

## مدل رفتاری همزمان خرابی لگاریتمی و پلاستیک برای شبیه‌سازی عددی رفتار سنگ‌ها

حامد ملادودی\*، محسن عبدی، حسین سالاری راد

دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴ تیر ۱۳۹۴  
بازنگری: ۱۳ اردیبهشت ۱۳۹۵  
پذیرش: ۱۹ مرداد ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۱ آذر ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

مکانیک خرابی  
پلاستیسیته  
زوال صلبیت  
متغیر خرابی لگاریتمی  
پارامتر تردی

**چکیده:** مواد سنگی تحت تنش‌های بالا، رفتار غیرخطی، برگشت‌ناپذیر، همراه با زوال صلبیت و نرم‌شونده (بعد از مقاومت حداکثر) دارند. دلیل غالب رفتارهای غیرخطی سنگ جریان پلاستیسیته و فرآیند خرابی به صورت توأمان در سنگ است. جریان پلاستیک با لغزش برشی در شبکه کریستالی ماده کنترل می‌شود که موجب کرنش‌های برگشت‌ناپذیر می‌شود. فرآیند خرابی نیز با رشد و گسترش ریزترک‌ها همراه است که موجب زوال صلبیت و رفتار نرم‌شوندگی می‌شود. به منظور شبیه‌سازی رفتار برگشت‌ناپذیر و زوال خواص الاستیک سنگ‌های نیمه شکننده، از مدل توأمان خرابی و پلاستیسیته استفاده شد. برای توصیف زوال صلبیت و رفتار نرم‌شوندگی پس از مقاومت حداکثر، از مدل خرابی لگاریتمی، و برای لحاظ کرنش‌های برگشت‌ناپذیر از مدل پلاستیک با تابع تسلیم دراکر-پراگر استفاده شده است. مدل توسعه داده شده در محیط نرم افزار VC++<sup>+</sup> کدنویسی و سپس در نرم‌افزار المان مجزای UDEC، استفاده شد. در نهایت، رفتار نمونه سنگ آهک اوولیتی تحت بارگذاری فشاری و کششی با استفاده از مدل رفتاری توسعه یافته، شبیه‌سازی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. براساس نتایج شبیه‌سازی عددی، رفتار نرم‌شوندگی، زوال صلبیت و تغییر شکل‌های برگشت‌ناپذیر به خوبی مطابق نتایج آزمایشگاهی شبیه‌سازی شده است. افزایش مقاومت و شکل‌پذیری سنگ با افزایش فشار همه‌جانبه نیز در نتایج مدل‌سازی عددی مشهود می‌باشد.

### ۱- مقدمه

دو نوع فرآیند برگشت‌ناپذیر شامل خرابی (ریزترکرداری) و جریان پلاستیک می‌باشد. این دو نوع فرآیند برگشت‌ناپذیر که معمولاً به صورت همزمان و ترکیبی اتفاق می‌افتند، موجب زوال خواص الاستیک و کرنش‌های برگشت‌ناپذیر در سنگ می‌شوند [۱].

در طی دهه گذشته از تئوری پلاستیسیته به منظور مدل‌سازی کرنش‌های برگشت‌ناپذیر ناشی از جریان پلاستیک استفاده شده است. در حالی که تئوری مکانیک خرابی برای مدل‌سازی رشد و انتشار ریزترک‌ها در سنگ بکاررفته است. به منظور شبیه‌سازی همزمان دو سازوکار خرابی و پلاستیک در سنگ و بتن، تعداد زیادی از محققان [۱۴-۲]، از مدل‌های رفتاری ترکیبی پلاستیک و خرابی استفاده نموده‌اند. براساس مدل رفتاری همزمان خرابی و پلاستیک می‌توان ویژگی‌های رفتاری چون کاهش ظرفیت باربری (نرم‌شوندگی)، زوال صلبیت و کرنش‌های پلاستیک را به طور همزمان در نظر گرفت و شبیه‌سازی نمود.

تاکنون مدل‌های خرابی متعددی توسط محققین مختلف [۱۶ و ۱۵]،

به دلیل نیاز روزافزون جامعه بشری به سازه‌های سنگی، تحلیل تنش، کرنش و تغییر شکل‌های سنگ پیرامون و ارزیابی پایداری این سازه‌ها اهمیت ویژه‌ای دارد. تحت تنش‌های القایی بالا معمولاً سنگ‌های پیرامون سازه‌های سنگی، علاوه بر کرنش‌های برگشت‌ناپذیر، رفتار مکانیکی غیرخطی همراه با زوال صلبیت از خود نشان می‌دهند. رفتار نرم‌شوندگی و زوال صلبیت سنگ‌ها در مقیاس میکروسکوپی ناشی از فرآیند خرابی<sup>۱</sup> شامل ایجاد، رشد و انتشار ریزترک‌ها<sup>۲</sup> در سنگ می‌باشد. مکانیک خرابی، تحلیلی پیوسته و ماکروسکوپی از محیط سنگی حاوی ریزترک‌ها ارائه می‌دهد. از سوی دیگر کرنش‌های برگشت‌ناپذیر نیز معمولاً ناشی از جریان پلاستیک در بخش‌های سالم (بدون ریزترک) و عدم تطبیق<sup>۳</sup> سطوح ریزترک‌ها پس از باربرداری می‌باشد. به عبارت دیگر، رفتار غیرالاستیک مشاهده شده در سنگ ناشی از

\*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: davoodi@aut.ac.ir

- 1 Damage
- 2 Micro-Cracks
- 3 Mismatch

با استفاده از متغیر خرابی لگاریتمی ( $L$ )، تانسور صلبیت و تری خراب شده سنگ ( $E_{ijkl}$ ) برابر است با:

$$E_{ijkl} = (1-d)E_{ijkl}^0 = e^{-L} E_{ijkl}^0 \quad (3)$$

در رابطه ۳،  $E_{ijkl}^0$  تانسور صلبیت سنگ سالم (بدون حضور ریزترکها) می‌باشد. با فرض ترکیب و امتزاج فرآیند خرابی و پلاستیک در سنگ، تابع انرژی آزاد پتانسیل ترمودینامیکی ( $\Psi$ ) به صورت رابطه ذیل بیان می‌شود [۲۱].

$$\Psi = \frac{1}{2}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p) E_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) + \Psi^p(\gamma_p) \quad (4)$$

در رابطه فوق،  $\gamma_p$  متغیر داخلی<sup>۴</sup> سخت‌شوندگی پلاستیسیته و  $\Psi^p$  انرژی ذخیره شده ناشی از سخت‌شوندگی پلاستیک سنگ می‌باشد. با مشتق‌گیری از معادله ۴ نسبت به تانسور کرنش الاستیک، تانسور تنش ( $\sigma_{ij}$ ) به صورت ذیل محاسبه می‌شود [۱۵].

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = E_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e \quad (5)$$

براساس رابطه ۵، نمو تانسور تنش ( $\dot{\sigma}_{ij}$ ) به صورت ذیل محاسبه می‌شود:

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e + \dot{E}_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e \quad (6)$$

در این مقاله، علامت ( $()$ ) به معنای تغییر افزایشی متغیرها در روش محاسبات عددی است. بنابراین برای استفاده محاسباتی از رابطه ۶ تعیین قوانین بروز خرابی<sup>۵</sup> و جریان پلاستیک نیاز است. با محاسبه نمو تانسور صلبیت ( $\dot{E}_{ijkl}$ ) از رابطه ۳ و جایگذاری آن در رابطه ۶، نمو تانسور تنش به صورت ذیل محاسبه می‌شود.

