



بررسی عددی تاثیر ضریب لغزش بر رفتار جریان گاز در کانال با سطح زبر با کمک شبکه بولتزن

الیه درری^۱، مجید صفار اول^۱، زهره منصوری^{۲*}

^۱دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
^۲پژوهشکده انرژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۴ تیر ۱۳۹۴
بازنگری: ۲۸ آبان ۱۳۹۴
پذیرش: ۴ بهمن ۱۳۹۴
ارائه آنلاین: ۱۹ آبان ۱۳۹۵

کلمات کلیدی:

میکروکانال
رژیم لغزشی
زبری سطح
ضریب تصحیح مومنتوم مماسی
ضریب لغزش

چکیده: در این مقاله تاثیر ضریب لغزش بر جریان گاز رقیق در میکروکانال با سطوح زبر و حساسیت رفتار جریان نسبت به این ضریب، در رژیم لغزشی و در محدوده تراکم‌ناپذیر، به کمک روش شبکه بولتزن مطالعه شده است. نتایج در قالب تغییرات سرعت لغزشی موضعی، نمایش خطوط جریان و عدد پوازی متوسط در ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی بیان شده است. به منظور حساسیت‌سنجی نتایج تحت تاثیر پارامتر ضریب لغزش، مطالعه در نسبت ارتفاع و تراکم زبری‌های مختلف و همچنین در اعداد نادسن متفاوت انجام شده است. همچنین، در این تحقیق نشان داده شده است که با افزایش ارتفاع زبری، حساسیت نتایج نسبت به پارامتر ضریب لغزش انتخابی افزایش می‌یابد و در تراکم زبری‌های مختلف حساسیت نتایج نسبت به این ضریب اختلاف ناچیزی دارد. در رژیم نزدیک به حالت پیوسته، روند تغییرات عدد پوازی نسبت به پارامتر ضریب لغزش در سطوح صاف و زبر اختلاف نسبتاً زیادی دارد و با رقیق‌تر شدن گاز این اختلاف کاهش یافته و روند تغییرات مشابهی مشاهده می‌شود.

۱- مقدمه

در جریان گاز درون سیستم‌های با ابعاد میکرو که طول مشخصه سیستم کوچک می‌باشد، چنانچه عدد نادسن^۱ در محدوده (۰/۱-۰/۱۰) قرار گیرد، رژیم جریان لغزشی^۲ اتفاق می‌افتد. به منظور مدلسازی شرایط مرزی در رژیم جریان لغزشی، اولین و بنیادی‌ترین توصیف پیرامون برهمکنش گاز و سطح، براساس برخورد و بازتاب ذرات، توسط ماکسول ارائه شده است [۱]. در این مدل، ضریب تصحیح مومنتوم مماسی^۳ پارامتری برای تعیین مقدار لغزش سرعت و معرف کسری از مولکول‌های گاز است که در میکروسایالات^۴ به صورت دیفیوز از سطح جامد بازتاب می‌شود. مطالعات بسیاری نشان داده است که این ضریب نسبت به شرایط سطح مشترک گاز-جامد^۵، جنس ذرات گاز، جنس سطح، دمای سطح و زبری سطح حساس می‌باشد [۲].

در مطالعات انجام شده بر سطوح زبر نشان داده شده است که زبری سطح می‌تواند مقدار ضریب تصحیح را به میزان زیادی تغییر دهد و در زبری‌های مختلف مقدار ضریب تصحیح اندازه‌گیری شده متفاوت می‌باشد

به طوری‌که با افزایش زبری ضریب تصحیح مومنتوم افزایش می‌یابد [۳، ۴]. ضریب تصحیح مومنتوم مماسی معمولاً به صورت آزمایشگاهی، با اندازه‌گیری نرخ جریان جرمی تعیین می‌شود [۵-۹]. در روش‌های دینامیک مولکولی، مونت‌کارلو و شبکه بولتزن نیز معمولاً با محاسبه طول لغزش و یا سرعت لغزشی در سطح و استفاده از رابطه لغزش ماکسول مقدار ضریب تصحیح مومنتوم محاسبه می‌شود [۱۰-۱۵]. روش‌های مونت‌کارلو و دینامیک مولکولی به دلیل هزینه بالای محاسباتی، به طور محدود مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش شبکه بولتزن با هزینه محاسباتی کم، قادر به توصیف تقابل گاز و دیواره در رژیم‌های مختلف می‌باشد.

سه شرط مرزی لغزشی ترکیبی در روش شبکه بولتزن، مدل‌های ترکیب بازتاب دیفیوز و آینه‌ای (مدل ماکسول)، ترکیب پرتاب به عقب و بازتاب آینه‌ای، و ترکیب بازتاب دیفیوز و پرتاب به عقب هستند. ارتباط ضرایب لغزش در این شرایط مرزی با ضریب تصحیح مومنتوم مماسی با استفاده از حل‌های تحلیلی و تطبیق عددی [۱۴، ۱۶، ۱۷] به دست آمده‌اند. سباراگاریا و همکاران با محاسبه سرعت لغزشی در شرط مرزی ترکیب بازتاب آینه‌ای و پرتاب به عقب، ضریب لغزش را متناسب با ضریب تصحیح مومنتوم مماسی به دست آورده‌اند [۱۴]. مقادیر انتخابی این ضرایب برای بررسی جریان میکروسایالات در رژیم لغزشی و گذار تاثیر زیادی بر نتایج دارد. در کارهای صورت گرفته تا کنون با استفاده از شرایط مرزی لغزشی

- 1 Knudsen number
- 2 Slip flow
- 3 Momentum accommodation coefficient
- 4 Microfluidics
- 5 Gas solid interface interaction

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: z.mansoori@aut.ac.ir

$$f \cdot Re_i = -\frac{(P_i - P_{out}) D_H^2}{0.5 \Delta L \mu \bar{u}_i} \quad (1)$$

ΔL فاصله بین نقطه i و خروجی میکروکانال و \bar{u}_i سرعت متوسط در مقطع i از کانال است.

