل تطبیقی مد لغزشی نهایی برای مسئله ردیابی بازوی رباتیکی صلب استفاده شده است. در واقع خواهید دید که با این کنترلر، تضمین همگرایی در مدت زمان محدودی بوده و نیازی به دانش قبلی از عدم قطعیت و اغتشاشات پارامترها نیست، زیرا کنترل کننده پیشنهادی می تواند کران بالایی این عدم قطعیت ها را تخمین بزند. همچنین در این مقاله، بر اساس مدل برداری ارائه شده در [۲۵] به مدلسازی بازوی رباتیکی هوایی با احتساب پارامترهای اثر گذار در دینامیک آن شامل، اثرات اغتشاش بازوی رباتیکی بر کوادروتور هنگام ردیابی مسیر، اثرات ضرایب اصطکاک ناشی از گشتاور آیرودینامیکی پره کوادروتور، اثر پسا در سه راستای  $X, Y, Z$ ، پرداخته شده است. از جمله روش های کنترل بازوی رباتیکی هوایی، می توان به رویکرد متمرکز و غیرمتمرکز اشاره کرد. روش کنترلی مورد استفاده در این مقاله بر اساس رویکرد غیرمتمرکز می باشد که در آن، نیروها و گشتاورهای بازوی رباتیکی به صورت اغتشاش خارجی به ربات پرنده اعمال می شود. مزیت اصلی استفاده از رویکرد غیرمتمرکز، پیاده سازی عملی با حداقل هزینه و پیچیدگی های ساخت می باشد. برای رویکرد فوق به طراحی کنترلر جدید مقاوم تطبیقی مد لغزشی نهایی که از بخش تطبیقی به منظور تخمین کران های عدم قطعیت و اغتشاش استفاده شده و تضمین همگرایی در مدت زمان محدود دارد و همچنین مقاوم بودن سیستم را به اغتشاش افزایش داده را برای بازوی رباتیکی پرداخته شده است. همچنین از کنترلر مد لغزشی برگشتی برای ربات پرنده با تضمین پایداری لیاپانوف توسعه داده شده است. در بخش دوم این مقاله به مدلسازی دینامیکی غیرخطی کوادروتور و بازوی رباتیکی پرداخته می شود. در ادامه، بخش سوم به طراحی کنترلر با رویکرد غیرمتمرکز برای بازوی رباتیکی هوایی پرداخته می شود. در نهایت در بخش چهارم به شبیه سازی و ارائه نتایج و در بخش آخر به نتیجه گیری و جمع بندی پرداخته می شود.

## ۲- مدل دینامیکی غیرخطی بازوی رباتیکی هوایی

در این بخش ابتدا به مدل دینامیکی غیرخطی ربات پرنده از نوع کوادروتور و سپس به بازوی رباتیکی دو درجه آزادی پرداخته خواهد شد:

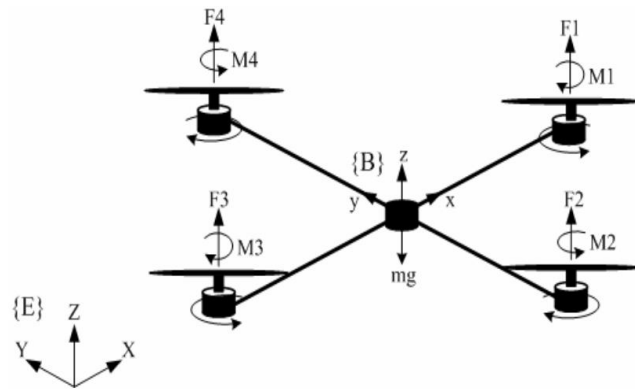
### ۲-۱- مدل دینامیکی کوادروتور

پیکره بندی کوادروتور شکل ۱ با ساختار  $X$  را در نظر بگیرید. دستگاه های مختصات توصیف شده برای این پیکره بندی شامل اینرسی  $I(0, X, Y, Z)$  و

است که در آن، همگرایی در مدت زمان محدود و کاهش بهره کنترلر حالت لغزشی نهایی در مقایسه با بهره بالای کنترلر حالت لغزشی خطی، بدست می آید. کنترلر پیشنهادی به کران بالای پارامتر دارای عدم قطعیت بستگی دارد. متأسفانه، به دلیل پیچیدگی ساختار عدم قطعیت در دینامیک بازوی رباتیکی، چنین کرانی به راحتی به دست نخواهد آمد. در نهایت، یک کنترلر حالت لغزشی نهایی تطبیقی در [۱۷، ۱۸] برای تخمین مرز بالایی عدم قطعیت ها پیشنهاد شده است. با این حال، کنترلرهای پیشنهادی در [۱۷، ۱۸] گسسته هستند و در [۱۷] پنج پارامتر باید تنظیم شوند. همچنین، یک کنترلر حالت لغزشی نهایی تطبیقی در [۱۱، ۱۸] پیشنهاد شده است، که در آن پارامترهای کمتری با همگرایی زمان محدود تخمین زده می شوند.

استراتژی های متعددی برای مقابله با عدم قطعیت و اغتشاش در سیستم های غیرخطی توسعه داده شده است. تکنیک های پیشخور ممکن است برای کاهش اثر یک اغتشاش قابل اندازه گیری استفاده شود. از سوی دیگر، اندازه گیری مستقیم اغتشاشات خارجی اغلب بسیار پرهزینه یا حتی در برخی موارد غیرممکن است [۱۹]. برخی از محققان تلاش خود را بر تحقیقات در مورد عملکرد بالا یا استراتژی های کنترل مقاوم برای مقابله با اغتشاشاتی که در طول فرآیند کنترل سیستم های رباتیک هوایی با آن مواجه می شوند متمرکز می کنند. در [۲۰]، چهار تکنیک کنترل در کنترل پرواز آزاد یک بازوی رباتیکی هوایی با دینامیک کوپل شده، از جمله رویکردهای دینامیک معکوس، رگولاتور مرتبه دوم خطی سلسله مراتبی، حالت لغزشی تطبیقی، و رویکردهای کنترل غیرخطی نیمه بهینه، اجرا و مقایسه شده اند. استراتژی کنترل تطبیقی شرح داده شده در [۲۱] روش دیگری برای مقابله با عدم قطعیت است. یک رویکرد کنترل سلسله مراتبی برای ساده کردن کنترل ردیابی بازوی رباتیکی هوایی در [۲۲-۲۴] ارائه شده است. رویکردهای کنترل هوشمند بدون مدل مانند کنترل شبکه عصبی ممکن است برای بیان عدم قطعیت و رد اغتشاشات استفاده شود. این کنترل کننده ها تا حدی قادر به مقابله با عدم قطعیت های سیستم هستند، اما دارای محدودیت های متعددی هستند، از جمله طراحی محافظه کارانه در کنترل مقاوم، نگرانی های پایداری در کنترل تطبیقی، و هزینه محاسباتی بالا برای آموزش شبکه در کنترل شبکه عصبی.

کنترل تطبیقی مد لغزشی نهایی، یکی دیگر از تکنیک های کنترل موثر و مقاوم است که می تواند با سطح بالایی از عدم قطعیت مقابله کند و به دلیل قابلیت تنظیم تطبیقی که دارد از تضمین پایداری برخوردار است. می توان نشان داد که کنترل تطبیقی مد لغزشی نهایی، عملکرد بهتر در کنترل یک



شکل ۱. دستگاه‌های مختصات کوادروتور و اینرسی

Fig. 1. Inertial and Quadrotor (Body) coordinate frames

شده توسط چهار روتور، درگ و گرانش می‌باشد که در ادامه توسط روابط زیر تشریح شده است [۱۲].

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F_f = \begin{bmatrix} C\phi C\psi S\theta + S\phi S\psi \\ C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi \\ C\phi C\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i \quad (3)$$

$$\Gamma_f = \begin{bmatrix} d(F_3 - F_1) \\ d(F_4 - F_2) \\ K_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Gamma_a = \begin{bmatrix} K_{fax} & 0 & 0 \\ 0 & K_{fay} & 0 \\ 0 & 0 & K_{faz} \end{bmatrix} \|\Omega\|^2 \quad (5)$$

$$\Gamma_g = \sum_{i=1}^4 \Omega^T J_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)^{i+1} \omega_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

بدنی  $B(0^x, 0^y, 0^z)$  می‌باشد. کوادروتور دارای چهار پره می‌باشد که دو به دو در جهت‌های مخالف شامل ۱ و ۳ در جهت ساعتگرد و ۲ و ۴ پادساعتگرد دوران می‌کنند. حرکت عمودی در وسیله پرنده فوق با افزایش و کاهش سرعت چهار ملخ ایجاد می‌شود. همچنین تغییر دور موتور ۲ و ۴ منجر به دوران رول شده و دوران پیچ ناشی از تغییر دور موتور ۱ و ۳ ایجاد می‌شود. به منظور استخراج معادلات دینامیکی کوادروتور، فرضیات فوق شامل، صلب و متقارن بودن ساختار کوادروتور، منطبق بودن مرکز جرم و مرکز دستگاه مختصات بدنی  $(0^x)$ ، تراست و درگ متناسب با توان دو سرعت ملخ و در نهایت صلب بودن پره مطرح می‌شوند. با لحاظ کردن فرضیات فوق، معادلات دینامیکی با استفاده از قوانین نیوتون اوپلر به صورت (۱) بدست می‌آید [۱۲].

