

Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 56(11) (2025) 1537-1554 DOI: 10.22060/mej.2025.23387.7752

Evaporation of line droplets on a substrate: Energy Minimization Method

Mehrnaz Oveysi, Vahid Bazargan 🕑 *

Faculty of Mechanical Engineering, Tehran University, Tehran, Iran

ABSTRACT: Line droplets are sessile droplets with finite length and width. The drops can be represented by assuming two spherical caps at each end and a rectangular part in the middle. This study examines the behavior of the contact line of line droplets with different shapes and aspect ratios as they evaporate. We suggest a new method using the different solid-gas interfacial tensions for dry vs. a previously wet substrate to determine the shape of the droplet during evaporation. The pinning of the contact line of line droplets leads to the outward evaporation-induced flow toward the contact line as previously described for spherical and infinite cylindrical droplets. During the evaporation of these droplets on a surface, it is observed that the contact line at the droplet ends recedes at higher contact angles than droplets with a circular footprint. Furthermore, we find the local evaporation rate at the surface of the droplet and study the internal flow generated as a result of evaporation. The outward flow velocity toward the ends along the droplet is higher compared to the flow velocity toward the sides.

Review History:

Received: Dec. 06, 2024 Revised: Feb. 13, 2025 Accepted: Feb. 28, 2025 Available Online: Mar. 13, 2025

Keywords:

Line Droplet Evaporation Phase Change Contact Line Surface Tension

1-Introduction

Droplet evaporation on surfaces occurs in everyday life and various applications, with most studies focusing on evaporation in air, where vapor transport follows a diffusioncontrolled model. However, in a pure vapor environment, kinetic theory governs evaporation [1]. The droplet shape during evaporation depends on whether the contact area, contact angle, or both remain constant [2]. Evaporation also induces internal flow due to surface tension forces or Marangoni effects, influencing particle deposition, such as in the "coffee ring" effect [3].

While extensive research has been conducted on pointlike droplets, studies on the evaporation of linear droplets remain limited. Cylindrical droplets with different aspect ratios have been investigated using micron-scale techniques [7] and inkjet printing [8]. Experimental studies indicate that evaporation dynamics depend on droplet shape, size, and spacing. The evaporation rate of peripheral linear droplets with high aspect ratios exceeds that of isolated droplets in the absence of Marangoni flow, whereas in its presence, peripheral droplets evaporate more slowly than central ones [9]. Unlike point-like droplets, linear droplets can exhibit both pinned and free contact lines simultaneously, adding complexity to the evaporation process. Prior studies have analyzed potential flow and Stokes flow in elongated cylindrical droplets with

various contact line conditions [10–12].

Most studies assume infinitely long cylindrical droplets, overlooking the role of their ends, where high evaporation rates cause significant shrinkage. This study develops an energy-based model that considers contact line variations along both the lateral sides and ends of linear droplets, providing a three-dimensional solution for evaporation rate distribution and velocity fields.

2- Methodology

This study first develops a model that describes the droplet's geometry during evaporation, including contact line behavior, using an energy minimization approach. Based on the droplet's geometry for the remaining fluid volume, the evaporation rate distribution is then determined under a quasi-steady regime and diffusion-controlled conditions. Finally, the evaporation-induced flow inside the linear droplet is approximated using the potential flow assumption. The evaporation process is assumed to be diffusion-controlled, meaning that vapor transport around the droplet is the primary factor governing the evaporation rate. This assumption aligns with environmental conditions and guasi-steady evaporation on surfaces and has yielded reliable results in previous studies [1,2]. The internal flow field is computed using the potential flow assumption, which is particularly valid when there

*Corresponding author's email: vbazargan@ut.ac.ir



Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.



Fig. 1. Line droplet from (a) side-view and (b) top-view



Fig. 2. The outward velocity vectors across the droplet at (a) the zy plane and (b) zx plane. Cross sections are taken at the middle of the droplet.

are no significant temperature or viscosity gradients within the droplet. Prior studies have shown that potential flow models provide reliable results for spherical and cylindrical droplets, offering a simpler alternative to more complex Navier-Stokes-based models [3,4]. Additionally, the droplet's surface properties, such as interfacial tensions, are assumed to remain constant during evaporation. Under the assumption that internal flow occurs on a much shorter timescale than evaporation [13], the droplet shape is determined by minimizing surface energy for a given volume [14,15].

The droplet's contact line is assumed to move through three distinct stages. In the fully pinned stage, the droplet's footprint remains fixed while the contact angle decreases. In the partially pinned stage, both the contact angle and droplet length decrease, but the droplet width remains unchanged until the length disappears. In the fully free stage, the contact angle remains constant, and the droplet width decreases. When a linear droplet is printed on a surface, the contact angle θ is considered uniform at all points. The linear droplet consists of a cylindrical central section of length L and two spherical caps with an initial radius R at each end, as shown in Figure 1. Similar to spherical droplets, at any arbitrary point where L/R > 1, the geometry of the linear droplet leads to a non-uniform evaporation rate across its surface. For nonaxisymmetric geometries such as linear droplets, this results in complex contact line behavior at different locations around the droplet, which is closely linked to the intricate internal flow dynamics.

3- Results and Discussion

Our results show that the pinned contact line of linear droplets induces an outward evaporation-driven flow toward the contact line, as previously described for infinite cylindrical and spherical droplets in earlier studies [13,11]. However, for linear droplets with an aspect ratio of L/R > 1, evaporation at the two ends is significantly higher than at the droplet's center. A higher evaporation rate implies a greater tendency

for fluid to move toward these regions. Consequently, the outward flow velocity toward the droplet's ends is higher than the lateral flow velocity, as illustrated in Figure 2. However, this flow does not necessarily compensate for the high evaporation rate. Figure 2 demonstrates that at the droplet's ends, the contact line retracts at a much higher contact angle than that of spherical droplets. This increased receding contact angle occurs while the droplet's width remains constant, but its length decreases. For droplets with higher aspect ratios, the contact angle at which the two ends start to retract is greater, resulting in a shorter fully pinned contact line stage. Therefore, the stronger outward flow toward the droplet's ends contrasts with the faster retraction of linear droplets.

Additionally, we can conclude that the contact angle at which the two spherical end caps merge (i.e., when L = 0 and the droplet footprint becomes circular) corresponds to the receding contact angle of a point-like droplet. This result is independent of the droplet's initial shape and equilibrium contact angle. This finding aligns well with our model's initial assumptions and shows good agreement with previous experimental results on spherical droplets [14].

4- Conclusion

In this paper, a new method is presented for studying the evaporation of linear droplets with different shapes and length-to-width ratios. The use of a general method that minimizes the surface tension energies allows for the study of more complex shapes. This method enables the decoupling of evaporation, fluid momentum, and contact line equations, making it applicable to any desired droplet shape. Our results show that during the evaporation of linear droplets, while the fluid momentum and evaporation equations are essentially similar to those of spherical droplets adhering to a surface, the complex behavior of the contact line in different regions of the droplet influences the flow field resulting from evaporation inside the droplet.

References

- Y. Shen, F. Kang, Y. Cheng, P. Liu, X. Wang, K. Zhang, Numerical and theoretical analysis of sessile droplet evaporation in a pure vapor environment, Symmetry, 14(5) (2022) 886.
- [2] J.M. Stauber, S.K. Wilson, B.R. Duffy, K. Sefiane, On the lifetimes of evaporating droplets with related initial and receding contact angles, Phys. Fluids, 27(12) (2015).
- [3] T.W. Van Der Heijden, A.A. Darhuber, P. Van Der Schoot, Macroscopic model for sessile droplet evaporation on a flat surface, Langmuir, 34(41) (2018) 12471–12481.
- [4] H.-H. Sun, et al., Evaporation of saline colloidal droplet and deposition pattern, Chin. Phys. B, 29(1) (2020) 014701.
- [5] H. Liu, J. Deng, Influence of Marangoni effect on heat and mass transfer during evaporation of sessile microdroplets, Micromachines, 13(11) (2022) 1968.
- [6] B. Mansoor, W. Chen, Nanoparticle deposition pattern during colloidal droplet evaporation as in-situ investigated by low-field NMR: The critical role of bound water, J. Colloid Interface Sci., 613 (2022) 709–719.
- [7] R. Sharma, C.Y. Lee, J.H. Choi, K. Chen, M.S. Strano, Nanometer positioning, parallel alignment, and placement of single anisotropic nanoparticles using hydrodynamic forces in cylindrical droplets, Nano Lett., 7(9) (2007) 2693–2700.

