

## بررسی اثر لغزش سرعت و پرش دما بر انتقال حرارت نانوسیال در میکروکانالی تحت شار حرارتی ثابت با روش شبکه‌ی بولتزمن

علی علی پورلالمی، محمد کلته\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۶ مرداد ۱۳۹۵  
بازنگری: ۲۹ مهر ۱۳۹۵  
پذیرش: ۷ آذر ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۱۰ آذر ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

نانوسیال  
میکروکانال  
پرش دما  
شار حرارتی ثابت  
روش شبکه‌ی بولتزمن

**چکیده:** در این مقاله اثر لغزش سرعت و پرش دما بر مشخصه های جریان و انتقال حرارتی نانوسیال آب - آلومینا در یک میکروکانال دو بعدی که در صفحه پایین تحت شار حرارتی ثابت و در صفحه ی بالا عایق است، با روش شبکه ی بولتزمن مورد مطالعه قرار گرفته است. مساله مورد نظر در عدد رینولدز ۵، برای سیال پایه و نانو سیال با کسر حجمی ۰/۰۲ و ۰/۰۴ در شرایط عدم لغزش و در ضرایب لغزش ۰/۰۴ و ۰/۱ و نیز در قطر های نانوذرات ۵ تا ۵۰ نانومتر بررسی شده است. نتایج نشان داد که به طور کلی استفاده از سطوح آبگریز ضمن کاهش محسوس تنش برشی دیواره، در شرایط شار حرارتی ثابت بر خلاف شرایط دما ثابت نه تنها باعث کاهش بازدهی انتقال حرارتی میکروکانال نمی شود، بلکه تا حدودی بازدهی آن را افزایش می دهد. همچنین مشخص شد که اثر پرش دمایی بر عدد ناسلت میانگین، در سیال پایه بیشتر از نانوسیال است و با افزایش ضریب لغزش بیشتر می شود. بطوریکه در نانو سیال با کسر حجمی ۰/۰۴، با افزایش ضریب لغزش بی بعد، عدد ناسلت میانگین به صورت پیوسته افزایش پیدا می کند ولی در سیال پایه این روند ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

### ۱- مقدمه

امروزه میکرو سیستم‌ها به علت فشرده و کوچک بودن و همچنین توانایی آنها در افزایش بازدهی، مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱]. اما از طرفی کاهش اندازه، خصوصاً در میکرو سیستم‌هایی که کار پردازش داده انجام می‌دهند، سبب افزایش شار حرارتی تولید شده در آنها می‌شود که این شار گاهی به بیش از ۱۰۰ وات بر سانتی متر مربع نیز می‌رسد [۲]. در نتیجه سیستم‌های خنک‌کاری استاندارد مثل خنک‌کاری با هوا، توان دفع این میزان شار حرارتی بالا را ندارند و باید از روش‌های دیگری استفاده نمود که در این بین برای رفع این مشکل، توجهات بسیاری به خنک‌کاری با استفاده از مایع در میکروکانال‌ها معطوف شده است [۳ و ۴]. از سوی دیگر به منظور افزایش میزان انتقال حرارت در چنین سیستم‌هایی، در طی دو دهه اخیر استفاده از نانوسیالات که محلول‌های مایع حاوی ذرات جامد پراکنده در آن با ابعاد یک تا ۱۰۰ نانومتر هستند، توسعه پیدا کرده است [۵ و ۶].

به طور کلی رژیم جریان در میکروکانال‌ها بر اساس عدد نادسن (که عبارت است از نسبت فاصله‌ی پویس آزاد میانگین به کوچکترین طول مشخصه‌ی جسم) مشخص می‌شود؛ به طوری که چنانچه عدد نادسن کمتر از ۰/۰۰۱ باشد رژیم جریان پیوسته، اگر بزرگ‌تر از ۰/۰۰۱ و کوچک‌تر از ۰/۱ باشد رژیم جریان لغزشی، اگر بزرگ‌تر از ۰/۱ و کمتر از ۱۰، رژیم جریان

گذرا و نهایتاً اگر بزرگ‌تر از ۱۰ باشد رژیم جریان آزاد مولکولی خواهد بود [۷]. در حالت کلی با توجه به اینکه فاصله‌ی پویس آزاد میانگین در مایعات بسیار کمتر از گازها است (برای آب در حدود ۰/۱۷ نانومتر [۳])، در یک میکروکانال رژیم جریان مایعات پیوسته خواهد بود [۸]، اما در کاربردهایی رژیم جریان در مایعات به صورت لغزشی در نظر گرفته می‌شود [۱]، که دلیل آن استفاده از سطوح آب‌گریز در کنار یک مایع آب‌دوست است. در این راستا ترث وی و مینهارت [۹] به صورت آزمایشگاهی جریان آب عبوری از میکروکانالی با جنس شیشه را که روی آن یک لایه نازک به ضخامت ۲/۳ نانومتر از یک ماده شیمیایی مخصوص پوشانده شده بود و یک سطح آب‌گریز را تشکیل می‌داد بررسی کردند و لغزش سرعت را در دیواره مشاهده نمودند. این لغزش سرعت در حدود ۱۰٪ سرعت پیشینه در میکروکانال بود.

انگوما و ارچیکو [۱۰] جریان مایع را همراه با شرط مرزی لغزشی در میکروکانالی با صفحات موازی، تحت شار حرارتی ثابت، در حالی که اثر جریان محرک فشاری و الکترو اسموز به صورت توأم در نظر گرفته می‌شد، در ناحیه توسعه‌یافته هیدرولیکی و گرمایی و در شرایط پایا، به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند و ضمن دست پیدا کردن به یک مدل ریاضی جهت مطالعه شرط مرزی لغزشی، نشان دادند که تغییرات سرعت لغزشی تأثیر محسوسی بر رفتار گرمایی و جریان سیال دارد.

رئبسی و همکاران [۱۱] مطالعه‌ای در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در

افزایش می‌یابد و در یک کسر حجمی ثابت با افزایش ضریب لغزش، عدد ناسلت کاهش پیدا می‌کند.

اورازیو و همکاران [۱۹] انتقال حرارت اجباری نانوسیال آب-مس در یک میکروکانال که تا نیمه تحت شار حرارتی ثابت قرار داشت و از نیمه به بعد عایق بود در شرایط لغزش سرعت و بدون در نظر گرفتن پرش دما در شرایط پایا به روش شبکه‌ی بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله اثر قطر نانوذرات بر لزجت نانوسیال لحاظ نگردید. آن‌ها این مسأله را در سه عدد رینولدز ۱، ۱۰ و ۵۰ و در ضرایب لغزش ۰/۰۰۱، ۰/۰۱ و ۰/۱ در کسر حجمی‌های صفر، ۰/۰۲ و ۰/۰۴ مطالعه و مشاهده نمودند که در هر یک از اعداد رینولدز با افزایش کسر حجمی و افزایش ضریب لغزش عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و این افزایش در اعداد رینولدز بالاتر چشم‌گیرتر است.

با توجه به موارد اشاره شده، در کار پیش‌رو مشخصه‌های جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب-آلومینا در میکروکانالی با صفحات موازی، که در پایین تحت شار حرارتی ثابت قرار دارد و در بالا عایق است، در شرایط لغزش سرعت و پرش دما (استفاده از سطوح آب‌گریز) به صورت عددی و با روش شبکه‌ی بولتزمن مورد بررسی قرار می‌گیرد تا ضمن این‌که نشان داده شود روش شبکه‌ی بولتزمن توانایی شبیه‌سازی چنین مسأله‌ای را دارد، مطالعه شود که استفاده از سطوح آب‌گریز در شرط مرزی شار ثابت همراه با در نظر گرفتن اثر پرش دمایی روی دیواره، چه تأثیری بر عدد ناسلت خواهد داشت. یعنی بررسی شود که مانند حالت دما ثابت باعث کاهش عدد ناسلت و بازدهی انتقال حرارتی میکروکانال می‌شود یا تأثیر آن به گونه‌ای دیگر خواهد بود. بنابراین اصلی‌ترین وجه تمایز کار حاضر نسبت به مطالعات مشابه، حل مسأله در شرط مرزی شار ثابت در صفحه پایین و عایق در صفحه‌ی بالا، همراه با در نظر گرفتن اثر پرش دما روی دیواره است. همچنین در کار حاضر بر خلاف کارهای مشابه در مراجع [۱ و ۱۸ و ۱۹] اثر قطر نانوذرات در مدل ارائه‌شده برای محاسبه لزجت لحاظ می‌گردد و نیز بررسی عدد ناسلت و تنش برشی میانگین در دیواره، در قطرهای ۵ تا ۵۰ نانومتر از نانوذرات مد نظر قرار داده شده است.

## ۲- مدل‌سازی نظری

### ۲-۱- تعریف مسأله

در کار حاضر، مسأله جابه‌جایی اجباری نانوسیال آب-آلومینا ( $Al_2O_3$ ) در رژیم جریان آرام و پایا و با فرض تراکم‌ناپذیر بودن نانوسیال در میکروکانالی دو بعدی به طول ۱ میلی‌متر و ارتفاع ۵۰ میکرومتر بررسی می‌گردد. صفحه پایین میکروکانال تحت شار حرارتی ثابت ۱۰۵ وات بر متر مربع قرار دارد و صفحه بالایی عایق است. در این مسأله شرایط لغزش سرعت و پرش دمایی روی دیواره، برای کسر حجمی‌های صفر، ۰/۰۲ و ۰/۰۴، ضریب لغزش‌های (بی‌بعد) صفر، ۰/۰۴ و ۰/۱ و قطرهای نانوذرات ۵ تا ۵۰ نانومتر، در عدد رینولدز ۵، در نظر گرفته شده و با روش شبکه‌ی بولتزمن حل می‌گردند. در

حالت جریان آرام با نانوسیال در یک میکروکانال با صفحات موازی که ناحیه میانه صفحات در دمای ثابت قرار داشت و دو طرف آنها عایق بود، در رژیم جریان لغزشی و پیوسته، انجام دادند. آن‌ها تأثیر ضریب لغزش روی عملکرد حرارتی میکروکانال را بررسی کردند و دریافتند که عدد ناسلت با افزایش ضریب لغزش افزایش می‌یابد. البته این افزایش در عدد رینولدز بالاتر از ۱۰۰ نمود پیدا می‌کند. ذکر این نکته ضروری است که آنها در تحقیق خود اثر پرش دمایی در دیواره را در نظر نگرفته بودند.

اکبرینیا و همکاران [۱] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال آب - آلومینا را در یک میکروکانال با صفحات موازی و با در نظر گرفتن اثر لغزش سرعت و پرش دما، در شرایط مرزی دما ثابت به صورت عددی و با روش حجم محدود بررسی کردند. آن‌ها طی مطالعه خود به این نتیجه رسیدند که زیاد شدن سرعت ورودی، سهم اصلی را در افزایش عدد ناسلت، در شرایط ذکر شده و در یک عدد رینولدز ثابت ایفا می‌کند؛ زیرا افزایش کسر حجمی نانوسیال باعث تغییرات محسوسی در عدد پکلت نمی‌شود، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر چندان مهمی بر عدد ناسلت نخواهد داشت.