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -S(\Omega)J\Omega + \Gamma_f - \Gamma_a - \Gamma_g \end{cases} \quad (1)$$

در رابطه (۱)  $\zeta$ ، موقعیت مرکز جرم کوادروتور نسبت به دستگاه اینرسی،  $m$  جرم سازه کوادروتور،  $J$  ماتریس اینرسی مثبت معین متقارن،  $\Omega$  سرعت زاویه‌ای بیان شده در بدنه و  $R$  ماتریس انتقال می‌باشد. همچنین در رابطه (۱)،  $F$  با اندیس های  $t, f, g$  و  $t$  به ترتیب نشان‌دهنده نیروی تولید



جدول ۱. تعریف پارامترها و مولفه‌ها

Table 1. Definition of parameters and components

تعریف	پارامتر
موقعیت مرکز جرم نسبت به اینرسی	$\xi$
جرم سازه کوادروتور	$m$
ماتریس انتقال	$R$
ماتریس پادمتقارن سرعت زاویه‌ای	$S(\Omega)$
نیروی بالابر، درگ و گرانش	$F_f, F_t, F_g$
ضرایب اصطکاک آیرودینامیکی	$K_{f_{ax}}, K_{f_{ay}}, K_{f_{az}}$
فاصله مرکز جرم کوادروتور و مرکز پره	$d$
گشتاور عملی بر کوادروتور	$\Gamma_f$
گشتاور اصطکاک آیرودینامیکی	$\Gamma_a$
گشتاور ناشی از اثر ژيروسکوپی	$\Gamma_g$
ورودی‌های کنترلی سیستم	$U_1, U_2, U_3, U_4$
ضرایب درگ انتقالی	$K_{f_{tx}}, K_{f_{ty}}, K_{f_{tz}}$
ممان اینرسی روتور	$J_r$
ضریب درگ	$K_d$
سرعت زاویه‌ای موتور کوادروتور	$\bar{\Omega} = (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4)$

در ادامه در جدول ۱، پارامترها و مولفه‌های استفاده شده در روابط فوق تشریح شده است.

$$R = \begin{bmatrix} C\theta C\psi & C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta S\phi + S\psi S\phi \\ C\theta S\psi & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & S\phi C\theta & C\phi C\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

۲-۲- مدل بازوی رباطیکی

برای بدست آوردن مدل دینامیکی بازوی رباطیکی روش های مختلفی وجود دارد. می‌توان با استفاده از روش‌های نیوتن - اویلر [۲۶] یا اویلر - لاگرانژ [۲۷، ۲۸] مدل دینامیکی چنین سیستمی را به دست آورد؛ در اینجا رویکرد اویلر-لاگرانژ استفاده می‌شود. یک بازوی رباطیکی صلب با  $n$  لینک را در نظر بگیرید. معادله دیفرانسیلی مرتبه دوم غیرخطی زیر را می‌توان بیان کرد [۲۹].

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = u + d(t) \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)  $q$  بردار  $n$  بعدی زوایای مفاصل،  $M(q)$  ماتریس اینرسی در  $n \times n$ ،  $C$  شامل مولفه‌های سانتریفیوژی و کوریولیس،  $G(q)$  مولفه گرانشی گشتاور،  $u$  ورودی کنترلی و  $d(t)$  بردار ورودی اغتشاش محدود

در نهایت مدل دینامیکی کامل کوادروتور به صورت رابطه (۸) ارائه می‌شود [۱۲].

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = 1/I_x (\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - K_{f_{ax}}\dot{\phi}^2 - J_r\bar{\Omega}\dot{\theta} + dU_2) \\ \ddot{\theta} = 1/I_y (\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - K_{f_{ay}}\dot{\theta}^2 + J_r\bar{\Omega}\dot{\phi} + dU_3) \\ \ddot{\psi} = 1/I_z (\dot{\theta}\dot{\phi}(I_x - I_y) - K_{f_{az}}\dot{\psi}^2 + dU_4) \\ \ddot{x} = 1/m((C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi)U_1 - K_{f_{tx}}\dot{x}) \\ \ddot{y} = 1/m((C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi)U_1 - K_{f_{ty}}\dot{y}) \\ \ddot{z} = 1/m((C\phi C\theta)U_1 - g) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p & K_p & K_p & K_p \\ -K_p & 0 & K_p & 0 \\ 0 & -K_p & 0 & K_p \\ K_D & -K_D & K_D & -K_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

شده به فرم رابطه (۱۱) می‌باشد.

$$\|d(t)\| < d_1; d_1 > 0 \quad (11)$$

به منظور مدل‌سازی اثرات خطا، تغییرات پارامترها و نیروهای مجهول، معادله دینامیکی بیان شده در رابطه (۱۰) را می‌توان به صورت فرم عدم قطعیتی (۱۲) ارائه کرد.

$$\begin{cases} M(q) = M_0(q) + \Delta M(q) \\ C(q, \dot{q}) = C_0(q, \dot{q}) + \Delta C(q, \dot{q}) \\ G(q) = G_0(q) + \Delta G(q) \end{cases} \quad (12)$$

در ادامه با جایگذاری رابطه (۱۲) در رابطه (۱۰) فرم معادلات دیفرانسیل غیرخطی در حالت عدم قطعیت به صورت رابطه (۱۳) بدست می‌آید.

$$M_0(q)\ddot{q} + C_0(q, \dot{q}) + G_0(q) = u + \rho(t) \quad (13)$$

$$\rho(t) = -\Delta M(q) - \Delta C(q, \dot{q}) - \Delta G(q) + d(t) \quad (14)$$

فرضیات دیگری که در مدل‌سازی فوق استفاده می‌شود. رابطه (۱۵)، ماتریس اینرسی  $M(q)$  دارای کران بالایی با عدد مثبت  $\alpha_0$  بیان می‌کند.

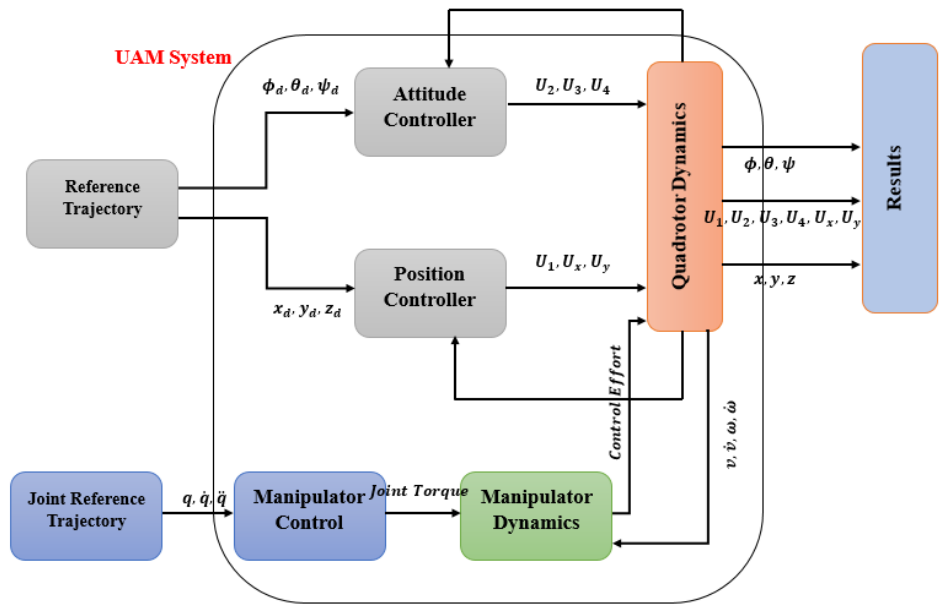
$$\|M(q)\| < \alpha_0 \quad (15)$$

فرض دیگری که برای ترم‌های کوریولیس و گرانشی در نظر گرفته می‌شود به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد، که در آن ضرایب  $\beta$  عددی مثبت می‌باشند. در مراجع [۱۸، ۳۰-۳۲] نشان داده شده است که عدم قطعیت مرتبط با سیگنال ورودی است و اگر چنانچه ورودی کنترل شامل سیگنال شتاب نباشد؛ عدم قطعیت سیستمی کران‌هایی بر اساس توابع موقعیت و سرعت خواهد داشت.

$$\|C(q, \dot{q}) + G(q)\| < \beta_0 + \beta_1 \|q\| + \beta_2 \|\dot{q}\|^2 \quad (16)$$

### ۳- طراحی کنترلر

با توجه به استفاده از روش غیرمتمرکز، طراحی کنترلر برای سیستم ترکیبی بازوی رباتیکی و کوادروتور، به دو روش مستقل کنترلی یعنی کنترل کوادروتور و بازوی رباتیکی تقسیم می‌شود. شکل ۲، شماتیک کنترلی بازوی رباتیکی هوایی را نشان می‌دهد.



