



## کنترل بهینه میکروصفحه متصل به انتهای میکرو تیر یک سر درگیر تحت تحریک الکترواستاتیک

حامی تورجی زاده\*، مهشاد کریمان، مهدی زمانیان، بهنام فیروزی

دانشکده فنی مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۲ آذر ۱۳۹۴  
بازنگری: ۱ شهریور ۱۳۹۵  
پذیرش: ۱۴ شهریور ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۱۹ آبان ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

کنترل بهینه  
الکترواستاتیک  
روش دقیق  
کنترل بهینه  
تیر اویلر \_ برنولی  
سامانه الکترومکانیکال

**چکیده:** این مقاله، به طراحی کنترل کننده بهینه برای میراسازی ارتعاشات یک مدل میکروسامانه تحت تحریک الکترواستاتیک غیرخطی می پردازد. هدف، استفاده از روش های ممکن برای کاهش فراجهدش بیشینه و زمان نشست در مدل کنترلی ارائه شده می باشد. این مدل از یک میکرو صفحه تحت تحریک الکترواستاتیک که به صورت  $L$  شکل به انتهای میکروتیر یک سر درگیر متصل شده، تشکیل شده است. نیروی الکترواستاتیک ناشی از اعمال ولتاژ الکتریکی بین میکروصفحه متصل به انتهای میکرو تیر و یک صفحه الکتروود که مقابل آن قرار می گیرد، ایجاد می شود. در این مدل میکروتیر یک سر درگیر به صورت تیر پیوسته ای در نظر گرفته شده که از نظریه تیر اویلر برنولی پیروی می کند. مجموعه  $L$  شکل متصل به انتهای تیر به صورت جسم صلب و نیروی الکترواستاتیک به صورت تابعی غیرخطی از جابه جایی و ولتاژ اعمالی بین میکروصفحه و الکتروود مقابلش در نظر گرفته شده است. معادلات حرکت و شرایط مرزی آن با استفاده از قانون دوم نیوتن استخراج می شوند. جهت استخراج فضای حالت و کنترل حلقه بسته آن، معادلات با حل دقیق تبدیل به دو معادله دیفرانسیل معمولی گشته و حول نقطه کاری خطی سازی شده اند. معادلات حالت خطی شده توسط روش بهینه سازی تنظیم کننده خطی درجه دوم (LQR) به منظور کاهش مصرف انرژی و افزایش دقت بهینه سازی گشته اند. در نهایت میزان تأثیر و عملکرد روش های کنترلی ارائه شده با مقایسه با مدل حلقه باز مورد ارزیابی قرار گرفته است.

### ۱- مقدمه

بسیاری از محققین در تلاشند با طراحی سامانه های دیجیتال دارای پایداری دوگانه، کارایی عملگر را بهبود بخشند [۱،۲].  
نایفه و همکاران [۳،۴] یک مدل نظریه از میکروتیر دوسر گیردار تحت تحریک الکترواستاتیک ارائه کردند. آنها در مقاله هایی با حل عددی و نظری اختلالات به بررسی تغییر شکل استاتیکی، بسامد طبیعی و تأثیر پارامترهایی نظیر نیروی محوری و اثر کشیدگی بر روی این مدل پرداختند. میکروتیر یکسر درگیر تحت تحریک الکترواستاتیک با فاصله اولیه زیاد توسط شاطرجی [۵] مورد مطالعه قرار گرفت. عبدالله و همکاران [۶] راهی برای افزایش ولتاژ پولین میکروتیر تحت تحریک الکترواستاتیک ارائه کردند. اثرات انحنای غیر خطی و اینرسی غیرخطی روی ولتاژ پولین میکروتیر یکسر درگیر توسط راسخ و خادم [۷] بررسی شد. باترا و همکاران [۸] بدون در نظر گرفتن اثر کشیدگی، با بهره گیری از دو روش حل عددی و گلرکین به بررسی ولتاژ پولین میکروتیر دوسرگیردار تحت تحریک الکترواستاتیک پرداختند. اثر هم بستگی دمایی-فشاری بر روی ضریب میرایی در میکرورونا تورها توسط خوانچه گردان و همکاران [۹] مورد بررسی قرار گرفت. پلوی و همکاران [۱۰] خواص مکانیکی میکروتیر یکسر درگیر دولا به تحت تحریک الکترواستاتیک را بررسی کردند. پاواسکار و همکاران [۱۱،۱۲] با استفاده از روش بهینه سازی یک عملکرد کلی برای افزایش مقدار پولین استاتیکی و دینامیکی میکروتیر تحت تحریک الکترواستاتیک ارائه دادند. صدیقی و

حسگرها در انواع دستگاه های اندازه گیری و سامانه های کنترل آنالوگ و دیجیتال مورد استفاده قرار می گیرند. عملکرد حسگرها و قابلیت اتصال آنها به دستگاه های مختلف باعث شده که حسگر بخش جدانشدنی دستگاه کنترل خودکار و رباتیک باشد. میکرو حسگرها نسبت به حسگرهای متداول انرژی کمتری مصرف می کنند و به تغییرات ورودی حساس تر می باشند. یکی از مهم ترین حسگرها، حسگرهای الکترواستاتیک می باشد که معمولاً متشکل از یک میکروتیر یکسر درگیر یا دو سر درگیر است که در صفحه مقابل آن الکتروود قرار می گیرد. بین میکروتیر و صفحه الکتروود ولتاژ الکتریکی اعمال می شود. وقتی که عامل اندازه گیری تغییر می کند؛ موقعیت میکروتیر تغییر می یابد. این تغییر موقعیت به صورت سیگنال الکتریکی ظاهر می شود. از این سیگنال به منظور اندازه گیری تغییر پارامتر ورودی استفاده می شود. از آنجا که ارتعاشات مکانیکی می تواند باعث تخریب و ضعف در عملکرد میکروسامانه گردد، بررسی روش های کنترلی برای کاهش این اثرات همواره مورد توجه بوده است. دینامیک عملگرهای تحت تحریک الکترواستاتیک به دلیل ماهیت نیروی الکترواستاتیک، غیرخطی می باشد. روش های کنترلی حلقه باز در بازه کاری گسترده در این نوع عملگرها عملکرد مناسبی ندارد؛ بنابراین محققین به دنبال روش های کنترلی حلقه بسته برای این عملگرها می باشند.

چند روش کنترلی غیرخطی از جمله "خطی‌سازی ورودی خروجی" بهره گرفته‌اند. نتایج شبیه‌سازی آنها نشان می‌دهد که رفتار گذرا بهبود می‌یابد و زمان نشست کاهش می‌یابد. کرکوب و همکاران [۲۶] در مقاله‌ای با بیان این نکته که یکی از مشکلات مدل‌های تحت تحریک الکترواستاتیک ایجاد یک ارتعاش اضافی می‌باشد، تلاش کردند اثر ارتعاشات بر عملکرد سامانه را کاهش دهند. برای این هدف از روش استاتیک لغزنده و دینامیک لغزنده بهره گرفتند. سیگر و همکاران [۲۷] در مقاله‌ای به بررسی دینامیکی کنترلی یک عملگر تحت تحریک الکترواستاتیک پرداختند. کنترل استاتیکی و ارتعاشی یک میکروتیر کامپوزیتی پیزوالکتریکی توسط لیو و همکاران [۲۸] مورد بررسی قرار گرفت. در این کار از بدون مش استفاده شده است. گرچه فرضیه در نظر گرفتن میکروسامانه‌ها به صورت سامانه یک درجه آزادی، برای بررسی روش‌های کنترلی مفید می‌باشد؛ اما در بسیاری از موارد این فرضیه با واقعیت تطابق خوبی ندارد. در سال‌های اخیر روش‌های کنترلی برای سامانه‌های میکرو با در نظر گرفتن پیوستگی ارائه شده است. نایفه و همکاران [۲۹] برای یک تیر دو سر در گیر که در مقالات قبل [۳،۴] ولتاژ پولین و معادلات حرکت آن را مورد بررسی قرار داده بودند، مدلی کنترلی ارائه کردند. در این کار برای بررسی رفتار دینامیکی و استاتیکی از روش نظری اختلالات بهره گرفته شده است. برای بهبود رفتار سامانه از کنترل پس‌خورد غیرخطی استفاده شده است. وطن‌خواه و همکاران [۳۰] با روش کنترلی حلقه بسته، پایداری یک میکرو تیر یک سرگیردار تحت تحریک الکترواستاتیک را مورد بررسی قرار دادند. در این کار برای تبدیل معادلات مشتق جزئی به معادلات معمولی از روش گلرکین و از روش‌های عددی برای نشان دادن میزان تأثیر و بررسی عملکرد سامانه کنترلی بهره گرفته شده است. یاگاسکی [۳۱] در مقاله‌ای با بهره‌گیری کنترل پس‌خورد، دینامیک غیرخطی و انشعاب یک میکرو تیر یک‌سر درگیر را مورد ارزیابی قرار داد. پایداری مرزی و کنترل‌پذیری دقیق مدل میکروتیر غیر کلاسیک تحت تحریک الکترواستاتیک در کارهایی مورد ارزیابی قرار گرفته است [۳۲،۳۳]. وطن‌خواه [۳۴] در مقاله‌ای جهت کاهش ارتعاشات مدل میکروتیر غیر کلاسیک تحت تحریک الکترواستاتیک از کنترل حلقه بسته بهره گرفت. در این کار با استفاده از روش گلرکین معادلات مشتق جزئی به معادلات معمولی تبدیل شده و کارایی مدل کنترلی با شبیه‌سازی کامپیوتری نشان داده شده است. پراتیر [۳۵] در مقاله‌ای پایداری میکرو رزوناتور تحت تحریک الکترواستاتیک را مورد بررسی قرار داده است. در این کار روش‌های نظری و عملی برای کنترل سیستم و بهینه‌سازی آن پیش‌بینی شده است. در کارهای [۳۰ - ۳۵] روش‌های کنترلی برای سامانه‌های میکرو که به صورت پیوسته مدل شده‌اند، مورد بررسی قرار گرفته است. در تمامی کارهای فوق برای تبدیل معادلات مشتقات جزئی به معادلات معمولی از روش‌های تقریبی بهره گرفته شده است.

در این مقاله با بهره‌گیری از روش کنترلی LQR و مقایسه با حالت حلقه باز سعی در بهبود خصوصیات گذرا داریم. در این کار معادلات تیر

شیرازی [۱۳] ارتعاشات میکروتیر تحت تحریک الکترواستاتیک را با روش نظری اختلالات بررسی کردند و با استفاده از روش‌های عددی صحت آن را مورد بررسی قرار دادند. بودجت و همکاران [۱۴] با بیان این که تنها راه بهبود حساسیت در حسگرهای سیلیکونی بهینه کردن هندسه آن است، به بررسی میکروتیرهای یک سر درگیر با شکل‌ها و ابعاد مختلف پرداختند. رکنی و همکاران [۱۵] با در نظر گرفتن اثر اندازه به بررسی ارتعاشات آزاد نانو-میکرو کامپوزیت‌ها پرداختند. سنگلی [۱۶] به بررسی اثرات اندازه بر تغییر شکل استاتیکی در میکروتیر اوپلر-برنولی پرداخت و با استفاده از نظریه تش کوپل اصلاح شده و همچنین به صورت آزمایشگاهی نشان داد که اندازه بر خصوصیات مکانیکی مؤثر است.

