



## تخمین چقرمگی شکست مود ۱ سنگ‌ها با استفاده از اندیس شکنندگی

مهدی حسینی<sup>\*</sup>، عبدالمجید هزاره

گروه مهندسی معدن، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۴ مرداد ۱۳۹۵  
بازنگری: ۱۰ آذر ۱۳۹۵  
پذیرش: ۱۸ اسفند ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۲۵ اسفند ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

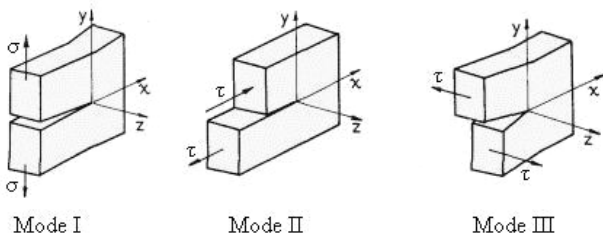
اندیس شکنندگی  
چقرمگی شکست  
مود ۱  
سنگ  
شکست

**چکیده:** چقرمگی شکست مود ۱ یک پارامتر مهم برای بررسی رفتار شکست سنگ است این پارامتر در بسیاری از حوزه‌های مختلف مانند معدن‌کاری و تونل‌سازی کاربرد دارد. از آنجایی که تعیین چقرمگی شکست بوسیله انجام آزمایش، وقت‌گیر و پرهزینه می‌باشد استفاده از رابطه تجربی در این خصوص توصیه می‌گردد. در این تحقیق آزمایش تراکم تک‌محوری، آزمایش برزلی و آزمایش خمش سه نقطه‌ای بر روی نمونه‌هایی از سنگ آهک، ماسه سنگ، توفیت، توف لیتیک، آندزیت و تراورتن انجام شد. هدف از این تحقیق بدست آوردن رابطه‌ای تجربی است که بتوان چقرمگی شکست مود ۱ سنگ را با استفاده از اندیس شکنندگی تخمین زد. این تحقیق نشان می‌دهد که از بین سه اندیس شکنندگی ( $B_3$ ،  $B_2$ ،  $B_1$ )، چقرمگی شکست مود ۱ فقط با اندیس شکنندگی  $B_1$  رابطه‌ای با ضریب تعیین  $R^2=0.995$  دارد. این رابطه که یک رابطه توانی است نشان می‌دهد با افزایش اندیس شکنندگی مقدار چقرمگی شکست مود ۱ به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. رابطه پیشنهاد شده با رابطه آقای کهرمان و آلتینداگ مقایسه و ریشه میانگین مربع خطا در دو رابطه محاسبه شد. با توجه به این محاسبه می‌توان گفت رابطه پیشنهاد شده با دقت بالاتر از رابطه کهرمان و آلتینداگ می‌تواند چقرمگی شکست مود ۱ سنگ‌ها را تخمین بزند.

### ۱- مقدمه

بر می‌گردد. دسته‌بندی شکست بر اساس مود شکست از اصطلاحات قدیم مکانیک شکست است. سه مود شکست اولیه در مکانیک شکست امکان‌پذیر است که مود ۱، مود ۲ و مود ۳ (شکل ۱) نامیده می‌شوند [۱]. مود اول

اولین کارهای انجام شده بر روی مکانیک شکست متعلق به گریفیث<sup>۱</sup> می‌باشد. او مطالعاتش را در حدود سال ۱۹۲۰ آغاز نمود. گریفیث به این مطلب پی‌برد که در هر ماده‌ای ترک‌های بسیار زیاد ریز میکروسکوپی وجود دارد و این ترک‌های کوچک روی هم رفته در زمانی که بارگذاری بر روی این ترک‌ها اعمال و تمرکز تنش ایجاد شود، باعث کاهش مقاومت ماده می‌شود. تمرکز تنش به این معناست که تنش در اطراف نوک ترک و یا درزه متمرکز شود و این ترک‌ها به سرعت رشد کنند. بنابراین خیلی قبل‌تر از اینکه ماده به مقاومت تئوری خود برسد، ماده می‌شکند. اگرچه نظریه گریفیث بسیار مهم بود، اما محدودیت‌هایی در نظریه او وجود دارد. او تنها مواد الاستیک را مدنظر قرار داد و برای مواد شکننده و ترد که دارای تغییر شکل پلاستیک می‌باشند جایگاهی قرار نداد. بعد از آن ایروین<sup>۲</sup> در سال‌های ۱۹۵۲ تا ۱۹۵۴ فاکتوری به نام ضریب شدت تنش را تعریف کرد که مقدار تنش موضعی را در اطراف نوک ترک نشان می‌دهد. تحقیقات اولیه در زمینه سنگ‌ها به کارهای هوک<sup>۳</sup> و بینیاوسکی<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۵ در آفریقای جنوبی



شکل ۱: مدهای شکست [۴]  
Fig. 1. Fracture modes

(Mode 1): مود کشیدگی و بازشدگی نیز نامیده می‌شود. در مود ۱، جابجایی وجوه ترک عمود بر جبهه ترک می‌باشد.  
مود دوم (Mode 2): مود برش و لغزشی است که در این مود جابجایی وجوه ترک در صفحه ترک ولی عمود بر جبهه ترک می‌باشد.  
مود سوم (Mode 3): مود لغزش و پاره‌شدگی است که در این مود جابجایی وجوه ترک در صفحه ترک و موازی با جبهه ترک است.  
چقرمگی شکست، مقاومت سنگ در مقابل رشد ترک‌های موجود در

<sup>\*</sup>نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mahdi\_hosseini@ikiu.ac.ir