از منظر روش‌های حل عددی مسائل جریان سیال و انتقال حرارت، در طی دو دهه اخیر، روش شبکه‌ی بولتزمن که در زمره‌ی روش‌های با مبنای مزوسکوپیک قرار دارد [۱۲]، به دلیل قابلیت‌هایی مانند: سهولت در برنامه نویسی، صریح بودن (که قابلیت پردازش موازی را به طور طبیعی دارا می‌باشد)، حجم محاسباتی کمتر نسبت به سایر روش‌های بر پایه ذره نظیر روش مستقیم مونت کارلو، عدم نیاز به حل معادله لاپلاس در هر گام زمانی (بر خلاف معادله نایور-استوکس)، قابلیت به‌کارگیری در مسائل در مقیاس میکرو و ماکرو با دقت قابل قبول و صادق بودن در محدوده وسیعی از جریان پیوسته و ناپیوسته [۱۳]، ساده‌سازی در شبیه‌سازی جریان نانوسیال و اجرای ساده ضریب هدایت حرارتی نانوسیال (خصوصاً در حالت متغیر بودن با دما) [۱۴] و بسیاری از مزیت‌های دیگر که در کارهای محققینی نظیر وانگ و همکاران [۱۵] به آن‌ها اشاره شده، مورد توجه بسیاری از محققین بوده است. سوچی [۱۶] توانست با ترکیب شرط مرزی‌های برگشت به عقب (که برای برآورده کردن شرط عدم لغزش به کار برده می‌شد) و بازگشت آینه‌ای (جهت برآورده کردن شرط لغزش آزاد) در سطح تماس جامد و سیال، به مدلی جهت شبیه‌سازی لغزش سیال در سطح، به روش شبکه‌ی بولتزمن، دست یابد.

اورازیو و سوچی [۱۷] روشی جهت مدل‌سازی شرط مرزی شار ثابت با استفاده از روش شبکه‌ی بولتزمن ارائه دادند که دقت مرتبه دوم داشت.

کریمی‌پور و همکاران [۱۸] به بررسی انتقال حرارت نانوسیال آب-مس در یک میکروکانال که در دمای ثابت گرما داده می‌شد، همراه با شرایط لغزش سرعت و پرش دما در سطح، با روش شبکه‌ی بولتزمن پرداختند. آن‌ها مسأله را در کسر حجمی صفر، ۰/۰۲ و ۰/۰۴ و در ضریب لغزش‌های ۰/۰۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۰۲ در قطر ۱۰ نانومتر حل نمودند و مشاهده کردند که در یک ضریب لغزش ثابت با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت

که در آن  $M$  جرم مولکولی سیال پایه (کیلوگرم بر کیلو مول) و  $N$  عدد آوگادرو ( $6.023 \times 10^{23}$  مولکول بر مول) است.

همچنین  $\rho f_0$  چگالی سیال پایه در دمای ۲۹۳ کلون می‌باشد.

لازم به ذکر است که عدد رینولدز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$Re = \frac{u_{in} H}{\nu_{nf}} \quad (5)$$

برای محاسبه‌ی ضریب هدایت حرارتی از معادله‌ای که توسط چون و همکاران [۲۲] پیشنهاد شده و اثر حرکت براونی و قطر نانوذرات بر ضریب هدایت حرارتی را در نظر می‌گیرد، استفاده می‌شود.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 0.64 \phi_p^{0.746} \left( \frac{d_f}{d_p} \right)^{0.369} \left( \frac{k_p}{k_f} \right)^{0.7476} \times Pr_f^{0.9955} Re_s^{1.2321} \quad (6)$$

که در آن  $Pr_f$  عدد پراتل سیال پایه بوده که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Pr_f = \frac{C_p \mu_f}{k_f} \quad (7)$$

همچنین  $Re_s$  عدد رینولدز ویژه بوده که طبق رابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$Re_s = \frac{\eta K_B T}{3 p m_f^2 l_f} \quad (8)$$

که در آن  $K_B$  ثابت بولتزمن و  $\lambda_f$  فاصله‌ی پویس آزاد میانگین مولکول‌های سیال پایه (آب) است که برابر با  $0.17$  نانومتر [۳] در نظر گرفته می‌شود.

### ۲-۳- روش شبکه‌ی بولتزمن

در روش شبکه‌ی بولتزمن از توابع توزیع برای نمایش حرکت و برخورد ذرات استفاده می‌شود. توابع توزیع می‌تواند برای هر کمیت اسکالر مانند دما و توزیع اجزاء به کار برده شوند [۱۳]. بنابراین شکل کلی معادله‌ی بولتزمن برای هر اسکالر، با فرض این که هیچ نیروی خارجی اعمال نشود به صورت زیر بیان می‌شود [۱۳]:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \vec{C} \cdot \nabla \Theta = \Omega(\Theta) \quad (9)$$

که  $t$  کمیت زمان در سیستم واحد شبکه،  $\vec{C}$  بیانگر بردار سرعت میکروسکوپی (در واحد شبکه)،  $\Theta$  تابع توزیع کمیت اسکالر مورد نظر و  $\Omega(\Theta)$  اپراتور برخورد است که به وسیله‌ی مدل BGK تقریب زده می‌شود:

$$\Omega(\Theta) = \frac{\Theta^{eq} - \Theta}{\tau} \quad (10)$$

که در این رابطه،  $\Theta^{eq}$  تابع توزیع تعادلی و  $\tau$  زمان آسایش است.

ورودی کانال، نانوسیال با سرعت یکنواخت (متناسب با عدد رینولدز مورد مطالعه) و دمای یکنواخت ۳۰۰ کلون وارد میکروکانال شده و پس از تبادل حرارت در حالت توسعه‌یافته هیدرودینامیکی و گرمایی میکروکانال را ترک می‌کند. هندسه‌ی مسئله در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل  $H$  و  $L$  به ترتیب ارتفاع و طول میکروکانال (متر)، شار حرارتی وارد به صفحه‌ی پایینی (وات بر متر مربع)،  $U_{in}$  سرعت ورودی به میکروکانال (متر بر ثانیه) و  $T_{in}$  دمای ورودی به میکروکانال (کلون) می‌باشد.

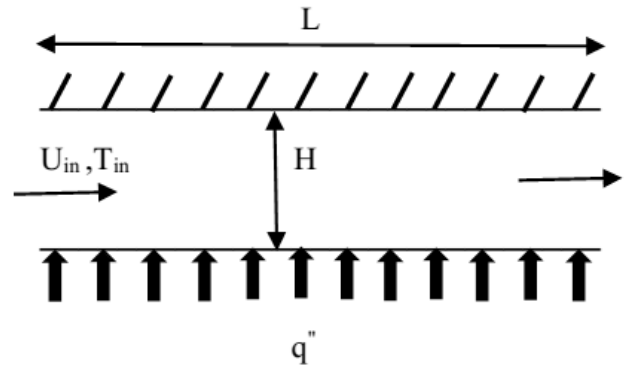


Fig. 1. The geometry of the problem

شکل ۱: نمایش هندسه مسئله مورد مطالعه

### ۲-۲- مدل سازی نانوسیال

نانوسیال مورد استفاده در این پژوهش، آب-آلومینا بوده و به صورت مدل سیال تک فاز، با فرض یکنواخت بودن پخش نانوذرات در سیال پایه و کروی بودن نانوذرات، فرمول بندی می‌شود.

برای محاسبه چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه نانوسیال، از مدل مخلوط دو فاز، که به طور متداول در شبیه سازی رفتار نانوسیال‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، بهره گرفته می‌شود [۲۰].

$$\rho_{nf} = (1 - \phi_p) \rho_f + \phi_p \rho_p \quad (1)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi_p) (\rho C_p)_f + \phi_p (\rho C_p)_p \quad (2)$$

برای محاسبه لزجت نانوسیال از مدل ارائه شده توسط کورچیونه [۲۱] استفاده می‌شود که علاوه بر کسر حجمی نانوذرات، اثر قطر نانوذرات را هم در نظر می‌گیرد.

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34.8 \left( \frac{d_p}{d_f} \right)^{-0.3} \phi_p^{1.03}} \quad (3)$$

که در آن  $d_p$  قطر نانوذرات و  $d_f$  قطر معادل مولکول‌های سیال پایه بوده و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$d_f = 0.1 \left[ \frac{6M}{N \pi \rho_f} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

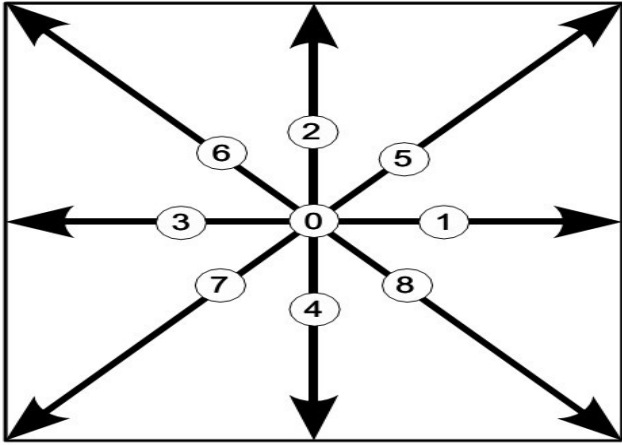


Fig. 2.  $D_2Q_9$  lattice model in the present study

شکل ۲: نمایش مدل  $D_2Q_9$  استفاده شده در تحقیق حاضر [۲۵]

معادله (۹) برای تابع توزیع چگالی و تابع توزیع دمای بی بعد به صورت زیر گسسته می شود [۱۳]:

$$f_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t) \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\tau_f} \right] + \frac{\Delta t}{\tau_f} f_k^{eq}(x, y, t) \quad (16)$$

$$g_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = g_k(x, y, t) \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\tau_g} \right] + \frac{\Delta t}{\tau_g} g_k^{eq}(x, y, t) \quad (17)$$

که در این روابط تابع توزیع چگالی،  $f_k$  تابع توزیع دمای بی بعد،  $f_k^{eq}$  و  $g_k^{eq}$  به ترتیب تابع توزیع تعادلی چگالی و دمای بی بعد هستند که با جایگزین کردن چگالی و دمای بی بعد به جای  $\Phi$ ، در رابطه (۱۳) به دست می آیند. همچنین  $\Delta t$ ،  $\Delta x$  و  $\Delta y$  به ترتیب گام زمانی و گام های مکانی در راستای محور افقی و عمودی هستند که بنابر آنچه در روش شبکه ی بولتزمن مرسوم است، مقداری برابر با یک برای آن ها در نظر گرفته می شود. همچنین  $\tau_f$  و  $\tau_g$  به ترتیب زمان آسایش برای تابع توزیع چگالی و تابع توزیع دمای بی بعد می باشند که طبق روابط زیر به لزجت سینماتیکی و ضریب پخش گرمایی ارتباط پیدا می کنند [۱۳]:

$$\nu = \frac{\Delta x^2}{3\Delta t} \left( \frac{\tau_f}{\Delta t} - 0.5 \right) \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{\Delta x^2}{3\Delta t} \left( \frac{\tau_g}{\Delta t} - 0.5 \right) \quad (19)$$

همچنین ارتباط بین کمیت های ماکروسکوپی چگالی، سرعت و دما با توابع توزیع به صورت زیر است [۲۴]:

$$\rho = \sum_{k=0}^8 f_k \quad (20)$$

$$V = \frac{\sum_{k=0}^8 C_k f_k}{\rho} \quad (21)$$

عدد برینکمن اصلاح شده که معیاری برای در نظر گرفتن اثرات تلفات لزجت می باشد، به صورت زیر تعریف می شود [۲۳]:

$$Br_q = \frac{\mu_f u_{in}^2}{q''(2H)} \quad (11)$$

با توجه به موارد در نظر گرفته شده در تحقیق حاضر، برای این عدد برینکمن اصلاح شده حداقل از مرتبه ی ۰/۰۰۱ باشد، حداقل سرعت ورودی مورد نیاز ۳/۴۲ متر بر ثانیه بوده، که تقریباً معادل عدد رینولدز ۲۰۰ است و بسیار فراتر از عدد رینولدز مورد مطالعه در این تحقیق می باشد. بنابراین گرمای ناشی از تلفات لزجت قابل صرف نظر کردن بوده و در معادله بولتزمن اعمال نمی شود.