۳- حل عددی مسئله به روش شبکه بولتزمن

۳-۱- میدان هیدرودینامیکی

در روش شبکه بولتزمن فرض بر این است که ذرات فقط در موقعیت‌های خاصی (نقاط شبکه) قرار داشته و مجاز به حرکت (جاری شدن) در جهات مشخصی می‌باشند و احتمال حضور ذرات در یک حجم کوچک حول نقطه \mathbf{x} و در لحظه t با تابع توزیع چگالی $f(\mathbf{x}, t)$ نشان داده می‌شود. تغییرات تابع توزیع احتمال f ، از معادله بولتزمن پیروی می‌کند که در روش شبکه بولتزمن و با استفاده از تقریب بی جی کی^۱ برای برخورد، به صورت زیر است [۱۸].

$$\begin{aligned} f'_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \delta t, t + \delta t) \\ = f_\alpha(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_\alpha(\mathbf{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)] \end{aligned} \quad (2)$$

در معادله فوق f^{eq} تابع توزیع تعادلی و τ زمان آرامش بدون بعد جریان و α جهات گسسته‌سازی سرعت می‌باشد. تابع توزیع تعادلی در این شبکه عبارتست از:

$$f_\alpha^{(eq)} = \rho \omega_\alpha \left[1 + \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{c_s^4} - \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} \right] \quad (3)$$

در این مقاله از مدل دوبعدی ۹-سرته (D_2Q_9) استفاده شده است. در این مدل c_s که سرعت صوت در شبکه بولتزمن می‌باشد، برابر با $1/\sqrt{3}$ بوده و مقادیر تابع وزنی ω_α و بردارهای سرعت \mathbf{e}_α نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۸].

$$\omega_\alpha = \begin{cases} \frac{4}{9} & \alpha = 0 \\ \frac{1}{9} & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36} & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{e}_\alpha = \begin{cases} 0, & \alpha = 0 \\ c[\cos[(\alpha-1)\pi/2], \sin[(\alpha-1)\pi/2]] & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ c\sqrt{2}[\cos[(\alpha-5)\pi/2 + \pi/4], \sin[(\alpha-5)\pi/2 + \pi/4]] & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (5)$$

در معادله بالا، c اندازه سرعت ذرات در مرحله جاری شدن است که برابر نسبت گام مکانی به گام زمانی $c = \delta x / \delta t$ می‌باشد. این فرض بسیار مرسوم است که اندازه گام زمانی و گام مکانی در شبکه دوبعدی یکنواخت به صورت $\delta x = \delta y = \delta t = 1$ در نظر گرفته می‌شود.

مقادیر ماکروسکوپی، چگالی و سرعت نیز با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شوند:

ترکیبی در روش شبکه بولتزمن معمولاً مقدار ضرایب لغزش بیان نمی‌شوند و یا با استفاده از تکنیک‌های تطبیق عددی تعیین می‌شود [۱۶، ۱۷]. همچنین در مطالعات انجام شده بر سطوح زبر، مقدار ضرایب لغزشی ثابت در نظر گرفته شده و از تغییرات آن تحت تاثیر زبری‌های مختلف صرف نظر شده است.

در پژوهش حاضر به بررسی تاثیر ضریب لغزش در شرط مرزی ترکیب پرتاب به عقب و بازتاب آینه‌ای بر مشخصات جریان گاز در میکروکانال زبر پرداخته می‌شود. همچنین، میزان حساسیت عدد پوازی نسبت به ضریب تصحیح انتخابی بررسی می‌شود. به این منظور جریان آرام گاز، در محدوده تراکم‌ناپذیر و در رژیم لغزشی در میکروکانال زبر به صورت دوبعدی در نظر گرفته شده است. زبری سطح به صورت آرایه‌های مستطیلی منظم و یکنواخت مدل‌سازی شده است.

۲- بیان مسئله

جریان گاز در حال توسعه هیدرودینامیکی، در حالت پایا و تراکم‌ناپذیر در رژیم لغزشی بین دو صفحه موازی در نظر گرفته شده است. زبری سطوح به صورت آرایه‌های مستطیلی و منظم به طور یکنواخت در طول دو دیواره بالا و پایین و به شکل متقارن در ناحیه توسعه یافته جریان مدل‌سازی شده و به دلیل تقارن جریان، تنها نیمی از کانال به عنوان میدان محاسباتی انتخاب شده است. شکل ۱ هندسه میکروکانال را نمایش می‌دهد.