1 Griffith  
2 Irwin  
3 Hoek  
4 Bieniawski

نقطه‌ای، مقاومت تراکمی و سرعت امواج طولی ارائه کردند. بیرمن<sup>۵</sup> [۹] یک رابطه تجربی بین چقرمگی شکست مود ۱ و شاخص بار نقطه‌ای و براون<sup>۶</sup> و همکارانش یک رابطه تجربی بین این پارامتر و دانسیته بدست آوردند [۱۰]. ژانگ<sup>۷</sup> و همکارانش [۱۱] نیز یک رابطه تجربی بین چقرمگی شکست مود ۱ و مقاومت کششی که از طریق آزمایش برزیلی به دست آمده است ارائه کردند. اما مروری بر تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که در خصوص تخمین چقرمگی شکست مود ۱ با استفاده از شاخص شکنندگی تحقیقی توسط کهرمان و آلتینداگ<sup>۸</sup> انجام شده است [۱۲]. در ایران در زمینه ارائه روابط تجربی تحقیقاتی منسجمی انجام نشده است. شکنندگی به عنوان یکی از خواص سنگ‌هایی که بدون تغییر شکل قابل ملاحظه‌ای می‌شکنند تعریف می‌شود. برای شکنندگی مفهوم و روش اندازه‌گیری استاندارد شده‌ای وجود ندارد [۱۳]. در خصوص شکنندگی تا کنون ۲۲ رابطه ارائه شده است که این تعاریف را منگ و همکارانش در ۹ گروه طبقه بندی کرده است که شامل تعریف بر اساس مقاومت، بر اساس تغییر شکل، بر اساس انرژی، بر اساس سختی، بر اساس آزمایش نفوذ، بر اساس آزمایش بار نقطه‌ای، بر اساس ترکیب کانی‌شناسی، بر اساس زاویه اصطکاک داخلی و بر اساس اندازه ذرات حاصل از آزمایش ضربه تعریف کرده‌اند [۱۴]. در این قسمت بخشی از این روش‌ها توضیح داده شده است. از جمله روش‌های اندازه گیری شکنندگی سنگ، می‌توان به روش آزمون نفوذ پنج اشاره کرد که مقدار دقیق شکنندگی سنگ را به طور مستقیم تعیین می‌کند ولی روشی بسیار گران‌قیمت و هزینه بر است [۱۵]. بر اساس انرژی، محققین، شکنندگی را نسبت انرژی برگشت پذیر به انرژی کل در نقطه گسیختگی تعریف کرده‌اند (شکل ۲). انرژی برگشت پذیر، سطح زیر منحنی تنش-کرنش که در شکل ۲ مساحت مثلث خط چین می‌باشد و انرژی کل سطح زیر منحنی بارگذاری است. بر این اساس می‌توان گفت هر چه سنگ شکننده‌تر باشد انرژی برگشت پذیر آن افزایش می‌یابد و مقدار شاخص شکنندگی افزایش می‌یابد. جدیدترین تعریف که منگ و همکارانش در سال ۲۰۱۵ ارائه کردند بر اساس منحنی رفتار سنگ بعد از نقطه پیک (post - peak) تعریف کرده است که مطابق رابطه ۱ درجه شکنندگی ( $B_d$ ) بدست می‌آید [۱۴].

$$B_d = ((\tau_p - \tau_r) / \tau_r) (\log |k_{ac}| / 10) \quad (1)$$

در رابطه ۱:  $\tau_p$ : مقاومت ماکزیمم،  $\tau_r$ : مقاومت باقیمانده و  $k_{ac}$ : شیب خطی است که نقطه تنش تسلیم (a) را به نقطه مقاومت باقیمانده (c) وصل می‌کند. چون این شیب منفی است قدر مطلق آن در نظر گرفته می‌شود. درجه شکنندگی بین ۰ تا ۱ تغییر می‌کند. برای سنگ‌های با درجه شکنندگی بالا مقدار  $B_d$  به ۱ نزدیک می‌شود. هر چه درجه شکنندگی سنگ افزایش

سنگ می‌باشد همچنین مقدار بحرانی ضریب شدت تنش نیز نامیده می‌شود. سه شیوه متداول برای تعیین ضرایب شدت تنش وجود دارد که شامل روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی می‌شود. آزمون‌های آزمایشگاهی برای مطالعه فرآیند شکست در نمونه‌های سنگی و شبه سنگی حاوی ترک‌های از پیش تعیین شده است. روش‌های عددی مانند روش اجزاء محدود و اجزاء مرزی به طور گسترده‌ای برای حل مسائل مربوط به مکانیک شکست بر اساس تئوری‌های مکانیک شکست الاستیک خطی استفاده شده است [۲]. به طور کلی، چقرمگی شکست به عواملی چون: دما، محیط، نرخ بارگذاری، ترکیب ماده و ساختار میکروسکوپی به همراه اثرات هندسی بستگی دارد. فوناتسو و همکارانش در سال ۲۰۱۴ به بررسی اثر دما و فشار جانبی بر روی چقرمگی شکست مود دوم و مود ترکیبی (مود اول و دوم) ماسه سنگ پرداختند آزمایش خمش سه نقطه‌ای بر روی نمونه‌های نیم دایره‌ای برای تعیین چقرمگی شکست انجام شد و فشار محصور کننده MPa ۵ افزایش یافت. نتایج نشان داد چقرمگی شکست با افزایش فشار جانبی افزایش و با افزایش دما تا ۵۰ درجه سانتیگراد در فشار جانبی ۵ مگاپاسکال چقرمگی شکست کاهش می‌یابد [۳].

سنگ یک ماده شکننده می‌باشد و چون تمامی مواد شکننده در کشش ضعیف می‌باشند، به طور عموم مود ۱ (مودکششی) بحرانی‌ترین حالت بارگذاری در برنامه‌های کاربردی مکانیک سنگ است. چندین روش به منظور تعیین میزان چقرمگی شکست مود ۱ پیشنهاد شده است. این روش‌ها را می‌توان بر اساس شرایط بارگذاری آن‌ها دسته‌بندی نمود. به طور عموم، برای دستیابی به بازشدگی ترک می‌توان نمونه را تحت تنش کششی مستقیم، تنش فشاری و خمشی قرار داد [۴]. آزمایش‌های چقرمگی شکست مود ۱ شامل آزمایش تحت بارگذاری کششی (بارگذاری کششی بر نمونه استوانه‌ای کوتاه)، آزمایش‌های تحت بارگذاری فشاری (آزمایش بر روی دیسک برزیلی دارای ترک مستقیم، آزمایش بر روی دیسک برزیلی دارای ترک چورون<sup>۱</sup>) و آزمایش‌های تحت بارگذاری خمشی (بارگذاری خمشی بر روی نمونه نیمه دایره‌ای دارای ترک مستقیم و آزمایش بارگذاری خمشی بر روی نمونه استوانه‌ای دارای ترک چورون و آزمایش بارگذاری خمشی بر روی نمونه استوانه‌ای دارای ترک مستقیم) می‌شود.