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e - E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e \dot{L} \quad (7)$$

نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی لگاریتمی<sup>۶</sup> ( $Y_L$ ) که نرخ رهاسازی و آزادسازی انرژی در سنگ به دلیل رشد ریزترکها می‌باشد، از رابطه ذیل محاسبه می‌شود [۱۵].

$$Y_L = -\frac{\partial \Psi}{\partial L} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p) E_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) \quad (8)$$

#### ۲-۱- توصیف خرابی

تابع تسلیم خرابی ( $F^d$ ) که مرز توسعه خرابی را در سنگ نشان می‌دهد، شامل دو جزء اصلی تابع بارگذاری و مقاومت می‌باشد [۱۵].

پیشنهاد شده‌است. یکی از مدل‌های خرابی پرکاربرد، مدل خرابی لگاریتمی<sup>۱</sup> [۱۷] می‌باشد. با استفاده از مدل خرابی لگاریتمی می‌توان زوال صلبیت<sup>۲</sup> و رفتار نرم‌شوندگی پس از مقاومت حداکثر را به‌طور همزمان در سنگ‌ها شبیه‌سازی نمود [۱۸ و ۱۹]. در این مقاله، به منظور لحاظ همزمان کرنش‌های برگشت‌ناپذیر، زوال صلبیت و رفتار نرم‌شونده، مدل رفتاری همزمان خرابی لگاریتمی و پلاستیک سنگ توسعه داده شد. این مدل رفتاری برای بررسی رفتار سنگ‌های نیمه‌شکننده مناسب است. در این رابطه، چگونگی توسعه، فرمول‌بندی و الگوریتم مدل رفتاری ممزوج پلاستیک و خرابی لگاریتمی ارائه شده‌است.

در نرم‌افزارهای عددی ژئومکانیکی برای تحلیل غیرخطی سازه‌های سنگی معمولاً تنها از مدل‌های رفتاری مبتنی بر تئوری پلاستیک استفاده می‌شود. برای در نظر گرفتن فرآیند خرابی و اثرات ماکروسکوپی آن در یک محیط پیوسته سنگی علاوه بر جریان پلاستیک، استفاده همزمان از مدل‌های مبتنی بر مکانیک خرابی و پلاستیسیته ضروری می‌باشد. در این تحقیق، برای شبیه‌سازی از نرم‌افزار UDEC محصول شرکت Itasca به عنوان نرم‌افزاری کارآمد و پرکاربرد در محیط‌های سنگی استفاده شد. یکی از قابلیت‌های این نرم‌افزار، امکان کدنویسی مدل رفتاری مورد نظر کاربر در محیط Visual C++ و سپس فراخوانی و استفاده از مدل رفتاری جدید در محیط اصلی نرم‌افزار می‌باشد. با استفاده از این قابلیت، رفتار نمونه سنگ آهک اوولیتی<sup>۳</sup> با مدل رفتاری ممزوج پلاستیک و خرابی لگاریتمی در محیط نرم‌افزار UDEC تحت شرایط بارگذاری مختلف شبیه‌سازی شد.

#### ۲-۲- مبانی مدل توسعه یافته

با فرض تغییر شکل‌های کوچک و شرایط هم‌دم، تانسور کرنش کل ( $\varepsilon_{ij}$ ) به جزء الاستیک ( $\varepsilon_{ij}^e$ ) و پلاستیک ( $\varepsilon_{ij}^p$ ) تجزیه می‌شود [۱۵].

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (1)$$

در این مدل، برای لحاظ اثر ماکروسکوپی ناشی از حضور ریزترکها در سنگ، از متغیر خرابی همسانگرد استفاده می‌شود. متغیر خرابی همسانگرد و اسکالر ( $d$ ) در سطحی فرضی و اختیاری از سنگ به صورت نسبت سطح خراب شده به کل سطح تعریف می‌شود [۲۰]. متغیر خرابی ( $d$ ) بین صفر متناظر با سنگ سالم تا یک متناظر با سنگ کاملاً خراب شده تغییر می‌نماید. با تغییر متغیر می‌توان متغیر خرابی اسکالر لگاریتمی ( $L$ ) را به صورت ذیل تعریف نمود [۱۷].

$$L = \ln\left(\frac{1}{1-d}\right), \quad d = 1 - e^{-L} \quad (2)$$

4 Internal Variable

5 Damage Evolution Law

6 The thermodynamic force associated with the damage variable

1 Logarithmic Damage Model

2 Degradation

3 oolitic limestone

$$\dot{F}^L = \frac{\partial F^L}{\partial Y_L} \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \frac{\partial Y_L}{\partial L} \dot{L} \right) - \frac{\partial r(L)}{\partial L} \dot{L} = 0 \quad (14)$$

با جایگذاری نمو نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی لگاریتمی  $(\dot{Y}_L)$  در رابطه فوق، نمو متغیر خرابی لگاریتمی  $(\dot{L})$ ، در شرایط بارگذاری و باربرداری الاستیک-خرابی بدون جریان پلاستیک  $(\dot{\varepsilon}_{ij}^p = 0)$ ، از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$\dot{L} = \frac{\frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e}{\left( \frac{\partial r(L)}{\partial L} - \frac{\partial Y_L}{\partial L} \right)} = \frac{\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}}{\left( r'(L) + \frac{1}{2} \sigma_{kl} \varepsilon_{kl}^e \right)} \quad (15)$$

در شرایط بارگذاری و باربرداری، ضریب خرابی لگاریتمی  $(\dot{L})$  همواره مقداری مثبت یا صفر می‌باشد [۱۵]. رابطه نمو تانسور تنش و کرنش در شرایط الاستیک-خرابی به صورت رابطه ذیل می‌باشد:

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl}^{ted} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (16)$$

با جایگذاری نمو متغیر خرابی لگاریتمی از رابطه ۱۵ در رابطه ۷ بدون جریان پلاستیک، تانسور صلبیت مماسی الاستیک-خرابی سنگ خراب شده  $(E_{ijkl}^{ted})$ ، از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$E_{ijkl}^{ted} = E_{ijkl} - \frac{\left( E_{ijqs} \varepsilon_{qs}^e \right) \otimes \left( E_{klcd} \varepsilon_{cd}^e \right)}{\left( \frac{\partial r(L)}{\partial L} - \frac{\partial Y_L}{\partial L} \right)} \quad (17)$$

## ۲-۲ رفتار پلاستیک

رفتار پلاستیک سنگ با تعیین تابع تسلیم  $(F^P)$ ، قانون سخت‌شوندگی و جریان پلاستیک<sup>۲</sup> مشخص می‌شود. برای مواد سنگی به منظور لحاظ پدیده اتساع<sup>۳</sup>، معمولاً از قانون جریان ناهمراه<sup>۴</sup> با تابع پتانسیل  $(Q^P)$  استفاده می‌شود. در این مقاله از تابع تسلیم دراکر-پراگر بدون لحاظ سخت‌شوندگی پلاستیک استفاده شده‌است.