- [8] B. De Gans, P.C. Duineveld, U.S. Schubert, Inkjet printing of polymers: state of the art and future developments, Adv. Mater., 16(3) (2004) 203–213.
- [9] A. Aboubakri, Y. Akkus, A.K. Sadaghiani, K. Sefiane, A. Koşar, Computational and experimental investigations on the evaporation of single and multiple elongated droplets, Chem. Eng. J. Adv., 10 (2022) 100255.
- [10] A. Petsi, V. Burganos, Potential flow inside an evaporating cylindrical line, Phys. Rev. E, 72(4) (2005) 047301.
- [11] A. Petsi, V. Burganos, Stokes flow inside an evaporating liquid line for any contact angle, Phys. Rev. E, 78(3) (2008) 036324.
- [12] H. Masoud, J.D. Felske, Analytical solution for Stokes flow inside an evaporating sessile drop: Spherical and cylindrical cap shapes, Phys. Fluids, 21(4) (2009).
- [13] H. Hu, R.G. Larson, Analysis of the effects of Marangoni stresses on the microflow in an evaporating sessile droplet, Langmuir, 21(9) (2005) 3972–3980.
- [14] R. Tadmor, P.S. Yadav, As-placed contact angles for sessile drops, J. Colloid Interface Sci., 317(1) (2008) 241
- [15] J. Drelich, The significance and magnitude of the line tension in three-phase (solid-liquid-fluid) systems, Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Asp., 116(1-2) (1996) 43-54.

نشريه مهندسي مكانيك اميركبير



نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۶، شماره ۱۱، سال ۱۴۰۳، صفحات ۱۵۳۷ تا ۱۵۵۴ DOI: 10.22060/mej.2025.23387.7752

تبخیر قطرات خطی بر یک سطح با استفاده از روش کمینهسازی انرژی

مهرناز اویسی، وحید بازارگان 🔍

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

خلاصه: قطرات خطی، قطراتی با طول و عرض محدود هستند. این قطرات را میتوان با فرض دو کلاهک در دو انتها و یک بخش مرد مستطیلی در وسط مدل کرد. در این مطالعه، خط تماس قطرات خطی با اشکال و نسبتهای ابعادی مختلف، در طی فرایند تبخیر آنها مورد بررسی قرار می گیرد. بدین منظور یک روش جدید با استفاده از کششهای سطحی مختلف گاز–جامد برای یک سطح خشک در مقابل یک سطح قبلا خیس شده برای تعیین شکل قطره در طول تبخیر پیشنهاد شده است. در طول تبخیر این قطرات روی یک سطح، متوجه می شویم که مهار شدگی خط تماس قطرات خطی منجر به جریان بیرونی ناشی از تبخیر به سمت خط تماس می شود، علاوه بر این، نرخ تبخیر محلی را در سطح قطره پیدا کرده و جریان داخلی تولید شده در نتیجه تبخیر قطرات خطی را مطالعه می کنیم. خط تماس در انتهای قطرات (دو نیم کره) در زوایای تماس بالاتری نسبت به قطرات با رد اثر دایرهای شروع به پسروی می کند. سرعت تبه

تاریخچه داوری: دریافت: ۱۴۰۳/۰۷٫۰۵ بازنگری: ۱۴۰۳/۱۰/۳۰ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۶ ارائه آنلاین: ۱۴۰۳/۱۲/۲۲

> کلمات کلیدی: قطرات خطی تبخیر تغییر فاز خط تماس کشش سطحی

۱ – مقدمه

تبخیر قطرات چسبیده به سطح، نه تنها در زندگی روزمره رخ میدهد بلکه در حوزههای علمی و صنعتی نیز نقش حیاتی ایفا می کند. اکثر تحقیقات فعلی بر تبخیر قطرات در محیط هوا تمرکز دارد، جایی که انتقال بخار تحت کنترل مدل نفوذ قرار دارد، اما زمانی که تبخیر قطره در محیط بخار خالص خود اتفاق میافتد، این مدل دیگر قابل استفاده نیست و تبخیر به وسیله نظریه جنبشی حاکم خواهد بود [۱]. شکل قطره در طی فرآیند تبخیر براساس اینکه فرآیند به صورت سطح تماس ثابت یا زاویه تماس ثابت و یا هر دو رخ دهد، متفاوت خواهد بود [۲]. جدول ۱ به بررسی مدلهای یا هر دو رخ دهد، متفاوت خواهد بود [۲]. جدول ۱ به بررسی مدلهای مختلف تبخیر قطرهای، مکانیزمهای اصلی هر مدل، رفتار خط تماس، عوامل تاثیرگذار و اثرات خاص پرداخته است و برای هر مدل یک مثال از منابع مرتبط اخیر ارائه داده شده است. تبخیر قطرات چسبیده به سطح میتواند منجر به ایجاد جریان داخلی در قطره شود. این جریان میتواند ناشی از منجر به ایجاد جریان داخلی در قطره شود. این جریان میتواند ناشی از

* نویسنده عهدهدار مکاتبات: vbazargan@ut.ac.ir

مارانگونی نشات گرفته از گرادیان غلظت و یا دما بر اثر جریان غیریکنواخت تبخیر باشد. در فرآیند تبخیر سوسپانسیونهای کلوییدی با فرض خط تماس ثابت (مهار شده)، جریان داخلی ناشی از تبخیر، منجر به اثر "حلقه قهوه" میشود که زمانی رخ میدهد که جریان مویرگی ذرات معلق را به سمت خط تماس قطره جذب کند [۳]. اخیراً مطالعات فراوانی در حوزهی فرآیندهای رسوبگذاری و انتقال در مقیاس خرد با استفاده از جریان ناشی از تبخیر در قطرات چسبیده به سطح مشاهده شده است. مطالعات عموما بر تبخیر قطرات نقطهای متمرکز بوده، به طور مثال، در سال ۲۰۱۹، سان و همکاران غلظت نمک و شکل قطرات نشان میدهد [۴]. لیو و همکاران در ۲۰۲۰، به منظور مطالعه تاثیر اثر مارانگونی بر فرآیند تبخیر قطره و اثر تغییر شعاع قطرات اولیه و دمای محیط بر دما و جریان، میدانهای درون قطره را بررسی کردهاند [۵]. منصور و همکاران در ۲۰۲۲، تأثیر نسبت حجمی آب در قطرات کلوئیدی را بر توزیع نهایی نانوذرات سیلیس در طول تبخیر بررسی کردند