در کارهایی اثر اضافه کردن جرم به میکروتیر مورد بررسی قرار گرفته است. مختاری نژاد [۱۷] و فرخ پیام [۱۸] در کارهای خود به بررسی اثر جرم اضافی بر پاسخ فرکانسی و شکل مودها در میکروتیر یک سر درگیر میکروسکوپ نیروی اتمی پرداختند. رفتار تشدید یک میکروتیر یکسر درگیر که در انتهای آن جرمی متصل است و تحت تحریک الکترواستاتیک قرار دارد، توسط کیم و همکاران [۱۹] مطالعه شده است. سلیم و همکاران [۲۰] به بررسی پولین دینامیکی در تشدیدکننده‌های تحت تحریک الکترواستاتیک پرداختند و پدیده‌های غیرخطی را به روش آزمایشگاهی و نظری مورد تحلیل قرار دادند و مدلی از یک حسگر ارائه کردند که متشکل از جرم اضافه شده به انتهای دو میکروتیر یک سر درگیر بود. نایفه و همکاران [۲۱]، بسامد طبیعی و تغییر شکل استاتیکی را برای مدلی از یک حسگر گاز متشکل از یک میکروصفحه صلب متصل به انتهای میکروتیر یکسر درگیر مورد مطالعه قرار دادند. زمانیان و کریمیان [۲۲] و فیروزی و همکاران [۲۳] تغییر شکل استاتیکی، ولتاژ پولین و بسامد طبیعی مدلی متشکل از یک میکروتیر دو سر درگیر (یکسر درگیر) را که تیر  $\perp$  شکل در وسط آن قرار داشت، مورد بررسی قرار دادند و اثرات تغییر ابعاد بر مدل مورد نظر را ارزیابی کردند. اهمیت این مدل در تغییر شکل یکنواخت و عملکرد مفیدتر میکرو رزوناتور بود. مجاهدی و همکاران [۲۴] به بررسی ولتاژ پولین و تغییر شکل استاتیک مدلی ژيروسکوپ متشکل از جرم متصل به یک میکروتیر یکسر درگیر پرداختند. در کارهای [۲،۲۴] به بررسی و تحلیل رفتار ارتعاشی و عوامل مؤثر بر پولین در سامانه‌های میکروالکترومکانیک پرداخته شده است. تحقیقات بسیاری جهت بهبود خصوصیات گذرا و بررسی روش‌های کنترلی در سامانه‌های میکرو انجام شده است. در بسیاری از کارها، سامانه میکرو برای سادگی به صورت سامانه یک درجه آزادی مانند جرم و فنر مدل شده است. روش‌های کنترلی متفاوتی جهت کاهش زمان نشست و حذف پولین در سامانه‌های میکرو با این فرض ساده‌کننده، مطالعه شده است. مایسریپالا و همکاران [۲۵] در مقاله‌ای به بررسی روش‌های کنترلی در سامانه‌های میکروالکترومکانیک تحت تحریک الکترواستاتیک پرداختند، با این هدف که روش اندازه‌گیری ممکن برای حذف کردن ولتاژ پولین، کم کردن فرجهش و کاهش زمان نشست را ارائه کنند. برای این هدف از

## ۲- مدل سازی دینامیکی

مدل ارائه شده همان طور که در شکل ۲ مشخص است، از یک میکروتیر یک سر درگیر که به انتهایش بخش  $\perp$  شکل متصل شده، تشکیل شده است. هر دو قسمت از یک لایه پلی سیلیکون ساخته شده اند. بخش  $\perp$  شکل شامل دو قسمت می باشد. بخش افقی شامل یک صفحه موازی با میکروتیر و بخش عمودی که صفحه افقی را به انتهای میکروتیر متصل می کند.

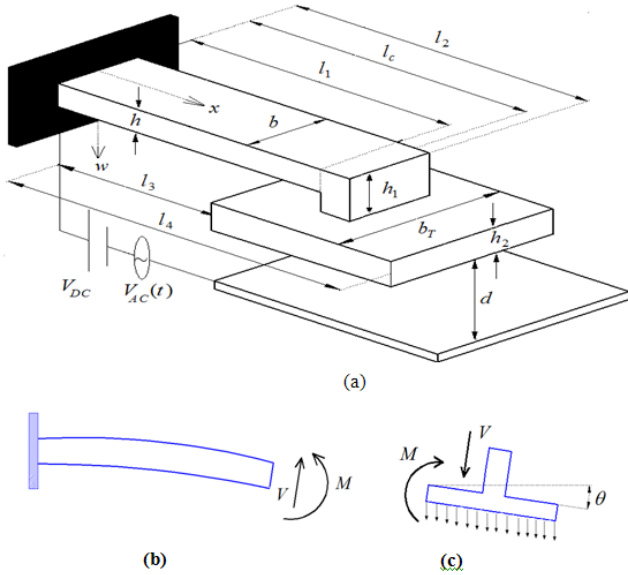


Fig. 2. Model & FBD (Free Body Diagram) of the system after separation

### شکل ۲: مدل سامانه و نمودار جسم آزاد پس از جداسازی

در اینجا فرض شده است، بخش  $\perp$  شکل رفتار صلب داشته باشد و تیر یک سر در گیر از نظریه تیرهای اویلر برنولی (نظریه تیرهای لاغر) پیروی می کند. این فرض با توجه به این که شرایط مرزی صفحه افقی آزاد است و همچنین ضخامت آن چندین برابر ضخامت میکروتیر می باشد، فرض صحیحی است. ولتاژ DC ( $V_p$ ) بین صفحه افقی بخش  $\perp$  شکل و الکتروده که در فاصله  $d$  از آن قرار دارد، اعمال می شود. معادلات حرکت میکروتیر با توجه به نظریه اویلر برنولی به صورت زیر بیان می شود (با توجه به نسبت طول به ضخامت بالا مدل سازی براساس روش اویلر صحیح می باشد). مدل به صورت تیر یک سر درگیر می باشد که در قسمت آزاد به جرم تحت تحریک الکترواستاتیک متصل می باشد؛ بنابراین در ابتدای تیر تغییر شکل و همچنین شیب صفر می باشد. در قسمت انتهایی میکروتیر پس از جداسازی جرم اثر جرم در شرایط مرزی در نظر گرفته می شود تا سامانه به شکل ارتعاش آزاد حل گردد. همچنین اثر نیرو و ممان الکترواستاتیک موجود به صورت اغتشاش به معادله کنترلی اعمال خواهد شد. در معادله (۱) دو شرط مرزی ابتدای تیر و دو شرط مرزی انتهایی تیر در رابطه (۲) ارائه شده است.

$$EI \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = 0 \quad , \quad 0 \leq x \leq l_1, \quad (1)$$

$$w_1|_{x=0} = 0 \quad , \quad \frac{\partial w_1}{\partial x}|_{x=0} = 0$$

به صورت پیوسته در نظر گرفته شده است. همچنین برای تبدیل معادلات مشتقات جزئی به معادلات معمولی از روش دقیق بهره گرفته شده است. مدل ارزیابی شده، از یک میکروصفحه تحت تحریک الکترواستاتیک که به صورت  $\perp$  شکل به انتهای میکروتیر یک سر درگیر متصل شده، تشکیل شده است (شکل ۱). در این مدل رابطه جابه جایی در نقاط مختلف میکروصفحه با فاصله از انتهای میکروتیر خطی می باشد. میکروتیر یک سر درگیر به صورت تیر پیوسته ای در نظر گرفته شده که از نظریه تیر اویلر-برنولی پیروی می کند. مجموعه  $\perp$  شکل متصل به انتهای تیر به صورت جسم صلب و نیروی الکترواستاتیک به صورت تابعی غیرخطی از جابه جایی و ولتاژ اعمالی بین میکروصفحه و الکتروده مقابلش در نظر گرفته شده است. معادلات حرکت و شرایط مرزی آن با استفاده از قانون دوم نیوتن استخراج می شوند. کاربرد این نوع بارگذاری در حسگرهایی مانند حسگر فشار می باشد. تغییر فشار باعث جابه جایی میکروتیر و ایجاد جریان به علت تغییر ظرفیت در خازن تشکیل شده از میکروصفحه و الکتروده مقابلش می شود. تغییر شکل ایجاد شده، باعث انتقال سیگنال به حسگر می شود. نیروی الکترواستاتیک ناشی از اعمال ولتاژ الکتریکی بین میکروصفحه متصل به انتهای میکروتیر و یک صفحه الکتروده که مقابل آن قرار می گیرد، ایجاد می شود. در این مقاله به بررسی روش های کنترلی ممکن برای کاهش زمان نشست و فراجش بیشینه پرداخته شده است. در بخش ۲ با مدل سازی دینامیکی، فرمول بندی حاکم بر مدل تعیین می شود. در بخش ۳ به طراحی کنترلی کننده می پردازیم. برای این منظور، ابتدا معادلات فضای حالت استخراج و نواحی پایدار مشخص می گردد. سپس مشاهده پذیری، کنترلی پذیری و پاسخ زمانی سیستم حلقه باز بررسی می شود و تخمین گر و کنترل پس خورد برای سامانه ارائه می شود. در بخش ۴ کنترل بهینه به روش LQR مورد ارزیابی قرار می گیرد. در بخش ۵ به پیاده سازی سامانه و در بخش ۶ نتایج شبیه سازی ارائه می شود. در بخش ۷ به بحث و مقایسه و ارزیابی کنترل بهینه پرداخته می شود و در انتها نتیجه گیری ارائه می شود.

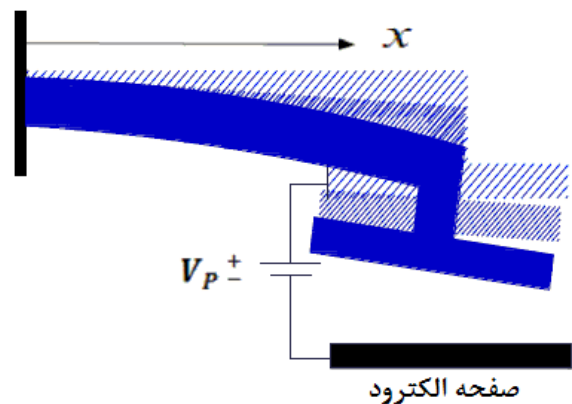


Fig. 1. Schematic view of the microsystem

### شکل ۱: نمای شماتیک میکروسامانه

الکتروود و میکروصفحه به ازای فاصله بین آن و ثابت دی الکتریک  $\epsilon$  برابر  $\epsilon V_p^2 / (2d^2)$  است [۳]؛ بنابراین با انتگرال گیری روی میکرو صفحه، نیروی الکترواستاتیکی و ممان آن که ورودی سامانه محسوب می‌شوند؛ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_{el} = \frac{1}{2} \epsilon b V_p^2 \int_{l_3}^{l_4} \frac{1}{(d-w_2(x))^2} dx, \quad (7)$$

$$M_{el} = \frac{1}{2} \epsilon b V_p^2 \int_{l_3}^{l_4} \frac{(x-l_c)}{(d-w_2(x))^2} dx$$

به  $w_2(x)$  تغییر شکل استاتیکی میکروصفحه  $\perp$  شکل می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$w_2(x,t) = w_T + (x-l_c) \frac{\partial w_1(l_1,t)}{\partial x} \quad (8)$$

$$w_T = w_1(l_1,t) + \left(\frac{l_2-l_1}{2}\right) \frac{\partial w_1(l_1,t)}{\partial x} - \left(\bar{h} - \frac{h}{2}\right) \left(\frac{\partial w_1(l_1,t)}{\partial x}\right)^2 \quad (9)$$

$$\tan \theta \approx \theta, \quad \cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}, \quad \theta = \frac{\partial w_1(l_1,t)}{\partial x} \quad (10)$$