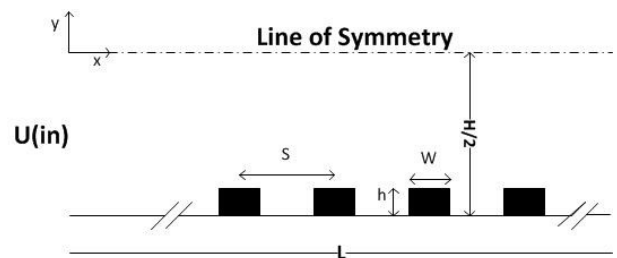


Fig. 1. Geometry of the channel

شکل ۱: هندسه مسئله مورد بررسی

پروفیل سرعت در ورودی یکنواخت در نظر گرفته شده و عدد رینولدز به صورت $Re = D_H u_{in} / \nu$ تعریف شده است. سرعت ورودی، D_H قطر هیدرولیکی میکروکانال و برابر $2H$ و ν لزجت سینماتیکی سیال در روش شبکه بولتزمن می‌باشد. نتایج براساس $L = 10H$ و سرعت ورودی کانال طوری انتخاب می‌شود که عدد رینولدز برابر مقدار ثابت $Re = 0.1$ و عدد ماخ در محدوده تراکم‌ناپذیر باشد (در تمام موارد در حدود $Ma < 0.1$) است.

ارتفاع زبری به صورت $e = h / D_H$ گزارش شده است. تراکم و عرض زبری نیز به ترتیب به صورت $w = 0.06s$ و $s = 0.15H$ ، $0.03H$ ، $0.06H$ تعریف شده‌اند.

به منظور بررسی نتایج و تحلیل جریان، عدد پوازی متوسط در ناحیه توسعه یافته که معیار اندازه‌گیری اصطکاک سطحی است با میانگین‌گیری مقدار موضعی آن در طول سطح طبق رابطه (۱) محاسبه و گزارش شده است.

رابطه بین ضریب لغزش در شرط مرزی لغزش شبکه بولتزمن و ضریب تصحیح مونتوم مماسی در شرط مرزی ماکسول (σ)، به صورت $\sigma=2r$ می‌باشد [۱۴].

۴- نتایج و تحلیل

به منظور بررسی درستی کد نوشته شده در یک ضریب لغزشی مشخص و ثابت، جریان در یک کانال کوتاه با نسبت فشار ورودی به خروجی $1/0.1$ و نسبت طول به ارتفاع کانال $L/H=2/5$ ، در نظر گرفته شده است. مقدار ضریب بونس بک، از رابطه ارائه شده در مطالعه گو و همکاران [۱۶]، که جهت تطبیق نتایج عددی با نتایج حل تحلیلی به دست آورده اند، محاسبه شده است. جدول ۱ بیانگر انطباق خوب نتایج می‌باشد.

جدول ۱: مقایسه عدد پوازیه جریان

Table 1. Comparison of the Poiseuille number

عدد نادسن	عدد پوازیه کد عددی حاضر	عدد پوازیه تحلیلی
۰/۰۰۸	۹۰/۹۴	۹۰/۹۳
۰/۰۲	۸۴/۰۸	۸۴/۰۴
۰/۰۴	۷۴/۲۳	۷۴/۱۹
۰/۰۶	۶۶/۰۵	۶۵/۹۸
۰/۰۸	۶۰/۰۲	۵۹/۰۷
۰/۱	۵۳/۸۰	۵۳/۱۹

پس از اطمینان از درستی کد، مدل سازی جریان بر اساس شرایط بیان شده در مسئله حاضر انجام شده است. بررسی جریان در اعداد نادسن مختلف و همچنین در نسبت زبری های متفاوت به منظور سنجش حساسیت نتایج نسبت به پارامتر ضریب لغزش صورت گرفته است. پس از مطالعه شبکه که به منظور استقلال نتایج از ابعاد شبکه برای حل مسئله حاضر، با توجه به جدول ۲ از شبکه 100×2000 به عنوان شبکه بهینه استفاده شده است.

جدول ۲: نمایش استقلال نتایج از شبکه در کانال صاف، $Kn=0.04$ و $r=0.5$

Table 2. Illustration of the mesh independency of the results in smooth channel, $Kn=0.04$, and $r=0.5$

ابعاد شبکه	100×50	150×75	200×100	150×300
fRe	۷۲/۱۵	۷۲/۶۳	۷۲/۶۷	۷۲/۶۷

۴-۱- خطوط جریان

شکل ۲ خطوط جریان را در ارتفاع زبری نسبی ۴٪، تراکم ۳۰٪ و عدد نادسن 0.3 نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که زبری سطح باعث انقباض و انبساط سیال و در نتیجه انحراف خطوط جریان شده است. مقایسه خطوط جریان در ضرایب لغزش متفاوت نشان می‌دهد که با افزایش این ضریب و بیشتر شدن اثر شرط مرزی عدم لغزش، اثرات رقیق شدن موضعی جریان

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha=0}^8 f_{\alpha}(\mathbf{x}, t),$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\rho(\mathbf{x}, t)} \sum_{\alpha=0}^8 \mathbf{e}_{\alpha} f_{\alpha}(\mathbf{x}, t). \quad (6)$$

پس از محاسبه چگالی، فشار از معادله حالت گاز ایده آل در شبکه D_2Q_9 $p=\rho/3$ محاسبه می‌شود [۱۸].

رابطه بین عدد نادسن (Kn) و زمان آرامش بی بعد در شبکه بولتزمن را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۱۷]:

$$\tau = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \frac{Kn}{\Delta} + \frac{1}{2} \quad (7)$$

پارامتر Δ به صورت $\Delta = l/H$ است، که H ارتفاع کانال در شبکه می‌باشد.