انجام شده، پژوهش در حوزه تبخیر قطرات با اشکال دیگر از جمله قطرات خطی نسبتا محدود است. قطرات استوانهای با تناسبهای ابعادی متفاوت به وسیلهی تماس میکرونی توسط شارما و همکاران [۷] ساخته شدهاند. ساخت این قطرات با استفاده از چاپگرهای جوهرافشان نیز گزارش شده است [۸]. نتایج آزمایشگاهی ابواکبری و همکاران در سال ۲۰۲۲، نشان میدهد که دینامیک تبخیر قطرات استوانهای به طور چشمگیری با اندازه قطرات، شکل و فاصله بین قطرات مجاور تغییر میکند. در این مطالعه مشخص شد که علاوه بر اثر همرفت طبيعي، نرخ تبخير قطرات پيراموني خطي با نسبت ابعادی بالا، در غیاب جریان مارانگونی بزرگتر از قطرات منفرد است. همچنین در حضور جریان مارانگونی، قطرات خطی پیرامونی دارای نرخ تبخیر کوچکتر از همتای مرکزی خود هستند ونرخ تبخیر قطرات مرکزی و پیرامونی کوچکتر از یک قطره خواهد بود [۹]. با فرض گرانش ناچیز، شكل قطرات خطى توسط برهمكنش نيروهاي كشش بينسطحي مشخص می شود اما توجه به این نکته حائز اهمیت است که شکل خط تماس در دو انتهای قطره با دو خط کناری آن لزوما یکسان نیست. این موضوع پیچیدگی بیشتری به فرآیند تبخیر این قطرات اضافه می کند. به طور خاص و در تضاد با قطرات نقطهای، خط تماس در قطرات خطی می تواند به صورت همزمان مهارشده و آزاد باشد. در سال ۲۰۰۵، پتسی و همکاران، جریان پتانسیل را برای قطرات کشیده با شکل استوانهای را با فرض اینکه کل خط تماس در طول فرآیند تبخیر در خطوط جانبی و دو انتها مهار شده است، حل کردند [10]. آنان مطالعات خود را برای جریان استوکس با زاویه تماس دلخواه زمانیکه کل خط تماس مهار شده است در سال ۲۰۰۶ ادامه دادند [۱۱]. مسعود و همکاران در ۲۰۰۹، معادله استوکس را برای قطرات خطی با خط تماس كاملاً مهار شده یا كاملاً آزاد حل كردند [۱۲]. در مطالعات ذكر شده در حوزه قطرات خطی، قطرات استوانهای به صورت بینهایت در نظر گرفته شدهاند. با مروری بر ادبیات موضوع می توان دریافت مدلی وجود ندارد که رفتار مختلف خط تماس در خطوط جانبی و دو انتهای قطرات خطی را در حین تبخیر قطرات توضیح دهد. تمام مدلهایی که قطرات خطی بی پایان را فرض می کنند، به دو انتهای قطره توجه نمی کنند. با این حال، نرخ تبخیر نسبتا زیادی در این دو انتها رخ میدهد که احتمالاً باعث کوچک شدن قطره از این دو مکان می شود. در واقع، مدل های قطرات خطی بی پایان با مدل های قطرات نقطهای متناظرند که توزیع نسبتاً متفاوت نرخ تبخیر در سطح قطره دارند. در این پژوهش مدلی ارائه می شود که در آن بر پایهی روش انرژی رفتار متفاوتی برای خطوط تماس جانبی و دو انتها در نظر گرفته شده است

و به این ترتیب، توزیع نرخ تبخیر و میدان سرعت را به صورت سهبعدی حل میکند.

۲- مدل ریاضی

در این پژوهش ابتدا مدلی توسعه داده می شود که هندسه قطره را در طول تبخیر، از جمله رفتار خط تماس، با استفاده از رویکرد به حداقل رساندن انرژی (بخش ۲–۱) توصیف می کند. سپس، با توجه به هندسه قطره برای حجم سیال باقیمانده، توزیع نرخ تبخیر را با فرض یک رژیم شبهپایدار و تحت کنترل مدل نفوذ پیدا می کنیم. در نهایت، ما از فرض جریان پتانسیل برای تقریب جریان ناشی از تبخیر در داخل قطره خط استفاده می کنیم (بخش ۲–۲).

فرض بر این است که فرأیند تبخیر بهصورت کنترل شده با نفوذ انجام می پذیرد، به این معنی که انتقال بخار در اطراف قطره عامل اصلی تعیین کننده نرخ تبخیر است. این فرض با شرایط محیطی و نیمه پایدار در تبخیر قطرات بر روی سطح هماهنگی دارد و در تحقیقات پیشین نیز نتایج قابل قبولی ارائه داده است . [۱,۲] برای محاسبه میدان جریان داخلی قطره از فرض جریان پتانسیل استفاده می شود. این فرض به ویژه در حالتی که گرادیانهای دما و ویسکوزیته بالا در داخل قطره وجود نداشته باشد، قابل قبول است. مطالعات پیشین نشان دادهاند که جریان پتانسیل در قطرات کروی و استوانهای میتواند نتایج قابل اعتمادی در مقایسه با مدلهای پیچیدهتر مانند ناویر-استوکس ارائه دهد و به سادگی محاسبات کمک می کند[۳٫۴]. علاوه بر آن در نظر گرفته شده است که خواص سطحی قطره همانند کشش های بین سطحی در طی تبخیر ثابت میماند و با این فرض که جریان داخلی در مقیاس زمانی بسیار کوتاهتر از تبخیر اتفاق میافتد [۱۳]، شکل قطره با به حداقل رساندن انرژی مرتبط با کشش سطحی در یک حجم معین تعیین می شود [۱۴] [۱۵]. فرض شده است که خط تماس قطره در سه مرحلهی متمایز حرکت میکند، در مرحله کاملا مهارشده، رد اثر قطره ثابت مانده و زاویه تماس کاهش می یابد. در مرحله نیمهمهارشده، هم زاویه تماس و هم طول قطره كاهش پيدا مىكنند، اما عرض قطره ثابت باقى میماند تا جایی که طول قطره از بین برود. در مرحله کاملاً آزاد، زاویه تماس ثابت باقى مىماند و عرض قطره كاهش مىيابد.

زمانیکه قطره خطی بر روی سطح چاپ می شود، زاویه تماس θ در تمامی نقاط در نظر گرفته می شود. قطره خطی از یک بخش استوانهای به طول L در وسط و دو کلاهک کروی با قطر اولیه به شعاع R در دو

جدول ۱. مروری بر انواع مدلهای استفاده شده در تبخیر قطرات

Table 1. A review of the different models used in droplet evaporation

منبع مثال	مکانیزم اصلی	رفتار خط تماس	عوامل تاثير گذار	اثرات خاص	مدل تبخير
شن و همکاران[1]	كنترلشده با نفوذ	خط تماس مهارشده یا متحرک	خواص سطح، اندازه قطره	ندارد	مدل D ² -Law
استوبر و همکاران[۲]	کنترلشده با نفوذ	تغییر بین خط تماس مهارشده و متحرک	زاویه تماس، خیسشوندگی سطح	ندارد	مدل D ² -Law
فن در هایدن و همکاران [۳]	کنترلشده با نفوذ	خط تماس مهارشده یا متحرک	گرادیان غلظت بخار، شرایط محیطی	ندارد	مدل نفوذ ماكسول
سان و همکاران [۴]	تغییر فاز مولکولی در مرز مایع-بخار	معمولاً متحرك	اندازه قطره، دما، تعاملات مولکولی	ندارد	مدل کنترلشده با کینتیک
ليو و دنگ [۵]	گرادیانهای حرارتی تاثیرگذار بر نفوذ و کینتیک	خط تماس مهارشده یا متحرک	دما، هدایت حرارتی سطح	مارانگونی در جریان حضور گرادیانهای دما	مدل تبخیر حرارتی
-	نفوذ و جریان هوای جابهجا شده	خط تماس مهارشده یا متحرک	سرعت جريان هوا، اندازه قطره	ندارد	مدل نفوذ-جابهجايى
منصور و چن[۶]	نفوذ، کینتیک و اثرات حرارتی	مهارشده، متحرک، یا تغییر مرحلهای	غلظت ماده محلول، ترکیب قطره	جریان مارانگونی در حضور گرادیانهای کشش سطحی	مدل چندفازی/مخلوط پیچیدہ
ابوبکری و همکاران [۹]	اثرات ترکیبی: نفوذ، جابهجایی، گرادیانهای حرارتی	مهارشده، متحرک، یا تغییر مرحلهای	شرایط مرزی و اولیه دقیق، ویژگیهای قطره	جریان مارانگونی، جریان داخلی	مدل دینامیک سیالات محاسباتی
-	نفوذ و انرژی سطحی	متغیر، خط تماس مهارشده یا متحرک	رطوبت سطح، رفتار خط تماس	جریان داخلی	مدل جدید برای قطرات خطی (مطالعه فعلی)

انتها مطابق شکل ۱ تشکیل می شود. همانند قطرات کروی در هر نقطه ی دلخواه $\mathcal{P} \neq \pi/2$ از قطره خطی، هندسه ی قطره منجر به نرخ تبخیر غیریکنواخت در سطح آن می شود. برای هندسه های متقارن غیر چرخشی مانند قطرات خطی، این موضوع منجر به رفتار پیچیده ی خط تماس در مکان های مختلف اطراف قطره می شود که با جریان پیچیده داخل قطره مرتبط است.

