

شکست ترد در نمونه‌های پلیمری دارای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مرکب فشاری- برشی

مجیدرضا آیت‌اللهی^{۱*}، علیرضا ترابی^۲، حمیدرضا مجیدی^۱

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

^۲ دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۸ آذر ۱۳۹۵
بازنگری: ۱۱ اسفند ۱۳۹۵
پذیرش: ۱۵ اسفند ۱۳۹۵
ارائه آنلاین: ۲۱ اسفند ۱۳۹۵

کلمات کلیدی:

شیار کلیدی شکل
پلی‌استایرن
بارگذاری ترکیبی مود I/II
شکست ترد
چگالی انرژی کرنشی

چکیده: شکست ترد پلی‌استایرن تحت بارگذاری فشاری- برشی با استفاده از نمونه دیسک برزلی دارای شیار کلیدی شکل به صورت تجربی و نظری مورد بررسی قرار گرفته است. نمونه‌های شیاردار توسط پارامترهای مختلف هندسی، یعنی طول و شعاع نوک شیار مشخص شده است. دو مدل پیش‌بینی مبتنی بر انرژی، یعنی معیار چگالی انرژی کرنشی متوسط و چگالی انرژی کرنشی متوسط براساس مفهوم ضرایب معادل به منظور پیش‌بینی مقادیر بار شکست تجربی قطعات پلی‌استایرنی آزمایش شده ارائه شده است. به منظور مقایسه کلی، نتایج تجربی و نظری مقادیر بار شکست برحسب شعاع نوک شیار برای هر حالت رسم شده است. علاوه بر این، تجزیه و تحلیل‌های مبتنی بر حل اجزا محدود و همچنین مشاهدات تجربی نشان دادند که اگرچه شکست ترد در نمونه‌های تجربی تحت بار فشاری- برشی از سمت نیروی اعمالی در شیار رخ می‌دهد ولی همواره خط نیمساز شیار و سمت دیگر شیار تحت تنش‌های فشاری می‌باشد. در واقع این رخداد بیانگر مفهوم بارگذاری فشاری- برشی می‌باشد. در نهایت، نشان داده شده است که تطابق خوبی بین نتایج بار شکست تجربی و مقادیر پیش‌بینی‌های نظری با استفاده از معیارهای مبتنی بر انرژی کرنشی وجود دارد.

۱- مقدمه

جوانه‌زنی و رشد ترک در قطعات و سازه‌های مهندسی تحت بار امری اجتناب‌ناپذیر است که در نهایت منجر به شکست و آسیب در آن‌ها می‌شود. بررسی شکست یا واماندگی سازه‌های تحت بارگذاری بر عهده علم مکانیک شکست می‌باشد. در اغلب قطعات صنعتی، آسیب‌های ناشی از بارگذاری‌های دینامیکی و خستگی عامل اصلی خرابی هستند. در واقع وجود ترک در این قطعات میزان بارپذیری را کاهش و سبب تضعیف آن‌ها می‌شود. پیدایش خرابی در بسیاری از سازه‌های مهندسی نظیر مخازن و لوله‌های نفتی، سازه‌های دریایی و سازه‌های هوایی محققین را بر این داشته است تا پژوهش‌های علمی خود را معطوف به حوزه مکانیک شکست کنند. شناسایی این ترک‌ها می‌تواند در جلوگیری و یا کاهش خرابی‌های ناشی از آن نقش به‌سزایی داشته باشد؛ لذا بررسی و پیش‌بینی بار شکست قطعات ترک‌دار از اهمیت بالقوه‌ای برخوردار است. از این‌رو تاکنون تحقیقات بسیاری راجع به استحکام قطعات و سازه‌های ترک‌دار تحت بارگذاری‌های مختلف خصوصاً بارگذاری‌های ارتعاشاتی، دینامیکی و خستگی صورت گرفته است [۱-۳]. ترک‌ها اغلب در سازه‌ها و قطعات ترد و یا شبه‌ترد نظیر سنگ، گرافیت، سرامیک، بتن، مواد فلزی استحکام بالا و ... تحت بارگذاری‌های مختلف پدید می‌آید و در نهایت شکست ترد در آن‌ها رخ می‌دهد. در واقع ترک در

ماده ترد بدون هشدار قبلی ایجاد و با یک رشد ناگهانی، در نهایت منجر به شکست نهایی می‌شود؛ لذا بسیاری از محققین در این حوزه تحقیقات خود را معطوف به حوزه شکست قطعات ترد کرده‌اند [۴-۷].

شیارها عمدتاً به واسطه ضرورت‌های طراحی و یا تعمیر در قطعات ترک‌دار و یا آسیب‌دیده ایجاد می‌شوند و از آنجایی که تمرکز تنش بالا در مرز شیارها اغلب محیطی مستعد برای جوانه‌زنی و رشد ترک می‌باشند؛ بنابراین این احتمال وجود دارد تا قطعات زودتر از رسیدن به مقدار بار نامی خود بشکنند. از این‌رو در دو دهه اخیر گرایش جدیدی با عنوان مکانیک شکست شیارها^۱ در حوزه علم مکانیک شکست شروع به فعالیت کرد که طبعاً موضوعات آن متمرکز بر پیش‌بینی و بررسی چگونگی شکست در قطعات شیاردار می‌باشد.

روش‌های متعددی به منظور جلوگیری از رشد ترک تحت بارگذاری‌های مختلف وجود دارد و البته جایگزین کردن اجزای آسیب‌دیده امری بسیار پرهزینه می‌باشد. یکی از ساده‌ترین و در دسترس‌ترین روش‌ها برای کاهش مسیر پیشروی ترک استفاده از سوراخ‌های متوقف‌کننده^۲ می‌باشد [۸]. در این روش حالت تکنیکی تنش در نوک ترک از بین رفته و در نتیجه تمرکز تنش در اطراف نوک ترک به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد. استفاده از روش

1 Notch fracture mechanics (NFM)

2 Stop hole drilling

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.ayat@iust.ac.ir

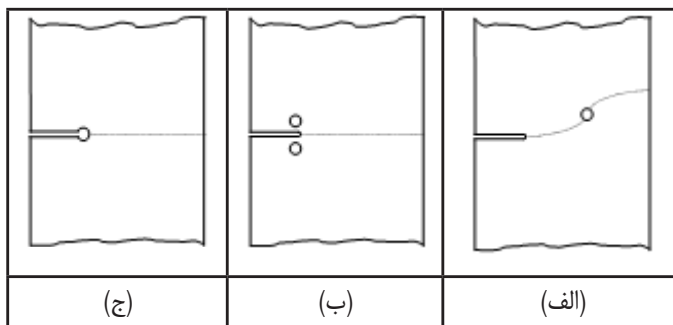


Fig.1. Types of stop hole drilling (a) crack deflecting hole (b) crack flank holes (c) crack tip hole

شکل ۱: انواع سوراخ متوقف کننده (الف) سوراخ منحرف کننده ترک (ب) سوراخ‌های دوطرف ترک (ج) سوراخ نوک ترک

سوراخ متوقف کننده سه حالت دارد که عبارتند از سوراخ نوک ترک، سوراخ دو طرف ترک و سوراخ منحرف کننده ترک. شکل ۱ هر سه روش سوراخ متوقف کننده را نشان می‌دهد [۸].

شاید کاربردی‌ترین روش در میان روش‌های مذکور استفاده از سوراخ نوک ترک باشد؛ چرا که در این روش موقعیت نوک ترک مشخص می‌باشد؛ بنابراین می‌توان با سوراخ کاری مجدد آن، فرایند رشد ترک را متوقف کرد. در واقع استفاده از این روش باعث می‌شود تا ترک برای رشد مجدد نیاز به جوانه زنی مجدد از لبه سوراخ داشته باشد [۸]. همانطور که پیشتر نیز بیان شد شیارها گاهی به دلیل تعمیر در قطعات ترک دار و یا آسیب دیده ایجاد می‌شوند؛ اما خیلی از اوقات بعضی از انواع شیارها در عمل از تعمیر شیار دیگری که در نوک آن‌ها ترک به وجود آمده، ایجاد می‌شوند. برای نمونه می‌توان به حالتی اشاره کرد که در آن ترک در نوک شیار U شکل شروع به رشد کند و از طرفی نسبت اندازه شعاع نوک شیار به طول ترک ایجاد شده کمتر از یک باشد، آنگاه معمول‌ترین روش جهت تعمیر این نوع شیار این است که محدوده ایجاد شده ترک را با ایجاد سوراخی با شعاعی به اندازه طول ترک از میان می‌برند که در نتیجه شیاری جدید موسوم به شیار کلیدی شکل ۱ به دست می‌آید [۹]. شکل ۲ این مفهوم را به خوبی نشان می‌دهد. البته همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، در واقع سوراخ متوقف کننده نوک ترک همان شیار کلیدی شکل می‌باشد. مهار رشد ترک به کمک شیار کلیدی شکل به علت دسترسی آسان و کم هزینه بودن در صنایع کشتی سازی، هوایی، راه سازی و خطوط ریلی کاربردهای بسیاری دارد. همچنین پیشتر، چگونگی اعمال این روش تعمیراتی پر کاربرد بر روی سازه‌های فلزی فلزی آسیب دیده توسط میکی^۲ بررسی شده است [۱۰]. امروزه استفاده از شیار کلیدی شکل به علت محدودیت مکانی در ایجاد شیار جدید در قطعات حساس جهت تعمیر ترک افزایش یافته است و اخیراً تحقیقات بسیاری در این زمینه صورت گرفته است [۹ و ۱۱-۱۲].

معیار چگالی انرژی کرنشی^۳ به عنوان یکی از معیارهای بسیار شناخته

- 1 Key-hole notch
- 2 Miki
- 3 Strain energy density (SED)

شده در زمینه مکانیک شکست شیارها می‌باشد. سیه^۴ برای نمونه‌های ترک دار ضریب چگالی انرژی کرنشی^۵ را تعریف کرد [۱۳]. مطابق با یافته‌های سیه، شکست در قطعات ترد ترک دار هنگامی پدید می‌آید که مقدار ضریب چگالی انرژی کرنشی به یک مقدار بحرانی برسد [۱۳]. اگرچه سیه معیار خود را برای قطعات ترک دار بیان کرده بود اما شروع خوبی بود تا دیگر محققان، این معیار را برای قطعات شیاردار گسترش دهند. از این رو به منظور محاسبه ظرفیت شکست در قطعات ترد شیاردار تحت بارگذاری، مفهوم چگالی انرژی کرنشی برای انواع شیارها با در نظر گرفتن مقدار متوسطی از چگالی انرژی کرنشی در یک حجم کنترل مشخصی از نوک شیار صورت گرفت [۱۸-۱۴]. برای نمونه می‌توان به تحقیقاتی که ترابی و برتو به منظور پیش بینی مقادیر بار شکست برای نمونه‌های دیسک برزیلی از جنس گرافیت و حاوی شیار U شکل تحت بارگذاری‌های مختلف انجام داده بودند، اشاره کرد [۱۹ و ۲۰]. تاکنون معیار چگالی انرژی کرنشی بر روی نمونه‌های مختلفی از لحاظ هندسه شیار، جنس و همچنین مودهای مختلف بارگذاری صورت گرفته است؛ اما در میان انواع مختلف بارگذاری، مود کششی خاص و مود ترکیبی به علت کاربردهای عملی و گسترده‌ای که دارند، بیشتر مورد توجه محققان بوده است.

همچنین تا به امروز معیارهای مختلفی جهت ارزیابی شکست ترد در قطعات شیاردار معرفی شده است که معیارهای تنش محیطی بیشینه^۶ و تنش متوسط^۷ [۲۱ و ۲۲] مدل ناحیه چسبناک^۸ [۲۳-۲۵]، انتگرال J^۹ [۲۶-۲۹] و همچنین معیار فواصل بحرانی^{۱۰} [۳۰-۳۲] از مهم‌ترین آن‌ها هستند.