شکل ۲. ساختار کنترلی غیرمتمرکز بازوی رباتیکی هوایی

Fig. 2. Decentralized control structure of aerial robotic arm



۳-۱- کنترلر مد لغزشی برگشتی کوادروتور

$$z_i = \begin{cases} x_{id} - x_i \\ i \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ x_i - \dot{x}_{(i-1)d} - \alpha_{(i-1)} z_{(i-1)} \\ i \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \end{cases} \quad (19)$$

with... $\alpha_i > 0, \forall i \in [1, 12]$

$$V_i = \begin{cases} 0.5 * z_i^2 \\ i \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ 0.5 * (V_{i-1} + z_i^2) \\ i \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \end{cases} \quad (20)$$

در اعمال قانون کنترلی مد لغزشی، سطوح لغزش بر اساس خطاهای

ردیابی طراحی شده است که امکان طراحی قانون کنترلی پایدار کننده را

می‌دهد. بنابراین با استفاده از رابطه (۱۹) خواهیم داشت.

$$\begin{cases} S_\phi = z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1 \\ S_\theta = z_4 = x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 z_3 \\ S_\psi = z_6 = x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_5 z_5 \\ S_x = z_8 = x_8 - \dot{x}_{7d} - \alpha_7 z_7 \\ S_y = z_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} - \alpha_9 z_9 \\ S_z = z_{12} = x_{12} - \dot{x}_{11d} - \alpha_{11} z_{11} \end{cases} \quad (21)$$

به منظور طراحی قانون کنترلی پایدار کننده، شرایط ضروری برای

سطوح دینامیکی کنترل مد لغزشی  $\dot{S}S < 0$  بایستی برقرار باشد. در نهایت

قانون کنترلی را به صورت زیر خواهیم داشت.

از جمله مزیت‌های استفاده از کنترلر مد لغزشی می‌توان به تضمین پایداری لیاپانوف، قابلیت بررسی در همه سیستم‌های غیرخطی و در نهایت تضمین مقاوم بودن، اشاره کرد. مدل دینامیکی بیان شده در بخش قبل (رابطه (۸)) را می‌توان به فرم رابطه (۱۷) به صورت (۱۸) نوشت.

$$\dot{X} = f(X) + g(X, u) + \delta; X = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T \quad (17)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right)x_4 x_6 - \frac{k_{fax}}{I_x} x_2^2 - \frac{J_r}{I_x} \bar{\Omega} x_4 + \frac{d}{I_x} U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right)x_2 x_6 - \frac{k_{fay}}{I_y} x_4^2 + \frac{J_r}{I_y} \bar{\Omega} x_2 + \frac{d}{I_y} U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right)x_2 x_4 - \frac{k_{faz}}{I_z} x_6^2 + \frac{1}{I_z} U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{-k_{fzx}}{m} x_8 + (Cx_1 Sx_3 Cx_5 + Sx_5 Sx_1) \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = \frac{-k_{fyz}}{m} x_{10} + (Cx_1 Sx_3 Sx_5 - Sx_5 Cx_1) \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = \frac{-k_{fz}}{m} x_{12} + \frac{U_1}{m} - g \end{cases} \quad (18)$$

در ادامه با استفاده از روش مطرح شده در [۲۹] به توسعه کنترلر مد

لغزشی بر اساس روش پسگام<sup>۱</sup> پرداخته می‌شود. در نهایت، با بهره‌گیری از

روش پسگام در نقش الگوریتم بازگشتی، به طراحی قانون کنترلی با تمرکز

بر خطای ردیابی و پایداری بر اساس لیاپانوف پرداخته می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -\ddot{q}_d - M_0(q)^{-1}(C_0(q, \dot{q}) + G_0(q)) + M_0(q)^{-1}u + M_0(q)^{-1}\rho(t) \end{cases} \quad (26)$$

بعد از انتخاب سطح لغزش، به طراحی قانون کنترلی که شرط سطح لغزش رابطه (۲۷) را ارضا کند، پرداخته می‌شود.

$$S^T \dot{S} < 0 \quad (27)$$

$$u = u_{eq} + \Delta u \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)، ترم کنترلی  $u_{eq}$  به منظور محاسبه مسیر سیستم در سطح لغزش استفاده می‌شود. هنگامی که شرایط اولیه سیستم در سطح لغزش نمی‌باشد، قانون کنترلی به صورت مجموع سیگنال کنترلی با فرکانس پایین که با عنوان کنترل معادل  $u_{eq}$  به همراه سیگنال کنترلی با فرکانس بالا ( $\Delta u$ ) بیان می‌شود [۳۵]. کنترل معادل به منظور باقی ماندن حرکت سیستم در سطح لغزش و  $\Delta u$  قانون کنترلی به منظور رساندن مسیر سیستم به سطح لغزش می‌باشد.

$$u_{eq} = M_0(q)(\ddot{q}_d - \frac{a}{b}C(e_1^{\frac{a-1}{b}})) + C_0(q, \dot{q}) + G_0(q) \quad (29)$$

$$\Delta u_2 = \begin{cases} -\frac{(S^T M_0(q)^{-1})^T}{\|S^T M_0(q)^{-1}\|^2} [\|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \\ \times (\hat{b}_0 + \hat{b}_1 \|q\| + \hat{b}_2 \|q\|^2)]. \text{if } \|S^T M_0(q)^{-1}\| \geq \delta \\ -\frac{(S^T M_0(q)^{-1})^T}{\delta^2} [\|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \\ \times (\hat{b}_0 + \hat{b}_1 \|q\| + \hat{b}_2 \|q\|^2)]. \text{if } \|S^T M_0(q)^{-1}\| \leq \delta \end{cases} \quad (30)$$

در رابطه (۳۰)، ضرایب  $b_0, b_1, b_2$  متغیرهای تعریف شده در قانون کنترلی تطبیقی هستند که به صورت رابطه (۳۱) تعریف می‌شوند؛ که در آن ثوابت  $X_0, X_1$  و  $X_2$  اعداد ثابت اختیاری هستند.

$$\begin{cases} U_2 = 1/b_1 \{-q_1 \text{sign}(S_\phi) - k_1 S_\phi - a_1 x_4 x_6 \\ - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega} x_4 + \ddot{\phi}_d + \alpha_1 (\dot{\phi}_d - x_2)\} \\ U_3 = 1/b_2 \{-q_2 \text{sign}(S_\theta) - k_2 S_\theta - a_4 x_2 x_6 \\ - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega} x_2 + \ddot{\theta}_d + \alpha_3 (\dot{\theta}_d - x_4)\} \\ U_4 = 1/b_3 \{-q_3 \text{sign}(S_\psi) - k_3 S_\psi \\ - a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{\psi}_d + \alpha_5 (\dot{\psi}_d - x_6)\} ; U_1 \neq 0 \quad (22) \\ U_x = m/U_1 \{-q_4 \text{sign}(S_x) - k_4 S_x \\ - a_9 x_8 + \ddot{x}_d + \alpha_7 (\dot{x}_d - x_8)\} \\ U_y = m/U_1 \{-q_5 \text{sign}(S_y) - k_5 S_y \\ - a_{10} x_{10} + \ddot{y}_d + \alpha_9 (\dot{y}_d - y_{10})\} \\ U_1 = m/C \phi C \theta \{-q_6 \text{sign}(S_z) - k_6 S_z \\ - a_{11} x_{12} + \ddot{z}_d + \alpha_{11} (\dot{z}_d - x_{12}) + g\} \end{cases}$$

اثبات پایداری در پیوست بیان شده است.

### ۳-۲- کنترل مد لغزشی نهایی تطبیقی مقاوم بازوی رباتیکی

قانون ردیابی مسیر برای یک بازوی رباتیکی را می‌توان به رابطه (۲۳) نوشت؛ در این روش، هدف یافتن قانون کنترلی  $u$  می‌باشد که خروجی بازوی رباتیکی  $q$  مقدار مطلوب  $q_d$  را ردیابی کند [۳۱-۳۴].

$$e_1 = q - q_d \quad (23)$$

همچنین برای این هدف، سطح لغزشی نهایی رابطه (۲۴) را در نظر بگیرید.

$$S = e_2 + C e_1^{a/b} \quad (24)$$

که در رابطه بالا  $a, b$  دو عدد صحیح فرد می‌باشند و رابطه زیر برقرار می‌باشد.

$$e_2 = \dot{q} - \dot{q}_d, \quad C = \text{diag}\{c_1, \dots, c_2\}, \quad (25)$$

خطای دینامیکی متناسب با رابطه (۱۰) را می‌توان به صورت زیر نوشت.

بردار اغتشاش وارده به کل سیستم به صورت رابطه (۳۴) می‌باشد. همچنین شرایط اولیه برای بازوی رباتیکی در رابطه (۳۵) بیان شده است.

$$\begin{aligned} d_1(t) &= 0.2 \sin(3t) + 0.02 \sin(26\pi t) \\ d_2(t) &= 0.1 \sin(2t) + 0.01 \sin(26\pi t) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} [q_1(0), q_2(0)]^T &= [0.8, 0.9]^T \\ [\dot{q}_1(0), \dot{q}_2(0)]^T &= [0, 0]^T \end{aligned} \quad (35)$$

شکل ۵ ردیابی مسیر مطلوب در ماموریت بررسی دکل نفتی توسط بازوی رباتیکی هوایی را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌کنید در سناریوی پرواز آزاد کوادروتور ردیابی مسیر به صورت کامل و دقیق انجام گرفته است، با در نظر گرفتن بازوی رباتیکی متصل به کوادروتور ردیابی مسیر و پایداری در ابتدای مسیر برای چند ثانیه کاهش یافته سپس با کنترلرهای طراحی شده بازوی رباتیکی هوایی به طور کامل مسیر پروازی مطلوب را طی می‌کند. اگر بخواهیم مولفه‌های مسیر را در عملیات ردیابی به صورت جداگانه بررسی کنیم، شکل ۶ را خواهیم داشت که مولفه‌های مسیر را در کنار مرجع داده شده و خطاهای مربوطه در حضور کنترلر در سه راستا را نشان می‌دهد؛ که در کمتر از سه ثانیه ردیابی مسیر فوق برای بازوی رباتیکی هوایی انجام شده است.