در واقع در سامانه حلقه بسته که طراحی خواهد شد، ارتعاشات تیر به صورت آزاد آغاز شده و برای استهلاک ارتعاشات نیروی الکترواستاتیکی از طریق کنترل کننده به انتهای تیر اعمال می‌گردد تا زمانی که ارتعاشات روی نقطه تعادل صفر مستهلک گردد و از آن پس نیروی کنترلی نیز با مقدار ماندگار صفر تثبیت می‌شود. با جایگذاری روابط (۳) تا (۶) در رابطه (۲) معادله حرکت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$EI \frac{\partial^3 w_1(l_1,t)}{\partial x^3} = m_T \frac{\partial^2 w_t(l_1,t)}{\partial t^2} a_T, \quad (11)$$

$$EI \frac{\partial^2 w_1(l_1,t)}{\partial x^2} = I_T \frac{\partial^3 w_t(l_1,t)}{\partial x \partial t^2} \quad (12)$$

برای راحتی در انجام محاسبات و بررسی داده‌ها معادلات به دست آمده بی بعد شده است:

$$\hat{x} = \frac{x}{l}, \quad \hat{w}_i = \frac{w_i}{d} \quad i=1,2,3, \quad \hat{t} = \frac{t}{T}, \quad T = \sqrt{\frac{\rho A l^4}{EI}}, \quad (13)$$

$$\hat{m}_T = \frac{m_T}{\rho b h l}, \quad \hat{I}_T = \frac{I_T}{b h l^3}, \quad \hat{I}_i = \frac{I_i}{l} \quad i=1,2$$

معادله حرکت و شرایط مرزی بی بعد شده به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{\partial^4 \hat{w}_1}{\partial \hat{x}^4} + \frac{\partial^2 \hat{w}_1}{\partial \hat{t}^2} = 0, \quad 0 \leq \hat{x} \leq \hat{I}_1 \quad (14)$$

که  $\alpha$  مکان در راستای طول میکروتیر،  $t$  زمان و  $w_1$  خیز میکروتیر یکسر درگیر می‌باشد.  $\rho$  چگالی و  $I$  ممان اینرسی سطح که برابر  $I = (1/12) b h^3$  است.  $E$  مدول الاستیسیته میکروتیر و  $A$  مساحت میکروتیر یک سر درگیر می‌باشد.

معادلات قسمت  $\perp$  شکل با استفاده از قانون نیوتن به صورت زیر در می‌آید که در واقع شرایط مرزی در انتهای تیر می‌باشند:

$$V_1 = m_T \frac{\partial^2 w_t}{\partial t^2}, \quad (2)$$

$$M_1 - (V_1)(l_2 - l_1) / 2 = I_T \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$

$\theta$  زاویه چرخش و  $w_1$  جابه‌جایی مرکز جرم بخش  $\perp$  شکل می‌باشد.  $l_2$  و  $l_1$  به ترتیب فاصله انتها و ابتدای میکروصفحه از مرز گیردار میکروتیر می‌باشد.  $M$  و  $V$  به ترتیب نیروی برشی و ممان خمشی روی قسمت  $\perp$  شکل در محل متصل به میکروتیر می‌باشند که به صورت زیر توصیف می‌شوند:

$$M = -EI \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x^2}, \quad V = EI \frac{\partial^3 w_1(x,t)}{\partial x^3} \quad (3)$$

جرم، ممان اینرسی جرمی و مرکز جرم میکرو صفحه  $\perp$  شکل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$m_T = [\rho b (l_2 - l_1) h_1 + \rho b_T (l_4 - l_3) h_2] \quad (4)$$

$$I_T = \left[ \frac{1}{12} \rho b h_1 (l_2 - l_1) \times \left( (l_2 - l_1)^2 + h_1^2 \right) + \rho b h_1 (l_2 - l_1) \left( \bar{h} - \frac{h_1}{2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{1}{12} \rho b_T h_2 (l_4 - l_3) \left( (l_4 - l_3)^2 + h_2^2 \right) + \rho b_T h_2 (l_4 - l_3) \left( \frac{h_2}{2} + h_1 - \bar{h} \right)^2 \right] \quad (5)$$

$$\bar{h} = \frac{h_1 (l_2 - l_1) \left( \frac{h_1}{2} \right) b_T + h_2 (l_4 - l_3) \left( h_1 + \frac{h_2}{2} \right) b}{h_1 (l_2 - l_1) b_T + h_2 (l_4 - l_3) b} \quad (6)$$

$h_1$  و  $h_2$  به ترتیب ضخامت میکروتیر یکسر درگیر و بخش افقی صفحه  $\perp$  شکل می‌باشد. همچنین  $h_1$  فاصله سطح بالایی بخش افقی صفحه  $\perp$  شکل و  $\bar{h}$  فاصله مرکز جرم صفحه  $\perp$  شکل تا سطح بالایی میکروتیر یکسر درگیر می‌باشد.

$F_{el}$  و  $M_{el}$  به ترتیب نیرو و ممان وابسته به میدان الکترواستاتیکی می‌باشد که به صورت اغتشاش خارجی به سامانه وارد و در معادلات کنترلی ظاهر می‌شوند. نیروی الکترواستاتیکی بر واحد سطح بین صفحه

جدول ۱: مقادیر عددی پارامترهای به کار رفته در مدل سازی دینامیکی [۲۲]

Table 1. Numeric values of the used parameters in dynamic modeling

مقدار	واحد	مجهول	عنوان پارامتر
۲۲۳۰	Kg/m <sup>3</sup>	$\rho$	چگالی
۱۶۰	GPa	$E$	مدول الاستیسیته
۰/۱	N/m	$c$	ضریب فنریت
۲۲۹/۵	$\mu\text{m}$	$l_1$	طول میکروتیر یک سردرگیر
۱۰۰	$\mu\text{m}$	$b$	عرض میکروتیر یک سردرگیر
۲۸۰/۵	$\mu\text{m}$	$l_2$	طول انتهای صفحه $\perp$ شکل
۱۲۷/۵	$\mu\text{m}$	$l_3$	طول ابتدای صفحه $\perp$ شکل
۳۸۲/۵	$\mu\text{m}$	$l_4$	طول انتهای صفحه $\perp$ شکل
۳/۵	$\mu\text{m}$	$h_1$	ارتفاع قسمت عمودی $\perp$ شکل
۴/۵	$\mu\text{m}$	$h_2$	ارتفاع قسمت افقی $\perp$ شکل
۱/۱۸	$\mu\text{m}$	$d$	فاصله صفحه $\perp$ شکل تا الکتروود مقابل

معادله زمانی و معادله مکانی به صورت زیر حل می شوند. معادله زمانی نیاز به دو شرط اولیه و معادله مکانی نیاز به ۴ شرط مرزی مکانی دارد:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \omega^2 T = 0 \Rightarrow T = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 X}{\partial x^4} - \omega^2 X &= 0 \\ \beta &= \sqrt{\omega} \\ \frac{\partial^4 X}{\partial x^4} - \beta^4 X &= 0 \quad (20) \\ S^4 - \beta^4 &= 0 \\ S^2 - \beta^2 = 0 \ \& \ S^2 + \beta^2 = 0 \Rightarrow S = \pm \beta \ \& \ S = \pm i \beta \Rightarrow \\ X(x) &= C_1 \cos \beta x + C_2 \cosh \beta x + C_3 \sin \beta x + C_4 \sinh \beta x \end{aligned}$$

با استفاده از دو شرط مرزی در ابتدای میکروتیر که در رابطه (۱۵) نشان داده شده است، می توان دو ثابت را بر حسب دو ثابت دیگر نوشت و تعداد ثابتها را در معادله (۲۰) به دو ثابت کاهش داد:

$$\begin{aligned} X(0) = 0 &\Rightarrow C_2 = -C_1 \\ X'(0) = 0 &\Rightarrow C_4 = -C_3 \quad (21) \\ X(x) &= C_1(\cos \beta x - \cosh \beta x) + C_3(\sin \beta x - \sinh \beta x) \end{aligned}$$

دو شرط مرزی انتهای میکروتیر، در رابطه (۱۶) و (۱۷) نشان داده شده است؛

با استفاده از این دو شرط مرزی و حل دو معادله دو مجهول در رابطه (۲۲) دو ثابت دیگر محاسبه می شوند:

$$\hat{x} = 0 : \quad \hat{w}_1 = 0 \quad , \quad \frac{\partial \hat{w}_1}{\partial \hat{x}} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial^3 \hat{w}_1(\hat{l}_1, \hat{t})}{\partial \hat{x}^3} = \hat{m}_T \frac{\partial^2 \hat{w}_1(\hat{l}_1, \hat{t})}{\partial \hat{t}^2} \quad , \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{w}_1(\hat{l}_1, \hat{t})}{\partial \hat{x}^2} = \hat{l}_T \frac{\partial^3 \hat{w}_1(\hat{l}_1, \hat{t})}{\partial \hat{x} \partial \hat{t}^2} \quad (17)$$

### ۳- طراحی کنترل کننده

نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد خصوصیات پاسخهای ارتعاشی مانند دامنه و فرکانس به هندسه وابسته می باشد. همان طور که در مدل مقاله [۲۳]، اثرات تغییرات هندسه بر خصوصیات ارتعاشی مورد بررسی قرار گرفته است، می توان با روندی مشابه اثرات هندسه بر تغییر شکل استاتیکی و بسامد طبیعی را مورد ارزیابی قرار داد. مقدار طول میکروتیر دوسر آزاد در شکل  $L_s = L_4 - L_3$  می باشد. با افزایش  $L_s$  تغییر شکل استاتیکی افزایش می یابد. در واقع با افزایش میزان  $L_s$  طولی که تحت تحریک الکترواستاتیک است، افزایش می یابد؛ در نتیجه نیروی الکترواستاتیک افزایش می یابد که این باعث تغییر شکل بیشتر میکروتیر می گردد. با افزایش  $L_s$  بسامد طبیعی اول کاهش می یابد. دلیل این امر آن است که با افزایش  $L_s$  مقدار جرم سامانه افزایش می یابد و همچنین اثرات نرم شوندگی نیروی الکترواستاتیک بیشتر می شود که هر دو عامل سبب کاهش بسامد طبیعی می شوند. در این کار کنترل بهینه جهت میراسازی ارتعاشات برای حالت خاص ابعادی مطابق جدول ۱ انجام می شود.

برای به دست آوردن فضای حالت، معادله (۱۴) به صورت دقیق حل می شود. معادله مکانی با جداسازی متغیرها استخراج می گردد و با بهره گیری از دو شرط مرزی در ابتدای میکروتیر و دو شرط مرزی در انتهای میکروتیر، ثابتهای آن به دست می آیند. سپس نیرو و ممانهای موجود به نقطه کاری  $(X=l)$  منتقل می شود. ترکیب بندی به صورت یک میکروتیر یک سر درگیر که ممان و نیروهای معادل موجود، در قسمت انتهای آن قرار می گیرد، تبدیل خواهد شد. در این حالت ارتعاشات به صورت ارتعاشات اجباری با ممان و نیروی معادل انتهای میکروتیر خواهد بود. با استفاده از معادلات حاصل، معادلات فضای حالت استخراج خواهد شد.

