



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

دوره ۴۸، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۵، صفحه ۲۹۱ تا ۳۰۴  
Vol. 48, No. 3, Autumn 2016, pp. 291-304



نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر - مهندسی مکانیک  
AmirKabir Journal of Science & Research  
Mechanical Engineering  
ASJR-ME

## شبیه‌سازی عددی رفتار دینامیکی سقوط دو قطره مجاور با استفاده از روش شبکه بولتزمن

سید اسماعیل موسوی تیله‌بونی<sup>۱\*</sup>، موسی فرهادی<sup>۲</sup>، کورش صدیقی<sup>۳</sup>

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، رشته مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۲- استاد، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۳- دانشیار، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

(دریافت: ۱۳۹۱/۱۱/۱ پذیرش: ۱۳۹۳/۸/۲۱)

### چکیده

در مقاله‌ی حاضر با استفاده از مدل پتانسیل بین مولکولی روش شبکه‌ی بولتزمن سقوط قطره‌ی منفرد و دو قطره‌ی مجاور یک‌دیگر در اثر نیروی وزن و در یک کانال عمودی با دیوارهای اطراف در شرایط متفاوت اثرات دیوار بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان داده است، اگر مرکز قطره‌ی رهاشده، در زمان اولیه روی محور تقارن عمودی کانال باشد، این قطره روی همان محور تغییر شکل می‌دهد و روی خط مستقیم حرکت می‌کند؛ اما اگر در نزدیکی دیوار رها شود، به علت اثرات گوناگون، قطره از محور عمودی اولیه‌اش منحرف شده و اگر عدد بی بعد اتوس خیلی پایین نباشد ( $Eo > 5$ ) حرکت نوسانی ایجاد می‌شود که با افزایش عدد بی‌بعد اتوس دامنه‌ی این نوسانات افزایش می‌یابد. اگر دو قطره که مرکز آن‌ها روی محور عمودی کانال با ارتفاع متفاوت قرار دارد رها شوند، به علت کاهش نیروی درگ در قطره‌ی بالایی در نهایت با هم برخورد کرده و تشکیل یک قطره‌ی بزرگ‌تر می‌دهند. در بخش پایانی مقاله نشان داده شد که اگر دو قطره در راستای عمودی و افقی متفاوت نسبت به هم رها شوند، تحت تأثیر اثرات نامتقارنی، تنش‌های لزجی و ساختارهای پیچیده‌ی جریان و گردابه‌های اطراف قطره‌ها پدیده‌های جالبی مانند برخورد نامتقارن در عدد اتوس پایین و کشیده شدن قطره‌ی بالایی در عدد اتوس بالا مشاهده می‌شود.

کلمات کلیدی:

سقوط قطره، روش شبکه‌ی بولتزمن، کانال عمودی، نیروی گرانش.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

Mousavi Tileboni, S. E., Farhahi, M., and Sedighi, K., 2016. "Numerical Simulation of Dynamic Behavior of Two Falling Adjacent Droplets Using Lattice Boltzmann Method". *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 48(3), pp. 291–304.

URL: [http://mej.aut.ac.ir/article\\_551.html](http://mej.aut.ac.ir/article_551.html)

Email: [sem.tilebon@gmail.com](mailto:sem.tilebon@gmail.com) نویسنده مسئول و عهده‌دار مکاتبات:



## ۱- مقدمه

مسائل مربوط به جریان‌های دوفازی در بسیاری از پدیده‌های طبیعی ظاهر می‌شوند و همچنین کاربردهای مهندسی زیادی دارند. به عنوان یکی از موضوعات اساسی جریان‌های دوفازی، رفتار دینامیکی قطره از اهمیت قابل توجهی برخوردار است و مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار دارد. در طراحی تجهیزاتی مانند موتور راکت با سوخت مایع و دستگاه پمپاژ خون، مطالعه‌ی رفتار دینامیکی قطره در جریان دوفازی مورد نیاز است. همچنین مکانیزم جدایش قطره‌ی مایع در بسیاری از وسایل صنعتی وجود دارد که برای مثال می‌توان از اسپری رنگ الکترونیکی و چاپگرهای جوهرافشان نام برد و همچنین در پدیده‌های طبیعی مثل قطرات باران قابل مشاهده است. برای دیگر کاربردهای مهندسی می‌توان به کاربرد در موتورهای دیزل و دیگر فرآیندهای احتراقی، توربین‌ها و سیستم‌های خنک‌کننده اشاره کرد.

تحقیق در مورد رفتار دینامیکی قطره و حباب یکی از پدیده‌های پیچیده در مطالعات علمی است. با این حال بسیاری از پژوهش‌های علمی با موضوعاتی این چنین در جریان‌های دوفازی وجود دارد. کلیت و همکاران [۱] مجموعه‌ای از تحقیقات را در زمینه‌ی تغییر شکل قطره و رفتار دینامیکی حباب ارائه کرده‌اند. عمده مطالب ارائه شده نتایج کیفی تجربی و تعداد بسیار کمی نیز کارهای محاسباتی ارائه شده است. هان و تریگواسون [۲] با استفاده از روش ردیابی روبه‌جلو در شبکه‌ی حل، سقوط یک قطره‌ی مایع و تجزیه‌ی آن در میدان حل را، با نسبت‌های چگالی ۱/۱۵ و ۱۰ شبیه‌سازی کرده‌اند. نی و همکاران [۳] با استفاده از روش شبیه‌سازی مستقیم به بررسی سقوط قطره در یک کانال بسته پرداخته‌اند و اثرات قطره‌ها در یک کانال بر روی همدیگر را مورد مطالعه قرار داده‌اند. لیانگ و همکاران [۴] با استفاده از روش عددی تنظیم تراز در دینامیک سیالات محاسباتی به شبیه‌سازی سقوط قطره در اثر نیروی وزن و بررسی اثر دیواره‌های نزدیک قطره بر دینامیک رفتار آن پرداخته‌اند.

در سال‌های اخیر روش شبکه‌ی بولتزمن<sup>۱</sup>، به عنوان یک روش محاسباتی مناسب برای شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی مورد توجه قرار گرفته است [۵-۹]. تاکادا و همکاران [۱۰] حرکت حباب در اثر نیروهای وزن و شناوری را با استفاده از روش شبکه‌ی بولتزمن شبیه‌سازی کرده‌اند. آن‌ها از مدل دوفازی که توسط سوئیفت و همکاران [۱۱] ارائه شده است، استفاده کرده‌اند و نتایج خود را با شبیه‌سازی انجام شده با استفاده از روش عددی حجم سیال مقایسه کردند. فخاری و رحیمیان [۱۲] با استفاده از مدل دوفازی LBM که توسط هی و همکاران [۱۳] ارائه شده است، سقوط یک قطره و جدایش آن را در اثر نیروی وزن شبیه‌سازی کرده‌اند. آن‌ها در مطالعه‌ی خود به بررسی تأثیر پارامترهای بی‌بعد بر تغییر شکل قطره پرداخته‌اند. گوپتا و کومار [۱۴] با استفاده از روش شبکه بولتزمن، رفتار دینامیکی حباب تحت نیروهای وزن و شناوری و اثرات متقابل چند حباب با یکدیگر را شبیه‌سازی کرده‌اند که در آن از مدل دوفازی که

توسط شان و چن [۱۵]، ارائه شده است استفاده کرده‌اند.

برای شبیه‌سازی جریان دوفازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن به طور عمده چهار مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل کرومودینامیک توسط گونستنسن و همکاران [۱۶] برای سیالات مخلوط‌نشده، بر اساس مدل شبکه‌ی گاز راتمن [۱۷] پیشنهاد شد و توسط گراناو و همکاران [۱۸] گسترش داده شده است. این مدل‌ها اجازه می‌دهند تا چگالی و لزجت در داخل سیال تغییر کند. در این مدل دو تابع رنگی برای دو سیال در نظر گرفته می‌شود. از این روش در بسیاری از مسائل مانند جریان در محیط متخلخل، ناپایداری تیلور رایلی<sup>۲</sup>، تجزیه‌ی اسپینودال<sup>۳</sup> جریان سیال دوجزئی استفاده می‌شود. مدل شان - چن [۱۵] برهم‌کنش غیر محلی بین ذرات در نقاط همسایه را محاسبه می‌کند که در هر نقطه یک نیروی اضافی برای تخمین این برهم‌کنش اعمال می‌شود. این مدل بسیار تطبیق‌پذیر بوده و اعمال روابط نیرو در آن آسان است. به علت استفاده از دو تابع توزیع برای دو سیال، در این مدل به آسانی می‌توان نسبت لزجت دو سیال را تغییر داد. مدل انرژي آزاد توسط سوئیفت و همکاران [۱۱] معرفی شده است. ایده‌ی اصلی در این روش این است که از ترکیب مدل‌های کان - هیلبارد و گینزبرگ - لندوس (گورتین [۱۹]) با استفاده از مفاهیم انرژي آزاد با شیوه‌ی سینیتیک مجزا برای کوپل کردن با هیدرودینامیک سیالات پیچیده استفاده می‌شود. از این مدل برای شبیه‌سازی پدیده‌های پیچیده‌ی سیالات مثل ناپایداری تیلور، حرکت سطح مشترک مایع - گاز روی یک سطح جامد (بریانت و همکاران [۲۰])، حرکت حباب (تاکادا و همکاران [۱۰]) و شبیه‌سازی جریان سیالات غیر قابل تراکم با نسبت چگالی بالا (اینامورو و همکاران [۲۱]) استفاده می‌شود. هی و همکاران [۲۲] یک مدل پیشنهاد کردند (مدل HSD) که دینامیک سطح مشترک را با در نظر گرفتن فعل و انفعال بین مولکولی شبیه‌سازی می‌کند. مارتیس و چن [۲۳] از مدل HSD برای سیالات تراکم‌ناپذیر استفاده کرده‌اند. برای این کار از دو تابع توزیع استفاده شده است که یکی برای به دست آوردن فشار و سرعت سیال تراکم‌ناپذیر و دیگری تنها برای به دست آوردن دینامیک سطح مشترک است.