نمودار سرعت و شتاب حاصله از مانور در عملیات ردیابی مسیر پروازی بازوی رباتیکی در شکل ۷ و ۸ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در ابتدای پرواز در ۲ ثانیه اول میزان تغییرات سرعت و شتاب دارای نوسان می‌باشد که بعد از آن کنترلر طراحی شده به جبران خطا پرداخته و همگرایی به صفر و کاهش نوسانات شتاب را نتیجه می‌دهد.

شکل ۹، ردیابی مسیر مطلوب را برای متغیرهای جهت گیری زوایای اویلر برای دو حالت کوادروتور و بازوی رباتیکی هوایی را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، پاسخ زمانی سیستم به ردیابی مسیر مطلوب برای زاویه رول کمتر از سه ثانیه می‌باشد که با گذشت زمان اندکی خطای ردیابی به صفر همگرا می‌شود. در ادامه برای زوایای ردیابی دیگر شامل زاویه پیچ، پاسخ زمانی برای سیستم بازوی رباتیکی دارای یک خطای ماندگار در ابتدای مسیر است که بعد از گذشت زمان حدود ۱۵ ثانیه خطای مجموعه به صفر همگرا می‌شود.

$$\begin{aligned} \hat{b}_0 &= x_0 \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \\ \hat{b}_1 &= x_1 \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \|q\| \\ \hat{b}_2 &= x_2 \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \|\dot{q}\|^2 \end{aligned} \quad (31)$$

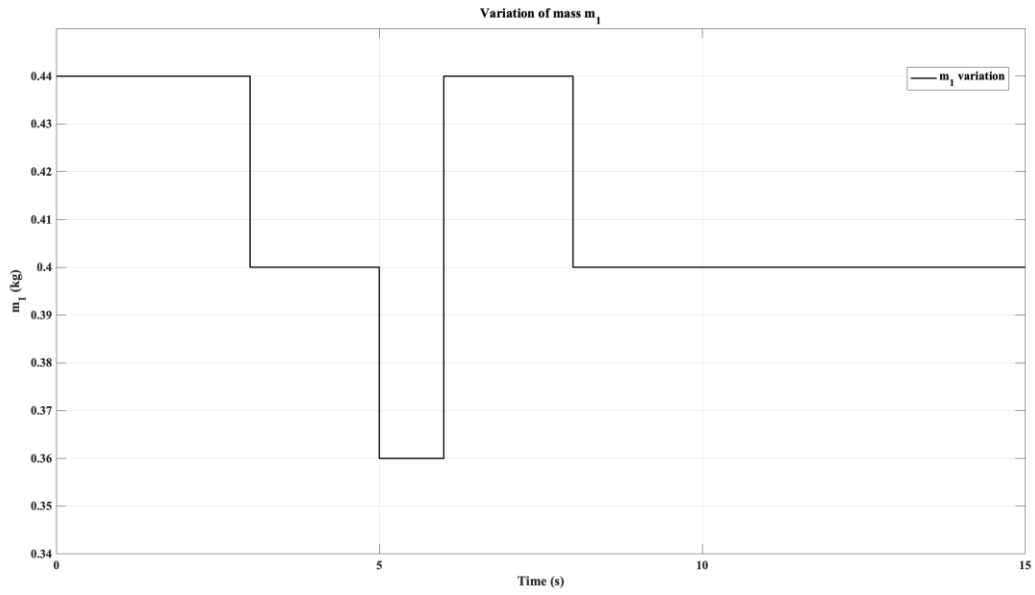
اثبات پایداری در پیوست بیان شده است.

#### ۴- نتایج و تحلیل

به منظور بررسی عملکرد کنترلی و رفتار مدل کویل شده بازوی رباتیکی و کوادروتور، بردار نیروها و گشتاور اعمالی از بازوی رباتیکی به عنوان اغتشاش خارجی به کوادروتور اعمال می‌شود. شبیه‌سازی فوق برای ماموریت بررسی یک دکل نفتی با فرض بازوی رباتیکی دو درجه آزادی و کوادروتور با چهار پره با مشخصات قید شده در جدول ۲ بررسی شده است. عدم قطعیت در جرم بازوی رباتیکی به صورت شکل‌های ۳ و ۴ می‌باشد که این مهم در عدم قطعیت مولفه‌های ماتریس ممان اینرسی، شتاب کوریولیس و گشتاور گرانشی و در نهایت در کل بازوی رباتیکی هوایی تاثیر می‌گذارد، توسط رابطه ۳۲ و ۳۳ بیان می‌شود.

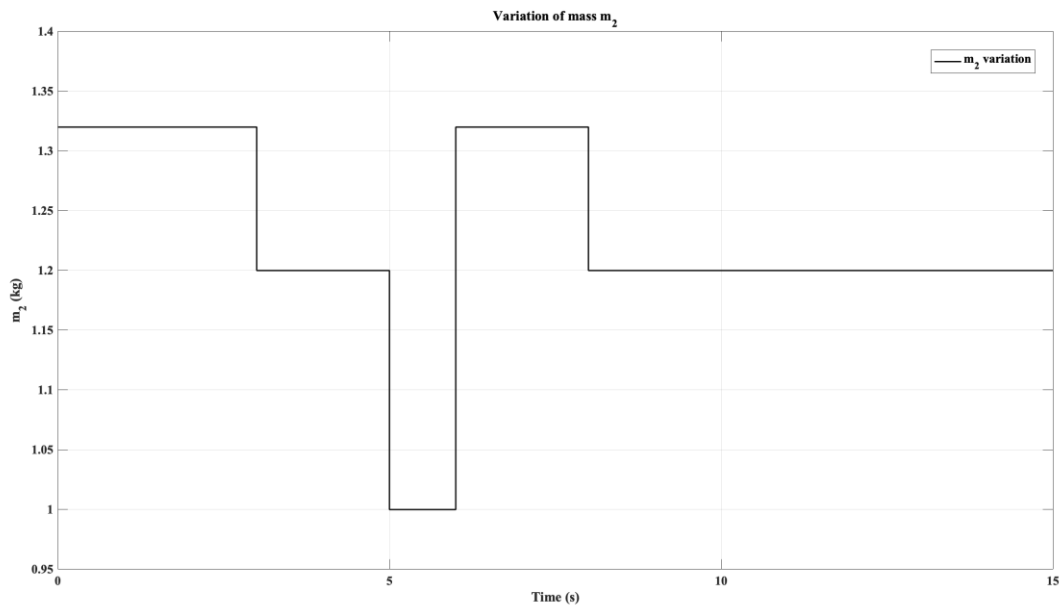
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{12}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1(q, \dot{q}) \\ C_2(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} G_1(q) \\ G_2(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{cases} M_{11}(q) = (m_1 + m_2)L_1^2 + m_2L_2^2 \\ \quad + 2m_2L_1L_2\cos(q_2) + J_1 \\ M_{12}(q) = m_2L_2^2 + m_2L_1L_2\cos(q_2) \\ \quad M_{22}(q) = m_2L_2^2 + J_2 \\ C_1(q, \dot{q}) = -m_2L_1L_2\sin(q_2)\dot{q}_1^2 \\ \quad - 2m_2L_1L_2\sin(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 \\ C_2(q, \dot{q}) = m_2L_1L_2\sin(q_2)\dot{q}_2 \\ G_1(q) = (m_1 + m_2)L_1\cos(q_2) \\ \quad \times m_2L_2\cos(q_1 + q_2) \\ G_2(q) = m_2L_2\cos(q_1 + q_2) \end{cases} \quad (33)$$