۲– ۱– رفتار خط تماس

مدل ارائه شده در این پژوهش یک قطره با یک حجم معین را در نظر می گیرد که روی یک سطح با کشش های سطحی برای خط تماس های مایع-گاز، مایع-سطح جامد و سطح جامد-گاز قرار گرفته است. این رویکرد معادل یک تعادل محلی است که در آن نیروهای وارد بر نقطه سه گانه بین مایع، گاز و جامد در نظر گرفته می شوند، اما برای اشکال کمتر متقارن



شکل ۱. قطره خطی از (الف) نمای جانبی و (ب) نمای بالایی سیال Fig. 1. Line droplet from (a) side-view and (b) top-view

و $\sigma_{SG,w}$ و $\sigma_{SG,w}$ نشان دهیم، انرژی یک قطره با رد اثری دایره ی σ_{FG} به شعاع R و زاویه تماس heta بر روی سطحی که قبلاً خشک شده است مطابق فرمول (۱) خواهد بود.

$$E = \sigma_{FG} A_{cap}(R, \theta) + \sigma_{SF} A_{footprint(R)}$$
(\)

$$A_{cap}(R,\theta) = 2\pi R^2 tan(2\theta) \tag{(Y)}$$

$$A_{footprint(R)} = \pi R^2 \tag{(7)}$$

این انرژی باید تحت محدودیت (۴) معادل با حجم V_0 ، به حداقل برسد.

$$V(R,\theta) = \frac{\pi R^{3}}{3sin^{3}\theta} (2 - 3cos\theta + cos^{3}\theta)$$

$$\theta_{r} = \arccos(\frac{-(\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w})}{\sigma_{FG}})$$
(*)

مناسب تر خواهد بود. مدل در نظر گرفته شده در این پژوهش، پسماند زاویه تماس که اغلب به صورت تجربی مشاهده می شود، (به آن معنا که زاویه تماس در نقطه سه گانه برای خط تماس در حال پیشروی و در حال پسروی متفاوت است)، را شامل نمی شود. این رفتار را می توان با معرفی یک ویژگی اضافی تحت عنوان یک کشش سطحی متفاوت گاز -جامد برای یک سطح قبلا خیس شده و یک سطح که قبلا خشک بوده است، توصیف کرد. هنگامی که خط تماس در حال پیشروی است، قطره زیرلایهی قبلاً خشک را می پوشاند، اما زمانی که خط تماس عقب مینشیند، زیرلایه قبلی خیس شده را می پوشاند. این تفاوت در انرژی سطحی، تعادل نیروها را در نقطه سه گانه تغییر میدهد و منجر به اختلاف بین زاویه تماس پیشروی و پسروی می شود. این رویکرد را می توان با مورد متداول یک قطره با رد اثری دایرهای نشان داد. حداقل مساحت در این حالت یک کلاهک کروی است که با دو پارامتر شعاع رد اثر و زاویه تماس توصیف می شود. با تعریف همه کششهای سطحی مربوط به سطح بهعنوان تفاوت با کشش بین سطحی سطح جامد خشک قبلی-گاز و در نظر داشتن این واقعیت که انرژی فقط تا اضافه کردن یک ثابت تعریف می شود، می توان کشش بین سطحی سطح جامد خشک قبلی-گاز را از مساله حذف کرد. در صورتیکه کششهای بینسطحی برای رابطهای گاز-مایع، سطح-مایع و سطح قبلا خیس شده-گاز را به ترتیب با

برای این هندسه ساده، کمینهسازی را میتوان دقیقاً انجام داد و زاویه تماس مستقل از اندازه قطره بدست میآید. زاویه تماس پیشرو به صورت رابطه (۵) است،

$$V(R,\theta) = \frac{\pi R^{3}}{3sin^{3}\theta} (2 - 3cos\theta + cos^{3}\theta)$$

$$\theta_{r} = \arccos(\frac{-(\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w})}{\sigma_{FG}})$$
(b)

در صورتیکه قطره در حال پسروی باشد، کششهای سطحی برای سطح قبر عبا قبلا خیس شده-گاز نیز مهم می شود. اگر R شعاع اولیه رد اثر باشد، انرژی برای یک قطره کوچکتر با شعاع R برابر است با

$$E = \sigma_{FG} A_{cap}(R, \theta) + \sigma_{SF} A_{footprint(R)} + \sigma_{SG}, w_{Awetted (R,R_0)}$$
(\$)

مجددا برای این هندسه نیز کمینه سازی دقیقاً قابل انجام است و زاویه تماس مستقل از اندازه قطره است. رابطهی (۲) زاویه تماس پسروی در این حالت است.

$$\theta_r = \arccos(\frac{-(\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w})}{\sigma_{FG}}) \tag{Y}$$

تا زمانی که قطره در حال پسروی است،
$$rac{L_0}{R_0}$$
 تاثیری بر شکل آن ندارد
و می توانیم انرژی آن را مطابق معادله (۸) تقسیم کنیم که در آن ترم اول
تنها به شکل فعلی قطره و ترم دوم به R_0 بستگی دارد.

$$E(R, \theta, R_0) = E_{droplet(R,\theta)} + E_{wetsubstrate(R_0)}$$
(A)

$$E_{\text{droplet}}(R, \theta, R) = \sigma_{FG} A_{\text{cap}}(R, \theta) + (\sigma_{SF} - \sigma_{SG, w}) A_{\text{footprint}}(R)$$
(9)

$$E_{wetsubstrate(R_0)} = \sigma_{SG,w} A_{footprint(R_0)}$$
(1.)

بنابراین با فرض سطح خیس شده تنها تفاوت ایجاد شده آن است که برای قطره در حال پسروی، کشش بین سطحی سطح–مایع از σ_{SF} به صورت $\sigma_{SG,w} - \sigma_{SG,w}$ در میآید. این بدان معنی است که ناحیه سطح خیس شده می تواند با خط تماس قطره بدون تأثیر بر شکل قطره پسروی کند. این مدل شامل پدیده معروف مهار شدگی است. هنگامی که یک قطره بر روی یک سطح خشک قرار می گیرد، در زاویه تماس پیشروی قرار می گیرد. اگر مقدار کمی از مایع حذف شود، مثلاً با تبخیر، از نظر انرژی برای قطره مطلوب نخواهد بود که با سطح خیس شده در تماس باشد و بنابراین زاویه تماس با یک رد اثر ثابت کاهش می یابد تا زمانی که به زاویه تماس پسروی برسد. این رفتار را می توان با به حداقل رساندن عددی انرژی در این رژیم واسطه تأیید کرد.