در این تحقیق از مدل  $D_2Q_9$  (شکل ۲) برای حل معادله بولتزمن استفاده می شود. بر حسب این مدل معادله بولتزمن در ۹ جهت مختلف (جهت شماره صفر ثابت) حل می شود.

بردار سرعت میکروسکوپی در جهت های یاد شده به صورت زیر گسسته می شود [۲۴]:

$$C_k = \begin{cases} (0, 0) \dots \dots \dots k = 0 \\ \left( \cos \frac{\pi(k-1)}{2}, \sin \frac{\pi(k-1)}{2} \right) \dots \dots \dots k = 1-4 \\ \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi(2k-9)}{4}, \sin \frac{\pi(2k-9)}{4} \right) \dots \dots k = 5-8 \end{cases} \quad (12)$$

که  $k$  شمارنده جهت است.

همچنین تابع توزیع تعادلی به صورت رابطه ی زیر نوشته می شود [۱۳]:

$$\Theta_k^{eq} = \omega_k \Phi \left[ 1 + \frac{\vec{C}_k \cdot \vec{V}}{C_s^2} + \frac{(\vec{C}_k \cdot \vec{V})^2}{2C_s^4} - \frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{2C_s^2} \right] \quad (13)$$

که در آن  $\vec{V}$  بردار سرعت ماکروسکوپی بوده و  $\Phi$  کمیت اسکالر مورد نظر است.

ضرایب وزنی  $\omega_k$  نیز به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\omega_k = \begin{cases} \frac{1}{4} \dots \dots k = 0 \\ \frac{1}{9} \dots \dots k = 1-4 \\ \frac{1}{36} \dots \dots k = 5-8 \end{cases} \quad (14)$$

همچنین در رابطه ی (۱۳)  $C_s$  سرعت صوت در شبکه بوده که مقداری ثابت است:

$$C_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (15)$$

$$f_{k,m} = 2f_{k,m-1} - f_{k,m-2} \quad (29)$$

که  $k = 3, 6, 7$  و  $m$  شمارنده‌ی گره آخر است.

شرط مرزی در دیواره پایین:

برای در نظر گرفتن لغزش مایعات در دیواره طبق مدل ارائه شده توسط ناویر [۹] که توسط انگوما و اریچیو [۱۰] مورد استفاده قرار گرفت عمل می‌شود:

$$u = \beta \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (30)$$

که  $\beta$  ضریب لغزش بوده و  $u$  مؤلفه‌ی افقی سرعت است.

با بی‌بعد سازی رابطه‌ی (۳۰) با استفاده از پارامترهای بی‌بعد معرفی شده در معادله (۲۴):

$$U^* = B \frac{\partial U^*}{\partial Y^*} \Big|_{Y^*=0} \quad (31)$$

که  $B$  ضریب بی‌بعد لغزش است.

بنابراین با گسسته‌سازی معادله (۳۱) با استفاده از فرمول سه نقطه‌ای مشتق پیشرو در مرز پائین می‌توان نوشت:

$$u_0 = \frac{B}{2\Delta Y^* + 3B} (4u_1 - u_2) \quad (32)$$

که  $u_0$ ،  $u_1$  و  $u_2$  به ترتیب سرعت لغزشی روی دیواره و سرعت در گره‌های اول و دوم بعد از دیواره هستند.

بنابراین چگالی روی دیواره پایین و توابع توزیع مجهول محاسبه می‌شوند [۲۶]:

$$\rho_w = f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_4 + f_7 + f_8) \quad (33)$$

$$f_2 = f_4 \quad (34)$$

$$f_5 = \frac{\rho_w(1+u_0) - (f_0 + f_2 + f_4)}{2} - (f_1 + f_8) \quad (35)$$

$$f_6 = \frac{\rho_w(1-u_0) - (f_0 + f_2 + f_4)}{2} - (f_3 + f_7) \quad (36)$$

شرط مرزی تقارن:

از آنجایی که از نظر هیدرودینامیکی در خط مرکزی کانال تقارن وجود دارد می‌توان نوشت [۱۳]:

$$f_4 = f_2 \quad (37)$$

$$f_7 = f_6 \quad (38)$$

$$\theta = \sum_{k=0}^8 g_k \quad (22)$$

که در آن  $\theta$  دمای بی‌بعد بوده که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta = \frac{T - T_{in}}{\frac{q'' H}{k_f}} \quad (23)$$

مکان و سرعت بی‌بعد به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$X^* = \frac{x}{H}, Y^* = \frac{y}{H}, \vec{V}^* = \frac{\vec{V}}{u_{in}} \quad (24)$$

که  $x$  و  $y$  مؤلفه‌های افقی و عمودی مکان هستند.

### ۲-۳-۱- شرایط مرزی سرعت

شرط مرزی ورودی:

با توجه به توضیحات ارائه شده توسط وانگ [۱۵] فرض می‌شود توابع توزیع مجهول چگالی در ورودی برابر با مقادیر تعادلی خود، ولی با چگالی متفاوت با چگالی ورودی ( $\rho'$ ) باشند، در این صورت:

$$\begin{aligned} f_1 &= \omega_1 \rho' [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2] \\ f_5 &= \omega_5 \rho' [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2] \\ f_8 &= \omega_8 \rho' [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2] \end{aligned} \quad (25)$$

با جاگذاری دسته معادلات (۲۵) در (۲۰):

$$\rho_{in} = (f_0 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7) + (\omega_1 + \omega_5 + \omega_8) \rho' (1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2) \quad (26)$$

که  $\rho_{in}$  چگالی در ورودی میکروکانال است. که از آن:

$$\rho' = \frac{\rho_{in} - (f_0 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7)}{(\omega_1 + \omega_5 + \omega_8)(1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2)} \quad (27)$$

که برای  $\rho_{in}$  می‌توان نوشت [۱۵]:

$$\rho_{in} = \frac{f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)}{1 - u_{in}} \quad (28)$$

همچنین طبق توضیحات وانگ [۱۵] این روش دارای دقت مرتبه دو است.

شرط مرزی خروجی:

در خروجی برای یافتن توابع توزیع مجهول از برون‌یابی مرتبه دوم ارائه شده توسط محمد و همکاران [۱۳] استفاده می‌شود:

$$-\frac{\partial \theta}{\partial Y^*} \Big|_{y^*=0} = \frac{k_f}{k_{nf}} \quad (48)$$

با گسسته‌سازی این معادله:

$$\theta_0 = \theta_1 + \Delta Y^* \frac{k_f}{k_{nf}} \quad (49)$$

که در آن دمای بی‌بعد سیال (نانوسیال) روی دیواره و  $\theta_1$  دمای بی‌بعد در گره اول بعد از دیواره است.

مشابه با آنچه در شرط مرزی ورودی انجام شد:

$$\begin{aligned} g_2 &= \omega_2 \theta_0' [1 - 1.5u_0^2] \\ g_5 &= \omega_5 \theta_0' [1 + 3u_0 + 3u_0^2] \\ g_6 &= \omega_6 \theta_0' [1 - 3u_0 + 3u_0^2] \end{aligned} \quad (50)$$

با جاگذاری دسته معادلات (۵۰) در معادله (۲۲):

$$\theta_0 = (g_0 + g_1 + g_3 + g_4 + g_7 + g_8) + (\omega_2 + \omega_5 + \omega_6) \theta_0' \quad (51)$$

که از آن:

$$\theta_0' = \frac{\theta_0 - (g_0 + g_1 + g_3 + g_4 + g_7 + g_8)}{(\omega_2 + \omega_5 + \omega_6)} \quad (52)$$

پرش دما:

همچنین برای در نظر گرفتن پرش دما روی دیواره‌ی پایین از رابطه‌ی معرفی شده توسط اکبری‌نیا و همکاران [۱]، در حالی که  $B$  در این تحقیق نقش عدد نادسن را دارد، استفاده می‌شود:

$$\theta_0 = \theta_w + \frac{B}{pr} \left( \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y^*} \Big|_{y^*=0} \quad (53)$$

در آن  $\theta_w$  دمای بی‌بعد دیواره پایین و  $\gamma$  نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به گرمای ویژه در حجم ثابت است.

### ۳- بررسی استقلال از شبکه وصحت سنجی نتایج

برای شبیه‌سازی مسأله حاضر به روش شبکه‌ی بولتزمن، یک کد کامپیوتری به زبان فرترن نوشته شده است. بنابراین نیاز است استقلال از شبکه و درستی کد نوشته شده نشان داده شود و سپس در مورد نتایج بحث صورت گیرد.

#### ۳-۱- استقلال از شبکه

برای نشان دادن استقلال از شبکه، عدد ناسلت محلی بر حسب معکوس

$$f_8 = f_5 \quad (39)$$

### ۲-۳-۲- شرایط مرزی گرمایی

شرط مرزی ورودی:

با توجه به توضیحات ارائه شده توسط وانگ [۱۵]، مشابه با آنچه در به‌دست آوردن شرط مرزی ورودی هیدرولیکی انجام شد:

$$\begin{aligned} g_1 &= \omega_1 \theta_{in}' [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2] \\ g_5 &= \omega_5 \theta_{in}' [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2] \\ g_8 &= \omega_8 \theta_{in}' [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2] \end{aligned} \quad (40)$$

با جاگذاری دسته معادلات (۴۰) در معادله (۲۲):

$$\theta_{in} = (g_0 + g_2 + g_3 + g_4 + g_6 + g_7) + (\omega_1 + \omega_5 + \omega_8) \theta_{in}' [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2] \quad (41)$$

که از آن:

$$\theta_{in}' = \frac{\theta_{in} - (g_0 + g_2 + g_3 + g_4 + g_6 + g_7)}{(\omega_1 + \omega_5 + \omega_8) [1 + 3u_{in} + 3u_{in}^2]} \quad (42)$$

در این روابط  $\theta_{in}$  دمای بی‌بعد در ورودی کانال است.

شرط مرزی خروجی:

توابع توزیع مجهول با برون‌یابی مرتبه دوم در خروجی تعیین می‌گردد:

$$g^{k,m} = 2g^{k,m-1} - g^{k,m-2} \quad (43)$$

که  $k=3, 6, 7$  و  $m$  شمارنده‌ی گره آخر در راستای افقی است.

شرط مرزی عایق در دیواره بالا:

از آنجا که دیوار بالا عایق است شرط مرزی عایق برای توابع توزیع مجهول به کار برده می‌شود [۱۳]:

$$g_{4,n} = g_{4,n-1} \quad (44)$$

$$g_{7,n} = g_{7,n-1} \quad (45)$$

$$g_{8,n} = g_{8,n-1} \quad (46)$$

که در آن  $n$  شمارنده‌ی گره آخر در راستای عمودی است.