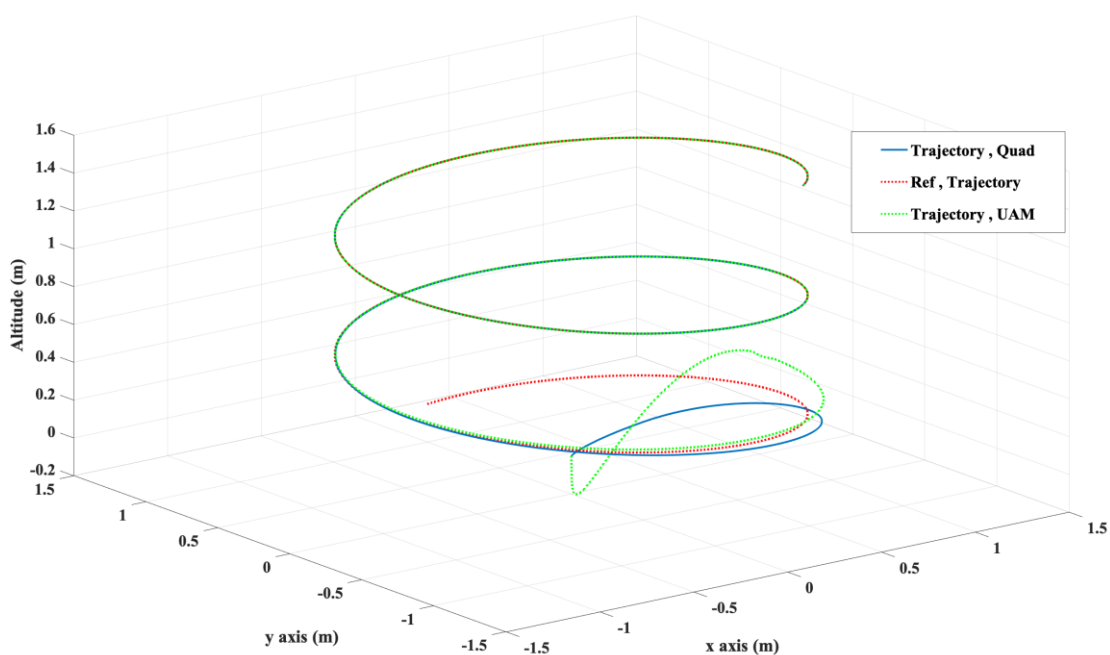
شکل ۳. تغییرات جرم  $m_1$

Fig. 3. Variation of mass  $m_1$



شکل ۴. تغییرات جرم  $m_2$

Fig. 4. Variation of mass  $m_2$



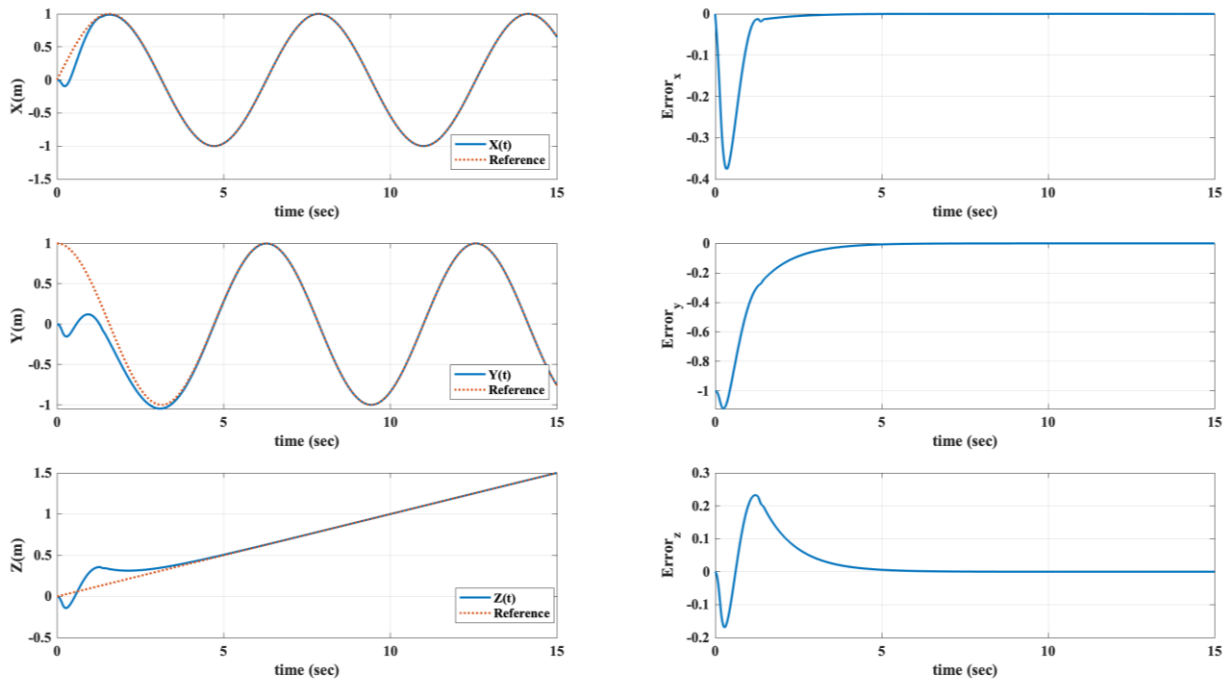
شکل ۵. ردیابی مسیر در ماموریت بررسی دکل نفتی در حضور کنترلر جدید تطبیقی لغزشی بازگشتی

Fig. 5. Path tracking in oil rig inspection mission in the presence of a novel adaptive sliding backstepping controller

جدول ۲. مشخصات عملکردی و کنترلی کوادروتور

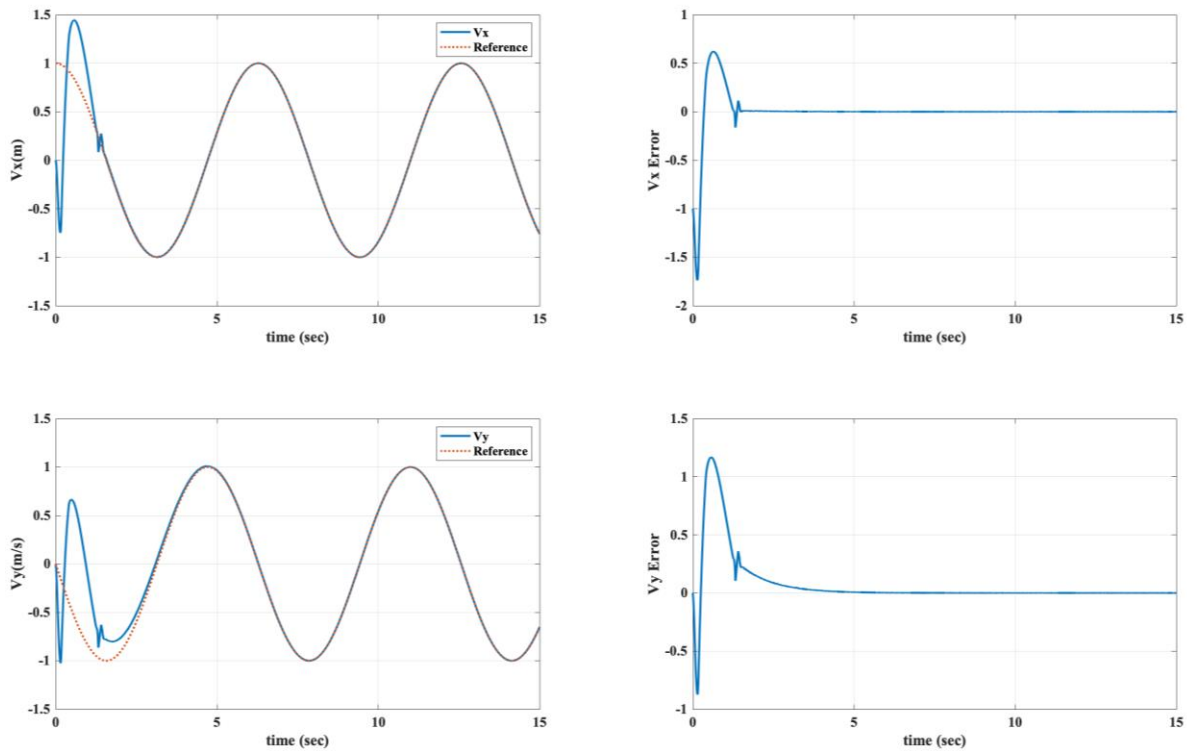
Table 2. Quadrotor performance and control specifications

مقدار	پارامتر
۴ kg	$m$
۰/۲۵ m	$a_1$
۰/۳۵ m	$a_2$
۰/۴ kg	$m_1$
۱/۲ kg	$m_2$
۲۵ cm	$d$
$(۳/۸۲۷۸; ۳/۸۲۸۸; ۷/۶۵۶۶) * 10^{-1} N.m/rad/s^2$ ماتریس قطری	$J$
$(۵/۵۶۷۰; ۵/۵۶۷۰; ۶/۳۵۴۰) * 10^{-1} N /rad/s$ ماتریس قطری	$K_{fa}$
$(۵/۵۶۷۰; ۵/۵۶۷۰; ۶/۳۵۴۰) * 10^{-1} N /m/s$ ماتریس قطری	$K_{ft}$
$۲/۸۳۸۵ * 10^{-1} N.m/rad/s^2$	$J_r$
۱۸۹/۶۳	$\beta_0$
۶/۰۶۱۲	$\beta_1$
۰/۰۱۲۲	$\beta_2$



شکل ۶. ردیابی مسیر و خطای ردیابی در سه راستای  $x, y, z$  در حضور کنترلر جدید تطبیقی لغزشی بازگشتی

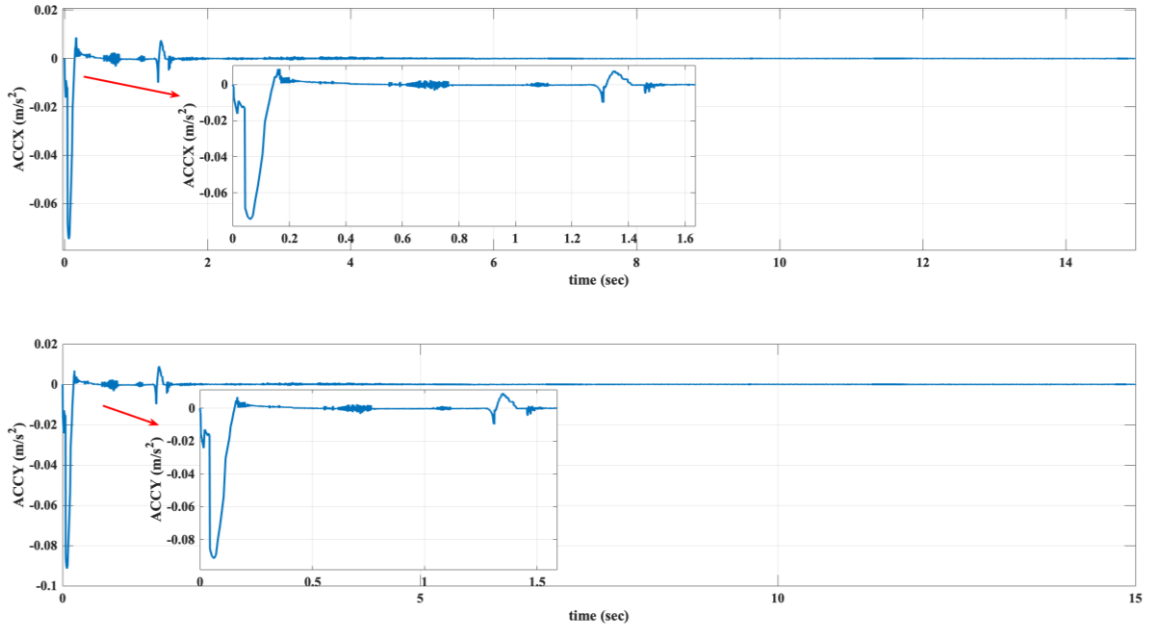
Fig. 6. Path tracking and tracking error in three directions  $x, y, z$  in the presence of a new adaptive sliding backstepping controller