مزیت این فرمول انرژی این است که می توان آن را به راحتی به رد اثرهای پیچیده تر گسترش داد، همانگونه که در این پژوهش برای قطرات کشیده یخطی تعمیم یافته است. حداقل سطحی که حجمی از مایع را کشیده خطی تعمیم یافته است. حداقل سطحی که حجمی از مایع را که این رد اثر را اشغال می کند، پوشش می دهد، یک بخش استوانه ای با کلاهکهای کروی است که به انتهای آن متصل است. این سطح حداقل \mathcal{P} پارامتر دارد که عبارتند از R شعاع قسمت دایره ای رد اثر یا نصف عرض فسمت مستطیلی و \mathcal{P} زاویه تماس. از آنجایی که سطوح متصل به انتهای دایره و مستطیلی و \mathcal{P} زاویه تماس. از آنجایی که سطوح متصل به انتهای داشته باشند، زاویه تماس باید به طول هموار در سطح مشتر کشان مطابقت داشته باشند، زاویه تماس باید مرام طول خط تماس در طول تبخیر یکسان باشد. مساله کمینه سازی \mathcal{P} پارامتری را

$$E(R, L, \theta, R_0, L_0) = \sigma_{FG} A_{cap}(R, L, \theta)$$

$$+ \sigma_{SF} A_{footprint(R,L)} + \sigma_{SG,w} A_{wetted(R,R_0,L,L_0)}$$
(11)

$$E(R, L, \theta, R_0, L_0) = A_{cap(R, L, \theta)} =$$

$$2\pi R^2 tan(\frac{\theta}{2}) + \frac{2RL\theta}{sin\theta}$$
(17)

مي آيد.

$$A_{footprint(R,L)} = \pi R^2 + 2LR \tag{17}$$

$$\cos\theta = -\frac{\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w}}{\sigma_{FG}} = \cos\theta_r \tag{1V}$$

بنابراین مرحله نیمهمهارشده مستقیماً به مرحله کاملاً آزاد یک قطره نقطهای تبدیل می شود با این فرض که L به صفر برسد. معادلهی (۱۷) در θ معادل $1 \ge \frac{\sigma_{SF} - \sigma_{SG,W}}{\sigma_{FG}} = \frac{\pi}{4}$ دچار واگرایی میشود که در محدوده θ تا π تعییر پیدا می کند. این بدان معنی است که در این محدوده از پارامترها، این رابطه برای یک نسبت ابعادی دلخواه، معکوس بوده و یک زاویه تماس بحرانی را به ما می دهد که در آن آزادشدگی جزئی برای هر نسبت ابعادی مشخصی آغاز می شود. این زاویه تماس بحرانی با نسبت ابعادی افزایش می بابد و با زاویهای که در آن این واگرایی رخ می دهد، محدود می شود. خارج از این محدوده از پارامترها، این رابطه یکنوا نیست و باید با روشهای عددی همراه شود تا پسماند بین پیشروی خطوط تماس در حال پسروی محاسبه شود، اما با این وجود نیز رفتار کیفی تغییر نمی کند.

به طور خلاصه در صورتیکه نسبت ابعادی اولیه و زاویه تماس خاصی را در نظر بگیریم، هنگامی که زاویه تماس اولیه بالاتر از آنچه در رابطه در معادله (۱۷) داده شده است باشد، تبخیر با یک مرحله کاملاً مهارشده در یک نسبت ابعادی ثابت شروع میشود. هنگامی که زاویه تماس با آنچه معادله (۱۷) مشخص میکند مطابقت پیدا میکند، مرحله نیمه مهارشده شروع میشود که در آن زاویه تماس همزمان با نسبت ابعادی کاهش می یابد. پس از ناپدید شدن *L*، تبخیر قطره مرحلهی کاملاً آزاد از یک قطره نقطهای را دنبال میکند.

۲-۲-میدان سرعت

برای محاسبه میدان جریان ناشی از تبخیر، ابتدا باید شار تبخیر روی سطح قطره را به دست آوریم. با فرض تبخیر کنترل شده با نفوذ و نفوذ حالت شبه پایا، شار تبخیر از معادله لاپلاس (۱۸) تبعیت می کند که در آن C غلظت بخار در اطراف قطره است [۱۲].

$$\nabla^2 C = 0 \tag{1A}$$

$$A_{wetted(R,R_0,L,L_0)} = A_{footprint(R_0,L0)} - A_{footprint(R,L)}$$
(14)

$$V(R,L,\theta) = \frac{\pi R^{3}}{3sin^{3}\theta} (2 - 3cos \theta + cos 3\theta) + \frac{LR^{2}}{2sin^{2}\theta} (2\theta - sin(2\theta))$$
(10)

هنگام حل عددی این مساله، سه مرحله از فرآیند تبخیر به طور طبیعی رخ می دهد. ابتدا مرحله کاملاً مهارشده است، جایی که رد اثر ثابت می شود و زاویه تماس کاهش می یابد. بعد یک مرحله نیمه مهارشده وجود دارد که در آن L و θ کاهش می یابند اما R ثابت است تا جایی که L از بین برود. در نهایت مرحله کاملاً آزاد وجود دارد که θ ثابت است و R کاهش می یابد. برمبنای این نتایج عددی، مرحله نیمه مهارشده را می توان با ثابت فرض کردن R مطالعه کرد. این مساله را به حداقل سازی دو پارامتری کاهش می دهد که می تواند به صورت تحلیلی حل شود. بنابراین مطابق رابطه (۱۶) خواهیم داشت.

$$\frac{L}{R} = \frac{f(\theta, \frac{\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w}}{\sigma_{FG}})}{g(\theta, \frac{\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w}}{\sigma_{FG}})}$$

$$f(\theta, \frac{\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w}}{\sigma_{FG}}) = \pi(\cos\theta + \frac{\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w}}{\sigma_{FG}})(1 - \cos\theta)^{2} \quad (VF)$$

$$g(\theta, \frac{\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w}}{\sigma_{FG}}) = \theta^{2}\cos\theta - \theta\sin\theta(\sin\theta)$$

$$-\frac{2(\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w})}{\sigma_{FG}\cos\theta} - \sin^{2}\theta(\cos\theta + \frac{2(\sigma_{SF} - \sigma_{SG,w})}{\sigma_{FG}})$$

و g توابعی از زاویه تماس و کششهای سطحی میباشند. با حذف f رابطهی (۱۷) برای زاویه تماس قطره نقطهای در حال پسروی به دست L

غلظت خارج از قطره با حل این معادله با شرط مرزی (۱۹) به صورت رابطه (۲۰) به دست میآید:

$$|x| \ge (R + L/2) \cup z \ge H \cup |y| \ge R \tag{19}$$

$$C = \varphi C_{\nu} \tag{(Y)}$$

که در آن φ رطوبت نسبی و C_v غلظت بخار اشباع در هوا است. لازم به ذکر است در $z = \cdot \cdot z$ هیچ جریانی به سمت سطح وجود ندارد و معادله (۲۱) حاکم است.

$$\nabla C = 0 \tag{(71)}$$

و در سطح قطره غلظت برابر با غلظت اشباع بخار است به صورتیکه رابطه (۲۲) صادق است.

$$C = C_{\nu} \tag{(77)}$$

با دانستن میدان غلظت، می توان شار جرم تبخیر را مطابق معادله (۲۳) در هر نقطه از سطح قطره محاسبه کرد که در آن D ضریب نفوذ بخار آب در هوا است.

$$\vec{J}(x, y, z) = D\nabla\vec{C} \tag{(YT)}$$

از این رو، ما مقدار مایع حذف شده در سطح قطره و هندسه را در هر مرحله زمانی شبه پایدار میدانیم. در حالی که در اصل جریان می تواند چرخشی باشد، رفتار جریان اصلی برای تغییرات شکل نسبتاً آهسته در این حالت شبهاستاتیک را میتوان با فرمولاسیون جریان پتانسیل تقریب زد. برای قطرات کروی، میدان سرعت و خطوط جریان که توسط جریان پتانسیل مدلسازی شدهاند، از نظر بزرگی و شکل مشابه جریان استوکس و حل ناویر –استوکس هستند[۱۳][۱۷] . از این رو، از آنجایی که جریان ناشی از تبخیر در اصل برای قطرات با هر اندازه و شکل رد اثری یکسان

جریان داخلی را برای جریان شبه استاتیک تولید شده در داخل قطرات خطی با تقریب خوبی توصیف میکند. میدان جریان پتانسیل ϕ از رابطه (۲۴) پیروی میکند.