با توجه به اینکه تعیین چقرمگی شکست مود ۱ بوسیله انجام آزمایش، وقت‌گیر و پرهزینه بوده و مشکلات عملیاتی خاص خود را دارند محققینی در گذشته در خصوص ارائه روابط تجربی تلاش‌هایی داشته‌اند. گونزالس<sup>۲</sup> [۶] و بهاگت<sup>۳</sup> و همکارانش [۷] به صورت آزمایشگاهی متوجه شدند که چقرمگی شکست مود ۱ با مقاومت کششی ارتباط دارد. وتیکر<sup>۴</sup> و همکارانش [۸] نیز روابطی بین چقرمگی شکست مود ۱ و مقاومت کششی، اندیس بار

5 Barman  
6 Brown  
7 Zhang  
8 Kahraman and Altindag

1 Chevron  
2 Gunllus  
3 Bhagat  
4 Whittaker

$$B_1 = (\sigma_c \times \sigma_t) / 2 \quad (2)$$

$$B_2 = (\sigma_c - \sigma_t) / (\sigma_c + \sigma_t) \quad (3)$$

$$B_3 = \sigma_c / \sigma_t \quad (4)$$

شکندگی یکی از مهمترین ویژگی‌های مکانیکی سنگ است که در حفاری سازه‌های زیرزمینی مانند حفر تونل به کمک ماشین بازویی<sup>۶</sup> و ماشین حفاری تونل تمام مقطع<sup>۷</sup> اثر می‌گذارد [۲۵]. محققین مختلفی در خصوص ارائه روابطی برای تخمین شاخص نرخ حفاری<sup>۸</sup> با استفاده از شاخص شکندگی مطالعه کرده‌اند که می‌توان به مطالعات یارالی<sup>۹</sup> و کهرمان اشاره کرد [۲۶].

هوکا و داس در سال ۱۹۷۴ بیان کردند هر چه شکندگی سنگی بالاتر باشد مکانیزم گسیختگی به صورت شکست می‌باشد. سنگ در این حالت رفتار شکننده از خود نشان می‌دهد و شکست در اثر توسعه و رشد ریزترکها و بهم پیوستگی ریزترکها و ایجاد ترک‌های بزرگ اتفاق می‌افتد این امر به پوسته پوسته شدن سنگ منجر می‌شود.

در این تحقیق برای تعیین چقرمگی شکست مود ۱ از آزمایش بارگذاری خمشی سه نقطه‌ای بر روی نمونه استوانه‌ای دارای ترک مستقیم و برای تعیین اندیس شکندگی از آزمایش تراکم تک محوری و برزلی استفاده شده است.

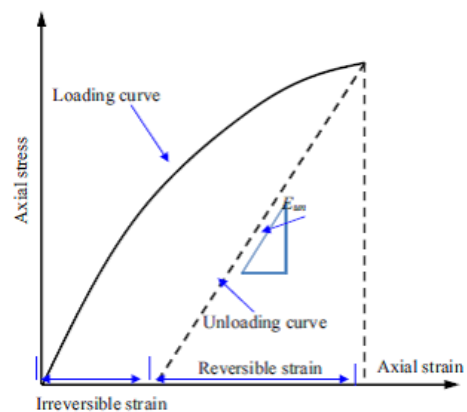
## ۲- آزمایش‌های انجام شده روی نمونه‌ها

در این مقاله با توجه به اینکه آزمایش برزلی و تراکم تک محوری جزو آزمایش‌های کلاسیک مکانیک سنگ می‌باشند از توضیح جزئیات صرف نظر شده و فقط نتایج این آزمایش ارائه می‌شود. در این بخش فقط آزمایش خمشی سه نقطه‌ای با جزئیات کامل توضیح داده می‌شود. روش بارگذاری خمشی با ترک مستقیم توسط اوچترلونی در سال ۱۹۸۱ معرفی شد. سپس هابرفیلد<sup>۱۰</sup> و جانستون<sup>۱۱</sup> از این روش برای ارزیابی چقرمگی شکست سنگ‌ها استفاده کردند. این روش برای تعیین چقرمگی شکست مود ۱ کاربرد دارد. برای آماده سازی، ابتدا نمونه‌های استوانه‌ای شکل در طول مورد نظر بریده می‌شود. سپس به وسیله اهر یک شکاف در وسط آن عمود بر راستای محور مغزه ایجاد می‌شود (شکل ۳).

یابد مقدار  $\tau_r$  به صفر نزدیک می‌شود در نتیجه مقدار اولین کسر به ۱ نزدیک می‌شود در ضمن شیب خط بعد از نقطه پیک هم به ۹۰ درجه نزدیک می‌شود که باعث می‌شود مقدار کسر دوم نیز به ۱ نزدیک شده در نتیجه می‌توان گفت مقدار درجه شکندگی به یک نزدیک می‌شود. در سنگ‌های شکننده هوکا و داس<sup>۱</sup> مشاهده کردند با افزایش خاصیت شکنندگی سنگ نسبت مقاومت تراکمی به کششی افزایش می‌یابد همچنین آنها بر اساس آزمایش‌های انجام شده دریافتند که با افزایش اختلاف مقاومت تراکمی و کششی خاصیت شکنندگی سنگ افزایش می‌یابد [۱۶]. همین موضوع باعث شد محققین، شکندگی را تابعی از مقاومت تراکم تک محوری و مقاومت کششی سنگ بدانند [۱۷ و ۱۸]. آلتینداگ<sup>۲</sup> در سال ۲۰۰۲ بر اساس نمودار تغییرات مقاومت تراکمی در مقابل مقاومت کششی سطح زیر این منحنی که یک خط راست است را به عنوان اندیس شکنندگی تعریف کردند (رابطه ۲). سپس آلتینداگ و گانی در سال ۲۰۱۰ از رابطه ۲ برای تعیین شکندگی استفاده کردند [۱۸ و ۱۹]. هوکا و داس در سال ۱۹۷۵ برای توصیف شکنندگی رابطه ۳ را پیشنهاد کردند [۲۰].

در مطالعات گذشته شاخص شکنندگی که توسط رابطه ۴ تعریف شده است به طور گسترده‌ای استفاده شده است [۲۱ و ۲۲]. رابطه دیگری در سال ۲۰۱۶ توسط ازفیرات<sup>۳</sup> و همکارانش ارائه شده است. آنها شکنندگی را برابر میانگین مقاومت فشاری و کششی تعریف کرده‌اند [۲۳].

در این پژوهش از سه رابطه ۲، ۳ و ۴ که از جمله معروف‌ترین روابط در رابطه با شکنندگی سنگ است، استفاده شده است. محققین مختلفی به این موضوع اشاره کرده‌اند که می‌توان به تحقیقات کهرمان<sup>۴</sup>، آلتینداگ و یونگ<sup>۵</sup> و همکارانش اشاره کرد [۱۳، ۱۹ و ۲۴].