۳-۲- شرایط مرزی

توابع توزیع مجهول در ورودی و خروجی طبق مدل سرعت و چگالی معین پیشنهاد شده توسط زو و هی [۱۹]، با استفاده از روابط (۸) و (۹) تعیین شده است.

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{in} &= \frac{1}{(1-u_{in})} \{f_0 + f_2 + f_4 + 2 \times [f_3 + f_6 + f_7]\} \\ f_1 &= f_3 + \frac{2}{3} \times \rho \times u_{in} \\ f_5 &= f_7 - \frac{1}{2} \times [f_2 - f_4] + \frac{1}{6} \times \rho_{in} \times u_{in} \\ f_8 &= f_6 + \frac{1}{2} \times [f_2 - f_4] + \frac{1}{6} \times \rho_{in} \times u_{in} \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} U_{out} &= \frac{1}{\rho_{out}} \times \{f_0 + f_2 + f_4 + 2 \times [f_1 + f_5 + f_8]\} \\ f_3 &= f_1 - \frac{2}{3} \times \rho_{out} \times U_{out} \\ f_7 &= f_5 + \frac{1}{2} \times [f_2 - f_4] - \frac{1}{6} \times \rho_{out} \times U_{out} \\ f_6 &= f_8 + \frac{1}{2} \times [f_2 - f_4] - \frac{1}{6} \times \rho_{out} \times U_{out} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

همچنین برای اعمال شرط مرزی لغزشی بر روی دیوار جامد بر اساس مدل ترکیبی پرتاب به عقب^۱-بازتاب آینه‌ای، توابع توزیع مجهول بر دیوار پایینی به ترتیب با استفاده از رابطه (۱۰) به دست می‌آیند [۱۶].

$$\left\{ \begin{aligned} f_2 &= f_4 \\ f_5 &= r\tilde{f}_7 + (1-r)\tilde{f}_8 \\ f_6 &= r\tilde{f}_8 + (1-r)\tilde{f}_7 \end{aligned} \right. \quad (10)$$

پارامتر r ضریب لغزش و \tilde{f} مقدار تابع توزیع بعد از مرحله برخورد است.

1 Bounce back

۴-۲- بررسی اثر ضریب لغزش در نسبت زبری‌های مختلف

با افزایش ضریب لغزش که متناسب با ضریب تصحیح مومنوم ماسی و کسر بازتاب‌های دیفیوز می‌باشد، تعداد بازتاب‌های آینه‌ای کاهش و بازتاب‌های دیفیوز افزایش می‌یابد. افزایش بازتاب‌های دیفیوز منجر به کاهش سرعت لغزشی بر روی سطح و افزایش مقاومت جریان می‌شود. از لحاظ واقعیت فیزیکی، زبری سطح احتمال بازتاب‌های دیفیوز را افزایش و بازتاب‌های آینه‌ای را کاهش می‌دهد. شکل ۳ سرعت لغزشی را برای زبری $e=2\%$ در نسبت تراکم $s=0.33H$ در ضرایب لغزشی مختلف و عدد ناسن 0.3 نشان می‌دهد. در بین دره‌ها به دلیل تشکیل جریان چرخشی یا راکد، سرعت لغزش نزدیک به صفر است. در این شکل مشاهده می‌شود با کاهش مقدار انتخابی برای ضریب لغزش، مقدار سرعت محاسبه شده بر سطوح، حتی بر سطح دره‌ها افزایش یافته‌است.

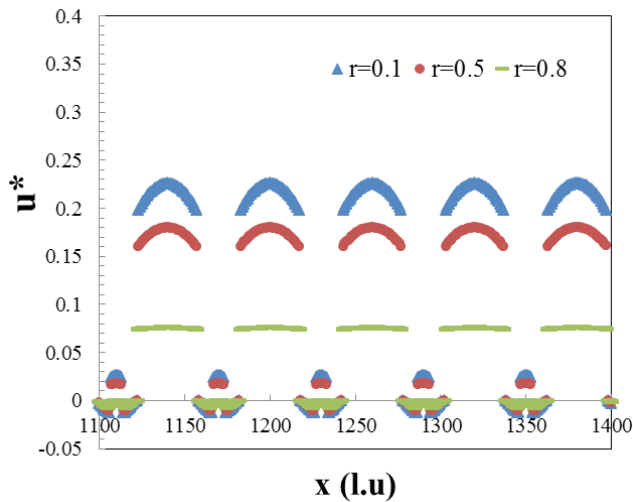


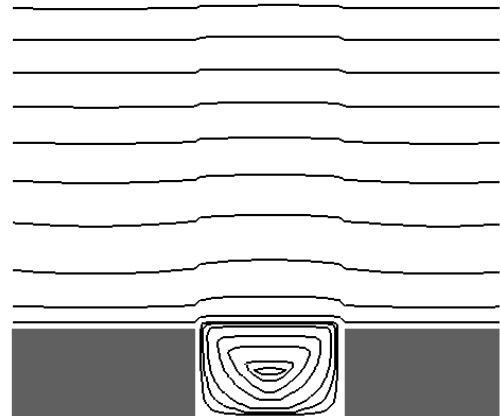
Fig. 3. Slip velocity for different slip coefficients