در مطالعه‌ی حاضر با استفاده از مدل شان و چن [۱۵] در روش شبکه‌ی بولتزمن، رفتار دینامیکی سقوط قطره‌های غوطه‌ور در یک سیال ساکن، تحت تأثیر نیروی وزن و اثرات مختلف دیوار بر روی آن‌ها و اثر حالت‌های متفاوت قرار گرفتن قطره‌ها در کنار هم مطالعه شده است. این پدیده برای اولین بار با استفاده از این مدل مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش‌های بعدی مقاله ابتدا مدل دوفازی شان و چن به طور مختصر توضیح داده شده و سپس کد و روش حل مسئله اعتبارسنجی شده است. در نهایت در بخش اصلی مقاله نتایج شبیه‌سازی برای سقوط قطره‌ها ارائه شده و مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

2 Taylor Rayleigh

3 Spinodal

1 Lattice Boltzmann method (LBM)

## ۲- شرح روش شبکه‌ی بولتزمن

در این مقاله از مدل پتانسیل بین مولکولی روش شبکه‌ی بولتزمن که توسط شان و چن پیشنهاد شده است [۱۵]، به منظور مطالعه‌ی رفتار دینامیکی قطره‌های مجاور یک‌دیگر استفاده شده است.

برای شبیه‌سازی، از ساختار شبکه‌ی  $D_2Q_9$  استفاده شده است. بر اساس مدل پتانسیل بین مولکولی در روش شبکه‌ی بولتزمن، تابع توزیع هر جزء (هر کدام از سیالات جزء جداگانه‌ای محسوب می‌شوند) به صورت زیر است:

$$f_i^\sigma(x + c_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i^\sigma(x, t) = -\frac{1}{\tau^\sigma} (f_i^\sigma(x, t) - f_i^{\sigma(eq)}(n^\sigma, u_{eq}^\sigma)) \quad (1)$$

که در آن  $f_i^\sigma(x, t)$ ، تابع توزیع چگالی جزء  $\sigma$  با سرعت  $c_i$  در مکان  $x$  و زمان  $t$  است و  $\tau^\sigma$  زمان آسایش مربوط به جزء  $\sigma$  است و  $f_i^{\sigma(eq)}$  تابع توزیع تعادلی است که به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_i^{\sigma(eq)} = \omega_i n^\sigma \left[ 1 + 3c_i \cdot u_{eq}^\sigma + \frac{9}{2} (c_i \cdot u_{eq}^\sigma)^2 - \frac{3}{2} (u_{eq}^\sigma)^2 \right] \quad (2)$$

که در رابطه بالا  $\omega_i$  ضرایب وزنی مربوط به جهت‌های مختلف شبکه می‌باشند و مقادیر آن‌ها در رابطه‌ی (۳) ارائه شده است:

$$w_i = \begin{cases} \frac{4}{9}, & i=0 \\ \frac{1}{9}, & i=1,2,3,4 \\ \frac{1}{36}, & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (3)$$

سرعت‌های گسسته‌ی شبکه‌ی بولتزمن در معادلات بالا به صورت زیر است:

$$c_0 = 0 \\ c_i = \left[ \cos(i-1)\frac{\pi}{2}, \sin(i-1)\frac{\pi}{2} \right], i=1,2,3,4 \\ c_i = \sqrt{2} \left[ \cos(2i-1)\frac{\pi}{4}, \sin(2i-1)\frac{\pi}{4} \right], i=5,6,7,8 \quad (4)$$

زمان آسایش جزء  $\sigma$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tau^\sigma = 3\nu^\sigma + 0.5 \quad (5)$$

$\nu^\sigma$  لزجت سینماتیکی جزء  $\sigma$  است. چگالی عددی و سرعت جزء  $\sigma$  را می‌توان از روابط زیر به دست آورد:

$$n^\sigma(x, t) = \sum_i f_i^\sigma(x, t) \quad (6)$$

$$n^\sigma u^\sigma(x, t) = \sum_i c_i f_i^\sigma(x, t) \quad (7)$$

چگالی جرمی به صورت  $\rho^\sigma = m^\sigma n^\sigma$  است که در آن  $m^\sigma$  جرم مولکولی

برای هر جزء  $\sigma$  است. سرعت تعادلی  $u_{eq}^\sigma$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho^\sigma u_{eq}^\sigma = \rho^\sigma u' + \tau^\sigma F^\sigma \quad (8)$$

که در آن رابطه،  $u'$  سرعت ترکیبی نامیده شده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u' = \frac{\sum_\sigma \rho^\sigma u^\sigma / \tau^\sigma}{\sum_\sigma \rho^\sigma / \tau^\sigma} \quad (9)$$

$F^\sigma$  نیروی کل برهم‌کنش‌ها در جزء  $\sigma$  است که شامل نیروی برهم‌کنش بین دو سیال ( $F_f^\sigma$ )، نیروی برهم‌کنش بین سیال و جامد ( $F_s^\sigma$ )، نیروهای بدنی وارد بر جزء  $\sigma$  مثل نیروی گرانشی ( $F_b$ ) و غیره است. نیروی کل از مجموع نیروها به دست می‌آید:

$$F^\sigma = F_f^\sigma + F_s^\sigma + F_b^\sigma \quad (10)$$

بر اساس مدل پتانسیل بین مولکولی، نیروی برهم‌کنش بین دو سیال که بر روی هر جزء اثر می‌گذارد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_f^\sigma = -\psi^\sigma(x) \sum_\sigma G_{\sigma\sigma} \sum_i \omega_i \psi^\sigma(x + c_i \cdot \delta_t) c_i \quad (11)$$

$\psi^\sigma(n^\sigma)$  بیان‌کننده پتانسیل برهم‌کنش جزء  $\sigma$  است که در این مقاله مقدار آن برابر  $\rho_\sigma(x)$  برای جزء  $\sigma$  در مکان  $x$  انتخاب شده است.  $G_{\sigma\sigma}$  بیان‌گر شدت برهم‌کنش بین جزء  $\sigma$  و  $\bar{\sigma}$  است. مقدار مثبت  $G_{\sigma\sigma}$  در رابطه‌ی بالا منجر به ایجاد نیروی دافعه بین ذرات می‌شود. اگر  $\sigma = \bar{\sigma}$  باشد نیروی برهم‌کنش غیر محلی بین ذرات یک جزء برقرار است و در غیر این صورت این نیرو بین ذرات دو جزء مختلف برقرار می‌شود. بنابراین اجزاء مختلف می‌توانند با انتخاب مقادیر مناسب  $G_{\sigma\sigma}$  از یک‌دیگر جدا شوند و یا باهم مخلوط شوند.

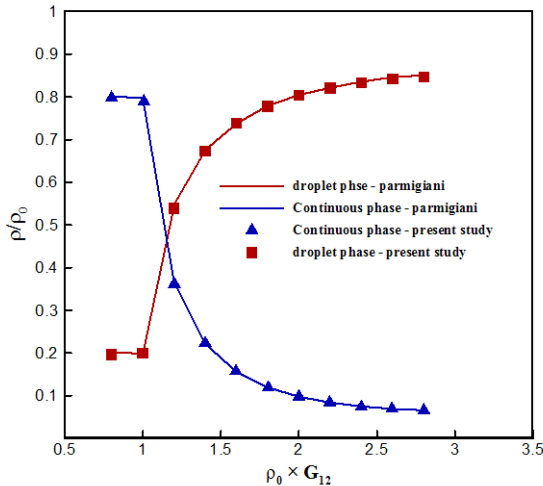
به طور مشابه نیروی برهم‌کنش بین جامد و سیال  $F_s^\sigma$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۲۳]:

$$F_s^\sigma = -\psi^\sigma(x) \sum_i G_{\sigma s} \omega_i s(x + c_i \delta_t) c_i \quad (12)$$

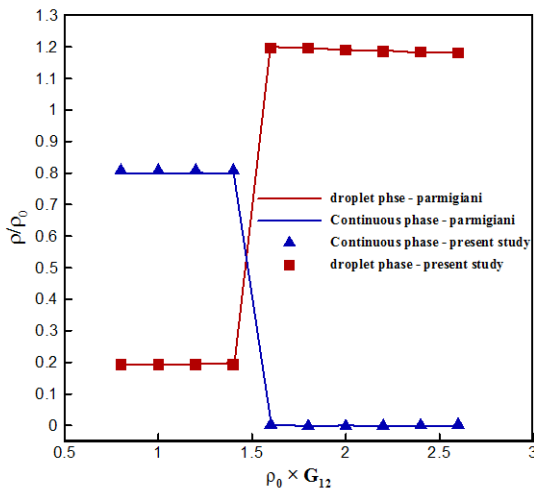
$G_{\sigma s}$  شدت برهم‌کنش بین جامد و جزء  $\sigma$  است که تعیین‌کننده‌ی خیس‌شوندگی دیوار و یا عدم خیس‌شوندگی دیوار توسط قطره است. بیش‌تر پژوهش‌های انجام‌شده‌ی پیشین [۲۳، ۲۴] نشان می‌دهند که مقدار  $G_{\sigma s}$  برای سطوح خیس‌نشونده مثبت و برای سطوح خیس‌شونده منفی است. مقدار تابع  $S(x)$  در مکانی که روی دیوار قرار دارد برابر ۱ و در مکانی که در سیال قرار دارد برابر صفر است. در این مقاله از نیروی بین جامد و سیال به دلیل مقادیر بسیار کم آن در مقابل نیروهای دیگر چشم‌پوشی شده است. از آنجایی که تماسی بین قطره و دیواره‌ها وجود ندارد اثرات خیس‌شوندگی دیوار توسط قطره اهمیت ندارد؛ بنابراین مقدار  $G_{1S} = G_{2S} = 0$  انتخاب شده است.