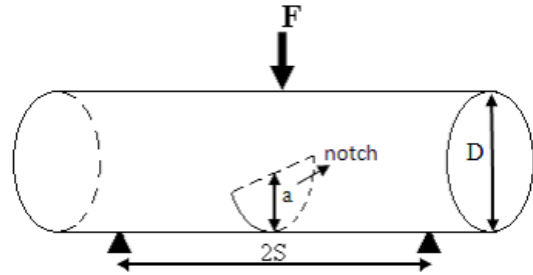
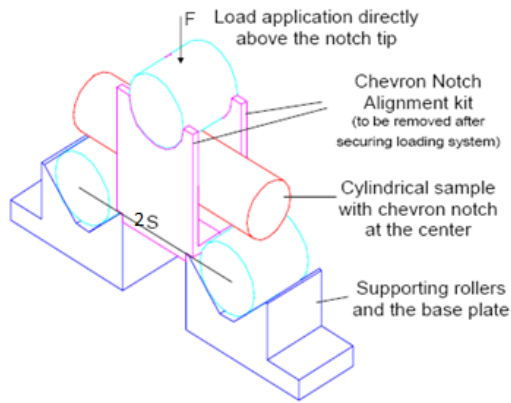


شکل ۲: تعریف چقرمگی شکست بر اساس انرژی [۱۴]

Fig. 2. Definition of fracture toughness based on energy

6 Roadheader  
7 TBM  
8 Drilling rate index  
9 Yarali  
10 Haberfiled  
11 Johnstone

1 Huca and Das  
2 Altindag  
3 Özfirat  
4 Kahraman  
5 Young Ko



شکل ۳: اندازه‌های نمونه و شرایط بارگذاری [۲۹]

Fig. 3. Specimen sizes and loading conditions



شکل ۴: دستگاه مخصوص آزمایش خمش سه نقطه‌ای که در زیر دستگاه اعمال بارمحوری قرار گرفته

Fig. 4. A three-point bending device that is located underneath the axial jack device



شکل ۵: نمونه‌های شکست شده پس از انجام آزمایش خمش سه نقطه‌ای

Fig. 5. Fractured specimens after three-point bending test

چقرمگی شکست مد ۱ در این روش توسط اوجترلونی<sup>۱</sup> توسط روابط ۵ و ۶ محاسبه می‌شود.

$$K_{Ic} = 0.25(2S/D)(F/D^{1.5}) * Y'_1 \quad (۵)$$

$$Y'_1 = (2(D/2S) [450.8531 [1/3.33 (2S/D)]^2 (a/D)^{1.5} ]^{0.5}) / [(a/D) - (a/D)^2]^{0.25} \quad (۶)$$

که در آن:

$K_{Ic}$ : چقرمگی شکست (MPa√m)

F: نیروی گسیختگی (MN)

a: طول درزه (m)

D: قطر نمونه (m)

2S: فاصله تکیه‌گاه‌ها (m) [۲۷ و ۲۸].

نمونه‌های هر سنگ از دو بلوک گرفته شده است از هر بلوک ۵ نمونه تهیه شده و در مجموع از هر نوع سنگ ۱۰ نمونه آماده شده است. در جدول ۱، ۲ و ۳ مقدار میانگین نتایج آزمایش روی هر بلوک ذکر شده است. در نتیجه برای هر نوع سنگ دو مقدار در جدول ذکر شده که هر کدام مبین مقدار میانگین برای هر بلوک است.

دستگاه مخصوص آزمایش خمش سه نقطه‌ای توسط یکی از مؤلفان مقاله (حسینی) طراحی و ساخته شد (شکل ۴). در این آزمایش نمونه‌ها در داخل دستگاه مخصوص اعمال خمش سه نقطه‌ای قرار گرفته و سپس دستگاه داخل جک بارگذاری محوری قرار داده می‌شود. بار به طور یکنواخت و پیوسته به نمونه اعمال می‌گردد و مقدار نیرویی که در آن نمونه ترک‌دار می‌شکند یادداشت می‌گردد. همه نمونه‌ها به همین صورت مورد آزمایش قرار می‌گیرند، در شکل ۵ نمونه‌هایی از مغزه‌های شکست شده در اثر آزمایش خمش سه نقطه‌ای و در جدول ۱ نتایج حاصل از این آزمایش مشاهده می‌شود.

<sup>1</sup> Ouchterlony



جدول ۱: نتایج حاصل از آزمایش خمشی سه نقطه‌ای روی نمونه‌های استوانه‌ای شکل

Table 1. The results of a three-point bending test on cylindrical specimens

نمونه	طول ترک (mm)	بار شکست (KN)	چقرمگی (K <sub>IC</sub> ) (MPa√m)
سنگ آهک	۲۵/۴	۱/۴	۰/۶۸
سنگ آهک	۲۵/۲	۱/۴	۰/۶۸
ماسه سنگ	۲۵/۶	۱/۸	۰/۸۷
ماسه سنگ	۲۵/۴	۱/۸	۰/۸۷
توفیت	۲۵/۴	۴/۰	۱/۹۴
توفیت	۲۵/۴	۳/۴	۲/۰۷
توف لیتیک	۲۴/۶	۱/۱	۰/۵۳
توف لیتیک	۲۴/۶	۱/۱	۰/۵۳
آندزیت	۲۴/۸	۳/۵	۱/۶۹
آندزیت	۲۴/۶	۳/۶	۱/۷۱
تراورتن	۲۴/۸	۱/۷	۰/۸۱
تراورتن	۲۴/۶	۱/۶	۰/۷۷

نتایج آزمایش در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۲: نتایج آزمایش برزیلی

Table 2. the results of Brazilian test

نمونه	ضخامت (mm)	بار شکست (KN)	مقاومت کششی (σ <sub>t</sub> ) (MPa)
آهک	۲۵	۸/۷	۴/۳۴
آهک	۲۵	۶/۳	۳/۱۴
ماسه سنگ	۲۶	۱۵/۵	۷/۴۳
ماسه سنگ	۲۶	۱۴/۳	۶/۸۶
توفیت	۲۵	۳۱/۴	۱۵/۶۶
توفیت	۲۵	۳۴/۲	۱۷/۰۶
توف لیتیک	۲۶	۱۰/۰	۴/۸۰
توف لیتیک	۲۶	۸/۱	۳/۸۸
آندزیت	۲۴	۲۸/۸	۱۴/۹۶
آندزیت	۲۴	۲۲/۲	۱۱/۵۴
تراورتن	۲۶	۱۸/۴	۸/۸۲
تراورتن	۲۶	۱۶/۱	۷/۷۲