بنابراین تابع تسلیم و پتانسیل به صورت ذیل در نظر گرفته می‌شود [۲۳]:

$$F^P = F(\sigma_{ij}, L) = \alpha \sigma_m + \sqrt{J_2} - e^{-L} C \quad (18)$$

$$Q^P = F(\sigma_{ij}) = \beta \sigma_m + \sqrt{J_2'} \quad (19)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad , \quad J_2' = s_{ij} s_{ij}$$

2 Plastic Flow Rule

3 Dilation

4 Non-Associated Plastic Flow Rule

$$F^d = f(\text{loading}) - r(\text{resist}) \quad (9)$$

در حالت کلی، تابع بارگذاری  $(f)$ ، به صورت تابعی از نیروی ترمودینامیکی متناظر با خرابی بیان می‌شود. تابع مقاومت  $(r)$  نیز آستانه خرابی فعلی (مرز انرژی) می‌باشد که میزان انبساط یا انقباض سطح تسلیم خرابی را کنترل می‌نماید. بنابراین تابع تسلیم خرابی می‌تواند به صورت رابطه ذیل بیان شود [۱۷]:

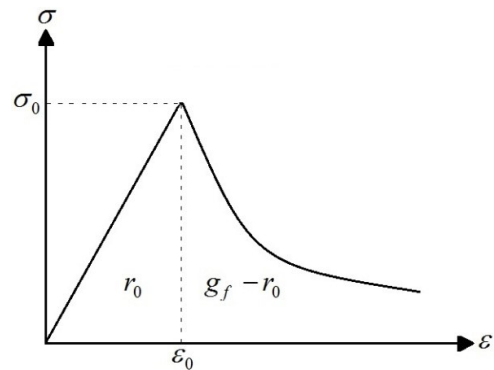
$$F^d(Y_L, L) = Y_L - r(L) \quad (10)$$

تابع مقاومت  $(r)$  به صورت تابعی نمایی از متغیر خرابی لگاریتمی در نظر گرفته می‌شود [۹ و ۲۱]:

$$r(d) = r_0 e^{-KL} \quad K = \frac{r_0}{g_f} \quad (11)$$

با توجه به شکل ۱، انرژی کرنشی الاستیک متناظر با مقاومت حداکثر (سطح زیر منحنی تنش-کرنش تا مقاومت حداکثر)،  $g_f$  انرژی شکست در واحد حجم (سطح زیر منحنی کامل تنش-کرنش) و توان  $(K)$  نسبت انرژی کرنشی الاستیک به کل انرژی می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت [۹]:

$$r_0 = \frac{1}{2} \sigma_0 \varepsilon_0, \quad g_f = \int_0^{\infty} \sigma(\varepsilon) \cdot d\varepsilon \quad (12)$$



شکل ۱: منحنی کامل تنش-کرنش [۴].

Fig. 1. The complete stress-strain curve in uniaxial strength test

بنابراین با جایگذاری روابط ۸ و ۱۱ در رابطه ۱۰، تابع تسلیم خرابی به صورت رابطه ذیل در نظر گرفته می‌شود:

$$F^L(Y_L, L) = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e - r_0 e^{-KL} \quad (13)$$

با اعمال شرایط سازگاری<sup>۱</sup> بر تابع تسلیم خرابی  $(F^L = 0)$  خواهیم داشت:

1 Consistency Condition

خرابی و پلاستیک بر یکدیگر، ضرایب نمو خرابی لگاریتمی و پلاستیک به طور همزمان محاسبه می‌شوند. با اعمال شرایط سازگاری بر توابع تسلیم خرابی و پلاستیک، دستگاه معادلاتی به صورت ذیل تشکیل می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{F}^L(Y_L, L) = \frac{\partial F^L}{\partial Y_L} \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \frac{\partial Y_L}{\partial L} \dot{L} \right) - \frac{\partial r(L)}{\partial L} \dot{L} = 0 \\ \dot{F}^P(\sigma_{ij}, L) = \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F^P}{\partial L} \dot{L} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

با جایگذاری نمو تانسور تنش  $(\dot{\sigma}_{ij})$  از رابطه ۷ و مشتق نیروی ترمودینامیکی متناظر با خرابی نسبت به تانسور کرنش الاستیک و متغیر خرابی لگاریتمی، دستگاه معادلاتی فوق، به شکل ماتریسی ذیل تشکیل می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \left( \frac{\partial r(L)}{\partial L} - \frac{\partial Y_L}{\partial L} \right) & \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{ij}} \right) \\ \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e - \frac{\partial F^P}{\partial L} \right) & \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{kl}} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{L} \\ \dot{\lambda}^P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e \\ \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e \end{pmatrix} \quad (24)$$

دو مجهول ضرایب نمو خرابی لگاریتمی و پلاستیک، براساس روش حل کرامر به صورت ذیل محاسبه می‌شوند.

$$\dot{L} = \frac{\left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{kl}} \right) \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e \right) - \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{ij}} \right) \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e \right)}{\left( \frac{\partial r(L)}{\partial L} - \frac{\partial Y_L}{\partial L} \right) \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{kl}} \right) - \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{ij}} \right) \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e - \frac{\partial F^P}{\partial L} \right)} \quad (25)$$

$$\dot{\lambda}^P = \frac{\left( \frac{\partial r(L)}{\partial L} - \frac{\partial Y_L}{\partial L} \right) \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e \right) - \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e - \frac{\partial F^P}{\partial L} \right) \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e \right)}{\left( \frac{\partial r(L)}{\partial L} - \frac{\partial Y_L}{\partial L} \right) \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{kl}} \right) - \left( \frac{\partial Y_L}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{ij}} \right) \left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e - \frac{\partial F^P}{\partial L} \right)}$$

### ۳- الگوریتم مدل توأمان پلاستیک و خرابی

محاسبات عددی بر اساس مدل رفتاری همزمان خرابی لگاریتمی و پلاستیک، به روش تکرار گام به گام انجام می‌شود. این روش شامل برآورد الاستیک، اصلاح خرابی و پلاستیک می‌باشد. روابط رفتاری به صورت نموی نوشته شده و متغیرهایی چون نمو تنش، خرابی و کرنش پلاستیک در هر گام مجزای زمانی  $(\Delta t^{(n)} = t^{(n)} - t^{(n-1)})$  با فرض افزایش کرنش کل در هر جزء محدود محاسبه و با مقادیر قبلی آن جمع می‌شود. گام ام فرآیند محاسبه عددی مدل، دارای مراحل زیر می‌باشد:

(۱) از خروجی گام قبلی (گام) داده‌های ورودی و معلوم گام جدید (گام n) تعیین می‌شود:

$$\sigma_{ij}^{(n-1)}, \varepsilon_{ij}^{(n-1)}, \varepsilon_{ij}^{e(n-1)}, \varepsilon_{ij}^{p(n-1)}$$

(۲) با فرض افزایش تانسور کرنش کل  $(\Delta \varepsilon_{ij}^{(n)})$ ، تانسور کرنش کل در

در روابط فوق،  $\alpha$  پارامتر اصطکاکی،  $C$  پارامتر چسبندگی،  $\beta$  پارامتر اتساع،  $\sigma_m$  تنش متوسط (هیدرواستاتیک) و  $J_2$  ثابت دوم تانسور تنش انحرافی می‌باشد. براساس اصل تنش موثر، به منظور لحاظ اثر خرابی بر فرآیند پلاستیک از تانسور تنش موثر استفاده می‌شود. قانون جریان پلاستیک نیز با رابطه ذیل مشخص می‌شود [۹].

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}^P \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{ij}} \quad (20)$$

در رابطه فوق،  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  نرخ تانسور کرنش پلاستیک و  $\dot{\lambda}^P$  ضریب نمو پلاستیک می‌باشد. با اعمال شرایط سازگاری بر تابع تسلیم پلاستیک  $(\dot{F}^P = 0)$ ، ضریب نمو پلاستیک، در شرایط بارگذاری و باربرداری الاستو-پلاستیک بدون بروز خرابی  $(\dot{L} = 0)$  از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$\dot{\lambda}^P = \frac{\frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e}{\frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{kl}}} \quad (21)$$

در شرایط بارگذاری و باربرداری، ضریب نمو پلاستیک<sup>۱</sup> می‌بایست همواره مقداری مثبت یا صفر باشد. در این حالت، رابطه نمو تانسور تنش و کرنش در شرایط الاستوپلاستیک به صورت رابطه ذیل می‌باشد:

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl}^{t,ep} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (22)$$

با جایگذاری ضریب نمو پلاستیک از رابطه ۲۰ در رابطه ۷ بدون بروز خرابی، تانسور صلبیت مماسی الاستو-پلاستیک مرتبه چهارم  $(E_{ijkl}^{t,ep})$  از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$E_{ijkl}^{t,ep} = E_{ijkl} - \frac{\left( E_{ijqs} \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{qs}} \right) \otimes \left( E_{klcd} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{cd}} \right)}{\left( \frac{\partial F^P}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial Q^P}{\partial \sigma_{kl}} \right)} \quad (22)$$

براساس رابطه ۲۲، در شرایط جریان ناهمراه، تانسور صلبیت مماسی الاستو-پلاستیک مرتبه چهارم نامتقارن می‌باشد.