کولمر^{۱۱} و ریچارد [۳۳]، شکست ترد را در نمونه‌هایی از جنس پلکسی را که دارای شیار کلیدی شکل بودند، تحت بارگذاری کششی بررسی کردند. آن‌ها در آزمایش‌های خود از نمونه‌های شیاردار برشی کششی فشرده^{۱۲} به منظور اندازه گیری میزان بار شکست استفاده کردند و در نهایت به کمک معیارهای شکست ترد تنش پایه‌ای^{۱۳} شکست در نمونه‌های آزمایش شده را ارزیابی کردند [۳۳]. در پژوهش دیگری لازارین^{۱۴} و همکاران، شکست ترد را در نمونه‌های مستطیلی حاوی شیار کلیدی شکل و از جنس گرافیت، تحت بارگذاری مود ترکیبی برشی کششی بررسی کردند [۱۱]. آن‌ها آزمایش‌های خود را به ازای شعاع‌های مختلفی از نوک شیار انجام دادند و در نهایت مقادیر بار شکست را به کمک معیار چگالی انرژی کرنشی پیش بینی کردند [۱۱]. در پژوهش دیگری، ترابی و پیرهادی [۱۲] با ارائه دو معیار تنش پایه‌ای

- 4 Sih
- 5 Strain energy density factor (SEDF)
- 6 Maximum tangential stress (MTS)
- 7 Mean stress (MS)
- 8 Cohesive zone model (CZM)
- 9 J-integral
- 10 Theory of critical distances (TCD)
- 11 Kullmer
- 12 Compact-tension-shear-notched specimens (CTSN)
- 13 Stress-based
- 14 Lazzarin

ضرایب معادل، معیار چگالی انرژی کرنشی در مدلی به صورت تقریبی و در قالب یک فرمول بندی جدید از جنس انرژی و همچنین تحلیل تنش بر پایه یک ضریب جدید به ازای بارگذاری مود I ارائه شده است. در واقع با برقراری یک رابطه منطقی میان مقادیر تنش محیطی در نوک شیار برای نمونه‌های تحت مود I و نمونه‌های تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II رابطه جدیدی بر پایه مود یک حاصل می‌شود. با اعمال روابط جدید می‌توان از نتایج مقدار چگالی انرژی کرنشی متوسط در نمونه‌های تحت مود کششی خالص، جهت پیش‌بینی مقادیر بار شکست در دیگر نمونه‌های تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II بهره برد. در بخش ۳ معیار چگالی انرژی کرنشی و همچنین معیار پیشنهادی موسوم به مفهوم ضرایب معادل در قالب یک سری روابط عددی برای شیارهای کلیدی شکل ارائه می‌شوند. از این رو در این پژوهش کلیه مقادیر بار شکست برای کل نمونه‌ها، بر مبنای دو مدل پیش‌بینی براساس چگالی انرژی کرنشی محاسبه می‌شوند.

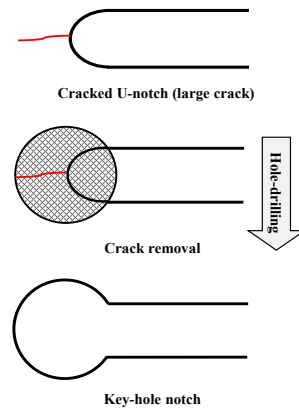


Fig. 2. Hole-drilling method for removing cracks emanating from a U-notch border

شکل ۲: روش سوراخ کاری برای از بین بردن ترک شروع شده از مرز شیار U شکل

۲- بررسی نتایج تجربی گزارش شده

در این پژوهش، شکست ترد برای نمونه‌های دیسک برزلی دارای شیار کلیدی شکل^۷ و از جنس پلی‌استایرن تحت زوایای مختلف بارگذاری مود ترکیبی I/II همراه با شرایط مود I منفی ارزیابی شده است. در کل ۸۴ آزمایش جدید توسط نویسندگان این مقاله به ازای نسبت‌های متفاوت طولی و شعاع‌های مختلفی از نوک شیار در دمای اتاق انجام شده است و کلیه داده‌های تجربی در مرجع [۹] گزارش شده است. به منظور ارزیابی دقت معیارهای پیشنهادی، از نتایج آزمایشگاهی مذکور استفاده شده است. جزئیات عملیات تجربی شامل مشخصات ماده، نمونه استفاده شده و شرایط آزمایشگاهی به تفصیل در ادامه این بخش ارائه می‌گردد.

۲-۱ ماده و نمونه آزمایش شده

ماده استفاده شده در این کار آزمایشگاهی نوعی از پلی‌استایرن ترد تحت عنوان پلی‌استایرن با هدف مصارف عمومی^۸ می‌باشد. این نوع از پلی‌استایرن، سطح براقی دارد و در برابر آب بسیار مقاوم است. همچنین این ماده یک ترموپلاستیک سفت و سخت و البته بسیار شکننده است. پلی‌استایرن کاربردهای گسترده‌ای در بسیاری از صنایع مانند ساخت و ساز ساختمان، تجهیزات فناوری اطلاعات و محصولات پزشکی دارد. خواص مکانیکی این ماده شامل مدول الاستیسیته، تنش کششی نهایی، ضریب پواسون و چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای با استفاده از استانداردهای ASTM^۹ تعیین شدند [۳۷-۳۴]. جدول ۱ خواص مکانیکی ماده مورد آزمایش را ارائه می‌دهد [۹].

به نام‌های تنش محیطی بیشینه شیار کلیدی شکل^۱ و تنش میانگین شیار کلیدی شکل^۲، داده‌های تجربی شکست نمونه‌های آزمایش شده در مرجع [۱۱] را با دقت بالایی پیش‌بینی کردند. آن‌ها روابط نظری را جهت محاسبه مقادیر چقرمگی شکست و در قالب یک سری رابطه جدید ارائه و در نهایت نتایج حاصل از این معیارها را در قالب منحنی‌های چقرمگی شکست^۳ و زاویه شروع شکست رسم کردند. در نهایت، مقایسه نتایج تجربی با نتایج پیش‌بینی شده نشان داد که دقت کلی هر دو معیار مبتنی بر تنش برای پیش‌بینی مقادیر چقرمگی شکست قابل قبول است [۱۲].

ترابی و همکاران در پژوهش تجربی دیگری، نمونه‌های دیسک برزلی دارای شیار دمبلی شکل^۴ (که در اصل از اتصال دو شیار کلیدی شکل حاصل می‌شود) و از جنس پلی‌استایرن را تحت بارگذاری فشاری-برشی آزمایش کردند [۹]. آن‌ها برای پیش‌بینی مقادیر بار شکست از مفاهیم اساسی معیارهای تنش محیطی بیشینه و تنش متوسط بهره بردند و بدین ترتیب در مجموع چهار مدل پیش‌بینی مبتنی بر تحلیل‌های تنش صورت دادند و در نهایت مقادیر پیش‌بینی نتایج بار شکست تجربی را در قالب نمودار و جدول ارائه دادند. همچنین به کمک نتایج تحلیل اجزا محدود نشان دادند که اگرچه شیار تحت بارگذاری با شرایط مود I منفی^۵ می‌باشد ولی شکست بر اثر تنش‌های کششی در اطراف مرز شیار رخ می‌دهد [۹].

در پژوهش حاضر، به منظور پیش‌بینی مقادیر بار شکست تجربی نمونه‌های شیاردار آزمایش شده در مرجع [۹]، علاوه بر استفاده از معیار چگالی انرژی کرنشی، روش دیگری در قالب یک معیار پیشنهادی به نام مفهوم ضرایب معادل^۶ بر پایه معیار اصلی گسترش داده شده است. در روش

- 1 Key-hole notch maximum tangential stress
- 2 Key-hole notch mean stress
- 3 Fracture toughness
- 4 Dumbbell-shaped notch
- 5 Negative mode I condition
- 6 Equivalent factor concept

- 7 Key-hole notched rectangular graphite plates
- 8 General purpose-Polystyrene (GPPS)
- 9 American society for testing and materials (ASTM)

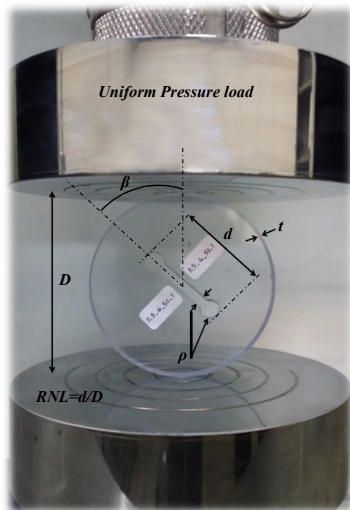


Fig. 3. A Key-hole notched Brazilian Disk specimen under compressive-shear loading

شکل ۳: نمونه دیسک برزیلی حاوی شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری فشاری-برشی

به منظور درک بهتر از مفاهیم شرایط مود I منفی، مود I مثبت و همچنین نحوه محاسبه زاویه بارگذاری برشی خالص، تعدادی حل اجزا محدود برای مشخصه‌های هندسی $\rho = 2 \text{ mm}$ ، $RNL = 0/3$ و $RNL = 0/5$ ، $\rho = 2 \text{ mm}$ به ازای زوایای بارگذاری مختلف و بارگذاری ثابت دلخواه (در کلیه این محاسبات این مقدار دلخواه ۱۰۰۰ نیوتن در نظر گرفته شد) صورت گرفته است. در گام بعدی مقادیر بیشینه تنش محیطی بر روی خط نیمساز شیار به ازای هر زاویه بارگذاری گزارش شده است؛ در پایان نمودارهایی برحسب مقادیر بیشینه تنش محیطی در مقابل تغییرات زاویه بارگذاری رسم شده است. شکل ۴ چگونگی روند تغییرات تنش محیطی بیشینه بر روی خط نیمساز شیار در مقابل تغییرات زاویه بارگذاری را نشان می‌دهد؛ به علاوه، به کمک این نمودارها می‌توان مقادیر دقیق زاویه برشی خالص را با یک میان‌یابی ساده محاسبه و گزارش کرد که البته این مقادیر پیشتر در مرجع [۹] گزارش شده است؛ اما، هیچگونه توضیح دقیقی راجع به چگونگی محاسبات آن در این مرجع ارائه نشده بود، از این رو در اینجا به صورت کامل به آن اشاره گردید.

به منظور انجام آزمایش‌های شکست ترد بر روی نمونه‌های مربوطه تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II با شرایط مود I منفی، ابتدا باید مقدار β_{II} مشخص شود. در نهایت مقدار β_{II} برای حالات $RNL = 0/3$ و $RNL = 0/5$ به ترتیب برابر با $29/5$ و $24/5$ به دست آمدند که البته این مقادیر در شکل ۴ به وضوح مشخص می‌باشد. علاوه بر این‌ها شکل ۴ مفهوم بارگذاری مود ترکیبی با شرایط مود I مثبت و همچنین مود I منفی را به خوبی نشان می‌دهند. همانطور که مشخص است، مقادیر بیشتری از زوایای بارگذاری در نمونه دیسک برزیلی شیاردار تحت بارگذاری مرکب با شرایط مود I منفی قرار می‌گیرد. در واقع شرایط مود I منفی بیانگر منفی بودن مقادیر تنش محیطی بر روی خط نیمساز شیار است و متقابلاً هنگامی که مقادیر تنش

۲-۲- نمونه‌های تجربی آزمایش شده

شکل ۳ دیسک برزیلی دارای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II همراه با شرایط مود I منفی یا به عبارت دیگر بارگذاری فشاری-برشی را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، پارامترهای P و t, D, d, β, ρ به ترتیب بیانگر شعاع نوک شیار، زاویه بین جهت بار اعمالی و خط نیمساز شیار، طول شیار، قطر دیسک، ضخامت دیسک برزیلی و بار اعمالی می‌باشد. علاوه بر این پارامتر ρ بیانگر فاصله بین دو پایه موازی شیار نیز می‌باشد. قطر و ضخامت دیسک به ترتیب برابر با 80 و $7/8$ میلی‌متر هستند. طول شیار در دو حالت شامل 24 و 40 میلی‌متر در نظر گرفته شده است؛ بنابراین، نسبت طولی شیار مربوطه 1 (RNL) به ترتیب برابر با $0/3$ و $0/5$ به دست می‌آید. سه شعاع $1, 2$ و 4 برای نمونه‌هایی با $RNL = 0/3$ در نظر گرفته شده است؛ درحالی که مقادیر شعاع شیار برای حالت‌های $RNL = 0/5$ برابر با $1, 2, 4$ و 6 میلی‌متر می‌باشد [۹]. مطابق با شکل ۳ هنگامی که زاویه بار اعمالی P در راستای خط نیمساز شیار باشد آنگاه شیار تحت بارگذاری کششی خالص قرار می‌گیرد. در این وضعیت مقادیر تنش محیطی بر روی خط نیمساز شیار مثبت است که در واقع این نکته بیانگر این است که شیار کلیدی شکل فقط مود I کششی خالص را تجربه می‌کند. اگر

جدول ۱: خواص مکانیکی [۹]

Table 1. Mechanical properties [9]

مقادیر	خواص مکانیکی
۳۱۰۰	مدول الاستیسیته، MPa
۰/۳	ضریب پواسون
۳۰	استحکام کششی نهایی، MPa
۱/۴	چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای، $\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$
۶۸	استحکام فشاری نهایی، MPa

زاویه β به تدریج از صفر افزایش یابد، آنگاه شرایط بارگذاری از مود I خالص به سمت مود ترکیبی I/II با شرایط مود I مثبت تغییر می‌کند؛ تا این که به مود برشی خالص برسد. زاویه β_{II} زاویه‌ای است که در آن دیسک شیاردار فقط مود II خالص را تجربه می‌کند. اندازه زاویه β_{II} همواره کمتر از 90 درجه و وابسته به نسبت RNL است.