شرط مرزی شار ثابت در دیواره پایین:

با الهام از ایده مطرح شده توسط اورازویو و سوچی [۱۷]:

$$-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = q'' \quad (47)$$

با بی‌بعد سازی معادله با استفاده از پارامترهای بی‌بعد معرفی شده در

(۲۳) و (۲۴) می‌توان نوشت:



[۲۷] و شاه و لندن [۲۸] مقایسه شده است. همان‌طور که مشهود است مطابقت مطلوبی بین نتایج کار حاضر و نتایج موجود در مراجع [۲۷ و ۲۸] دیده می‌شود.

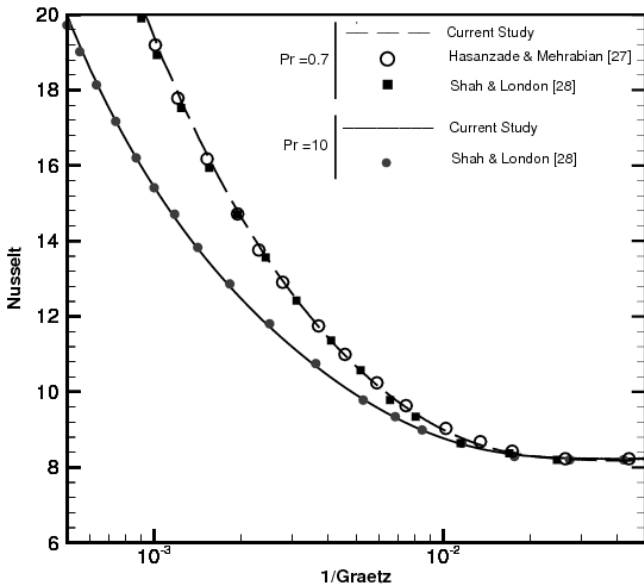


Fig. 4. A comparison of local Nusselt numbers in the present work with [27, 28] at  $Pr=0.7, 10$

شکل ۴: مقایسه‌ی عدد ناسلت محلی در کار حاضر با کار انجام شده در مراجع [۲۷ و ۲۸] در عدد پرانتل ۰/۷ و ۱۰

همچنین عدد ناسلت میانگین (که متناسب با تعریف ارائه شده توسط امین‌الساداتی و همکاران [۲۹] همسان‌سازی شده است) در عدد رینولدز ۱۰۰ با مسأله حل شده توسط امین‌الساداتی و همکاران [۲۹] برای نانوسیال آب-آلومینا در جدول ۱ مقایسه شده و همان‌طور که مشخص است بیشترین انحراف نسبی بین دو حل در کسر حجمی ۰/۰۴ و معادل با ۱/۶۹٪ می‌باشد.

جدول ۱: مقایسه عدد ناسلت میانگین در کار حاضر با حل ارائه شده در [۲۹] در عدد رینولدز ۱۰۰ برای نانوسیال آب - آلومینا

Table 1. Comparison of current average Nusselt numbers with results of [29] at Reynolds equal to 100 for water- $Al_2O_3$  nanofluid.

درصد انحراف نسبی کار حاضر از امین‌الساداتی [۲۹]	ناسلت میانگین [۲۹]	ناسلت میانگین در کار حاضر	کسر حجمی نانوذرات
۰/۱	۴/۱۷۱	۴/۱۶۷	۰
۰/۵۱	۴/۲۸۲	۴/۳۰۴	۰/۰۱
۰/۷۵	۴/۳۹۴	۴/۴۲۷	۰/۰۲
۱/۱۱	۴/۵۰۶	۴/۵۵۶	۰/۰۳
۱/۶۹	۴/۶۱۸	۴/۶۹۶	۰/۰۴

در ادامه برای بررسی بیشتر و جهت این‌که صحت کد نوشته شده در حالتی که لغزش سرعت و پرش دما نیز لحاظ می‌شود، مشاهده گردد، مسأله برای هوا در پرانتل ۰/۷ و با ضریب لغزش بی‌بعد صفر و ۰/۰۵، در حالی

عدد گراتز در طول دیواره پایین میکروکانال در حالت عدم لغزش و با سیال پایه در شکل ۳ در تعداد شبکه‌های (۲۰×۴۰۰)، (۳۰×۶۰۰)، (۴۰×۸۰۰) و (۵۰×۱۰۰۰) رسم شده است. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود، نمودار رسم شده در تعداد شبکه‌ی (۵۰×۱۰۰۰) بسیار نزدیک به نمودار رسم شده در تعداد شبکه‌ی (۴۰×۸۰۰) است. بنابراین تعداد شبکه‌ی (۴۰×۸۰۰) به عنوان شبکه‌ی مناسب انتخاب شده است.

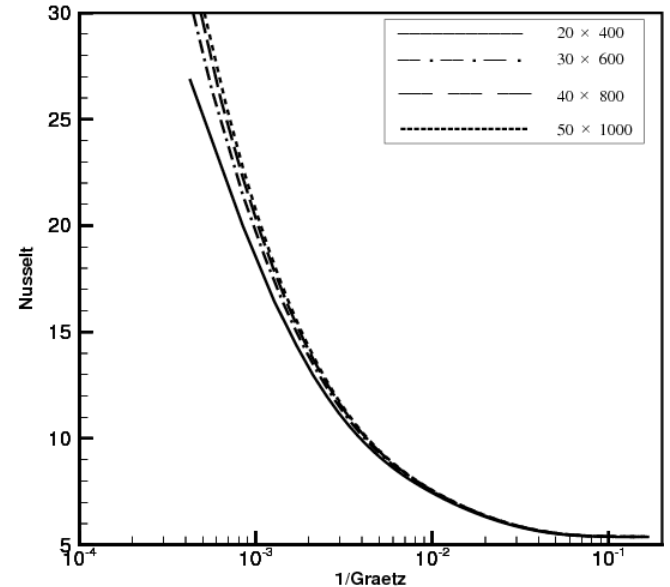


Fig. 3. Grid independency study

شکل ۳: نمایش استقلال از شبکه

عدد ناسلت محلی در طول دیواره پایین میکروکانال و معکوس عدد گراتز به ترتیب از مراجع [۱۸] و [۳] به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Nu = \frac{k_{nf} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} (2H)}{k_f (T_w - T_b)} \quad (54)$$

$$Gr^{-1} = \frac{x}{(2H) Re_d Pr} \quad (55)$$

که در رابطه‌ی (۵۵):

$$Re_d = \frac{u_{in}(2H)}{\nu_{nf}} \quad (56)$$

### ۳-۲- صحت‌سنجی نتایج

ابتدا برای نشان دادن صحت الگوریتم عددی مورد استفاده، عدد ناسلت محلی در طول دیواره‌ی پایین میکروکانال، برای شرایط شار ثابت و برای عدد پرانتل ۰/۷ برای هوا و ۱۰ برای آب (با دمای ورودی ۲۸۱/۷ کلین) در شکل ۴ رسم شده و با نتایج به‌دست آمده توسط حسن زاده و مهراییان

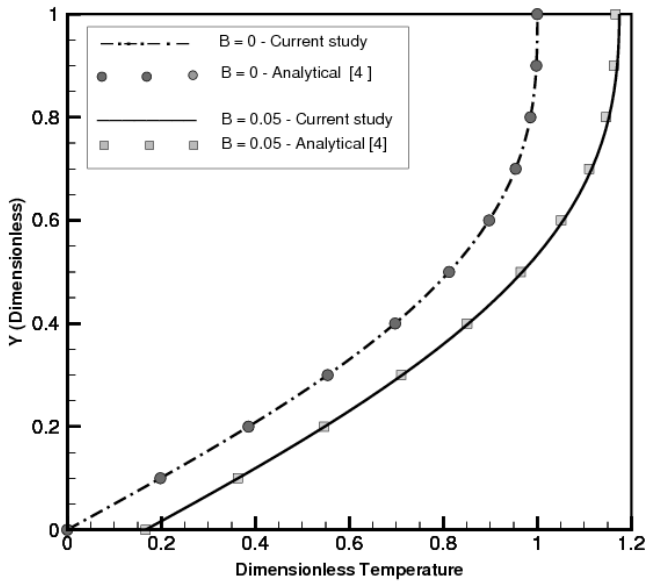


Fig. 6. Comparison of current dimensionless temperature profile for air with  $Pr=0.7$  in no-slip condition and dimensionless slip coefficient of 0.05 at channel outlet with Kandlikar et al. [4]

شکل ۶: مقایسه دمای بی‌بعد در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش ۰/۰۵ در خروجی کانال برای هوا با پرانتل ۰/۷ در کار حاضر با کار انجام شده توسط کندلیکار [۴]

خواص سیال پایه و نانوذرات در دمای ۳۰۰ کلون در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳: خواص آب و نانوذرات آلومینا در دمای ۳۰۰ کلون [۱ و ۳۰]

Table 3. Properties of water and  $Al_2O_3$  nanoparticles at temperature of 300 K [1, 30]

چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)	ظرفیت گرمایی ویژه (ژول بر کیلوگرم کلونین)	ضریب هدایت حرارتی (وات بر متر کلونین)	لزجت (پاسکال ثانیه)	آب
۹۹۶/۲۶	۴۱۹۱/۵	۰/۶۰۵۵	۰/۰۰۰۸۵۳۸	آب
۳۸۹۰	۸۸۰	۳۵	-	آلومینا

شکل ۷ مؤلفه‌ی افقی سرعت بی‌بعد را در ناحیه توسعه‌یافته (در انتهای کانال) و در ناحیه‌ی در حال توسعه، در طولی برابر با ۰/۰۱ طول کانال، در ضریب لغزش بی‌بعد ۰/۰۴، برای سیال پایه و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر)، نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشهود است، در هر دو مقطع از طول کانال، لغزش سرعت روی دیواره مشاهده می‌شود و این لغزش در ناحیه در حال توسعه به علت شدیدتر بودن گرادیان سرعت بیشتر است. همچنین پروفیل سرعت بی‌بعد در کسر حجمی ۰/۰۴ و صفر بر هم منطبق است. یعنی استفاده از نانوسیال روی پروفیل سرعت بی‌بعد تغییری ایجاد نمی‌کند.

شکل ۸ دمای بی‌بعد را در انتهای کانال و در فاصله‌ی ۰/۰۱ و ۰/۱ از طول کانال در کسر حجمی‌های صفر و ۰/۰۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر) در

که شار حرارتی ثابت به صفحه پایینی اعمال می‌شود و صفحه بالایی عایق است حل شده، و نمودار سرعت بی‌بعد و دمای بی‌بعد در خروجی میکروکانال که از نظر هیدرولیکی و گرمایی توسعه‌یافته است، در شکل ۵ و ۶ رسم، و با نتایج حل تحلیلی ارائه شده توسط کندلیکار [۴] مقایسه شده است. لازم به ذکر است که برای مقایسه، دمای بی‌بعد در کار حاضر متناسب با تعریف ارائه شده توسط کندلیکار [۴] همسان‌سازی صورت پذیرفته است.