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{(14)}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \tag{(Y\Delta)}$$

مطابق معادل رابطه
$$(78) \cdot = y = 0$$
 و یا تقارن در

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \tag{(YF)}$$

و نبود جریان به سطح در $z = \cdot$ مطابق رابطه (۲۷)

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \tag{YY}$$

شرایط مرزی سینماتیک در سطح قطره و یا سرعت نرمال برابر است با رابطه (۲۸)

$$(n \cdot \frac{\partial \phi}{\partial n}) = \frac{n \cdot J}{\rho} + [nx, ny, nz] \cdot [0, 0, \frac{\partial h}{\partial t}]$$
(TA)

 \overline{n} چگالی آب ، h ارتفاع محلی قطره در هر نقطه و \overline{n} یک بردار واحد در امتداد جهت عمود به سطح است. اگر فرض کنیم که در طول تبخیر، شکل قطره به صورت یک کلاهک کروی در هر دو انتها و یک بخش استوانه ای در مرکز باقی می ماند، می توانیم $\frac{\partial h}{\partial t}$ را در هر نقطه از سطح قطره (*X*, *X*, *y*) به ارتفاع خط مایع، *H*، با استفاده از محدودیت های هندسی مطابق رابطه (۲۹) مرتبط کنیم.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{H^4 - R^4}{4H^3 \sqrt{\left(\frac{H^2 + R^2}{2H}\right)^2 - r^2}} + \frac{R^2 + H^2}{2H^2} \dot{H}$$

$$+ \frac{r(x - \frac{L}{2})}{\sqrt{\left(\frac{H^2 + R^2}{2H}\right)^2 - r^2 H (x - \frac{L}{2}) L \dot{L}}}$$
(Y9)
$$+ \left(\frac{R}{2H^2} \left(\frac{H^2 + R^2}{\sqrt{\left(\frac{H^2 + R^2}{2H}\right)^2 - r^2}}\right) - \frac{R}{H} \dot{R}$$

که در آن r تصویر فاصله هر نقطه ازخط مرکزی بخش استوانه ای بر صفحه xy است و یا

$$r = y |x| \le \frac{L}{2}, r^2 = (x - \frac{L}{2})^2 + y^2$$
 (*)

۳- نتایج و بحث

برای بررسی میدان جریان در داخل قطرات خط تولید شده توسط تبخیر در دمای اتاق $T = 75^{\circ}$ و رطوبت نسبی φ معادل ۰/۵، ابتدا یک قطره خطی آب را روی یک سطح شیشهای با نسبت ابعاد اولیه 🗕 معادل ۱۰ انتخاب می کنیم با فرض اَنکه شعاع اولیه R_0 برابر با ۱ میلیمتر باشد. سیس گام به گام مدلی که در بالا ارائه شد را دنبال می کنیم. برای یافتن میدان سرعت ابتدا، زاویه تماس θ و نیم عرض R و طول قطره خط L را با به حداقل رساندن عددی انرژی از معادله (۱۶) با توجه به محدودیت در حجم از معادله (۱۵) محاسبه می شود، در حالیکه حجم سیال در حال کاهش با تبخیر است (شکل ۲). سرعت تغییر L و θ با حجم سیال V با "یافتن مشتقات آنها $\frac{d {
m e}}{d V}$ و $\frac{d {
m e}}{d V}$ از معادله (۱۷) همانطور که در شکل ی $\overset{\mu r}{ heta}$ $\overset{\mu r}{ heta}$ نشان داده شده است، محاسبه می شود. نرخ تغییر نسبت به زمان، یعنی و \dot{L} ، با ضرب این مقادیر در نرخ تبخیر کل از معادله (۱۷) به دست می آید. سپس تبخیر کنترل شده با نفوذ با حل معادله لاپلاس مدل سازی می شود. شار تبخیر محلی با استفاده از معادله (۲۳) محاسبه می شود. شار تبخیر در قسمتهای استوانهای و کروی در شکل ۴ نشان داده شده است. شار تبخیر در قطره در طول آن با معادله (۱۷) به دست آمده و در شکل ۵ نشان داده

 $\vec{J}(x,y,z)$ شده است. نرخ تبخیر کل با انتگرال گیری از شار محلی روی سطح برای هر مرحله زمانی بدست میآید. سیس جریان یتانسیل با شرایط مرزی در معادلات (۲۴) تا (۳۰) حل می شود (شکل ۶). با استفاده از تابع جریان پتانسیل می توانیم میدان سرعت را پیدا کنیم. همانطور که در شکل ۶ نشان داده شده است، حل جریان پتانسیل یک سرعت رو به بیرون را هم در امتداد و هم عمود بر آن را نتیجه میدهد که مقادیری بزرگتر در طول قطره دارد. فرض حالت شبهپایدار، الگوی میدان سرعت بیرونی را برای قطرات خطی با زوایای تماس اولیه حاده برای همه نسبتهای $\frac{L}{R}$ در طول م تبخیر مشابه میدان سرعت بدست آمده در شکل ۷ دیکته می کند. معادلات (۱۶) تا (۱۹) نشان میدهد که در طول مرحله نیمهمهارشده تبخیر، زاویه تماس heta فقط به نسبت ابعادی $rac{L}{R}$ قطره (به ازای زاویه تماس اولیه پسروی $\frac{L}{R}$ مشخص)، بستگی دارد. شکل ۸ رابطه
ی زاویه تماس را با نسبت ابعادی R قطره در حالی که به دلیل تبخیر حجم آن کاهش می یابد، نشان می دهد. برای مرحله نیمهمهارشده، نسبت ابعادی و زاویه تماس از یک رابطه ثابت مستقل از عرض قطره (۲*R*)، یا نسبت ابعادی اولیه <u>ل</u>یووی می کنند. در نهایت، اثر تغییر کششهای سطحی (معادل تغییر زاویه تماس پسروی در قطره نقطهای) برای قطره با نسبت ابعاد اولیه <u>– 10</u> معادل ۱۰ و شعاع اولیه R_0^R برابر با ۱۰میلی متر مورد مطالعه قرار گرفت. شکل ۲ این تأثیر را به R_0^R صورت رابطهی بین زاویه تماس و نسبت ابعادی در مرحله نیمهمهارشدهی تبخیر، برای زوایای تماس یسروی مختلف قطرات نقطهای نشان می دهد.