### ۲- رفتار توأمان خرابی و پلاستیک

در حالت کلی، بروز خرابی و جریان پلاستیک در بیشتر سنگ‌ها، طی فرآیندی همزمان اتفاق می‌افتد. در این شرایط به دلیل اثر متقابل فرآیند

می‌افتد، ضرایب نمو پلاستیک و خرابی بر اساس رابطه ۲۵ محاسبه می‌شوند. نمو تانسور کرنش پلاستیک از رابطه ۳۱ و متغیر خرابی لگاریتمی در گام  $n$  ام از رابطه ۲۹ محاسبه می‌شود. در نهایت براساس رابطه ۷، تانسور تنش با استفاده از رابطه ذیل تصحیح می‌شود:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \tilde{\sigma}_{ij}^{(n)} - e^{-L(n-1)} E_{ijkl}^0 \left( \dot{\varepsilon}_{kl}^{p(n)} + \dot{L} \tilde{\varepsilon}_{kl}^{e(n)} \right) \quad (۳۳)$$

#### ۴- پارامترهای ورودی مدل پیشنهادی

خواص فیزیکی، مکانیکی و مقاومتی یک مدل رفتاری، به عنوان پارامترهای ورودی لازم برای تحلیل مسئله با مدل مورد نظر می‌باشد. به منظور استفاده از مدل رفتاری، از یک سو، شناخت پارامترهای ورودی مدل، و از سوی دیگر، سادگی و دقت روش‌های تعیین این پارامترها حائز اهمیت می‌باشد.

در مدل همزمان پلاستیک و خرابی پارامترهای ورودی مدل به سه دسته پارامتر تقسیم می‌شود.

الف) پارامترهای الاستیک: مدول یانگ ( $E^0$ ) و نسبت پواسون ( $\nu^0$ ).  
 ب) پارامترهای پلاستیک: چسبندگی (C)، پارامتر اصطکاکی ( $\alpha$ ) و پارامتر اتساعی ( $\beta$ ).  
 ج) پارامترهای خرابی: انرژی کرنشی متناظر با مقاومت حداکثر ( $F_0$ ) و انرژی شکست در واحد حجم ( $g_f$ ).

#### ۵- شبیه‌سازی رفتار سنگ‌آهک اوولیتی با مدل رفتاری پیشنهادی

نرم‌افزار UDEC محصول شرکت Itasca به عنوان نرم‌افزاری کارآمد و پرکاربرد در محیط‌های سنگی استفاده شده‌است. یکی از قابلیت‌های این نرم‌افزار، کدنویسی مدل رفتاری مورد نظر کاربر می‌باشد. بنابراین مدل رفتاری پیشنهادی همزمان خرابی و پلاستیک، در محیط Microsoft Visual C++ برنامه‌نویسی و در قالب یک فایل DLL گردآوری و ذخیره شد. به عبارت دیگر، برای استفاده از مدل توسعه‌یافته در نرم‌افزار UDEC، می‌بایست فایل DLL در محیط نرم‌افزار VC++ تهیه و گردآوری شود. روش برنامه‌نویسی مدل رفتاری پیشنهادی در محیط VC++ باید مطابق الگوریتم باشد به صورتی که بتوان مدل رفتاری پیشنهادی را در نرم‌افزار UDEC استفاده نمود. به منظور ایجاد فایل DLL مدل رفتاری توسعه یافته در محیط نرم‌افزار VC++، لازم است یک فضای کاری ایجاد شود. فضای کاری شامل پروژه‌هایی از مجموعه فایل‌های Source و سرآیند می‌باشند. فایل‌های لازم فضای کاری شامل کلاس پایه و تعدادی توابع عضو می‌باشند. در نهایت، مدل رفتاری جدید کدنویسی شده در قالب فایل DLL در محیط اصلی نرم‌افزار UDEC به عنوان یک مدل رفتاری جدید فراخوان شد. وظیفه اصلی مدل رفتاری برنامه‌نویسی شده، محاسبه تنش‌های

گام  $n$  ام ( $\varepsilon_{ij}^{(n)}$ ) از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n-1)} + \Delta \varepsilon_{ij}^{(n)} \quad (۲۶)$$

۳) با فرض رفتار الاستیک، تانسور کرنش الاستیک آزمون در گام  $n$  ام ( $\tilde{\varepsilon}_{ij}^{e(n)}$ ) از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^{e(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n)} - \varepsilon_{ij}^{p(n-1)} \quad (۲۷)$$

۴) با فرض رفتار الاستیک (بدون در نظر گرفتن اثر پلاستیسیته و خرابی) تانسور تنش آزمون در گام  $n$  ام ( $\tilde{\sigma}_{ij}^{e(n)}$ ) از رابطه ذیل تعیین می‌شود:

$$\tilde{\sigma}_{ij}^{e(n)} = \sigma_{ij}^{(n-1)} + e^{-L(n-1)} E_{ijkl}^0 \Delta \varepsilon_{kl}^{(n)} \quad (۲۸)$$

۵) توابع تسلیم خرابی ( $F^L$ ) و پلاستیک ( $F^P$ ) با توجه به روابط ۱۳ و ۱۸، محاسبه می‌شوند.

الف) اگر ( $F^L \geq 0 \ \& \ F^P < 0$ )

در این حالت که فرآیند خرابی در غیاب جریان پلاستیک اتفاق می‌افتد، ضریب نمو خرابی لگاریتمی بر اساس رابطه ۱۵ محاسبه می‌شود. متغیر خرابی لگاریتمی در گام  $n$  ام از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$L^{(n)} = L^{(n-1)} + \dot{L}^{(n)} \quad (۲۹)$$

بنابراین براساس رابطه ۷، در این حالت تصحیح تنش به صورت ذیل انجام می‌شود:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \tilde{\sigma}_{ij}^{(n)} - \dot{L} \tilde{\sigma}_{ij}^{(n)} \quad (۳۰)$$

ب) اگر ( $F^P \geq 0 \ \& \ F^L < 0$ )

در این حالت که جریان پلاستیک در غیاب فرآیند خرابی اتفاق می‌افتد، ضریب نمو پلاستیک بر اساس رابطه ۲۱ محاسبه می‌شود. بر اساس قانون جریان ناهمراه، نمو تانسور کرنش پلاستیک گام  $n$  ام با استفاده از رابطه ذیل تعیین می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p(n)} = \dot{\lambda}_p \frac{\partial Q^p}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}^{(n)}} = \dot{\lambda}_p \left( \frac{1}{3} \beta \delta_{ij} + \frac{\tilde{S}_{ij}^{(n)}}{\sqrt{\tilde{J}_2^{(n)}}} \right) \quad (۳۱)$$

بنابراین براساس رابطه ۷، در این حالت تصحیح تنش به صورت زیر انجام می‌شود:

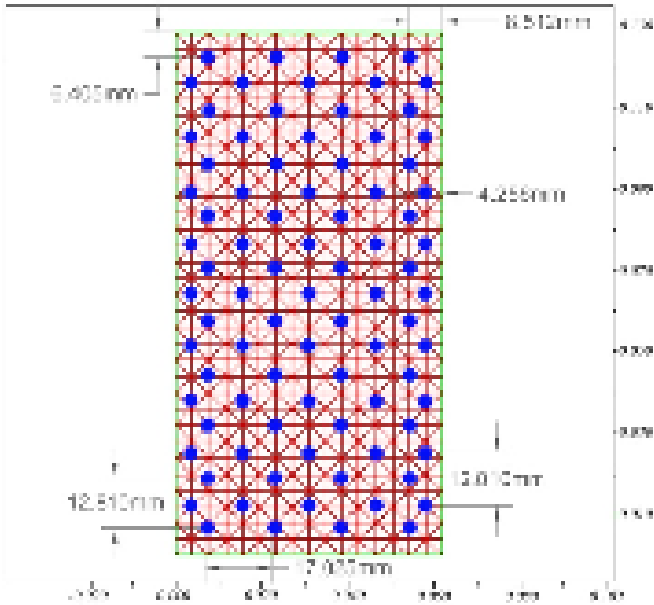
$$\sigma_{ij}^{(n)} = \tilde{\sigma}_{ij}^{(n)} - e^{-L(n-1)} E_{ijkl}^0 \dot{\varepsilon}_{kl}^{p(n)} \quad (۳۲)$$

ج) اگر ( $F^L \geq 0 \ \& \ F^P \geq 0$ )

در این حالت که بروز خرابی و جریان پلاستیک به طور همزمان اتفاق

۵-۱- هندسه و جزء بندی

به منظور ثبت تنش، کرنش و جابجایی در خلال بارگذاری، تعدادی نقاط پایش در سراسر نمونه در نظر گرفته شده است. در این رابطه، برای باز تولید بار وارده بر مدل، یک میدان سرعت با شدت  $0.2$  میلیمتر بر ثانیه، در بالای مدل و در جهت قائم اعمال شده است. در شکل ۳ هندسه و نحوه جزء بندی نمونه سنگ شبیه سازی شده با ابعاد  $I^c=6$  mm نشان داده شده است. مدل پیشنهادی دارای  $1024$  المان و  $85$  نقطه پایش (آبی رنگ) در سراسر نمونه می باشد.



شکل ۳: مدل عددی به همراه مش بندی و نقاط پایش

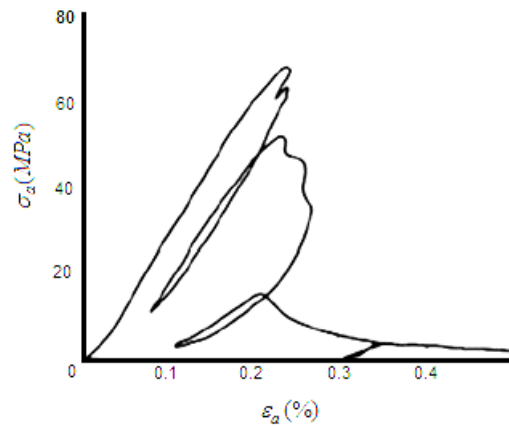
Fig. 3. The numerical model associated with meshes and monitoring points

۵-۲- آزمایش مقاومت فشاری تک محوره

شرایط مرزی در شبیه سازی آزمایش مقاومت فشاری تک محوره به گونه ای است که مرز پایینی مدل، در جهت قائم بسته شده است. در حالیکه بر مرز بالایی مدل، میدان سرعت رو به پایین در جهت فشاری اعمال شده است. در شکل ۴، منحنی تنش-کرنش شبیه سازی شده در آزمایش مقاومت فشاری تک محوره با مدل رفتاری خرابی بدون لحاظ رفتار پلاستیک برای یک جزء محدود نشان داده شده است. چنانچه در شکل ۴ مشاهده می شود، علاوه بر رفتار نرم شوندگی پس از سطح تسلیم خرابی (نقطه بیشینه)، طی چرخه های باربرداری و بارگذاری مجدد، تنها زوال صلیب ناشی از خرابی رخ می دهد.

جدید براساس کرنش های اعمالی می باشد.

برای بررسی رفتار نرم شوندگی سنگ ها پس از مقاومت حداکثر، منحنی تنش-کرنش کامل سنگ لازم می باشد. با استفاده از دستگاه آزمایش خود کنترل می توان منحنی تنش-کرنش کامل سنگ را تعیین نمود. سطح زیر منحنی کامل تنش-کرنش سنگ، معرف انرژی شکست در واحد حجم سنگ ( $g_f$ ) می باشد. علاوه بر آن، شکل منحنی تنش-کرنش بعد از مقاومت اوج، نشانگر سازوکار شکست و تردی سنگ می باشد. در این بخش رفتار سنگ آهک اوولیتی با مقاومت فشاری تک محوره  $68$  مگاپاسکال و مقاومت کششی  $6/8$  مگاپاسکال گزارش شده توسط [۲۱] Brady & Brown، به عنوان مینا برای مدل سازی در نظر گرفته شده است. در شکل ۲ منحنی کامل تنش-کرنش سنگ-آهک اوولیتی به همراه چرخه های باربرداری و بارگذاری مجدد (زوال صلیب) و کرنش های پلاستیک نشان داده شده است.



شکل ۲: تنش محوری ( $\sigma_a$ ) در برابر کرنش محوری ( $\epsilon_a$ ) ثبت شده از یک آزمایش مقاومت فشاری تک محوره بر نمونه سنگ آهک اوولیتی [۲۴]

Fig. 2. The complete stress-strain curve of Oolitic limestone

پارامترهای نمونه سنگ آهک اوولیتی (داده های ورودی مدل) در جدول ۱ ارائه شده است:

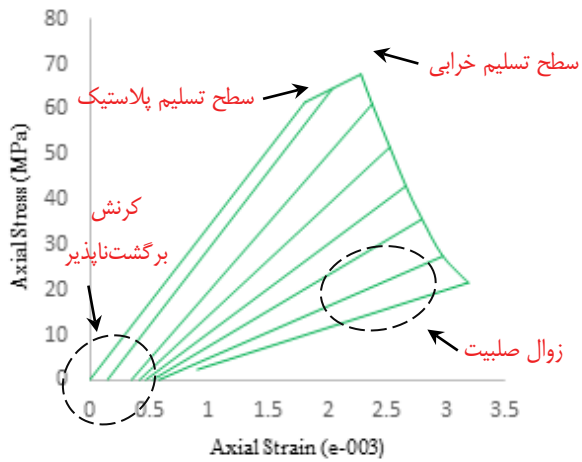
جدول ۱: پارامترهای نمونه سنگ آهک اوولیتی [۲۴].

Table 1. Rock properties of Oolitic limestone used in the numerical analysis

پارامترهای خرابی	پارامترهای پلاستیک	پارامترهای الاستیک
$g_{f\ cnum} = 110\ MPa$	$C = 5\ MPa$	$E^0 = 34\ GPa$
$g_{f\ tnum} = 7\ MPa$	$\alpha = 0.4724$	$\nu^0 = 0.3$
	$\beta = 0.4724$	

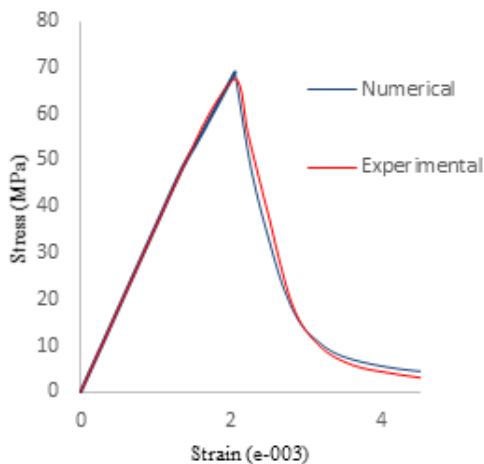
1 Servo-control

است. براساس شکل ۶، منحنی تنش- کرنش شبیه سازی شده با مدل رفتاری همزمان پلاستیک و خرابی تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی سنگ آهک اوولیتی دارد. این تطابق شامل ناحیه الاستیک، سخت شوندگی پلاستیک و رفتار نرم شوندگی بعد از سطح تسلیم خرابی می باشد. علاوه بر بخش الاستیک، سطوح تسلیم پلاستیسیته و خرابی هر دو منحنی نیز بر روی هم منطبق هستند. در ناحیه بعد از مقاومت حداکثر نیز، رفتار نرم شوندگی هر دو منحنی نیز تطابق خوبی دارند.