شکل ۳: مقایسه سرعت لغزش در ضرایب لغزش متفاوت

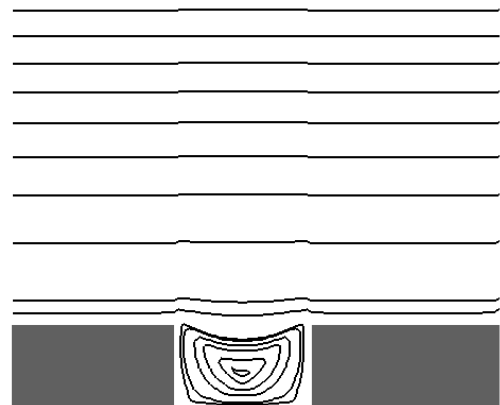
شکل ۴ مقدار عدد پوازی را در جریان گاز رقیق با عدد ناسن 0.4 و در تراکم ثابت $s=0.66H$ نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، در یک ارتفاع زبری مشخص، تغییرات ضریب لغزش، تاثیر شدیدی بر نتایج دارد. همچنین با مقایسه شیب نمودارهای خطی در نسبت زبری‌های مختلف، مشاهده می‌شود که میزان حساسیت عدد پوازی به پارامتر ضریب لغزش متفاوت می‌باشد. در واقع در نسبت زبری‌های بیشتر، تغییرات ضریب لغزش تاثیر چشم‌گیرتری بر نتایج دارد. به طور مثال در زبری 6% نسبت به 3% حساسیت نتایج به پارامتر ضریب لغزش $1/4$ برابر است. از آنجا که ضریب تصحیح مومنوم وابسته به زبری سطح می‌باشد حساسیت نتایج به ضریب لغزش انتخابی باید مورد توجه قرار گیرد.

نکته جالب توجه دیگر در این نمودار این است که در میکروکانال صاف با انتخاب ضریب لغزش یک، یعنی مدل معروف عدم لغزش بونس بک در شبکه بولتزنمن، مقدار عدد پوازی برابر 94 می‌باشد که از مقدار تحلیلی 96 در

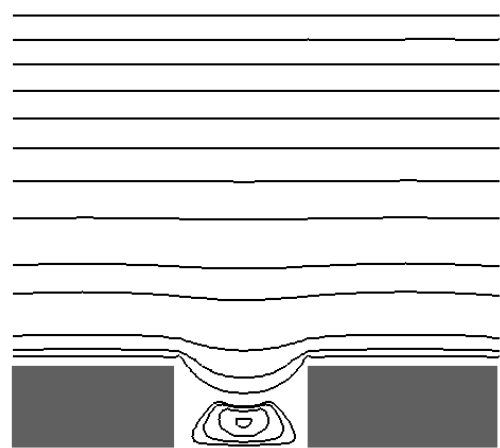
در نواحی داخل دره‌ها کاهش می‌یابد و جریان ثانویه کوچکتری تشکیل می‌شود، لذا بخش گسترده‌تری از جریان در این قسمت‌ها با جریان کلی کانال همسو می‌شود.



(الف)



(ب)



(ج)

Fig. 2. Comparison of streamlines when slip coefficient varies, $r=0$, $r=0.5$, and $r=1$

شکل ۲: مقایسه خطوط جریان در ضرایب لغزش متفاوت، الف: $r=0$ ، ب: $r=0.5$ ، ج: $r=1$

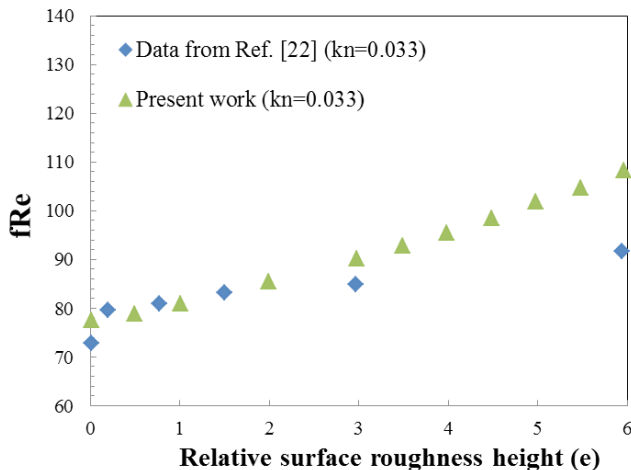


Fig. 5. Comparison of Poiseuille number between current work and Ref. [22], for different roughness heights

شکل ۵: مقایسه عدد پوازی حل کنونی و مرجع [۲۲]، در ارتفاع‌های زبری مختلف

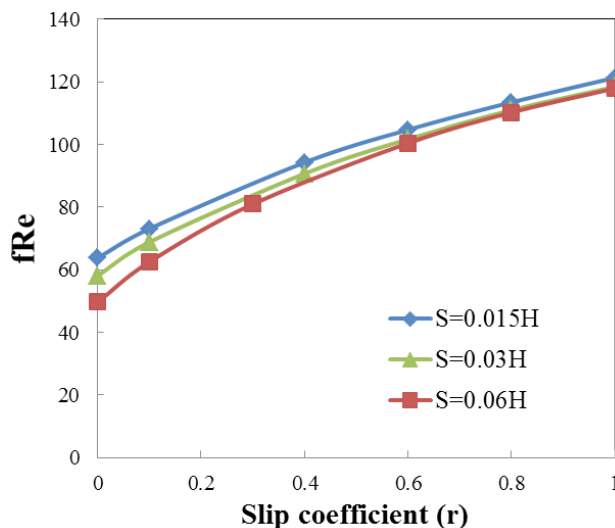


Fig. 6. Comparison of Poiseuille number vs. slip coefficient for different roughness densities