جدول ۳: نتایج آزمایش تراکم تک محوری

Table 3. the results of uniaxial compressive strength

نمونه	طول (mm)	بار شکست (KN)	مقاومت فشاری (σ <sub>c</sub> ) (MPa)
آهک	۱۰۲	۱۷۳/۷	۸۵/۰۶
آهک	۱۰۳	۱۳۵/۱	۶۶/۱۶
ماسه سنگ	۱۰۲	۱۱۴/۳	۵۵/۹۷
ماسه سنگ	۱۰۲	۱۲۹/۶	۶۳/۴۷
توفیت	۱۰۱	۲۶۲/۴	۱۲۸/۵۰
توفیت	۱۰۰	۲۸۰/۵	۱۳۷/۳۶
توف لیتیک	۱۰۱	۸۷/۱	۴۲/۶۵
توف لیتیک	۱۰۱	۹۱/۳	۴۴/۷۱
آندزیت	۱۰۱	۳۰۵/۱	۱۴۹/۴۱
آندزیت	۱۰۰	۲۶۱/۶	۱۲۸/۱۱
تراورتن	۱۰۰	۱۰۳/۴	۵۰/۶۴
تراورتن	۱۰۰	۸۵/۶	۴۱/۹۲

برای تعیین اندیس شکنندگی نیاز به داشتن مقاومت تراکم تک محوری و مقاومت کششی می‌باشد در نتیجه آزمایش برزیلی و آزمایش تراکم تک محوری نیز روی نمونه‌ها انجام شد. برای انجام آزمایش برزیلی نمونه‌هایی با قطر ۵۱mm و ضخامت ۲۵mm تا ۲۶mm استفاده می‌شود برای انجام آزمایش، نمونه‌ها زیر فک‌های قوسی شکل دستگاه به دقت قرار داده می‌شود و سپس بارگذاری آغاز و تا شکست نمونه ادامه می‌یابد. مقاومت کششی در آزمایش برزیلی از رابطه‌ی ۷ بدست می‌آید [۳۰].

$$\sigma_t = 0.636 p/Dt \quad (7)$$

در این رابطه:

p: بار در لحظه ی شکست (kN)، D: قطر نمونه (mm)  
t: ضخامت نمونه (mm)، σ<sub>t</sub>: مقاومت کششی (MPa)، نتایج آزمایش را در جدول ۲ مشاهده می‌کنید.

برای انجام آزمایش تراکم تک محوری، پس از تهیه‌ی نمونه‌ها باید دقت کرد که دو انتهای آن موازی یکدیگر و عمود بر محور نمونه باشد. سپس نمونه در دستگاه آزمایش تراکم تک محوری قرار داده می‌شود و صفحه‌ی بارگذاری روی نمونه قرار می‌گیرد. بارگذاری تا شکست نمونه ادامه می‌یابد. مقاومت تراکم تک محوری از رابطه‌ی ۸ بدست می‌آید [۳۱].

$$\sigma_c = F/A \quad (8)$$

### ۳- تحلیل نتایج

#### ۳-۱- تحلیل داده‌های بدست آمده

برای تحلیل نتایج از میانگین مقاومت تراکم تک محوری، مقاومت کششی و چقرمگی برای هر سنگ استفاده می‌شود. ابتدا اندیس شکنندگی با توجه به رابطه‌های ۲ تا ۴ محاسبه و سپس ارتباط میان چقرمگی شکست و اندیس شکنندگی توسط رسم نمودار بدست می‌آید. با مقایسه ضریب تعیین روابط ( $R^2$ ) در نهایت بهترین رابطه به عنوان رابطه‌ی میان چقرمگی شکست مود ۱ و اندیس شکنندگی انتخاب می‌شود. سپس برای بررسی دقت رابطه، رابطه پیشنهادی با رابطه‌ی کهرمان و آلتینداگ مقایسه می‌شود. داده‌های بدست آمده از آزمایش‌های چقرمگی، برزلی و تراکم تک محوری در جدول ۴ به صورت خلاصه ارائه شده است. شکل‌های ۶ تا ۸ و روابط ۹ تا ۱۱ رابطه‌ی میان چقرمگی شکست مود ۱ و اندیس شکنندگی را نشان می‌دهد.

$$K_{IC} = 0.0512B_1^{0.5206} \quad (9)$$

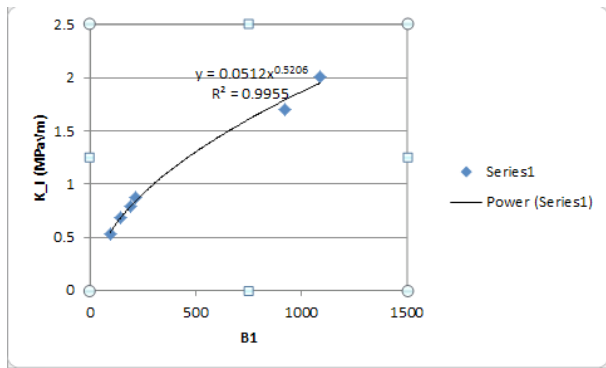
$$R^2 = 0.9955$$

$$K_{IC} = 0.8154B_2^{-0.801} \quad (10)$$

$$R^2 = 0.0171$$

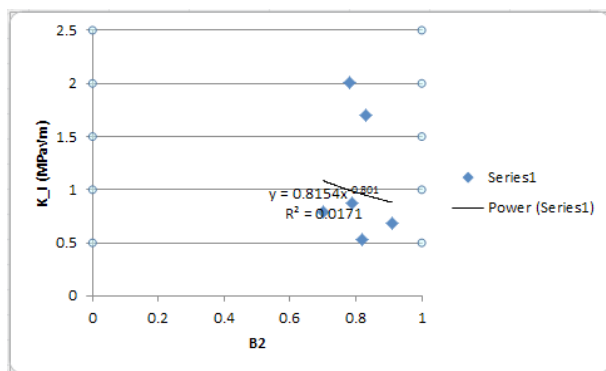
$$K_{IC} = 1.7772B_3^{-0.266} \quad (11)$$