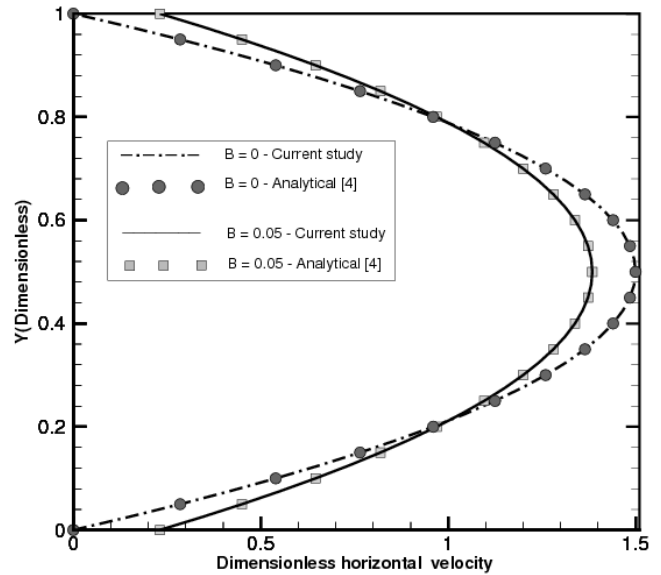


Fig. 5. Comparison of current dimensionless velocity profile in no-slip condition and dimensionless slip coefficient of 0.05 at channel outlet with Kandlikar et al. [4]

شکل ۵: مقایسه سرعت بی‌بعد در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش ۰/۰۵ در خروجی کانال در کار حاضر با کندلیکار [۴]

همچنین عدد ناسلت در خروجی میکروکانال در شرایط ذکر شده، در کار حاضر با حل تحلیلی ارائه شده توسط کندلیکار [۴]، در جدول ۲ مقایسه شده است.

جدول ۲: مقایسه عدد ناسلت توسعه‌یافته در کار حاضر و حل تحلیلی [۴] در عدد پرانتل ۰/۷ برای هوا

Table 2. Comparison of fully developed Nusselt number in present work with analytical solution of [4] for air with  $Pr=0.71$

ضریب لغزش بی‌بعد	ناسلت توسعه‌یافته کار حاضر	ناسلت توسعه‌یافته حل تحلیلی [۴]
۰	۵/۳۸۵	۵/۳۸۵
۰/۰۲	۴/۹۸۶	۴/۹۹۷
۰/۰۵	۴/۴۷۴	۴/۴۹۳

#### ۴- نتایج و بحث

در مسأله حاضر جریان و انتقال حرارت اجباری نانوسیال آب-آلومینا در یک میکروکانال طویل در عدد رینولدز ۵ مورد بررسی قرار گرفته است.



بی‌بعد در حالتی است که از سیال پایه به تنهایی استفاده می‌شود و بعد از آن ارتفاع دمای بی‌بعد نانوسیال کمتر از حالتی می‌شود که سیال پایه به تنهایی مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین پرش دما در صفحه‌ی پایین مشاهده می‌شود که در ناحیه ابتدایی میکروکانال (۰/۱ طول کانال) مشهودتر است. شکل ۹ نمایش سرعت لغزشی بی‌بعد روی دیواره، در ضریب لغزش بی‌بعد ۰/۴ و ۰/۱ و در کسر حجمی صفر و ۰/۴ می‌باشد. همانطور که از این نمودار مشخص است، با افزایش ضریب لغزش، مقدار سرعت لغزشی بیشتر می‌شود و در هر دو ضریب لغزش با افزایش فاصله از ورودی میکروکانال تا شروع ناحیه توسعه‌یافته، سرعت لغزشی روند نزولی داشته و از آن به بعد به مقدار ثابتی می‌رسد. دلیل این امر، کاهش گرادیان سرعت از ورودی تا ناحیه توسعه‌یافته است. از طرفی همانند سرعت بی‌بعد در شکل ۷، در اینجا نیز با افزودن نانوسیال تغییراتی در نمودار سرعت لغزشی بی‌بعد مشاهده نمی‌شود.

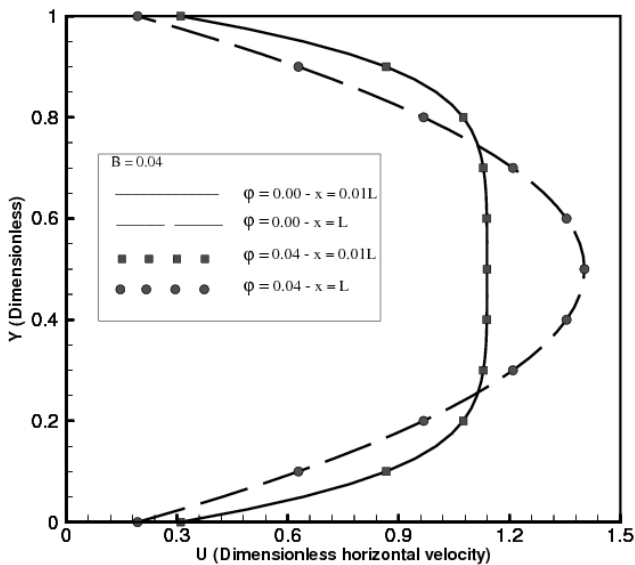


Fig. 9. Dimensionless velocity slip on the wall for volume fraction of 0 and 0.04 ( $d_p=5\text{nm}$ ) and at dimensionless slip coefficient of 0.04 and 0.1  
شکل ۹: نمایش سرعت لغزشی بی‌بعد روی دیواره در کسر حجمی صفر و ۰/۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر) و در ضریب لغزش ۰/۴ و ۰/۱

شکل ۱۰ دمای بی‌بعد در دیواره‌ی پایین میکروکانال را در سیال پایه و نانوسیال با کسر حجمی های ۰/۲ و ۰/۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر) در ضریب لغزش ۰/۴ و ۰/۱ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است در یک کسر حجمی ثابت با افزایش ضریب لغزش بی‌بعد، به علت رابطه‌ی مستقیم بین آن و پرش دما، میزان پرش دمای بی‌بعد افزایش می‌یابد که این میزان افزایش در سیال پایه محسوس‌تر است. همچنین در یک ضریب لغزش ثابت با افزایش کسر حجمی نانوذرات، به علت کاهش گرادیان دما روی دیواره و افزایش طول توسعه‌یافتگی گرمایی، پرش دما کمتر می‌شود که دلیلی برای محسوس‌تر بودن اثر افزایش پرش دما با افزایش ضریب لغزش بی‌بعد در سیال پایه نسبت به نانوسیال است. از طرف دیگر مشخص است که با افزایش فاصله از ورودی، پرش دمای بی‌بعد یک روند نزولی تا ناحیه

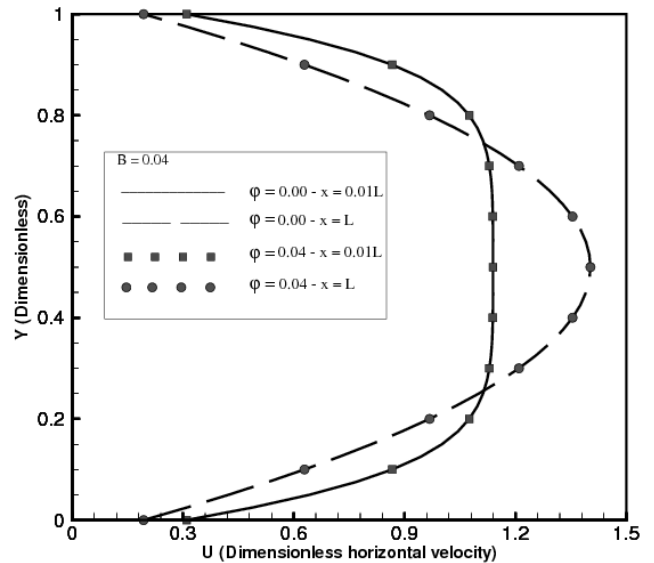


Fig. 7. Dimensionless velocity profile in developing ( $x=0.01L$ ) and fully developed region at volume fraction of 0 and 0.04 and dimensionless slip coefficient of 0.04

شکل ۷: سرعت بی‌بعد در ناحیه توسعه‌یافته و در حال توسعه (۰/۱ طول کانال) در کسر حجمی‌های صفر و ۰/۴ در ضریب لغزش ۰/۴

ضریب لغزش بی‌بعد ۰/۴ نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که در ادامه مقاله تمام نتایج با استفاده از تعریف زیر ارائه شده‌اند.

$$\theta_{new} = \frac{T_w - T}{T_w - T_b} \quad (57)$$

اثر افزودن نانوذرات در این شکل قابل مشاهده است؛ به‌طوری‌که تا یک ارتفاع معینی از صفحه‌ی پایین، دمای بی‌بعد نانوسیال بیشتر از دمای

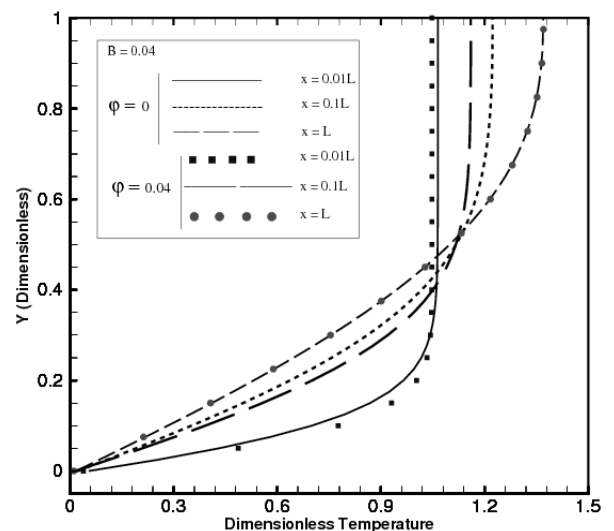


Fig. 8. Dimensionless temperature profile at  $x=0.01L$ ,  $x=0.1L$  and  $x=L$  for base fluid and nanofluid with volume fraction of 0.04 (dimensionless slip coefficient of 0.04 and  $d_p=5\text{nm}$ )

شکل ۸: نمایش دمای بی‌بعد در طول ۰/۱، ۰/۱ و انتهای کانال در ضریب لغزش بی‌بعد ۰/۴ برای سیال پایه و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر)

$$\tau_w = \mu_{nf} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (58)$$

همان طور که از شکل مشخص است در هر حالت تنش برشی روند نزولی در طول دیواره دارد که به علت افزایش ضخامت لایه مرزی، به کاهش گرادیان سرعت ارتباط دارد. همچنین مشاهده می شود که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، به علت افزایش لزجت نانوسیال و افزایش سرعت ورودی که به زیاده شدن گرادیان سرعت منجر می شود، مقدار تنش برشی دیواره افزایش می یابد. از طرفی در هر کسر حجمی با افزایش ضریب لغزش بی بعد که منجر به کاهش گرادیان سرعت روی دیواره می شود، تنش برشی کاهش پیدا می کند که البته این کاهش در کسر حجمی های بالاتر محسوس تر است. همچنین به علت زیاده بودن لغزش سرعت در ناحیه ابتدایی میکروکانال، میزان کاهش در تنش برشی، به علت افزایش در ضریب لغزش بی بعد، در این ناحیه بیشتر نمود پیدا می کند.