شکل ۷. سرعت و خطای سرعت در طول ردیابی مسیر در دوراستای  $x, y$  در حضور کنترلر تطبیقی لغزشی بازگشتی

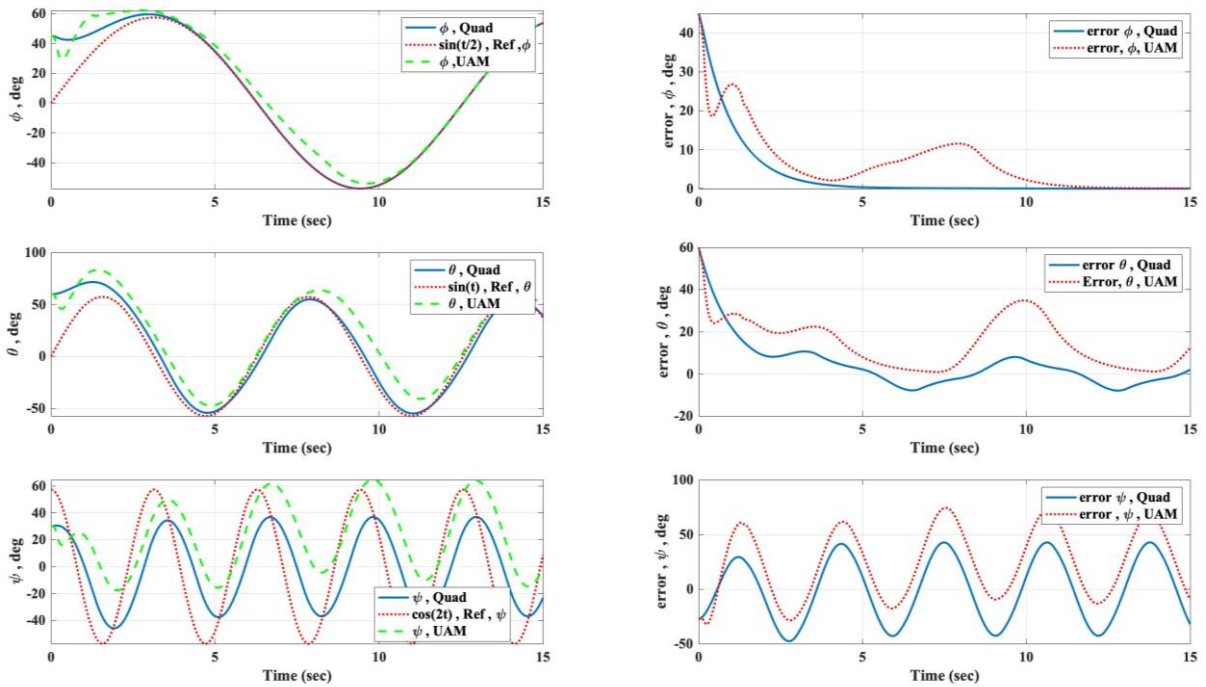
Fig. 7. Velocity and velocity error during path tracking in  $x, y$  distance in the presence of an adaptive sliding backstepping controller





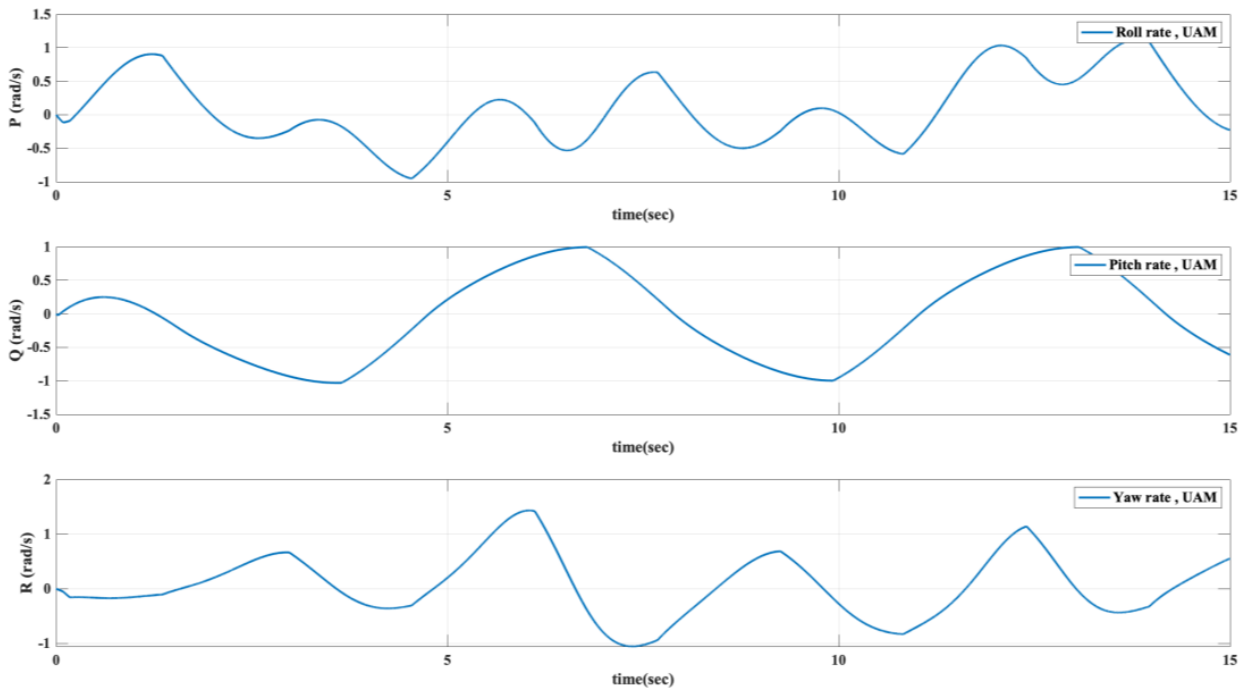
شکل ۸. شتاب وارد بر بازوی رباتیکی هوایی در ردیابی مسیر پرواز

Fig. 8. Acceleration applied to an aerial robotic arm in path tracking flight



شکل ۹. ردیابی زوایای مسیر مطلوب و خطاهای ایجاد شده در طول زمان برای کانال رول، پیچ و هدینگ

Fig. 9. Desired tracking and error in roll, pitch and yaw angles



شکل ۱۰. نمایش رفتار سینماتیکی در نرخ رول، نرخ پیچ و نرخ هدینگ برای بازوی رباتیکی هوایی

Fig. 10. Representation of kinematic behavior in roll rate, pitch rate, and heading rate for an aerial robotic arm