با استفاده از روش جداسازی متغیرها، می توان معادله (۱۴) را به دو معادله تک متغیره مکانی و زمانی تبدیل کرد.

$$\begin{aligned} w(x, t) = X(x)T(t) \Rightarrow T \frac{\partial^4 X}{\partial x^4} + X \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow \\ \frac{1}{X} \frac{\partial^4 X}{\partial x^4} + \frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0 \quad (18) \\ \frac{1}{X} \frac{\partial^4 X}{\partial x^4} = -\frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \omega^2 \end{aligned}$$



با توجه به معادله (۲۶) مربوط به میکروتیر،  $\dot{Z}_2$  به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = q \Rightarrow \quad (29)$$

$$\dot{Z}_2 = \ddot{w} = F(x, t) - \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - c \frac{\partial w}{\partial t} = q - \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - c Z_2$$

که  $q$  به صورت زیر می‌باشد:

$$q = \left[ -m_T \frac{\partial^2 w(x, l_1)}{\partial t^2} \right] \delta(x - l_1) + \frac{1}{2} \left[ \int_{l_3}^{l_4} \frac{\varepsilon b (V_p)^2}{(1 - w_2(x))^2} dx \right] \delta(x - l_1) + \frac{1}{2} \varepsilon b V_p^2 \left[ \int_{l_3}^{l_4} \frac{(l_p - x)}{(1 - w_2(x))^2} dx \right] \frac{\partial(\delta(x - l_1))}{\partial x} + \left[ \hat{I}_T \frac{\partial^2 \hat{w}_1(l_1, \hat{t})}{\partial \hat{x}^2 \partial \hat{t}} \right] \frac{\partial(\delta(x - l_1))}{\partial x} \quad (30)$$

در نقطه کاری به صورت زیر در خواهد آمد:

$$q = \alpha' (V_p)^2 \quad (31)$$

که  $\alpha'$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\alpha' = \left[ \frac{1}{2} \varepsilon b \int_{l_3}^{l_4} \frac{(l_c - x)}{(1 - w_2(x))^2} dx \right] \frac{\partial(\delta(x - l_1))}{\partial x} + \left[ \frac{1}{2} \varepsilon b \int_{l_3}^{l_4} \frac{1}{(1 - w_2(x))^2} dx \right] \delta(x - l_1) \quad (32)$$

با توجه به رابطه مکانی به دست آمده و در نقطه کاری برای محاسبه  $\partial^4 w(l, t) / \partial x^4$  داریم:

$$\frac{\partial^4 w(l, t)}{\partial x^4} = T \times \frac{\partial^4 X(l)}{\partial x^4} = T \times X(l) \times \frac{\partial^4 X(l)}{X(l)} = Z_1 \times \left( \frac{\partial^4 X(l)}{\partial x^4} \right) = \gamma Z_1 \quad (33)$$

که  $\gamma$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\gamma = \frac{\partial^4 X(l)}{\partial x^4} \times X(l) \quad (34)$$

بنابراین معادلات حالت به صورت زیر خواهند شد:

$$\begin{aligned} Z_1 = w &\Rightarrow \dot{Z}_1 = Z_2 \\ Z_2 = \dot{w} &\Rightarrow \dot{Z}_2 = \alpha' (V_p)^2 - \gamma Z_1 - c Z_2 \end{aligned} \quad (35)$$

که  $\gamma$  و  $\alpha'$  از روابط (۳۴) و (۳۳) به دست می‌آیند. با توجه به معادلات حالت و روابط  $\dot{Z} = AZ + BU$  و  $Y = CZ$  ماتریس‌های  $A$  و  $B$  و  $C$  به صورت زیر در خواهد آمد:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \gamma & -c \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0] \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha' \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} C_1 [\beta^3 (\sin \beta l - \sinh \beta l) - \hat{m}_T \omega^2 (\cos \beta l - \cosh \beta l)] + \\ C_3 [\beta^3 (-\cos \beta l - \cosh \beta l) - \hat{m}_T \omega^2 (\sin \beta l - \sinh \beta l)] = 0 \\ C_1 [\beta (-\cos \beta l - \cosh \beta l) + \hat{I}_T \omega^2 (\sin \beta l + \sinh \beta l)] + \\ C_3 [\beta (-\sin \beta l - \sinh l) - \hat{I}_T \omega^2 (\cos \beta l - \cosh \beta l)] = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

با جایگذاری ثابت‌های به دست آمده از رابطه (۲۲)، معادله مکانی و رابطه

تغییر مکان به دست می‌آیند.

از آنجا که در سامانه‌های میکروالکترومکانیک متشکل از میکروتیر یکسر درگیر اثر مود اول در ارتعاشات غالب می‌باشد در طراحی و شبیه‌سازی‌ها از یک مود استفاده شده است. قابل ذکر است در یک سامانه با ترم‌های غیرخطی ضعیف درجه دوم و سوم، نتایجی که تنها با استفاده از مود اول به دست می‌آیند نتایج قابل قبولی خواهند بود [۳۶]. در پژوهش حاضر نیز به علت کوچک بودن ابعاد برای جلوگیری از پدیده پولین ترم‌های غیرخطی کوچک می‌باشند.

برای تحلیل کنترلی، با انتقال نیرو و گشتاورهای اعمالی به نقطه کاری، معادله میکروتیر به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = F \delta(x - l_1) + M \frac{\partial(\delta(x - l_1))}{\partial x} \quad (23)$$

گشتاور و نیروی اعمالی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$F = F_{el} - m_T \frac{\partial^2 w(x, l_1)}{\partial x^2} \quad (24)$$

$$M = M_{el} - I_T \frac{\partial^3 w(x, l_1)}{\partial x^2 \partial t} \quad (25)$$

با قرار دادن معادلات (۲۴) و (۲۵) در رابطه (۲۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = \left[ -m_T \frac{\partial^2 w(x, l_1)}{\partial x^2} \right] \delta(x - l_1) + \\ \frac{1}{2} \left[ \int_{l_3}^{l_4} \frac{\varepsilon b (V_{dc})^2}{(d - w_2(x))^2} dx \right] \delta(x - l_1) + \frac{1}{2} \varepsilon b V_p^2 \left[ \int_{l_3}^{l_4} \frac{(l_p - x)}{(d - w_2(x))^2} dx \right] \\ \frac{\partial(\delta(x - l_1))}{\partial x} + \left[ \hat{I}_T \times \frac{\partial^2 \hat{w}_1(l_1, \hat{t})}{\partial \hat{x}^2 \partial \hat{t}} \right] \frac{\partial(\delta(x - l_1))}{\partial x} \end{aligned} \quad (26)$$

که شرایط مرزی به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} w(0, t) = 0, \quad \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial w^2(l, t)}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial w^3(l, t)}{\partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

معادلات حالت سامانه به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} Z_1 = w &\Rightarrow \dot{Z}_1 = Z_2 \\ Z_2 = \dot{w} &\Rightarrow \dot{Z}_2 = \ddot{w} \end{aligned} \quad (28)$$

کنترل‌پذیری، ماتریس مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری را مطابق روابط (۴۱) و (۴۲) تشکیل می‌دهیم.

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha' \end{bmatrix}, AB = \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ -c\alpha' \end{bmatrix} \Rightarrow P_c = \begin{bmatrix} 0 & \alpha' \\ \alpha' & -c\alpha' \end{bmatrix} \quad (41)$$

از آنجا که مرتبه ماتریس کنترل‌پذیری در رابطه (۴۱) کامل می‌باشد، سامانه مشاهده‌پذیر است.

$$C = [1 \ 0], CA = [0 \ 1] \Rightarrow P_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

ماتریس مشاهده‌پذیری در رابطه (۴۲) مرتبه کامل است؛ بنابراین، سامانه مشاهده‌پذیر است.

برای محاسبه پاسخ زمانی سیستم حلقه باز مطابق روابط (۴۳)، ابتدا  $\Phi(s)$  سپس  $\Phi(t)$  محاسبه می‌شود و در مرحله بعد با ضرب مقادیر اولیه در  $\Phi(t)$  پاسخ زمانی به دست می‌آید [۳۷]:

$$\Phi(s) = [SI - A]^{-1} \quad (43)$$

$$\Phi(t) = L^{-1}[\Phi(s)] \Rightarrow \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix} = \Phi(t) \cdot \begin{bmatrix} Z_1(0) \\ Z_2(0) \end{bmatrix}$$

$\Phi(s)$  پاسخ زمانی و  $\Phi(t)$  پاسخ در حوزه لاپلاس می‌باشد. در این قسمت با استفاده از روابط (۴۴) کنترل‌کننده با پس‌خورد کامل حالت طراحی شده است. با استفاده از رابطه  $U = -KX$  و قرار دادن آن در رابطه  $\dot{X} = AX + BU$  و سپس محاسبه  $k$  کنترل‌کننده پس‌خورد محاسبه می‌شود [۳۸].

$$\dot{X} = AX + BU, U = -KX \Rightarrow \dot{X} = (A - BK)X \quad (44)$$

$$|\lambda I - [A - BK]| = \Delta(\lambda)$$

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \gamma - aK_1 & -c - aK_2 \end{bmatrix} \quad (45)$$

که ریشه‌های معادله (۴۴) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5c - 0.5aK_2 + 0.5\sqrt{c^2 + 2caK_2 + a^2K_2^2 + 4\gamma - 4aK_1} \\ -0.5c - 0.5aK_2 - 0.5\sqrt{c^2 + 2caK_2 + a^2K_2^2 + 4\gamma - 4aK_1} \end{bmatrix} \quad (46)$$

در طراحی کنترل‌کننده به روش پس‌خورد کامل حالت فرض شد که تمام حالت‌ها برای بازخورد گرفتن در دسترس می‌باشند. اما برای در دسترس بودن تمام حالت‌ها باید این حالت‌ها توسط حسگرهایی اندازه‌گیری شوند؛ ولی از آنجا که سامانه مشاهده‌پذیر می‌باشد؛ می‌توان با طراحی مشاهده‌گر، مطابق روابط (۴۷)، بدون اندازه‌گیری مستقیم حالت‌ها، حالت‌ها را مورد بررسی قرار داد [۳۹].

توجه کنید که با توجه به این‌که کنترل از نوع رگولاسیون حول نقطه تعادل صفر (وضعیت بدون ارتعاش) می‌باشد و نظر به آن‌که ارتعاشات تیر همیشه حول همین وضعیت تعادل صورت می‌پذیرد؛ لذا خطی‌سازی حول نقطه کاری که همان وضع تعادل صفر است دقیق بوده و خطای ناچیزی خواهد داشت.