$$R^2 = 0.0458$$



شکل ۶: رابطه  $K_{IC}$  و  $B_1$

Fig. 6. Relationship between  $K_{IC}$  and  $B_1$



شکل ۷: رابطه  $K_{IC}$  و  $B_2$

Fig. 7. Relationship between  $K_{IC}$  and  $B_2$

#### جدول ۴: مقادیر اندیس شکنندگی

Table 4. The values of the brittleness index

$B_3$	$B_2$	$B_1$	$K_{IC}$ (MPa√m)	$\sigma_t$ (MPa)	$\sigma_c$ (MPa)	نمونه	ردیف
۲۰/۲۲	۰/۹۱	۱۴۱/۳۹	۰/۶۸	۳/۷۴	۷۵/۶۱	آهک	۱
۸/۳۶	۰/۷۹	۲۱۳/۲۰	۰/۸۷	۷/۱۴	۵۹/۷۲	ماسه سنگ	۲
۸/۱۳	۰/۷۸	۱۰۸۷/۳۷	۲/۰۱	۱۶/۳۶	۱۳۲/۹۳	توفیت	۳
۱۰/۰۶	۰/۸۲	۹۴/۷۹	۰/۵۳	۴/۳۴	۴۳/۶۸	توف لیتیک	۴
۱۰/۴۷	۰/۸۳	۹۱۹/۲۸	۱/۷۰	۱۳/۲۵	۱۳۸/۷۶	آندزیت	۵
۵/۶	۰/۷۰	۱۹۱/۳۷	۰/۷۹	۸/۲۷	۴۶/۲۸	تراورتن	۶

۳-۲- مقایسه رابطه ارائه شده با رابطه سایر محققین

در ادامه برای بررسی دقت رابطه بدست آمده، رابطه پیشنهاد شده با رابطه کهرمان و آلتینداگ مقایسه می‌شود. برای این منظور در مرحله اول از اطلاعات حاصل از آزمایش این تحقیق استفاده شده و بر اساس این اطلاعات، چقرمگی شکست مود ۱ از هر دو رابطه تخمین زده می‌شود و در نهایت ریشه میانگین مربع خطا محاسبه می‌شود. نتایج را در جدول ۵ مشاهده می‌کنید. برای بررسی ریشه میانگین مربع خطای (RMSE) رابطه‌های ارائه شده از رابطه ۱۳ استفاده می‌شود [۳۳].

$$RMSE = \sqrt{(1/n) \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2} \quad (13)$$

در بهترین حالت RMSE برابر صفر می‌باشد. در این روابط:  $y$  چقرمگی بدست آمده از آزمایش و  $y'$  چقرمگی تخمین زده شده از روابط می‌باشد. همانطور که در جدول ۵ ملاحظه می‌شود ریشه میانگین مربع خطای رابطه پیشنهاد شده کمتر از ریشه میانگین مربع خطای رابطه کهرمان و آلتینداگ است. این موضوع نشان دهنده دقت رابطه پیشنهادی در تخمین چقرمگی شکست مود ۱ می‌باشد.

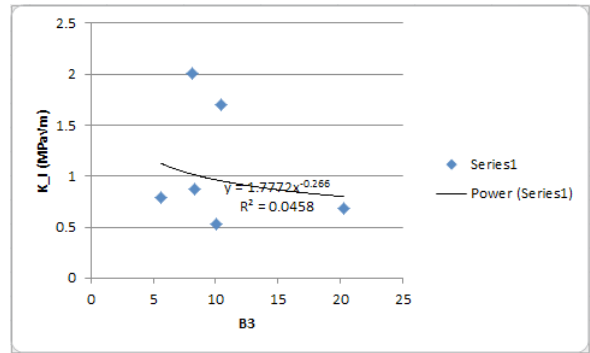
جدول ۵: ریشه میانگین مربع خطا

Table 5. The root mean square error

رابطه	ارائه دهنده رابطه	RMSE
$K_{IC} = 0.0512B_1^{0.5206}$	رابطه پیشنهاد شده در این تحقیق	۰/۰۴۸
$K_{IC} = 0.11B_1^{0.43}$	رابطه کهرمان و آلتینداگ	۰/۲۶

در مرحله بعد با استفاده از اطلاعات حاصل از آزمایش کهرمان و آلتینداگ که آن را در جدول ۶ مشاهده می‌کنید چقرمگی شکست مود ۱ از هر دو رابطه تخمین زده می‌شود و در نهایت ریشه میانگین مربع خطا محاسبه می‌شود. نتایج را در جدول ۷ مشاهده می‌کنید.

در این حالت که از اطلاعات آزمایش‌های انجام شده توسط کهرمان و آلتینداگ برای محاسبه ریشه میانگین مربع خطا استفاده شده است ریشه میانگین مربع خطای رابطه پیشنهاد شده در این تحقیق می‌باشد. گرچه ریشه میانگین مربع خطا رابطه کهرمان و آلتینداگ کمتر است. اما در حالت کل می‌توان گفت در حالتیکه از اطلاعات حاصل از آزمایش این تحقیق استفاده شده، ریشه میانگین مربع خطای رابطه کهرمان و آلتینداگ ۵/۴۱ برابر ریشه میانگین مربع خطای رابطه پیشنهاد شده است. اما در حالت دوم که از اطلاعات آزمایش‌های انجام شده توسط کهرمان و آلتینداگ برای محاسبه ریشه میانگین مربع خطا استفاده شده، ریشه میانگین مربع خطای رابطه پیشنهاد شده ۱/۴۶ برابر ریشه میانگین مربع خطای رابطه کهرمان و آلتینداگ است