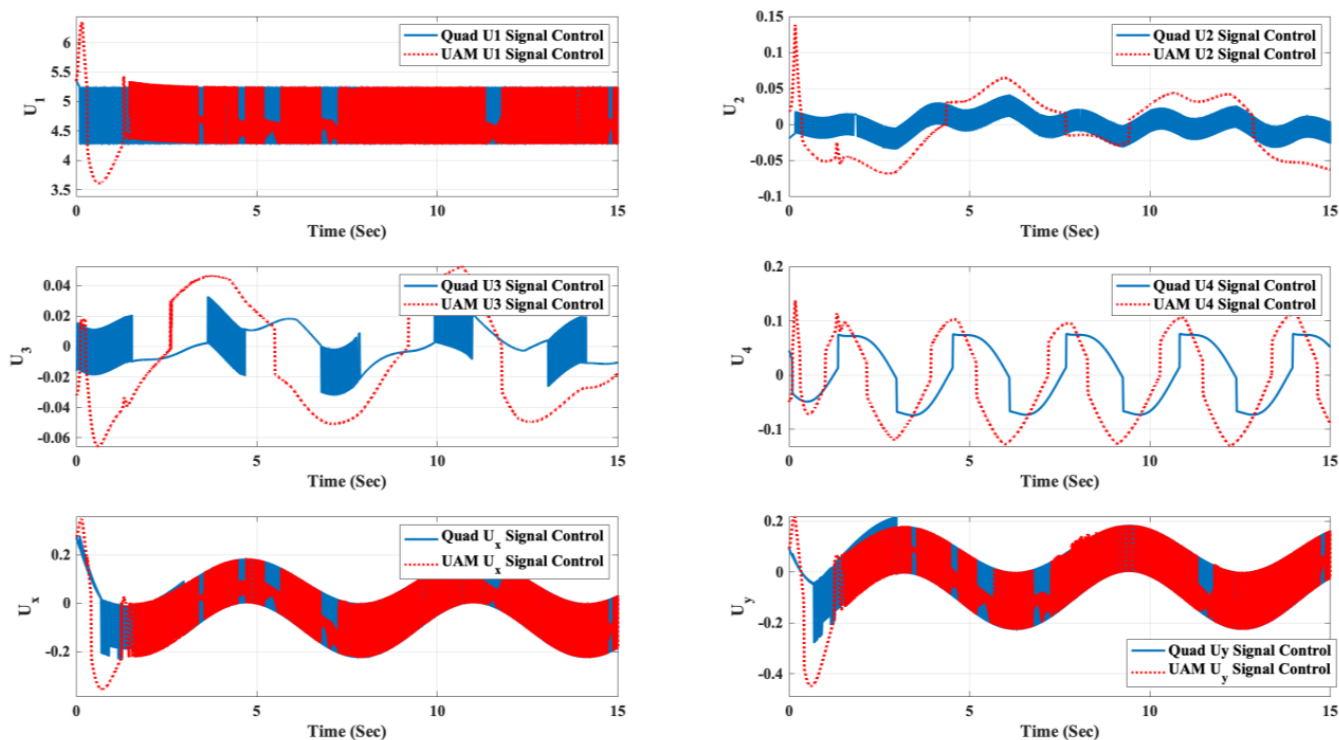
#### ۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله، به طراحی یک سیستم کنترلی پایدارکننده برای بازوی رباتیک هوایی با استفاده از روش کنترلی غیرمتمرکز پرداخته شد. ابتدا یک کنترلر مد لغزشی برگشتی برای کوادروتور طراحی شد و سپس یک کنترلر مد لغزشی تطبیقی مقاوم برای بازوی رباتیک بر اساس اثبات پایداری لیاپانوف ارائه گردید. در ادامه، مدل دینامیکی غیرخطی کوادروتور و بازوی رباتیکی دو درجه آزادی شبیه‌سازی شدند. کنترلر پیشنهادی می‌تواند در مدت زمان محدودی، بازوی رباتیک هوایی را در حضور اغتشاشات، نیروها و گشتاورهای وارده پایدار کند. برای ارزیابی عملکرد، مأموریت ردیابی مسیر به منظور بررسی یک دکل نفتی در مسیری دایره‌ای طراحی شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که با استفاده از این کنترلر، عملکرد ردیابی مسیر بهبود یافته و خطای ردیابی موقعیت و وضعیت به صفر نزدیک شده است. در نهایت، شبیه‌سازی ربات پرنده کوادروتور مجهز به بازوی رباتیکی دو درجه آزادی در حضور عدم قطعیت‌ها انجام شد که نتایج آن حاکی از

همچنین برای زاویه هدینگ، خطای ردیابی تا انتهای مسیر ردیابی ماندگار می‌باشد که این می‌تواند به دلیل نوع مأموریت باشد.

با بررسی رفتار سینماتیکی بازوی رباتیکی هوایی فوق در حضور اغتشاش در شکل ۱۰، سه نمودار مجزا شامل نرخ چرخشی (رول)، نرخ پیچشی (پیچ) و نرخ یاو وسیله پرنده نشان داده شده است. رفتار نوسانی در شکل فوق نشان دهنده پویایی وسیله در پاسخ به شرایط مختلف پروازی یا اعمال کنترلی است. این رفتار ممکن است ناشی از وجود عوامل خارجی مانند باد، اغتشاشات یا خصوصیات کنترل باشد. با توجه به محدود بودن دامنه نوسانات فوق عملکرد سامانه کنترلی در پرواز، خوب ارزیابی می‌شود.

شکل ۱۱، مقایسه‌ای از رفتار سیگنال کنترلی تطبیقی لغزشی بازگشتی برای بازوی رباتیکی و لغزشی نهایی برای کوادروتور را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود به جز در ۲ ثانیه ابتدای حرکت، سیگنال کنترلی برای هر دو مجموعه رفتاری با تلاش کنترلی محدود دارد.



شکل ۱۱. مقایسه سیگنال کنترلی طراحی شده برای دو مجموعه کوادروتور و بازوی رباتیکی هوایی

Fig. 11. Comparison of designed control signals for two quadrotor sets and an aerial robotic arm

$$\begin{cases} V_2 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 \\ z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1 \end{cases} \quad (36)$$

با استفاده از قوانین کنترلی بیان شده در روابط (۱۹) و (۲۰)، روابط (۳۷) و (۳۸) نتیجه می‌شود.

$$S_\phi = z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1 \quad (37)$$

$$V_2 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}S_\phi^2 \quad (38)$$

در ادامه با مشتق گیری نسبت به زمان، رابطه (۳۹) نتیجه می‌شود.

دستیابی به عملکرد مطلوب در ردیابی سریع و دقیق مسیر در مدت زمان محدود با کنترلرهای پیشنهادی بود. بررسی عملکرد کنترلر فوق در رویکرد متمرکز که کوپلینگ شدید دینامیکی وجود دارد، همچنین به کارگیری شبکه‌های عصبی در ساختار کنترلی به منظور کاهش تلاش کنترلی و در نهایت استفاده از ساختار سخت افزار در حلقه و تست کنترلر فوق در محیط عملیاتی در حضور نویز را می‌توان در کارها و مراحل تحقیقاتی آینده پیش برد.

#### ۶- پیوست

##### ۶-۱- بررسی پایداری لیپانوف کنترلر کوادروتور

به منظور بررسی پایداری لیپانوف کنترلر طراحی شده برای کوادروتور، تابع کاندید لیپانوف رابطه (۳۶) را برای مسئله ردیابی مسیر در نظر بگیرید.

$$\tilde{b}_i = b_i - \hat{b}_i, i \in \{0, 1, 2\} \quad (45)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۴۴) نسبت به زمان و استفاده از قانون کنترلی رابطه (۲۸) برای شرط اول رابطه (۳۰)، عبارت زیر حاصل می‌گردد.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & S^T [-\ddot{q}_d - M_0(q)^{-1}(C_0(q, \dot{q}) \\ & + G_0(q)) + M_0(q)^{-1}(u_{eq} + \Delta u_2) + M_0(q)^{-1} \\ & + \rho(t) + \frac{a}{b} C \text{diag}\{e_1^{a/b-1}\} e_2] - \sum_{i=0}^2 x_i^{-1} \tilde{b}_i \dot{b}_i \end{aligned} \quad (46)$$

با ساده‌سازی رابطه فوق و استفاده از قانون کنترل تطبیقی بیان شده در رابطه (۳۰) عبارت (۴۷) بدست می‌آید؛ که بیان‌کننده پایداری لیاپانوف است.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & S^T M_0(q)^{-1} \rho(t) - \\ & [S^T M_0(q)^{-1} \frac{(S^T M_0(q)^{-1})^T}{\|S^T M_0(q)^{-1}\|^2} \\ & \times \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| (\hat{b}_0 + \hat{b}_1 \|q\| + \hat{b}_2 \|\dot{q}\|^2)] - \sum_{i=0}^2 x_i^{-1} \tilde{b}_i \dot{b}_i \\ \dot{V} = & S^T M_0(q)^{-1} \rho(t) \\ & - \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| (\hat{b}_0 + \hat{b}_1 \|q\| + \hat{b}_2 \|\dot{q}\|^2) \\ & - \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \|q\| + \tilde{b}_2 \|\dot{q}\|^2) = \\ & S^T M_0(q)^{-1} \rho(t) - \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| \\ & \times (b_0 + b_1 \|q\| + b_2 \|\dot{q}\|^2) \leq \\ & \|S\| \|M_0(q)^{-1}\| (\|\rho(t)\| - (b_0 + b_1 \|q\| + b_2 \|\dot{q}\|^2)) < 0 \end{aligned} \quad (47)$$

#### ۷- نمادها

$C$	مولفه ماتریس سانتریفیوژی و کوریولیس
$d$	فاصله مرکز جرم کوادروتور و مرکز پره (m)
$F$	نیروی (بالابر، درگ و پیشرانش)
$G$	مولفه گرانشی گشتاور بازو
$K_d$	ضریب درگ
$K_f$	ضریب اصطکاک آیرودینامیکی
$J$	ماتریس ممان اینرسی

$$\begin{cases} \dot{V}_2 = z_1 \dot{z}_1 + S_\phi \dot{S}_\phi \\ \dot{V}_2 = z_1 \dot{z}_1 + S_\phi \begin{cases} a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 \\ + a_3 x_4 \bar{\Omega} + b_1 U_2 \\ - \ddot{\phi}_d - \alpha_1 (\dot{\phi}_d - x_2) \end{cases} \end{cases} \quad (39)$$

که در آن

$$a_1 = \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \right), \quad a_2 = \frac{-k_{fax}}{I_x}, \quad a_3 = \frac{-J_r}{I_x} \quad (40)$$

قانون اعمالی برای سطح لغزش، که شرط رابطه (۴۱) را برقرار کند به صورت (۴۲) می‌باشد

$$S_\phi \dot{S}_\phi < 0 \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_\phi = & -q_1 \text{sign}(S_\phi) - k_1 S_\phi = \\ \dot{x}_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 \dot{z}_1 = & a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 \\ & + a_3 x_4 \bar{\Omega} + b_1 U_2 - \ddot{\phi}_d - \alpha_1 (\dot{\phi}_d - x_2) \end{aligned} \quad (42)$$

و در نهایت با توجه به روش بازگشتی، سیگنال کنترلی  $U_2$  به صورت رابطه (۴۳) استخراج می‌شود.

$$\begin{aligned} U_2 = & \frac{1}{b_1} \{-q_1 \text{sign}(S_\phi) - k_1 S_\phi - a_1 x_4 x_6 \\ & - a_2 x_2^2 - a_3 x_4 \bar{\Omega} - b_1 U_2 + \ddot{\phi}_d + \alpha_1 (\dot{\phi}_d - x_2)\} \end{aligned} \quad (43)$$

#### ۶-۲ بررسی پایداری لیاپانوف کنترلر بازوی رباتیکی

به منظور اثبات پایداری لیاپانوف بازوی رباتیکی، تابع مثبت معین (۴۴)، که تابع کاندید لیاپانوف است را در نظر بگیرید.

$$V = \frac{1}{2} S^T S + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^2 x_i^{-1} \tilde{b}_i^2 \quad (44)$$

control for an aerial manipulator opening a hinged door, in: 2019 19th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), IEEE, 2019, pp. 986-991.