مقادیر ماکروسکوپیکی کل جریان به صورت زیر بدست می‌آیند

[۸،۲۵،۲۶]



(ب)



(ج)

شکل ۱: نسبت چگالی هر جزء به چگالی اولیه در مرکز محدوده شبیه‌سازی، بر حسب حاصل ضرب چگالی اولیه در شدت برهم‌کنش بین دو جزء. الف) زمان آسایش مربوط به سیال قطره (d) و سیال اطراف (c) برابر است،  $\tau_d = \tau_c = 1$  (ب)  $\tau_d = 1/5$ ،  $\tau_c = 1/7$  (ج)  $\tau_d = 1/5$ ،  $\tau_c = 1/7$

### ۳-۲- کشش سطحی بین دو سیال

به منظور بررسی درستی اعمال کشش سطحی بین دو سیال از دو آزمون استفاده شده است. ابتدا یک قطره مربعی، دوبعدی و ساکن در مرکز یک محیط نامحدود در نظر گرفته شده است که بر اساس اصل کشش سطحی بین دو سیال، در حالت تعادل استاتیکی باید به پایدارترین حالت ممکن با کمترین سطح مشترک بین دو سیال که شکل دایره‌ای برای قطره‌ی دوبعدی است تبدیل شود. شکل ۲ این موضوع را به خوبی نشان می‌دهد. در آزمون دوم دو قطره‌ی دایره‌ای دوبعدی در مجاورت یک‌دیگر قرار داده شده‌اند که نیروهای واندروالسی و نیز اثرات کشش سطحی منجر به انعقاد دو قطره با یک‌دیگر شده و پس از رسیدن به تعادل استاتیکی، یک قطره‌ی پایدار دایره‌ای بزرگ‌تر نسبت به قطره‌های

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{\sigma} m^{\sigma} \sum_i f_i^{\sigma}(\mathbf{x}, t)$$

$$\rho(\mathbf{x}, t)U(\mathbf{x}, t) = \sum_{\sigma} m^{\sigma} \sum_i c_i f_i^{\sigma}(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} F^{\sigma}(\mathbf{x}, t) \quad (13)$$

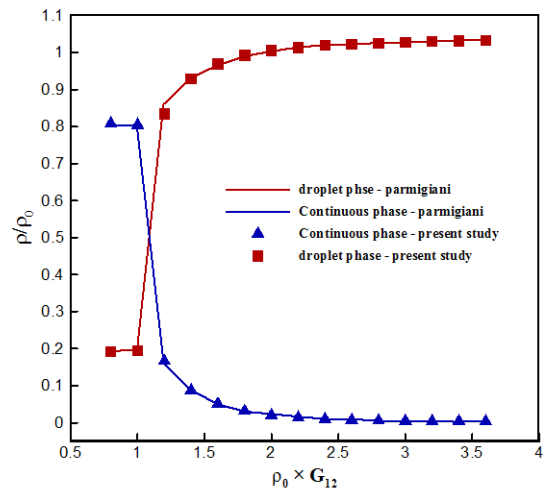
$$p(\mathbf{x}, t) = C_s^2 \sum_{\sigma} n^{\sigma} + \frac{C_s^2}{2} \sum_{\sigma\bar{\sigma}} G_{\sigma\bar{\sigma}} \psi^{\sigma}(n^{\sigma}) \psi^{\bar{\sigma}}(n^{\bar{\sigma}})$$

که در معادله (۱۳)،  $C_s^2 = (1/3)$  است.

### ۳-۱- اعتبار سنجی حل

#### ۱-۳- نسبت‌های لزجت مختلف بین دو سیال

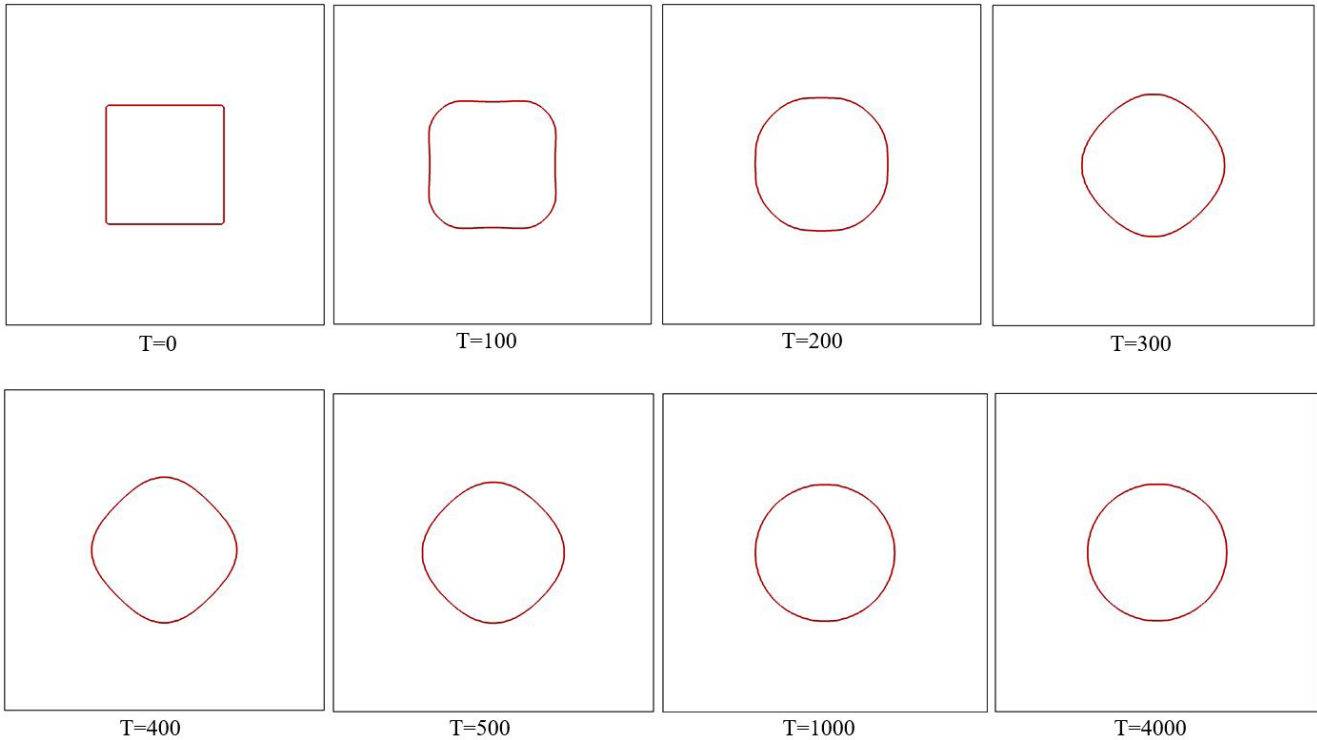
برای اعتبارسنجی کد مساله، رفتار استاتیکی یک قطره‌ی ساکن در یک محیط نامحدود بررسی شده است. برای شبیه‌سازی این مساله یک قطره با شعاع ۲۵ واحد شبکه (lu) در یک محیط دو بعدی و مربعی با ابعاد  $100 \times 100$  lu در نظر گرفته شده است. چگالی اولیه‌ی فاز تشکیل‌دهنده‌ی قطره، در درون قطره برابر  $\rho_0$  و در بیرون آن برابر صفر در نظر گرفته شده است. همچنین چگالی اولیه‌ی فاز پیوسته (سیال اطراف قطره) در بیرون قطره برابر  $\rho_0$  و در درون قطره برابر صفر در نظر گرفته شده است. شرط مرزی تناوبی برای همه‌ی مرزها به کار برده شده است. این مساله برای دو سیال در ۳ حالت مختلف با نسبت‌های لزجت سینماتیکی متفاوت و در نتیجه با نسبت‌های زمان آسایش متفاوت بررسی شده است. شکل ۱ نسبت چگالی هر جزء را به چگالی اولیه (rho) در مرکز محدوده شبیه‌سازی بر حسب حاصل ضرب چگالی اولیه در شدت برهم‌کنش بین دو جزء نشان می‌دهد. این نتایج مربوط به حالت تعادل استاتیکی است و در زمان‌های آسایش متفاوت برای دو سیال ارائه شده است که با نتایج به دست آمده توسط پارمیجانی [۲۷] مقایسه شده است. شکل ۱ نشان می‌دهد که نتایج این مقاله به طور دقیق بر نتایج پارمیجانی [۲۸] منطبق است.



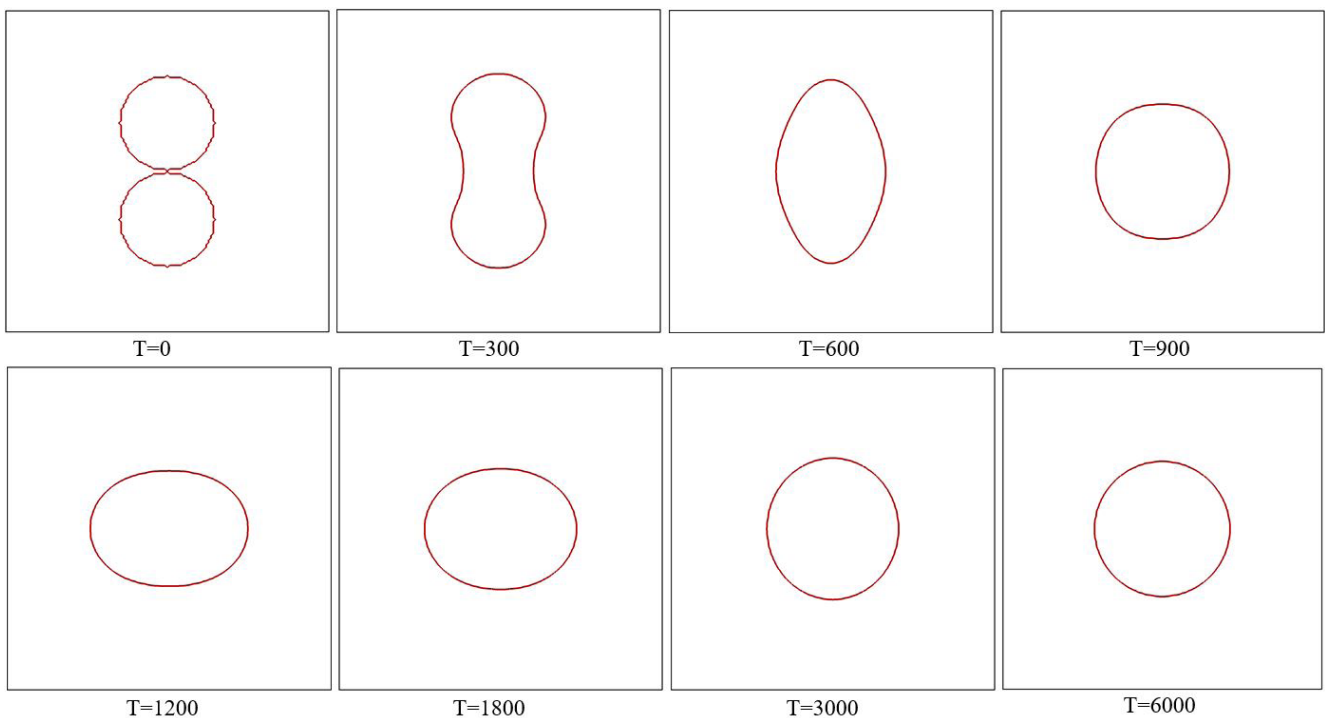
(الف)

چگالی سیال اطراف  $\rho_0$  و چگالی سیال تشکیل‌دهنده قطره تقریباً صفر در نظر گرفته شده است. شبکه‌ی حل  $140 \times 140 \text{ lu}^2$  است و در تمام مرزها از شرط مرزی تناوبی استفاده شده است.