شکل ۵: منحنی تنش-کرنش شبیه سازی شده در آزمایش مقاومت فشاری تک محوره سنگ آهک اوولیتی با مدل رفتاری همزمان خرابی و پلاستیک.

Fig. 5. The complete stress-strain curve of Oolitic limestone simulated with the coupled elastoplastic-logarithmic damage model



شکل ۶: مقایسه منحنی کامل تنش-کرنش نمونه سنگ شبیه سازی شده با نتایج آزمایشگاهی سنگ آهک اوولیتی در شکل ۲

Fig. 6. The complete stress-strain curves corresponding to numerical simulation and experimental data for Oolitic limestone



شکل ۴: منحنی تنش-کرنش شبیه سازی شده در آزمایش مقاومت فشاری تک محوره سنگ آهک اوولیتی با مدل رفتاری خرابی بدون لحاظ رفتار پلاستیک.

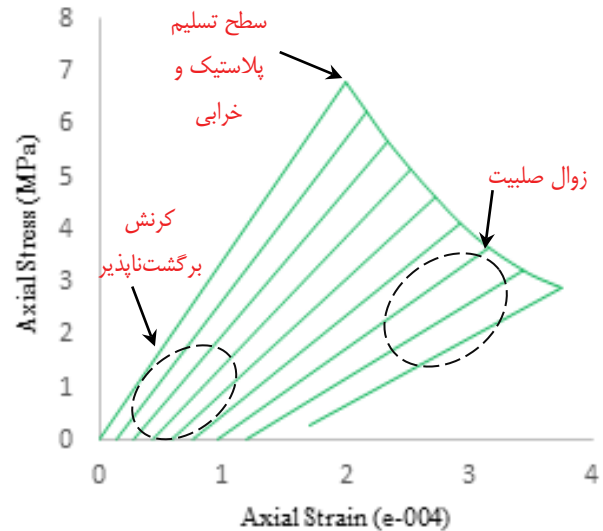
Fig. 4. The complete stress-strain curve simulated based on the elastic-logarithmic damage model without plastic flow

چنانچه همین آزمایش با استفاده از مدل رفتاری پیشنهادی همزمان خرابی و پلاستیک شبیه سازی شود، زوال صلبیت به همراه کرنش های پلاستیک، به صورت همزمان در رفتار سنگ شبیه سازی می شود. شکل ۵ منحنی تنش-کرنش شبیه سازی شده در آزمایش مقاومت فشاری تک محوره در شرایطی که نمونه سنگ با مدل رفتاری توسعه یافته همزمان خرابی لگاریتمی و پلاستیک برای یک جزء محدود مدل سازی شده است را نشان می دهد.

در شکل ۵ سه ناحیه مجزا قابل مشاهده است. در ناحیه اول پیش از سطح تسلیم پلاستیک، رفتار سنگ کاملاً الاستیک است. در این ناحیه، هیچ جریان پلاستیک و فرآیند خرابی اتفاق نمی افتد. بعد از سطح تسلیم پلاستیک، رفتار نمونه سنگ شبیه سازی شده از الاستیک به سخت شوندگی پلاستیک تغییر می نماید. چنانچه در شکل ۵ مشاهده می شود شیب خط منحنی باربرداری-بارگذاری مجدد در این ناحیه با منحنی تنش-کرنش در منطقه الاستیک برابر است. در این ناحیه تنها کرنش های بازگشت ناپذیر رخ می دهد. این ناحیه متناظر با رفتار سخت شوندگی پلاستیک قبل از مقاومت حداکثر می باشد. فرآیند سخت شوندگی پلاستیک تا مقاومت حداکثر (سطح تسلیم خرابی) ادامه می یابد. بعد از سطح تسلیم خرابی علاوه بر جریان پلاستیک، فرآیند خرابی نیز در رفتار سنگ رخ می دهد. در این ناحیه علاوه بر وقوع کرنش های برگشت ناپذیر، شیب منحنی های باربرداری-بارگذاری مجدد نیز کاهش می یابد. به عبارتی دیگر در این ناحیه علاوه بر رفتار نرم شوندگی، زوال صلبیت و کرنش های برگشت ناپذیر به طور همزمان شبیه سازی شده است. به منظور صحت سنجی مدل توسعه یافته، در شکل ۶ منحنی کامل تنش-کرنش شبیه سازی شده در شکل ۵ با منحنی کامل تنش-کرنش آزمایشگاهی سنگ آهک در شکل ۲، مقایسه شده

### ۵-۳- آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره

شرایط مرزی در شبیه‌سازی آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره، مشابه با آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره می‌باشد با این تفاوت که در این آزمایش، میدان سرعت به صورت کششی رو به بالا به مرزبالایی مدل اعمال شده است. شکل ۷، منحنی کامل تنش-کرنش در آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره سنگ آهک اوولیتی شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد.



شکل ۷: منحنی تنش-کرنش مقاومت کششی تک‌محوره سنگ آهک اوولیتی شبیه‌سازی شده با مدل رفتاری همزمان خرابی و پلاستیسیته.

Fig. 7. The stress-strain curve under UTS condition based on the developed coupled elastoplastic logarithmic damage model

در شکل ۷، علاوه بر کرنش‌های برگشت‌ناپذیر ناشی از جریان پلاستیک و زوال صلبیت ناشی از فرآیند خرابی، رفتار نرم‌شوندگی پس از مقاومت اوج نیز به خوبی مشهود می‌باشد. بر خلاف آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره، به دلیل کم بودن مقاومت کششی نسبت به فشاری، وضعیت تنش به صورت همزمان به سطح تسلیم پلاستیک و خرابی می‌رسد چرا که پس از مقاومت حداکثر، کرنش‌های بازگشت‌ناپذیر و زوال صلبیت به طور همزمان قابل مشاهده است. از آنجاییکه در شکل ۷ بعد از مقاومت حداکثر کرنش‌های بازگشت‌ناپذیر مشاهده می‌شود لذا سطح تسلیم پلاستیک وجود دارد. اما به دلیل مقاومت کششی کم سنگ، سطح تسلیم خرابی بر سطح تسلیم پلاستیک تقریباً منطبق شده است. به دلیل وقوع همزمان سخت‌شوندگی پلاستیک و فرآیند خرابی در سنگ، در این آزمایش دو ناحیه الاستیک و نرم‌شونده قابل مشاهده است.

تفاوت رفتار سنگ آهک در کشش و فشار با واقعیات فیزیکی نیز همخوانی دارد چرا که سازوکار شکست در شرایط فشار و کشش مواد نیمه

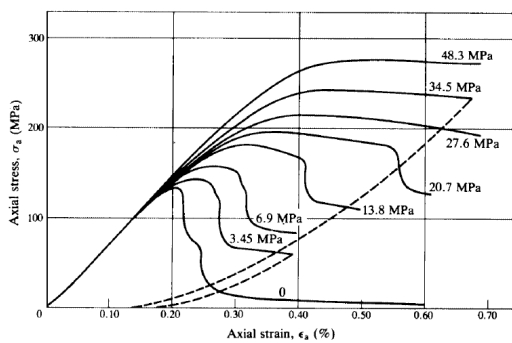
شکننده‌ای چون سنگ‌ها کاملاً متفاوت است.