این نکته پیشتر در پژوهش‌های گسترده‌ای که توسط محققان انجام شده بود به اثبات رسیده است [۲۲ و ۳۸]. چنانچه زاویه β رفته‌رفته از مقدار β_{II} افزایش یابد، آنگاه نوع بارگذاری از مود II به سمت بارگذاری مود ترکیبی با شرایط مود I منفی تغییر می‌کند؛ بنابراین در محدوده زاویه‌های $0 \leq \beta \leq \beta_{II}$ ، شیار تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II با شرایط مود I مثبت و برای حالتی که شیار در $90^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ باشد، آنگاه شیار تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II با شرایط مود I منفی قرار خواهد گرفت [۹].

1 Relative notch length (RNL)

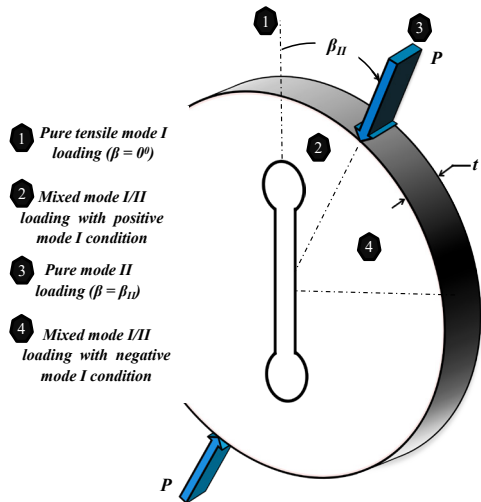


Fig. 5. Four cases of loading conditions for the Key-BD specimen

شکل ۵: چهار حالت از شرایط بارگذاری برای نمونه دیسک برزلی حاوی شیار کلبیدی شکل

۳-۲- شرح شرایط و عملیات آزمایشگاهی

سه مقدار مختلف از زاویه بارگذاری یعنی مقادیر ۳۰، ۵۰ و ۷۰ درجه را برای انجام آزمایش‌های شکست مود ترکیبی I/II بر روی نمونه‌های مذکور تحت شرایط مود I منفی در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور اعمال شرایط بارگذاری استاتیکی در کلیه آزمایش‌ها، سرعت حرکت فک دستگاه یونیورسال ۱ میلی‌متر بر دقیقه در نظر گرفته شده است. برای اطمینان از درستی نتایج آزمایش‌ها، به ازای هر حالت هندسی و زاویه بارگذاری، هر نمونه ۳ مرتبه ساخته شده است. همچنین برای تولید نمونه‌های آزمایشگاهی از ورق پلی‌استیرنی با ضخامت ۷/۸ میلی‌متر، از دستگاه برش آب استفاده شده است. در مجموع ۸۴ آزمایش شکست ترد تحت شرایط جابه‌جایی کنترل صورت گرفت [۹]. شکل ۶ الگوی شکست تعدادی از نمونه‌ها بعد از انجام آزمایش‌های شکست به همراه راستای اعمال بارگذاری را نشان می‌دهد. همچنین مشاهدات آزمایشگاهی مطابق با شکل ۶ نشان می‌دهد که شکست در کل نمونه‌های شیاردار از ناحیه سمت نیروی اعمالی شروع می‌شود. همچنین در ادامه با توجه به نتایج حل اجزا محدود نشان داده خواهد شد که مقادیر تنش در نیمساز شیار منفی است؛ از این رو شیار در کل نمونه‌های آزمایش شده

تحت زاوای بارگذاری مود ترکیبی، شکستی از نوع فشار-برش را تجربه می‌کند. نتایج بار شکست تجربی برای کل نمونه‌های آزمایش شده و به ازای مقادیر مختلف زاویه بارگذاری، شعاع نوک شیار و دو مقدار نسبت طولی در جدول ۲ آمده است. همانطور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، هر نمونه با یک مشخصه هندسی مانند $RNL-p-\beta$ مشخص می‌شود. برای مثال، مشخصه ۳۰-۱-۵/۰ بیانگر نمونه‌ای است که دارای نسبت RNL برابر با ۵/۰ و شعاع نوک شیار ۱ میلی‌متری است که تحت زاویه بارگذاری ۳۰ درجه می‌باشد. در جدول ۲، P_1 نشان‌دهنده بار شکست برای تکرار سه بار

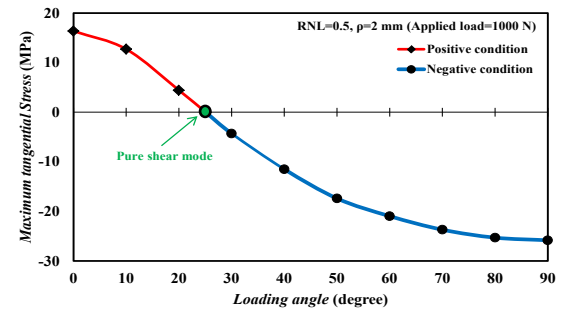
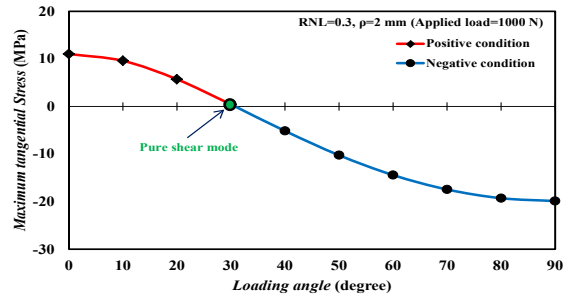


Fig. 4. Variation of the circumferential stress values along the bisector line versus the loading angle

شکل ۴: تغییرات مقادیر تنش محیطی بیشینه بر روی خط نیمساز شیار برحسب زاوای بارگذاری

محیطی در خط نیمساز شیار مثبت باشد، آنگاه شیار تحت شرایط مود I مثبت می‌باشد.

با توجه به محدوده زاوای بارگذاری به دست آمده از تحلیل‌های اجزا محدود برای شرایط مود I منفی و مثبت، سه مقدار مختلف از زاوای بارگذاری یعنی مقادیر ۳۰، ۵۰ و ۷۰ درجه به منظور انجام آزمایش‌های شکست مود ترکیبی I/II با شرایط مود I منفی بر روی نمونه‌های تجربی در نظر گرفته شده است؛ بنابراین با توجه به توضیحات مذکور و نمودارهای شکل ۴ این نتیجه گرفته می‌شود که در واقع چهار حالت از شرایط بارگذاری در نمونه‌های دیسک برزلی شیاردار تحت بارگذاری فشاری رخ می‌دهد که عبارتند از:

- (۱) اگر زاویه بارگذاری β برابر با صفر باشد، آنگاه نمونه مود کششی خالص را تجربه خواهد کرد.
- (۲) اگر زاویه β از مقدار صفر تا β_{II} افزایش یابد، آنگاه شرایط بارگذاری به سمت حالت مود ترکیبی I/II با شرایط مود I مثبت تغییر می‌یابد.
- (۳) حال اگر زاویه بارگذاری به مقدار مشخص β_{II} برسد، نمونه فقط مود برشی خالص را تجربه خواهد کرد.
- (۴) در نهایت اگر زاویه بارگذاری از مقدار β_{II} تا ۹۰ درجه افزایش یابد، آنگاه شرایط بارگذاری از حالت مود برشی خالص به سمت حالت بارگذاری ترکیبی I/II با شرایط مود I منفی حرکت خواهد کرد. توضیحات مذکور در شکل ۵ به صورت شماتیکی نمایش داده شده است.

جدول ۲: خلاصه نتایج تجربی بار شکست برای نمونه‌های پلی‌استایرنی شیاردار گزارش شده در مرجع [۹]

Table 2. Summary of the test results for the notched GPPS specimen reported in Ref [9]

$P_{av.}, N$	P_3, N	P_2, N	P_1, N	$\beta-\rho-d/D$
۴۹۵۴	۵۲۶۸	۴۸۰۱	۴۷۹۳	۰-۱-۰/۳
۳۹۴۶	۳۸۸۸	۳۹۰۰	۴۰۴۹	۳۰-۱-۰/۳
۳۲۰۸	۳۳۳۰	۳۲۷۹	۳۰۱۴	۵۰-۱-۰/۳
۴۱۸۶	۳۹۵۰	۴۱۸۰	۴۴۲۹	۷۰-۱-۰/۳
۴۹۶۴	۵۱۱۷	۴۷۹۷	۴۹۷۷	۰-۲-۰/۳
۴۲۰۹	۴۰۸۰	۴۳۵۹	۴۱۸۸	۳۰-۲-۰/۳
۳۸۶۷	۳۶۱۲	۴۲۰۰	۳۷۹۰	۵۰-۲-۰/۳
۴۴۷۰	۴۳۶۷	۴۲۰۰	۴۸۴۲	۷۰-۲-۰/۳
۴۶۵۵	۴۶۲۵	۴۶۵۴	۴۶۸۷	۰-۴-۰/۳
۴۵۹۳	۴۵۲۱	۴۶۹۸	۴۵۶۰	۳۰-۴-۰/۳
۴۳۶۴	۴۱۲۹	۴۷۴۴	۴۲۲۰	۵۰-۴-۰/۳
۴۴۵۷	۴۲۵۶	۴۲۷۴	۴۸۴۲	۷۰-۴-۰/۳
۳۴۱۵	۳۵۹۰	۳۴۸۰	۳۱۷۵	۰-۱-۰/۵
۱۹۱۷	۱۹۰۸	۲۰۷۷	۱۷۶۷	۳۰-۱-۰/۵
۲۴۵۹	۲۴۹۳	۲۶۵۵	۲۲۲۸	۵۰-۱-۰/۵
۳۸۷۵	۴۱۰۲	۳۸۰۸	۳۷۱۵	۷۰-۱-۰/۵
۳۱۵۲	۳۱۶۰	۳۲۸۵	۳۰۱۱	۰-۲-۰/۵
۲۲۹۹	۲۲۷۷	۲۳۳۲	۲۲۸۹	۳۰-۲-۰/۵
۲۶۳۷	۲۶۸۶	۲۶۸۸	۲۵۳۷	۵۰-۲-۰/۵
۳۳۷۴	۳۱۸۳	۳۳۳۳	۳۶۰۶	۷۰-۲-۰/۵
۳۰۵۵	۲۸۹۹	۳۱۲۰	۳۱۴۵	۰-۴-۰/۵
۲۷۱۸	۲۸۲۸	۲۵۵۷	۲۷۶۸	۳۰-۴-۰/۵
۲۶۲۹	۲۸۰۷	۲۵۹۰	۲۴۹۱	۵۰-۴-۰/۵
۲۹۸۰	۳۰۱۰	۲۹۲۵	۳۰۰۵	۷۰-۴-۰/۵
۲۸۰۲	۲۹۵۰	۲۷۳۳	۲۷۲۲	۰-۶-۰/۵
۲۸۴۷	۲۸۷۹	۲۸۴۵	۲۸۱۷	۳۰-۶-۰/۵
۲۵۶۰	۲۷۰۷	۲۵۱۴	۲۴۶۴	۵۰-۶-۰/۵
۲۹۳۴	۲۹۷۵	۳۱۰۸	۲۷۲۰	۷۰-۶-۰/۵

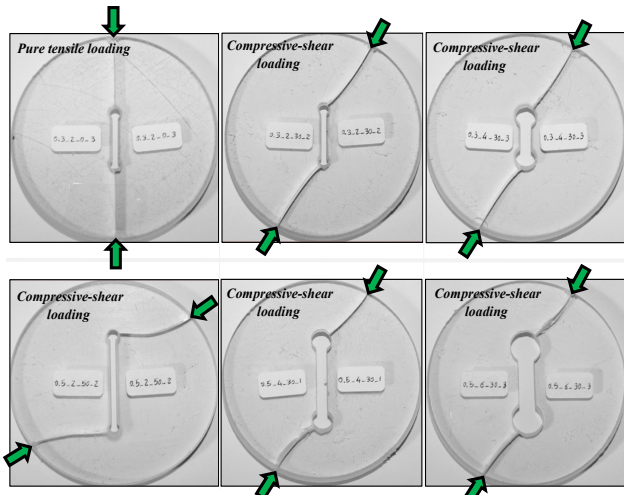


Fig. 6. Some of the tested specimens after fracture
شکل ۶: تعدادی از نمونه‌های آزمایش شده بعد از شکست

چگالی انرژی کرنشی به نام‌های چگالی انرژی کرنشی میانگین^۱ و چگالی انرژی کرنشی مبتنی بر مفهوم ضریب معادل^۲ به منظور پیش‌بینی نتایج تجربی که در بخش ۲ ارائه شده بود، به تفصیل توضیح داده شده‌اند.