شکل ۱۲ عدد ناسلت محلی را در طول دیواره پایین میکروکانال، برای سیال پایه و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۲ و ۰/۰۴ (در قطر ذرات ۵ نانومتر) در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش های ۰/۰۴ و ۰/۱ نشان می دهد. با توجه به شکل، در تمام حالت ها عدد ناسلت یک روند نزولی، به علت رشد لایه مرزی گرمایی تا رسیدن به ناحیه توسعه یافته گرمایی دارد. همچنین با افزایش کسر حجمی نانوذرات که سبب کاهش اختلاف دما بین دیواره و میانگین سیال می شود، عدد ناسلت محلی افزایش پیدا می کند. از طرف دیگر مشاهده می شود که در کسر حجمی ۰/۰۴ با افزایش ضریب لغزش بی بعد از صفر به ۰/۰۴ و ۰/۱، عدد ناسلت محلی زیاد می شود. همچنین در

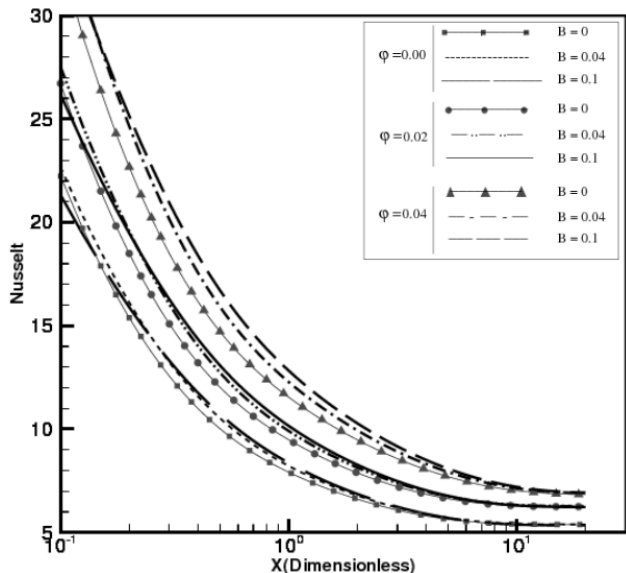


Fig. 12. Local Nusselt number on lower wall of the microchannel at volume fraction of 0, 0.02 and 0.04 for dimensionless slip coefficient of 0.04 and 0.1

شکل ۱۲: نمایش عدد ناسلت محلی در دیواره پایین میکروکانال، در کسر حجمی ۰، ۰/۰۲ و ۰/۰۴ (در قطر ذرات ۵ نانومتر) در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش های ۰/۰۴ و ۰/۱

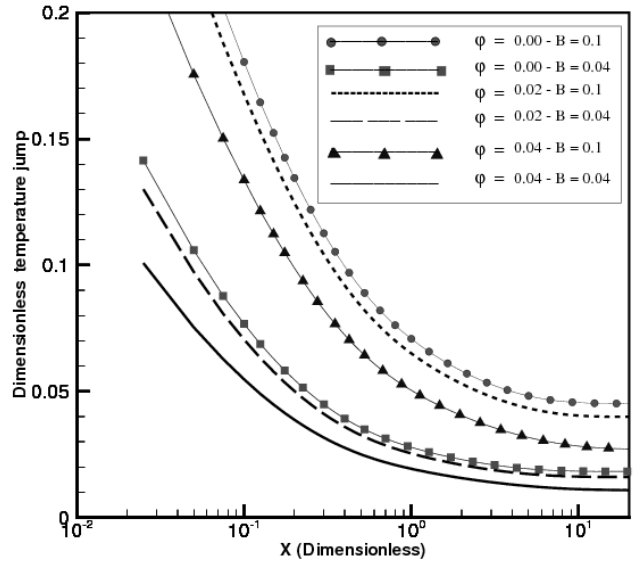


Fig. 10. Dimensionless temperature jump on lower wall of the microchannel for volume fraction of 0, 0.02 and 0.04 ( $d_p=5nm$ ) and dimensionless slip coefficient of 0.04 and 0.1

شکل ۱۰: نمایش پرش دمای بی بعد روی دیواره پایین میکروکانال در کسر حجمی های ۰، ۰/۰۲ و ۰/۰۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر) در ضریب لغزش بی بعد ۰/۰۴ و ۰/۱

توسعه یافته گرمایی دارد که پس از آن به مقدار ثابتی می رسد.

در شکل ۱۱ نمودار تنش برشی روی دیواره برحسب فاصله از ورودی، برای سیال پایه و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۲ و ۰/۰۴ (در قطر ذرات ۵ نانومتر) در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش های ۰/۰۴ و ۰/۱ مشاهده می شود. تنش برشی دیواره از رابطه زیر محاسبه می شود [۳۱]:

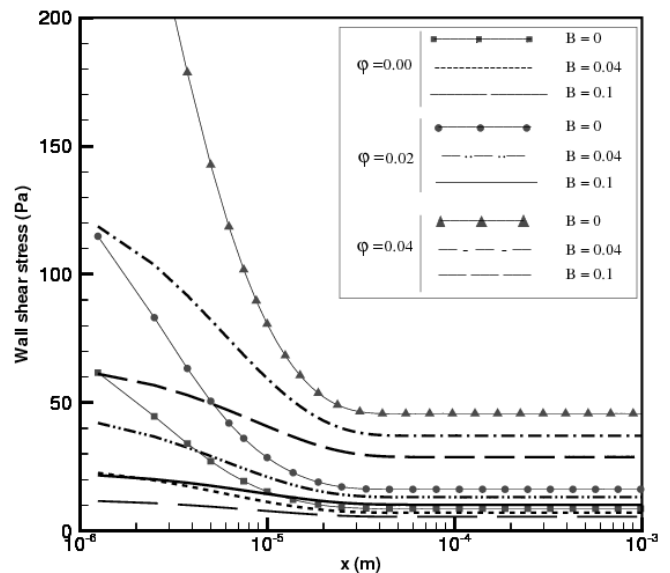


Fig. 11. Local wall shear stress along the wall at volume fraction of 0, 0.02 and 0.04 ( $d_p=5nm$ ) for no-slip condition and dimensionless slip coefficient of 0.04 and 0.1

شکل ۱۱: نمودار تنش برشی در طول دیواره در کسر حجمی صفر، ۰/۰۲ و ۰/۰۴ (در قطر ۵ نانومتر) در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش های ۰/۰۴ و ۰/۱

دما ثابت، به طور کلی پرش دما عامل غالب است، که منجر به کاهش عدد ناسلت نسبت به حالت عدم لغزش سرعت و عدم پرش دما می‌شود. اما در فرآیند شار ثابت، به طور کلی لغزش سرعت به میزان کمی تأثیرگذار است، که نهایتاً به افزایش عدد ناسلت منجر خواهد شد.

**جدول ۴: عدد ناسلت و تنش برشی میانگین در دیواره پایین میکروکانال برای سیال پایه و نانوسیال در کسر حجمی ۰/۰۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر) در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش‌های بی‌بعد ۰/۰۴ و ۰/۱**

**Table 4. Average shear stress and Nusselt number of pure fluid and nanofluid with volume fraction of 0.04 ( $d_p=5\text{nm}$ ) at no-slip condition and at dimensionless slip coefficient of 0.04 and 0.1.**

ضریب لغزش		۰/۰۴		۰	
۰/۱	۰/۰۴	۰/۰۴	۰	۰/۰۴	۰
کسر حجمی					
۸/۳۳۵	۶/۰۰۱	۸/۳۳۳	۶/۰۴۵	۸/۰۲۳	۵/۹۹۶
ناسلت میانگین					
تنش برشی					
میانگین					
۲۹/۱۳	۵/۵۵	۳۷/۷۹	۷/۲۰	۴۷/۲۹	۹/۰۰
(پاسکال ثانیه)					

در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ عدد ناسلت میانگین بر حسب ضریب لغزش بی‌بعد از صفر تا ۰/۱ در دو حالت با پرش دما و بدون پرش دمایی روی دیواره در کسر حجمی صفر و ۰/۰۴ (با قطر ذرات ۵ نانومتر) رسم شده است. همان‌طور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود در هر دو کسر حجمی، در شرایطی که پرش دما وجود ندارد، عدد ناسلت میانگین روند صعودی دارد که البته این روند در نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۴ شدیدتر است. در شکل ۱۳ در حالتی که پرش دمایی وجود دارد، عدد ناسلت میانگین ابتدا یک روند صعودی داشته که رفته رفته به مقدار بیشینه خود می‌رسد و بعد از آن روند نزولی را طی می‌کند. علت چنین رفتاری این است که تا یک ضریب لغزش مشخص (تقریباً ۰/۰۴)، با افزایش ضریب لغزش روی دیواره، اثر لغزش سرعت بر اثر پرش دمایی که در تقابل با یکدیگر قرار دارند، چیره است و در نتیجه افزایش عدد ناسلت میانگین را در پی دارد. ولی بعد از این ضریب لغزش، رفته رفته اثر پرش دما بر لغزش سرعت روی دیواره چیره شده و به کاهش عدد ناسلت میانگین منجر خواهد شد. اما در شکل ۱۴ در حالتی که پرش دما نیز وجود دارد، یک روند صعودی در عدد ناسلت میانگین البته با شیب کمتر نسبت به حالت عدم پرش دمایی مشاهده می‌شود.

شکل‌های ۱۵ و ۱۶ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تنش برشی متوسط روی دیواره و عدد ناسلت میانگین در ضریب لغزش‌های صفر، ۰/۰۴ و ۰/۱، در کسر حجمی‌های ۰/۰۲ و ۰/۰۴ و در قطرهای مختلف نانوذرات می‌باشند. در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود که در هر حالت با افزایش قطر نانوذرات، تنش برشی روی دیواره کاهش می‌یابد که این کاهش در قطرهای کوچک‌تر بیشتر است. این امر به این دلیل است که با کاهش اندازه نانوذرات تعداد ذرات در واحد حجم افزایش می‌یابد و به زیاده‌تر شدن سطح مخصوص آن‌ها و در نتیجه به بیشتر شدن تنش برشی روی دیواره منجر می‌شود. همچنین

کسر حجمی ۰/۰۲، با افزایش ضریب لغزش از صفر به ۰/۰۴، عدد ناسلت در کل دیواره پایین میکروکانال زیاد می‌شود اما با افزایش ضریب لغزش به ۰/۱، مشاهده می‌شود که در ناحیه نزدیک به ورودی، عدد ناسلت نسبت به دو ضریب لغزش دیگر کاهش پیدا می‌کند، که این کاهش نسبت به ضریب لغزش ۰/۰۴ محسوس‌تر است. ولی با افزایش فاصله از ورودی، عدد ناسلت نسبت به دو ضریب لغزش دیگر افزایش پیدا می‌کند که البته این افزایش نسبت به حالت عدم لغزش محسوس‌تر می‌باشد. چنین رفتاری در سیال پایه نیز رخ می‌دهد، با این تفاوت که کاهش عدد ناسلت (در ضریب لغزش ۰/۱ نسبت به ۰/۰۴ و صفر) در ناحیه ابتدایی میکروکانال، نسبت به کسر حجمی ۰/۰۲ مشهودتر است. علت چنین پدیده‌ای، تقابل مکانیزم لغزش سرعت و پرش دما، در مقاطع مختلف، روی دیواره است. زیرا لغزش سرعت منجر به قوی‌تر شدن مکانیزم جابه‌جایی و در نتیجه افزایش عدد ناسلت شده، ولی پرش دما روی دیواره، سبب کاهش پتانسیل انتقال حرارت و در نتیجه کاهش عدد ناسلت می‌شود.