اولیه ایجاد می‌شود (شکل ۳). در درون قطره‌ها چگالی سیال تشکیل‌دهنده قطره  $\rho_0$  و چگالی سیال اطراف تقریباً صفر در نظر گرفته شده است و در بیرون قطره‌ها



شکل ۲: تغییر شکل قطره‌ی اولیه‌ی مربعی و تبدیل شدن آن به شکل دایره در یک صفحه‌ی افقی و در زمان‌های مختلف، طول ضلع قطره‌ی مربعی اولیه  $50 \text{ lu}$ ، لزجت سینماتیکی دو سیال برابر  $\nu_d = \nu_c = 0.1667$  و نسبت چگالی شبکه برای دو سیال  $(\rho_d/\rho_c)=1$  است.



شکل ۳: انعقاد دو قطره‌ی مساوی در مجاورت یک‌دیگر و تشکیل قطره‌ی بزرگ‌تر، شعاع اولیه‌ی هر قطره  $R = 20 \text{ lu}$ ، لزجت سینماتیکی دو سیال برابر  $\nu_d = \nu_c = 0.1667$  و نسبت چگالی شبکه برای دو سیال  $(\rho_d/\rho_c)=1$  است.

#### ۴- نتایج و بحث

در این بخش نتایج اصلی مقاله ارائه شده و بحث و بررسی روی آن صورت گرفته است. در تمام شبیه‌سازی‌های این مقاله، نسبت لزجت سینماتیکی دو سیال  $(\nu_d/\nu_c) = 1$ ، نسبت چگالی‌های عددی و جرم مولکولی  $\frac{m^{(d)}}{m^{(c)}} = \frac{n^{(d)}}{n^{(c)}} = 1$ ، در نتیجه‌ی آن نسبت چگالی جرمی  $(\rho_d/\rho_c) = 1$ ، شدت برهم‌کنش‌های بین ذرات  $G_{11} = G_{22} = 0$  و  $G_{12} = G_{21} = 1/8$  مربوط به فاز پیوسته‌ی اطراف قطره است انتخاب شده است. هم‌چنین تمام پارامترهای موجود در مقاله بر اساس واحد شبکه‌ی بولتزمن می‌باشند.

#### ۴-۱- قانون لاپلاس

بین درون و بیرون قطره اختلاف فشار وجود دارد که فشار درون قطره بیشتر از بیرون آن است. بر اساس قانون لاپلاس [۲۸] اختلاف فشار بین درون و بیرون قطره، با شعاع قطره رابطه معکوس دارد و رابطه آن به صورت زیر است:

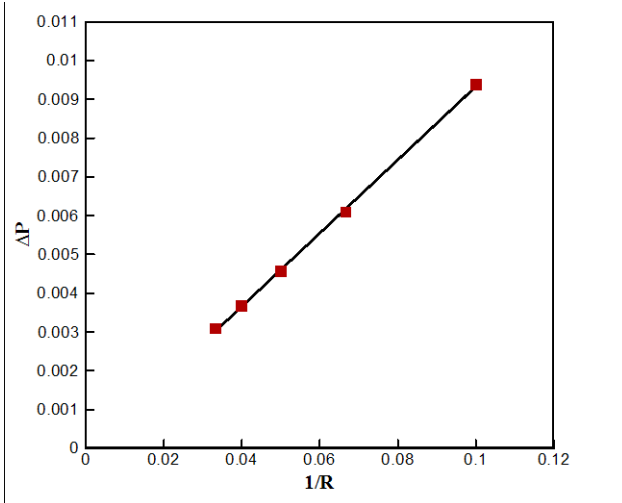
$$\Delta P = P_{in} - P_{out} = \frac{\sigma}{R} \quad (14)$$

$\sigma$  ثابت کشش سطحی بین دو سیال و  $R$  شعاع قطره است. با استفاده از این رابطه می‌توان کشش سطحی بین دو سیال را در شبیه‌سازی شبکه بولتزمن تخمین زد. در مدل پتانسیل بین مولکولی [۱۵]،  $\sigma$  توسط شدت برهم‌کنش  $G_{\sigma\sigma}$  تعیین می‌شود. برای به دست آوردن کشش سطحی، با استفاده از شبیه‌سازی قطره‌هایی با شعاع‌های مختلف که به صورت ساکن در یک سیال دیگر واقع شده‌اند شیب خط معادله‌ی (۱۴) محاسبه می‌شود. شکل ۴ برازش خطی اختلاف فشار بر حسب معکوس شعاع قطره است که برای قطره‌هایی با شعاع‌های مختلف به دست آمده است. شبیه‌سازی در دامنه‌ی حل  $100 \times 100 \text{ lu}^2$  با شرایط مرزی تناوبی در هر چهار طرف محدودی حل صورت گرفته است.

تطابق برازش خطی نقاط به دست آمده از شبیه‌سازی با خود نقاط، بیان‌گر اعمال صحیح روش حل و مطابقت شبیه‌سازی با فیزیک مساله دارد. با استفاده از شیب نمودار برازش، کشش سطحی بین دو سیال در شبیه‌سازی مربوط به این مقاله برابر با  $0.095$  به دست آمده است.

#### ۴-۲- سقوط قطره‌های مجاور در اثر نیروی گرانش

در این مقاله برای شبیه‌سازی سقوط قطره‌ها از یک کانال عمودی با ابعاد شبکه‌ی  $280 \times 840$  استفاده شده است. مرزهای اطراف کانال، به صورت دیوار با شرط عدم لغزش فرض شده و از شرط مرزی بونس‌بک<sup>۴</sup> استفاده شده است. در بالا و پایین کانال شرط مرزی تناوبی به کار برده شده است [۸]. قطر همه‌ی قطره‌های شبیه‌سازی شده  $56$  واحد شبکه است.



شکل ۴: اعتبارسنجی معادله‌ی لاپلاس، اختلاف فشار درون و بیرون قطره بر حسب معکوس شعاع قطره‌های مختلف و برازش خطی این اختلاف فشار

اثرات نیروی وزن و شناوری بر سیالات به صورت زیر است:

$$F_{net,g} = g_{eff} \Delta \rho_{eff} = g_{eff} (\rho_d - \rho_c) \quad (15)$$

$F_{net,g}$  نیروی بدنی کل است و  $g$  شتاب گرانش و  $(\rho_d - \rho_c)$  اختلاف چگالی بین دو سیال است؛ اما برای انجام شبیه‌سازی اثر نیروی وزن به صورت زیر در برنامه اعمال می‌شود [۲۹]:

$$F_b^\sigma = \rho^\sigma \times g_{applied} \quad (16)$$

که در آن  $F_b^\sigma$  نیروی موثر وزن بر جزء  $g_{applied}$  شتاب گرانش اعمالی بر چگالی سیال مورد نظر و  $\rho^\sigma$  چگالی سیالی است که نیروی وزن به آن اعمال می‌شود. در شبیه‌سازی‌های این مقاله با اعمال نیروی معادله‌ی (۱۶) بر سیال تشکیل‌دهنده‌ی قطره، اثرات نیروهای وزن و شناوری به خوبی مورد تحلیل قرار گرفته و با فیزیک واقعی برابری دارد. مهم‌ترین پارامترهای بی‌بعد برای بررسی رفتار دینامیکی قطره و یا جابجایی تحت تأثیر نیروی وزن به صورت زیر مطرح می‌شوند:

$$EO = \frac{g(\rho_d - \rho_c)D^2}{\sigma} \quad \text{عدد اُتوس}$$

$$Oh = \frac{\mu_d}{(\rho_d D \sigma)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{عدد اونسورج}^5 \text{ (بر مبنای خواص سیال قطره)}$$

$$Oh = \frac{\mu_c}{(\rho_c D \sigma)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{عدد اونسورج}^5 \text{ (بر مبنای سیال اطراف)} \quad (17)$$

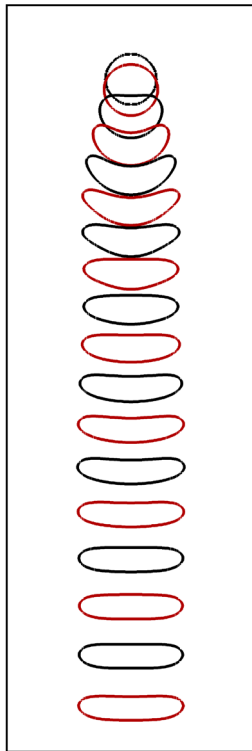
$$Mo = \frac{g(\rho_d - \rho_c)\rho_c^2 v_c^4}{\sigma^3} \quad \text{عدد مورتون}^6$$

5 Ohnesorge number

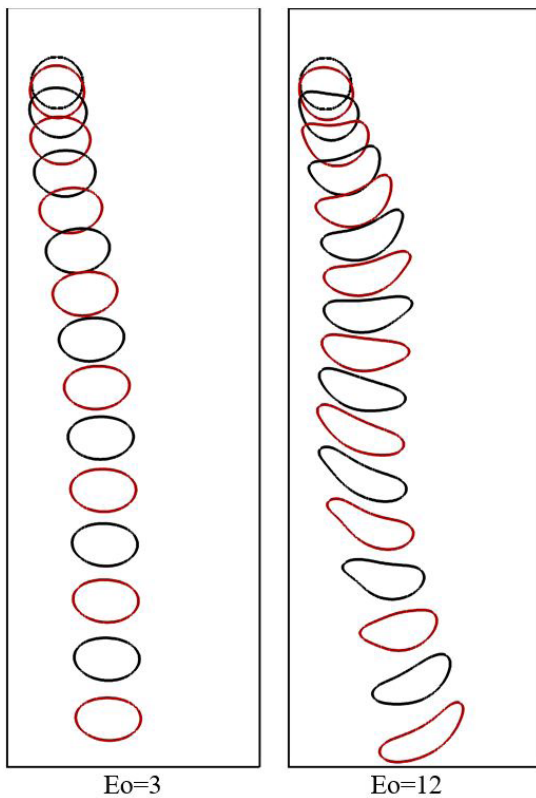
6 Morton number

4 Bounce back

دامنه‌ی حرکت نوسانی قطره افزایش می‌یابد.