۳-۱- معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین

در این بخش ابتدا معیار چگالی انرژی کرنشی برای شیارهای کلیدی شکل توضیح داده شده و در ادامه، روش جدید موسوم به چگالی انرژی کرنشی بر پایه مفهوم ضریب مود یک معادل همراه با فرم دقیق معادله‌ای آن ارائه می‌شود. بر طبق معیار چگالی انرژی کرنشی، شکست ترد هنگامی رخ می‌دهد که مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی در یک حجم کنترل مشخصی از نوک شیار به یک مقدار بحرانی یعنی W_{cr} برسد. در واقع مقدار چگالی انرژی کرنشی بحرانی جزء خاص ذاتی ماده آزمایش شده می‌باشد و به هندسه شیار و شرایط بارگذاری بستگی ندارد؛ اما ذکر این نکته ضروری است که اندازه حجم کنترل مشخص در نوک شیار به سه پارامتر ضریب پواسون، چقرمگی شکست و مقدار استحکام نهایی ماده وابسته می‌باشد. حجم کنترل ناحیه بحرانی همواره به صورت یک ناحیه هلالی شکل در نوک شیار به دست می‌آید. شکل ۷ به صورت شماتیکی تصویری از حجم کنترل مربوط به شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود I کششی خالص و همچنین مود ترکیبی I/II را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، مرکز دایره حجم کنترل روی خط شروع شکست شیار قرار می‌گیرد، چرا که در اصل حداکثر تنش‌های محیطی در همین محدوده حجم کنترل هلالی شکل قرار دارند. از آنجا که معیار چگالی انرژی کرنشی به اندازه اجزا وابسته نیست؛ لذا این نکته را می‌توان از مزیت‌های این نظریه نسبت به سایر روش‌ها نظیر روش‌های تنش پایه‌ای به حساب آورد. رابطه (۱) بیانگر اندازه حجم کنترل بحرانی در نوک شیار تحت شرایط کرنش صفحه‌ای می‌باشد [۳۹].

آزمایش‌هاست؛ همچنین P_{av} بیانگر مقدار میانگین سه بار شکست برای هر نمونه می‌باشد. در ادامه این پژوهش، در بخش تحلیل اجزا محدود نشان داده خواهد شد که اگرچه نیمه سمت نیروی اعمالی در نمونه‌های شیاردار در حین آزمایش همواره تنش محیطی کششی را تجربه می‌کند، این در حالی است که نیمه مقابل آن و همچنین خط نیمساز شیار تنش‌های فشاری را تحمل می‌کنند. توضیحات مذکور در واقع بیانگر این است که کل نمونه‌های آزمایش شده تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II با شرایط مود I منفی می‌شکنند.

۳- معیارهای شکست

در این بخش، دو مدل پیش‌بینی شکست ترد مود ترکیبی بر مبنای معیار

- 1 Averaged strain energy density (ASED)
- 2 Equivalent factor concept (EFC)

شناخته شده چگالی انرژی کرنشی می‌باشد با این تفاوت که بر پایه تحلیل تنش‌ها در نوک شیار کلیدی شکل فرمول‌بندی شده است.

برای اولین بار در سال ۲۰۰۹ لازارین و همکاران ایده معادل‌سازی بین مود یک و دیگر مودهای ترکیبی را برای نمونه‌های شیاردار نوک‌گرد ارائه کردند [۱۵]. آنها به کمک توابع تنش و همچنین محاسباتی بر پایه انرژی برای شیارهای U و V شکل نوک‌گرد ضرایب معادل مختلفی را ارائه کردند و در پایان نشان دادند که حجم کنترل هلالی شکل برای حالت مود ترکیبی به صورت صلب است و تنها با تغییر حالت مود بارگذاری، این مقدار هلالی شکل صلب بدون تغییر در اندازه حجم کنترل چرخش می‌کند.

اما در این پژوهش ایده‌های قبلی ساده‌تر شدند و در نهایت با تعریف یک ضریب معادل برای مود یک، برای دیگر حالات بارگذاری مود ترکیبی به منظور پیش‌بینی بار شکست استفاده شد. برای شیارهای کلیدی شکل تحت بارگذاری مود کششی خالص می‌توان رابطه (۵) را به عنوان رابطه‌ای مابین تنش محیطی بیشینه در نوک شیار و چگالی انرژی کرنشی در حجم کنترل مشخص ارائه کرد.

$$W_I = H(R_c, \rho) \frac{(\sigma_{\max(I)})^2}{2E} \quad (5)$$

به طور مشابه می‌توان برای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II رابطه (۶) را ارائه کرد.

$$W_{I/II} = H^*(R_c, \rho) \frac{(\sigma_{\max(I/II)})^2}{2E} \quad (6)$$

در روابط (۵) و (۶)، σ_{\max} در واقع مقادیر تنش محیطی بیشینه در مرز نوک شیار می‌باشد. همچنین ضرایب معادل بارگذاری‌های مود I و مود ترکیبی I/II که به ترتیب به صورت $H(R_c, \rho)$ و $H^*(R_c, \rho)$ معرفی می‌شوند؛ در واقع ضرایب معادل تابع سه مورد شامل هندسه نمونه تحت بارگذاری، ضریب پواسون و همچنین نسبت شعاع حجم کنترل به شعاع نوک شیار و می‌باشند. همانطور که از روابط (۵) و (۶) پیداست، در حقیقت ضرایب H و H^* رابطه‌ای را بین مقادیر تنش محیطی و انرژی کرنشی موجود در حجم کنترل مشخص را ساده‌سازی می‌کند. مقادیر ضرایب معادل بر کل نمونه‌های تحت بارگذاری در این مسأله در جدول ۳ آمده است. مطابق با جدول ۳ مشهود است که تفاوت عددی میان ضرایب معادل H و H^* حدوداً ناچیز است؛ لذا می‌توان از ضریب معادل H به جای ضرایب H^* که البته تعداد به نسبت زیادی هم دارند، استفاده کرد. نکته دیگر اینکه طبق معیار چگالی انرژی کرنشی، شکست در نمونه شیاردار هنگامی رخ می‌دهد که مقدار چگالی انرژی کرنشی میانگین در حجم کنترل مشخص در نوک شیار به مقدار بحرانی خود یعنی W_{cr} برسد؛ بنابراین رابطه (۷) را می‌توان با توجه به نتایج حاصل از روابط (۵) و (۶) به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$W_{cr} = H(R_c, \rho) \frac{(\sigma_{\max}(P_{cr}))^2}{2E} \quad (7)$$

در رابطه (۷)، W_{cr} همان مقدار بحرانی چگالی انرژی کرنشی یعنی 0.145 مگاژول بر مترمکعب می‌باشد. همچنین σ_{\max} مقدار تنش محیطی بیشینه

$$R_c = \frac{(1+\nu)(5-8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_u}\right)^2 \quad (1)$$

در واقع K_{Ic} مقدار چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای، σ_u استحکام نهایی ماده و ν ضریب پواسون ماده می‌باشند. همانطور که در شکل ۷ مشاهده شد، شعاع بیرونی حجم کنترل برابر با R_c+r می‌باشد. مقدار عددی r_0 نیز طبق رابطه (۲) به دست می‌آید [۱۱].

$$r_0 = \frac{q-1}{q} \rho \quad (2)$$

بر طبق رابطه (۲)، ρ شعاع نوک شیار و همچنین q از رابطه (۳) به دست می‌آید؛ بنابراین شعاع بیرونی تابعی از شعاع نوک شیار و زاویه بازشدگی دهانه شیار می‌باشد [۱۱].

$$q = \frac{2\pi - 2\alpha}{\pi} \quad (3)$$

بنابراین طبق روابط (۲) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت که مقدار q و r برای شیارهای کلیدی شکل به ترتیب برابر با 2 و $\rho/2$ می‌باشد. همچنین مقدار بحرانی چگالی انرژی کرنشی نیز از رابطه بلترامی و به شرح زیر به دست می‌آید [۱۱]:

$$W_{cr} = \frac{\sigma_u^2}{2E} \quad (4)$$

بنابراین با توجه به جدول ۱ و بر طبق روابط (۱) و (۴) دو پارامتر مستقل معیار چگالی انرژی کرنشی یعنی شعاع حجم کنترل و چگالی انرژی کرنشی بحرانی برای ماده پلی‌استایرن، به ترتیب برابر با 0.53 میلی‌متر و 0.145 مگاژول بر مترمکعب می‌باشند.

۳-۲- معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین مبتنی بر مفهوم ضرایب معادل
در این بخش معیار چگالی انرژی کرنشی بر پایه مفهوم ضریب مود معادل به عنوان مدل نظریه پیشنهادی و به منظور پیش‌بینی مقادیر بار شکست در نمونه‌های پلی‌استایرنی دارای شیار کلیدی شکل مورد استفاده قرار گرفته است. در واقع این نظریه پیشنهادی، مدلی توسعه‌یافته از معیار

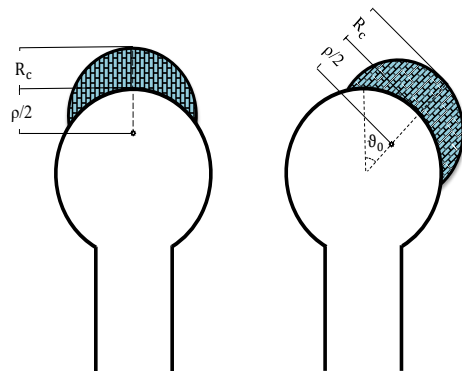


Fig.7. Control volume under mode I and mixed mode loadings for key-hole notched specimens

شکل ۷: حجم کنترل برای نمونه‌های دارای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود I و مود ترکیبی I/II

جدول ۳: مقادیر عددی ضرایب H و H^* برای نمونه‌های آزمایش شده

Table 3. Numerical values of the H and H^* for the tested specimens

RNL- ρ	H	H^*		
		$\beta=30^\circ$	$\beta=50^\circ$	$\beta=70^\circ$
۰/۳-۱	۰/۱۲۶۰	۰/۱۴۰۸	۰/۱۳۹۳	۰/۱۴۷۶
۰/۳-۲	۰/۱۹۱۹	۰/۲۲۲۰	۰/۲۳۴۵	۰/۲۱۷۴
۰/۳-۴	۰/۲۹۴۲	۰/۳۱۳۱	۰/۳۳۵۳	۰/۳۳۶۲
۰/۵-۱	۰/۱۲۵۷	۰/۱۴۴۲	۰/۱۴۰۳	۰/۱۶۰۶
۰/۵-۲	۰/۱۹۸۷	۰/۲۴۰۵	۰/۲۳۹۲	۰/۲۷۶۴
۰/۵-۴	۰/۲۹۶۰	۰/۳۳۵۰	۰/۳۵۱۴	۰/۳۳۶۶
۰/۵-۶	۰/۳۴۷۳	۰/۳۷۵۰	۰/۳۹۷۳	۰/۳۹۶۱

گرفتن شرایط فک، به کمک شرایط مرزی کاملاً بسته شده است تا هیچگونه حرکتی نداشته باشد. نحوه محاسبه بار شکست در نمونه‌های شیاردار به این صورت است که ابتدا باید مرکز حجم کنترل هلالی شکل به دست آید سپس محاسبات عددی با فرض اینکه نمونه تحت بار ۱ نیوتن باشد، انجام می‌شود. در نهایت مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی را به عنوان یک خروجی متداول از نرم‌افزار اجزا محدود در حجم کنترل به ازای بار واحد اعمال شده به نمونه می‌توان گزارش کرد. در پایان بار اعمالی به نمونه آنقدر افزایش می‌یابد تا جایی که مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی در حجم کنترل افزایش یابد و به مقدار بحرانی خود یعنی W_{cr} برسد. به عبارت دیگر بار متناظر با شرایط $W_{cr}=W$ در واقع بار شکست پیش‌بینی شده توسط معیار چگالی انرژی کرنشی می‌باشد. همچنین ذکر این نکته ضروری است که با توجه به اینکه کلیه محاسبات خطی در نظر گرفته شده‌اند؛ لذا می‌توان در محاسبات بار دلخواه اعمال کرد ولی در نهایت باید اثر بار اعمالی را از محاسبات حذف کرد تا بار به صورت یک در نظر گرفته شده باشد.