شکل ۸: رابطه  $K_{IC}$  و  $B_3$

Fig. 8. Relationship between  $K_{IC}$  and  $B_3$

همانطور که مشاهده می‌شود رابطه ۹ بالاترین ضریب تعیین را دارد در نتیجه به عنوان رابطه مناسب برای تخمین چقرمگی شکست مود ۱ پیشنهاد می‌شود. بررسی‌های منگ در سال ۲۰۱۵ نیز نشان می‌دهد تعیین شکنندگی سنگ از طریق روابط ۳ و ۴ مناسب نیست. آنها از داده‌های آلتینداگ [۱۹] و یاجیز [۱۵] استفاده کردند و تغییرات شکنندگی را که از رابطه ۳ و ۴ بدست آمده با مقاومت تراکم تک محوری بررسی کردند آنها مشاهده نمودند اگر مقاومت تراکم تک محوری تا حدود ۲۵۰ MPa تغییر کند مقدار  $B_3$  بین ۸ تا ۲۲ تغییر می‌کند بنابراین چون تغییرات  $B_3$  در مقایسه با تغییر مقاومت تراکم تک محوری بسیار کم می‌باشد نمی‌توان از روی مقاومت تراکم تک محوری به خوبی شکنندگی را تخمین زد این استدلال در خصوص اندیس  $B_2$  هم وجود دارد در نتیجه چون تغییرات  $B_2$  و  $B_3$  بسیار محدود است نمی‌توان رابطه‌ای بین این دو اندیس ( $B_3$  و  $B_2$ ) و چقرمگی شکست مشاهده کرد. در خصوص  $B_1$  اما قضیه فرق می‌کند به طوری که با افزایش مقاومت تراکم تک محوری از ۲۵۰ MPa تا ۱۴۰۰ MPa<sup>۲</sup> تغییراتش از ۰ تا ۱۴۰۰ MPa<sup>۲</sup> می‌باشد. در این حالت که تغییرات  $B_1$  وسیع است آنها رابطه‌ای بین مقاومت تراکم تک محوری و شکنندگی ارائه کردند. در نتیجه از روی اندیس  $B_1$  به خوبی می‌توان چقرمگی شکست را تخمین زد. در خصوص رابطه بین اندیس شکنندگی ( $B_1$ ) و چقرمگی شکست مود ۱ می‌توان بیان کرد با افزایش مقاومت کششی سنگ چقرمگی شکست مود ۱ که مقاومت نوک ترک را در برابر بازشدگی نشان می‌دهد افزایش می‌یابد در خصوص مقاومت تراکم تک محوری نیز بر اساس رابطه ۱۲ که نشان می‌دهد با افزایش مدول الاستیسیته چقرمگی شکست مود ۱ افزایش می‌یابد می‌توان گفت چون مقاومت تراکم تک محوری با مدول الاستیسیته رابطه مستقیم دارد در نتیجه با افزایش مقاومت تراکم تک محوری چقرمگی شکست مود ۱ افزایش اما تاثیر آن روی چقرمگی شکست کمتر از مقاومت کششی است.

$$K_{IC}^2 = G_{IC} \cdot E \quad (12)$$

در این رابطه:  $G_{IC}$ : انرژی شکست و  $E$ : مدول الاستیسیته می‌باشد.

#### ۴- نتیجه گیری

در این تحقیق آزمایش تراکم تک محوری، آزمایش برزیلی و آزمایش خمش سه نقطه‌ای بر روی نمونه‌ای از سنگ‌ها انجام شد. هدف از این تحقیق بدست آوردن رابطه‌ای تجربی است که بتوان چقرمگی شکست مود ۱ سنگ را با استفاده از اندیس شکنندگی تخمین زد. این تحقیق نشان می‌دهد که از بین سه اندیس شکنندگی ( $B_1$ ،  $B_2$  و  $B_3$ )، چقرمگی شکست مود ۱ فقط با اندیس شکنندگی  $B_1$  رابطه‌ای با ضریب تعیین  $R^2=0/995$  دارد. این رابطه نشان می‌دهد با افزایش اندیس شکنندگی مقدار چقرمگی شکست مود ۱ به صورت غیر خطی افزایش می‌یابد. علت افزایش چقرمگی شکست مود ۱ با اندیس شکنندگی  $B_1$  که حاصل ضرب مقاومت کششی در مقاومت تراکمی تقسیم بر دو می‌باشد نیز می‌توان چنین توضیح داد که هرچه مقاومت کششی بیشتر باشد چقرمگی شکست مود ۱ که در واقع مقاومت سنگ در برابر گسترش ترک‌ها در اثر نیروی کششی است افزایش می‌یابد. با افزایش مقاومت تراکم تک محوری نیز بر اساس روابط مکانیک شکست می‌توان گفت چقرمگی شکست مود ۱ نیز افزایش می‌یابد اما اثر آن روی چقرمگی شکست مود ۱ در مقایسه با مقاومت کششی کمتر است. مطالعات کتابخانه‌ای تا سال ۲۰۱۶ بر اساس تحقیقات منتشره شده نشان می‌دهد فقط آلتینداگ و همکارانش رابطه‌ای برای تخمین چقرمگی شکست مود ۱ از طریق اندیس شکنندگی ارائه کرده‌اند برای بررسی کارایی رابطه پیشنهاد شده این رابطه با رابطه کهرمان و آلتینداگ مقایسه شده و ریشه میانگین مربع خطا در دو رابطه محاسبه شده، با توجه به این محاسبه می‌توان گفت رابطه پیشنهاد شده با دقت بالاتر از رابطه کهرمان و آلتینداگ می‌تواند چقرمگی شکست مود ۱ سنگ‌ها را تخمین بزند. این موضوع نشان از مزیت این پژوهش نسبت به پژوهش آلتینداگ و همکارانش است.

#### مراجع

- [1] N. Perez, Fracture Mechanics, Kluwer Academic Publisher, Boston, 2004.
- [2] H. Haeri, K. Shahriar, M. Fatehi Marji, P. Maarefvand, Using the Discontinuity Displacement Method for the Analysis of notch Expansion in Quasi-Rocky Materials, Journal of Analytical and Numerical Methods in Mine Engineering, (5) (2013) 38-49.
- [3] T. Funatsu, M. Kuruppu, K. Matsui, Effects of temperature and confining pressure on mixed-mode (I-II) and mode II fracture toughness of Kimachi sandstone, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, (67) (2014) 1-8.
- [4] M.R. Ayatollahi, M.M. Seyyed Mousavi, Investigating the effects of lateral pressure on the depth of the earth on the stress intensity factors of the mixed mode (I and II), Journal of Mining Engineering, 3(5) (2008) 21-32.
- [5] Ç. Alkılıçgil, DEVELOPMENT OF SPECIMEN GEOMETRIES FOR MODE I FRACTURE

در نتیجه می‌توان گفت رابطه پیشنهاد شده با دقت بالاتری چقرمگی شکست مود ۱ را تخمین می‌زند.