شکل ۵: سقوط یک قطره‌ی منفرد که از محور تقارن عمودی کانال رها شده است. ( $At^*=1$ ,  $t_0^*=0$ ,  $Oh=0.072$ ,  $EO=12$ )



شکل ۶: سقوط یک قطره‌ی منفرد که در نزدیکی دیوار سمت چپ کانال رها شده است. ( $At^*=1$ ,  $t_0^*=0$ ,  $Oh=0.072$ )

$$t^* = \frac{t}{\left(\frac{D}{g}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

زمان بی‌بعد

در رابطه‌ی بالا  $D$  قطر اولیه‌ی قطره،  $\mu_d$  و  $\mu_c$  به ترتیب لزجت دینامیکی سیال قطره و محیط است.  $g$  شتاب گرانش و  $\nu_c$  لزجت سینماتیکی سیال محیط است. در این مقاله از اعداد بی‌بعد اتوس و اونسورج به همراه زمان بی‌بعد برای بررسی رفتار سقوط قطره‌ها استفاده شده است. قابل ذکر است که در تمام شبیه‌سازی‌های این مقاله  $Oh=0.072$  است؛ بنابراین برای ارائه نتایج از عدد  $Oh=0.072$  استفاده شده است.

#### ۴-۲-۱- سقوط قطره‌ی منفرد

یک قطره وقتی که در زمان اولیه، در مکانی روی محور تقارن عمودی کانال قرار داشته باشد، اگر در اثر نیروی وزن به سمت پایین کانال سقوط کند، از محور عمودی منحرف نمی‌شود و در یک مسیر مستقیم‌الخط به حرکت خود ادامه می‌دهد. با توجه به تقارن هندسی مساله، فیزیک طبیعی و اثر نیروها نیز دارای تقارن بوده و این موضوع سبب می‌شود که قطره در راستای افقی تغییر مسیر ندهد و شکل هندسی آن نسبت به محور تقارن عمودی کانال متقارن بماند. شکل ۵ سقوط یک قطره با اعداد بی‌بعد  $Oh=0.072$  و  $EO=12$  را در زمان اولیه‌ی ساکن، واقع در خط مرکزی عمودی کانال نشان می‌دهد. زمان بی‌بعد اولیه صفر است و اختلاف زمان بی‌بعد برای حالت‌های دیگر ۱ می‌باشد.

شکل ۶ نشان می‌دهد اگر یک قطره‌ی منفرد در زمان اولیه در نزدیکی یکی از دیوارهای کناری کانال قرار داشته باشد به علت اثرات تنش برشی در دیوار نزدیک به قطره، این قطره تغییر شکل می‌دهد و دچار چرخش می‌شود. به علت اثرات دافعه‌ی دیوار قطره‌ی تغییر شکل داده به سمت محور تقارن عمودی کانال هدایت می‌شود. با توجه به اینکه در عدد اونسورج ثابت نسبت اثرات کشش سطحی و لزجی نیز ثابت است، شکل ۶ نشان می‌دهد که در عدد اتوس پایین ( $EO=3$ ) قطره به سمت محور تقارن عمودی کانال حرکت می‌کند؛ اما به علت اثرات بالای نیروی کشش سطحی و در نتیجه اثرات بالای میرایی لزجی نسبت به نیروهای اینرسی (اثرات نیروی وزن) مسیر متناوبی در حرکت قطره به وجود نمی‌آید و قطره تقریباً در یک خط راست در نزدیکی محور تقارن عمودی حرکت می‌کند.

با توجه به شکل ۶ در عدد اتوس بالا، ( $EO=12$ ) زمانی که قطره به محور تقارن عمودی کانال نزدیک می‌شود اختلاف فشار و نیروهای چرخشی موجود در قطره دوباره آن را به سمت دیوار هل می‌دهد. در ادامه وقتی قطره به دیوار نزدیک می‌شود دافعه‌ی دیوار و نیروی چرخش قطره آن را به سمت خط مرکزی کانال هدایت می‌کند. این چرخه تکرار می‌شود و قطره در یک مسیر نوسانی به حرکت خود ادامه می‌دهد. به علت افزایش اینرسی قطره در مقابل اثرات میرایی لزجی با گذشت زمان،

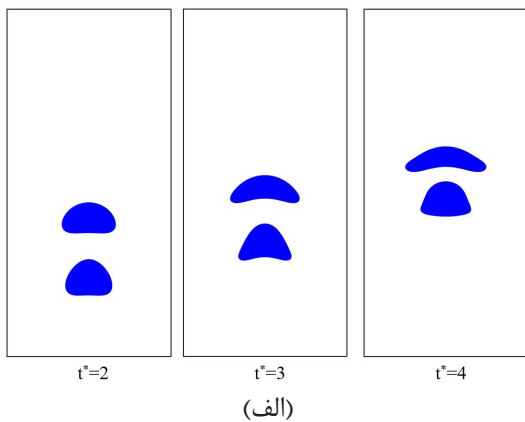
۴-۲-۲- سقوط دو قطره‌ی مجاور در یک راستای افقی

شکل ۷ سقوط دو قطره در راستای افقی یکسان را در زمان‌های بی‌بعد مختلف نشان می‌دهد که هر دو در نزدیکی دیوارهای عمودی رها می‌شوند. این شکل نشان می‌دهد؛ در عدد اتوس پایین ( $Eo=3$ ) هر دو قطره در اثر دافعه دیوار به سمت محور تقارن عمودی کانال هدایت می‌شوند؛ سپس تقریباً در نزدیکی این محور در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کنند. با توجه به شکل ۷، با افزایش عدد اتوس تا مقدار  $Eo=6$  اثرات وزن و در نتیجه اینرسی قطره در مقابل میرایی لزجی افزایش یافته و نواسانات اندکی در مسیر حرکت قطره مشاهده می‌شود. همچنین با افزایش عدد اتوس تا مقدار  $Eo=12$ ، اینرسی بیشتر افزایش می‌یابد و نوسانات حرکت دو قطره نیز بیشتر می‌شود. ساختار پیچیده‌ی جریان و گردابه‌های اطراف قطره‌ها منجر به دافعه بین دو قطره می‌شود و به همین خاطر دو قطره با هم برخورد نمی‌کنند و با نزدیک شدن به یک‌دیگر دوباره از هم فاصله گرفته و به سمت دیوار هدایت می‌شوند.

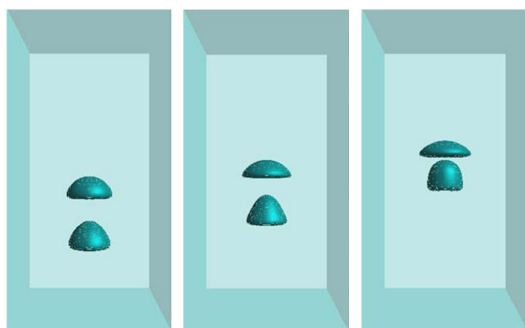
همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش عدد اتوس تغییر شکل هر کدام از قطره‌ها بیشتر می‌شود؛ زیرا با افزایش عدد اتوس اثرات نیروی وزن در مقابل کشش سطحی افزایش یافته و با توجه به اختلاف فشار موجود در سطح مشترک قطره، تغییر شکل بیشتری در قطره ایجاد می‌شود.

در اثر نیروی وزن شبیه‌سازی شده است. این نتایج در شکل ۸ نشان داده شده است و مشاهده می‌شود که نتایج دو بعدی این مقاله به صورت کیفی بسیار نزدیک به نتایج آنالاند و همکاران می‌باشد. در این شکل نتایج بر اساس اعداد بی‌بعد اتوس و مرتن ارائه شده‌اند.

شکل ۹ سقوط دو قطره (در زمان اولیه ساکن) در یک راستای عمودی با ارتفاع مختلف را در عدد اونسورج ثابت ( $Oh=0.072$ ) و در اعداد اتوس متفاوت نشان می‌دهد (فاصله‌ی عمودی بین مرکز دو قطره برابر  $7R/2$  است). در این شکل مشاهده می‌شود که دو قطره برخلاف اینکه دارای ارتفاع اولیه‌ی متفاوت هستند سرانجام با هم برخورد کرده و تشکیل یک قطره‌ی بزرگ‌تر می‌دهند. با توجه به این شکل، قطره‌ی پایینی بیشتر از قطره‌ی بالایی تغییر شکل می‌دهد زیرا قطره‌ی پایینی در مقابل سیال ساکن در حال حرکت است و در اثر اختلاف فشار بیشتر نیروی درگ بیشتری به قطره اعمال می‌شود؛ ولی قطره‌ی پشت سر آن در داخل گردابه‌هایی که در بالای قطره‌ی پیشرو (قطره‌ی پایینی) ایجاد می‌شود در حال حرکت است که این امر موجب کاهش نیروی درگ برای قطره‌ی پیرو (قطره‌ی بالایی) می‌شود. به دلیل تفاوت نیروی درگ در قطره‌ها، با گذشت زمان فاصله‌ی بین دو قطره کم می‌شود و سرانجام دو قطره هم‌دیگر را لمس کرده و با هم برخورد می‌کنند و تشکیل یک قطره‌ی بزرگ‌تر با حجمی دو برابر قطره‌های اولیه می‌دهند.