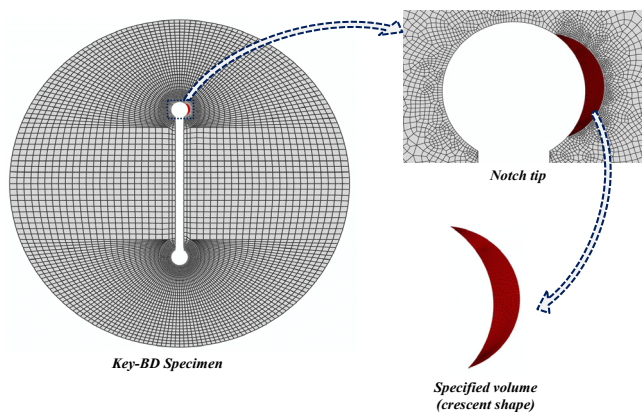


Fig. 8. A Key-BD specimen meshed in finite element software

شکل ۸: نمونه دیسک برزلی دارای شیار کلیدی شکل که در نرم‌افزار اجزا محدود جزءبندی شده است

در مرز شیار برای هر نمونه مورد بررسی فارغ از مود بارگذاری می‌باشد. در تحلیل‌ها با ساده‌سازی رابطه (۷)، رابطه (۸) و در نهایت رابطه (۹) به شرح زیر به دست می‌آیند که عبارتند از:

$$P_{cr} = \frac{1}{t_k} \sqrt{\frac{2EW_{cr}}{H(R_c, \rho)}} \quad (8)$$

$$P_{cr} = \frac{\sigma_{\max(I)}}{t_k} \sqrt{\frac{W_{cr}}{W_I}} \quad (9)$$

در رابطه (۹) نیز t_k در واقع همان نسبت تنش محیطی بیشینه به بار یک نیوتن یعنی $t_k = \sigma_{\max}/1$ N برای هر نمونه می‌باشد؛ چرا که تحلیل‌های اجزا محدود در واقع به ازای اعمال بار واحد محاسبه می‌شوند. روابط بیان شده، نظریه جدید را به صورت کامل ارائه کردند؛ بنابراین با توجه به توضیحات صورت گرفته کاملاً مشخص شد که برای پیش‌بینی بار شکست هیچ‌گونه نیازی به محاسبه مقادیر چگالی انرژی کرنشی برای کل نمونه‌ها نیست و این بدان معنی است که روش جدید ارائه شده در واقع مدلی توسعه‌یافته‌تر از معیار چگالی انرژی کرنشی می‌باشد. یکی از نکات بسیار مهم این است که داده‌های جدول ۳ جدید هستند و به کمک روابط جدید محاسباتی ارائه شده در بخش ۳ یعنی روابط (۵) و (۶) برای داده‌های شکست پلیمری در این مقاله به دست آمده‌اند. در واقع جدول ۳ از این رو ارائه شده است که نشان دهد می‌توان به جای ضرایب معادل مود ترکیبی از ضریب معادل مود کششی خالص بهره برد؛ لذا، این جدول در واقع جزئی ارائه شده در مسیر اثبات معیار پیشنهادی است. از این رو اگر قرار باشد که این معیار بر روی داده‌های جدید دیگری اعمال گردد، هیچگونه نیازی مبنی بر محاسبه مقادیر جدول ۳ و حتی برخی فرمول‌ها نیست و تنها محاسبه مقادیر تنش محیطی بیشینه حول شیار و چگالی انرژی کرنشی مود کششی خالص کافی است تا مقادیر پیش‌بینی بار شکست به کمک رابطه (۹) و به ازای تمامی حالات بارگذاری‌ها به دست آید. کم بودن حجم محاسبات عددی جهت پیش‌بینی مقادیر بار شکست تجربی و همچنین ارائه درصد خطای قابل قبول در پیش‌بینی‌ها از مزیت‌های معیار پیشنهادی به شمار می‌رود. نکته دیگر این که معیار پیشنهادی را می‌توان به نوعی معیاری مبتنی بر انرژی-تنش نیز نامید، چراکه در رابطه (۹) دو نوع مؤلفه یعنی مؤلفه‌های تنش و انرژی وجود دارند؛ ولی از این رو که اساس روش بر مبنای چگالی انرژی کرنشی می‌باشد؛ لذا بهتر است این روش را از دسته معیارهای مبتنی بر انرژی دانست.

۴- حل اجزا محدود

تمامی تحلیل‌های اجزا محدود با استفاده از تحلیل‌های الاستیک خطی در نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس برای هر نمونه صورت گرفته است. شرایط بارگذاری بر روی نمونه دیسک برزلی شیاردار با فرض در نظر گرفتن اثرات فک دستگاه بوده است؛ بدین گونه که تمامی نودهای محل تماس مربوط به فک بالایی به گونه‌ای مقید شده‌اند که فقط در راستای جهت نیروی فشاری اعمالی دستگاه حرکت داشته باشند؛ ضمن این که طرف دیگر نمونه با در نظر

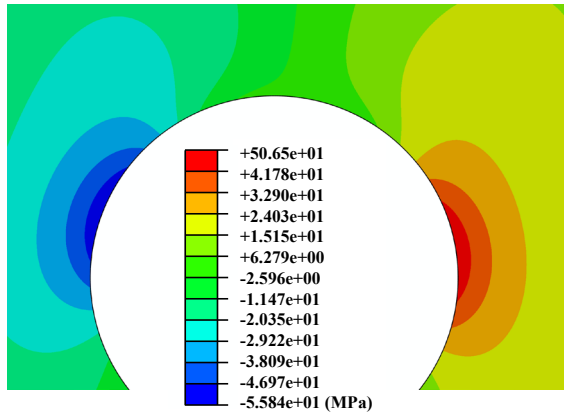


Fig. 10. Circumferential stress contours around the notch border (0.3-2-50)

شکل ۱۰: کانتور توزیع تنش محیطی حول نوک شیپار (۰/۳-۲-۵۰)

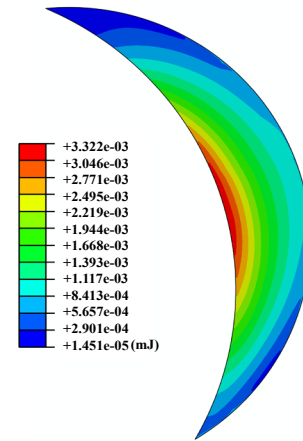


Fig. 9. Contour lines of the strain energy distribution in the control volume (0.3-2-50)

شکل ۹: کانتور توزیع انرژی کرنشی درون حجم کنترل (۰/۳-۲-۵۰)

جدول ۴: خلاصه نتایج عددی به دست آمده از روش اجزا محدود به همراه مقادیر پیش‌بینی بار شکست نظری براساس دو معیار ارائه شده

Table 4. Summary of the numerical results obtained from the finite element method with the theoretical fracture load values predicted by means of the two proposed criteria

P_{th} , N ASED-EFC	P_{th} , N ASED	σ_{max} MPa	σ_{99} MPa	ASED MJ/m ³	P_{av} , N (.EXP)	$\theta_{0/FEA}$.deg	β - ρ - d/D
۵۰۶۰	۵۰۶۰	۶۶	۶۶	۰/۱۳۹	۴۹۵۴	۰	۰-۱-۰/۳
۳۹۹۵	۳۷۸۰	۶۶/۶	-۰/۲	۰/۱۵۸	۳۹۴۶	۵۴/۴	۳۰-۱-۰/۳
۳۷۷۵	۳۵۸۷	۵۷/۳	-۴۴/۳	۰/۱۱۶	۳۲۰۸	۷۸/۸	۵۰-۱-۰/۳
۵۰۱۳	۴۶۴۰	۵۶/۳	-۹۷/۴	۰/۱۱۸	۴۱۸۶	۹۳/۸	۷۰-۱-۰/۳
۴۹۴۷	۴۹۴۷	۵۴/۸	۵۴/۸	۰/۱۴۶	۴۹۶۴	۰	۰-۲-۰/۳
۴۳۵۴	۴۰۴۵	۵۲/۸	۱/۸	۰/۱۵۷	۴۲۰۹	۴۶/۵	۳۰-۲-۰/۳
۳۹۹۳	۳۶۱۴	۵۲/۹	-۳۹/۶	۰/۱۶۶	۳۸۶۷	۷۳/۵	۵۰-۲-۰/۳
۴۵۷۲	۴۲۹۵	۵۳/۴	-۷۸	۰/۱۵۷	۴۴۷۰	۹۱/۵	۷۰-۲-۰/۳
۴۵۳۲	۴۵۳۲	۴۵/۳	۴۵/۳	۰/۱۵۳	۴۶۵۵	۰	۰-۴-۰/۳
۴۲۸۴	۴۱۵۷	۴۷/۳	۴/۱	۰/۱۷۷	۴۵۹۳	۴۰/۲	۳۰-۴-۰/۳
۴۰۳۶	۳۷۸۳	۴۷/۷	-۳۴	۰/۱۹۳	۴۳۶۴	۶۶/۲	۵۰-۴-۰/۳
۴۱۵۷	۳۸۹۴	۴۷/۳	-۶۰	۰/۱۹۰	۴۴۵۷	۸۸	۷۰-۴-۰/۳
۳۴۰۳	۳۴۰۳	۶۷/۸	۶۷/۸	۰/۱۴۶	۳۴۱۵	۰	۰-۱-۰/۵
۲۴۵۱	۲۲۸۶	۵۲/۸	-۱۱/۷	۰/۱۰۲	۱۹۱۷	۶۶	۳۰-۱-۰/۵
۲۷۹۰	۲۶۳۸	۵۹/۵	-۵۶	۰/۱۲۶	۲۴۵۹	۸۴	۵۰-۱-۰/۵
۴۶۲۱	۴۰۹۲	۵۶/۶	-۱۲۳/۳	۰/۱۳۰	۳۸۷۵	۹۷/۵	۷۰-۱-۰/۵
۳۲۷۹	۳۲۷۹	۵۱/۶	۵۱/۶	۰/۱۳۴	۳۱۵۲	۰	۰-۲-۰/۵
۲۵۹۸	۲۳۶۵	۴۷/۵	-۹/۸	۰/۱۳۷	۲۲۹۹	۶۰	۳۰-۲-۰/۵
۲۶۹۱	۲۴۵۰	۵۲/۶	-۴۴/۷	۰/۱۶۸	۲۶۳۷	۸۳/۲	۵۰-۲-۰/۵
۳۸۵۳	۳۲۶۳	۴۷	-۸۰	۰/۱۵۵	۳۳۷۴	۹۶	۷۰-۲-۰/۵
۳۰۲۴	۳۰۲۴	۴۴/۴	۴۴/۴	۰/۱۴۸	۳۰۵۵	۰	۰-۴-۰/۵
۲۶۱۶	۲۴۶۰	۴۵/۷	-۷/۹	۰/۱۷۷	۲۷۱۸	۵۲/۵	۳۰-۴-۰/۵
۲۵۷۰	۲۳۶۰	۴۵	-۳۴/۳	۰/۱۸۰	۲۶۲۹	۷۸/۴	۵۰-۴-۰/۵
۳۱۴۳	۲۹۵۰	۴۱/۷	-۵۴/۴	۰/۱۴۸	۲۹۸۰	۹۵	۷۰-۴-۰/۵
۲۸۲۲	۲۸۲۲	۴۰/۳	۴۰/۳	۰/۱۴۳	۲۸۰۲	۰	۰-۶-۰/۵
۲۵۴۶	۲۴۴۹	۴۵/۴	-۶	۰/۱۹۶	۲۸۴۷	۴۷/۴	۳۰-۶-۰/۵
۲۵۱۱	۲۳۵۰	۴۱/۴	-۲۹/۳	۰/۱۷۲	۲۵۶۰	۷۳	۵۰-۶-۰/۵
۲۸۵۰	۲۶۷۱	۴۱/۸	-۴۷/۵	۰/۱۷۵	۲۹۳۴	۹۲/۸	۷۰-۶-۰/۵

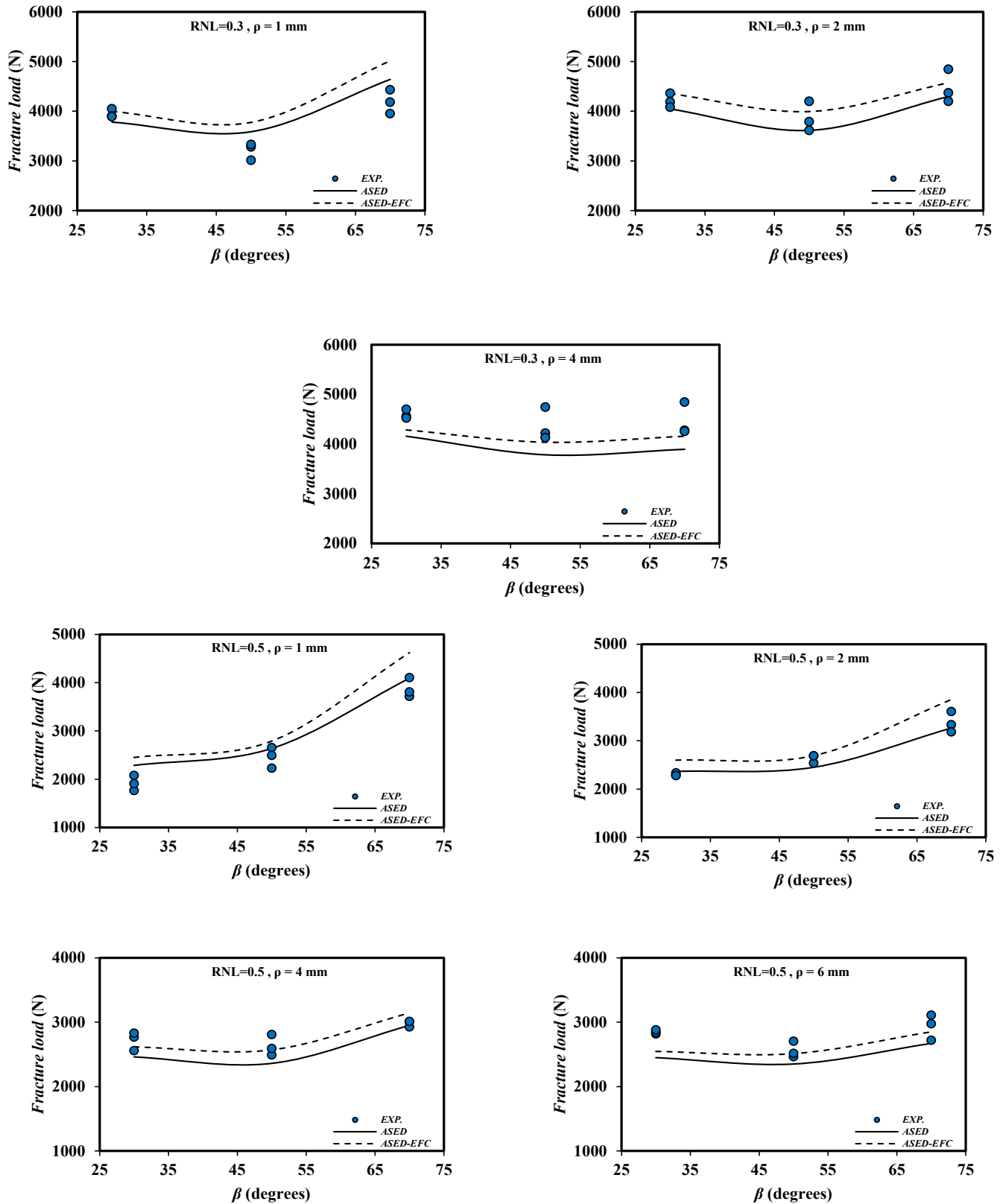


Fig. 11. Variations of the theoretical fracture loads versus the loading angle for different key-hole notched geometries