#### جدول ۶: نتایج آزمایشات کهرمان و آلتینداگ [۱۲]

Table 6. The results of the experiments of Kahraman and Altindag

نمونه	$\sigma_c$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)	$B_1$	$K_{IC}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Middleton limestone	۴۷/۸	۳/۸	۹۱/۷	۰/۷۳
Harrycroft limestone	۵۳/۱	۴/۶	۱۲۱/۵	۰/۸۲
Montcliffe sandstone	۷۶/۳	۶/۲	۳۳۴/۷	۱/۱۸
Wredon limestone	۱۵۶/۷	۱۰/۲	۷۹۵/۴	۱/۷۰
Penryn granite	۱۳۲/۴	۱۰/۶	۷۰۰/۲	۱/۸۳
Pennant sandstone	۱۶۲/۲	۱۴/۰	۱۱۳۷/۰	۲/۱۰
Whitwick andesite	۱۳۹/۲	۱۴/۵	۱۰۰۸/۵	۲/۱۷
Bolton hill diorite	۱۲۸/۸	۱۵/۸	۱۰۱۵/۷	۲/۲۲
Ingleton greywacke	۲۲۶/۳	۱۵/۲	۱۷۱۸/۴	۲/۳۸
Nuneaton quartzite	۱۳۸/۶	۱۳/۰	۹۰۰/۱	۲/۴۴
Cliffe hill diorite	۲۷۴/۸	۱۸/۴	۲۵۳۱/۱	۲/۷۷
Cornish greywacke	۱۶۴/۴	۱۵/۴	۱۲۷۲/۴	۳/۱۵

#### جدول ۷: ریشه میانگین مربع خطا

Table 7. The root mean square error

ارائه دهنده رابطه	رابطه	RMSE
رابطه پیشنهاد شده در این تحقیق	$K_{IC}=00512B_1^{0.5206}$	۰/۴۱
رابطه کهرمان و آلتینداگ	$K_{IC}=011B_1^{0.43}$	۰/۲۸



- between brittleness and mechanical properties (UCS, TS and SH) of rocks, *Scientific research and Essays*, 5(16) (2010) 2107-2118.
- [19] R. Altindag, The evaluation of rock brittleness concept on rotary blast hold drills, *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 102(1) (2002) 61-66.
- [20] B. Das, V. Hucka, Laboratory investigation of penetration properties of the complete coal series, in: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, Elsevier, 1975, pp. 213-217.
- [21] Q. Gong, J. Zhao, Influence of rock brittleness on TBM penetration rate in Singapore granite, *Tunnelling and underground space technology*, 22(3) (2007) 317-324.
- [22] H. Inyang, J. Pitt, Standardization of a percussive drill for measurement of the compressive strength of rocks, in: *The 31th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*, American Rock Mechanics Association, 1990.
- [23] M.K. Özfirat, H. Yenice, F. Şimşir, O. Yaralı, A new approach to rock brittleness and its usability at prediction of drillability, *Journal of African Earth Sciences*, 119 (2016) 94-101.
- [24] S. Kahraman, Correlation of TBM and drilling machine performances with rock brittleness, *Engineering Geology*, 65(4) (2002) 269-283.
- [25] K. Thuro, Drillability prediction: geological influences in hard rock drill and blast tunnelling, *Geologische Rundschau*, 86(2) (1997) 426-438.
- [26] O. Yarali, S. Kahraman, The drillability assessment of rocks using the different brittleness values, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 26(2) (2011) 406-414.
- [27] F. Ouchterlony, Extension of the compliance and stress intensity formulas for the single edge crack round bar in bending, in: *Fracture Mechanics for Ceramics, Rocks, and Concrete*, ASTM International, 1981.
- [28] C. Haberfield, I. Johnston, Determination of the fracture toughness of a saturated soft rock, *Canadian Geotechnical Journal*, 27(3) (1990) 276-284.
- [29] M.R. Ayatollahi, Mohammad Aliha, M., Heidari Khavas., M., Investigating the Growth of crack in Rock Masses Using Cylindrical Cracked Specimens, in: *14th Iranian Geophysical Conference*, 2010.
- [30] ISRM, Suggested methods for determining tensile strength of rock materials, *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*, (1978) 99-103.
- [31] ISRM, Suggested methods for Determining the Uniaxial Compressive Strength and Deformability of Rock Materials, *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*, (1979) 99-103.
- TOUGHNESS TESTING WITH DISC TYPE ROCK SPECIMENS, Doctoral Dissertation, MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY, 2010.
- [6] K.t. Gunsallus, F. Kulhawy, A comparative evaluation of rock strength measures, in: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, Elsevier, 1984, pp. 233-248.
- [7] R.B. Bhagat, Mode I fracture toughness of coal, *International Journal of Mining Engineering*, 3(3) (1985) 229-236.
- [8] B. Whittaker, Singh, RN, Sun, G., *Rock Fracture mechanics: Principles, design and application*, Elsevier., Amsterdam, 1992.
- [9] R. Bearman, The use of the point load test for the rapid estimation of Mode I fracture toughness, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36(2) (1999) 257-263.
- [10] G. Brown, D. Reddish, Experimental relations between rock fracture toughness and density, *INTERNATIONAL JOURNAL OF ROCK MECHANICS AND MINING & GEOMECHANICS ABSTRACTS*, 34(1) (1997)153-155.
- [11] Z. Zhang, An empirical relation between mode I fracture toughness and the tensile strength of rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39(3) (2002) 401-406.
- [12] S. Kahraman, R. Altindag, A brittleness index to estimate fracture toughness, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(2) (2004) 343-348.
- [13] T.Y. Ko, T.K. Kim, Y. Son, S. Jeon, Effect of geomechanical properties on Cerchar Abrasivity Index (CAI) and its application to TBM tunnelling, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 57 (2016) 99-111.
- [14] F. Meng, H. Zhou, C. Zhang, R. Xu, J. Lu, Evaluation methodology of brittleness of rock based on post-peak stress-strain curves, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 48(5) (2015) 1787-1805.
- [15] S. Yagiz, Assessment of brittleness using rock strength and density with punch penetration test, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 24(1) (2009) 66-74.
- [16] V. Hucka, B. Das, Brittleness determination of rocks by different methods, in: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, Elsevier, 1974, pp. 389-392.
- [17] R. Altindag, Correlation of specific energy with rock brittleness concepts on rock cutting, *Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 103(3) (2003) 163-171.
- [18] R. Altindag, A. Guney, Predicting the relationships

[33] B. Minaeian, K. Ahangari, Estimation of uniaxial compressive strength based on P-wave and Schmidt hammer rebound using statistical method, *Arabian Journal of Geosciences*, 6(6) (2013) 1925-1931.

[32] Z.P. Bazant, M. Kazemi, Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete, *International Journal of fracture*, 44(2) (1990) 111-131.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

M. Hosseini , A. Hezareh, The Estimation of the Mode I Fracture Toughness of Rocks Using Brittleness Index, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 50(2) (2018) 391-400.

DOI: 10.22060/ceej.2017.11813.5085