نتایج ما نشان میدهد که مهارشدگی خط تماس قطرات خطی منجر به جریان ناشی از تبخیر بیرونی به سمت خط تماس میشود، همانطور که قبلاً برای قطرات استوانه ای کروی و بینهایت در مطالعات پیشین توضیح داده شده است [۱۳] و [۱۱]. با این حال، برای قطرات خطی با نسبت ابعادی ا $1 \prec \frac{L}{R}$ تبخیر در دو انتهای قطره خطی در مقایسه با مرکز قطره به طور قابل توجهی بیشتر است (همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است). نرخ تبخیر بالاتر به منزله آن است که سیال بیشتری تمایل برای حرکت به محت این مکانها دارد. از این رو سرعت جریان بیرونی به سمت انتهای محمد این مکانها دارد. از این رو سرعت جریان بیرونی به سمت انتهای محمد این مکانها دارد. از این رو سرعت جریان بیرونی به سمت انتهای محمد این مکانها دارد. از این رو سرعت جریان بیرونی به سمت انتهای قطره در مقایسه با سرعت جریان به طرفین همانطور که در شکل ۷ نشان محمد این مکانها دارد. از این حال این جریان لزوماً نرخ تبخیر بالا را قطره در مقایسه با سرعت بریان به طرفین همانطور که در شکل ۷ نشان متعادل نمی کند. در واقع در شکل ۸ و شکل ۹ نشان داده شده که در انتهای قطرات خطی، خط تماس با زاویه تماس بسیار بالاتری نسبت به زاویه تماس قطرات کروی شروع به عقب نشینی می کند. این زاویه تماس پسروی بالاتر در حالی رخ میدهد که عرض قطره ثابت می ماند، اما طول قطره کوچک



شکل ۲. تغییرات طول و زاویه تماس قطره خطی (با نسبت ابعادی اولیه $rac{L_0}{R_0}$ معادل ۱۰ و شعاع اولیه R_0 برابر با ۱میلیمتر) با حجم

Fig. 2. Length L and contact angle of a line droplet with the initial aspect ratio of $\frac{L_0}{R_0} = 10$ and $R_0 = 1$ mm



شکل ۳. زاویه تماس قطره خطی (با نسبت ابعادی اولیه $\frac{L_0}{R_0}$ معادل ۱۰و شعاع اولیه R_0 برابر با ۱ میلیمتر) با حجم Fig. 3. The change of the contact angle and the line length L with droplet volume for a shrinking

droplet with an initial aspect ratio of
$$\frac{L_0}{R_0} = 10$$
 and $R_0 = 1$ mm



شکل ۴. شار تبخیر در خط مرکزی قطره و انتهای کروی برای یک قطره خطی (با نسبت ابعادی اولیه $rac{L_0}{R_0}$ معادل ۱۰ و شعاع اولیه R_0 برابر با (شکل ۴. شار تبخیر در خط مرکزی قطره و انتهای کروی برای یک قطره خطی (با نسبت ابعادی اولیه R_0

Fig. 4. The evaporation flux on the centerline of the droplet and the spherical end for a droplet with the initial

aspect ratio of $\frac{L_0}{R_0} = 10$ and $R_0 = 1$ mm at the beginning of the evaporation process



شکل ۵. شار تبخیر در طول قطره خطی در حال کوچک شدن (با نسبت ابعادی اولیه $rac{L_0}{R_0}$ معادل ۱۰ و شعاع اولیه R_0 برابر با ۱ میلیمتر) در L معادل شکل ۵. شار تبخیر در طول قطره خطی در حال کوچک شدن (با نسبت ابعادی اولیه $rac{L_0}{R_0}$

Fig. 5. The evaporation flux across the line droplet of the shrinking droplet for an initial aspect ratio of $\frac{L_0}{R_0} = 10$ and $R_0 = 1$ mm at L = 8:86 mm نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۶، شماره ۱۱، سال ۱۴۰۳، صفحه ۱۵۳۷ تا ۱۵۵۴



(با نسبت ابعادی اولیه $\frac{L_0}{R_0}$ معادل ۱۰ و شعاع اولیه R_0 برابر با ۱۰ میلیمتر) معادل ۱۰ و شعاع اولیه R_0 برابر با ۱ میلیمتر) شکل ۶. مقدار سرعت ناشی از تبخیر بر حسب متربرثانیه در یک قطره خطی (با نسبت ابعادی اولیه $\frac{L_0}{R_0}$

Fig. 6. The evaporation induced ow magnitude in m/s in a line droplet with the initial aspect ratio of $\frac{L_0}{R_0} = 10$ and $R_0 = 1$ mm.



شكل ٧. بردارهاى سرعت به سمت بيرون در سراسر قطره در (الف) صفحه zy و (ب) صفحه zx. مقاطع عرضى در وسط قطره گرفته مى شود. Fig. 7. The outward velocity vectors across the droplet at (a) the zy plane and (b) zx plane. Cross sections are taken at the middle of the droplet.



شکل ۸. تغییرات زاویه تماس با نسبت ابعادی برای مراحل کاملاً مهارشده و نیمه مهارشده تبخیر. رابطه بین این دو پارامتر در مرحله نیمهمهارشده مستقل از نسبت ابعادی اولیه و شعاع اولیه است. زاویه تماس اولیه و زاویه پسروی قطره نقطهای به ترتیب ٦٠ و ٢٥ درجه است (R برابر با ٢میلیمتر).

Fig. 8. The contact angle versus the aspect ratio for the fully and partially pinned stages of the evaporation. The relationship between these two in the partially pinned stage can be seen to be independent of the initial aspect ratio and radius. The initial and point droplet receding contact angles are 60 and 25, respectively and $R_0^* = 1$ mm



شکل ۹. زاویه تماس به عنوان تابعی از نسبت ابعادی در مرحله نیمهمهارشده تبخیر قطرات خطی برای زوایای تماس پسروی متفاوت. R_0 برابر با R_0 میکل ۹. زاویه تماس به عنوان تابعی از نسبت ابعادی در مرحله نیمهمهارشده تبخیر قطرات خطی برای زوایای تماس پسروی متفاوت. R_0 برابر با

Fig. 9. The contact angle as a function of aspect ratio in the partially pinned stage of a line droplet evaporation for line droplets with different receding contact angles. R_0 and L_0 are set to 1 mm and 10 mm, respectively.

مطالعه ی کویی و همکاران [۱۸] توسط روش فعلی بازتولید شده است. در مطالعه ی کویی و همکاران، برای درک بهتر تبخیر یک قطره غیر کروی، عیک شبیه سازی دو بعدی برای بررسی تبخیر بر روی مقطع نامتقارن قطرات غیر کروی، که با دو انحنا با دو زاویه تماس متفاوت در هر دو طرف مشخص می شوند، انجام شده است. سطح مقطع قطره را با قسمت هایی از دو دایره می شوند، انجام شده است. سطح مقطع قطره را با قسمت هایی از دو دایره با شعاع ۸ و زاویه تماس مربوطه ۶۰ درجه و نیز دایره با شعاع ۵ و زاویه تماس مربوطه ۲۰ درجه و نیز دایره با شعاع ۸ و زاویه تماس مربوطه ۲۰ درجه و نیز دایره با شعاع ۵ و زاویه تماس مربوطه ۲۰ درجه و نیز دایره با شعاع ۵ و زاویه مطالعه بارتولید شده است، صرفا نتایج مربوط به قبل بررسی اثرات گرمایش سطح در این مطالعه بازتولید شده است. مدل ذکرشده مجددا برای این هندسه دنبال می شود به صورتیکه، را $\frac{L_0}{R_{02}}$ و $\frac{L_0}{R_{01}}$ در معادلات ظاهر برای این هندسه دنبال می شود به صورتیکه، مربوط قطره) با غلظت اشباع می شوند. شار تبخیر مطابق رابطه ی ۶۰ – ۲ برای رابط گاز –مایع محاسبه می شود با فرض آنکه C (غلظت بخار در اطراف قطره) با غلظت اشباع می شود با فرض آنکه C (غلظت بخار است معادل ۲/۰ مول بر متر مکعب و ضریب نفوذ ⁶ ۲۰ *۶۰ مترمربع می شود به می شود و مقایسه یبن نتایج حاصله در شکل ۱۱ بخیر مطارف قطره) با غلظت اشباع می شود با فرض آنکه C (غلظت بخار در اطراف قطره) با غلظت اشباع می شود با فرض آنکه C (غلظت بخار در اطراف قطره) با غلظت اشباع می شود به می شود با فرض آنکه C (غلظت بخار در اطراف قطره) با غلظت اشباع می شود با فرض آنکه C (غلظت بخار در اطراف قطره) با غلظت اشباع می شود با فرض آنکه می شود و مقایسه یبن نتایج حاصله در شکل ۱۱

می شود. برای قطرات با نسبت ابعاد بالاتر، زاویه تماسی که در آن دو انتها شروع به عقب رفتن می کنند بیشتر است (همانطور که در شکل ۸ و شکل ۹ نشان داده شده است)، و در نتیجه مرحله اول خط تماس کاملاً مهارشده کوتاهتر است. بنابراین، جریان قوی تر به سمت دو انتها در خلاف پسروی سریعتر قطرات خطی است.