شکل ۱۱: تغییرات بار شکست نظری و تجربی برحسب زاویه بارگذاری برای هندسه‌های مختلف شیار کلیدی شکل

جدول ۵: مقایسه بین درصد خطاهای نتایج به دست آمده از معیارهای انرژی پایه‌ای و مقادیر به دست آمده از معیارهای مبتنی بر تنش که در مرجع [۹] گزارش شده است

Table 5. Comparison of the discrepancies of the results obtained from the energy-based criteria with those obtained from stress-based criteria reported in Ref [9]

Key-MTS (Theor. r_c) [9]	Key-MTS (Exp. r_c) [9]	Key-MS (Theor. d_c) [9]	Key-MS (Exp. d_c) [9]	ASED	ASED-EFC	β - ρ - d/D
۳/۹	.	۱۷/۲	.	۲/۱	۲/۱	۰-۱-۰/۳
۶/۱۲	۸/۴	۹/۶	۶/۴	۴/۲	۱/۲	۳۰-۱-۰/۳
۲/۳	۷	۲۶/۳	۸/۸	۱۱/۸	۱۷/۷	۵۰-۱-۰/۳
۶/۶	۱۱/۳	۲۶	۱۰/۷	۱۰/۸	۱۹/۸	۷۰-۱-۰/۳
۶/۹	.	۹	.	۰/۳	۰/۳	۰-۲-۰/۳
۱۴/۱	۲/۶	۶/۶	۱/۷	۳/۹	۳/۴	۳۰-۲-۰/۳
۱۶/۳	۵/۷	۳/۱	۴/۶	۶/۵	۳/۳	۵۰-۲-۰/۳
۱۵/۱	۵/۱	۲/۶	۴/۶	۳/۹	۲/۳	۷۰-۲-۰/۳
۱۲/۷	.	۴/۶	.	۲/۶	۲/۶	۰-۴-۰/۳
۱۸	۷	۲/۹	۷	۹/۵	۶/۷	۳۰-۴-۰/۳
۲۰/۴	۱۰/۶	۶/۶	۱۰/۳	۱۳/۳	۷/۵	۵۰-۴-۰/۳
۲۰	۱۰/۳	۶/۴	۱۰	۱۲/۶	۶/۷	۷۰-۴-۰/۳
۹/۲	.	۱۰/۹	.	۰/۳	۰/۳	۰-۱-۰/۵
۷/۹	۱۷/۹	۳۳/۳	۱۹/۹	۱۹/۲	۲۷/۹	۳۰-۱-۰/۵
۲/۸	۵/۹	۱۶/۹	۶/۲	۷/۳	۱۳/۵	۵۰-۱-۰/۵
۸/۷	۱۸/۳	۲۴/۸	۱۵	۵/۶	۱۹/۳	۷۰-۱-۰/۵
۸/۳	.	۱۳/۷	.	۴	۴	۰-۲-۰/۵
۶/۹	.	۱۳/۸	۲/۴	۲/۹	۱۳	۳۰-۲-۰/۵
۱۶/۲	۹/۹	۱/۴	۸/۲	۷/۱	۲/۱	۵۰-۲-۰/۵
۳/۶	۳/۹	۱۵/۳	۴/۹	۳/۳	۱۴/۲	۷۰-۲-۰/۵
۱۱/۲	.	۶/۳	.	۱	۱	۰-۴-۰/۵
۱۷	۸/۱	۲/۷	۷	۹/۵	۳/۷	۳۰-۴-۰/۵
۱۷	۸/۸	۳/۵	۷/۶	۱۰/۲	۲/۲	۵۰-۴-۰/۵
۹/۹	۰/۸	۴/۵	.	۱	۵/۵	۷۰-۴-۰/۵
۸/۹	.	۵/۸	.	۰/۷	۰/۷	۰-۶-۰/۵
۲۱	۱۴/۲	۹/۶	۱۲/۸	۱۴	۱۰/۶	۳۰-۶-۰/۵
۱۴/۹	۸/۳	۳/۶	۶/۸	۸/۲	۱/۹	۵۰-۶-۰/۵
۱۵/۹	۹/۴	۵	۸	۹	۲/۹	۷۰-۶-۰/۵
۱۱/۷	۶/۲	۱۰/۴	۵/۸	۶/۶	۷/۲	درصد خطای میانگین

حتی می‌توان با ۱۵ جزء درون حجم کنترل نیز به پاسخ صحیح دست یافت. در پژوهش‌های سایر محققان نیز این موضوع قبلاً گزارش شده است [۱۱] و [۴۰]. در عین حال ذکر این نکته نیز ضروری است که تعداد کل اجزا در نمونه حدود ۳۰۰۰۰ می‌باشد. در کل تحلیل‌ها از جزء هشت گره‌ای مرتبه دوم در شرایط کرنش صفحه‌ای استفاده شده است. با توجه به توضیحات مذکور بار شکست بر مبنای معیار چگالی انرژی کرنشی محاسبه می‌شود. نتایج حل اجزا محدود شامل زاویه شروع شکست، تنش محیطی بیشینه و همچنین مقادیر چگالی انرژی کرنشی برای هر نمونه به ازای اعمال مقادیر بار شکست آزمایشگاهی به همراه مقادیر بیشینه تنش محیطی بر روی خط نیمساز شیار (σ_{99}) در جدول ۴ ارائه شده است.

شکل ۸ نحوه شبکه‌بندی جزئی جهت محاسبات چگالی انرژی کرنشی و همچنین شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب کانتورهای توزیع انرژی کرنشی و همچنین تنش محیطی در نوک شیار را برای نمونه‌ای با مشخصه هندسی ۵۰-۲-۳/۰ نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۱۰ مشخص است، نیمه سمت نیروی اعمالی، تنش‌های کششی را تجربه می‌کند؛ این در حالی است که تنش‌ها در نیمه دیگر شیار و خط نیمساز شیار فقط فشاری هستند، به این معنی که شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری ترکیبی I/II و با شرایط مود I منفی قرار گرفته است. یکی دیگر از نکات مهمی که در معیار چگالی انرژی کرنشی باید به آن توجه داشت این است که تعداد اجزا درون حجم کنترل، در پاسخ چگالی انرژی کرنشی تغییر چندانی ایجاد نمی‌کند؛ یعنی

۵- بحث بر روی نتایج پیش‌بینی شکست

مقادیر پیش‌بینی شده بار شکست بر مبنای دو معیار مبتنی بر چگالی انرژی کرنشی برای کل نمونه‌های آزمایش شده در جدول ۴ گزارش شده است. همچنین به منظور صحت‌سنجی بهتر از نتایج آزمایشگاهی شکست نمونه‌های پلی‌استایرنی، منحنی‌های پیش‌بینی مقادیر بار شکست بر اساس دو معیار ارائه شده در برابر زاویه بارگذاری به تفکیک همه حالات بارگذاری در قالب ۷ نمودار جداگانه در شکل ۱۱ ترسیم شده است. علاوه بر این جدول ۵ مقادیر درصد اختلاف بین نتایج تجربی بار شکست و پیش‌بینی‌های نظری بررسی شده در مرجع [۹] و همچنین نظریه‌های بررسی شده در این پژوهش را نشان می‌دهد.

همانطور که از منحنی‌ها نیز مشخص است، نتایج حاصل از نظریه با تطابق بالایی داده‌های آزمایشگاهی را پوشش می‌دهند. همچنین، هر دو منحنی مربوط به معیارهای چگالی انرژی کرنشی تقریباً منطبق بر همدیگرند؛ ولی ذکر این نکته ضروری است که معیار مفهوم ضرایب معادل به دلیل سرعت و دقت بالا می‌تواند انتخاب بهتری جهت پیش‌بینی بار شکست نمونه‌های آزمایش شده باشد.

در شکل‌های ۱۱ به وضوح مشخص است که تغییرات مقادیر بار شکست در مقابل زاویه بارگذاری β همیشه یکنواخت نیست؛ به عنوان مثال، برای نمونه $\rho=2$ و $RNL=0.3$ مشخص است که مقادیر بار شکست آزمایشگاهی در بازه زاویه بارگذاری ۳۰ تا ۷۰ درجه، ابتدا کاهش و پس از آن افزایش می‌یابد و البته پیش‌بینی‌های نظری در یک تطابق خوبی با این روند از تغییرات داده‌های تجربی چنین رفتاری را پیش‌بینی می‌کنند.

به منظور توجیه این رفتار یک سری تحلیل اجزا محدود بر روی نمونه‌ای با مشخصه هندسی $2-0.3$ و با اعمال بار یکسان ۱۰۰۰ نیوتنی برای هر سه حالت بارگذاری این نمونه صورت گرفته است و در نهایت تغییرات چگالی انرژی کرنشی میانگین درون حجم کنترل در مقابل تغییر زاویه بارگذاری در شکل ۱۲ رسم شده است. همانطور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، مقدار چگالی انرژی کرنشی میانگین ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد که در واقع این امر به این معنی است که توقع می‌رود بار شکست ابتدا کاهش یابد

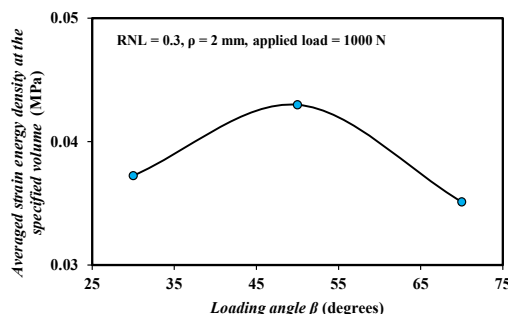


Fig. 12. Variations of the averaged strain energy density versus the loading angle ($RNL=0.3, \rho=2\text{mm}$)

شکل ۱۲: تغییرات مقادیر چگالی انرژی کرنشی میانگین بر حسب زاویه بارگذاری ($\rho=2$ و $RNL=0.3$)

و پس از آن به مقادیر بیشتری میل کند. به طریق مشابه می‌توان توجی‌هات دیگری را برای دیگر نمونه‌های مورد آزمایش انجام داد.

همانطور که در جدول ۵ دیده می‌شود، به طور متوسط درصد اختلاف هر دو معیار تنش که براساس فواصل بحرانی تجربی به دست آمده به ترتیب برابر با $6/2$ و $5/8$ درصد می‌باشند؛ درحالی که مقادیر اختلافی به ازای مقادیر بار شکست پیش‌بینی شده به دست آمده از فواصل بحرانی نظریه به ترتیب برابر با $11/7$ و $10/4$ درصد هستند؛ این در حالی است که همین مقادیر به طور متوسط برای معیارهای براساس انرژی یعنی معیارهای چگالی انرژی کرنشی و چگالی انرژی کرنشی مبتنی بر مفهوم ضرایب معادل به ترتیب برابر با $6/6$ و $7/2$ درصد می‌باشد. همچنین مقادیر درصد اختلاف در جدول ۵ به وضوح نشان می‌دهد که اگرچه همه معیارها دقت قابل قبولی در پیش‌بینی مقادیر بار شکست تجربی دارند؛ ولی دو معیار تنش محیطی بیشینه مبتنی بر فاصله بحرانی نظری و چگالی انرژی کرنشی براساس ضرایب معادل به دلیل داشتن حجم محاسبات کمتر و البته داشتن دقت قابل قبول وضعیت کلی بهتری دارند. از طرفی ذکر این نکته نیز ضروری است که اگرچه معیار MS براساس فواصل بحرانی تجربی حجم بالاتری از محاسبات را نسبت به دیگر معیارهای مطرح در این مقاله را داراست؛ اما مقادیر درصد خطاها در این معیار به کمک فواصل بحرانی تجربی نسبت به فواصل بحرانی نظری، به مقدار قابل توجهی کاهش یافته است؛ اما این دلیلی بر ضعیف بودن همیشگی این معیار نیست و همانطور که پیشتر نیز بیان شده است، معیار MS در میان ۶ معیار مذکور در این مقاله پایین‌ترین درصد خطاها را داشته است. از این رو می‌تواند مورد توجه محققین باشد.