قبل از بررسی کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری و طراحی کنترل‌کننده، باید پایداری سامانه مورد ارزیابی قرار گیرد. در این قسمت پایداری سیستم توسط روش پایداری لیاپانوف [۳۷] مورد بررسی قرار گرفته است. در این روش برای پایداری سامانه، تابع انرژی که متشکل از کل انرژی‌های موجود در سامانه می‌باشد، باید مثبت معین و مشتق زمانی آن منفی معین باشد. تابع انرژی سامانه به صورت جمع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V = U + T_1 + T_2 \quad (37)$$

که انرژی جنبشی شامل انرژی جنبشی میکروتیر و انرژی جنبشی حاصل از دوران و انتقال میکرو صفحه صلب می‌باشد و انرژی پتانسیل نیز انرژی پتانسیل میکروتیر می‌باشد که به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$T = T_1 + T_2$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} \right)^2 dx$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} I \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial t} \right)^2 \quad (38)$$

$$U = U_1$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx$$

با جایگذاری روابط (۳۸) در رابطه (۳۷) تابع انرژی به صورت زیر در می‌آید:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} m \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} I \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (39)$$

همان‌طور که مشخص می‌باشد تمامی جملات مثبت هستند، بنابراین تابع انرژی مثبت معین می‌باشد؛ مشتق زمانی تابع انرژی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\dot{V} = \left( m + I \left( \frac{X'(l)}{X(l)} \right) + \frac{1}{3} \rho A X(l) \right) \times (\alpha_2 \times V_p^2 \times Z_2 - CZ_2) + EIZ_1 Z_2 \left( \frac{X'(l)}{X^2(l)} \right) \quad (40)$$

این مشتق تابع انرژی مختص سامانه حلقه باز بوده و همان‌طور که در بخش نتایج نشان داده شده است در نواحی مثبت و ناپایدار است که لزوم استفاده از کنترل‌کننده فعال را نشان می‌دهد. برای بررسی مشاهده‌پذیری و

خواهد شد.

$$K_{\infty} = R^{-1} \times B^T \times S_{\infty} \quad (52)$$

که در این رابطه ماتریس  $S$  از معادله ریکاتی (۵۳) به دست می‌آید و معادله ریکاتی برای سیستم ارتعاشی مدنظر ما با معادلات فضای حالت بیان شده در قسمت قبل به شکل زیر حاصل می‌آید [۳۸،۳۷].

$$A^T \times S + S \times A - S \times B \times R^{-1} \times B^T \times S + Q = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2\gamma s_{12} - s_{12}^2 \alpha^2 + 1 & \gamma s_2 + s_1 - c s_{12} - s_{12} \alpha^2 s_2 \\ \gamma s_2 + s_1 - c s_{12} - s_{12} \alpha^2 s_2 & 2s_{12} - 2c s_{12} - \alpha^2 s_2^2 + 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که مؤلفه‌های ماتریس  $S$  در معادله فوق از حل هم‌زمان معادلات قابل استخراج است. در خصوص پایداری سامانه حلقه بسته می‌دانیم که در روش کنترلی مورد استفاده یعنی LQR با توجه به جایگذاری ورودی ولتاژ براساس معادله ریکاتی، قطب‌ها همیشه در سمت چپ محور موهومی قرار داشته و لذا قابل اثبات است که سامانه پایدار لیاپانوف باقی می‌ماند

### ۵- پیاده‌سازی

برای پیاده‌سازی سامانه باید نتایج به‌دست آمده را به فضای گسسته برد. در این قسمت همان‌طور که در روابط (۵۱) و (۴۱) نشان داده شده است، تابع تبدیل حلقه باز و حلقه بسته، در فضای  $z$  محاسبه می‌شود. جهت پیاده‌سازی سامانه، از مقادیر عددی پارامترها مطابق جدول ۱ بهره گرفته شده است.

$$A_d = e^{AT}$$

$$B_d = \int_0^T e^{A\tau} d\tau B$$

$$\Rightarrow G(z) = c(ZI - A_d)^{-1} B_d \quad (54)$$

$$G(z) = (1-z^{-1})Z \left( L^{-1} \left( \frac{G(s)}{s} \right) \right) \Rightarrow \frac{U(Z)}{R(Z)} = \frac{G(Z)}{1+G(Z)}$$

### ۶- نتایج شبیه‌سازی

با جایگذاری مقادیر عددی در روابط (۳۹) و (۴۰) ناحیه پایداری همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده، به‌دست خواهد آمد (نتایج بی‌بعد می‌باشند). از آنجا که تمام پارامترها بی‌بعد شده است، تمام نتایج و نمودارها بی‌بعد می‌باشند. همان‌طور که در رابطه (۳۹) مشخص است؛ تابع انرژی مثبت می‌باشد. برای مشخص کردن ناحیه پایداری به روش لیاپانوف باید رابطه (۴۰) منفی معین باشد. با جایگذاری مقادیر عددی نمودارهای کانتوری  $Z_1$  برحسب  $Z_2$  به صورت شکل ۳ درمی‌آید که قسمت‌های سفید رنگ بیانگر مثبت معین بودن است؛ بنابراین در قسمت‌های تیره‌تر سامانه پایدار می‌باشد.

$$\dot{X} = AX + BU \Rightarrow \dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + L(y - C\hat{X})$$

$$\dot{\hat{X}} = (A - LC)\hat{X} + BU + Ly \quad (47)$$

$$[\lambda I - [A - LC]] = 0$$

کنترل پس‌خورد همراه با مشاهده‌گر طبق رابطه زیر مورد ارزیابی قرار می‌گیرد:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{X}} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ e \end{bmatrix} \quad (48)$$

### ۴- کنترل بهینه

کنترل تنظیم‌کننده خطی درجه دوم یکی از روش‌های کنترل مطلوب است که بین ورودی کنترلی سامانه و حالت‌های آن برای رسیدن به خروجی مطلوب با توجه به قیود و محدودیت‌های حاکم بر سامانه دینامیکی مصالحه و سازش ایجاد می‌کند. در این روش معادلات حالت سامانه کنترل حلقه بسته به صورت (۴۹) و (۵۰) خواهد شد:

$$\dot{X} = AX + BU = (A - BK)X \quad (49)$$

$$U = -KX \quad (50)$$

ماتریس  $K$  در این رابطه ماتریس بهره کنترلی کالمن می‌باشد. هدف اصلی کنترل بهینه، تعیین سیگنال کنترلی یک فرایند (دستگاه) است که باعث برآورده شدن برخی از محدودیت‌های فیزیکی و در زمان مشخص، با انتخاب یک معیار عملکرد مطلوب (به حداکثر یا حداقل رساندن) می‌شود. کنترل حلقه بسته بهینه به صورت روابط (۴۹) و (۵۰) خواهد بود؛ با این تفاوت که ماتریس  $K$  در اینجا همان ماتریس بهره کنترلی بهینه است که از حداقل کردن تابع هزینه که در معادله (۵۱) نشان داده شده است، به دست می‌آید:

$$J = \int (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (51)$$

که در آن ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  به ترتیب مربوط به اهمیت حالت‌های سامانه و ورودی سامانه هستند. همچنین بهینه‌سازی صورت‌گرفته در این مقاله از نوع زمان آزاد بوده و محدودیتی برای زمان بهینه‌سازی در نظر گرفته نشده است؛ بنابراین برای به‌دست آوردن ماتریس  $K_{\infty}$  نیاز است که بسته به اهمیت ورودی و حداکثر خطای مربوط خروجی، ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  را تعیین کنیم. برای انتخاب این ماتریس‌ها روش‌های مختلفی وجود دارد. ماتریس را می‌توان به صورت  $Q = C^T C$  انتخاب کرد. روش دیگر در انتخاب این ماتریس‌ها به صورت  $Q = 1/\max\|x\|$  و  $R = 1/\max\|u\|$  است که در آن  $\max\|u\|$  و  $\max\|x\|$  به ترتیب نشان‌دهنده حداکثر اندازه ورودی کنترلی و حداکثر خطای تعقیب مجاز متغیرهای حالت است. با استفاده از معادله (۵۱) داشتن ماتریس‌های  $Q$  و  $R$ ، ماتریس بهره کنترلی بهینه از معادله (۵۲) محاسبه



$$\Phi(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+1}{s^2+0.1s+1} & \frac{1}{s^2+0.1s+1} \\ \frac{-1}{s^2+0.1s+1} & \frac{s}{s^2+0.1s+1} \end{bmatrix} \Rightarrow \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4e^{-0.05t} (2.4 \cos(0.9t) + 2.6 \sin(0.9t)) \\ -0.25e^{-0.05t} (4.19 \sin(0.9t) - 3.9 \cos(0.9t)) \end{bmatrix}$$

نمودارهای پاسخ زمانی سیستم حلقه باز در شکل‌های ۴ نشان داده شده است. نزدیکی پاسخ به پاسخ مطلوب به کمک پارامترهای فراجهش و زمان نشست، ارزیابی می‌شود. زمان لازم برای رسیدن پاسخ به حوالی مقدار نهایی (زمان نشست) در شکل نشان داده شده برای متغیر حالت اول برابر ۵۴ می‌باشد. تفاوت مقدار نخستین فراجهش از مقدار واحد (حداکثر فراجهش) برای متغیر حالت اول ۷۴٪ به دست آمده است. مدت زمان لازم برای اینکه پاسخ برای اولین بار به مقدار بیشینه خود برسد، بیانگر زمان اوج می‌باشد که از عوامل مؤثر در بررسی سرعت پاسخ می‌باشد. در شکل فوق زمان اوج برابر با ۳/۵۵ ثانیه می‌باشد.

با جایگذاری مقادیر عددی در رابطه (۴۳) جهت تعیین بهره کالمن در کنترل کننده پس‌خورده روابط زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1611 + .992I \\ -0.1611 - .992I \end{bmatrix} \Rightarrow [K_1 \ K_2] = [0.1 \ 2.2] \quad (56)$$

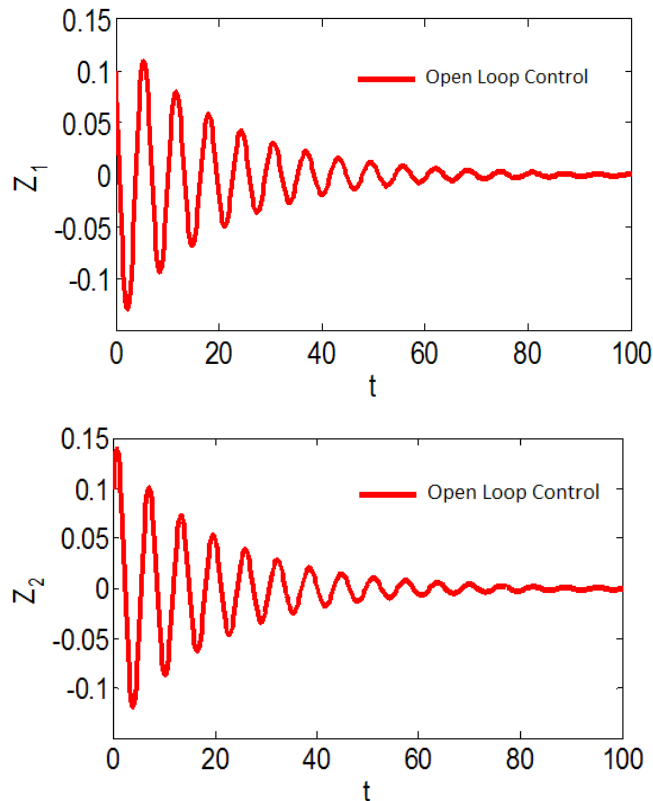


Fig. 4. Open loop time response of  $Z_1$  &  $Z_2$

شکل ۴: پاسخ زمانی سیستم حلقه باز  $Z_1$  و  $Z_2$

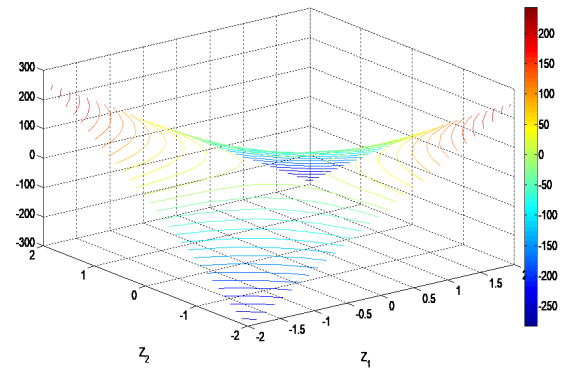
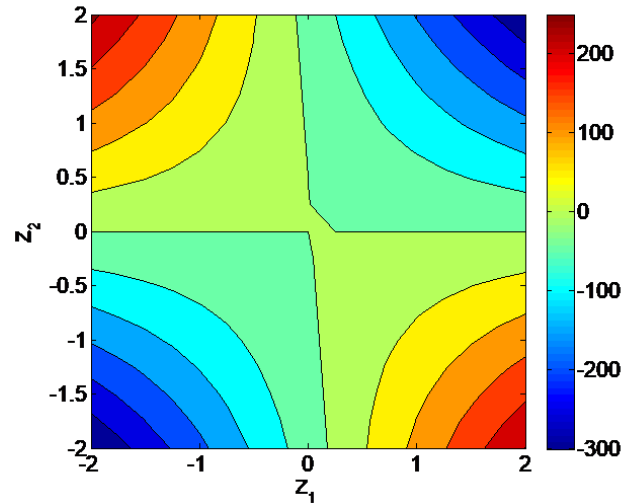