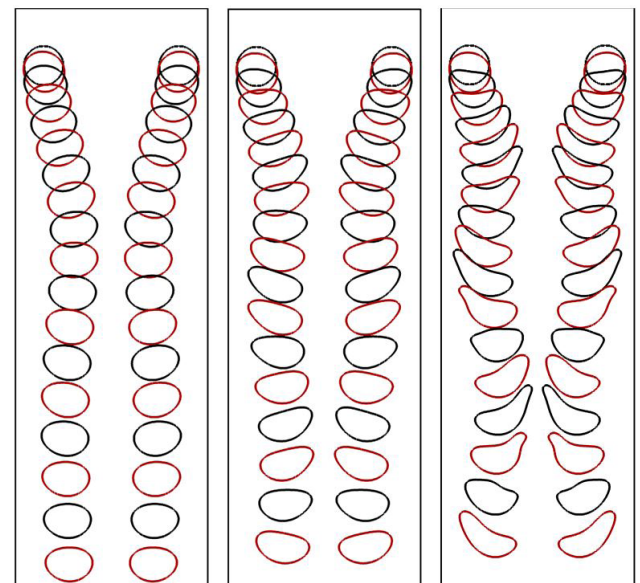
(الف)



(ب)

شکل ۸: بالا رفتن دو حباب در ارتفاع اولیه متفاوت با محور عمودی یکسان. (الف) نتایج مطالعه‌ی حاضر، (ب) نتایج آنالاند و همکاران.

$$(Mo=2 \times 10^{-4}, Eo=16)$$



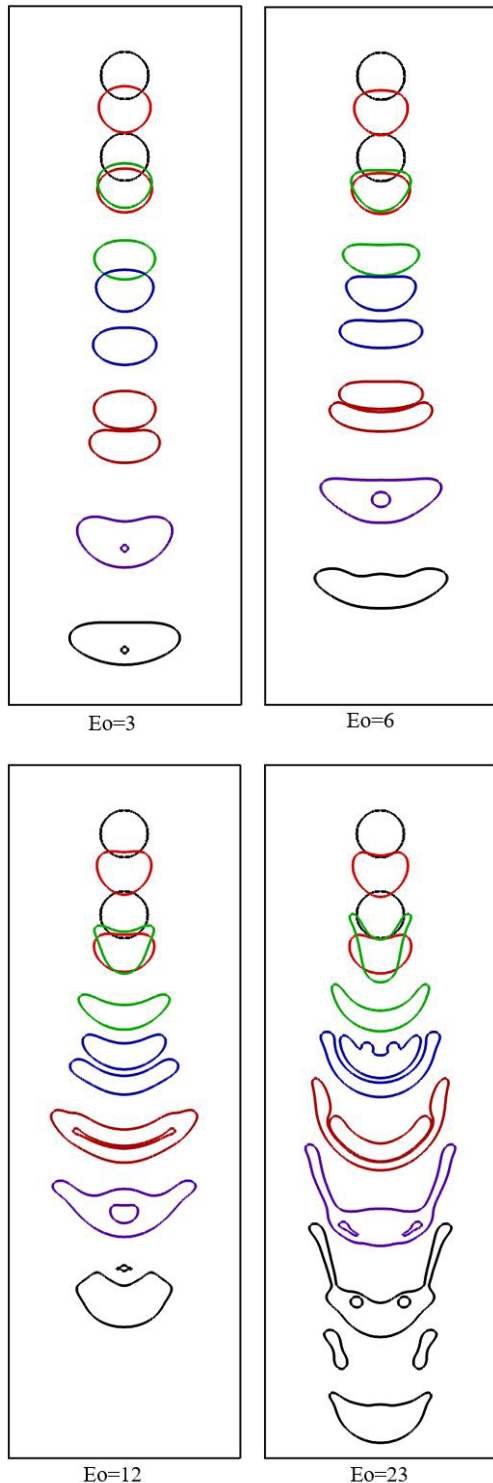
شکل ۷: سقوط دو قطره در راستای افقی یکسان که هر کدام در نزدیکی یکی از دیوارهای کناری کانال رها شده‌اند.

$$(At^* = 1, t_0^* = 0, Oh = 0.072)$$

۴-۲-۳- سقوط دو قطره یکسان در یک راستای عمودی

آنالاند و همکاران [۳۰] با استفاده از روش عددی حجم سیال به بررسی رفتار یک و دو حباب که در یک سیال ساکن رها می‌شود، پرداخته‌اند. در این بخش قبل از بررسی سقوط دو قطره در یک راستای عمودی ابتدا حرکت دو حباب در ارتفاع متفاوت و در یک راستای عمودی





شکل ۹: سقوط دو قطره در راستای عمودی یکسان با ارتفاع متفاوت که در روی محور تقارن عمودی کانال رها شده‌اند  
 $(At^*=2, f_0^*=0, Oh=0.072)$

داده شده‌اند. در شکل ۱۵ در عدد اتوس ۶ قطره‌ها دچار برخورد نامتقارن می‌شوند. در شکل ۱۶ با افزایش عدد اتوس تا ۱۲ مشاهده می‌شود که قطره‌ی پیرو از سمت بالایی خود دچار کشیدگی می‌شود. شکل ۱۷ نشان می‌دهد که در بالاترین عدد اتوس ( $Eo=23$ ) اعوجاج و کشیدگی قطره‌ی پیرو افزایش یافته و در نهایت دچار جدایش می‌شود.

همان طور که در شکل ۹ نشان داده شده است چون مرکز قطره‌ها در حالت اولیه، روی محور عمودی کانال قرار دارد مسیر حرکت آن‌ها خط مستقیم روی محور تقارن است. به علت اینرسی بالا در هنگام برخورد دو قطره، پس از برخورد و درآمیختن آن‌ها حبابی از جنس سیال اطراف تشکیل می‌گردد که در اثر فشار زیاد دو قطره بر یک دیگر، این حباب از شیار نازک بین دو قطره نمی‌تواند به طور کامل خارج شود و بخشی از آن در قطره‌ی تشکیل شده‌ی بزرگ‌تر به دام می‌افتد و سرانجام از سطح بالایی این قطره این حباب خارج می‌شود. در شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ در چهار زمان بی‌بعد متفاوت به طور مجزا این پدیده‌ها نشان داده شده است.

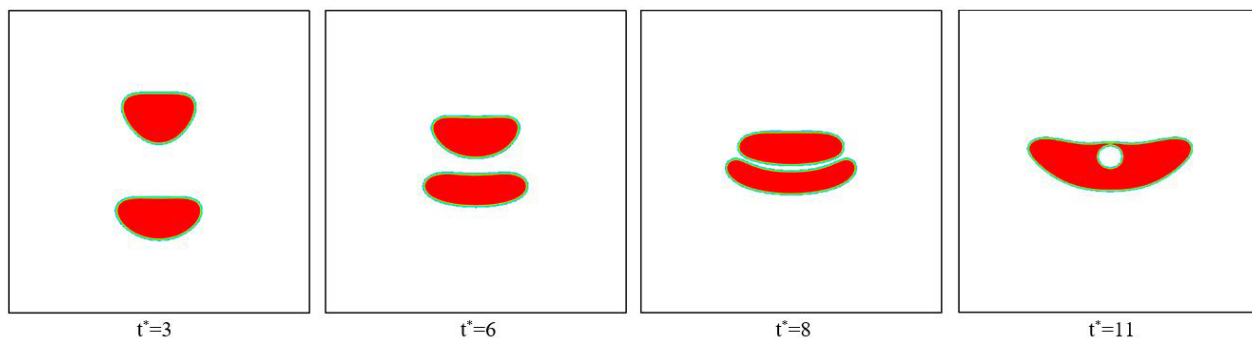
همان طور که در شکل ۹ و همچنین در شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ به طور مجزا نشان داده شده است با افزایش عدد اتوس از ۳ تا ۲۳ به ترتیب اثرات نیروی وزن در مقابل کشش سطحی افزایش می‌یابد و موجب تغییر شکل بیشتر هر دو قطره می‌شود. در تمامی حالات پس از برخورد دو قطره به علت افزایش شعاع در قطره‌ی بزرگ تشکیل شده عدد اتوس برای قطره نسبت به قبل از برخورد افزایش می‌یابد که منجر به تغییر شکل بیشتر قطره نسبت به حالت قبل از برخورد می‌شود. در شکل ۱۲ به وضوح مشاهده می‌شود که به علت افزایش عدد اتوس پس از انعقاد دو قطره پدیده‌ی جدایش از لبه اتفاق می‌افتد.

#### ۴-۲-۴- سقوط دو قطره در ارتفاع و راستای عمودی متفاوت

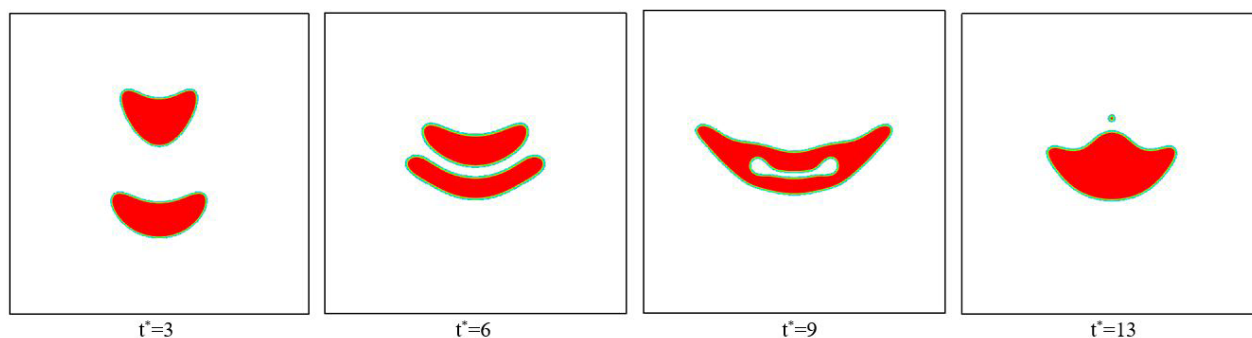
در این بخش ابتدا حرکت دو حباب در ارتفاع و راستای افقی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته و نتایج به صورت کیفی با نتایج بدست آمده توسط آنالاند و همکاران [۳۰] برابری دارد. این نتایج در شکل ۱۳ بر اساس اعداد بی‌بعد اتوس و مرتن نشان داده شده است.

در شکل ۱۴ سقوط دو قطره در ارتفاع و راستای افقی متفاوت در عدد اونسورج ثابت ( $Oh=0.072$ ) و اعداد اتوس مختلف نشان داده شده است. (فاصله‌ی بین مرکز دو قطره برابر  $7R/2$  در هر دو جهت افقی و عمودی می‌باشد و مرکز دو قطره در فاصله‌ی مساوی از محور تقارن عمودی قرار دارد).