$m$  جرم کوادروتور (kg)

$M$  ماتریس ممان اینرسی بازو

$R$  ماتریس انتقال

$S()$  ماتریس پادمتقارن

$U$  سیگنال کنترلی

$V$  تابع کاندید لیاپانوف

$\beta$  ضرایب مثبت کنترلر

$\Omega$  سرعت زاویه‌ای

$\varphi$  زاویه رول (deg)

$\theta$  زاویه پیچ (deg)

$\psi$  زاویه سمت (deg)

$\rho$  ترم عدم قطعیت

$\zeta$  موقعیت مرکز جرم نسبت به اینرسی

$I$  گشتاور اعمالی بر کوادروتور

[6] J. Thomas, G. Loianno, K. Sreenath, V. Kumar, Toward image based visual servoing for aerial grasping and perching, in: 2014 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA), IEEE, 2014, pp. 2113-2118.

[7] D. Mellinger, Q. Lindsey, M. Shomin, V. Kumar, Design, modeling, estimation and control for aerial grasping and manipulation, in: 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE, 2011, pp. 2668-2673.

[8] M. Orsag, C. Korpela, P. Oh, S. Bogdan, A. Ollero, Aerial manipulation, Springer, 2018.

[9] C. Zha, X. Ding, Y. Yu, X. Wang, Quaternion-based nonlinear trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle, Chinese Journal of Mechanical Engineering, 30(1) (2017) 77-92.

[10] O. Mofid, S. Mobayen, C. Zhang, B. Esakki, Desired tracking of delayed quadrotor UAV under model uncertainty and wind disturbance using adaptive super-twisting terminal sliding mode control, ISA transactions, 123 (2022) 455-471.

[11] O. Mofid, S. Mobayen, W.-K. Wong, Adaptive terminal sliding mode control for attitude and position tracking control of quadrotor UAVs in the existence of external disturbance, IEEE access, 9 (2020) 3428-3440.

[12] O. Mofid, S. Mobayen, Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties, ISA transactions, 72 (2018) 1-14.

[13] Q. Fang, P. Mao, L. Shen, J. Wang, A global fast terminal sliding mode control for trajectory tracking of unmanned aerial manipulation, Measurement and Control, 56(3-4) (2023) 763-776.

[14] Q.V. Doan, A.T. Vo, T.D. Le, H.-J. Kang, N.H.A. Nguyen, A novel fast terminal sliding mode tracking control methodology for robot manipulators, Applied Sciences, 10(9) (2020) 3010.

## منابع

- [1] J.K. Stolaroff, C. Samaras, E.R. O'Neill, A. Lubers, A.S. Mitchell, D. Ceperley, Energy use and life cycle greenhouse gas emissions of drones for commercial package delivery, Nature communications, 9(1) (2018) 409.
- [2] M.A. Trujillo, J.R. Martínez-de Dios, C. Martín, A. Viguria, A. Ollero, Novel aerial manipulator for accurate and robust industrial NDT contact inspection: A new tool for the oil and gas inspection industry, Sensors, 19(6) (2019) 1305.
- [3] D. Brescianini, R. D'Andrea, Computationally efficient trajectory generation for fully actuated multirotor vehicles, IEEE Transactions on Robotics, 34(3) (2018) 555-571.
- [4] S. Shimahara, S. Leewiwatwong, R. Ladig, K. Shimonomura, Aerial torsional manipulation employing multi-rotor flying robot, in: 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE, 2016, pp. 1595-1600.
- [5] D. Lee, D. Jang, H. Seo, H.J. Kim, Model predictive

- disturbed quadrotor unmanned aerial vehicles, *Aerospace Science and Technology*, 121 (2022) 107337.
- [26] M. Orsag, C. Korpela, P. Oh, S. Bogdan, M. Orsag, C. Korpela, P. Oh, S. Bogdan, *Aerial manipulator dynamics, Aerial Manipulation*, (2018) 123-163.
- [27] G. Heredia, A. Jimenez-Cano, I. Sanchez, D. Llorente, V. Vega, J. Braga, J. Acosta, A. Ollero, Control of a multirotor outdoor aerial manipulator, in: 2014 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems, IEEE, 2014, pp. 3417-3422.
- [28] V. Lippiello, F. Ruggiero, Cartesian impedance control of a UAV with a robotic arm, *IFAC Proceedings Volumes*, 45(22) (2012) 704-709.
- [29] T.N. Truong, A.T. Vo, H.-J. Kang, Neural network-based sliding mode controllers applied to robot manipulators: A review, *Neurocomputing*, (2023) 126896.
- [30] S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh, Z. Man, Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode, *Automatica*, 41(11) (2005) 1957-1964.
- [31] Y.-C. Huang, T.-Z. Li, Fuzzy terminal sliding-mode controller for robotic manipulators, in: *IEEE International Conference on Mechatronics, 2005. ICM'05.*, IEEE, 2005, pp. 858-863.
- [32] C. Abdallah, D.M. Dawson, P. Dorato, M. Jamshidi, Survey of robust control for rigid robots, *IEEE Control Systems Magazine*, 11(2) (1991) 24-30.
- [33] W. Dongmei, The design of terminal sliding controller of two-link flexible manipulators, in: 2007 IEEE International Conference on Control and Automation, IEEE, 2007, pp. 733-737.
- [34] X. Yu, M. Zhihong, On finite time mechanism: terminal sliding modes, in: *Proceedings. 1996 IEEE International Workshop on Variable Structure Systems.-VSS'96-*, IEEE, 1996, pp. 164-167.
- [35] A. Boubakir, F. Boudjema, S. Labiod, A neuro-fuzzy-sliding mode controller using nonlinear sliding surface applied to the coupled tanks system, *International Journal of Automation and Computing*, 6 (2009) 72-80.
- [15] T.N. Truong, A.T. Vo, H.-J. Kang, A backstepping global fast terminal sliding mode control for trajectory tracking control of industrial robotic manipulators, *IEEE Access*, 9 (2021) 31921-31931.
- [16] J. Zhai, G. Xu, A novel non-singular terminal sliding mode trajectory tracking control for robotic manipulators, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 68(1) (2020) 391-395.
- [17] M. Zhihong, M. O'day, X. Yu, A robust adaptive terminal sliding mode control for rigid robotic manipulators, *Journal of Intelligent and Robotic systems*, 24 (1999) 23-41.
- [18] M. Zhihong, X. Yu, Adaptive terminal sliding mode tracking control for rigid robotic manipulators with uncertain dynamics, *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, 40(3) (1997) 493-502.
- [19] W.-H. Chen, J. Yang, L. Guo, S. Li, Disturbance-observer-based control and related methods—An overview, *IEEE Transactions on industrial electronics*, 63(2) (2015) 1083-1095.
- [20] Z. Samadikhoshkho, S. Ghorbani, F. Janabi-Sharifi, K. Zareinia, Nonlinear control of aerial manipulation systems, *Aerospace Science and Technology*, 104 (2020) 105945.
- [21] F. Caccavale, G. Giglio, G. Muscio, F. Pierri, Adaptive control for UAVs equipped with a robotic arm, *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3) (2014) 11049-11054.
- [22] X. Song, S. Hu, Hierarchy-based adaptive generalized predictive control for aerial grasping of a quadrotor manipulator, *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 24 (2019) 451-458.
- [23] E. Yilmaz, H. Zaki, M. Unel, Nonlinear adaptive control of an aerial manipulation system, in: 2019 18th European control conference (ECC), IEEE, 2019, pp. 3916-3921.
- [24] F. Pierri, G. Muscio, F. Caccavale, An adaptive hierarchical control for aerial manipulators, *Robotica*, 36(10) (2018) 1527-1550.
- [25] M. Pouzesh, S. Mobayen, Event-triggered fractional-order sliding mode control technique for stabilization of



چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

H. Ghaffari, M.A Amiri Atashgah, Adaptive Terminal Sliding Mode Control for the UAM in the Present of Uncertainty, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 56(8) (2024) 1099-1120.

DOI: [10.22060/mej.2025.23502.7771](https://doi.org/10.22060/mej.2025.23502.7771)