Fig. 3. 2D & 3D contour of  $Z_1$  versus  $Z_2$

شکل ۳: نمودار کانتوری دو بعدی و سه بعدی و سه بعدی  $Z_1$  بر حسب  $Z_2$

همان‌طور که در شکل مشخص است، در قسمت‌هایی که  $Z_1$  و  $Z_2$  هم‌علامت هستند، سامانه پایدار می‌باشد. لذا با توجه به وجود نواحی ناپایداری برای کانتور حلقه باز نیاز به استفاده از کنترل کننده احساس می‌گردد. درحقیقت با استفاده از روش پایداری لیاپانوف که برای سیستم‌های کنترلی حلقه باز و بسته توأم قابل استفاده می‌باشد به این نتیجه می‌رسیم که سامانه به کنترل حلقه بسته‌ای نیازمند است تا در همه نواحی پایدار باشد؛ از طرفی با توجه به اینکه در سامانه‌ای که توسط کنترل کننده LQR کنترل می‌گردد همه قطب‌ها در ناحیه منفی صفحه مختلط جاسازی می‌گردند پایداری لیاپانوف سامانه حلقه بسته‌ای که توسط LQR کنترل می‌گردد، امری ثابت شده است [۴۰]. لذا پس از کنترل سامانه به کمک این روش پایداری سامانه دوباره چک شده تا فرایند کنترلی صحه‌سنجی شده و از صحت روش کنترلی اطمینان حاصل گردد.

پس از جایگذاری مقادیر عددی در روابط (۴۳)، پاسخ زمانی سیستم حلقه باز به صورت زیر درخواهد آمد.

۱ از آنجا که پارامترهای بی بعد می‌باشند، محورها بدون کمیت آورده شده است.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = [1] \quad (58)$$

با استفاده از معادله (۵۱) و داشتن ماتریس‌های  $Q$  و  $R$ ، با بهره‌گیری از روابط (۵۲) و (۵۳)، ماتریس  $S$  و  $K$  محاسبه خواهد شد.

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & s_{12} \\ s_{12} & s_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -0.0102s_{12}^2 + 1 & s_1 - 2s_{12} - 0.0102s_{12}s_2 \\ s_1 - 2s_{12} - 0.0102s_{12}s_2 & 2s_{12} - 4s_2 - 0.0102s_2^2 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$S = \begin{bmatrix} 24.63 & 0.498 \\ 0.498 & 24.463 \end{bmatrix} \Rightarrow [K_1 \quad K_2] = [0.0503 \quad 2.47]$$

نمودار پاسخ زمانی آن به صورت زیر به دست می‌آیند. زمان نشست در شکل ۷، ۱۶ و درصد حداکثر فراجهش در شکل فوق ۴۶٪ می‌باشد.

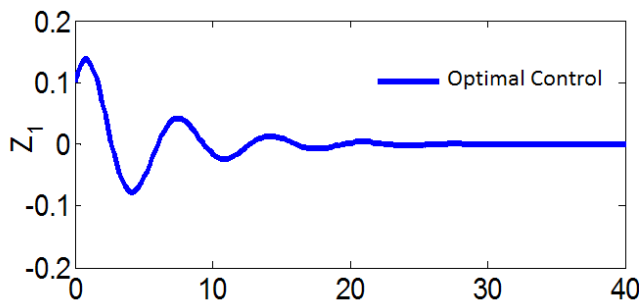


Fig. 7. Time response of  $Z_1$  for the optimal system

شکل ۷: پاسخ زمانی سامانه با کنترلر بهینه برای حالت  $Z_1$

با استفاده از رابطه  $G(z) = (I - z^{-1})Z(L^{-1}(G(s)/s))$  و محاسبه تابع تبدیل با بهره‌گیری از رابطه  $G(s) = C(SI - A)^{-1}B + D$ ، تبدیل  $z$  معادله محاسبه شده و نمودار آن با اعمال ورودی ضربه، در شکل ۸ رسم شده است. تطابق نمودارهای پیوسته و گسسته بیانگر صحت گسسته سازی انجام شده، می‌باشد.

### ۷- بحث و مقایسه

برای حالت خاص ابعاد  $(h_2=0, l_1=l_3, l_2=l_4)$  مدل مورد نظر به صورت یک میکروصفحه متصل به میکروتیر یک‌سر درگیر در می‌آید که بررسی رفتار ارتعاشی آن در [۲۱] مورد بررسی قرار رفته است. اگر مشتقات زمانی در معادله حرکت و شرایط مرزی برابر صفر قرار داده شود و معادله فوق به کمک شرایط مرزی حل شود، رابطه تغییر شکل استاتیکی به دست می‌آید. شکل ۹ مقایسه تغییر شکل استاتیکی در این پژوهش و کار [۲۱] را نشان می‌دهد؛ تطابق قابل قبول دو کار بیانگر صحت مدل سازی می‌باشد. در این مقاله به بررسی روش‌های کنترلی برای کاهش زمان نشست و

برای طراحی تخمین‌گر با جایگذاری مقادیر عددی در رابطه (۴۷) و (۴۸)، روابط به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3 + 1.02I \\ -0.3 - 1.02I \end{bmatrix} \Rightarrow [L_1 \quad L_2] = [0.5 \quad 0.1]$$

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.01 & -0.322 \end{bmatrix}, \quad A - LC = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ -1.1 & -0.1 \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1.01 & -0.322 & 0.0101 & 0.222 \\ 0 & 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & -1.1 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ e \end{bmatrix}$$

نمودارهای پاسخ زمانی سیستم حلقه بسته همراه با تخمین‌گر به صورت شکل‌های ۵ و ۶ خواهند بود. در شکل ۵ زمان نشست ۱۸ و حداکثر فراجهش ۵۴ درصد می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۶ مشخص است، با پاسخ سریع رؤیت‌گر، خطای تخمین زده شده به سرعت به صفر میل می‌کند.

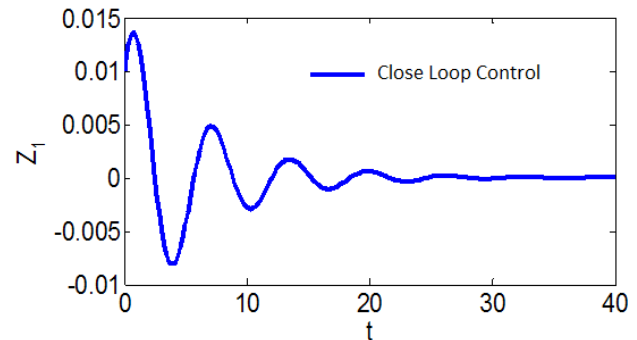


Fig. 5. Close loop time response of  $Z_1$  with observer

شکل ۵: پاسخ زمانی سامانه حلقه بسته همراه با مشاهده‌گر برای حالت  $Z_1$

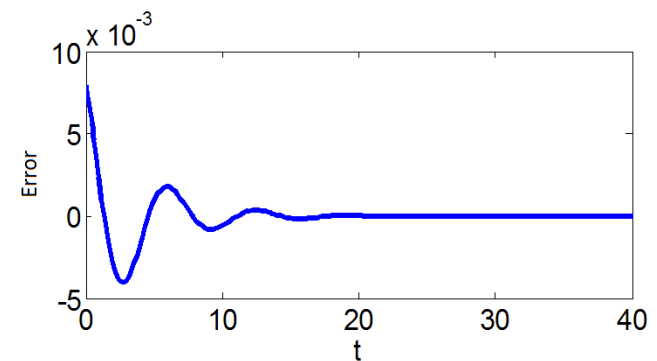


Fig. 6. Close loop time response of error with observer

شکل ۶: پاسخ زمانی سامانه حلقه بسته همراه با مشاهده‌گر برای خطا

در این مقاله با در نظر گرفتن قیود و شرایط مسأله، حداکثر اندازه ورودی کنترلی و حداکثر خطای تعقیب مجاز متغیرهای حالت به ترتیب برابر  $\max\|u\|=1$  و  $\max\|x\|=1$  انتخاب شده‌اند و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

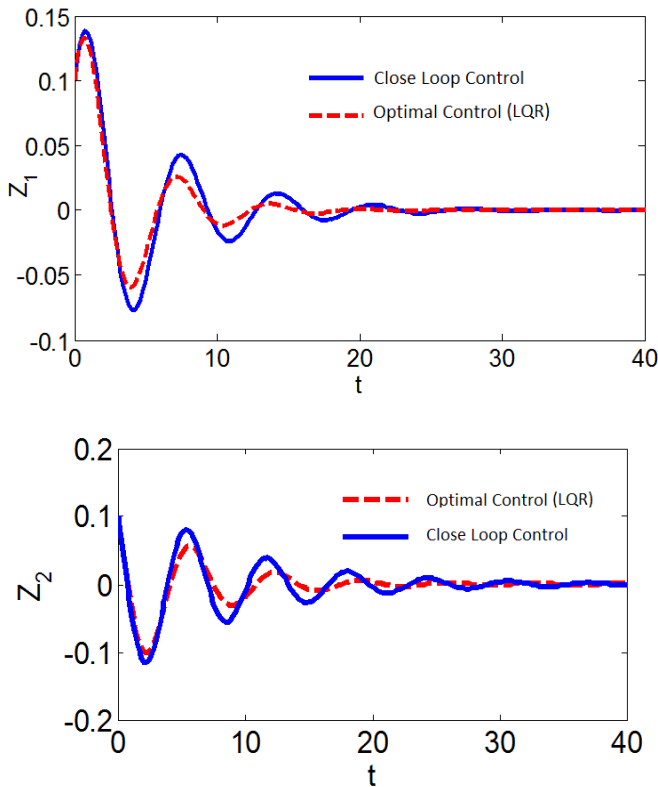


Fig. 10. Comparison of the system time response between optimal control & close loop controllers

شکل ۱۰: مقایسه پاسخ زمانی سامانه با کنترل بهینه و کنترل کننده حلقه بسته

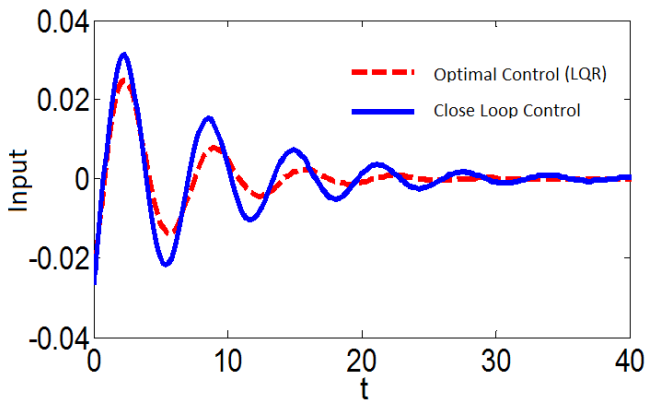


Fig. 11. Comparison of the system input between optimal control & close loop controllers

شکل ۱۱: مقایسه ورودی سامانه با کنترل بهینه و کنترل کننده حلقه بسته

خصوصیات گذرا بهبود یافته است. همان طور که در قسمت نتایج ارائه شد، زمان نشست در حلقه باز ۵۴ و در حلقه بسته ۱۸ و در بهینه ۱۶ می باشد که نمایانگر کاهش زمان نشست می باشد. همچنین حداکثر فرآجهش در سامانه حلقه باز ۷۴٪ در حلقه بسته ۵۴٪ و در بهینه ۴۶٪ می باشد که بیانگر کم شدن حداکثر فرآجهش در سامانه کنترلی ارائه شده است.