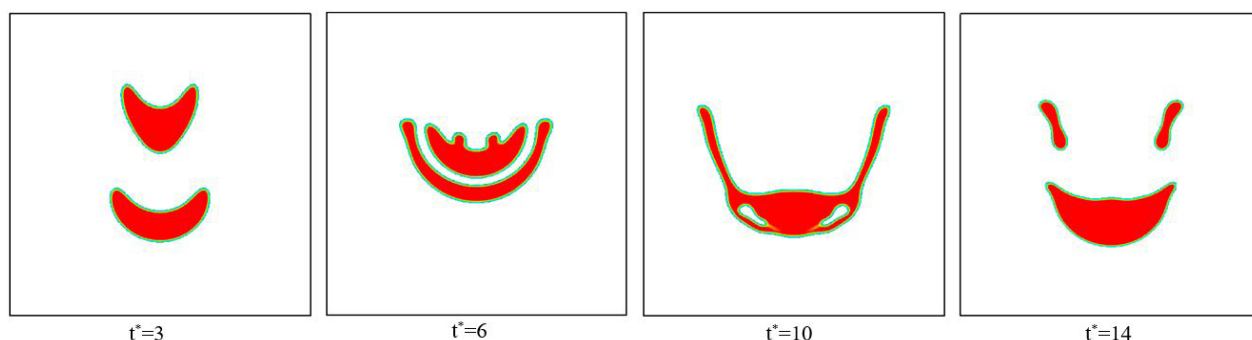
با توجه به اینکه دو قطره در حالت اولیه هم در راستای افقی متفاوت و هم در ارتفاع متفاوت قرار داشته و هر دو از محور عمودی کانال انحراف دارند، بنابر این پس از سقوط آن‌ها، تمام حالت‌های فیزیکی مطرح شده در بخش‌های قبل بر دو قطره اثر می‌گذارند و منجر به ایجاد پدیده‌های بسیار زیبا و شگفت‌انگیز می‌شود. در شکل ۱۴ نشان داده شده است که با افزایش عدد اتوس از ۳ تا ۲۳ به ترتیب تغییر شکل قطره‌ها افزایش می‌یابد و همچنین به دلیل اثرات اینرسی و کاهش نیروی درگ قطره‌ی بالایی، نوسانات قطره‌ی بالایی افزایش یافته و دچار کشیدگی بیشتر می‌شود و در عدد اتوس ۲۳ دچار جدایش نیز می‌شود. همچنین همین اثرات در قطره‌ی بالایی منجر به هدایت آن به سمت قطره‌ی پایین می‌شود در حالی که قطره‌ی پایینی دچار نوسانات کمتری می‌شود. این پدیده‌ها همچنین در شکل‌های ۱۵ تا ۱۷ به طور جداگانه در چهار زمان بی‌بعد متفاوت نشان



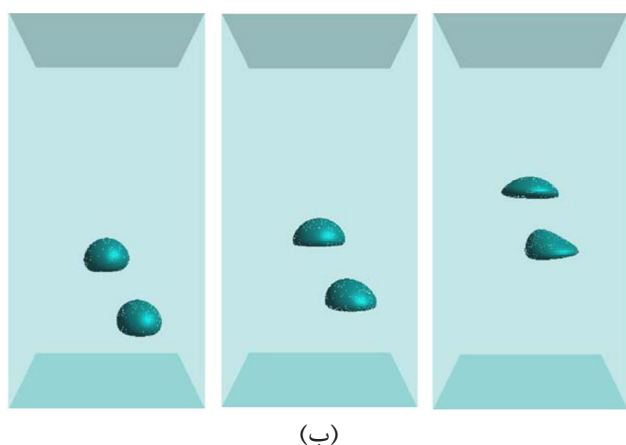
شکل ۱۰: نمایش سقوط دو قطره در راستای عمودی یکسان با ارتفاع متفاوت که در روی محور تقارن عمودی کانال رها شده‌اند در چهار زمان بی‌بعد متفاوت ( $Oh=0.072$ ،  $Eo=6$ )



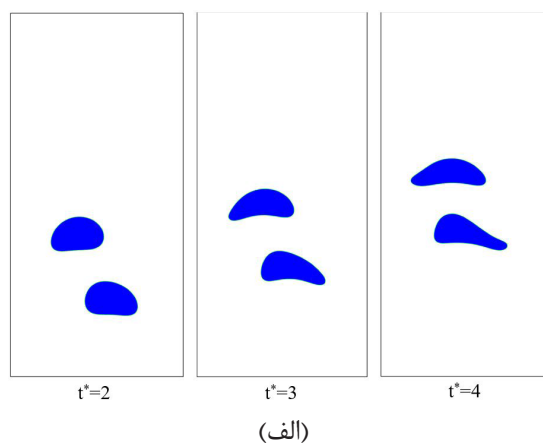
شکل ۱۱: نمایش سقوط دو قطره در راستای عمودی یکسان با ارتفاع متفاوت که در روی محور تقارن عمودی کانال رها شده‌اند در چهار زمان بی‌بعد متفاوت ( $Oh=0.072$ ،  $Eo=12$ )



شکل ۱۲: نمایش سقوط دو قطره در راستای عمودی یکسان با ارتفاع متفاوت که در روی محور تقارن عمودی کانال رها شده‌اند در چهار زمان بی‌بعد متفاوت ( $Oh=0.072$ ،  $Eo=23$ )

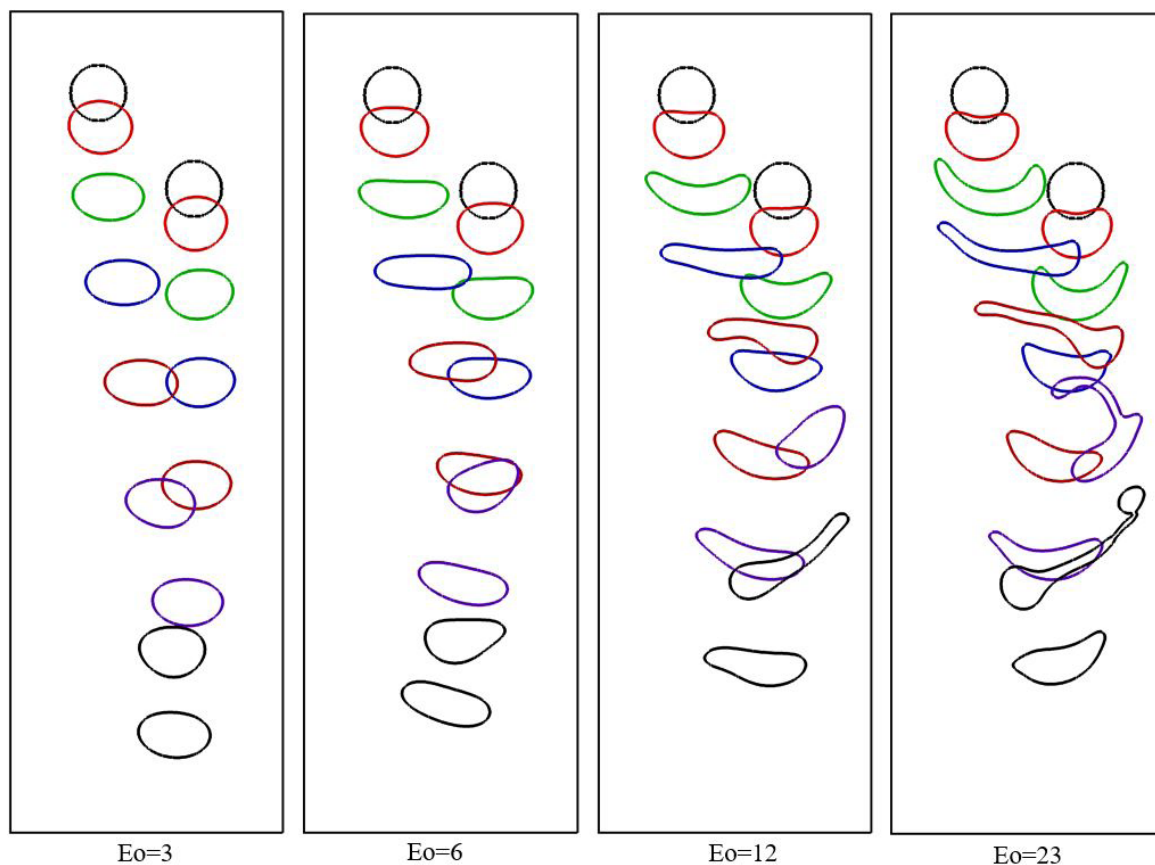


(ب)

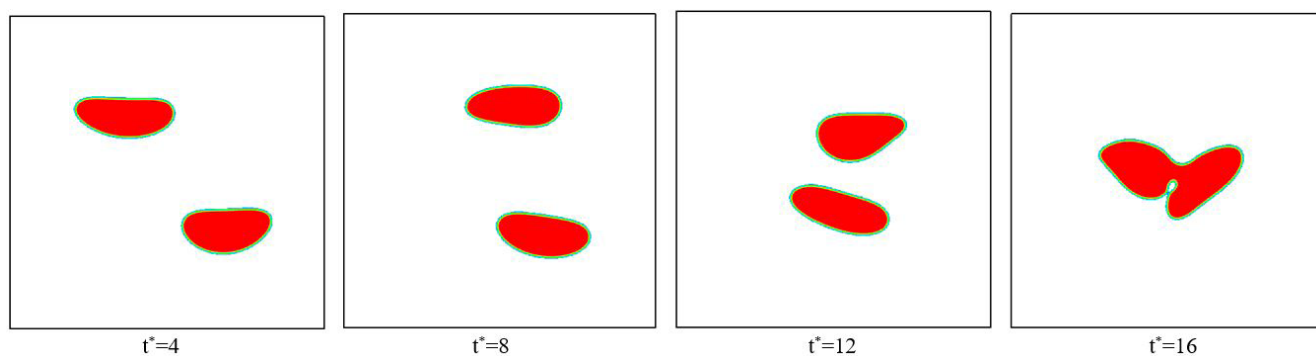


(الف)