همچنین، میتوانیم از معادلات (۲–۹) و شکلهای ۸ و ۹ نتیجه بگیریم که زاویه تماسی که در آن دو کلاهک انتهایی قطرات خطی به یکدیگر میپیوندند (یعنی وقتی = L و ردپای قطره به صورت دایرهای میشود) زاویه تماس پسروی قطره نقطه ای مستقل از شکل اولیه و زاویه تماس تعادل اولیه قطره است. این موضوع مربوط به مفروضات اولیه مدل ما است، که تطابق خوبی با نتایج تجربی قبلی در خصوص قطرات کروی نشان میدهد [12].

۴- اعتبارسنجی روش عددی

به منظور نمایش توانایی مدل ارائهشده در مطالعه رفتار قطرات با اشکال پیچیده و نیز با هدف اعتبارسنجی روش عددی ارائهشده، بخشی از نتایج



شکل ۱۰. شکل شماتیک قطرهی نامتقارن در مطالعهی کویی و همکاران[۱۸]





شکل ۱۱. مقایسهای بین شار تبخیر در رابط گاز-سیال در مطالعهی کویی و همکاران و مدل فعلی[۱۸]

Fig. 11. Comparison of evaporation flux at the gas-liquid interface between the study of Kui et al. and the present model [18]

۵- نتیجه گیری

در این مقاله روش جدیدی به منظور بررسی تبخیر قطرات خطی با اشکال مختلف و نسبت طول به عرض متفاوت ارائه شد. استفاده از یک روش کلی که در آن انرژی کششهای سطحی کمینه می شود، امکان مطالعه اشکال پیچیده تری را فراهم کرده است. این روش امکان جداسازی معادلات تبخیر و مومنتوم سیال و خط تماس را فراهم می کند و از این رو می توان برای هر شکل قطره ای دلخواه از آن استفاده کرد. نتایج ما نشان می دهد که در طول تبخیر قطرات خطی، در حالی که معادلات مومنتوم سیال و تبخیر در اصل شبیه قطرات کروی چسبیده به سطح است، رفتار پیچیده خط تماس در مناطق مختلف قطره بر میدان جریان ناشی از تبخیر در داخل قطره تأثیر می گذارد.

در مدل بحثشده از فرض جریان پتانسیل برای سادگی و نشان دادن مفهوم اصلی مدل استفاده کردیم. گنجاندن اثرات ویسکوزیته با حل معادلات ناویر-استوکس برای سیال، به عنوان پیشنهادی برای مطالعات آینده تکمیلی مطرح است. با این حال این فرض منجر به مشکل ناپایداری پیچیدهای میشود و جدا کردن معادله تکانه خط تماس از سیال یک چالش خواهد بود. بسته به مقیاس هندسه قطره و نیروهای سطحی، ناپیوستگی در قطره خطی نیز محتمل است. اثرات زبری سطح نیز می تواند در کارهای آینده به مدل انرژی اضافه شود.

۶- فهرست علائم

$$\sigma_{FG}$$
 کشش بین سطحی رابطهای گاز-مایع σ_{FG} (نیوتون بر متر)
 σ_{SF} کشش بین سطحی رابط های سطح-مایع σ_{SF} (نیوتون بر متر)
 $\sigma_{SG,w}$ کشش بین سطحی رابط سطح خیس شده-
مایع (نیوتون بر متر)
 C غلظت بخار در اطراف قطره C_v

رطوبت نسبی arphi

منابع

- [1] Y. Shen, F. Kang, Y. Cheng, P. Liu, X. Wang, K. Zhang, Numerical and theoretical analysis of sessile droplet evaporation in a pure vapor environment, Symmetry, 14(5) (2022) 886.
- [2] J.M. Stauber, S.K. Wilson, B.R. Duffy, K. Sefiane, On the lifetimes of evaporating droplets with related initial and receding contact angles, Phys. Fluids, 27(12) (2015).
- [3] T.W. Van Der Heijden, A.A. Darhuber, P. Van Der Schoot, Macroscopic model for sessile droplet evaporation on a flat surface, Langmuir, 34(41) (2018) 12471–12481.
- [4] H.-H. Sun, et al., Evaporation of saline colloidal droplet and deposition pattern, Chin. Phys. B, 29(1) (2020) 014701.
- [5] H. Liu, J. Deng, Influence of Marangoni effect on heat and mass transfer during evaporation of sessile microdroplets, Micromachines, 13(11) (2022) 1968.
- [6] B. Mansoor, W. Chen, Nanoparticle deposition pattern during colloidal droplet evaporation as in-situ investigated by low-field NMR: The critical role of bound water, J. Colloid Interface Sci., 613 (2022) 709–719.
- [7] R. Sharma, C.Y. Lee, J.H. Choi, K. Chen, M.S. Strano, Nanometer positioning, parallel alignment, and placement of single anisotropic nanoparticles using hydrodynamic forces in cylindrical droplets, Nano Lett., 7(9) (2007) 2693–2700.
- [8] B. De Gans, P.C. Duineveld, U.S. Schubert, Inkjet printing of polymers: state of the art and future developments, Adv. Mater., 16(3) (2004) 203–213.
- [9] A. Aboubakri, Y. Akkus, A.K. Sadaghiani, K. Sefiane, A. Koşar, Computational and experimental investigations on the evaporation of single and multiple elongated droplets, Chem. Eng. J. Adv., 10 (2022) 100255.
- [10] A. Petsi, V. Burganos, Potential flow inside an evaporating cylindrical line, Phys. Rev. E, 72(4) (2005) 047301.
- [11] A. Petsi, V. Burganos, Stokes flow inside an evaporating

tension in three-phase (solid-liquid-fluid) systems, Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Asp., 116(1–2) (1996) 43–54.

- [16] H. Hu, R.G. Larson, Evaporation of a sessile droplet on a substrate, J. Phys. Chem. B, 106(6) (2002) 1334–1344.
- [17] Y.Y. Tarasevich, Simple analytical model of capillary flow in an evaporating sessile drop, Phys. Rev. E, 71(2) (2005) 027301.
- [18] W. Cui, et al., Numerical study on the evaporation of a non-spherical sessile droplet, Micromachines, 14(1) (2022) 76.

liquid line for any contact angle, Phys. Rev. E, 78(3) (2008) 036324.

- [12] H. Masoud, J.D. Felske, Analytical solution for Stokes flow inside an evaporating sessile drop: Spherical and cylindrical cap shapes, Phys. Fluids, 21(4) (2009).
- [13] H. Hu, R.G. Larson, Analysis of the effects of Marangoni stresses on the microflow in an evaporating sessile droplet, Langmuir, 21(9) (2005) 3972–3980.
- [14] R. Tadmor, P.S. Yadav, As-placed contact angles for sessile drops, J. Colloid Interface Sci., 317(1) (2008) 241–246.
- [15] J. Drelich, The significance and magnitude of the line

چگونه به اين مقاله ارجاع دهيم M. Oveysi, V. Bazargan, Evaporation of line droplets on a substrate: Energy Minimization Method, Amirkabir J. Mech Eng., 56(11) (2025) 1537-1554.



DOI: <u>10.22060/mej.2025.23387.7752</u>