در طراحی کنترل کننده به روش پس خورد کامل حالت، فرض شد که تمام حالت ها برای باز خورد گرفتن در دسترس می باشند؛ اما برای در دسترس بودن تمام حالت ها باید این حالت ها توسط حسگرهایی اندازه گیری شوند؛

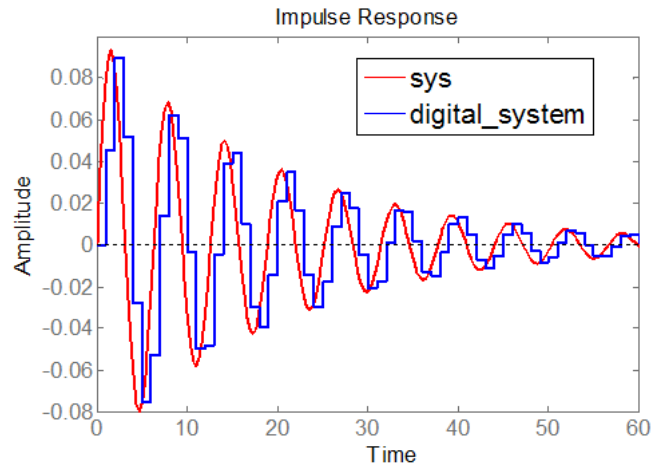


Fig. 8. Response of the discrete system to impulse input

شکل ۸: پاسخ سامانه گسسته به ضربه واحد

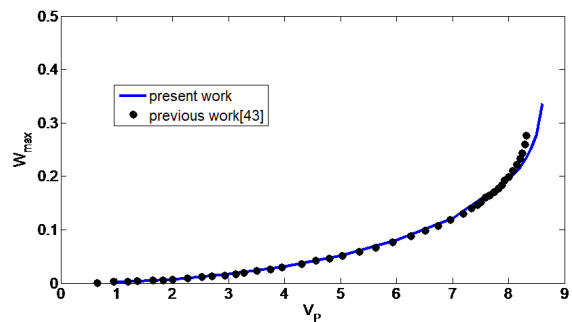


Fig. 9. Maximum deflection due to DC voltage

شکل ۹: تغییرات حداکثر تغییر شکل به ازای ولتاژ DC

فراجهش حداکثر در یک مدل سیستم میکروالکترومکانیک تحت تحریک الکترواستاتیکی غیرخطی پرداخته شده است. با در نظر گرفتن ولتاژ الکتریکی به عنوان ورودی و تغییر شکل استاتیکی انتهای میکروتیر به عنوان خروجی، روش های کنترلی حلقه باز، حلقه بسته و کنترل بهینه و همچنین کنترل دیجیتال مورد بررسی قرار گرفته است و مقایسه نتایج در شکل های ۱۰ تا ۱۴ نشان داده شده است. در شکل ۱۰ مقایسه پاسخ زمانی کنترل کننده حلقه بسته همراه تخمین گر با کنترل کننده بهینه نشان داده شده است. با مقایسه کنترل کننده پس خورد و بهینه مشاهده می شود که کنترل بهینه سریع تر به حالت پایدار می رسد و زمان نشست آن نسبت به کنترل پس خورد کم تر می باشد. در شکل ۱۱ ورودی کنترل حلقه بسته همراه تخمین گر و کنترل بهینه نشان داده شده است. همان گونه که در شکل مشخص است، کنترل بهینه به ازای ورودی، سریع تر به حالت پایدار می رسد. جهت ارزیابی عملکرد کنترل کننده ها از مقایسه با سامانه حلقه باز استفاده شده است. شکل ۱۲ مقایسه کنترل کننده حلقه بسته و حلقه باز را به تصویر می کشد. در شکل ۱۳ به مقایسه پاسخ زمانی سه نوع کنترل کننده حلقه باز، حلقه بسته و کنترل بهینه پرداخته شده و عملکرد آنها به تصویر کشیده شده است. همان طور که واضح است با استفاده از کنترل حلقه بسته به خصوص کنترل بهینه،

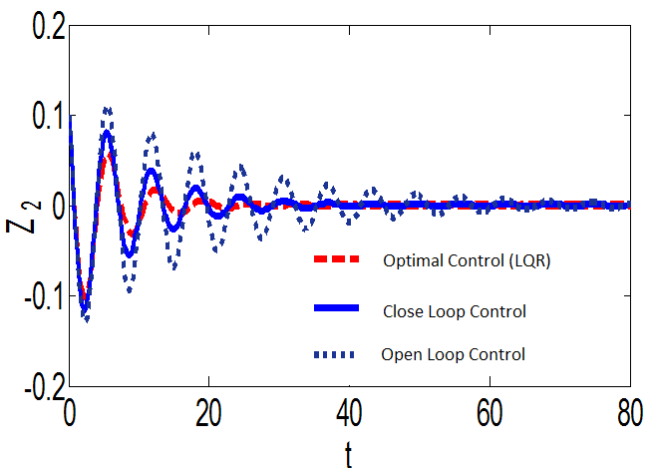
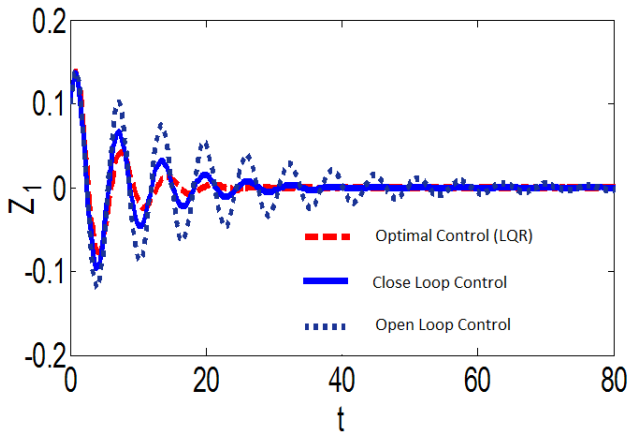


Fig. 13. Comparison of time response of the system between open loop, optimal control & close loop controllers

شکل ۱۳: مقایسه پاسخ سیستم حلقه باز با کنترل بهینه و کنترل کننده حلقه بسته

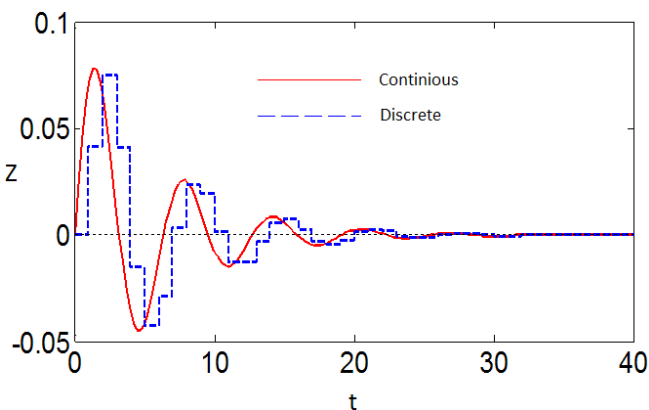


Fig. 14. Response of the system to impulse input and its comparison between continues and Discrete systems with unit time delay

شکل ۱۴: پاسخ ضربه سامانه پیوسته و گسسته با ثابت زمانی ۱

به روش LQR، برای بهبود بخشیدن به خصوصیات گذرا مورد بررسی قرار گرفت. با طراحی رؤیت‌گر، حالت‌های سامانه مورد بررسی و خطا مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد، با پاسخ سریع رؤیت‌گر، خطای تخمین زده شده به سرعت به صفر میل می‌کند. همچنین جهت پیاده‌سازی، نتایج به

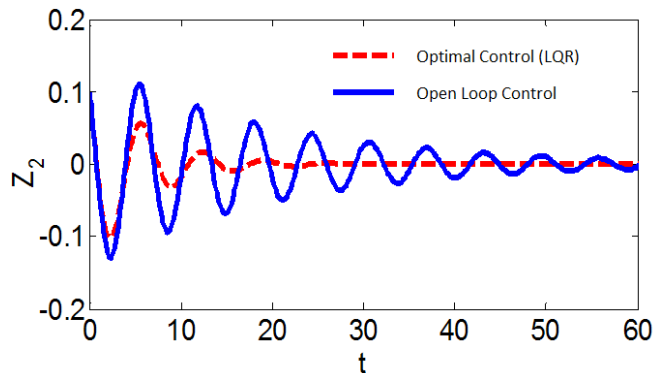
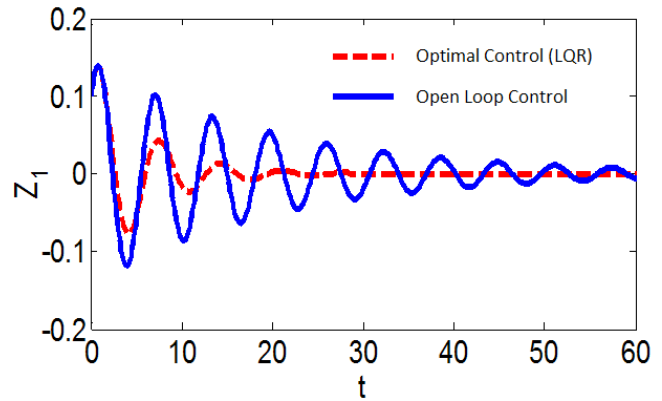


Fig. 12. Comparison of the time response between open loop and optimal control systems

شکل ۱۲: مقایسه پاسخ زمانی سامانه حلقه باز با کنترل بهینه

اما از آنجا که سامانه مشاهده‌پذیر می‌باشد، می‌توان با طراحی مشاهده‌گر بدون اندازه‌گیری مستقیم حالت‌ها، آنها را مورد بررسی قرار داد وجود پاسخ سریع مشاهده‌گر خطای تخمین زده شده به سرعت به صفر میل می‌کند. شکل ۱۴ پاسخ ضربه سامانه حلقه بسته گسسته و پیوسته را نشان می‌دهد؛ همان‌طور که مشخص می‌باشد، پاسخ زمانی سامانه گسسته و پیوسته بر یکدیگر منطبق هستند. شکل ۱۵ نشان می‌دهد که با کاهش ثابت زمانی، نمودار گسسته و پیوسته تطابق بیشتری خواهند داشت.