همچنین در جدول ۴ عدد ناسلت میانگین و تنش برشی میانگین روی دیواره برای سیال پایه و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۴ (در قطر ذرات ۵ نانومتر) در حالت عدم لغزش و در ضریب لغزش‌های ۰/۰۴ و ۰/۱ ارائه شده است. در این جدول عدد ناسلت متوسط از مرجع [۳] و تنش برشی میانگین دیواره از مرجع [۳۱]، به صورت زیر محاسبه شده‌اند:

$$Nu_{avg} = \frac{\int Nudx}{L} \quad (59)$$

$$\tau_{w,avg} = \frac{\int \tau_w dx}{L} \quad (60)$$

همان‌طور که از جدول بر می‌آید، حتی در سیال پایه با افزایش ضریب لغزش از صفر به ۰/۱، عدد ناسلت متوسط نه تنها کاهش نمی‌یابد، بلکه به مقدار ناچیزی افزایش پیدا می‌کند. بنابراین در وهله‌ی اول می‌توان گفت که در شرط مرزی شار ثابت، استفاده از سطوح آب‌گریز نه تنها عدد ناسلت را کاهش نمی‌دهد بلکه تا حدودی (بسته به کسر حجمی نانوسیال و ضریب لغزش) آن را افزایش نیز می‌دهد. به‌طوری که ملاحظه می‌گردد در مسأله‌ی حاضر، در صورت استفاده از یک سطح آب‌گریز با ضریب لغزش ۰/۰۴، تنش برشی میانگین روی دیواره در سیال پایه و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۴ (در قطر ذرات ۵ نانومتر) تقریباً ۲۰٪ و در ضریب لغزش ۰/۱ (نسبت به حالت عدم لغزش) تقریباً ۳۸٪ کاهش پیدا می‌کند و عدد ناسلت میانگین در کسر حجمی ۰/۰۴، در ضریب لغزش ۰/۰۴ و ۰/۱ (نسبت به حالت عدم لغزش) به ترتیب افزایشی برابر با ۲/۶۲٪ و ۳/۸۹٪ خواهد داشت. همچنین عدد ناسلت متوسط در سیال پایه نیز، (در هر دو ضریب لغزش) زیر ۱٪ زیاد می‌شود. این در حالی است که در فرآیند دما ثابت در مرجع [۱۸] عدد ناسلت با افزایش ضریب لغزش بی‌بعد کاهش می‌یابد. علت این است که در فرآیند

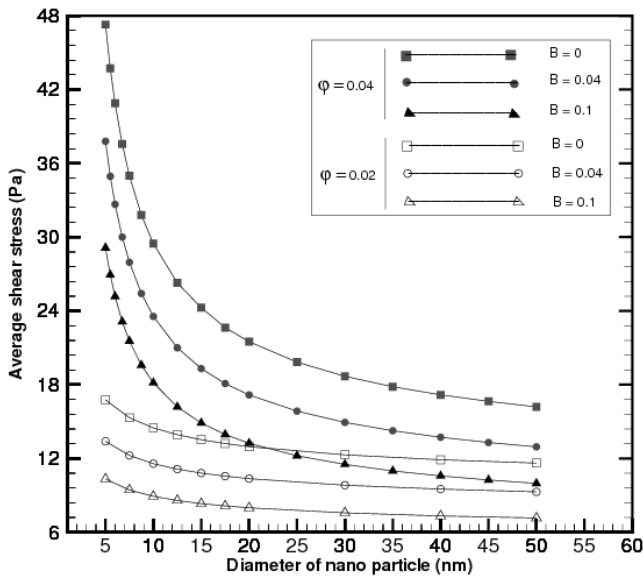


Fig. 15. Average shear stress versus nanoparticles diameter at volume fraction of 0.02 and 0.04 for no-slip condition and dimensionless slip coefficient of 0.04 and 0.1

شکل ۱۵: تغییرات تنش برشی متوسط روی دیواره در اثر تغییر قطر نانوذرات در حالت عدم لغزش و ضریب لغزش‌های ۰/۰۴ و ۰/۱ در کسر حجمی‌های ۰/۰۲ و ۰/۰۴

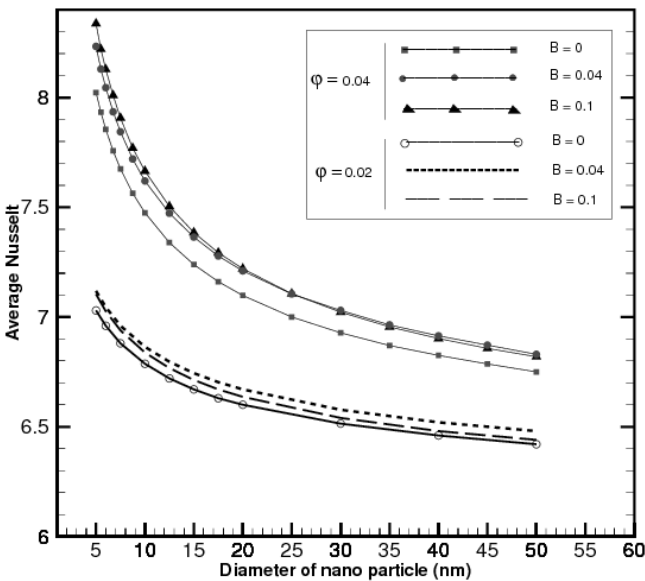


Fig. 16. Average Nusselt number versus nanoparticles diameter at volume fraction of 0.02 and 0.04 for no-slip condition and dimensionless slip coefficient of 0.04 and 0.1

شکل ۱۶: تغییرات عدد ناسلت متوسط روی دیواره در اثر تغییر قطر نانوذرات در حالت عدم لغزش و ضریب لغزش‌های ۰/۰۴ و ۰/۱ در کسر حجمی‌های ۰/۰۲ و ۰/۰۴

در کسر حجمی بالاتر بیشتر جلوه می‌کند. از طرفی در این شکل مشاهده می‌شود که در هر قطر، با افزایش ضریب لغزش از صفر به ۰/۰۴، در هر کدام از کسر حجمی‌های مورد مطالعه، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و این افزایش در کسر حجمی ۰/۰۴ بیشتر از ۰/۰۲ است. همچنین با افزایش

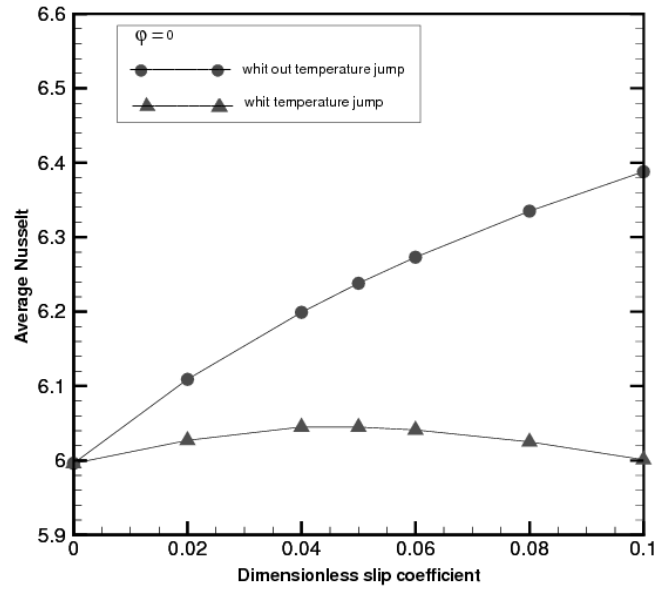


Fig. 13. Average Nusselt number of base fluid versus dimensionless slip coefficient, with and without temperature jump

شکل ۱۳: نمایش عدد ناسلت میانگین بر حسب ضریب لغزش بی‌بعد در حالت پرش دما و عدم پرش دما برای سیال پایه

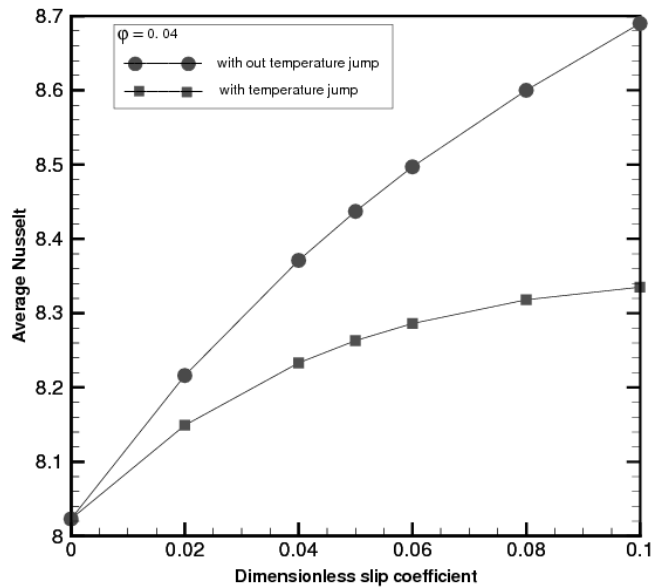


Fig. 14. Average Nusselt number of nanofluid with volume fraction of 0.04 ( $d_p=5\text{nm}$ ) versus dimensionless slip coefficient, with and without temperature jump

شکل ۱۴: نمایش عدد ناسلت میانگین بر حسب ضریب لغزش بی‌بعد در حالت پرش دما و عدم پرش دما برای نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۴ (در قطر ذرات ۵ نانومتر)

این کاهش در تنش برشی بر اثر افزایش قطر نانوذرات در کسر حجمی ۰/۰۴ بیشتر از ۰/۰۲ است.

در شکل ۱۶ نیز مشاهده می‌شود، در هر حالت با افزایش قطر نانوذرات، به علت کاهش سطح انتقال حرارت نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد و این کاهش، در قطرهای کوچک‌تر محسوس‌تر است. همچنین این تغییرات

$C_p$	ظرفیت گرمایی ویژه، J/kg.K
$C_s$	سرعت صوت در شبکه
$d$	قطر، m
$f$	تابع توزیع چگالی، در واحد شبکه
$g$	تابع توزیع دمای بی‌بعد
$Gr^{-1}$	معکوس عدد گراتز
$H$	ارتفاع میکروکانال، m
$k$	ضریب هدایت حرارتی، W/m.K
$K_B$	ثابت بولتزمن، J/K
$L$	طول میکروکانال، m
$M$	جرم مولکولی، kg/kmol
$N$	عدد آوگادرو، molecule/mol
$Nu$	عدد ناسلت
$Pr$	عدد پرانتل
$q''$	شار حرارتی وارد به صفحه پایین، W/m <sup>2</sup>
$Re$	عدد رینولدز
$Re_d$	عدد رینولدز بر مبنای قطر هیدرولیکی
$Re_s$	عدد رینولدز ویژه
$t$	زمان در واحد شبکه
$T$	دما، K
$u$	مؤلفه‌ی افقی سرعت، m/s
$\vec{V}$	بردار سرعت ماکروسکوپی، m/s
$x$	مؤلفه‌ی افقی مکان، m
$y$	مؤلفه‌ی عمودی مکان، m

#### علامت یونانی

$\alpha$	ضریب پخش گرمایی، m <sup>2</sup> /s یا در واحد شبکه
$\beta$	طول لغزش، m یا در واحد شبکه
$\gamma$	نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به گرمای ویژه در حجم ثابت
$\theta$	دمای بی‌بعد در محاسبات مربوط به کد نوشته شده
$\theta_{new}$	دمای بی‌بعد در شکل‌های بخش نتایج
$\Theta$	تابع توزیع یک کمیت اسکالر
$\lambda$	فاصله پوشش آزاد میانگین، m
$\mu$	لزجت، Pa.s
$\nu$	لزجت سینماتیکی، m <sup>2</sup> /s
$\pi$	عدد پی