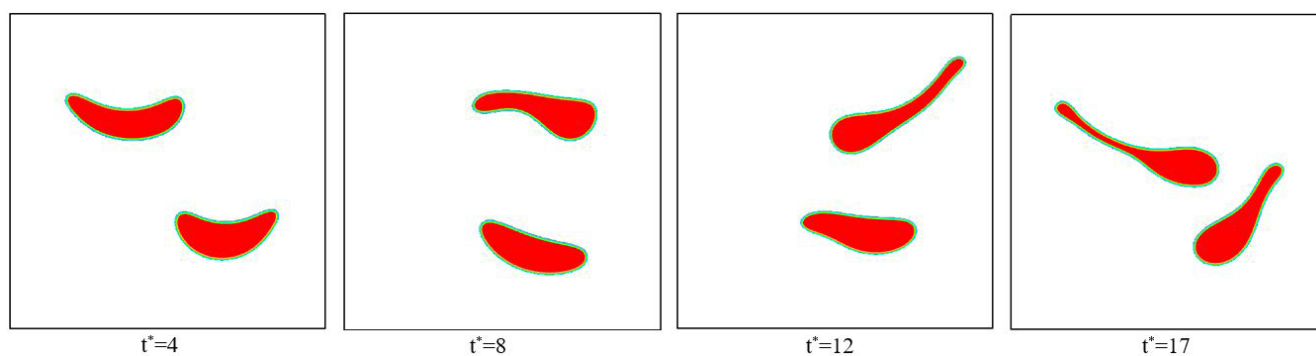
شکل ۱۳: بالا رفتن دو حباب در ارتفاع اولیه متفاوت با محور عمودی مختلف. الف) نتایج مطالعه‌ی حاضر، ب) نتایج آنالاند و همکاران ( $Mo=2 \times 10^{-4}$ ،  $Eo=16$ )



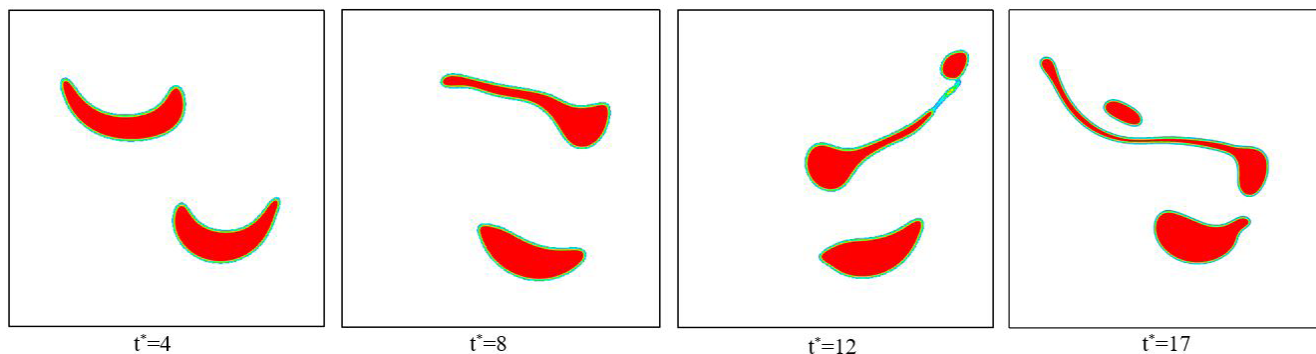
شکل ۱۴: سقوط دو قطره در راستای عمودی و ارتفاع متفاوت که از حالت اولیه‌ی ساکن رها شده‌اند. ( $At^*=2, t_0^*=0, Oh=0.072$ )



شکل ۱۵: نمایش سقوط دو قطره در ارتفاع و راستای افقی متفاوت در چهار زمان بی‌بعد متفاوت. ( $Oh=0.072, Eo=6$ )



شکل ۱۶: نمایش سقوط دو قطره در ارتفاع و راستای افقی متفاوت در چهار زمان بی‌بعد متفاوت. ( $Oh=0.072, Eo=12$ )



شکل ۱۷: نمایش سقوط دو قطره در ارتفاع و راستای افقی متفاوت در چهار زمان بی بعد متفاوت. ( $Oh=0.072$ ,  $Eo=22$ )

*International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49, 366–376.

- [4] Liang R, Liao Z, Jiang W, Duan G, Shi J, Liu P, 2011. “Numerical Simulation of Water Droplets Falling Near a Wall: Existence of Wall Repulsion”, *Microgravity Sci Techno*, 23, 59-65.
- [5] Chen S, Doolen G D, 1998. “Lattice Boltzmann method for fluid flows”, *Annu Rev Fluid Mechanics*, 30, 329-3 64.
- [6] Wolf-Gladrow D A, 2000. “*Lattice gas cellular automata and Lattice Boltzmann method*”, an introduction. Berlin: Springer.
- [7] Succi S, 2001. “*The Lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond*”, Oxford, Clarendon Press.
- [8] Sukop M C, Thorne D T, 2005. “*Lattice Boltzmann modeling, an introduction for geoscientists and engineers*”, Berlin, Springer.
- [9] Yu D, Mei R, Luo L S, Shyy W, 2003. “Viscous flow computations with the method of Lattice Boltzmann equation”, *Prog Aerospace Sci*, 39, 329.
- [10] Takada N, Misawa M, Tomiyama A. and Hosokawa S, 2001. “Simulation of bubble motion under gravity by lattice Boltzmann method”, *Journal of Nuclear Science and Technology*, 38, 330-341.
- [11] Swift M R; Osborn W R, and Yeomans J M, 1995. “Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids”, *Physical Review, Letter*, 75, 830.
- [12] Fakhari A, Rahimian M H, 2009. “Simulation of falling droplet by the lattice Boltzmann method”, *Communication Nonlinear Science Numerical Simulation*, 14, 3046–3055.
- [13] He X, Chen S, Zhang R, 1999. “A lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh–Taylor instability”, *Journal of Computational Physics*, 152, 642–663.

## ۵- نتیجه‌گیری

مهم‌ترین موضوع این مقاله شبیه‌سازی سقوط قطره‌های مجاور یک دیگر است که از حالت سکون رها شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند اگر قطره‌ای در یک کانال عمودی از محور تقارن عمودی کانال رها شود، در اثر نیروی وزن سقوط می‌کند و به سمت پایین کانال حرکت می‌کند. در اثر این حرکت قطره دچار تغییر شکل می‌شود ولی به علت تقارن هندسی، مسیر حرکت از محور تقارن عمودی کانال منحرف نمی‌شود. با افزایش عدد اتوس در عدد اونسورج ثابت، نیروی وزن در مقابل کشش سطحی افزایش یافته و تغییر شکل قطره بیشتر می‌شود. اگر قطره در نزدیکی دیوار کناری رها شود حرکت قطره به صورت یک مسیر نوسانی حول محور تقارن عمودی کانال می‌شود و با افزایش عدد اتوس دامنه‌ی این نوسانات افزایش می‌یابد.

چنانچه دو قطره در یک راستای عرضی و در نزدیکی دیوارهای کناری رها شوند، در اثر سقوط دچار حرکت نوسانی می‌شوند و با افزایش عدد اتوس تغییر شکل آن‌ها نیز بیش‌تر می‌شود. قطره‌هایی که در راستای عرضی یکسان و ارتفاع متفاوت رها می‌شوند در نهایت به هم می‌رسند و پس از انعقاد تشکیل یک قطره‌ی بزرگ‌تر می‌دهند.

در صورتی که راستای افقی قطره‌ها در کانال متفاوت باشد و از ارتفاع متفاوتی نیز رها شوند، قطره‌ی بالایی به سمت قطره‌ی پایینی حرکت می‌کند. در عدد اتوس پایین ( $Eo=6$ ) دو قطره با هم برخورد می‌کنند ولی با افزایش عدد اتوس ناپایداری مسیر حرکت قطره‌ی بالایی افزایش می‌یابد و دچار کشیدگی و جدایش می‌شود.

## ۶- مراجع

- [1] Clift R, Grace JR, Weber MR, 1978. “*Bubbles, drops, and particles*”, New York: Academic Press.
- [2] Han J, Tryggvason G, 1999. “Secondary breakup of axisymmetric liquid drops: I. Acceleration by a constant body force”, *Physics of Fluids*, 11, number (12): 3650.
- [3] Ni M J, Komori S, Morleyon N B, 2006. “Direct simulation of falling droplet in a closed channel”,

- Boltzmann equation model for nonideal gases”, *Physical Review E*, 57, 193.
- [23] Martys N S, Chen H, 1996. “Simulation of multicomponent fluids in complex three-dimensional geometries by the lattice Boltzmann method”, *Physical Review E*, 53, 743.
- [24] Kang Q, Zhang D, Chen S, 2002. “Displacement of a two-dimensional immiscible droplet in a channel”, *Physics of Fluids*, 14, 3203.
- [25] Gong S, Cheng P, Quan X, 2010. “Lattice Boltzmann simulation of droplet formation in microchannels under an electric field”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, 5863–5870.
- [26] Shan X, and Doolen G D, 1995. “Multi-component lattice-Boltzmann model with interparticle interaction”, *Journal of Statistical. Physics*, 81, 379.
- [27] Parmigiani A, 2010. “*Lattice Boltzmann calculations of reactive multiphase flows in porous media*”, University of Geneve, Departement of Informatique.
- [28] Batchelor G K, 1967. “*An Introduction to fluid Dynamics*”, Cambridge University press, UK.
- [29] Ngachin, M, 2011. “*Simulation of rising bubbles dynamics using the lattice Boltzmann method*”, Florida international university, thesis.
- [30] Annaland M S, Deen N G, Kuipers J A M, 2005. “Numerical simulation of gas bubbles behaviour using a three-dimensional volume of fluid method”, *Chemical Engineering Science*, 60, 2999 – 3011.
- [14] Gupta A, and Kumar R, 2008. “Lattice Boltzmann simulation to study multiple bubble dynamics” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 5192–5203.
- [15] Shan X, Chen H, 1993. “Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components”, *Physical. Review E*, 47, 1815–1819.
- [16] Gunstensen, A. K, Rothman D H, Zaleski S, and Zanetti G, 1991. “Lattice Boltzmann model of immiscible fluids”, *Physical Review A*, 43, 4320.
- [17] Rothman D H, and Keller J M, 1988. “Immiscible cellular-automaton fluids”, *Journal of. Statistical. Physics*, 52, 1119.
- [18] Grunau D, Chen S. and Eggert K, 1993. “A lattice Boltzmann model for multiphase fluid flows”, *Physics of. Fluids A*, 5, 2557.
- [19] Gurtin M E, 1996. “Generalized Ginzburg-Landau and Cahn-Hilliard equations based on a microforce balance”, *Phys D*, 92, 178.
- [20] Briant A J, Papatzacos P and Yeomans J M, 2002. “Lattice Boltzmann simulations of contact line motion in a liquid-gas system”, *Phil Trans Roy Soc A*, 360, 485.
- [21] Inamuro T, Ogata T, Tajima S, Konishi N, 2004. “A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences”. *Journal of Computational Physics*, 198, 628–644.
- [22] He X, Shan X, and Doolen G D, 1998. “Discrete