مشاهده می‌گردد که در تمامی پاسخ‌های حلقه بسته سامانه پایدار لیپانوف است. همچنین با توجه به این که در ارتعاشات سامانه‌های MEMS مطلوب استهلاک ارتعاشات اضافی و تثبیت انتهای تیر در نقطه تعادل صفر می‌باشد ملاحظه می‌گردد که این هدف به کمک کنترل کننده بهینه طراحی شده با ثابت زمانی مناسب حدود ۲۰ ثانیه محقق گشته است.

## ۸- نتیجه گیری

یک مدل از سامانه‌های MEMS تحت تحریک الکترواستاتیک غیرخطی مورد بررسی قرار گرفت. در این مدل ولتاژ الکترواستاتیک اعمالی قابل اندازه‌گیری در نظر گرفته شده است. معادلات نیروها با روش نیوتن استخراج گردیده و معادلات مشتقات جزئی با روش دقیق به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده است. بعد از بررسی پایداری، کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری، روش‌های کنترلی حلقه بسته همراه مشاهده‌گر و کنترل بهینه

- [7] M. Rasekh, S. Khadem, Pull-in analysis of an electrostatically actuated nano-cantilever beam with nonlinearity in curvature and inertia, *International Journal of Mechanical Sciences*, 53(2) (2011) 108-115.
- [8] R.C. Batra, M. Porfiri, D. Spinello, Electromechanical model of electrically actuated narrow microbeams, *Journal of Microelectromechanical systems*, 15(5) (2006) 1175-1189.
- [9] A. Khanchehgardan, G. Rezazadeh, A. Amiri, Damping Ratio in Micro-Beam Resonators Based on Magneto-Thermo-Elasticity, *Journal of Solid Mechanics*, 9(2) (2017) 249-262.
- [10] E. Poloei, M. Zamanian, S. A. A. Hosseini, Static deflection and natural frequency analysis of two-layered electrostatically actuated microcantilever for finding the optimum configuration, *Modares Mechanical Engineering*, 15(5) (2015) 245-253, (In Persian).
- [11] M. Joglekar, D. Pawaskar, Closed-form empirical relations to predict the static pull-in parameters of electrostatically actuated microcantilevers having linear width variation, *Microsystem technologies*, 17(1) (2011) 35-45.
- [12] M. Joglekar, D. Pawaskar, Shape optimization of electrostatically actuated microbeams for extending static and dynamic operating ranges, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 46(6) (2012) 871-890.
- [13] H.M. Sedighi, K.H. Shirazi, Vibrations of micro-beams actuated by an electric field via Parameter Expansion Method, *Acta Astronautica*, 85 (2013) 19-24.
- [14] M.-T. Boudjiet, J. Bertrand, F. Mathieu, L. Nicu, L. Mazonq, T. Leïchlé, S.M. Heinrich, C. Pellet, I. Dufour, Geometry optimization of uncoated silicon microcantilever-based gas density sensors, *Sensors and Actuators B: Chemical*, 208 (2015) 600-607.
- [15] H. Rokni, A.S. Milani, R.J. Seethaler, Size-dependent vibration behavior of functionally graded CNT-reinforced polymer microcantilevers: modeling and optimization, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 49 (2015) 26-34.
- [16] S. Kong, Size effect on pull-in behavior of electrostatically actuated microbeams based on a modified couple stress theory, *Applied Mathematical Modelling*, 37(12-13) (2013) 7481-7488.
- [17] F. Mokhtari-Nezhad, A. Saidi, S. Ziaei-Rad, Influence of the tip mass and position on the AFM cantilever dynamics: Coupling between bending, torsion and flexural modes, *Ultramicroscopy*, 109(9) (2009) 1193-1202.
- [18] A.F. Payam, M. Fathipour, Effect of tip mass on modal flexural sensitivity of rectangular AFM cantilevers to

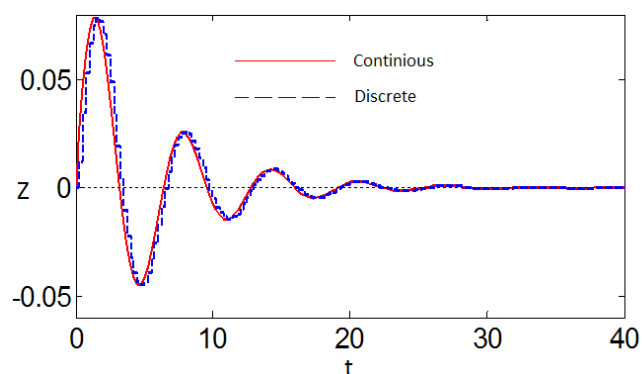


Fig. 15. Response of the system to impulse input and its comparison between continues and Discrete systems with time delay of 0.25 sec

شکل ۱۵: پاسخ ضربه سامانه پیوسته و گسسته با ثابت زمانی ۰/۲۵

فضای دیجیتال منتقل شد. جهت ارزیابی عملکرد کنترل کننده حلقه بسته و بهینه، پاسخ زمانی آنها با سامانه حلقه باز مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج نشان می‌دهد که کنترل پس‌خورد و کنترل بهینه زمان نشست و فراجاهش را کاهش می‌دهند. همچنین کنترل کننده بهینه نسبت به کنترل کننده پس‌خورد عملکرد بهتر و سریع‌تری دارد؛ همان‌طور که از نتایج مشخص است با استفاده از کنترل بهینه می‌توان خصوصیات گذرای سیستم را بهبود بخشید و فراجاهش بیشینه و زمان نشست را کاهش داد.

## منابع

- [1] P.B. Chu, S. Pister, Analysis of closed-loop control of parallel-plate electrostatic microgrippers, in: *Robotics and Automation, 1994. Proceedings., 1994 IEEE International Conference on, IEEE*, (1994) 820-825.
- [2] L.J. Hornbeck, Current status and future applications for DMD-based projection displays, in: *Proceedings of the Fifth International Display Workshop IDW '98, Kobe, Japan*, (1998).
- [3] E.M. Abdel-Rahman, M.I. Younis, A.H. Nayfeh, Characterization of the mechanical behavior of an electrically actuated microbeam, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 12(6) (2002) 759.
- [4] A.H. Nayfeh, M.I. Younis, E.M. Abdel-Rahman, Dynamic pull-in phenomenon in MEMS resonators, *Nonlinear dynamics*, 48(1-2) (2007) 153-163.
- [5] S. Chatterjee, G. Pohit, A large deflection model for the pull-in analysis of electrostatically actuated microcantilever beams, *Journal of sound and vibration*, 322(4-5) (2009) 969-986.
- [6] M.M. Abdalla, C.K. Reddy, W.F. Faris, Z. Gürdal, Optimal design of an electrostatically actuated microbeam for maximum pull-in voltage, *Computers & structures*, 83(15-16) (2005) 1320-1329.



- F. Najar, B. Hammad, Nonlinear feedback control and dynamics of an electrostatically actuated microbeam filter, in: *ASME 2008 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, American Society of Mechanical Engineers, 2008, pp. 535-542.
- [30] R. Vatankhah, F. Karami, H. Salarieh, A. Alasty, Stabilization of a vibrating non-classical micro-cantilever using electrostatic actuation, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, 20(6) (2013) 1824.
- [31] K. Yagasaki, Nonlinear dynamics and bifurcations in external feedback control of microcantilevers in atomic force microscopy, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18(10) (2013) 2926-2943.
- [32] R. Vatankhah, A. Najafi, H. Salarieh, A. Alasty, Boundary stabilization of non-classical micro-scale beams, *Applied Mathematical Modelling*, 37(20-21) (2013) 8709-8724.
- [33] R. Vatankhah, A. Najafi, H. Salarieh, A. Alasty, Exact boundary controllability of vibrating non-classical Euler-Bernoulli micro-scale beams, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 418(2) (2014) 985-997.
- [34] R. Vatankhah, F. Karami, H. Salarieh, Observer-based vibration control of non-classical microcantilevers using extended Kalman filters, *Applied Mathematical Modelling*, 39(19) (2015) 5986-5996.
- [35] B. Pratiher, Stability and bifurcation analysis of an electrostatically controlled highly deformable microcantilever-based resonator, *Nonlinear Dynamics*, 78(3) (2014) 1781-1800.
- [36] A.H. Nayfeh, W. Lacarbonara, On the discretization of distributed-parameter systems with quadratic and cubic nonlinearities, *Nonlinear Dynamics*, 13(3) (1997) 203-220.
- [37] A. Bacciotti, L. Rosier, *Liapunov functions and stability in control theory*, Springer Science & Business Media, (2006).
- [38] R.C. Dorf, R.H. Bishop, *Modern control systems*, Pearson, (2011).
- [39] B.D. Anderson, J.B. Moore, *Optimal control: linear quadratic methods*, Courier Corporation, (2007).
- [40] F. Lin, *Robust control design: an optimal control approach*, John Wiley & Sons, (2007).
- surface stiffness variations, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 39(2) (2014) 1393-1397.
- [19] P. Kim, S. Bae, J. Seok, Resonant behaviors of a nonlinear cantilever beam with tip mass subject to an axial force and electrostatic excitation, *International Journal of Mechanical Sciences*, 64(1) (2012) 232-257.
- [20] F.M. Alsalem, M.I. Younis, H.M. Ouakad, On the nonlinear resonances and dynamic pull-in of electrostatically actuated resonators, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 19(4) (2009) 045013.
- [21] A. Nayfeh, H. Ouakad, F. Najar, S. Choura, E. Abdel-Rahman, Nonlinear dynamics of a resonant gas sensor, *Nonlinear Dynamics*, 59(4) (2010) 607-618.
- [22] M. Zamanian, A. Karimiyan, Analysis of the mechanical behavior of a doubled microbeam configuration under electrostatic actuation, *International Journal of Mechanical Sciences*, 93 (2015) 82-92.
- [23] B. Firouzi, M. Zamanian, S. Hosseini, Static and dynamic responses of a microcantilever with a T-shaped tip mass to an electrostatic actuation, *Acta Mechanica Sinica*, 32(6) (2016) 1104-1122.
- [24] M. Mojahedi, M. Ahmadian, K. Firoozbakhsh, The influence of the intermolecular surface forces on the static deflection and pull-in instability of the micro/nano cantilever gyroscopes, *Composites Part B: Engineering*, 56 (2014) 336-343.
- [25] D. Maithripala, J.M. Berg, W. Dayawansa, Control of an electrostatic microelectromechanical system using static and dynamic output feedback, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 127(3) (2005) 443-450.
- [26] M. Karkoub, M. Zribi, Robust control of an electrostatic microelectromechanical actuator, *Open Mechanics Journal*, 2 (2008) 12-20.
- [27] J.I. Seeger, B.E. Boser, Dynamics and control of parallel-plate actuators beyond the electrostatic instability, in: *Transducers*, (1999) 474-477.
- [28] G. Liu, K. Dai, K. Lim, Static and vibration control of composite laminates integrated with piezoelectric sensors and actuators using the radial point interpolation method, *Smart materials and structures*, 13(6) (2004) 1438.
- [29] H. Ouakad, A. Nayfeh, S. Choura, E. Abdel-Rahman,

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

H. Tourajizadeh, M. Kariman, M. Zamanian, B. Firouzi, Optimal Control of Electrostatically Actuated Micro-Plate

Attached to the End of Microcantilever, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 49(4) (2018) 805-818.

DOI: 10.22060/mej.2016.769