ضریب لغزش از ۰/۰۴ به ۰/۱، در کسر حجمی ۰/۰۲ نیز، در هر قطر عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. اما در کسر حجمی ۰/۰۴، با افزایش ضریب لغزش از ۰/۰۴ به ۰/۱، در قطرهای ۵ تا ۲۰ نانومتر، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و در قطرهای بالاتر از ۲۰ نانومتر، عدد ناسلت متوسط به مقدار جزئی کاهش پیدا می‌کند.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب-آلومینا در یک میکروکانال دو بعدی که صفحه پایین آن تحت شار حرارتی ثابت قرار دارد و صفحه بالایی آن عایق است، در رژیم جریان پیوسته و لغزشی، با در نظر گرفتن اثر پرش دمایی روی دیواره، در عدد رینولدز ۵، با روش شبکه‌ی بولتزمن مورد مطالعه قرار گرفت. نشان داده شد که روش شبکه‌ی بولتزمن می‌تواند چنین مسأله‌ای را با دقت مطلوب شبیه‌سازی کند. طبق نتایج به‌دست آمده مشاهده شد که در شرایط حاکم بر این مسأله و خصوصاً در شرط مرزی شار ثابت، لغزش سرعت با در نظر گرفتن اثر پرش دمایی روی دیواره، برخلاف شرط مرزی دما ثابت در مرجع [۱۸]، نه تنها باعث کاهش عدد ناسلت نمی‌شود، بلکه تا حدودی عدد ناسلت را افزایش می‌دهد. استفاده از سطوح آب‌گریز (با ضریب لغزش ۰/۱)، ضمن ۳۸٪ کاهش تنش برشی میانگین روی دیواره در هر کدام از کسر حجمی‌های مورد مطالعه (در قطر ذرات ۵ نانومتر)، افزایش ۰/۰۸٪، ۱٪ و ۳/۸۹٪ در عدد ناسلت میانگین را، به ترتیب در کسر حجمی‌های صفر، ۰/۰۲ و ۰/۰۴ در پی دارد. بنابراین صرف نظر از جنبه‌های اقتصادی تولید این سطوح، استفاده از آن موجب کاهش توان پمپ مصرفی می‌شود و نه تنها بازدهی انتقال حرارتی میکروکانال را کاهش نمی‌دهد، بلکه تا حدودی باعث افزایش آن خواهد شد. نکته مهم دیگری که از کار حاضر به‌دست آمد این است که اثر پرش دمایی بر عدد ناسلت میانگین در ضرایب لغزش بالاتر و در سیال پایه بیشتر از نانوسیال می‌باشد.

همچنین در این تحقیق اثر تغییر قطر نانوذرات بر عدد ناسلت متوسط و تنش برشی میانگین در کسر حجمی ۰/۰۲ و ۰/۰۴ در ضریب لغزش‌های صفر، ۰/۰۴ و ۰/۱ نشان داده شد. تنش برشی میانگین با کاهش قطر نانوذرات از ۵۰ نانومتر به ۵ نانومتر، در کسر حجمی ۰/۰۲ و ۰/۰۴ به ترتیب حدود ۳۰/۶٪ و ۶۵/۷٪ افزایش می‌یابد. عدد ناسلت میانگین نیز در کسر حجمی ۰/۰۲، و در شرایط عدم لغزش ۹/۵٪ و در ضریب لغزش ۰/۱، ۱۰/۳٪ زیاد می‌شود. در صورتی که در کسر حجمی ۰/۰۴ در شرایط عدم لغزش ۱۸/۵٪ و در ضریب لغزش ۰/۱، ۲۲/۲٪ افزایش می‌یابد.

#### فهرست علائم

$B$	ضریب لغزش بی‌بعد
$Br_q$	عدد بریکمن اصلاح شده
$\vec{C}$	بردار سرعت میکروسکوپی، در واحد شبکه



*Microchannels*, second ed., Elsevier, UK, 2014.

- [5] J. Amani, A.A.A. Aarani, Experimental Study on Heat Transfer and Pressure Drop of TiO<sub>2</sub>- Water Nanofluid, *Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)*, 46(1) (2014) 79-88. (In Persian)
- [6] S.Z. Heris, Z. Edalati, S.H. Noie, The Comparison between Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water and CuO/water nanofluids experimental heat transfer performance inside triangular duct, *Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)*, 47(1) (2015) 91-99. (In Persian)
- [7] Y. Zhou, R. Zhang, I. Staroselsky, H. Chen, W.T. Kim, M.S. Jhon, Simulation of micro- and nano-scale flows via the lattice Boltzmann method, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 362(1) (2006) 68-77.
- [8] Y.T. Yang, F.H. Lai, Lattice Boltzmann simulation of heat transfer and fluid flow in a microchannel with nanofluids, *Heat Mass Transfer*, 47(10) (2011) 1229-1240.
- [9] D.C. Tretheway, C.D. Meinhart, Apparent fluid slip at hydrophobic microchannel walls, *Physics of fluids*, 14(3) (2002) L9-L12.
- [10] G.D. Ngoma, F. Erchiqui, Heat flux and slip effects on liquid flow in a microchannel, *International Journal of Thermal Sciences*, 46(11) (2007) 1076-1083.
- [11] A. Raisi, B. Ghasemi, S. Aminossadati, A numerical study on the forced convection of laminar nanofluid in a microchannel with both slip and no-slip conditions, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 59(2) (2011) 114-129.
- [12] A. Zarghami, M.J. Maghrebi, J. Ghasemi, Simulation of Viscous flows using finite volume method - Lattice Boltzmann, *Mechanical Engineering Majlesi*, 4(2) (2011) 11-19. (In Persian)
- [13] A.A. Mohamad, *Lattice Boltzmann Method*, Springer, New York, 2011.
- [14] H. Hasani, *Simulation of nanofluid free convection heat transfer in an L-shaped enclosure with lattice Boltzmann method*, MSc Thesis of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht-Iran, 2013. (In Persian)
- [15] J. Wang, M. Wang, Z. Li, A lattice Boltzmann algorithm for fluid-solid conjugate heat transfer, *International journal of thermal sciences*, 46(3) (2007) 228-234.
- [16] S. Succi, Mesoscopic modeling of slip motion at fluid-solid interfaces with heterogeneous catalysis, *Physical review letters*, 89(6) (2002) 064502.
- [17] A. D'Orazio, S. Succi, *Boundary conditions for thermal lattice Boltzmann simulations*, in: *International Conference on Computational Science*, Springer, 2003, pp. 977-986.
- [18] A. Karimipour, A.H. Nezhad, A. D'Orazio, M.H. Esfe,

$\rho$	چگالی، kg/m <sup>3</sup>
$\tau$	زمان آسایش در واحد شبکه
$\tau_f$	زمان آسایش تابع توزیع چگالی در واحد شبکه
$\tau_g$	زمان آسایش تابع توزیع دمای بی بعد در واحد شبکه
$\tau_w$	تنش یرشی دیواره، Pa
$\phi$	کسر حجمی
$\Phi$	یک کمیت اسکالر
$\omega$	ضرایب وزنی
$\Omega$	اوپراتور برخورد

#### زیرنویس

<i>avg</i>	میانگین
<i>f</i>	سیال پایه
<i>in</i>	ورودی میکروکانال
<i>k</i>	شمارنده جهت لینک‌های شبکه
<i>m</i>	شمارنده گره آخر در جهت افقی
<i>n</i>	شمارنده گره آخر در جهت عمودی
<i>nf</i>	نانوسیال
<i>p</i>	نانوذرات
<i>w</i>	دیوار

#### بالانویس

eq	تعادلی
*	بی بعد

#### منابع

- [1] A. Akbarinia, M. Abdolzadeh, R. Laur, Critical investigation of heat transfer enhancement using nanofluids in microchannels with slip and non-slip flow regimes, *Applied Thermal Engineering*, 31(4) (2011) 556-565.
- [2] K.C. Toh, X.Y. Chen, J.C. Chai, Numerical computation of fluid flow and heat transfer in microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(26) (2002) 5133-5141.
- [3] A. Ramiar, A.A. Ranjbar, The effect of viscous dissipation and variable properties on nanofluids flow in two dimensional microchannels, *International Journal of Engineering-Transactions A: Basics*, 24(2) (2012) 131-142.
- [4] S.G. Kandlikar, S. Garimella, D. Li, S. Colin, M.R. King, *Heat Transfer and Fluid Flow in Minichannels and*



- (2006) 495-512.
- [24] N.A.C. Sidik, M. Khakbaz, L. Jahanshaloo, S. Samion, A.N. Darus, Simulation of forced convection in a channel with nanofluid by the lattice Boltzmann method, *Nanoscale research letters*, 8(1) (2013) 178.
- [25] P.J. Dellar, Incompressible limits of lattice Boltzmann equations using multiple relaxation times, *Journal of Computational Physics*, 190(2) (2003) 351-370.
- [26] R. Zarita, M. Hachemi, *Microchannel fluid flow and heat transfer by lattice boltzmann method*, (2014).
- [27] H. Hassanzadeh, Modeling heat and mass transfer in laminar forced flow between parallel plates channel imposed to suction or injection, *Iranian Journal of Hydrogen & Fuel Cell*, 2(1) (2015) 35-46.
- [28] R.K. Shah, A.L. London, *Laminar flow forced convection in ducts: a source book for compact heat exchanger analytical data*, Academic press, 2014.
- [29] S. Aminossadati, A. Raisi, B. Ghasemi, Effects of magnetic field on nanofluid forced convection in a partially heated microchannel, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 46(10) (2011) 1373-1382.
- [30] A. Bejan, *Convection Heat Transfer*, Third ed., J. Wiley and Sons, NewYork, 2004.
- [31] F.M. White, *Viscous Fluid Flow*, Third ed., McGraw Hill, NewYork, 2006.
- M.R. Safaei, E. Shirani, Simulation of copper–water nanofluid in a microchannel in slip flow regime using the lattice Boltzmann method, *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 49 (2015) 89-99.
- [19] A. D'Orazio, Z. Nikkhah, A. Karimipour, Simulation of copper–water nanofluid in a microchannel in slip flow regime using the lattice Boltzmann method with heat flux boundary condition, in: *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, 2015, pp. 012029.
- [20] M. Kalteh, A. Abbassi, M. Saffar-Avval, A. Frijns, A. Darhuber, J. Harting, Experimental and numerical investigation of nanofluid forced convection inside a wide microchannel heat sink, *Applied Thermal Engineering*, 36 (2012) 260-268.
- [21] M. Corcione, Heat transfer features of buoyancy-driven nanofluids inside rectangular enclosures differentially heated at the sidewalls, *International Journal of Thermal Sciences*, 49(9) (2010) 1536-1546.
- [22] C.H. Chon, K.D. Kihm, S.P. Lee, S.U. Choi, Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) thermal conductivity enhancement, *Applied Physics Letters*, 87(15) (2005) 153107.
- [23] O. Aydın, M. Avci, Viscous-dissipation effects on the heat transfer in a Poiseuille flow, *Applied Energy*, 83(5)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

A. Alipour Lalami, M. Kalteh, Investigation of the Effect of Velocity Slip and Temperature Jump on the Heat Transfer of Nanofluid in a Microchannel Under Constant Heat Flux with Lattice Boltzmann Method, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(2) (2018) 255-270.  
DOI: 10.22060/mej.2016.857