شکل ۶: نحوه تغییر عدد پوازی با تغییر پارامتر ضریب لغزش، در تراکم‌های زبری مختلف

۴-۳- بررسی اثر ضریب لغزش در اعداد نادسن مختلف

شکل ۷ تغییرات عدد پوازی را تحت تاثیر ضریب لغزش در اعداد نادسن مختلف نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود در میکروکانال صاف و در عدد نادسن $0/008$ چنانچه مقدار ضریب لغزش را برابر ۱ در نظر بگیریم یعنی تمام بازتاب‌ها به‌صورت پرتاب به عقب باشد، شرط مرزی عدم لغزش بونس بک حاصل می‌شود و مقدار عدد پوازی در این شرایط برابر ۹۶ است که با مقدار حل تحلیلی جریان پیوسته در کانال منطبق می‌باشد. با کاهش ضریب لغزش یعنی افزایش بازتاب‌های آینده‌ای، عدد پوازی با شیب نسبتاً کمی کاهش می‌یابد و از مقدار ۹۶ فاصله می‌گیرد. از لحاظ واقعیت فیزیکی نیز احتمال بازتاب آینده‌ای در اعداد نادسن پایین و جریان پیوسته بسیار اندک

شرایط عدم لغزش فاصله دارد. این مسئله به‌دلیل اثرات رقیق شدن گاز در عدد نادسن $0/04$ و افزایش طول میانگین آزاد گاز و در نتیجه افزایش زمان آرامش بی‌بعد در معادلات شبکه بولتزمن می‌باشد. در واقع مدل عدم لغزش بونس بک در زمان آرامش نزدیک به یک و کوچکتر از آن $0/5 < \tau < 1/25$ حاصل می‌شود [۲۰]. در گاز رقیق ضریب آرامش به مقادیر بزرگتر از یک افزایش یافته و عدم لغزش در شرط مرزی بونس بک حاصل نمی‌شود [۲۱].

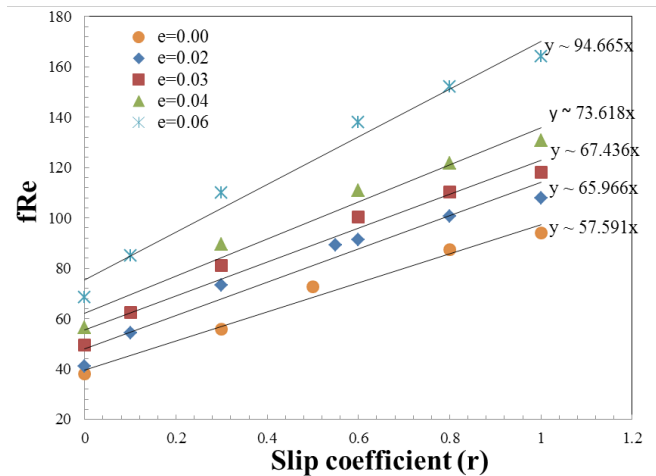


Fig. 4. Poiseuille number vs. slip coefficient for different roughness heights

شکل ۴: نحوه تغییر عدد پوازی با تغییر پارامتر ضریب لغزش، در ارتفاع‌های زبری مختلف

شکل ۵ مقدار عدد پوازی را در ارتفاع زبری‌های مختلف، در نادسن $0/033$ و تراکم ثابت $s=0/06H$ نمایش می‌دهد و با نتایج مرجع [۲۲]، که از حل مستقیم معادلات ناویر-استوکس به‌همراه شرایط مرزی لغزش سرعت مرتبه دوم بسکوک-کارنیاداکیس [۲۳] کمک گرفته‌است، مقایسه شده‌است. ضریب لغزش در پژوهش کنونی از رابطه پیشنهاد شده در مرجع [۱۶]، به‌منظور انطباق مدل لغزش سرعت ترکیب پرتاب به عقب-بازتاب آینده‌ای با مدل لغزش سرعت مرتبه دوم $U_s=4C_1Kn+8C_2Kn^2$ ، محاسبه شده‌است. با افزایش ارتفاع زبری مشاهده می‌شود که به‌دلیل افزایش حساسیت نتایج به شرایط مرزی لغزش سرعت، اختلاف نتایج بین حل کنونی و مرجع [۲۲] افزایش می‌یابد. این مقایسه توسط چای و همکاران [۱۷] نیز با استفاده از مدل شرط مرزی ترکیب بازتاب دیفیوز و بونس بک به‌منظور راستی آزمایشی نتایج انجام شده‌است.

شکل ۶ تغییرات عدد پوازی را نسبت به ضریب لغزش در ارتفاع زبری $e=0/03$ و نادسن $0/04$ ، در تراکم‌های زبری $0/015H$ ، $0/03H$ ، $0/06H$ ، $s=0/06H$ نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که در تراکم‌های زبری مختلف، شیب تغییرات عدد پوازی نسبت به ضریب لغزش تقریباً یکسان است، و با تغییر تراکم حساسیت نتایج نسبت به این ضریب تفاوت چندانی ندارد.