در شرایط فشار، ریزترک‌های موجود در سنگ در شرایط بسته قرار دارند لذا مو دلغزش و در نتیجه آن مود کشش عامل اصلی خرابی است. اما در شرایط کشش، ریزترک‌های موجود در سنگ در شرایط باز قرار دارند لذا مود کشش (I) تنها عامل اصلی خرابی است. تفاوت قابل ملاحظه مقاومت فشاری و کششی سنگ نیز شاهد این مدعا است.

از اینرو در شرایط بارگذاری فشاری، برش و لغزش‌های موضعی ابتدا موجب اقتناع سطح تسلیم پلاستیک، انباشت و تجمع برش‌ها و لغزش موجب خرابی سنگ می‌شود. در صورتیکه در شرایط بارگذاری کششی، کشش‌های پدید آمده موجب ارضای سطح تسلیم پلاستیک و خرابی به صورت همزمان می‌شود.

### ۵-۴- آزمایش مقاومت فشاری سه‌محوره

شرایط مرزی در این آزمایش به گونه‌ای است که مرز چپ مدل در جهت افق و مرز پایین مدل در جهت قائم بسته شده است. تنش مرزی معادل با فشار همه جانبه در جهت افق به مرز راست و همان میزان تنش در جهت قائم به مرز بالای نمونه اعمال شده است. پس از به تعادل رسیدن نمونه، همانند آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره، بارگذاری با سرعت ۰.۲/ میلیمتر بر ثانیه در جهت قائم رو به پایین بر مرز بالایی نمونه اعمال شد. یکی از سازوکارهای قابل مشاهده و گزارش شده توسط محققین مختلف در رفتار سنگ‌ها تحت شرایط بارگذاری سه‌محوره، وابستگی رفتار سنگ به فشار جانبی می‌باشد. چنانچه در شکل ۸ مشاهده می‌شود، با افزایش فشار جانبی، مقاومت و شکل‌پذیری سنگ افزایش می‌یابد.



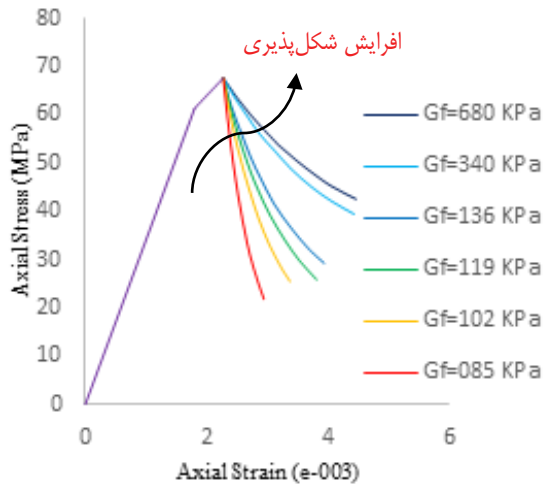
شکل ۸: افزایش مقاومت و شکل‌پذیری نمونه سنگ مرمر با افزایش فشار جانبی [۲۴].

Fig. 8. Complete stress-strain curves obtained in triaxial compressive tests on Tennessee Marble at different confining pressures

هدف اصلی در شبیه‌سازی آزمایش مقاومت فشاری سه‌محوره، امکان بازتولید رفتار وابسته به فشار همه جانبه سنگ، از قبیل افزایش مقاومت و شکل‌پذیری با افزایش فشار جانبی می‌باشد.

براین اساس نمونه سنگ آهک اوولیتی تحت شرایط بارگذاری سه‌محوره





شکل ۱۰: تأثیر بر منحنی تنش-کرنش تک محوره نمونه سنگ آهک اوولیتی براساس مدل رفتاری پیشنهادی.

Fig. 10. The complete stress-strain curve based on the variations of parameter gf.

چنانچه در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار، به دلیل افزایش سطح زیر منحنی تنش-کرنش، رفتار سنگ از حالت شکننده به شکل پذیر تغییر می‌نماید.

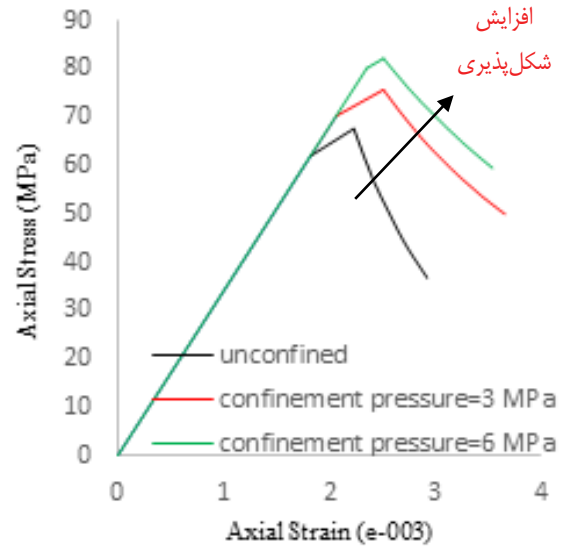
#### ۷- نتیجه گیری

رفتار سنگ‌ها براساس منشاء و بافت آن‌ها شامل طیف گسترده‌ای می‌باشد. در برخی از سنگ‌های شکننده و کریستالی آذرین سازوکار غالب رفتارهای غیرخطی، جوانه زنی، رشد، انتشار و گسترش ریز ترک‌ها است. رفتار چنین سنگ‌های شکننده‌ای را می‌توان تنها با تئوری مکانیک خرابی توصیف و فرمول بندی کرد. در صورتی که در برخی از سنگ‌های نرم رسوبی حاوی کانی‌های رسی سازوکار غالب رفتارهای غیرخطی لغزش برشی موضعی در جهت‌های ترجیحی و فرآیند جریان پلاستیک است. رفتار چنین سنگ‌هایی را شاید بتوان تنها با تئوری پلاستیسیته فرمول بندی نمود.

اما در رفتار غیرخطی غالب سنگ‌ها کرنش‌های برگشت ناپذیر، زوال صلبیت و نرم‌شوندگی به طور همزمان مشاهده می‌شود. از این رو در چنین سنگ‌هایی استفاده از ترکیب تئوری پلاستیسیته و مکانیک خرابی ضروری است.

بنابراین مدل پیشنهادی برای بسیاری از سنگ‌ها که در رفتار غالب آن‌ها کرنش‌های بازگشت ناپذیر و زوال صلبیت همزمان مشاهده می‌شود قابل کاربرد است. مدل رفتاری پیشنهادی همزمان خرابی لگاریتمی و پلاستیک، در چهارچوب اصول و قوانین ترمودینامیک برگشت ناپذیر فرمول بندی شده است؛ در مدل پیشنهادی فرض بر آن است که قبل از مقاومت حداکثر، هیچ گونه خرابی و زوال خواص الاستیک در ماده ایجاد نمی‌شود. بر اساس

مدل سازی شد. بدین منظور به نمونه سنگ شبیه سازی شده، فشارهای جانبی ۶۰۳ مگاپاسکال اعمال شد. در نتیجه اعمال فشارهای جانبی چنانچه در شکل ۹ مشاهده می‌شود، مقاومت حداکثر سنگ از ۶۸ مگاپاسکال به ترتیب به ۷۵ و ۸۴ مگاپاسکال افزایش یافت.



شکل ۹: منحنی تنش-کرنش آزمایش مقاومت فشاری سه محوره شبیه سازی شده در فشارهای جانبی مختلف.