همچنین به منظور صحت‌سنجی بهتر از نتایج تجربی شکست نمونه‌های آزمایشگاهی، منحنی‌های مقادیر بار شکست در برابر تغییر مقادیر زوایای بارگذاری و به ازای تغییر شعاع نوک شیار براساس دو روش مبتنی بر چگالی انرژی کرنشی میانگین به تفکیک هر دو نوع نسبت طولی شیار در قالب ۴ نمودار در شکل ۱۳ ترسیم شده است. همانطور که در شکل ۱۳ به وضوح مشخص است؛ برای حالات $RNL=0.3$ و زوایای بارگذاری بزرگتر از ۶۰ درجه، افزایش اندازه شعاع نوک شیار، کاهش بار شکست را در پی دارد. این در حالی است که برای $RNL=0.5$ رفتار مشابهی مشاهده می‌شود، به طوری که برای زوایای بارگذاری بزرگتر از ۴۵ درجه با افزایش شعاع شیار بار شکست کاهش می‌یابد.

علاوه بر این، برای بسیاری از موارد در شکل‌های ۱۳ روشن است که برای بارگذاری‌های کمتر از دو مقدار مشخص (به عنوان مثال زاویه ۶۰ درجه برای $RNL=0.3$ و ۴۵ درجه برای $RNL=0.5$)، بار شکست تقریباً مستقل از اندازه شعاع نوک شیار است. لازم به ذکر است که اگرچه انتظار می‌رود، کاهش تمرکز تنش به عنوان نتیجه‌ای از بزرگ شدن مقادیر شعاع شیار این نتیجه را در پی داشته باشد که بار شکست افزایش یابد ولی این اتفاق نمی‌افتد؛ چرا که با افزایش شعاع شیار در واقع ناحیه عمود بر بار اعمالی کاهش می‌یابد و این امر موجب افزایش تنش‌ها در مرز شیار می‌شود که در

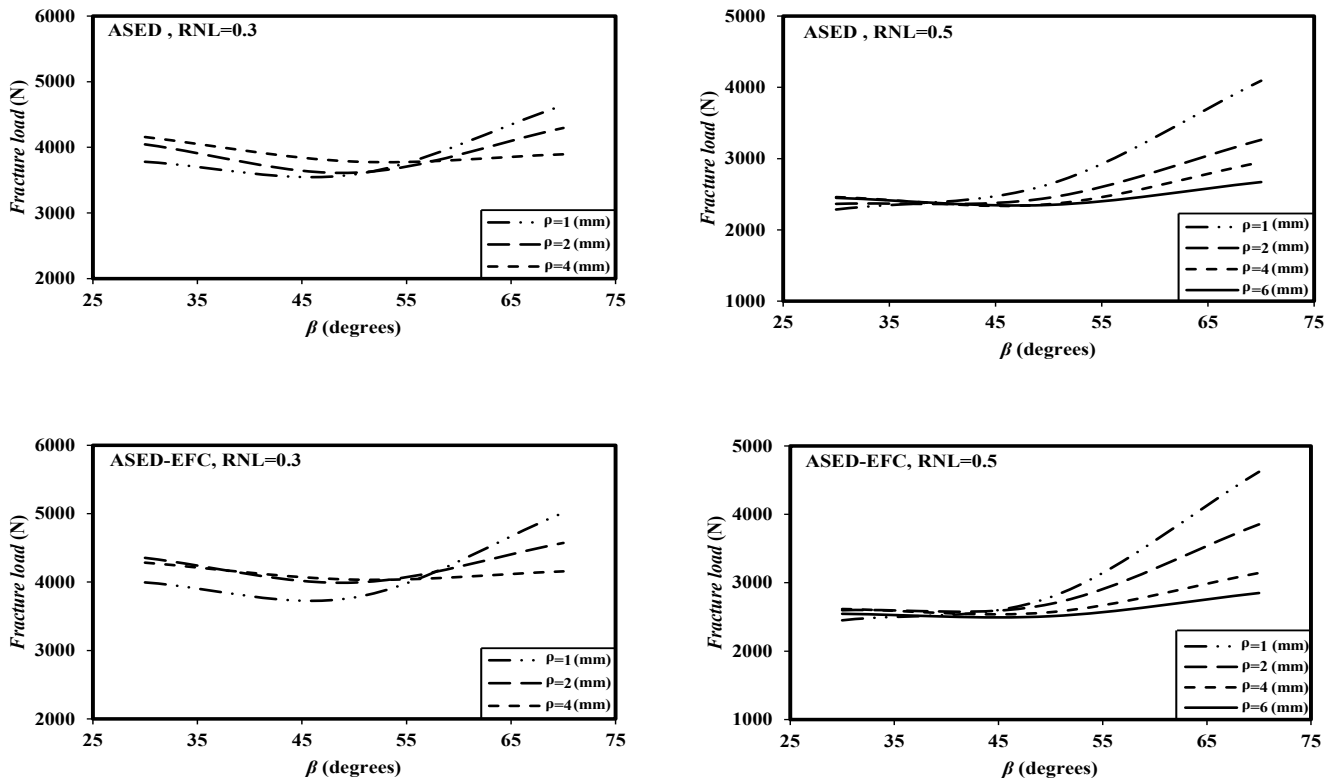


Fig. 13. variations of the theoretical fracture load versus the loading angle based on SED evaluation for various notch radii

شکل ۱۳: تغییرات بار شکست بر مبنای نظریه‌های چگالی انرژی کرنشی بر حسب زوایای بارگذاری برای شعاع‌های مختلف شیار

از این رو دیگر جدولی به منظور مقایسه مقادیر زاویه شروع شکست تجربی و عددی ارائه نشده است. البته روابط (۵) و (۶) نیز به نوعی این اتفاق را توجیه می‌کنند؛ چرا که رابطه‌ای مستقیم را میان تنش محیطی و انرژی کرنشی نشان می‌دهد.

علاوه بر این‌ها در بررسی جداگانه دیگری، مقادیر مجذور نسبت چگالی انرژی کرنشی به چگالی انرژی کرنشی بحرانی به ازای تغییرات اندازه شعاع نوک شیار در شکل ۱۴ آورده شده است. به وضوح مشخص است که پراکندگی داده‌ها، بسیار محدود و تقریباً مستقل از شعاع نوک شیار است و البته همه مقادیر درون یک پراکندگی در محدوده ۰/۸-۱/۲ قرار می‌گیرند و تنها دو مقدار خارج از این محدوده هستند. در واقع نمودارهای شکل ۱۴ نشان می‌دهند که اندازه حجم کنترل به منظور توصیف رفتار ماده پلی‌استایرن تحت بارگذاری مود ترکیبی فشاری-برشی و همچنین مود کششی خالص مناسب بوده است. علاوه بر این، پراکندگی داده‌های تجربی ارائه شده در اینجا در تطابق خوبی با داده‌هایی هستند که پیشتر در مقالات متعدد به چاپ رسیده‌اند [۱۵، ۱۷ و ۳۸].

روش‌های پیشنهادی در این مقاله از عملکرد بالایی برخوردار بوده و با توجه به اینکه اهمیت اصلی مقاله در حوزه تعمیر قطعات ترک‌دار به کمک شیار کلیدی شکل می‌باشد؛ لذا محدوده اعتبار این روش تعمیراتی پرکاربرد برای محققین، در حوزه سازه‌های تعمیرشده مشخص گردید؛ اما در پایان این بخش، به نکات مهم و مرتبط با نوآوری‌های این کار پرداخته می‌شود.

نهایت کاهش بار شکست را به ازای افزایش شعاع نوک شیار در پی خواهد داشت. به عبارت دیگر، بین دو عامل تغییرات ناحیه عمود بر بار اعمالی و همچنین کاهش تمرکز تنش یک رقابت برای تعیین افزایش و یا کاهش بار شکست وجود دارد.

در کل می‌توان این‌طور نتیجه گرفت که بار شکست در نمونه‌های دیسک برزلی شیاردار تابعی از زاویه بارگذاری و هندسه شیار است. در واقع برای نمونه‌هایی با مشخصه هندسی $RNL=0/3$ و در زوایای بارگذاری بیشتر از ۵۵ درجه، عامل تغییرات مساحت ناحیه عمود بر بار اعمالی به عامل تمرکز تنش غالب بوده است؛ به همین دلیل مقادیر بار شکست با افزایش اندازه شعاع کاهش می‌یابد. این در حالی است که برای نمونه‌هایی با مشخصه هندسی $RNL=0/5$ ، زاویه بارگذاری مؤثر در تغییرات بار شکست در حدود ۴۵ درجه می‌باشد. به عبارت دیگر تغییرات اندازه شعاعی تأثیری در میزان بار شکست نهایی نمونه‌هایی با $RNL=0/3$ ، که کمتر از زوایای ۵۵° و نمونه‌هایی با $RNL=0/5$ که کمتر از ۴۵° درجه آزمایش شوند، ندارد.

توضیح راجع به چگونگی محاسبه زاویه شروع رشد ترک بر مبنای معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین نیز به این صورت است که حول مرز شیار هر مکانی که دارای بیشترین مقدار چگالی انرژی کرنشی باشد همان مکان دقیقاً زاویه شروع شکست را نشان می‌دهد؛ لذا نتایج زاویه شروع شکست در حل اجزا محدود بر مبنای معیار چگالی انرژی کرنشی منطبق با نتایج مبتنی بر معیار تنش محیطی پیشینه می‌باشد که پیشتر در مرجع [۹] ارائه شده است.

درصد خطای بیشتری نسبت به معیار چگالی انرژی کرنشی دارد؛ ولی با این حال معیار مبتنی بر مفهوم ضرایب معادل به دلیل داشتن حجم محاسبات کمتر نسبت به معیار چگالی انرژی کرنشی وضعیت کلی بهتری دارد؛ لذا استفاده از این معیار در قیاس با معیار چگالی انرژی کرنشی به دلیل سادگی و سرعت در محاسبات، ارجحیت دارد.

۶- نتیجه گیری

تاکنون تحقیقات بسیاری در زمینه قطعات شیاردار تحت بارگذاری‌های مختلفی صورت گرفته است؛ اما پژوهش بر روی نمونه‌های تحت فشار-برش کمتر صورت گرفته است. از این رو در این پژوهش، شکست بر روی یک نمونه شیاردار مناسب به نام دیسک برزلی دارای شیار کلیدی شکل به منظور ایجاد بارگذاری فشاری-برشی مورد تجزیه و تحلیل تجربی و نظری قرار گرفت. همچنین نتایج تحلیل اجزا محدود نشان دادند که اگرچه شیار تحت بارگذاری با شرایط مود I منفی می‌باشد؛ ولی شکست بر اثر تنش‌های کششی در اطراف مرز شیار رخ می‌دهد و در عین حال نیمه دیگر شیار و همچنین خط نیمساز شیار تحت تنش‌های فشاری هستند که در واقع این اتفاق بیانگر مفهوم بارگذاری فشار-برش می‌باشد. در ادامه این پژوهش به کمک دو معیار مبتنی بر انرژی یعنی معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین و معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین براساس مفهوم ضرایب معادل ارزیابی دیگری بر روی نمونه‌های آزمایش شده صورت گرفت و در نهایت مشخص شد که این معیارها به خوبی و با دقت بالایی نتایج بار شکست آزمایشگاهی را پیش‌بینی می‌کنند. در نهایت مشخص گردید که درصد خطای کم در کنار کم بودن میزان محاسبات عددی از مزیت‌های معیار پیشنهادی به‌شمار می‌رود. از این رو این نتیجه حاصل شد که به کمک معیار شکست ارائه شده جدید در این مقاله می‌توان ظرفیت بار شکست را برای قطعات و سازه‌های ترد و شبه‌ترد حاوی شیار کلیدی شکل به خوبی تخمین زد.