مقاومت جریان و در نتیجه عدد پوازی کاهش می‌یابد. هرچه درصد ارتفاع زبری سطح افزایش یابد میزان حساسیت عدد پوازی به ضریب لغزش و در نتیجه شرایط مرزی لغزش (شیب نمودار) بیشتر می‌شود، در حالیکه تغییر تراکم زبری تاثیر چندانی بر حساسیت نتایج ندارد. در زبری سطح ثابت نیز با کاهش ضریب لغزش (کاهش سرعت لغزشی)، عدد پوازی کاهش می‌یابد. با افزایش عدد نادسن روند تغییرات عدد پوازی نسبت به ضریب لغزش در سطح صاف و زبر مشابه‌تر می‌شود.

فهرست علائم

اندازه سرعت جاری شدن ذرات	c
سرعت صوت در واحد شبکه	c_s
قطر هیدرولیکی کانال	D_H
بردارهای سرعت شبکه	e_α
نسبت ارتفاع زبری	e
تابع توزیع چگالی	f
عدد پوازی	fRe
ارتفاع کانال	H
ارتفاع آرایه زبری	h
مشخصه طولی نقاط شبکه	i
عدد نادسن	Kn
طول کانال	L
عدد ماخ جریان	Ma
فشار	P
ضریب لغزش	r
عدد رینولدز	Re
تراکم زبری	s
زمان	t
بردار سرعت جریان	u
عرض آرایه زبری	w
راستای طولی کانال	x
بردار مکان	\mathbf{x}
راستای عرضی کانال	y

علائم یونانی

جهت سرعت جاری شدن ذرات در شبکه	α
معکوس ارتفاع کانال	Δ
گام زمانی	δt
گام مکانی	δx

است. بنابراین مقادیر انتخابی کمتر از ۱ برای ضریب لغزش منجر به سرعت لغزشی غیرفیزیکی بر روی سطح می‌شود.

با افزایش عدد نادسن، چه در سطح صاف و چه در سطح زبر، شیب تغییرات عدد پوازی با تغییر ضریب لغزش افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر حساسیت نتایج نسبت به پارامتر ضریب لغزش بیشتر می‌شود. در اعداد نادسن کمتر ($Kn=0.008$ و $Kn=0.04$) انتخاب ضریب لغزش کوچکتر از ۰/۵ (فرض بازتاب کاملاً آینه‌ای بیشتر) که انتخابی به لحاظ واقعیت فیزیکی نامناسب می‌باشد، شیب نمودار را به شدت تغییر می‌دهد و باعث انحراف بیشتر نتایج می‌شود. در عدد نادسن ۰/۱ که احتمال بازتاب آینه‌ای بیشتر است، نمودار به صورت خطی است و با تغییر ضریب لغزش انحراف شدید در شیب نمودار مشاهده نمی‌شود. با مقایسه روند تغییرات نمودارهای سطح صاف و زبر در یک عدد نادسن معین، مشاهده می‌شود که در اعداد نادسن کمتر نزدیک به رژیم پیوسته، روند تغییرات عدد پوازی نسبت به ضریب لغزش در سطح صاف و زبر متفاوت است. با افزایش عدد نادسن شیب تغییرات منحنی در سطح صاف و زبر مشابه‌تر می‌شود. تشابه بیشتر منحنی در اعداد نادسن بالاتر به علت کمتر شدن اثرات زبری سطح در جریان‌های رقیق‌تر می‌باشد، در حالیکه در اعداد نادسن پایین رفتار جریان بسیار تحت تاثیر هندسه سطح قرار می‌گیرد.

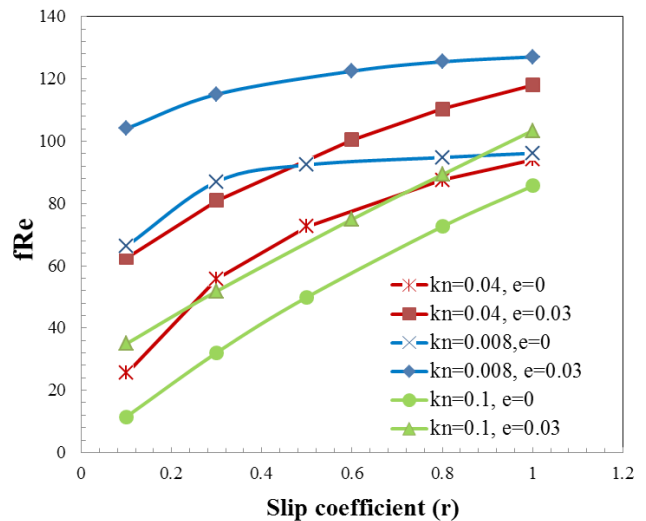


Fig. 7. Comparison of Poiseuille number vs. slip coefficient for rough and smooth surface

شکل ۷: نحوه تغییر عدد پوازی با تغییر ضریب لغزش در سطح صاف و زبر

۵- نتیجه گیری

در این مقاله تاثیر تغییر ضریب لغزش بر جریان گاز رقیق در میکروکانال با سطوح زبر، در رژیم لغزشی بررسی شده‌است. برای حل عددی از روش شبکه بولتزمن با شرط مرزی لغزشی ترکیب پرتاب به عقب- بازتاب آینه‌ای استفاده شده‌است. با کاهش ضریب لغزش سرعت لغزشی کاهش می‌یابد و

dependence of the tangential momentum accommodation coefficient for gases, *Applied Physics Letters*, 86(9) (2005) 091905.