Fig. 9. The simulated increase of strength and ductility based on the coupled elastoplastic-logarithmic damage model

#### ۶- بررسی سازوکار شکست و تردی سنگ با مدل رفتاری پیشنهادی

برای تعیین میزان تردی و شکل پذیری سنگ در مدل رفتاری پیشنهادی، می‌توان از پارامتر کنترلی  $k = \frac{r_0}{g_f}$  استفاده نمود. به طوری که هرچه میزان این پارامتر بیشتر شود، تردی سنگ افزایش و شکل پذیری آن کم می‌شود. در این قسمت با فرض  $T_0$  ثابت، اثر تغییرات  $g_f$  (انرژی شکست در واحد حجم یا سطح زیر منحنی کامل تنش-کرنش) در منحنی تنش-کرنش آزمایش مقاومت فشاری تک محوره سنگ آهک اوولیتی، بررسی شده است.

شکل ۱۰ تأثیر افزایش پارامتر  $g_f$  بر منحنی کامل تنش-کرنش (بعد از مقاومت حداکثر)، در شبیه سازی آزمایش مقاومت فشاری تک محوره بر نمونه سنگ آهک اوولیتی را نشان می‌دهد. با توجه به این که انرژی کرنش الاستیک متناظر با مقاومت فشاری تک محوره ( $T_0$ ) برابر با ۶۸ کیلوپاسکال می‌باشد، بنابراین مقدار  $g_f$  از ۸۵ تا ۶۸۰ کیلوپاسکال تغییر یافته است.

- Carrasco, A Coupled Elastoplastic Damage Model for Geomaterials, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 193(27-29) (2004) 2625-2643.
- [10] J. C. Simo, J. W. Ju, Strain-and-Stress-Based Continuum Damage Models. I. Formulation, *International Journal of solids and structures*, 23(7) (1987) 821-840.
- [11] G. Z. Voyiadjis, Z. N. Taqieddin, P. I. Kattan, Anisotropic Damage-Plasticity Model for Concrete, *International journal of plasticity*, 24(10) (2008) 1946-1965.
- [12] S. Yazdani, S. Karnawat, A Constitutive Theory for Brittle Solids with Application to Concrete, *International journal of damage mechanics*, 5(1) (1996) 93-110.
- [13] S. Yazdani, H. L. Schreyer, Combined Plasticity and Damage Mechanics Model for Plain Concrete, *ASCE journal of engineering mechanics*, 116(7) (1990) 1435-1450.
- [14] H. Molladavoodi, Sliding and damage criteria investigation of a micromechanical damage model for closed frictional microcracks, *Computers and Geotechnics*, 67 (2015) 135-141.
- [15] J.F. Shao, Y. Jia, D. Kondo, A. S. Chiarelli, A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions, *Mechanics of Materials*, 38(3) (2006) 218-232.
- [16] G. Z. Voyiadjis, B. Deliktas, A coupled anisotropic damage model for the inelastic response of composite materials, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 183(3-4) (2000) 159-199.
- [17] I. Carol, E. Rizzi, K. Willam, On the formulation of anisotropic elastic degradation I. Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate, *International Journal of Solids and Structures*, 38(4) (2001) 491-518.
- [18] H. Molladavoodi, A. Mortazavi, A damage-based numerical analysis of brittle rocks failure mechanism, *Finite Elements in Analysis and Design*, 9 (2011) 911-1003.
- [19] A. Mortazavi, H. Molladavoodi, A numerical investigation of brittle rock damage model in deep underground openings, *Engineering Fracture Mechanics*, 90 (2012) 101-120.
- [20] J. Lemaitre, R. Desmorat, *Engineering Damage Mechanics*, Springer, 2005.
- [21] N. Conil, I. Djeran-Maigre, R. Cabrillac, K. Su, Thermodynamics modelling of plasticity and damage of argillite, *C. R. Mecanique*, 332(10) (2004) 841-848.
- [22] I. Carol, E. Rizzi, K. Willam, On the formulation of anisotropic elastic degradation II. Generalized pseudo-Rankine model for tensile damage, *International Journal of Solids and Structures*, 38(4), (2001) 519-546.
- تحقیقات آزمایشگاهی، این گونه رفتار در سنگ‌های شکننده و بتن که تا مقاومت حداکثر انرژی کرنشی را در خود ذخیره و به طور ناگهانی دچار خرابی و زوال می‌شوند، اتفاق می‌افتد. تعداد کم پارامترهای ورودی، یکی دیگر از ویژگی‌های مدل رفتاری پیشنهادی می‌باشد. از سوی دیگر، تمام پارامترهای مورد استفاده در مدل رفتاری پیشنهادی از طریق آزمایش‌های استاندارد قابل تعیین می‌باشد. در هر نوع سنگی ناگزیر می‌بایست از پارامترهای ورودی همان سنگ استفاده نمود.
- شبیه‌سازی عددی در مقیاس مطالعات آزمایشگاهی با استفاده از مدل رفتاری همزمان پلاستیک و خرابی نشان می‌دهد که نمونه‌های سنگی شبیه‌سازی شده، بعد از مقاومت حداکثر، طی باربرداری و بارگذاری‌های مجدد دچار زوال صلبیت الاستیک ناشی از بروز خرابی و کرنش بازگشت ناپذیر بر اثر جریان پلاستیک می‌شوند. با استفاده از متغیر خرابی شبه‌لگاریتمی، نیروی ترمودینامیکی متناظر با آن، مفهوم فیزیکی مشخصی می‌یابد. لذا تعریف مدل و تابع تسلیم خرابی براساس نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی شبه‌لگاریتمی ساده و آسان‌تر می‌باشد.

#### مراجع

- [1] B. T. Kamal, S. Yazdani, Combined damage and plasticity approach for modeling brittle materials with application to concrete, *International Journal of Civil and Structural Engineering*, 3(3) (2013) 513-525.
- [2] D. Addessi, S. Marfia, E. Sacco, A Plastic Nonlocal Damage Model, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 191(13-14) (2002) 1291-1310.
- [3] Z. P. Bazant, S. S. Kim, Plastic-Fracturing Theory for Concrete, *ASCE journal of engineering mechanics*, 105(3) (1979) 407-421.
- [4] A. Dragon, Z. Morz, A Continuum Theory for Plastic-Brittle Behavior of Rock and Concrete, *International Journal of Engineering Science*, 17(2) (1979) 121-137.
- [5] E. Hansen, K. Willam, I. Carol, A Two-Surface Anisotropic Damage/Plasticity Model for Plain Concrete, in *fracture mechanics of concrete materials*, de Borst, R. (Ed.), A. A. Balkema, Rotterdam, (2001) 549-556.
- [6] A. D. Jefferson, Craft – A Plastic-Damage-Contact Model for Concrete. I. Model Theory and Thermodynamic Considerations, *International Journal of Solids and Structures*, 40(22) (2003) 5973-5999.
- [7] M. Ortiz, E. P. Popov, A Physical Model for the Inelasticity of Concrete, *Proceedings of Royal Society of London*, A383, (1982) 101-125.
- [8] M. Ortiz, A Constitutive Theory for the Inelastic Behavior of Concrete, *Mechanics of materials*, 4(1) (1985) 67-93.
- [9] M. R. Salari, S. Saeb, K. J. Willam, S. J. Patchet, R. C.

[24] B. H. G. Brady, E. T. Brown, *Rock Mechanics for underground mining*, Third Edition, Springer, 2005.

[23] W. Zhang, Y. Cai, *Continuum Damage Mechanics and Numerical Applications*, Springer, 2001.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

H. Molladavoodi, M. Abdi, H. Salarirad, "A coupled logarithmic damage and plastic model to numerical simulation of rocks failure mechanism", *Amirkabir J. Civil Eng.*, 49(3) (2017) 513-524.

DOI: 10.22060/ceej.2016.712