فهرست علائم

ASED	چگالی انرژی کرنشی میانگین
d	طول شیار
D	قطر دیسک برزلی
d_c	فاصله بحرانی به ازای معیار تنش میانگین
E	مدول الاستیسیته
EFC	مفهوم ضریب معادل
EXP.	آزمایشگاهی
$H(R_c, \rho)$	ضریب مود یک معادل
$H^*(R_c, \rho)$	ضریب مود ترکیبی معادل
Key-MS	تنش میانگین برای شیار کلیدی شکل
Key-MTS	تنش محیطی بیشینه برای شیار کلیدی شکل
K_{Ic}	چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای

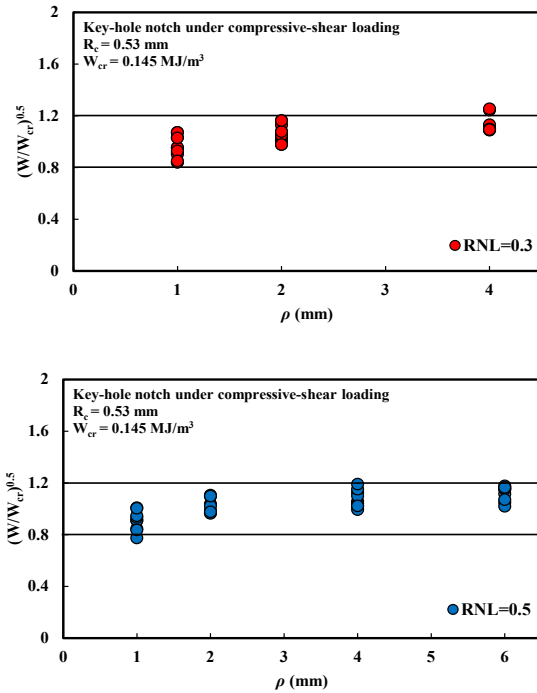


Fig.14. Synthesis of fracture data for GPPS specimens

شکل ۱۴: پراکندگی داده‌های شکست برای نمونه‌های پلی‌استایرنی

پیشتر در بخش ۳ درباره معیار جدید موسوم به مفهوم ضرایب معادل توضیحاتی کامل ارائه شد. در واقع روابط معیار پیشنهادی در قالب یک فرم حل بسته جدید و در عین حال ساده و کارآمد ارائه شده است و همچنین تاکنون ایده ضریب معادل برای شیارهای کلیدی شکل بررسی نشده بود. همچنین مطابق با جدول ۵ که چهار ستون از داده‌های آن برگرفته از نتایج مرجع [۹] بود نشان داده شد که معیار تنش میانگین و معیار تنش محیطی بیشینه مبتنی بر فواصل بحرانی تجربی به ترتیب با درصد خطاهای ۵/۸ و ۶/۲، نتایج بار شکست تجربی را به خوبی پیش‌بینی می‌کنند؛ اما ذکر این نکته ضروری است که اگرچه هر دو معیار مذکور در مرجع [۹] درصد خطای قابل قبول و بهتری نسبت به معیارهای مبتنی بر انرژی دارند، ولی این معیارها شامل یک بخش تجربی نیز هستند. به عبارت دیگر، فواصل بحرانی در این دو معیار به کمک آزمایش نمونه‌ها در زاویه بارگذاری صفر درجه به دست آمده است که در واقع این یکی از ضعف‌های پیش‌بینی مقادیر بار شکست به کمک دو معیار تنش پایه‌ای براساس استفاده از فواصل بحرانی تجربی می‌باشد؛ اما همانطور که در مرجع [۹] نیز ذکر شده است، دو معیار تنشی مذکور در دو حالت دیگر یعنی به کمک فواصل بحرانی نظری نیز مورد بررسی قرار گرفتند که خطای آنها حدوداً ۱۱ درصد بود که به نسبت قابل قبول است. از این رو می‌توان این نتیجه را گرفت که از میان ۶ معیار مذکور، معیارهای چگالی انرژی کرنشی مبتنی بر ضرایب معادل و همچنین تنش محیطی بیشینه براساس فاصله بحرانی نظری با توجه به حجم کمتر در محاسبات و البته نداشتن ضعف مذکور می‌توانند مورد توجه محققین باشند. نکته دیگر این که اگرچه معیار پیشنهادی جدید موسوم به ضرایب معادل

- for brittle elastic materials under mixed-mode loading, *International journal of fracture*, 141(1-2) (2006) 291-312.
- [6] F. Berto, P. Lazzarin, M.R. Ayatollahi, Brittle fracture of sharp and blunt V-notches in isostatic graphite under torsion loading, *Carbon*, 50(5) (2012) 1942-1952.
- [7] F. Berto, P. Lazzarin, M.R. Ayatollahi, Brittle fracture of sharp and blunt V-notches in isostatic graphite under pure compression loading. *Carbon*, 63 (2013) 101-116.
- [8] M.R. Ayatollahi, S.M.J. Razavi, H.R. Chamani, Evaluation of stress intensity factors of a center cracked curved plate in the presence of crack flank stop drill holes, *Modares Mechanical Engineering*, 14(9) (2014) 133-139.
- [9] A.R. Torabi, H.R. Majidi, M.R. Ayatollahi, Brittle failure of key-hole notches under mixed mode I/II loading with negative mode I contributions, *Engineering Fracture Mechanics*, 168 (2016) 51-72.
- [10] C. Miki, Retrofitting engineering for fatigue damaged steel structures, (2010)
- [11] P. Lazzarin, F. Berto, M.R. Ayatollahi, Brittle failure of inclined key-hole notches in isostatic graphite under in-plane mixed mode loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 36(9) (2013) 942-955.
- [12] A.R. Torabi, E. Pirhadi, Stress-based criteria for brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 49 (2015) 1-12.
- [13] G.C. Sih, Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems, *International Journal of fracture*, 10(3) (1974) 305-321.
- [14] F. Berto, P. Lazzarin, A review of the volume-based strain energy density approach applied to V-notches and welded structures, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 52(3) (2009) 183-194.
- [15] P. Lazzarin, F. Berto, M. Elices, F. J. Gomez, Brittle failures from U-and V-notches in mode I and mixed, I+ II, mode: a synthesis based on the strain energy density averaged on finite-size volumes, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 32(8) (2009) 671-684.
- [16] P. Lazzarin, F. Berto, M. Zappalorto, Rapid calculations of notch stress intensity factors based on averaged strain energy density from coarse meshes: theoretical bases and applications, *International Journal of Fatigue*, 32(10) (2010) 1559-1567.
- [17] F. Berto, P. Lazzarin, Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches, *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 75 (2014) 1-48.
- [18] P. Lazzarin, F. Berto, Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches, *International Journal of Fracture*, 135(1-4)

P_{av}	میانگین بار شکست تجربی
P_{th}	بار شکست به دست آمده از نظریه
q	تابعی از زاویه بازشدگی دهانه شیار
R_c	اندازه شعاع حجم کنترل بحرانی
RNL	نسبت طولی شیار
r_c	فاصله بحرانی به ازای معیار تنش محیطی بیشینه
r_0	مرکز مختصات شعاع درونی حجم کنترل
Theor.	نظریه
t_k	نسبت تنش محیطی بیشینه به بار یک نیوتن
W_{cr}	چگالی انرژی کرنشی بحرانی
W_I	چگالی انرژی کرنشی مود I
$W_{I/II}$	چگالی انرژی کرنشی مود ترکیبی I/II
علایم یونانی	
α	زاویه بازشدگی دهانه‌ی شیار
β	زاویه بارگذاری
β_{II}	زاویه بارگذاری برشی خالص
$\vartheta_{0/FEA}$	زاویه شروع شکست به دست آمده از حل اجزا محدود
ν	ضریب پواسون
ρ	شعاع نوک شیار
σ_{99}	تنش محیطی بیشینه بر روی خط نیمساز شیار
$\sigma_{max/I}$	تنش محیطی بیشینه برای مود I
$\sigma_{max/(I/II)}$	تنش محیطی بیشینه برای مود ترکیبی I/II
σ_{max}	تنش محیطی بیشینه به ازای هر نوع مود بارگذاری
σ_u	استحکام نهایی ماده

مراجع

- [1] M. Rezaee, R. Hassannejad, Asymptotic Analysis of the Free Vibration of a Cantilever Beam with a Fatigue Crack, *AmirKabir Journal of Science & Research Mechanical Engineering*, 42(1) (2010) 55-66.
- [2] M. Rezaee, H. Fekrmandi, Analysis of the Nonlinear Behavior of the Free Vibration of a Cantilever Beam with a Fatigue Crack Using Lindstedt-Poincares Method, *AmirKabir Journal of Science & Research Mechanical Engineering*, 46(2) (2014) 29-31.
- [3] H. Rajabi, A. Shafiei, A. Darvizeh, H. Babaei, Experimental and Numerical Investigations of Crack Propagation in Dragonfly Wing Veins, *AmirKabir Journal of Science & Research Mechanical Engineering*, 48(2) (2016) 61-64.
- [4] Z. Yosibash, A. Bussiba, I. Gilad, Failure criteria for brittle elastic materials, *International Journal of Fracture*, 125(3-4) (2004) 307-333.
- [5] Z. Yosibash, E. Priel, D. Leguillon, A failure criterion

- of U-notched Al 6061-T6 plates under large-scale yielding regime, *Engineering Fracture Mechanics*, 195 (2018) 253-266.
- [29] M.R. Saedi, Y. Alizadeh, J integral evaluation of U-notched bainitic functionally graded steel plates in notch arrester and notch divider configuration, *Modares Mechanical Engineering*, 16(1) (2016) 307-316.
- [30] D. Taylor, The theory of critical distances applied to the prediction of brittle fracture in metallic materials, *Struct Integr Durab*, 1(2), (2006) 145-154.
- [31] L. Susmel, D. Taylor, The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 75(3) (2008) 534-550.
- [32] D. Taylor, The theory of critical distances, *Engineering Fracture Mechanics*, 75(7) (2008) 1696-1705.
- [33] G. Kullmer, H. Richard, Influence of the root radius of crack-like notches on the fracture load of brittle components, *Archive of Applied Mechanics*, 76(11-12) (2006) 711-723.
- [34] ASTM D638-99. Standard test method fortensile properties of plastics, *ASTM Int Designation*, (2003).
- [35] ASTM D695-10, Standard test method for compressive properties of rigid plastics, *ASTM Int West Conshohocken. PA.* (2010)
- [36] ASTM E132-04, Standard test method for Poisson's ratio at room temperature, *ASTM Int.* (2010).
- [37] ASTM D5045-14, Standard test methods for Plane-Strain fracture toughness and strain energy release rate of plastic materials, *ASTM Int West Conshohocken. PA.* (2014).
- [38] A.R. Torabi, A. Campagnolo, F. Berto, Experimental and theoretical investigation of brittle fracture in key-hole notches under mixed mode I/II loading, *Acta Mechanica*, 226(7) (2015) 2313-2322.
- [39] P. Lazzarin, R. Zambardi, 2001, A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches, *International journal of fracture*, 112(3) (2001) 275-298.
- [40] A.R. Torabi, F. Berto, A. Campagnolo, Mode II brittle fracture assessment of key-hole notches by means of the local energy, *Journal of Testing and Evaluation*, 44(3) (2014) 1261-1270.
- (2005) 161-185.
- [19] A.R. Torabi, F. Berto, Strain energy density to assess mode II fracture in U-notched disk-type graphite plates, *International Journal of Damage Mechanics*, 23(7) (2014) 917-930.
- [20] A.R. Torabi, F. Berto, Mixed mode fracture assessment of U-notched graphite Brazilian disk specimens by means of the local energy, *Structural Engineering and Mechanics*, 50(6) (2014) 723-740.
- [21] A.R. Torabi, M.R. Ayatollahi, Compressive brittle fracture in V-notches with end holes, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 45 (2014) 32-40.
- [22] A.R. Torabi, S.M. Abedinasab, Brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading: experimental study and theoretical predictions, *Engineering Fracture Mechanics*, 134 (2015) 35-53.
- [23] A.R. Torabi, H.R. Majidi, M.R. Ayatollahi, Fracture study in notched graphite specimens subjected to mixed mode I/II loading: Application of XFEM based on the cohesive zone model, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 99 (2019) 60-70.
- [24] H.R. Majidi, M.R. Ayatollahi, A.R. Torabi, On the use of the extended finite element and incremental methods in brittle fracture assessment of key-hole notched polystyrene specimens under mixed mode I/II loading with negative mode I contributions, 88(4) (2018) 587-612.
- [25] J. Akbardoost, S.M.H. Mohajerani, A. R. Torabi, Investigation of fracture trajectory in blunt V-notched specimens under mixed mode I/II loading, *Modares Mechanical Engineering*, 16(3) (2016) 161-172.
- [26] H.R. Majidi, M.E. Golmakani, A.R. Torabi, On combination of the equivalent material concept and J-integral criterion for ductile failure prediction of U-notches subjected to tension, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 41 (7) (2018) 1476-1487.
- [27] H.R. Majidi, S.M.J. Razavi, A.R. Torabi, Application of EMC-J criterion to fracture prediction of U-notched polymeric specimens with nonlinear behaviour, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 42(1) (2019) 352-362.
- [28] H.R. Majidi, A.R. Torabi, M.E. Golmakani, J-integral expression for mixed mode I/II ductile failure prediction

Please cite this article using:

M.R Ayatollahi, A.R. Torabi, H.R. Majidi, Brittle Fracture in Key-hole Notched Polymer Specimens under Combined Compressive-shear Loading, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(5) (2018) 927-942.

DOI: 10.22060/mej.2017.12258.5293

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