- [11] G. Bird, *Molecular gas dynamics and the direct simulation monte carlo of gas flows*, Clarendon, Oxford, 508 (1994) 128.
- [12] V. Kovalev, A. Yakunchikov, F. Li, Tangential momentum and thermal accommodation coefficients for hydrogen molecules on graphite surface, *Acta Astronautica*, 69(7) (2011) 744-746.
- [13] M. Gallis, J. Torczynski, Direct simulation Monte Carlo-based expressions for the gas mass flow rate and pressure profile in a microscale tube, *Physics of Fluids*, 24(1) (2012) 012005.
- [14] M. Sbragaglia, S. Succi, Analytical calculation of slip flow in lattice Boltzmann models with kinetic boundary conditions, *Physics of Fluids*, 17(9) (2005) 093602.
- [15] A. Homayoon, A.M. Isfahani, E. Shirani, M. Ashrafzadeh, A novel modified lattice Boltzmann method for simulation of gas flows in wide range of Knudsen number, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38(6) (2011) 827-832.
- [16] Z. Guo, B. Shi, T. Zhao, C. Zheng, Discrete effects on boundary conditions for the lattice Boltzmann equation in simulating microscale gas flows, *Physical Review E*, 76(5) (2007) 056704.
- [17] Z. Chai, Z. Guo, L. Zheng, B. Shi, Lattice Boltzmann simulation of surface roughness effect on gaseous flow in a microchannel, *Journal of Applied Physics*, 104(1) (2008) 014902.
- [18] A.A. Mohamad, *Lattice Boltzmann method: fundamentals and engineering applications with computer codes*, Springer Science & Business Media, 2011.
- [19] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of fluids*, 9(6) (1997) 1591-1598.
- [20] X. He, Q. Zou, L.-S. Luo, M. Dembo, Analytic solutions of simple flows and analysis of nonslip boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Journal of Statistical Physics*, 87(1) (1997) 115-136.
- [21] F. Verhaeghe, L.-S. Luo, B. Blanpain, Lattice Boltzmann modeling of microchannel flow in slip flow regime, *Journal of Computational Physics*, 228(1) (2009) 147-157.
- [22] Y. Ji, K. Yuan, J. Chung, Numerical simulation of wall roughness on gaseous flow and heat transfer in a microchannel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(7) (2006) 1329-1339.

v چسبندگی سینماتیکی سیال

ρ چگالی

τ زمان آرامش بی بعد جریان

ω ضریب وزنی راستاهای شبکه

σ ضریب تصحیح مومنوم مماسی

بالانویس ها و زیرنویس ها

ave متوسط

eq حالت توزیع تعادلی

in ورودی

~ حالت بعد از برخورد توابع توزیع

منابع

- [1] J.C. Maxwell, On stresses in rarified gases arising from inequalities of temperature, *Philosophical Transactions of the royal society of London*, 170 (1879) 231-256.
- [2] W.-M. Zhang, G. Meng, X. Wei, A review on slip models for gas microflows, *Microfluidics and nanofluidics*, 13(6) (2012) 845-882.
- [3] J. Sun, Z.-X. Li, Effect of gas adsorption on momentum accommodation coefficients in microgas flows using molecular dynamic simulations, *Molecular Physics*, 106(19) (2008) 2325-2332.
- [4] H. Yan, W.-M. Zhang, Z.-K. Peng, G. Meng, Effect of random surface topography on the gaseous flow in microtubes with an extended slip model, *Microfluidics and Nanofluidics*, 18(5-6) (2015) 897-910.
- [5] H. Yamaguchi, T. Hanawa, O. Yamamoto, Y. Matsuda, Y. Egami, T. Niimi, Experimental measurement on tangential momentum accommodation coefficient in a single microtube, *Microfluidics and nanofluidics*, 11(1) (2011) 57-64.
- [6] E.B. Arkilic, K.S. Breuer, M.A. Schmidt, Mass flow and tangential momentum accommodation in silicon micromachined channels, *Journal of fluid mechanics*, 437 (2001) 29-43.
- [7] J. Maurer, P. Tabeling, P. Joseph, H. Willaime, Second-order slip laws in microchannels for helium and nitrogen, *Physics of Fluids*, 15(9) (2003) 2613-2621.
- [8] S. Colin, P. Lalonde, R. Caen, Validation of a second-order slip flow model in rectangular microchannels, *Heat transfer engineering*, 25(3) (2004) 23-30.
- [9] T. Ewart, P. Perrier, I. Graur, J.G. Méolans, Tangential momentum accommodation in microtube, *Microfluidics and Nanofluidics*, 3(6) (2007) 689-695.
- [10] B.-Y. Cao, M. Chen, Z.-Y. Guo, Temperature

scales, *Microscale Thermophysical Engineering*, 3(1) (1999) 43-77.

[23] A. Beskok, G.E. Karniadakis, Report: a model for flows in channels, pipes, and ducts at micro and nano

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

E. Dorari, M. Saffar-Avval, Z. Mansoori, Sensitivity Analysis of Fluid Flow to Slip Coefficient Using the Lattice Boltzmann Method, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 49(3) (2017) 549-556.
DOI: 10.22060/mej.2016.783

